Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

EDITORA RESPONSÁVEL:
Lilian Aparecida Teixeira

MANUAL DO PROFESSOR

# SuperAÇÃO!

## MATEMÁTICA

7º ANO

Componente curricular: MATEMÁTICA

MATERIAL DE DIVULGAÇÃO. VERSÃO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO.

PNLD 2024 - Objeto 1

Código da coleção:

0023 P24 01 00 020 020

MODERNA

# SuperAÇÃO!

## MATEMÁTICA

## 7º ANO

MANUAL DO PROFESSOR


**Organizadora: Editora Moderna**

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

**Editora responsável: Lilian Aparecida Teixeira**

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).
Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).
Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.


**Componente curricular: MATEMÁTICA**


1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

**Elaboração dos originais:**

Lilian Aparecida Teixeira
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).

Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).

Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

André Luiz Steigenberger
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede pública de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Jackson da Silva Ribeiro
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Informática na Educação pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Octavio Bertochi Neto
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Neurociência pela Faculdade Campos Elíseos (FCE-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede particular de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Tadasi Matsubara Júnior
Licenciado e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Álisson Henrique dos Santos
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

**Projeto e produção editorial:** Scriba Soluções Editoriais
**Edição:** Lilian Aparecida Teixeira, Lucília Franco Lemos dos Santos, Denise Maria Capozzi
**Assistência editorial:** Eduardo Belinelli
**Revisão técnica:** Tânia Camila Kochmanscky Goulart
**Coordenação de preparação de texto e revisão:** Moisés M. da Silva
**Supervisão de produção:** Priscilla de Freitas Cornelsen
**Assistência de produção:** Lorena França Fernandes Pelisson
**Projeto gráfico:** Laís Garbelini
**Coordenação de arte:** Tamires R. Azevedo
**Coordenação de diagramação:** Adenilda Alves de França Pucca (Nil)
**Diagramação:** Ana Rosa Cordeiro de Oliveira, Carlos Cesar Ferreira, Fernanda Miyabe Lantmann, Leda Cristina Teodorico, Avits Estúdio Gráfico Ltda.
**Pesquisa iconográfica:** Vinicius Guerra Pereira Meira
**Autorização de recursos:** Marissol Martins
**Tratamento de imagens:** Janaina Oliveira e Jéssica Sinnema

**Gerência de *design* e produção gráfica:** Patricia Costa
**Coordenação de produção:** Denis Torquato
**Gerência de planejamento editorial:** Maria de Lourdes Rodrigues
**Coordenação de *design* e projetos visuais:** Marta Cerqueira Leite
**Capa:** Mariza de Souza Porto, Tatiane Porusselli, Daniela Cunha e Apis Design
*Foto*: Menino jogando futebol em uma quadra. © Tom Wilde/Getty Images
**Coordenação de revisão:** Elaine C. del Nero
**Coordenação de pesquisa iconográfica:** Flávia Aline de Morais
**Coordenação de *bureau***: Rubens M. Rodrigues
**Pré-impressão:** Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
**Coordenação de produção industrial:** Wendell Monteiro
**Impressão e acabamento:**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

SuperAÇÃO! matemática : 7º ano: manual do professor / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Lilian Aparecida Teixeira. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13632-1

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Teixeira, Lilian Aparecida.

22-112148 CDD-372.7

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427



**EDITORA MODERNA LTDA.**
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

# Apresentação

Este **Manual do professor** é um material de apoio que fornece orientações para auxiliar seu dia a dia em sala de aula. Esta coleção tem como objetivo ensinar aos estudantes, além dos conhecimentos específicos do componente curricular de Matemática, habilidades, atitudes e valores, por meio de diferentes temas, atividades e práticas pedagógicas que desenvolvam a argumentação, o pensamento crítico, a autonomia, a empatia e a cooperação, de maneira prática e contextualizada.

No tópico **Conheça a estrutura da coleção**, você vai encontrar informações detalhadas e organizadas sobre a estrutura da coleção, tanto do livro do estudante quanto do **Manual do professor**. Na sequência, apresentamos subsídios teórico-metodológicos acerca do trabalho com o componente curricular de Matemática, sua relação com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), dicas e orientações relativas à prática docente, ao processo de avaliação, à relação com outras áreas de conhecimento e ao aprendizado em sala de aula.

Ao final da primeira parte deste manual disponibilizamos a transcrição das habilidades de Matemática da BNCC, seguidas pelo quadro de conteúdos e pela proposta de sugestões de cronograma, ambos referentes a este volume, para este ano letivo. Esses elementos estão apresentados de maneira organizada, com o intuito de auxiliá-lo em seu planejamento diário, colaborando para que ele seja mais prático e dinâmico.

Na segunda parte deste manual, você vai encontrar a reprodução do livro do estudante, acompanhada de explicações sobre como trabalhar os conteúdos e diversas orientações e comentários, como os objetivos e as justificativas do trabalho com os conteúdos, comentários explicativos relativos às atividades, sugestões de atividades complementares e de avaliação, propostas de integração com outros componentes curriculares, para que você possa enriquecer ainda mais o processo de ensino-aprendizagem.

Esperamos, assim, que este manual contribua para o seu trabalho e favoreça a formação de estudantes aptos a exercer sua cidadania de maneira crítica e ética, respeitando o outro e a diversidade em suas diferentes formas.

Desejamos a você um ótimo ano letivo!

# Sumário

# Conheça a estrutura da coleção

## Livro do estudante

Esta coleção é composta de quatro volumes destinados aos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os volumes estão organizados em unidades e em tópicos com títulos e subtítulos, considerando as competências e as habilidades da BNCC estabelecidas para cada ano.

Além desses elementos, esta coleção apresenta a seguinte estrutura.

### O que eu já sei?

Seção presente no início de cada volume com atividades que têm como objetivo propor uma avaliação diagnóstica dos estudantes, permitindo verificar os conhecimentos prévios deles referentes aos conteúdos que são pré-requisitos daqueles que serão abordados no volume. Algumas atividades propostas nessa seção também podem colaborar com a preparação do estudante para exames de larga escala, pois elas têm formato semelhante ao de questões abordadas nesse tipo de exame, como as provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), aplicadas aos estudantes do 9º ano.

### Páginas de abertura das unidades

Além de delimitar graficamente cada unidade, a página de abertura tem a função de introduzir, de maneira informal, o conteúdo a ser trabalhado. Nessa página, a foto apresentada tem como objetivo proporcionar um estímulo visual relacionado a alguns dos conteúdos que serão trabalhados. Além disso, o boxe **Agora vamos estudar...** apresenta os conteúdos estudados na unidade, elencados por tópicos. Antes de iniciar o trabalho com os tópicos da unidade, instigue os estudantes a analisar a foto e conjecturar exemplos de conexões entre ela e os conteúdos. Se necessário, faça perguntas que direcionem o olhar dos estudantes para os aspectos desejados.

### Desenvolvimento dos conteúdos

Em cada unidade, os conteúdos são apresentados por meio de textos expositivos ou de situações-problema que abordam temas próximos à realidade dos estudantes.

Os conteúdos referentes aos eixos de conteúdos da Matemática são distribuídos de forma alternada e articulada em cada volume. Contudo, cabe ao professor trabalhar os conteúdos na ordem que considerar mais conveniente, conforme suas necessidades em sala de aula.

### Instrumentos e *softwares*

Nessa seção, apresentamos orientações para o uso da calculadora comum e da científica, do *software* de Geometria dinâmica e das planilhas eletrônicas, além de instrumentos como régua, esquadro e compasso.

### Atividades

Na seção **Atividades**, são apresentadas atividades com características variadas que incentivarão os estudantes a refletir, a relacionar diferentes conteúdos e a ampliar conceitos desenvolvidos nos tópicos, além de desenvolver as competências e habilidades da BNCC.

### Atenção!

Boxe com informações complementares para auxiliar os estudantes na compreensão dos conteúdos e na resolução de algumas atividades.

### Vocabulário

Apresenta o significado de termos destacados no texto que os estudantes desconheçam ou não compreendam totalmente.

### O que eu estudei?

Seção presente ao final de cada unidade com atividades em diferentes formatos, inclusive com características dos exames de larga escala, que têm como objetivo fazer uma avaliação formativa dos estudantes, permitindo-lhes que verifiquem suas aprendizagens e retomem conteúdos trabalhados sempre que for necessário.

### O que eu aprendi?

Seção presente ao final de cada volume com atividades que têm como objetivo propor aos estudantes uma avaliação de resultado (ou somativa), permitindo-lhes que consolidem as aprendizagens acumuladas no ano letivo. Algumas atividades com características de exame de larga escala também são propostas nessa seção.

### Destaques em atividades e questões

Certas atividades e questões que, por apresentarem estruturas diferenciadas, têm alguns termos em destaque. Confira a seguir algumas informações a respeito de cada um deles.

**Cálculo mental**

Atividades ou questões que envolvem cálculo mental, desenvolvendo nos estudantes a agilidade para realizar cálculos e verificar os resultados por meio de diferentes estratégias. O termo que indica que a atividade ou a questão envolve cálculo mental é destacado no enunciado. Por exemplo: "**Efetue** os cálculos **mentalmente**.".

**Elaboração de problemas**

Atividades em que os estudantes deverão elaborar problemas ou questões. O termo que indica que a atividade envolve elaboração de problemas é destacado no enunciado. Por exemplo: "De acordo com os preços apresentados, **elabore** um problema envolvendo adição.".

**Estimativa**

Atividades ou questões em que é preciso fazer estimativas. O termo que indica que a atividade ou a questão envolve estimativa é destacado no enunciado. Por exemplo: "**Estime** o resultado das subtrações.".

**Em duplas e em grupo**

Atividades ou questões elaboradas com o objetivo de incentivar os estudantes a trabalhar com os colegas, bem como a debater as principais ideias matemáticas abordadas, incentivando também o respeito às diferentes opiniões. O termo que indica a necessidade de se juntar aos colegas é destacado no enunciado. Por exemplo: "**Junte-se** a um colega e resolvam os problemas".

Algumas atividades são destacadas com ícones. Confira a seguir algumas informações a respeito de cada um deles.

**Desafio**

Indica que a atividade ou a questão tem caráter desafiador, favorecendo o desenvolvimento de estratégias próprias de resolução.

**Instrumentos e *softwares***

Indica que, para resolver a atividade ou a questão, os estudantes precisarão utilizar alguns dos recursos mencionados na seção **Instrumentos e *softwares***, aplicando os conhecimentos adquiridos.

**Atividade oral**

**Atividade oral**: indica que a atividade ou a questão deve ser respondida oralmente.

Para a realização de algumas atividades ou questões, são necessários materiais que não acompanham o livro didático (calculadora, régua, compasso, tesoura etc.). Nesses casos, o professor deve solicitar previamente aos estudantes que os levem para a sala de aula. Em algumas situações, eles devem ser incentivados a compartilhá-los com os colegas. O professor ou a escola, na medida do possível, pode providenciar esses materiais.

**Projeto em ação**

O desenvolvimento dessa seção permite à turma toda que se envolva em uma atividade prática dividida em etapas de planejamento, execução e divulgação para alcançar determinado objetivo. As atividades possibilitam aos estudantes que atuem de modo ativo na resolução de problemas locais ou na reflexão acerca de questões mais amplas, que influenciam a vida de muitas pessoas. Com relação às demais atividades da coleção, a proposta dessa seção demanda um tempo maior de planejamento e realização, mas, apesar de estar localizada no final do volume, não deve ser, necessariamente, a última seção trabalhada. Além disso, as atividades propostas nessa seção estabelecem relações com outros componentes curriculares e exercitam habilidades desenvolvidas em outros momentos do volume. Neste **Manual do professor**, há orientações para auxiliá-lo na condução de todo o processo.

**Sugestões complementares**

A fim de enriquecer o trabalho em sala de aula, são apresentadas, nessa seção, sugestões de livros, filmes, *sites*, vídeos e *podcasts*, de modo a incentivar o gosto pela leitura e pela busca por informações em outras fontes além do livro didático.

**Respostas**

Seção que apresenta respostas das atividades, organizadas por unidade.

**Referências bibliográficas comentadas**

Essa seção apresenta, ao final de cada volume, as referências bibliográficas que foram usadas na elaboração do livro, com um breve comentário sobre cada uma delas.

**Siglas**

Essa seção apresenta o significado das siglas apresentadas ao longo do volume.

## Manual do professor

Este manual é dividido em duas partes. A primeira apresenta **orientações gerais** acerca dos aspectos teórico-metodológicos que fundamentam a coleção, a estrutura e a organização do livro do estudante e do manual do professor, além das resoluções das atividades e das questões apresentadas no livro do estudante.

A segunda parte, chamada **orientações ao professor**, apresenta a reprodução reduzida do livro do estudante com respostas a questões e atividades e algumas orientações pontuais. As respostas que não constam na reprodução do livro do estudante podem ser localizadas nas laterais e nos rodapés dessa parte do manual, no gabarito do livro do estudante e/ou nas resoluções das atividades. Ainda nas laterais e nos rodapés, há orientações específicas para enriquecer e complementar o trabalho com as páginas. Em alguns momentos, para deixar mais evidente o sentido de leitura, na lateral e rodapé de algumas páginas ímpares é utilizado o seguinte recurso visual: .

A estrutura do manual está descrita a seguir.

### Seções O que eu já sei?, O que eu estudei? e O que eu aprendi?

Apresentam os objetivos das atividades dessas seções, destacando os conteúdos e as habilidades que se pretende avaliar durante o aprendizado dos estudantes, as orientações de estratégias de remediação para as possíveis dificuldades e como trabalhar as defasagens, além das respostas das atividades.

### Páginas de abertura das unidades

Elenca possíveis orientações de como instigar os estudantes a estabelecer relações entre a foto apresentada e o conteúdo que será estudado.

### Respostas

As respostas das atividades são apresentadas, preferencialmente, na seção **Respostas**, na reprodução do livro do estudante. Porém, em alguns casos específicos, em atividades abertas ou que não cabem na seção, como as que contêm imagens, quadros, tabelas ou esquemas, elas aparecem apenas nas **orientações ao professor** ou na seção **Resoluções**.

### Metodologias ativas

Apresenta as orientações específicas para atividades que envolvem metodologias ativas, podendo remeter às orientações gerais de cada metodologia ativa que estão nas **orientações gerais** deste **Manual do professor**.

### Objetivos da unidade

Na primeira página após a abertura da unidade, apresentamos os objetivos que evidenciam o que se espera alcançar no trabalho com a respectiva unidade.

### Justificativas

Após os objetivos da unidade, são contempladas as justificativas dos principais objetivos propostos apresentando a importância deles para a formação dos estudantes.

### Um texto a mais

Apresenta textos complementares que auxiliam o trabalho com a página ou contribuem para a formação do professor. O trabalho com esse recurso também tem o intuito de proporcionar ao professor a possibilidade de conduzir o conteúdo de maneira alternada e/ou ampliar os próprios conhecimentos a respeito do tema abordado.

### Atividade a mais

Sempre que possível, são apresentadas propostas de atividades complementares que envolvem o conteúdo desenvolvido na unidade. Em meio a essas atividades, também é possível reconhecer dinâmicas que proporcionem aos estudantes o exercício de convívio em sociedade, o reconhecimento e o respeito às diferenças, a discussão, a reflexão e o combate a qualquer tipo de violência e a promoção da saúde mental, além de trabalhar de maneira interdisciplinar com outros componentes curriculares.

### Sugestão de avaliação

Indica momentos e estratégias para auxiliar o professor no processo de avaliação da aprendizagem dos estudantes. Tais propostas são condizentes com as características desta obra e têm o intuito tanto de preparar a turma para exames quanto de verificar o andamento deles em contexto formativo. As informações obtidas pelo professor por meio desse boxe contribuem para que ele reavalie seu planejamento e o modifique se necessário.

### Algo a mais

Apresenta sugestões de livros, artigos, filmes, vídeos, *sites*, entre outras mídias que contribuem para a formação do professor.

### Comentários da seção Projeto em ação

Apresenta os objetivos metodológicos do trabalho com os projetos e as orientações relacionadas ao desenvolvimento e à divulgação dessas atividades, destacando as relações interdisciplinares envolvidas, assim como as habilidades e as competências da BNCC trabalhadas. Além disso, esses comentários apresentam ao professor as respostas às questões e as sugestões relacionadas ao envolvimento da comunidade escolar e extraescolar.

## Outras orientações específicas ao professor

Além das orientações e dos comentários apresentados nos boxes indicados anteriormente, nas **orientações ao professor** são organizados os tópicos que apresentam comentários, curiosidades, sugestões e informações complementares para o trabalho com as páginas de teoria, atividades, questões e seções.

Nesses comentários, sempre que possível, são evidenciados os códigos das habilidades e das competências gerais e específicas, além dos temas contemporâneos transversais da BNCC que foram trabalhados na página, destacando as relações entre esses itens e o desenvolvimento dos conteúdos. Além disso, são apresentadas, nesses comentários, orientações claras para trabalhar a empatia e a cooperação e desenvolver o pensamento crítico, o pluralismo de ideias e a análise criativa e propositiva, além da capacidade de argumentar e fazer inferências sobre o conteúdo, aspectos essenciais na formação de cidadãos críticos e atuantes na sociedade. Outro aspecto que será evidenciado nesses comentários é o desenvolvimento do pensamento computacional. Sempre que uma atividade ou seção possibilitar esse trabalho, ele estará destacado nas orientações.

Em atividades que envolvem o trabalho com gêneros textuais, o professor encontra orientações sobre como desenvolver nos estudantes a leitura inferencial e a prática de argumentação.

A fim de valorizar e incentivar a autonomia do professor, os comentários das **orientações ao professor** apresentam diferentes maneiras de abordar determinados conteúdos ao iniciar uma aula, destacando contextualizações e situações-problema. Essa estratégia, além de aumentar o interesse dos estudantes pelo assunto, contribui para aproximar os conteúdos trabalhados ao cotidiano deles. Além disso, sempre que necessário, o professor é orientado a providenciar materiais e recursos ou realizar reservas de locais ou de equipamentos antes de iniciar determinadas atividades.

Em atividades práticas que envolvem o manuseio de diferentes materiais e ferramentas ou a visita a locais fora da escola, o professor conta ainda com orientações específicas sobre os cuidados que devem ser tomados a fim de manter a integridade de todos os envolvidos no processo educacional.

Em atividades e abordagens que possibilitam uma articulação com outros componentes curriculares, os comentários das orientações ao professor explicitam essas articulações e trazem sugestões de diferentes estratégias para obter o melhor proveito delas, em conjunto com o professor dos outros componentes curriculares envolvidos.

# Fundamentação e orientações gerais

## A BNCC e os Anos Finais do Ensino Fundamental

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um dos documentos norteadores da Educação Básica, homologada para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, em 2017, e, em 2018, para o Ensino Médio. A BNCC foi criada como um documento de referência que estabelece as competências gerais e específicas e as habilidades que os estudantes devem desenvolver em cada segmento da Educação Básica ao longo dos anos letivos. Embora a BNCC tenha caráter norteador para todas as instituições de Ensino Básico no Brasil, sabe-se que as instituições de ensino têm realidades distintas, o que demanda a elaboração de currículos adequados ao projeto político pedagógico de cada uma.

Com relação aos Anos Finais do Ensino Fundamental, é importante compreender que a BNCC propõe que os componentes curriculares retomem e ressignifiquem as aprendizagens dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, objetivando o aprofundamento e a ampliação do repertório de aprendizagens dos estudantes, além de fortalecer a autonomia deles com estratégias de ensino que lhes permitam interagir de maneira crítica com as diferentes fontes de informação e conhecimentos.

Para atender a essas necessidades, a BNCC dos Anos Finais do Ensino Fundamental propõe um conjunto de habilidades para cada componente curricular. As habilidades propostas estão relacionadas a objetos de conhecimento compreendidos em conteúdos, conceitos e processos, que se articulam com foco no desenvolvimento das ideias fundamentais de cada componente curricular. Desse modo, a descrição das habilidades é baseada em processos cognitivos, objetos de conhecimento e contextos específicos que fazem parte do meio em que devem se desenvolver, considerando também a faixa etária dos estudantes.

Os volumes desta coleção foram organizados tendo como um dos objetivos contemplar as competências gerais e específicas e as habilidades da BNCC com suas respectivas relações com os objetos de conhecimento. Essas relações podem ser percebidas na organização dos objetivos de aprendizagem e respectivos conteúdos, nas abordagens apresentadas, nas questões no decorrer do desenvolvimento dos conteúdos, nas atividades e em outros momentos dos volumes, como na seção **Projeto em ação**. No **Manual do professor**, destacamos os momentos em que o livro do estudante proporciona o desenvolvimento das competências gerais e específicas e as habilidades, de modo que o livro didático seja uma ferramenta segura e de apoio ao professor no processo de ensino e de aprendizagem.

## Competências gerais da Educação Básica

Com base nos princípios éticos, políticos e estéticos preconizados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais, a BNCC apresenta dez competências gerais que consolidam os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, com foco na formação integral dos estudantes nos âmbitos físico, cognitivo, emocional e social. O trabalho com essas competências perpassa todos os componentes curriculares e está intrinsicamente ligado ao desenvolvimento de atitudes e valores fundamentais para a formação cidadã dos estudantes, além de contribuir para a construção de conhecimentos e para o desenvolvimento das habilidades de cada componente curricular.

Confira a seguir as dez **competências gerais** da Educação Básica.

| | Competências gerais da Educação Básica |
|---|---|
| **1.** | Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. |
| **2.** | Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. |
| **3.** | Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural. |
| **4.** | Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. |
| **5.** | Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. |

6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbitos local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 9-10. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 maio 2022.

## Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

A BNCC estabelece, além das competências gerais, as competências específicas para cada componente curricular. Essas competências determinam o trabalho com habilidades, conceitos e noções que orientam a prática docente e que estão relacionados às unidades temáticas e aos objetos de conhecimento, promovendo também o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

De acordo com a BNCC, no decorrer do Ensino Fundamental, os estudantes devem desenvolver as seguintes competências específicas de Matemática.

**Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental**

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

**5.** Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

**6.** Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

**7.** Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

**8.** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 267. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 maio 2022.

No processo de desenvolvimento das competências gerais, é preciso que os estudantes desenvolvam os princípios das competências específicas de cada área do conhecimento, que é assegurado por meio do trabalho com as habilidades de cada componente curricular.

**Competências gerais**

↓

**Competências específicas de área**

As competências específicas de área orientam os estudantes a respeito da expressão das competências gerais em relação às áreas do conhecimento.

↓

**Habilidades**

O conjunto de habilidades de cada componente curricular possibilita desenvolver as competências específicas de área. Essas habilidades referem-se aos conteúdos, conceitos e processos que os estudantes devem adquirir.

LAÍS GARBELINI/ARQUIVO DA EDITORA

Esta coleção foi elaborada buscando contemplar habilidades e competências específicas relacionadas à Matemática, a fim de fornecer aos estudantes subsídios para desenvolverem as competências gerais propostas na BNCC. Tais relações estão presentes nas abordagens dos conteúdos, em textos, seções e atividades. Confira um exemplo de como é feita essa orientação nos volumes da coleção.

Ao elaborar e resolver problemas envolvendo adições com números inteiros na atividade **45**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade **EF07MA04**. Nesse caso, por eles enfrentarem situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões, desenvolvem aspectos da **Competência específica de Matemática 6** e, por exercitarem a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, trabalham aspectos das **Competências gerais 2** e **9**.

Ao final das **orientações gerais** deste **Manual do professor**, há o **Quadro de conteúdos** deste volume que apresenta as relações entre as habilidades e/ou competências e os conteúdos da área, explicitando como esses elementos são desenvolvidos.

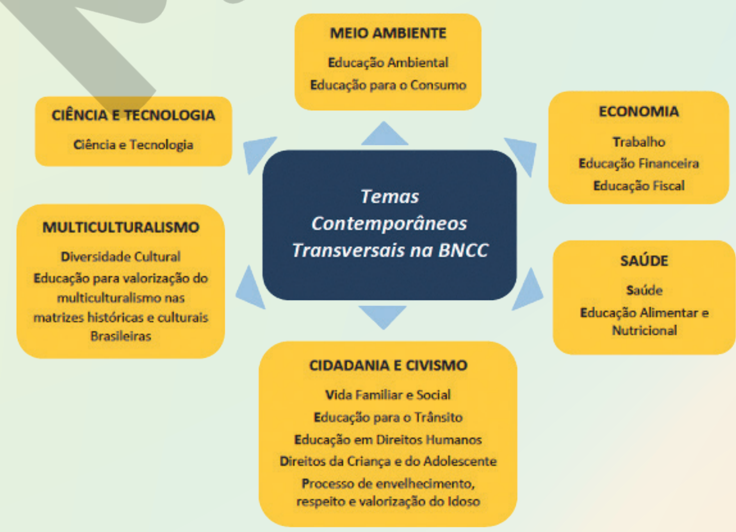
## Temas contemporâneos transversais e a formação cidadã

Os temas contemporâneos transversais propõem a inserção de temas nos conteúdos curriculares e nas práticas pedagógicas que auxiliam na contextualização de modo transversal e integrador, favorecendo aos estudantes conhecimentos que contribuem para sua formação cidadã.

Esses temas devem ser considerados por todos os componentes curriculares, devendo ser trabalhados de modo transversal e integrador, ampliando a compreensão dos estudantes com relação a temas sociais, proporcionando o desenvolvimento do pensamento crítico-reflexivo e contribuindo para sua formação cidadã, para a democracia e para a inserção no mundo do trabalho.

Os temas contemporâneos transversais da BNCC visam cumprir a legislação que assegura a Educação Básica. Entre os documentos que guiam o trabalho com esses temas, podemos destacar: as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (DCN), além de leis e decretos, como o Estatuto da Criança e do Adolescente (Lei n. 8.069/1990), a Lei de Educação Ambiental (Lei n. 9.795/1999, Parecer CNE/CP n. 14/2012 e Resolução CNE/CP n. 2/2012), o Código de Trânsito Brasileiro (Lei n. 9.503/1997), o Estatuto do Idoso (Lei n. 10.741/2003), as Diretrizes Nacionais para a Educação em Direitos Humanos (Decreto n. 7.037/2009, Parecer CNE/CP n. 8/2012 e Resolução CNE/CP n. 1/2012), as leis que instituem a obrigatoriedade do ensino de história e cultura afro-brasileira e indígena (Leis n. 10.639/2003 e 11.645/2008, Parecer CNE/CP n. 3/2004 e Resolução CNE/CP n. 1/2004), o Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE (Lei n. 11.947/2009) e as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de nove anos (Parecer CNE/CEB n. 11/2010 e Resolução CNE/CEB n. 7/2010).

A organização dos temas contemporâneos transversais na BNCC acontece por meio de seis macroáreas temáticas, que visam dar subsídios aos estudantes para um melhor entendimento da sociedade em que vivem. As macroáreas que a BNCC aborda se organizam da seguinte maneira.




MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO/GOVERNO FEDERAL

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas contemporâneos transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília: MEC, 2019. p. 13. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 18 maio 2022.

A seguir, apresentamos uma breve descrição acerca dos temas contemporâneos transversais.

| Temas contemporâneos transversais | |
|---|---|
| **Educação ambiental Macroárea: meio ambiente** | O desenvolvimento da compreensão do estudante quanto às práticas de consciência ambiental, da consciência dos problemas existentes e das soluções a serem tomadas é o objetivo do trabalho com esse tema. Ele também fomenta o compromisso do estudante com a proteção e a conservação do meio ambiente, reconhecendo-se como parte integrante da natureza. |
| **Educação para o consumo Macroárea: meio ambiente** | Esse tema propicia o desenvolvimento da capacidade dos estudantes compreenderem de forma crítica a sua condição de consumidor. Além disso, esse tema tem caráter múltiplo, permitindo-lhe que se relacione com outros temas, como Ciência e tecnologia, Educação ambiental e Saúde, uma vez que o padrão de consumo também está ligado a posicionamentos sociais, compromissos ambientais, ideologias etc. |
| **Educação financeira Macroárea: economia** | O trabalho com esse tema permite desenvolver a consciência dos estudantes para um consumo mais consciente, contribuindo, inclusive, para a administração dos próprios recursos financeiros. |
| **Educação fiscal Macroárea: economia** | Conhecer o sistema tributário do país, a moeda, a importância dos impostos e a aplicação de recursos aos serviços públicos é o objetivo desse tema, a fim de que o estudante também aprenda a reivindicar direitos sobre produtos e serviços públicos. |
| **Trabalho Macroárea: economia** | Esse tema tem o objetivo de levar os estudantes a compreender as relações de trabalho que envolvem todo o processo produtivo até a comercialização dos produtos, o valor do trabalho, a importância de todas as profissões, algumas ocupações no mercado de trabalho, o trabalho infantil, a distribuição desigual da riqueza, entre outros temas. |
| **Ciência e tecnologia Macroárea: ciência e tecnologia** | Esse tema possibilita que o estudante compreenda como o ser humano se relaciona com o ambiente ao seu redor, desenvolvendo um olhar crítico acerca dessa relação. Por meio desse tema, ainda é possível contemplar aspectos sociais e humanos da ciência e da tecnologia nos âmbitos político, cultural, econômico e ambiental. |
| **Direitos da criança e do adolescente Macroárea: cidadania e civismo** | Esse tema possibilita reflexões na escola sobre direitos e deveres da criança e do adolescente, levando à compreensão de que esse espaço escolar deve promover a interação, a troca de ideias e a cultura de paz, de modo que os estudantes também tomem consciência de seus direitos e deveres. |
| **Educação em direitos humanos Macroárea: cidadania e civismo** | A educação em direitos humanos visa à valorização e ao respeito à diversidade étnica e cultural, buscando a igualdade de direitos e valorizando as formas de viver, de expressar ideias e de manifestar crenças e tradições. |

| Temas contemporâneos transversais | |
|---|---|
| **Educação para o trânsito Macroárea: cidadania e civismo** | Esse tema propõe dinâmicas de situações reais e contextualizadas, permitindo aos estudantes que reflitam a respeito do tema e que interajam com o meio social em que vivem. |
| **Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso Macroárea: cidadania e civismo** | O trabalho com esse tema tem o objetivo de tratar da importância do respeito e da valorização do idoso, desconstruindo o pensamento negativo sobre o envelhecimento ao qual todos estão sujeitos, além de promover discussões que abordam os direitos previstos no Estatuto do Idoso. |
| **Vida familiar e social Macroárea: cidadania e civismo** | Esse tema visa desenvolver a tolerância e o respeito às diferentes formações familiares. Busca também levar os estudantes a compreender o papel das mulheres nas famílias ao longo do tempo com relação às transformações, às permanências e à desconstrução de preconceitos e compreender as complexidades dentro da família e em seu convívio social. |
| **Educação alimentar e nutricional Macroárea: saúde** | Favorecer comportamentos e hábitos saudáveis é o objetivo desse tema, que propõe hábitos alimentares favoráveis à qualidade de vida, abordando culturas e culinárias das diversas regiões do país. |
| **Saúde Macroárea: saúde** | Esse tema busca promover a vida saudável, valorizando-a também no ambiente escolar. O objetivo principal é entender a saúde de maneira positiva e trabalhar com abordagens que levem os estudantes a cuidar da própria saúde. |
| **Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras Macroárea: multiculturalismo** | Esse tema é voltado principalmente para a valorização cultural pluriétnica e para o desenvolvimento do combate ao racismo nas relações étnico-raciais. É importante buscar abordagens que colaborem com a construção da valorização cultural pluriétnica, contribuindo para uma sociedade justa, igualitária, democrática e inclusiva. |
| **Diversidade cultural Macroárea: multiculturalismo** | Esse tema tem como principal objetivo sensibilizar os estudantes com relação ao reconhecimento e ao respeito da diversidade étnica e cultural, com abordagens que combatam situações de discriminação. |

Nesta coleção, os temas contemporâneos transversais são abordados por meio de atividades contextualizadas envolvendo assuntos relacionados a eles, como Educação em direitos humanos, Ciência e tecnologia, Diversidade cultural, Educação ambiental e Educação financeira. Nessas atividades, além do desenvolvimento do assunto matemático, os estudantes são levados a realizar pesquisas, a expor e defender suas opiniões e a identificar *fake news*.

Nos comentários página a página do manual, orientamos o professor no trabalho com essas atividades a fim de aprimorar a abordagem dos temas, inclusive, em alguns casos, propondo outras tarefas, como conversar com um profissional ou membro da comunidade em que ele vive. Além disso, sempre que possível, explicamos como a abordagem dos temas contemporâneos transversais explora o desenvolvimento das competências gerais, em especial a **Competência geral 9**.

# Proposta teórico-metodológica do componente curricular de Matemática

## Objetivos da obra

Esta coleção de Matemática – destinada a estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental – tem por objetivo promover o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática por meio de uma linguagem de fácil compreensão, buscando ampliar, assim, o interesse dos estudantes por essa área do conhecimento.

A coleção contempla as cinco unidades temáticas propostas pela BNCC: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. Os conteúdos são retomados em vários momentos da coleção, ampliados e articulados entre si. Sempre que possível, os conteúdos são abordados por meio de situações contextualizadas e próximas à realidade do estudante. Procura-se também associar os conteúdos a outros componentes curriculares, como História, Geografia, Ciências, Língua Portuguesa e Arte.

No decorrer dos volumes, também são propostas situações que tratam de temas contemporâneos transversais, favorecendo o debate em sala de aula e a formação de opinião. Além disso, o conhecimento prévio dos estudantes é valorizado e tomado como ponto de partida para a construção de novos conhecimentos.

As atividades e os textos propostos no livro do estudante incentivam a curiosidade e o espírito de investigação, o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas recorrendo à modelagem matemática, ao raciocínio lógico-matemático (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), à dedução de algumas propriedades e à verificação de conjecturas.

## O ensino de Matemática do 6º ao 9º ano

> Na etapa da vida que corresponde ao Ensino Fundamental, o estatuto de cidadão vai se definindo gradativamente conforme o educando vai [...] assumindo a condição de um sujeito de direitos. As crianças, quase sempre, percebem o sentido das transformações corporais e culturais, afetivo-emocionais, sociais, pelas quais passam. Tais transformações requerem-lhes reformulação da autoimagem, a que se associa o desenvolvimento cognitivo. Junto a isso, buscam referências para a formação de valores próprios, novas estratégias para lidar com as diferentes exigências que lhes são impostas.
>
> BRASIL. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. Brasília: MEC: SEB: DICEI, 2013. p. 37.

Todos os dias, as pessoas estão envolvidas em situações nas quais é necessário contar, adicionar, subtrair, multiplicar, dividir, medir, comparar etc. Por isso, o conhecimento matemático constitui uma ferramenta de vasta aplicabilidade e deve ser explorado de forma ampla no Ensino Fundamental, desenvolvendo nos estudantes a estruturação do pensamento, a agilização do raciocínio dedutivo e a capacidade de resolver problemas, além de possibilitar o apoio à construção de conhecimentos em outras áreas do conhecimento.

Além disso, na atual sociedade, a interpretação crítica de informações e sua utilização de modo adequado tornam-se cada vez mais necessárias. Partindo desse princípio, o cidadão deve ser capaz de interpretar e transformar sua realidade, de desenvolver estratégias pessoais e de utilizar recursos tecnológicos para resolver situações-problema, bem como trabalhar de maneira coletiva e cooperativa, entre outras capacidades.

O conhecimento matemático aliado ao saber cotidiano tem a função de contribuir para a formação de cidadãos capazes de compreender e se comunicar na sociedade. Isso porque está relacionado a várias outras áreas, como Ciências da Natureza e Ciências Sociais, e porque está presente nas artes, como em composições musicais e em coreografias, e nos esportes.

Conhecer os objetivos gerais para o Ensino Fundamental de Matemática é essencial para que sejam obtidos bons resultados no processo de ensino e de aprendizagem. Apresentamos a seguir alguns objetivos do ensino de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental.

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios de compreensão e transformação da realidade.
- Perceber o caráter intelectual característico da Matemática como meio que incentiva a curiosidade, o interesse, o espírito investigativo e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.
- Realizar observações empíricas do mundo real com o objetivo de estabelecer relação com conteúdos matemáticos estudados e, com base neles, fazer induções e conjecturas.
- Selecionar, organizar e produzir informações significativas com o objetivo de interpretá-las e avaliá-las criticamente.
- Formular e resolver situações-problema a fim de desenvolver formas de raciocínio e processos utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, além de instrumentos tecnológicos disponíveis.
- Comunicar-se em linguagem matemática usando linguagem simbólica.
- Estabelecer relações entre o conhecimento matemático e o conhecimento de outras áreas do conhecimento.
- Ter segurança na própria capacidade de construção do conhecimento matemático.
- Deduzir algumas propriedades matemáticas e verificar conjecturas.

## A resolução de problemas

As situações-problema estão presentes em todos os volumes desta coleção e apresentam diferentes objetivos, tais como:

- abordar conteúdos e conceitos;
- apresentar diferentes estratégias de resolução;
- promover a troca de ideias entre os estudantes por meio de questões abertas;
- resgatar o conhecimento prévio dos estudantes sobre determinado conteúdo;
- aplicar técnicas e conceitos trabalhados anteriormente.

Nas orientações educacionais para o ensino de Matemática, a resolução de problemas tem conquistado um papel de destaque em razão dos benefícios que pode oferecer ao processo de ensino e de aprendizagem desse componente curricular.

Nela, defende-se a proposta de que conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados por meio de situações-problema que levem os estudantes a desenvolver suas estratégias de resolução. Em resumo, uma situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática.

> [...]
>
> Um dos maiores motivos para o estudo da Matemática na escola é desenvolver a habilidade de resolver problemas. Essa habilidade é importante não apenas para a aprendizagem matemática da criança, mas também para o desenvolvimento de suas potencialidades em termos de inteligência e cognição. Por isso, acreditamos que a resolução de problemas deva estar presente no ensino de matemática, em todas séries escolares, não só pela sua importância como forma de desenvolver várias habilidades, mas especialmente por possibilitar ao aluno a alegria de vencer obstáculos criados por sua própria curiosidade, vivenciando, assim, o que significa fazer matemática.
>
> Para uma criança, assim como para um adulto, um problema é toda situação que ela enfrenta e não encontra solução imediata que lhe permita ligar os dados de partida ao objetivo a atingir. A noção de problema comporta a ideia de novidade, de algo nunca feito, de algo ainda não compreendido.
>
> Dessa forma, a primeira característica da abordagem de resolução de problemas que propomos é considerar como problema toda situação que permita algum questionamento ou investigação.
>
> SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia (org.). *Resolução de problemas*. Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 13. (Coleção Matemática de 0 a 6).

Ao se engajar nesse processo, os estudantes poderão:

> [...] identificar e selecionar informações relevantes, buscar padrões, relações e generalizações; formular planos e procedimentos, integrar e empregar conceitos e habilidades aprendidos previamente; e estender seu conhecimento a novas situações. [...]
>
> HOUSE, Peggy A. Aventurando-se pelos caminhos da resolução de problemas. *In*: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997. p. 234.

Isso pode contribuir para que eles deixem de ser apenas espectadores e se tornem agentes no processo de aprendizagem da Matemática.

Alguns pesquisadores afirmam que a principal razão e a real justificativa para ensinar Matemática são sua utilidade e a capacitação que ela desenvolve no estudante para resolver problemas, os quais devem exigir do estudante uma interpretação do enunciado, uma reflexão sobre os dados envolvidos e uma definição de sua estratégia de resolução. Nessa concepção, o educando terá a oportunidade de desenvolver o espírito crítico, o raciocínio lógico e o modo de pensar matemático, bem como perceber que a Matemática pode ajudar na resolução de problemas comuns do dia a dia.

Com a resolução de problemas, tem-se a oportunidade de tornar os estudantes em cidadãos com capacidade de desenvolver as próprias estratégias de resolução nas mais diversas situações.

> [...] Na perspectiva de uma sociedade muito flexível nas demandas trabalhistas e culturais de seus cidadãos e, ao mesmo tempo, muito competitiva, não basta proporcionar conhecimentos "empacotados", fechados em si mesmos. Ao contrário, é preciso tornar os alunos pessoas capazes de enfrentar situações e contextos variáveis, que exijam deles a aprendizagem de novos conhecimentos e habilidades. [...]
>
> POZO, Juan Ignacio (org.). *A solução de problemas*: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Afonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 9.

Para que o trabalho com a resolução de problemas possa ser viabilizado, é necessário que o professor promova situações em sala de aula que possibilitem aos estudantes vivenciar experiências nas quais ela esteja presente. Nesta coleção, as situações-problema são apresentadas com o propósito de desenvolver no estudante habilidades que lhe permitam enfrentar situações em contextos variáveis, no âmbito escolar ou não. Nessa proposta, as atividades visam motivar os estudantes a resgatar conhecimentos prévios, desenvolver estratégias próprias de resolução e verbalizar seu raciocínio por meio da oralidade e de registros escritos.

## A prática docente

Atualmente, a interação dos estudantes com a tecnologia incorporou mudanças de comportamento em sala de aula, e essa "geração digital" passou a exigir do professor a mesma alteração. Eles esperam, por exemplo, que o professor utilize essa tecnologia em suas aulas. Com isso, seu papel, mesmo sendo essencial, passa a ser redimensionado significativamente.

Assim como a sociedade, a comunidade escolar e mais especificamente o estudante têm passado por mudanças, por uma transição de metodologias de ensino. O estudante passa a ter participação ativa no processo de ensino e de aprendizagem, ou seja, torna-se protagonista da construção de seu conhecimento. Nesse sentido, o professor torna-se um mediador e um avaliador de processos, ou seja, aquele que ajuda a fornecer as informações necessárias para que o estudante tenha condições de construir seu conhecimento, reestruturando o processo quando necessário. Para Santaló:

> a missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar- lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade.
>
> [...]
>
> SANTALÓ, Luis Antônio. Matemática para não matemáticos. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 11.

Sendo assim, o professor deve assumir os papéis descritos a seguir.

- **Provedor:** aquele que torna os conceitos e os conteúdos matemáticos passíveis de serem aprendidos pelos estudantes, fornecendo informações necessárias que eles ainda não têm condições de obter sozinhos. Para isso, o professor deverá ter um sólido conhecimento dos conteúdos que serão trabalhados.

- **Orientador:** aquele que conduz e organiza o trabalho em sala de aula, buscando desenvolver a autonomia dos estudantes.
- **Incentivador:** aquele que motiva continuamente os estudantes, incentivando-os a refletir, investigar, levantar questões e trocar ideias com os colegas.

Diante disso, é importante que o professor conheça as condições socioculturais, as expectativas e as competências cognitivas dos estudantes. Assim, terá condições de selecionar situações-problema relacionadas ao cotidiano de sua turma. É relevante também o trabalho de determinado conteúdo em diversos contextos, a fim de que eles desenvolvam a capacidade de generalização.

Além disso, o professor precisa ter conhecimento das mudanças que ocorrem dentro e fora da escola. Nesse aspecto, a formação do professor é fundamental, não se resumindo apenas à graduação ou à especialização, mas à formação continuada, a fim de acompanhar o desenvolvimento de estudos e os progressos que ocorrem no âmbito educacional. Não basta, por exemplo, que um professor de Matemática saiba o conteúdo da área; é necessário que ele conheça psicologia, pedagogia, linguagem, sexualidade, infância, adolescência, sonho, afeto, vida etc.

Para se informar a respeito das mudanças que ocorrem fora da escola, o professor precisa estar atento às constantes transformações e evoluções sociais, para, dessa maneira, verificar se seu trabalho contribui para a construção do conhecimento do estudante enquanto cidadão. De acordo com Brousseau:

> o professor é uma espécie de ator. Atua segundo um texto escrito em outro contexto e segundo determinada tradição. Podemos imaginá-lo como um ator da *Commedia dell'arte*: improvisa na hora, em função de um argumento ou uma trama.
>
> [...]

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 71.

### Planejamento

Como parte da prática docente, o planejamento tem o intuito de auxiliar o professor a se organizar quanto ao conteúdo curricular que precisa trabalhar e às situações cotidianas de uma sala de aula numerosa. Trata-se de uma estratégia de organização para elencar os objetivos que pretende alcançar; as habilidades e competências que se pretende desenvolver; os conteúdos que necessita preparar; a maneira como o ensino pode ser conduzido; além da verificação dos materiais que utilizará visando ao êxito nas aulas.

Embora tenha a intenção de programar o andamento diário ou semanal dos conteúdos e das práticas, o planejamento deve ser pensado e produzido de maneira flexível, permitindo alterações no decorrer do percurso, pois eventualidades podem ocorrer e a necessidade de uma nova condução do ensino deve ser proposta visando à aprendizagem dos estudantes.

O planejamento pode ser considerado um roteiro norteador, construído de acordo com experiências de falhas e acertos do docente no dia a dia. Ele se torna um instrumento de grande utilidade, principalmente quando o professor já conhece seus estudantes e os ritmos do processo de aprendizado que eles apresentam.

## Avaliação

Um aspecto importante do processo de ensino e de aprendizagem é a avaliação. Nesse sentido, partimos do pressuposto de que avaliar consiste em algo essencial a todas as atividades humanas e, consequentemente, a toda proposta educacional.

A avaliação não pode ser pensada como algo isolado, estanque, mas como parte do processo de ensino e de aprendizagem, vinculada a um projeto pedagógico coerente com relação às suas finalidades.

Pensar na ação avaliativa consiste em refletir sobre todos os elementos que compõem o processo de ensino de aprendizagem, ou seja, enxergá-la como parte de um todo.

Vista por essa ótica, como parte de um projeto pedagógico, a avaliação passa a ser uma forma de verificação da eficácia do método didático-pedagógico do professor. Com base nos resultados das avaliações, o professor tem como refletir se os elementos de sua prática estão adequados aos objetivos que pretende atingir e se favorecem a aprendizagem dos estudantes, de modo que possa reorientar sua prática pedagógica quando necessário.

Outro papel importante do processo avaliativo diz respeito aos estudantes. É preciso dar a eles a oportunidade de verificar suas dificuldades e necessidades na construção do conhecimento. E, por meio da avaliação, eles poderão tomar consciência dos conteúdos que já aprenderam e também identificar se é necessária uma dedicação maior com relação a alguns assuntos.

A fim de que a avaliação possa contribuir para uma aprendizagem bem-sucedida por parte dos estudantes, é necessário que ela:

> [...] deixe de ser utilizada como recurso de autoridade, que decide sobre os destinos do educando, e assuma o papel de auxiliar o crescimento.
>
> [...]

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar*: estudos e proposições. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2006. p. 166.

Diante das considerações apresentadas anteriormente, o processo de avaliação deve ser contínuo e praticado diariamente no ambiente escolar. Uma avaliação contínua é uma maneira de o professor estar ciente das conquistas da turma e, desse modo, manter-se atento às falhas que podem ocorrer no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

> Avaliação é “movimento”, é ação e reflexão. Na medida em que as crianças realizam suas tarefas, efetivam muitas conquistas: refletem sobre suas hipóteses, discutem-nas com pais e colegas, justificam suas alternativas diferenciadas. Esses momentos ultrapassam o momento próprio da tarefa. E, portanto, não se esgotam nelas. As tarefas seguintes incluem e complementam dinamicamente as anteriores. A média de escores, na escola, e a concepção constativa do teste, se contradiz a esse dinamismo. Obstaculiza, provoca a estagnação, as arbitrariedades.
>
> [...]

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. *Avaliação*: mito e desafio: uma perspectiva construtivista. Porto Alegre: Mediação, 2005. p. 52.

Para proporcionar um trabalho contínuo de avaliação dos estudantes, o professor pode utilizar diversos recursos, a fim de auxiliá-lo nesse processo. Apresentamos a seguir alguns deles.

- Registros orais, que permite ao professor compreender como os estudantes estão desenvolvendo o pensamento e que estratégia estão elaborando na resolução de uma situação matemática, a fim de acompanhar a evolução das ideias manifestadas por eles.
- Registros escritos, que se referem às anotações que os estudantes fazem ao realizar atividades.
- Registros pictóricos, por meio de desenhos, que permitem aos estudantes representar seu conhecimento durante a atividade.

Mediante a utilização de instrumentos que envolvam a produção escrita dos estudantes, o professor terá:

> [...] valiosas informações sobre o modo como compreenderam e registraram suas ideias a respeito de uma situação apresentada. Tais informações fornecem rico material para o professor incorporar ao seu repertório no planejamento das aulas e para orientar suas escolhas didáticas, servindo como referência para conversar sobre matemática com o aluno.
>
> [...]

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; SOARES, Maria Tereza C. Um estudo sobre a construção de um manual para correção das provas com questões abertas de matemática – AVA2002. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. *Anais*... Recife: UFPE, 2004. p. 2.

Por meio de recursos que possibilitem a comunicação oral, professor e estudantes poderão trabalhar na negociação de significados sobre conceitos, ideias matemáticas relacionadas a eles e estratégias e procedimentos de resolução de problemas, visando auxiliar a turma no processo de aprendizagem da Matemática.

Organizar os trabalhos feitos pelos estudantes em pastas ou arquivos individuais é outra estratégia. Por meio desses arquivos, é possível verificar e identificar os registros e os acertos indicados por eles, além de problemas de aprendizagem, permitindo um acompanhamento da evolução de cada um.

Outra questão importante na avaliação é mantê-los sempre informados de suas competências. Atitudes como a valorização do esforço e comentários sobre a maneira como constroem e se apropriam dos conhecimentos incentivam e conscientizam os estudantes da própria aprendizagem.

Desse modo, a avaliação pode assumir diferentes formas para cumprir com diferentes objetivos.

- **Avaliação diagnóstica**: normalmente realizada antes de iniciar o trabalho com determinado conteúdo curricular. Tem o objetivo de sondar o que os estudantes sabem sobre determinado conteúdo e permite ao professor se basear nesses conhecimentos para planejar suas aulas.
- **Avaliação formativa** (ou de processo): comumente realizada no decorrer do desenvolvimento do conteúdo em estudo. Tem o objetivo de verificar se os estudantes estão acompanhando e compreendendo o conteúdo em estudo. Assim, é possível retomar o processo de ensino e de aprendizagem em tempo real, dar *feedbacks* à turma e rever estratégias de ensino.
- **Avaliação somativa** (ou de resultado): geralmente proposta ao final do trabalho com os conteúdos curriculares. Tem cunho classificatório, por meio de notas, por exemplo, com a intenção de verificar qual foi o aproveitamento obtido pelos estudantes. Com esse tipo de avaliação, é possível ter um panorama sobre as aprendizagens da turma e rever estratégias para suprir possíveis dificuldades dos estudantes.

No processo de avaliação dos estudantes, o livro didático precisa cumprir o papel importante de contribuir com questões de relevante significado. Por isso, esta coleção propõe ao professor oportunidades progressivas de verificar o rendimento da turma e analisar a prática pedagógica utilizada durante o desenvolvimento das unidades. Em cada volume, há a preocupação em oferecer subsídios suficientes para a avaliação acontecer de maneira contínua e coerente na sala de aula, como é o caso, por exemplo, das sugestões de atividades apresentadas nas seções **O que eu já sei?** (atividades que podem ser utilizadas como avaliação diagnóstica), **O que eu estudei?** (atividades que podem ser utilizadas como avaliação formativa) e **O que eu aprendi?** (atividades que podem ser utilizadas como avaliação somativa), além de outras propostas indicadas no boxe **Sugestão de avaliação**, presentes nas **orientações ao professor** deste manual ao redor das reproduções das páginas do livro do estudante.

Esta coleção tem o intuito de auxiliar o professor a preparar os estudantes para desafios futuros. Por esse motivo, apresenta atividades que possibilitam o preparo deles para exames de provas oficiais, como as aplicadas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que visam mensurar a qualidade da aprendizagem. Por meio da linguagem ou da estrutura das atividades, os estudantes entrarão em contanto com exercícios avaliativos que se assemelham aos propostos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), não perdendo a intencionalidade de também servir como parâmetro diagnóstico ou formativo de uma avaliação.

## Fichas de avaliação e autoavaliação

Para facilitar o trabalho do professor, ele pode fazer uso de fichas para avaliar o desempenho de cada estudante e, assim, elaborar um relatório individual de acompanhamento da aprendizagem.

A seguir, apresentamos o modelo de uma ficha utilizada para auxiliar no acompanhamento do desenvolvimento individual dos estudantes, com o objetivo de avaliar seus conhecimentos, habilidades, suas atitudes e seus valores.

| Modelo de ficha de acompanhamento individual | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Nome do estudante:** | | **Componente curricular:** | | |
| **Turma:** | | **Período letivo de registro:** | | |
| **Acompanhamento de aprendizagem por objetivos e/ou habilidades** | **Não consegue executar** | **Executa com dificuldade** | **Executa com facilidade** | **Observações** |
| **Exemplo por objetivo:** Identificar a relação entre raio e diâmetro de uma circunferência. | | | | |
| **Exemplo por habilidade:** **(EF07MA33)** Estabelecer o número $\pi$ como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica. | | | | |
| **Acompanhamento socioemocional** | **Desenvolvimento do estudante** | | | |
| | **Sim** | **Às vezes** | **Não** | **Observações** |
| Escuta com atenção a explicação dos conteúdos? | | | | |
| Questiona quando não compreende o conteúdo? | | | | |
| Faz uso correto da oralidade e/ou escrita para se expressar? | | | | |
| Desenvolve as atividades com autonomia? | | | | |
| Participa de maneira responsável das atividades propostas dentro e fora da sala de aula? | | | | |
| Coopera com os colegas quando seu auxílio é solicitado? | | | | |
| Demonstra ter empatia pelas pessoas de seu convívio? | | | | |
| Demonstra zelo pelos seus materiais e pelos espaços da escola? | | | | |
| **Informações sobre o progresso nesse período letivo** | | | | |

O exercício de ensino e de aprendizagem não deve ser uma responsabilidade apenas do professor. Ele também deve ser compartilhado com os estudantes, para que eles identifiquem seus avanços e seus limites. Com isso, o professor terá melhores condições de avaliar sua metodologia de ensino. Uma das sugestões para esse processo é o uso de fichas de autoavaliação, por meio das quais eles são incentivados a refletir sobre o próprio desenvolvimento em sala de aula e no processo de aprendizagem.

A seguir, apresentamos um modelo de ficha de autoavaliação.

| Ficha de autoavaliação | | | |
|---|---|---|---|
| **Nome:** | **Sim** | **Às vezes** | **Não** |
| Tenho interesse em participar das atividades realizadas em sala de aula? | | | |
| Compreendo os assuntos abordados pelo professor? | | | |
| Falo com o professor sobre minhas dúvidas? | | | |
| Expresso minhas opiniões durante os trabalhos em sala de aula? | | | |
| Mantenho um bom relacionamento com meus colegas de turma? | | | |
| Organizo meu material escolar? | | | |

## Relações entre os componentes curriculares

Considerando as tendências atuais no âmbito da educação e em consonância com os princípios da BNCC, a interdisciplinaridade passou a ser frequentemente sugerida no trabalho escolar. De modo geral, ela tem sido entendida como uma maneira de articular duas ou mais áreas do conhecimento por meio da exploração de determinado assunto, visando à análise, à discussão e à compreensão de tal tema sob os diferentes pontos de vista apresentados em cada uma dessas áreas. Esse modo de trabalho pode auxiliar os estudantes na construção de conhecimentos em uma perspectiva múltipla, com a participação dos professores de outros componentes curriculares e de outras pessoas da comunidade escolar e da comunidade local.

Nesse sentido, o ensino da Matemática deve:

> [...] engajar-se na crescente preocupação com a formação integral do aluno como cidadão da sociedade contemporânea onde cada vez mais é obrigado a tomar decisões políticas complexas. Introduz-se, assim, definitivamente, na agenda da Matemática escolar, o ensino voltado para a formação de cidadãos críticos e responsáveis.
>
> [...]

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p. 15. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

Quando os componentes curriculares são usados para a compreensão dos detalhes de uma situação, os estudantes percebem sua natureza e utilidade. Além disso, o estabelecimento de uma relação entre o conhecimento prévio e o recém-adquirido, inclusive envolvendo outras áreas do conhecimento, permite a criação de conflitos cognitivos, demonstrando a necessidade de reorganização de conceitos e dando significado à aprendizagem. Nesse sentido, a Matemática permite um trabalho integrado, por exemplo, com Geografia, História, Ciências, Língua Portuguesa, Educação Física e Arte.

Para que o trabalho interdisciplinar seja bem estruturado e atinja os objetivos propostos em cada planejamento, é necessário atentar à realidade particular do grupo de estudantes envolvidos. Santomé fornece apontamentos importantes sobre o diagnóstico que antecede tal proposta.

> [...]
>
> A análise do contexto sociocultural oferece as chaves para o diagnóstico do nível cultural dos estudantes, do seu nível real de desenvolvimento, assim como das suas expectativas diante da instituição escolar, dos seus preconceitos, etc. Conhecer as respostas a essas interrogações é requisito essencial para que a proposta planejada possa se ligar diretamente a esses meninos e meninas reais, à sua autêntica vida cotidiana. Outro requisito prévio importante é conhecer e localizar os recursos que existem na comunidade, no meio natural e social, que possam sugerir a realização de tarefas concretas, bem como facilitar e enriquecer outras que podem ser desenvolvidas através da unidade didática.
>
> [...]

SANTOMÉ, Jurjo Torres. *Globalização e interdisciplinaridade*: o currículo integrado. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 225-226.

Para que a aula seja realmente interdisciplinar, é preciso considerar os seguintes pontos.

- Realizar um bom planejamento, atendando às possíveis relações entre o conteúdo do respectivo componente curricular e o dos outros.
- Pesquisar e compreender o conteúdo trabalhado por outros componentes curriculares.
- Conversar com os professores de outros componentes curriculares e, quando possível, envolvê-los em um planejamento conjunto.
- Considerar a heterogeneidade dos estudantes da turma.
- Propor atividades de maneira contextualizada e que auxiliem os estudantes nessa visão interdisciplinar.

Outra forma de viabilizar o trabalho interdisciplinar na escola é por meio do desenvolvimento de projetos. Contudo, para que um projeto interdisciplinar seja bem-sucedido, é preciso garantir mais do que uma simples integração entre componentes curriculares. É necessário que haja também uma integração entre seus participantes, tanto professores quanto estudantes. Para Nogueira, essa integração:

> [..] pretende atingir como complementaridade das diferentes disciplinas, já que demonstra aos alunos possíveis inter-relações nelas existentes.
>
> [...]

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. *Interdisciplinaridade aplicada*. São Paulo: Érica, 1998. p. 33.

Segundo o autor, outro fator importante para a execução de projetos interdisciplinares é a possibilidade de acesso à pesquisa. Com isso, espera-se que o estudante, ao perceber as relações existentes entre os componentes curriculares:

> [...] motive-se a buscar novos conhecimentos sobre um tema, problema ou questão, pois agora o projeto apresenta perspectivas múltiplas, em que todas as disciplinas contribuem de uma certa forma, e, por consequência, ele poderá receber orientações e desafios para a pesquisa de vários professores em prol de um tema único.
>
> [...]

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. *Interdisciplinaridade aplicada*. São Paulo: Érica, 1998. p. 33.

Nesta coleção, o caráter interdisciplinar da Matemática é explorado por meio de atividades, apresentação de informações e contextos diversificados. Nas atividades, a Matemática atua como instrumento de apoio para a resolução de problemas, em geral, vinculados a situações envolvendo medições, cálculos e interpretação de informações relacionadas a várias atividades desenvolvidas por profissionais, bem como à análise e à interpretação de dados populacionais. Algumas dessas articulações estão dispostas nas **orientações ao professor**, com o intuito de contribuir com sugestões que reforçam essa integração dos conhecimentos. No livro do estudante, também é proposta a seção **Projeto em ação**, na qual a realização e a divulgação das atividades possibilitam estabelecer relações interdisciplinares.

## O aprendizado em sala de aula

O ambiente escolar abrange uma diversidade de estudantes, os quais potencialmente buscam meios de lidar com situações na vida pessoal e na vida escolar. Eles têm se tornado cada vez mais protagonistas da própria aprendizagem, de sua prática social e da formação do seu futuro. Esse processo recebe grande influência dos espaços a que esses estudantes pertencem, onde vivem experiências, tiram dúvidas e, em seguida, obtêm o êxito daquilo que se espera por meio do conhecimento adquirido, e é na sala de aula que podemos utilizar diferentes estratégias para auxiliar no desenvolvimento do aprendizado.

### O trabalho em grupo

Nas aulas de Matemática, os estudantes precisam expressar suas ideias mediante o uso da escrita ou do diálogo com o professor e os colegas. Ao interagir com os colegas durante a realização de algumas atividades, eles têm a oportunidade de desenvolver a capacidade de organizar o raciocínio e comunicá-lo, bem como de argumentar em favor dele e de ouvir seus colegas. Assim, eles são levados a ter atitudes de respeito mútuo, empatia, cooperação, senso crítico, entre outras.

Diversas pesquisas demonstraram que o aumento da oportunidade de discussão e de argumentação aprimora a capacidade de compreensão dos temas ensinados e os processos de raciocínio envolvidos. Desse modo, torna-se necessário que a interação entre os estudantes não seja deixada em segundo plano. Devem ser criados momentos para a comunicação, a reflexão, a argumentação e a troca de ideias entre eles.

O enfrentamento de diferentes ideias e opiniões faz com que os estudantes coordenem as próprias ideias, formando novas relações entre os assuntos. Além disso, os diálogos entre eles os incentivam a reconhecer a necessidade de obter novas informações, reorganizar e reconceituar as ideias já existentes.

Essa interação com os colegas, visando potencializar o desenvolvimento de tais atitudes – essenciais para a formação dos estudantes enquanto indivíduos –, pode ser propiciada pelo trabalho em grupo. O trabalho em pequenas equipes, por exemplo, favorece a interação entre seus integrantes. Com isso, eles têm mais possibilidades de expor ideias, argumentar sobre seus pontos de vista e discutir diferentes estratégias e soluções. Devido a esses fatores, o trabalho em pequenos grupos tem sido mais frequentemente sugerido nas aulas de Matemática, sendo uma prática pedagógica eficiente para trabalhar com turmas que tenham grande quantidade de estudantes e que também apresente ritmos diferentes de aprendizagem.

No entanto, é importante que o professor esteja atento para a forma de organização dos estudantes sugerida em determinada atividade, de modo a permitir que eles atinjam satisfatoriamente os respectivos objetivos estabelecidos.

Iniciar o trabalho em grupo desde a Educação Básica torna-se cada vez mais importante, visto que essa é uma competência valorizada em nossa sociedade, na qual:

> [...] além de ter uma sólida formação, o indivíduo é desafiado a interagir em dinâmicas de grupos com pessoas detentoras de outras competências. [...]

PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 34.

Para que o trabalho em grupo apresente resultados satisfatórios, o professor deve planejar muito bem cada atividade, estar o tempo todo atento ao que acontece e auxiliar os grupos quando necessário. A seguir, são listadas algumas orientações que podem fazer parte do planejamento de uma atividade em grupo.

- Os grupos devem ser heterogêneos e, a cada novo trabalho, os integrantes do grupo devem ser variados.
- Os intervalos entre as realizações dos trabalhos em grupo devem ser avaliados para que as metas a serem atingidas no ano letivo não fiquem comprometidas.

- Devem ser propostas situações adequadas à faixa etária e ao nível de conhecimento dos estudantes.
- O professor deve verificar constantemente as dificuldades dos estudantes e fornecer as informações necessárias à realização da atividade proposta.

No livro do estudante, os trabalhos em dupla e em grupo são sugeridos na abordagem de alguns conteúdos e no desenvolvimento de determinadas atividades, sendo identificados por meio de um destaque em negrito no termo que indica a necessidade de se juntar aos colegas (por exemplo, "**Junte-se** a um colega e resolvam os problemas."). Em algumas dessas atividades, é solicitado a eles que: comparem sua resolução com a de outros colegas, expliquem a alguém seu processo de resolução ou se juntem a um ou mais estudantes para a realização de certa tarefa.

## Recursos tecnológicos

Vivemos em um cenário repleto de tecnologias. Os eletrodomésticos de nossa residência ficaram mais modernos e agregaram novas funções; a informatização do comércio permite maior agilidade nas transações comerciais; a consulta e a movimentação bancária também foram facilitadas com o uso da internet e de *smartphones*, especialmente com a elevação do nível de confiança dos usuários com relação a esse meio de comunicação. Diante dessa realidade, a escola deve exercer um papel fundamental na formação de cidadãos aptos a utilizar tais tecnologias.

Na escola, os recursos tecnológicos, como calculadoras e computadores, podem, quando devidamente empregados, desempenhar uma função importante no processo de ensino e de aprendizagem. No entanto, é necessário compreender que, para seu uso em práticas pedagógicas, tanto em sala de aula quanto fora dela, é importante o resultado desse uso, que deve convergir para uma produção colaborativa, na qual estudantes e professores sejam os agentes.

As calculadoras eletrônicas evoluíram de maneira significativa e, como consequência, houve a redução de custo para sua aquisição, o aumento de sua capacidade operacional e também sua incorporação a outros equipamentos, como relógios, computadores, *tablets* e *smartphones*.

Diante disso, não podemos ignorar a presença desse instrumento no cotidiano dos nossos estudantes, visto que é uma tecnologia simples, de fácil manuseio e que pode ser explorada pelo professor em sala de aula.

Ao integrar a calculadora em um processo de descoberta e investigação matemática, cuja situação-problema é o ponto de partida, criam-se condições para o surgimento de novos ambientes que resultarão em novas capacidades e atitudes dos estudantes com uma participação mais ativa e criativa na construção do conhecimento.

Uma maneira de usar a calculadora em sala de aula é explorar os conteúdos utilizando a capacidade operatória da calculadora, propondo atividades que exijam dos estudantes a elaboração de estratégias e a resolução de problemas mais complexos, bem como a tomada de decisões. Além disso, ela pode ser utilizada, em alguns casos, para substituir o cálculo manuscrito, que se apresenta muitas vezes em situações de urgência, ou com números que têm muitos algarismos, portanto, passíveis de erro. A BNCC também propõe que os estudantes utilizem calculadoras e planilhas eletrônicas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e, assim, sejam incentivados, nos anos finais, a interpretar e a elaborar algoritmos, desenvolvendo o pensamento computacional.

O uso da calculadora em sala de aula, portanto, não significa o fim do cálculo, e sim a possibilidade de discussões relacionadas aos processos, às regras, às estratégias e às fórmulas, em vez dos simples e, algumas vezes, trabalhosos cálculos com algoritmos.

É importante lembrar que a habilidade de cálculo e a memorização de fórmulas têm seu valor e não devem ser extinguidas das aulas. O que precisa ser enfatizado é que a Matemática pode ser estudada e ensinada com o auxílio de vários instrumentos, entre eles a calculadora e o computador. Assim, devemos nos preocupar em explorar conceitos, fórmulas e regras de maneira que possibilite aos estudantes compreender o que estão fazendo e usar seus conhecimentos em problemas que se aproximem da realidade.

A utilização de algum recurso tecnológico, como a calculadora, não torna mais fácil algum conteúdo, nem se almeja que os estudantes fiquem dependentes da máquina. O objetivo é dar oportunidade a eles de explorar seus recursos de maneira crítica e consciente, fazendo com que discutam os resultados obtidos, assim como as estratégias utilizadas.

Nesse sentido, ao planejar o uso da calculadora em sala de aula com o objetivo de haver uma contribuição para o aprendizado, deve-se ter noção de suas possibilidades e limitações e conhecer a familiaridade dos estudantes com a máquina. Além disso, é preciso que fiquem evidentes os motivos pelos quais a calculadora está sendo utilizada, além dos objetivos correspondentes.

Quando o professor se dispõe a usar uma calculadora científica, deve estar preparado para tirar dúvidas dos estudantes quanto a seu manuseio. Se não souber utilizá-la em determinada situação, deve admitir suas limitações e propor-se pesquisar tais funções para se atualizar.

Em vários momentos desta coleção, são apresentados exemplos e atividades que demandam a utilização de calculadora e computador. Na seção **Instrumentos e *softwares***, há orientações para o uso das calculadoras comum e científica, *softwares* de geometria dinâmica e planilha eletrônica, além de instrumentos como régua, esquadro e compasso. Além dessa seção, indicamos, com um ícone, atividades que, para serem resolvidas, os estudantes precisarão utilizar alguns dos recursos mencionados na seção **Instrumentos e *softwares***, aplicando conhecimentos adquiridos.

O computador, como apoio ao ensino e à aprendizagem, só faz sentido se for usado como gerador de conhecimento e ferramenta de comunicação, que amplia o currículo, impulsiona o desenvolvimento de competências e habilidades e promove a interação e a colaboração entre professores e estudantes.

A diversidade de seus recursos atende a diferentes metodologias e amplia os espaços educacionais, antes restritos ao ambiente presencial e aos meios impressos. Além disso, o computador pode tornar a aprendizagem mais interessante, criativa e efetiva, com situações didáticas que integram os recursos tecnológicos a outros recursos, como livros, jornais e revistas. Entre eles, destaca-se a internet como um dos mais utilizados na escola para pesquisa, publicação e comunicação.

Outra atividade que pode contribuir para o ensino da Matemática é o trabalho com *softwares*, que tem aumentado e alcançado diversas áreas. Por exemplo, existem *softwares* específicos para as mais diversas atividades, como planilhas eletrônicas, editores de texto, de imagem e de animação, bancos de dados, simuladores, entre outros.

O uso de alguns desses *softwares* pode trazer grandes contribuições para o ensino da Matemática. As planilhas eletrônicas, por exemplo, podem ser empregadas na verificação de resultados e regularidades, na organização de dados numéricos, na plotagem de gráficos etc., colaborando para o desenvolvimento do pensamento computacional. Existe também uma grande variedade de *softwares* matemáticos que podem ser utilizados nas aulas, como o Maple e o GeoGebra.

Por fim, cabe destacar que a inserção do computador nas escolas não veio substituir o professor no processo de ensino e de aprendizagem. Pelo contrário, ela possibilitou dinamizar a função do professor na elaboração, na condução e na avaliação do processo educacional.

## Competência leitora

O ato de ler está relacionado à organização dos significados dos textos, à interpretação, à análise, à comparação e ao sentido que os textos trazem. A leitura está presente em diversos momentos de nossas vidas. As crianças buscam sentidos em placas e outras imagens, por exemplo, mesmo antes de serem alfabetizadas. Desse modo, fazer atividades que colaborem para o desenvolvimento da competência leitora dos estudantes também é responsabilidade de todos os componentes curriculares, e não somente de Língua Portuguesa, visto que um mesmo texto pode ser trabalhado de diversas maneiras, de acordo com os objetivos que se pretende alcançar.

A escola é um ambiente em que a prática leitora é aprimorada e o professor pode e deve ser o mediador desse processo, promovendo a interação dos estudantes com ferramentas necessárias para o desenvolvimento da competência leitora, auxiliando-os nessa prática e em entendê-la como algo essencial para a formação como cidadão, entre outras ações.

O professor pode aplicar em sala de aula, por exemplo, estratégias de leitura que viabilizem o trabalho com a competência leitora dos estudantes. A seguir, sugerimos algumas estratégias, baseadas na teoria de Isabel Solé (1998).

**Antes da leitura do texto**

Antes da leitura, é possível propor aos estudantes alguns questionamentos, de modo que:

- apresentem os conhecimentos prévios a respeito do tema e do gênero textual a ser lido;
- levantem hipóteses sobre quem é o autor, o suporte utilizado e quais são os objetivos do texto;
- antecipem o assunto ou a ideia principal do texto com base em títulos, subtítulos, ilustrações etc.;
- falem sobre suas expectativas com relação à estrutura do gênero.

**Durante a leitura do texto**

Durante a leitura, é possível propor aos estudantes certos questionamentos, de modo que:

- encontrem o tema ou a ideia principal do texto;
- façam inferências;
- pesquisem no dicionário palavras que não conheçam ou cujo sentido não saibam;
- construam o sentido global do texto;
- identifiquem e compreendam a posição do autor.

**Após a leitura do texto**

Após a leitura, é possível propor aos estudantes alguns questionamentos, de modo que:

- confrontem seus conhecimentos prévios e as hipóteses levantadas antes da leitura com o que o texto realmente apresenta, podendo confirmar ou refutar as expectativas manifestadas antes e durante a leitura;
- troquem ideias com os colegas a respeito do que foi lido, argumentando sobre suas opiniões e respeitando as opiniões diferentes das suas.

Estratégias como as sugeridas anteriormente podem colaborar para o desenvolvimento de habilidades, tais como: resgate de conhecimentos prévios, levantamento de hipóteses, localização de informações em um texto, compreensão da ideia central de um texto, leitura inferencial, confirmação ou retificação de hipóteses levantadas, argumentação, entre outras.

Ao fazer inferências, os estudantes atribuem coerência intencional aos significados, levando-os a perceber outras informações além das que leram e interpretaram, possibilitando a construção e/ou reconstrução de conhecimentos para si próprios e para os outros, por meio da interação, da comunicação e do diálogo com o texto. Ao propor a leitura inferencial, é preciso que eles sejam orientados a ler raciocinando e interpretando, de modo que compreendam as situações descritas em um texto e cheguem a determinadas conclusões. Desse modo, estratégias de leitura bem conduzidas podem auxiliar nesse processo.

A leitura também auxilia os estudantes a fortalecer sua capacidade de argumentação, habilidade que permite ao indivíduo se expressar, defender ideais e se posicionar, de maneira oral e escrita. Por meio da argumentação, é possível identificar e conhecer diferentes opiniões e argumentos a respeito de determinado assunto, permitindo analisá-lo de diferentes ângulos e utilizar informações confiáveis ao argumentar, de acordo com o posicionamento escolhido.

Nesta coleção, sempre que possível, em atividades que envolvem o trabalho com gêneros textuais, o professor encontra orientações sobre como incentivar os estudantes a desenvolver diferentes habilidades, entre elas a leitura inferencial e a argumentação.

## Metodologias e estratégias ativas

O contexto educacional vem passando por grande e considerável evolução. O protagonismo, a participação, a opinião e a experiência dos estudantes têm sido tomados como ponto de partida no processo de ensino-aprendizagem, na intenção de auxiliá-los a alcançar o conhecimento de maneira concreta e significativa. A sala de aula costuma contemplar um grande número de estudantes que carregam consigo diferentes experiências de vida e diversas maneiras de agir e pensar o mundo. Trabalhar com as metodologias e estratégias ativas contribui para que o estudante seja protagonista no processo de aprendizado, possibilitando a construção do conhecimento de maneira prática, reflexiva e autônoma. Desenvolver estratégias como essas permitem um melhor desempenho tanto dos estudantes quanto do professor, enquanto mediador no contexto educacional.

> [...] A ênfase na palavra ativa precisa sempre estar associada à aprendizagem reflexiva, para tornar visíveis os processos, os conhecimentos e as competências do que estamos aprendendo com cada atividade. Ensinar e aprender tornam-se fascinantes quando se convertem em processos de pesquisa constantes, de questionamento, de criação, de experimentação, de reflexão e de compartilhamento crescentes, em áreas de conhecimento mais amplas e em níveis cada vez mais profundos. A sala de aula pode ser um espaço privilegiado de cocriação, *maker*, de busca de soluções empreendedoras, em todos os níveis, onde estudantes e professores aprendam a partir de situações concretas, desafios, jogos, experiências, vivências, problemas, projetos, com os recursos que têm em mãos: materiais simples ou sofisticados, tecnologias básicas ou avançadas. O importante é estimular a criatividade de cada um, a percepção de que todos podem evoluir como pesquisadores, descobridores, realizadores; que conseguem assumir riscos, aprender com os colegas, descobrir seus potenciais. Assim, o aprender se torna uma aventura permanente, uma atitude constante, um progresso crescente.
>
> [...]

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, Lilian; MORAN, José. (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 3.

Esta coleção propõe, em diversos momentos, o trabalho com diferentes estratégias e metodologias ativas, visando proporcionar condições de trabalho significativo com as competências gerais, específicas e habilidades da BNCC. A seguir, são apresentadas as descrições das estratégias de metodologias ativas que serão trabalhadas no decorrer dos volumes, proporcionando o desenvolvimento de atividades contextualizadas com os estudantes.

### *Gallery walk*

Esta metodologia ativa tem sua dinâmica semelhante às exposições vistas em museus, pois consiste, como produto final, na exibição de trabalhos. O que a difere é o protagonismo dos estudantes ao trabalhar a argumentação no decorrer das apresentações dos cartazes construídos em equipe. A estratégia em questão, conhecida como **caminhada na galeria**, ocorre seguindo estes passos.

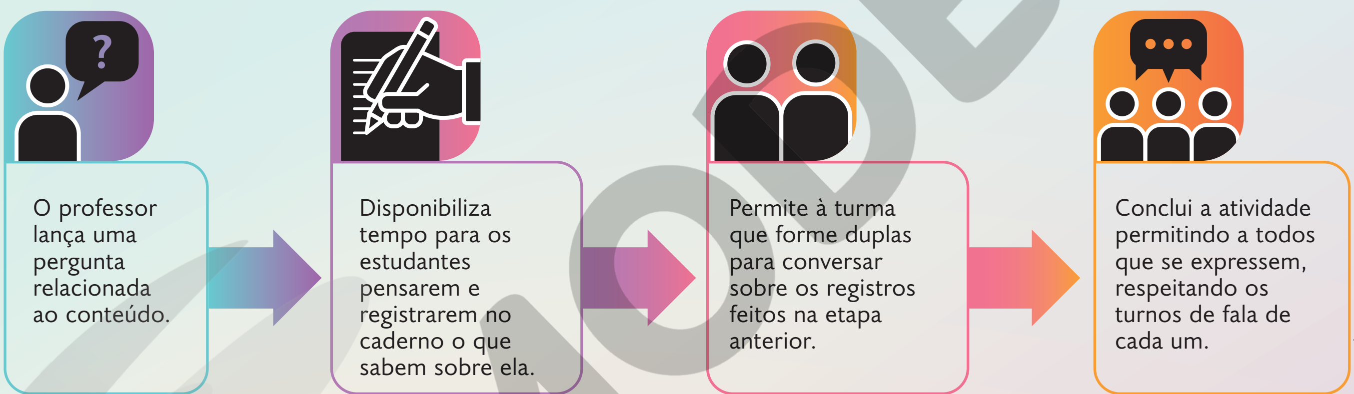
- Em sala de aula, o professor apresenta os temas, assuntos ou situações-problema que pretende colocar em foco na discussão. Se oportuno, tópicos podem ser elencados na lousa com o intuito de proporcionar uma melhor condução do trabalho.
- A turma deve ser organizada em duplas ou grupos, considerando as respectivas especificidades. Isso deve ser avaliado com base na quantidade de assuntos apresentados. O importante é considerar as tarefas que devem ser desempenhadas para que todos os integrantes participem no decorrer da atividade.
- O professor deve disponibilizar tempo para que os grupos tenham condições de fazer pesquisa de busca, aprofundamento, exemplificação e fundamentação dos estudos de maneira contextualizada.

- Cada grupo deve produzir cartazes que servirão de recurso para exposição e apresentação da pesquisa que fizeram. No dia previamente agendado e conforme a ordem preestabelecida com os estudantes, eles se prepararão para as exibições dos trabalhos.
- Os cartazes devem ser fixados em local de fácil acesso à turma (em sala de aula ou no pátio da escola). Assim, terão condições de apreciar os trabalhos dos colegas, fazer leitura e, em momento oportuno, fazer questionamentos aos responsáveis pelo cartaz.
- Para cada apresentação deve ser disponibilizado um tempo viável para a interação de todos. Terminadas as trocas de informação e argumentações entre os estudantes, faça outras inferências voltadas a sanar lacunas que, porventura, possam ter ficado.

Para concluir o trabalho com esta metodologia ativa, o professor deve convidar os estudantes para uma roda de conversa com a intenção de pedir opiniões sobre a atividade realizada. Neste momento, deve-se atentar aos pontos levantados pela turma avaliando o que precisa ser considerado e alterado em outros momentos semelhantes a este.

***Think-pair-share***

Esta metodologia, também conhecida como **pensar-conversar-compartilhar**, é realizada em três momentos, sendo o primeiro de maneira individual, o segundo em dupla e o terceiro em grupo maior, isto é, agregando todos os que estiverem presentes no dia da dinâmica. O professor tem condições de propô-la antes de iniciar o trabalho com um conteúdo novo, no decorrer da discussão sobre ele ou mesmo enquanto são feitas atividades do livro, por exemplo. Para compreender esta metodologia, verifique a seguir como ela ocorre.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

É interessante combinar com a turma a medida do tempo disponível para as etapas que sucedem a questão lançada, no caso, para o registro no caderno, para o momento em duplas e, por fim, para as exposições dos estudantes a toda a turma. Para esta última etapa, é interessante acordar com eles como se manifestarão, possibilitando a todos que tenham seu momento de fala, de maneira organizada para que possam ser ouvidos e compreendidos. A argumentação é exercitada no decorrer desta metodologia, pois estarão constantemente em pronunciamento de suas falas com a intenção de convencer os colegas acerca das opiniões com as quais concordam ou discordam, apresentando seus pontos de vista.

***Quick writing***

Trata-se de uma metodologia ativa que proporciona um momento de desafio e de diversão com os estudantes. É desenvolvida com uma medida de tempo cronometrada, para registro de conhecimento prévio ou da compreensão de conteúdos trabalhados com a turma. Desse modo, esta estratégia, também conhecida como **escrita rápida**, pode ocorrer conforme orientações a seguir.


Esta metodologia desenvolve nos estudantes as habilidades de análise, síntese e registro objetivo sobre a compreensão de determinado conteúdo. Durante seu desenvolvimento, o professor tem o papel de mediador das discussões, lançando posicionamentos com o intuito de trabalhar com seus estudantes a argumentação, por exemplo.

***Sorting strips***

Esta estratégia, também conhecida como **tiras de classificação**, proporciona aos estudantes a oportunidade de organizar, em sala de aula, os conteúdos em estudo, por meio de classificações. Desse modo, enquanto planeja a aula, o professor deve pensar nas definições, nas características do assunto a ser tratado e transcrevê-las em tiras de papel para serem levadas para a sala de aula. A atividade deverá ser organizada em grupos. Sendo assim, a quantidade de cópias dessas tiras deve ser suficiente para que todos os grupos tenham esse material em mãos. Os passos a seguir descrevem como a atividade ocorre.

- O professor explica o conteúdo e faz questionamentos à turma sobre os assuntos em que se baseou para produzir as tiras de papel, verificando o que eles sabem e/ou o que estão compreendendo a esse respeito.

- A turma é organizada em grupos (por meio de sorteio, afinidade ou outro critério que desejar). Cada grupo recebe um envelope com as tiras referentes aos assuntos estudados.

- Os estudantes devem ler e interpretar as informações apresentadas nas tiras para classificarem-nas de acordo com os assuntos estudados. As classificações organizadas pelo grupo devem ser fixadas em papel *kraft* ou cartolina.

- Terminada a etapa anterior, todos os trabalhos devem ser apresentados e/ou discutidos, para que eles verifiquem os pontos em comum e os divergentes nas classificações feitas pelos grupos, atentando às justificativas para tal divisão.

MARCELA PIALARISSI/ARQUIVO DA EDITORA

Esta metodologia permite explorar diferentes temas e situações-problema, além de desenvolver a habilidade de argumentação e possibilitar trocas e/ou construções de conhecimentos entre os estudantes.

***Peer instruction***

Esta metodologia ativa, também conhecida como **instrução por pares** ou **abordagem por pares**, ocorre após o estudo de determinado conteúdo, possibilitando discorrer sobre ele de maneira clara, objetiva e sucinta. Em seguida, são disponibilizadas atividades e/ou testes, com o intuito de verificar como os estudantes se saem, percebendo se houve e como ocorreu a compreensão do conteúdo. Nesta metodologia ocorre uma categorização de rendimento da turma para nortear o professor, levando-o a decidir se vale passar para o próximo conteúdo ou se há necessidade de permanecer no mesmo por algum tempo. Assim, verifica-se a seguinte situação sobre a turma.

| | |
|---|---|
| **Rendimento de até 30% de acertos** | Nota-se a necessidade de rever o conteúdo estudado. O professor toma para si a responsabilidade de rever a própria metodologia em sala de aula, preocupado com o aprendizado de seus estudantes. Após nova explicação e outros exemplos dados, outras atividades/testes são propostos para verificação do desempenho da turma. |
| **Rendimento entre 30% e 70% de acertos** | Caso este tenha sido o panorama observado, o professor conduzirá da seguinte maneira: dividirá a turma em duplas, cuidando para reunir estudantes que tenham compreendido o conteúdo com os que apresentaram dificuldade. O intuito é levá-los a trocar informações entre si, para que um explique ao outro a maneira como chegou à resolução. |
| **Rendimento de mais de 70% de acertos** | O professor avança com o conteúdo curricular. No entanto, os estudantes que não alcançaram compreensão devem ter atenção, sendo supridas suas necessidades, por meio de troca de ideias com um colega ou com o professor, visando sanar defasagens em relação ao conteúdo. |

É importante que o professor conheça bem sua turma, pois há estudantes com ritmos de aprendizagens diferentes.

***Design thinking***

Esta metodologia também é conhecida como **pensamento do *design***. Seu objetivo é desenvolver nas pessoas que a praticam principalmente a criatividade, a empatia e a colaboração, visto que partem de um problema do contexto em que vivem, buscando a melhor solução para resolvê-lo.

Nesta metodologia ativa, situações-problema serão propostas para que, em grupos, os estudantes interpretem e compreendam o desafio, projetem e registrem as possibilidades de solução, anotem e providenciem materiais necessários, montem um protótipo para teste e verifiquem se o problema pode ser solucionado com ele.

Em momento seguinte, na data marcada e no local elencado, cada grupo deve apresentar aos demais a solução a que chegou. Ao término da explanação deve ser estipulado determinado tempo para que os demais tenham condições de avaliar, opinar e concordar ou discordar da saída proposta pelo grupo para resolver o problema em questão.

Para cada apresentação, deve-se reservar tempo para a discussão, relato da experiência vivida no decorrer da atividade realizada e apontamentos sobre possíveis causas e efeitos favoráveis ou desfavoráveis dos protótipos apresentados.

O professor será o mediador durante as etapas do trabalho, deixando para os estudantes a prática de pesquisa, o manuseio e a construção do protótipo e a argumentação sobre a solução palpável.

## Pensamento computacional

Diante de propostas criativas e inovadoras para a educação, a relação do ensino com a tecnologia vem sendo suprida e adaptada para uma aprendizagem em que estudantes, chamados de nativos digitais, aprimorem ainda mais seu domínio sob as novas tecnologias e aprendam a resolver problemas por meio delas e do pensamento computacional.

As tecnologias educacionais carregam consigo uma maneira dinâmica e atrativa de trabalhar os conteúdos de modo digital e tecnológico em sala de aula. A Sociedade Brasileira de Computação (SBC) propôs estratégias importantes para a formação dos estudantes com o ensino tecnológico, e as organizou em três eixos, considerando-os como conhecimentos básicos de computação. Entre esses eixos, encontra-se o do pensamento computacional. A SBC o define como: "capacidade de sistematizar, representar, analisar e resolver problemas.".


Fonte de pesquisa: *CENTRO de Inovação para a Educação Brasileira*. Disponível em: https://curriculo.cieb.net.br/. Acesso em: 17 maio 2022.

O estudante desenvolve diferentes habilidades ao realizar atividades que exploram o pensamento computacional. A BNCC diz que o:

> [...] pensamento computacional envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos [...]
>
> BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 474. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 08 jul. 2022.

Esse pensamento está organizado em quatro pilares. Conheça as características de cada um deles, a seguir.

- **Abstração**: classificar e filtrar as informações que são relevantes e que auxiliarão na resolução, descartando o que não é relevante.
- **Decomposição**: dividir, ordenar e analisar o problema em partes, ou em subproblemas, fragmentando-o para auxiliar em sua resolução.
- **Reconhecimento de padrões**: verificar e identificar o que gera o problema e os elementos que o estruturam, identificando características comuns entre os problemas e soluções.
- **Algoritmo**: definição e execução de estratégias para a resolução do problema, podendo ser entendido também como o desenvolvimento de um passo a passo para que o objetivo seja alcançado.

Ao trabalhar o pensamento computacional com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, é importante ter alternativas adequadas e eficientes para desenvolvê-lo. Ao buscar solucionar um problema é possível utilizar ou não todos esses pilares. Essas formas de ação do pensamento computacional e de seus pilares são modos de explorar o raciocínio lógico e viabilizar aprendizagens, por meio da computação plugada ou desplugada.

**Plugada**: faz uso de ferramentas tecnológicas e digitais, como vídeo, computador, *tablet*, *smartphone*, *softwares* e *hardwares*.

**Desplugada**: não necessita de recursos tecnológicos, podendo ser aplicada em qualquer contexto educacional, como em jogos manuais, alinhados às metodologias ativas, em dinâmicas ou situação-problema do dia a dia e até mesmo em atividades de pesquisa.

Esta coleção sugere em determinados momentos, do **Manual do professor**, atividades plugadas e desplugadas de maneira contextualizada. Durante a realização das atividades, considere as diferentes características dos estudantes, para que eles possam desenvolver o pensamento computacional, de acordo com as capacidades e habilidades individuais.

### Práticas de pesquisa

O desejo de obter ou produzir novas informações é construído por meio de uma inquietação, uma situação-problema, uma dúvida ou um tema a ser investigado. O desenvolvimento da pesquisa permite aos estudantes adquirir conhecimentos por meio da busca de informações para a produção de novos saberes, incentivando sua autonomia, argumentação, defesa de ideias, compreensão de diversas linguagens e a produção de diferentes discursos.

Nesta coleção, serão propostas diversas pesquisas relacionadas à história da Matemática, com o objetivo de promover a compreensão do desenvolvimento histórico de diferentes conceitos e de fatos da realidade, visando identificar e desmentir *fake news*. Uma possível prática de pesquisa que pode ser desempenhada pelos estudantes é a revisão bibliográfica. Essa prática tem como objetivo realizar um levantamento do que já foi escrito e debatido sobre determinado tema ou assunto. A busca pode ser feita em livros, artigos, jornais, *sites* e revistas.

Lima e Mioto defendem que:

> [...] a pesquisa bibliográfica implica em um conjunto ordenado de procedimentos de busca por soluções, atento ao objeto de estudo, e que, por isso, não pode ser aleatório [...]

LIMA, Telma Cristiane Sasso de; MIOTO, Regina Célia Tamaso. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. *Katálysis*, Florianópolis, v. 10, n. esp., maio 2007. p. 38.

Podemos considerar, então, que a pesquisa de revisão bibliográfica revisa e interpreta em seu método a visão de outros autores a respeito de determinado assunto, por meio de estratégias de pesquisa histórica e sócio-histórica, gerando, assim, uma nova visão acerca do tema. A prática de revisão bibliográfica deve ser desenvolvida da seguinte maneira.

- Definir qual tema ou assunto será investigado.
- Buscar informações sobre o tema por meio de palavras-chave, autores, assuntos etc.
- Realizar a pesquisa em fontes importantes, significativas e variadas.
- Selecionar os textos relevantes, de acordo com o objetivo da pesquisa.
- Fazer a leitura atenta do material selecionado.
- Produzir uma síntese com base no material selecionado.

É importante orientar os estudantes a sempre pesquisar em fontes atuais e confiáveis, bem como a confrontar as informações obtidas.

## O estudante dos Anos Finais do Ensino Fundamental

Os estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental buscam por conhecimentos que os ajudarão a solucionar os desafios diários e também aqueles que poderão surgir no futuro. Para isso, eles precisam ter suporte social e emocional. Cabe, então, à educação auxiliar na formação e no processo de aprendizagem desse cidadão em todos os seus aspectos, como cita a BNCC:

> [...]
>
> Independentemente da duração da jornada escolar, o conceito de educação integral com o qual a BNCC está comprometida se refere à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea. Isso supõe considerar as diferentes infâncias e juventudes, as diversas culturas juvenis e seu potencial de criar novas formas de existir.
>
> [...]

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 357. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 maio 2022.

Portanto, preparar a juventude para a vida a partir do agora é imprescindível para seu desenvolvimento pessoal e em sociedade, promovendo uma independência responsável frente aos seus estudos, direitos e deveres, na sua representação social enquanto adolescente e em sua interioridade, com seus desejos, sonhos, anseios, sentimentos por meio do ensino-aprendizagem.

### Cultura de paz e combate ao *bullying*

Saber ouvir e respeitar os outros é uma maneira de viver em sociedade de forma pacífica. Nesse sentido, a cultura de paz, de acordo com Von (2003) envolvem as práticas de respeito aos valores, atitudes, tradições, comportamentos e modos de vida, que o indivíduo deve desenvolver em relação ao outro, pelos princípios de cada ser humano, ao direito à liberdade de expressão de cada um, direito de ir e vir e pelo respeito aos direitos do ser humano.

O compromisso pessoal que o cidadão firma quando se compromete a promover a cultura de paz é de responsabilidade com a humanidade em seus aspectos físicos, sociais e emocionais, com intuito de fomentar a responsabilidade social em respeitar cada pessoa, evidenciando o bom tratamento às pessoas sem discriminação, preconceito ou violência, prezando por atos generosos, defendendo a liberdade de expressão e diversidade cultural, além de promover a responsabilidade de conservação da natureza e contribuir com a comunidade em que se está envolvido.

Para que essas práticas respeitosas sejam difundidas por meio da educação, o professor deve trabalhá-las de maneira contextualizada e de forma direta ao combate de todo e qualquer tipo de violência e preconceito aos aspectos físicos, sociais, econômicos, psicológicos e sexuais, inclusive com o *bullying*, que é uma das violências mais presenciadas nas instituições escolares, causando constrangimento a quem o sofre, desfavorecendo o ambiente da sala de aula e da escola.

O diálogo é o principal meio de combate à violência na escola, por meio da reflexão sobre o indivíduo e o coletivo, na discussão de ideias, de temas sensíveis e de valores e atitudes. É também um meio de alerta para promover a cultura de paz e os valores éticos educacionais ligados a ela, como respeito, solidariedade, amor e responsabilidade. Tais temáticas são fundamentais atualmente, na busca por fomentar o aprendizado com um olhar mais igualitário, de inclusão, de troca de experiências e de valores, envolvendo os profissionais de educação e os estudantes, uma vez que a educação sem violência é proposta nesta coleção por meio de atividades que promovem valores, atitudes e ideais de paz.

## Culturas juvenis

O olhar para a juventude é múltiplo e de contínua construção, pois a cada dia ela vem sendo compreendida de maneira expressiva por meio da transformação constante de sua realidade, que se adequa baseada nos gostos musicais, artísticos, tecnológicos, esportivos, profissionais, entre outros que envolvem essa heterogeneidade. A identidade dessa geração é moldada e vive em constante processo de mudança em relação aos gostos e experiências sociais, por meio de suas relações, fator que também a caracteriza. Essa modulação de identidade e preferências é algo que torna o jovem autônomo em seu modo de agir, de pensar seu presente e seu futuro, bem como de produzir a si mesmo.

Uma de suas principais produções envolve seu modo de ser e agir, de se vestir, comprar e consumir o que lhe agrada, com base em influências de um mundo globalizado cujo trânsito de informações é veloz. A tecnologia e outros recursos influenciadores são fontes que alimentam essas informações e incentivam as produções de estilos e expressões culturais da juventude, podendo ser influenciados pelas redes sociais, por influenciadores digitais, filmes, fotos, *games*, entretenimentos, entre outros recursos tecnológicos que se renovam a cada dia.

Esse momento de descoberta de coisas novas envolve os atos de participar, criar, interagir, dialogar e, principalmente, mudar. A juventude se constrói, reconstrói e planeja para si o que reconhece como tomada de consciência, atitude voltada a alcançar o que se almeja. Esse processo de projeção do futuro vem da necessidade de pensar a sua vida profissional e pessoal. Diante desse desafio, eles argumentam, criam projetos, pesquisam, interagem, descobrem inovações e vivem experiências que os faz pensar em seu crescimento.

Esta coleção propõe trabalhar com as culturas juvenis por meio de diversos temas e atividades explorados nos volumes. Ademais, é contemplado o trabalho com o protagonismo para a construção de projetos particulares, tirando dúvidas e incertezas quanto ao seu futuro pessoal e profissional, possibilitando a eles que o idealize com base naquilo de que gostam, no que pensam e no que expressam.

# Habilidades da BNCC - Matemática 7º ano

| Unidades temáticas | Habilidades |
|---|---|
| Números | (EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.<br>(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.<br>(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.<br>(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.<br>(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.<br>(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.<br>(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.<br>(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.<br>(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.<br>(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.<br>(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.<br>(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais. |
| Álgebra | (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.<br>(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.<br>(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.<br>(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.<br>(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.<br>(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade. |
| Geometria | (EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.<br>(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem. |

| Unidades temáticas | Habilidades |
|---|---|
| **Geometria** | (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.<br>(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.<br>(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.<br>(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.<br>(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.<br>(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.<br>(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.<br>(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado. |
| **Grandezas e medidas** | (EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.<br>(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).<br>(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.<br>(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.<br>(EF07MA33) Estabelecer o número $\pi$ como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica. |
| **Probabilidade e estatística** | (EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.<br>(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.<br>(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.<br>(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização. |

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2017. p. 300-305. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 9 maio 2022.

## Quadro de conteúdos do 7º ano

Este volume foi organizado com base na abordagem teórico-metodológica da coleção, que busca transmitir os conhecimentos deste componente curricular e oferecer subsídios para que os estudantes possam, de maneira cada vez mais autônoma, analisar, selecionar, organizar e questionar as informações que farão parte tanto de seu processo de aprendizagem quanto de sua formação cidadã. De acordo com essa proposta, consta a seguir um quadro com a organização dos principais conteúdos e conceitos trabalhados no volume, além dos objetos de conhecimento, das habilidades, das competências gerais e específicas e dos temas contemporâneos transversais. Esses elementos foram organizados com base no trabalho desenvolvido em cada unidade, permitindo uma progressão da aprendizagem de acordo com as necessidades reais da turma em sala de aula. As justificativas referentes aos objetivos de ensino encontram-se na primeira página após a abertura de cada unidade, na parte da reprodução do Livro do Estudante.

| Principais conteúdos e conceitos | Objetos de conhecimento | Habilidades | Competências | Temas contemporâneos transversais |
|---|---|---|---|---|
| **Unidade 1 • Múltiplos e divisores de um número** | | | | |
| • Múltiplos de um número natural.<br>• Divisores de um número natural.<br>• Números primos.<br>• Decomposição em fatores primos.<br>• Máximo divisor comum.<br>• Mínimo múltiplo comum. | • Múltiplos e divisores de um número natural. | • EF07MA01 | • Competências específicas: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8.<br>• Competências gerais: 1, 2, 4, 7, 9. | • Saúde |
| **Unidade 2 • Os números inteiros** | | | | |
| • Números inteiros.<br>• Números inteiros na reta numérica.<br>• Comparação entre números inteiros.<br>• Adição com números inteiros.<br>• Subtração com números inteiros. | • Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. | • EF07MA03<br>• EF07MA04 | • Competências específicas: 1, 6.<br>• Competências gerais: 1, 2, 9. | • Educação financeira |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| • Multiplicação com números inteiros.<br>• Divisão com números inteiros.<br>• Potenciação com números inteiros. | | | | |
| **Unidade 3 • Frações** | | | | |
| • Fração como parte de um todo.<br>• Fração como resultado da divisão.<br>• Fração como razão.<br>• Fração de uma quantidade.<br>• Frações equivalentes e simplificação de frações.<br>• Comparação de frações. | • Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. | • EF07MA05<br>• EF07MA06<br>• EF07MA07<br>• EF07MA08<br>• EF07MA09 | • Competências específicas: 1, 5, 6, 8.<br>• Competências gerais: 1, 2, 5, 9. | • Saúde<br>• Educação financeira |
| **Unidade 4 • Os números racionais** | | | | |
| • Números racionais.<br>• Números racionais na reta numérica.<br>• Módulo de um número racional.<br>• Oposto ou simétrico de um número racional.<br>• Comparação de números racionais. | • Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações. | • EF07MA10 | • Competências específicas: 6, 8.<br>• Competência geral: 9. | |
| **Unidade 5 • Operações com números racionais** | | | | |
| • Adição e subtração de números racionais.<br>• Multiplicação e divisão de números racionais.<br>• Potenciação cuja base é um número racional. | • Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações. | • EF07MA11<br>• EF07MA12 | • Competências específicas: 3, 6.<br>• Competências gerais: 7, 9. | • Educação fiscal |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Unidade 6 • Cálculo algébrico** | | | | |
| • Sequências.<br>• Expressões algébricas.<br>• Igualdades.<br>• Fórmulas.<br>• Equações. | • Linguagem algébrica: variável e incógnita.<br>• Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.<br>• Equações polinomiais do 1º grau. | • EF07MA13<br>• EF07MA14<br>• EF07MA15<br>• EF07MA16<br>• EF07MA18 | • Competências específicas: 2, 3, 5, 6.<br>• Competências gerais: 2, 4, 8, 9. | • Educação financeira<br>• Saúde |
| **Unidade 7 • Figuras geométricas planas e ângulos** | | | | |
| • Ângulos.<br>• Propriedades das retas paralelas cortadas por uma transversal.<br>• Polígonos.<br>• Triângulos.<br>• Circunferência. | • A circunferência como lugar geométrico.<br>• Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.<br>• Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.<br>• Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. | • EF07MA22<br>• EF07MA23<br>• EF07MA24<br>• EF07MA25<br>• EF07MA26<br>• EF07MA27<br>• EF07MA28<br>• EF07MA33 | • Competências específicas: 3, 6, 8.<br>• Competências gerais: 1, 3, 4, 5, 9. | • Saúde<br>• Diversidade cultural |
| **Unidade 8 • Grandezas e medidas** | | | | |
| • Grandezas e suas respectivas medidas.<br>• Sistema Internacional de Unidades (SI).<br>• Medidas de área.<br>• Medidas de volume. | • Problemas envolvendo medições.<br>• Cálculo de volume de blocos retangulares utilizando as unidades de medida convencionais mais usuais.<br>• Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros. | • EF07MA29<br>• EF07MA30<br>• EF07MA31<br>• EF07MA32 | • Competências específicas: 6, 8.<br>• Competências gerais: 2, 6, 9. | • Ciência e tecnologia |
| **Unidade 9 • Proporção** | | | | |
| • Grandezas diretamente e inversamente proporcionais.<br>• Regra de três e grandezas diretamente proporcionais.<br>• Regra de três e grandezas inversamente proporcionais. | • Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. | • EF07MA17 | • Competências específicas: 2, 6.<br>• Competências gerais: 1, 4, 8, 9. | • Educação ambiental<br>• Alimentação e nutrição |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Unidade 10 • Porcentagem** | | | | |
| • Conceito de porcentagem.<br>• Relação entre fração e porcentagem.<br>• Uso e cálculo de porcentagem. | • Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples. | • EF07MA02 | • Competências específicas: 3, 4, 6, 7.<br>• Competências gerais: 7, 9. | • Educação financeira<br>• Educação ambiental |
| **Unidade 11 • Estatística e probabilidade** | | | | |
| • Tabelas e gráficos.<br>• Média aritmética e amplitude.<br>• Média ponderada.<br>• Pesquisa estatística.<br>• Probabilidade. | • Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências.<br>• Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados.<br>• Pesquisa amostral e pesquisa censitária.<br>• Planejamento de pesquisa, coleta e organização de dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação de informações.<br>• Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar um conjunto de dados. | • EF07MA34<br>• EF07MA35<br>• EF07MA36<br>• EF07MA37 | • Competências específicas: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8.<br>• Competências gerais: 4, 7, 9, 10. | • Educação para o consumo<br>• Educação ambiental |
| **Unidade 12 • Transformações de figuras** | | | | |
| • Simetria axial.<br>• Transformação de reflexão.<br>• Transformação de rotação.<br>• Simetria de rotação.<br>• Transformação de translação.<br>• Plano cartesiano.<br>• Transformações no plano cartesiano. | • Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem.<br>• Simetrias de translação, rotação e reflexão. | • EF07MA19<br>• EF07MA20<br>• EF07MA21 | • Competências específicas: 5, 8.<br>• Competências gerais: 3, 5, 9. | • Diversidade cultural |

# Sugestões de cronograma

O cronograma a seguir sugere possibilidades de distribuição do conteúdo curricular deste volume durante o ano letivo. Todos os volumes são estruturados considerando a autonomia em sua prática pedagógica. Assim, torna-se possível analisar e verificar diferentes e melhores maneiras de conduzir os estudos junto aos estudantes, pois a sequência dos conteúdos pode ser organizada da maneira que julgar conveniente.

| Sugestões de cronograma | |
|---|---|
| **Bimestral** | |
| **1º bimestre** | O que eu já sei?<br>Unidade 1 – Múltiplos e divisores de um número<br>Unidade 2 – Os números inteiros |
| **2º bimestre** | Unidade 3 – Frações<br>Unidade 4 – Os números racionais<br>Unidade 5 – Operações com números racionais<br>Unidade 6 – Cálculo algébrico |
| **3º bimestre** | Unidade 7 – Figuras geométricas planas e ângulos<br>Unidade 8 – Grandezas e medidas |
| **4º bimestre** | Unidade 9 – Proporção<br>Unidade 10 – Porcentagem<br>Unidade 11 – Estatística e probabilidade<br>Unidade 12 – Transformações de figuras<br>O que eu aprendi? |
| **Trimestral** | |
| **1º trimestre** | O que eu já sei?<br>Unidade 1 – Múltiplos e divisores de um número<br>Unidade 2 – Os números inteiros<br>Unidade 3 – Frações<br>Unidade 4 – Os números racionais |
| **2º trimestre** | Unidade 5 – Operações com números racionais<br>Unidade 6 – Cálculo algébrico<br>Unidade 7 – Figuras geométricas planas e ângulos |
| **3º trimestre** | Unidade 8 – Grandezas e medidas<br>Unidade 9 – Proporção<br>Unidade 10 – Porcentagem<br>Unidade 11 – Estatística e probabilidade<br>Unidade 12 – Transformações de figuras<br>O que eu aprendi? |

# Resoluções

## O que eu já sei?

**1.** Considerando os números que já estão indicados na reta, verificamos que a letra *A* representa um número entre 0 e 1. Portanto, a letra *A* representa 0,61.

As letras *B* e *C* representam números entre 1 e 2, sendo $B < C$. Assim, verificamos que a letra *B* representa 1,247 e a letra *C* representa 1,489.

As letras *D*, *E*, *F* e *G* representam números entre 2 e 3,5, sendo $D < E < F < G$. Assim, verificamos que: a letra *D* representa 2,38; a letra *E* representa 2,92; a letra *F* representa 3 e a letra *G* representa 3,36.

a ) Como os números são todos positivos, o maior número será o que estiver localizado mais distante do zero na reta, nesse caso, representado pela letra *G*. Já o menor número será o que estiver localizado mais próximo do zero na reta, nesse caso, associado à letra *A*. Portanto, o maior número será o 3,36 e o menor número será o 0,61.

b ) • $1{,}489 > 1{,}247$; • $2{,}38 < 2{,}92$; • $3{,}5 > 3{,}36$.

**2.** a ) Como o algarismo 6 ocupa a 3ª ordem (centenas simples) no número 12 657, seu valor posicional é 600.

b ) Como o algarismo 6 ocupa a 5ª ordem (dezenas de milhar) no número 69745, seu valor posicional é 60 000.

c ) Como o algarismo 6 ocupa a 2ª ordem (dezenas simples) no número 32 561, seu valor posicional é 60.

d ) Como o algarismo 6 ocupa a 1ª ordem (unidades simples) no número 98 456, seu valor posicional é 6.

**3.** a ) Sim, pois o valor no 1º membro é igual ao do 2º membro.

b ) Adicionando 50 ao 1º membro, teremos $68 + 50 = 118$. Portanto, devemos acrescentar 50 ao 2º membro para que a igualdade se mantenha verdadeira.

c ) Subtraindo 20 do 1º membro, teremos $68 - 20 = 48$. Portanto, devemos subtrair 20 do 2º membro para que a igualdade se mantenha verdadeira.

**4.** a ) $250 + 530 = 200 + 500 + 50 + 30 = 700 + 80 = 780$, ou seja, R$ 780,00.

b ) $440 + 250 = 400 + 200 + 40 + 50 = 600 + 90 = 690$, ou seja, R$ 690,00.

c ) $360 + 380 = 300 + 300 + 60 + 80 = 600 + 140 = 740$, ou seja, R$ 740,00.

**5.** a ) Os 10 primeiros múltiplos de:

- 4 são 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32 e 36.
- 6 são 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 e 54.
- 8 são 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64 e 72.

b ) De acordo com os números listados no item anterior:

- os múltiplos comuns de 4 e 6 são 0, 12, 24 e 36. Assim, $\text{mmc}(4, 6) = 12$.
- os múltiplos comuns de 4 e 8 são 0, 8, 16, 24 e 32. Assim, $\text{mmc}(4,8) = 8$.
- os múltiplos comuns de 6 e 8 são 0, 24 e 48. Assim, $\text{mmc}(6,8) = 24$.

**6.** a ) As figuras **A**, **C** e **E** são prismas e as figuras **B**, **D** e **F** são pirâmides.

Figura **A**: Prisma de base triangular;
Figura **B**: Pirâmide de base pentagonal;
Figura **C**: Prisma de base quadrada;
Figura **D**: Pirâmide de base quadrada;
Figura **E**: Prisma de base pentagonal;
Figura **F**: Pirâmide de base triangular.

b ) A figura **E** tem 7 faces, 10 vértices e 15 arestas.

c ) Contando a quantidade de arestas em cada figura, temos: figura **A**: 9 arestas; figura **B**: 10 arestas; figura **C**: 12 arestas; figura **D**: 8 arestas; figura **E**: 15 arestas; figura **F**: 6 arestas.

Portanto, a pirâmide de base triangular tem a menor quantidade de arestas e o prisma de base pentagonal tem a maior quantidade de arestas.

**7.** Como há 10 quadradinhos pintados de verde na figura **A**, a porcentagem que representa essa quantidade é 10%, que pode ser expressa pela fração $\frac{10}{100}$ e pelo número decimal 0,1.

A parte pintada de verde na figura **B** representa 50% dela. Essa quantidade pode ser expressa pela fração $\frac{50}{100}$ e pelo número decimal 0,5.

**8.** a ) A diferença foi R$ 0,29, pois $4{,}39 - 4{,}10 = 0{,}29$.

b ) O aumento foi R$ 0,31, pois $5{,}35 - 5{,}04 = 0{,}31$.

c ) Vamos, inicialmente, identificar o maior e o menor preço ao longo deste ano. Nesse caso, os valores são, respectivamente, R$ 6,13 e R$ 4,10.

$$\underbrace{6{,}13}_{\text{maior preço}} - \underbrace{4{,}10}_{\text{menor preço}} = 2{,}03$$

Portanto, R$ 2,03 foi a diferença entre o maior e o menor preço deste ano.

d ) O aumento em reais do preço da gasolina é representado pela diferença entre os preços de dezembro e janeiro, ou seja, $6{,}04 - 4{,}10 = 1{,}94$.

Portanto, houve R$ 1,94 de aumento.

**9.** a ) Como R$ 45,00 corresponde a 10% de desconto, 20% de desconto corresponde ao dobro deste valor, isto é, R$ 90,00.

b ) Sendo R$ 45,00 correspondente a 10% do preço original, o preço do produto sem desconto é $10 \times 45 = 450$, ou seja, R$ 450,00.

**10.** Figura **A**: quadrilátero; figura **B**: pentágono; figura **C**: triângulo; figura **D**: hexágono; figura **E**: quadrilátero; figura **F**: triângulo.

a ) Nos polígonos, a quantidade de vértices corresponde à quantidade de lados. Portanto, o polígono que tem a maior quantidade de vértices é o hexágono.

b ) A quantidade de ângulos internos corresponde à quantidade de vértices do polígono. Logo, o pentágono tem exatamente 5 ângulos internos.

c ) O polígono com a menor quantidade de lados é o triângulo.

**11.** A figura **A** é formada por 19 quadrados e 4 triângulos. Como a medida da área de 2 triângulos corresponde à medida da área de 1 quadrado, a figura **A** é formada por 21 quadrados, isto é, sua área mede $21\,cm^2$.

A figura **B** é formada por 9 quadrados e 5 triângulos, o que corresponde a 11 quadrados e 1 triângulo. Portanto, sua área mede $11{,}5\,cm^2$.

**12.** a ) Os possíveis resultados são bolinha vermelha, azul, verde ou laranja.

b ) A probabilidade de retirar uma determinada cor de bolinha é representada pela razão entre a quantidade de bolinhas de uma determinada cor e a quantidade total de bolinhas na urna. Portanto, a probabilidade de sortear uma bolinha:

- azul é $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ ou 0,2 ou 20%.
- verde é $\frac{12}{30} = \frac{4}{10}$ ou 0,4 ou 40%.
- laranja é $\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ ou 0,1 ou 10%.

**13.** a ) Em 2017, a quantidade de embalagens recebidas foi a menor.

b ) Em 2019, a quantidade de embalagens recebidas foi a maior.

c ) Calculando a diferença entre a quantidade de embalagens recebidas e a quantidade de embalagens recicladas em cada ano, temos:

- 245 t em 2017, pois $4742 - 4497 = 245$.
- 206 t em 2018, pois $4774 - 4568 = 206$.
- 318 t em 2019, pois $5036 - 4718 = 318$.
- 368 t em 2020, pois $4815 - 4453 = 362$.

Comparando as quantidades, verificamos que em 2018 houve uma diferença de 206 toneladas. Essa foi a menor diferença entre a quantidade recebida e a reciclada de embalagens de óleo lubrificante.

## Unidade 1 Múltiplos e divisores de um número

**Questão 1.** Um número é múltiplo de 4 quando pode ser escrito como uma multiplicação de números naturais em que um dos fatores é 4. Por exemplo, 12 é múltiplo de 4, pois $4 \cdot 3 = 12$. Analogamente, um número é múltiplo de 6 quando pode ser escrito como uma multiplicação de números naturais em que um dos fatores é 6. Por exemplo, 30 é múltiplo de 6, pois $6 \cdot 5 = 30$.

**Questão 2.** A quantidade de estudantes é maior do que 35 e menor do que 40. Sendo assim, a quantidade de estudantes da turma poderá ser 36, 37, 38 ou 39. Como ele está pensando em formar duplas ou trios, essa quantidade deve ser expressa por um número múltiplo de 2 e 3. Para ser múltiplo de 2, basta ser par, ou seja, poderá ser 36 ou 38. Porém, entre esses dois números, apenas 36 é múltiplo de 3. Portanto, há exatamente 36 estudantes.

### Atividades

**1.** a ) Um número será múltiplo de 2 quando puder ser escrito como uma multiplicação entre dois números naturais em que um dos fatores for 2. Nesse caso, os múltiplos de 2 são:

- 8, pois $8 = 2 \cdot 4$;
- 12, pois $12 = 2 \cdot 6$;
- 800, pois $800 = 2 \cdot 400$;
- 122, pois $122 = 2 \cdot 61$.

b ) Um número será múltiplo de 10 quando puder ser escrito como uma multiplicação em que um dos fatores for 10. Nesse caso, o único múltiplo de 10 é o 800, pois $800 = 10 \cdot 80$.

c ) Um número será múltiplo de 5 quando puder ser escrito como uma multiplicação em que um dos fatores for 5. Nesse caso, os múltiplos de 5 são:

- 15, pois $15 = 5 \cdot 3$;
- 95, pois $95 = 5 \cdot 19$;
- 800, pois $800 = 5 \cdot 160$;
- 45, pois $45 = 5 \cdot 9$.

**2.** Como Joana gostaria de distribuir em quantidades menores de bombons em cada caixa, temos entre os múltiplos de 24 as seguintes possibilidades:

- 2 caixas com 12 bombons em cada caixa: $2 \cdot 12 = 24$;
- 3 caixas com 8 bombons em cada caixa: $3 \cdot 8 = 24$;
- 4 caixas com 6 bombons em cada caixa: $4 \cdot 6 = 24$;
- 6 caixas com 4 bombons em cada caixa: $6 \cdot 4 = 24$;
- 8 caixas com 3 bombons em cada caixa: $8 \cdot 3 = 24$;
- 12 caixas com 2 bombons em cada caixa: $12 \cdot 2 = 24$;
- 24 caixas com 1 bombom em cada caixa: $24 \cdot 1 = 24$;

Portanto, seria possível montar caixas com 1, 2, 3, 4, 6, 8 ou 12 bombons.

**3.** O número está entre 1000 e 2000. O algarismo das dezenas é o 7 e o das centenas é o 9. Como o número é um múltiplo de 5 e não é múltiplo de 10, o número que representa o ano indicado é 1975.

**Questão 3.**

| Número natural | É divisível por 2? |
|---|---|
| 20 | Sim |
| 35 | Não, pois 35 é ímpar. |
| 48 | Sim, pois 48 é par. |
| 66 | Sim, pois 66 é par. |
| 89 | Não, pois 89 é ímpar. |

**Questão 4.** Para que um número seja divisível por 3, a soma dos valores correspondentes aos seus algarismos deve ser um número divisível por 3.

270: $2 + 7 + 0 = 9$. Como 9 é divisível por 3, então 270 é um número divisível por 3.

202: $2 + 0 + 2 = 4$. Como 4 não é divisível por 3, então 202 não é um número divisível por 3.

234: $2 + 3 + 4 = 9$. Como 9 é divisível por 3, então 234 é um número divisível por 3.

613: $6 + 1 + 3 = 10$. Como 10 não é divisível por 3, então 613 não é um número divisível por 3.

**Questão 5.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**Questão 6.** Para que um número seja divisível por 9, a soma dos valores correspondentes ao seus algarismos deve ser um número divisível por 9.

270: $2 + 7 + 0 = 9$. Como 9 é divisível por 9, então 270 é um número divisível por 9.

502: $5 + 0 + 2 = 7$. Como 7 não é divisível por 9, então 502 não é um número divisível por 9.

738: $7 + 3 + 8 = 18$. Como 18 é divisível por 9, então 738 é um número divisível por 9.

907: $9 + 0 + 7 = 16$. Como 16 não é divisível por 9, então 907 não é um número divisível por 9.

**Questão 7.** Sim, pois todo número divisível por 100 tem os algarismos das unidades e das dezenas simultaneamente iguais a 0, o que satisfaz o critério de divisibilidade por 10.

## Atividades

**4.** a ) Um número será divisível por 2 se ele for par. Desse modo, o algarismo das unidades do número a ser formado pode ser substituído por 0, 2, 4, 6 ou 8.

b ) Para um número ser divisível por 3, a soma dos valores correspondentes aos seus algarismos deve ser divisível por 3. Como $1 + 8 + 4 + 5 + 7 = 25$, o valor de $X$ pode ser:

- 2, pois $25 + 2 = 27$ e 27 é divisível por 3;
- 5, pois $25 + 5 = 30$ e 30 é divisível por 3;
- 8, pois $25 + 8 = 33$ e 33 é divisível por 3.

c ) Um número será divisível por 5 quando o algarismo das unidades for 0 ou 5. Nesse caso, o algarismo das unidades do número deve ser substituído por 0 ou 5.

d ) Um número será divisível por 10 se o algarismo das unidades for 0. Nesse caso, o algarismo das unidades deve ser substituído por 0.

e ) Um número será divisível por 100 se os algarismos das unidades e dezenas forem simultaneamente 0. Nesse caso, não há algarismo para substituir $X$, de modo que o número formado seja divisível por 100, visto que o algarismo das dezenas é 7.

**5.** a ) Apenas o número 1 divide qualquer número natural.

b ) O maior divisor de um número é o próprio número.

c ) Um número natural maior do que 1 pode ter no mínimo dois divisores, que são o 1 e o próprio número.

**6.** a ) O número a ser substituído precisa ser par, ou seja, terminar em 2 ou 4.
Sugestões de resposta: 342, 754 e 254.

b ) A soma dos algarismos do número a ser substituído precisa ser divisível por 3.
Sugestões de resposta: 234, 732 e 534.

c ) O número a ser substituído precisa terminar em 0 ou 5 para ser divisível por 5.
Sugestões de resposta: 235, 725 e 345.

d ) Um número natural é divisível por 6 quando também for divisível por 2 e 3, simultaneamente.
Sugestões de resposta: 42, 324 e 372.

e ) O número a ser substituído precisa ser par, ou seja, terminar em 2 ou 4, e deve ser divisível por 8.
Sugestões de resposta: 24, 352 e 752.

f ) Um número natural é divisível por 9 quando a soma dos valores correspondentes aos seus algarismos é um número também divisível por 9.
Sugestões de resposta: 27, 234 e 423.

**7.** a ) Devemos encontrar os divisores de 40. Portanto, os grupos podem ter 2, 4, 5, 8, 10 ou 20 estudantes.

b ) Devemos encontrar os divisores de 45. Portanto, os grupos podem ter 3, 5, 9 ou 15 estudantes.

c ) Devemos encontrar os divisores de 50 estudantes. Portanto, os grupos podem ter 2, 5, 10 ou 25 estudantes.

**8.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**9.** a ) Entre os números apresentados, os divisíveis por 3 são 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45 e 48.

b ) Para que um número seja divisível por 5, o algarismo das unidades precisa ser 5 ou 0. Os divisores de 5 são 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50.

c ) Os números divisíveis por 8 são 8, 16, 24, 32, 40 e 48.

d ) Para que um número seja divisível por 10, o algarismo das unidades precisa ser 0. Portanto, são divisíveis por 10 os números 10, 20, 30, 40 e 50.

**10.** Resposta pessoal. Sugestão de respostas:
Considere a sequência dos 10 primeiros múltiplos de 2. Qual é o número obtido pela diferença entre o sexto e o segundo número dessa sequência? Resposta: 8.
A idade de Pedro é dada pela soma dos divisores de 10. Qual é a idade de Pedro? Resposta: 50 anos.

**Questão 8.** Os outros números pares não são primos porque eles têm, no mínimo, três divisores (o 1, o 2 e eles próprios).

**Questão 9.** Primeiro, vamos listar todos os divisores de cada número.

Divisores do número 2: 1 e 2.

Divisores do número 6: 1, 2, 3 e 6.

Divisores do número 7: 1 e 7.

Divisores do número 15: 1, 3, 5 e 15.

Divisores do número 18: 1, 2, 3, 6, 9 e 18.

Divisores do número 26: 1, 2, 13 e 26.

Divisores do número 35: 1, 5, 7 e 35.

Assim, qualquer par de números que tenha apenas o número 1 como divisor serão primos entre si.

Sugestão de resposta: 2 e 15; 6 e 7; 6 e 35; 15 e 26.

## Atividades

**11.** Inicialmente, riscamos todos os múltiplos de 2, ou seja, os números pares. Em seguida, os múltiplos de 3, 5 e 7. Por fim, riscamos os múltiplos de números primos que são maiores do que 10, como é o caso dos números 11, 13 e 17.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ~~100~~ | 101 | ~~102~~ | 103 | ~~104~~ | ~~105~~ |
| ~~106~~ | 107 | ~~108~~ | 109 | ~~110~~ | ~~111~~ |
| ~~112~~ | 113 | ~~114~~ | ~~115~~ | ~~116~~ | ~~117~~ |
| ~~118~~ | ~~119~~ | ~~120~~ | ~~121~~ | ~~122~~ | ~~123~~ |
| ~~124~~ | ~~125~~ | ~~126~~ | 127 | ~~128~~ | ~~129~~ |
| ~~130~~ | 131 | ~~132~~ | ~~133~~ | ~~134~~ | ~~135~~ |
| ~~136~~ | 137 | ~~138~~ | 139 | ~~140~~ | ~~141~~ |
| ~~142~~ | ~~143~~ | ~~144~~ | ~~145~~ | ~~146~~ | ~~147~~ |
| ~~148~~ | 149 | ~~150~~ | | | |

Portanto, os números primos entre 100 e 150 são: 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139 e 149.

**12.** a ) Falsa. Sugestão de correção: Nem todos os números primos são ímpares.

b ) Falsa. Sugestão de correção: A decomposição em fatores primos do número 342 é $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 19$.

c ) Verdadeira.

d ) Verdadeira.

**13.** Decompondo os números em fatores primos, temos:

a )

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Assim, $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$.

b )

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Assim, $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$.

c )

$$\begin{array}{r|l} 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

Assim, $121 = 11 \cdot 11$.

**14.** a ) Entre os números que aparecem como divisores, os primos são 2, 3, 5, 11, 13 e 23.

b ) Os divisores primos do número 24 são os números 2 e 3.

**15.** Os números primos entre 1 e 31 são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23.

**16.** a ) Neste caso, para ser múltiplo de 5 o algarismo das unidades deverá ser 5. Logo, o menor número natural formado será o 235.

b ) Não é possível, pois $2 + 3 + 5 = 10$, e esse resultado não é número múltiplo de 3.

c ) Para ser múltiplo de 2, o número precisa ser par. Logo, o menor número par será o 352.

- Para ser primo, o número não poderá ser par (pois, neste caso, seria múltiplo de 2) e nem ter o algarismo das unidades igual a 5 (pois seria múltiplo de 5). Assim, temos dois possíveis números: 253 e 523. Como o número 253 pode ser decomposto em fatores primos ($253 = 11 \cdot 23$), ele é um número composto. Sendo assim, concluímos que apenas o número 523 é primo.

**Questão 10.**

a ) Divisores de 11: 1 e 11.
Divisores de 5: 1 e 5.
Portanto, $\text{mdc}(11, 5) = 1$.

b ) Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.
Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.
Portanto, $\text{mdc}(12, 36) = 12$.

c ) Divisores de 4: 1, 2 e 4.
Divisores de 102: 1, 2, 3, 6, 17, 34, 51 e 102.
Portanto, $\text{mdc}(4, 102) = 2$.

d ) Divisores de 123: 1, 3, 41 e 123.
Divisores de 13: 1 e 13.
Portanto, $\text{mdc}(123, 13) = 1$.

e ) Divisores de 45: 1, 3, 5, 9, 15 e 45.
Divisores de 27: 1, 3, 9 e 27.
Portanto, $\text{mdc}(45, 27) = 9$.

f ) Divisores de 37: 1 e 37.
Divisores de 100: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 e 100.
Portanto, $\text{mdc}(37, 100) = 1$.

## Atividades

**17.** a ) Os divisores de 30 são: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30.

b ) Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9 e 18.
Divisores de 50: 1, 2, 5, 10, 25 e 50.
Portanto, os divisores comuns são 1 e 2.

c ) Divisores de 50: 1, 2, 5, 10, 25 e 50.
Divisores de 75: 1, 3, 5, 15, 25 e 75.
Divisores comum entre 50 e 75: 1, 5 e 25.
Portanto, o maior divisor comum é 25.

**18.** a ) Os múltiplos positivos de 3 menores do que 50 são 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45 e 48.

b ) Os múltiplos positivos de 5 menores do que 50 são 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 e 45.

c ) Os múltiplos positivos comuns de 3 e 5 são 15, 30 e 45.

d ) O menor múltiplo comum de 3 e 5 é o 15.

**19.** a ) Múltiplos de 10: $0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, \ldots$
Múltiplos de 12: $0, 12, 24, 36, 48, 60, \ldots$
Portanto, $\text{mmc}(10, 12) = 60$.

b ) Múltiplos de 6: $0, 6, 12, 18, \ldots$
Múltiplos de 9: $0, 9, 18, \ldots$
Portanto, $\text{mmc}(6, 9) = 18$.

c ) Múltiplos de 12: $0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, \ldots, 276, 288, 300, \ldots$
Múltiplos de 25: $0, 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, \ldots$
Portanto, $\text{mmc}(12, 25) = 300$.

d ) Múltiplos de 18: 0, 18, 36, 72, ...
Múltiplos de 24: 0, 24, 48, 72, ...
Portanto, mmc (18, 24) = 72.

e ) Múltiplos de 16: 0, 16, 32, 48, ...
Múltiplos de 48: 0, 48, ...
Portanto, mmc (16, 48) = 48.

f ) Múltiplos de 18:
0, 18, 36, 72, 90, 108, ..., 198, 216, 234, 252, 270, 288, 306, 324, 342, 360,...
Múltiplos de 20:
0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300, 320, 340, 360, ...
Múltiplos de 24:
0, 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, 240, 264, 288, 312, 336, 360, ...
Portanto, mmc (18, 24) = 360.

g ) Divisores de 15: 1, 3, 5 e 15.
Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9 e 18.
Portanto, mdc (15, 18) = 3.

h ) Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.
Divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10 e 20.
Portanto, mdc (12, 20) = 4.

i ) Divisores de 7: 1 e 7.
Divisores de 11: 1 e 11.
Portanto, mdc (7, 11) = 1.

j ) Divisores de 50: 1, 2, 5, 10, 25 e 50.
Divisores de 70: 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 e 70.
Portanto, mdc (50, 70) = 10.

k ) Divisores de 22: 1, 2, 11 e 22.
Divisores de 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30.
Portanto, mdc (22, 30) = 2.

l ) Divisores de 16: 1, 2, 4, 8 e 16.
Divisores de 32: 1, 2, 4, 8, 16 e 32.
Portanto, mdc (16, 32) = 16.

**20.** a ) Múltiplos de 2: 0, 2, 4, 6,...
Múltiplos de 3: 0, 3, 6,...
Portanto, mmc (2, 3) = 6.

b ) Múltiplos de 3: 0, 3, 6, 9, 12, 15, ...
Múltiplos de 5: 0, 5, 10, 15, ...
Portanto, mmc (3, 5) = 15.

c ) Múltiplos de 5: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, ...
Múltiplos de 13: 0, 13, 26, 39, 52, 65, ...
Portanto, mmc (5, 13) = 65.

d ) Múltiplos de 2: 0, 2, 4, 6, 8, ..., 150, 152, 154, ...
Múltiplos de 7: 0, 7, 14, 21, 28, ..., 140, 147, 154, ...
Múltiplos de 11: 0, 11, 22, 33, ..., 132, 143, 154, ...
Portanto, mmc (2, 7, 11) = 154.

e ) Múltiplos de 5: 0, 5, 10, 15, 20, ..., 195, 200, 205, ...
Múltiplos de 41: 0, 41, 82, 123, 164, 205, ...
Portanto, mmc (5, 41) = 205.

f ) Múltiplos de 2: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...
Múltiplos de 7: 0, 7, 14, ...
Portanto, mmc (2, 7) = 14.

g ) Múltiplos de 11: 0, 11, 22, 33, ..., 132, 143, ...
Múltiplos de 13: 0, 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143, ...
Portanto, mmc (11, 13) = 143.

h ) Múltiplos de 5: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, ...
Múltiplos de 11: 0, 11, 22, 33, 44, 55, ...
Portanto, mmc (5, 11) = 55.

i ) Múltiplos de 7: 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, ...
Múltiplos de 13: 0, 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, ...
Portanto, mmc (7, 13) = 91.

j ) Múltiplos de 19: 0, 19, 38, 57, ..., 684, 703, ...
Múltiplos de 37: 0, 37, 74, 111, ..., 666, 703, ...
Portanto, mmc (19, 37) = 703.

**21.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que o mmc de dois ou mais números primos é igual ao produto deles.

**22.** a ) Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20, ...
Múltiplos de 5: 0, 5, 10, 15, 20, ...
Portanto, mmc (4, 5) = 20.

b ) Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...
Múltiplos de 7: 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, ...
Portanto, mmc (6, 7) = 42.

c ) Múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, ...
Múltiplos de 9: 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, ...
Portanto, mmc (8, 9) = 72.

d ) Múltiplos de 10: 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, ...
Múltiplos de 11: 0, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, ...
Portanto, mmc (10, 11) = 110.

e ) Múltiplos de 12: 0, 12, 24, 36, 48, ..., 144, 156, ...
Múltiplos de 13: 0, 13, 26, 39, ..., 143, 156, ...
Portanto, mmc (12, 13) = 156.

f ) Múltiplos de 14: 0, 14, 28, 42, 56, ..., 196, 210, ...
Múltiplos de 15: 0, 15, 30, 45, 60, ..., 150, 210, ...
Portanto, mmc (14, 15) = 210.

g ) Múltiplos de 16: 0, 16, 32, 48, 64, ..., 256, 272, ...
Múltiplos de 17: 0, 17, 34, 51, 68, ..., 255, 272, ...
Portanto, mmc (16, 17) = 272.

h ) Múltiplos de 18: 0, 18, 36, 54, 72, ..., 324, 342, ...
Múltiplos de 19: 0, 19, 38, 57, 76, ..., 323, 342, ...
Portanto, mmc (18, 19) = 342.

i ) Múltiplos de 20: 0, 20, 40, 60, 80, ..., 400, 420, ...
Múltiplos de 21: 0, 21, 42, 63, 84, ..., 399, 420, ...
Portanto, mmc (20, 21) = 420.

j ) Múltiplos de 22: 0, 22, 44, 66, 88, ..., 484, 506, ...
Múltiplos de 23: 0, 23, 46, 69, 92, ..., 483, 506, ...
Portanto, mmc (22, 23) = 506.

**23.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que o mmc de dois números naturais consecutivos é igual ao produto deles.

**24.** Nos itens apresentados, como o maior número é sempre o múltiplo dos demais, o mmc será esse número. Então:

a ) $\text{mmc}(3, 9) = 9$

b ) $\text{mmc}(5, 35) = 35$

c ) $\text{mmc}(2, 4, 24) = 24$

d ) $\text{mmc}(10, 20) = 20$

e ) $\text{mmc}(5, 15) = 15$

f ) $\text{mmc}(18, 36) = 36$

g ) $\text{mmc}(15, 30) = 30$

h ) $\text{mmc}(7, 21, 42) = 42$

i ) $\text{mmc}(20, 40) = 40$

j ) $\text{mmc}(12, 48) = 48$

**25.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que o mmc de dois ou mais números diferentes de zero é igual ao maior deles, desde que ele seja múltiplo dos demais.

**26.** Como a professora quer dividir a turma em grupos de 3, 4, 6 ou 12 estudantes, precisamos determinar o múltiplo comum entre esses números que esteja entre 30 e 40.

Múltiplos de 3: 30, 33, 36 e 39

Múltiplos de 4: 32, 36 e 40

Múltiplos de 6: 30 e 36

Múltiplo de 12: 36

Dos números verificados, apenas o 36 é um múltiplo comum. Portanto, essa turma tem 36 estudantes.

**27.** Para resolver este problema, inicialmente, vamos determinar o mmc entre 8 e 12.

Múltiplos de 8: $0, 8, 16, 24, \ldots$

Múltiplos de 12: $0, 12, 24, \ldots$

Logo, o $\text{mmc}(8, 12) = 24$. Portanto, João tomará os remédios juntos novamente depois de 24 horas.

**28.** Calculando o mmc entre 8, 15 e 20, temos:

Múltiplos de 8: $0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, \ldots, 112, 120, \ldots$

Múltiplos de 15: $0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, \ldots$

Múltiplos de 20: $0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, \ldots$

Logo, o $\text{mmc}(8, 15, 20) = 120$. Portanto, os luminosos estarão acesos juntos novamente depois de 120 segundos.

**29.** a ) Como um dos números é o triplo do outro, o mmc será o maior deles, ou seja, um dos números será o próprio 45. Sabendo disso, verificamos que 45 é o triplo de 15. Portanto, os números procurados são 15 e 45.

b ) Como o máximo divisor entre os números é 1, verificamos que os números devem ser primos entre si. Nesse caso, há mais de uma resposta correta.

Sugestão de resposta: 3 e 5.

**30.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Problema **1**: Dois ônibus partem juntos de um mesmo terminal. O ônibus **1** realiza o trajeto em 25 minutos e o ônibus **2**, em 35 minutos. Se eles saíram às 7 h da manhã, qual será o próximo horário de saída em que eles partirão juntos novamente? Resposta: O próximo horário de saída ocorrerá depois de 175 minutos, ou seja, às 9h55min.

Problema **2**: Giovana vai organizar os estudantes de sua turma em grupos com a mesma quantidade de pessoas em cada um. Sabendo que nessa turma há 15 meninas e 12 meninos, qual será a quantidade máxima de integrantes em cada grupo, sem misturar a quantidade de meninas e de meninos? Resposta: 3 integrantes.

**31.** Para dividir o número 216 e obter resto 6, o divisor deverá ser múltiplo de 210. Analogamente, para dividir o número 169 e obter resto 1, o divisor deverá ser múltiplo de 168. Sendo assim, precisamos determinar o mdc entre 210 e 168.

Divisores de 210: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70 e 210.

Divisores de 168: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 21, 24, 28, 42, 56, 84 e 168.

Logo, $\text{mdc}(210, 168) = 42$. Portanto, o maior número é 42.

**32.** Espera-se que os estudantes respondam que calcularam o mínimo múltiplo comum entre os números 8, 15 e 20. Utilizando esse procedimento, é possível resolver os problemas propostos nos itens desta atividade.

a ) Para resolver este problema, precisamos calcular o mmc entre 4, 5 e 10.

Múltiplos de 4: $0, 4, 8, 12, 16, 20, \ldots$

Múltiplos de 5: $0, 5, 10, 15, 20, \ldots$

Múltiplos de 10: $0, 10, 20, \ldots$

Logo, o $\text{mmc}(4, 5, 10) = 20$.

Portanto, os ônibus sairão juntos novamente depois de 20 horas.

b ) Para resolver este problema, precisamos calcular o mdc entre 60 e 126.

Divisores de 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60.

Divisores de 126: 1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63 e 126.

Logo, o $\text{mdc}(60, 126) = 6$. Portanto, ela deverá cortar os tecidos em pedaços cujo comprimento mede 6 cm.

c ) Para resolver este problema, precisamos calcular o mmc entre 4, 6 e 8.

Múltiplos de 4: $0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, \ldots$

Múltiplos de 6: $0, 6, 12, 18, 24, \ldots$

Múltiplos de 8: $0, 8, 16, 24, \ldots$

Logo, o $\text{mmc}(4, 6, 8) = 24$. Portanto, após 24 dias os três trabalharão juntos novamente, ou seja, no dia 27 de março.

**Questão 11.** Para obter o mdc entre 32 e 48, precisamos decompor, separadamente, cada número em fatores primos e, em seguida, identificar os fatores comuns.

$$\begin{array}{r|l} 32 & \boxed{2} \\ 16 & \boxed{2} \\ 8 & \boxed{2} \\ 4 & \boxed{2} \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & \boxed{2} \\ 24 & \boxed{2} \\ 12 & \boxed{2} \\ 6 & \boxed{2} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Efetuando o produto entre os fatores dos produtos comuns, obtemos $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Portanto, $\text{mdc}(32, 48) = 16$.

**Questão 12.** Para obter o mmc entre 32 e 48 precisamos decompor simultaneamente os dois números em fatores primos. Vamos efetuar esse procedimento no algoritmo.

$$\begin{array}{r|l} 32,\ 48 & 2\\ 16,\ 24 & 2\\ 8,\ 12 & 2\\ 4,\ 6 & 2\\ 2,\ 3 & 2\\ 1,\ 3 & 3\\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Efetuando o produto de todos os fatores obtidos no algoritmo, verificamos que:

$$\text{mmc}(32, 48) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 96$$

## Atividades

**33.** Para responder a essa questão, precisamos determinar o valor máximo para cada fone, que corresponde ao divisor de 180, 240 e 320, ou seja, o $\text{mdc}(180, 240, 320)$. Decompondo separadamente cada um destes números em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2\\ 90 & 2\\ 45 & 3\\ 15 & 3\\ 5 & 5\\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 240 & 2\\ 120 & 2\\ 60 & 2\\ 30 & 2\\ 15 & 3\\ 5 & 5\\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 320 & 2\\ 160 & 2\\ 80 & 2\\ 40 & 2\\ 20 & 2\\ 10 & 2\\ 5 & 5\\ 1 & \end{array}$$

Como $\text{mdc}(180, 240, 320) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$, concluímos que o valor máximo de cada fone é R\$ 20,00.

Em seguida, dividimos o valor vendido em cada dia por esse resultado e adicionamos as quantidades obtidas.

$180 : 20 = 9$

$240 : 20 = 12$

$320 : 20 = 16$

$9 + 12 + 16 = 37$

Portanto, foram vendidos, ao todo, 37 fones.

**34.** Como o menor número é a metade do maior, então o maior número será o mmc entre eles. Assim, 50 é o maior número e, como 50 é o dobro de 25, os números procurados são 25 e 50.

**35.** Para resolver este problema, precisamos calcular o mmc entre 6 e 8. Decompondo simultaneamente esses números em fatores primos por meio do algoritmo, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 6,\ 8 & 2\\ 3,\ 4 & 2\\ 3,\ 2 & 2\\ 3,\ 1 & 3\\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Assim, o $\text{mmc}(6, 8) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$. Portanto, após 24 horas, Carla vai ingerir as vitaminas ao mesmo tempo novamente.

**36.** Para resolver este problema, precisamos calcular o mdc entre 36 e 42. Então, vamos decompor, separadamente, cada número em fatores primos e, em seguida, identificar os fatores comuns.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2\\ 18 & \boxed{2}\\ 9 & \boxed{3}\\ 3 & 3\\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 42 & \boxed{2}\\ 21 & \boxed{3}\\ 7 & 7\\ 1 & \end{array}$$

Assim, o $\text{mdc}(36, 42) = 2 \cdot 3 = 6$. Portanto, Rafaela deve colocar 6 doces em cada prato.

**37.** Para resolver este problema, precisamos encontrar o mdc entre 165, 220 e 275. Então, vamos decompor, separadamente, cada número em fatores primos e, em seguida, identificar os fatores comuns.

$$\begin{array}{r|l} 165 & 3\\ 55 & \boxed{5}\\ 11 & \boxed{11}\\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 220 & 2\\ 110 & 2\\ 55 & \boxed{5}\\ 11 & \boxed{11}\\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 275 & 5\\ 55 & \boxed{5}\\ 11 & \boxed{11}\\ 1 & \end{array}$$

Assim, o $\text{mdc}(165, 220, 275) = 5 \cdot 11 = 55$. Portanto, Tobias deve colocar 55 ímãs em cada caixa.

**38.** De acordo com as informações do enunciado, formando agrupamentos de 2, 3, 4, 5 ou 6 bolinhas sobra 1 bolinha. Assim, a quantidade total de bolinhas menos 1 é representada por um múltiplo de 2, 3, 4, 5 e 6. Nesse caso, precisamos determinar o mínimo múltiplo comum entre 2, 3, 4, 5 e 6 simultaneamente.

$$\begin{array}{r|l} 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6 & 2\\ 1,\ 3,\ 2,\ 5,\ 3 & 2\\ 1,\ 3,\ 1,\ 5,\ 3 & 3\\ 1,\ 1,\ 1,\ 5,\ 1 & 5\\ 1,\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Assim, o $\text{mmc}(2, 3, 4, 5, 6) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Analisando os múltiplos de 60, podemos listar alguns deles, como $60, 120, 180, 240, 300, 360, \ldots$

Adicionando 1 unidade a esses múltiplos listados, verificamos que a quantidade total de bolinhas poderia ser $61, 121, 181, 241, 301, 361, \ldots$. Porém, como a quantidade total de bolinhas deve ser múltiplo de 7, o menor múltiplo de 60 que atende a essa condição é 301. Portanto, concluímos que Rodrigo tem 301 bolinhas de gude.

**39.** Para resolver esse problema, precisamos encontrar o mdc entre 48, 74 e 120. Então, vamos decompor, separadamente, cada número em fatores primos e, em seguida, identificar os fatores comuns.

$$\begin{array}{r|l} 48 & \boxed{2}\\ 24 & 2\\ 12 & 2\\ 6 & 2\\ 3 & 3\\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 74 & \boxed{2}\\ 37 & 37\\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & \boxed{2}\\ 60 & 2\\ 30 & 2\\ 15 & 3\\ 5 & 5\\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mdc}(48, 74, 120) = 2$. Portanto, $T$ é igual a 2.

**40.** Para resolver este problema, precisamos encontrar o mmc entre 30, 20 e 15. Decompondo, simultaneamente, os três números em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 30,\ 20,\ 15 & 2 \\ 15,\ 10,\ 15 & 2 \\ 15,\ 5,\ 15 & 3 \\ 5,\ 5,\ 5 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(30, 20, 15) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. Portanto, após 60 minutos, ou seja, após 1 hora eles se encontrarão novamente nesse local.

**41.** Para que a quantidade de recipientes utilizados seja a menor possível, devemos ter a menor quantidade possível de bolinhas em cada recipiente. Sendo assim, precisamos calcular o mdc entre 180 e 220.

$$\begin{array}{r|l} 180 & \boxed{2} \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 220 & \boxed{2} \\ 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & \\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mdc}(180, 220) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$. Portanto, Theo vai usar 20 caixas.

## O que eu estudei?

**1.** a ) Os números primos consecutivos menores do que 30 são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29. Deles, os dois números cuja adição resulta em 30 são 13 e 17.

b ) Os números primos consecutivos menores do que 100 são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97. Deles, os quatro números cuja adição resulta em 168 são 37, 41, 43 e 47.

c ) Os números primos consecutivos menores do que 50 são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47. Deles, os dois números cujo produto resulta em 899 são 29 e 31.

**2.** a ) Os números primos de apenas um algarismo são 2, 3, 5 e 7, dos quais o único número primo par é 2 e o maior número primo entre eles é 7. Portanto, o produto é igual a 14.

b ) Os números primos de dois algarismos são 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97, dos quais o único número primo par é 2 e o maior número primo de dois algarismos é 97. Portanto, o produto é igual a 194.

**3.** Para que os números sejam primos entre si, o maior divisor comum entre eles deve ser o 1.

Divisores de 14: 1, 2, 7 e 14.

Divisores de 39: 1, 3, 13 e 39.

Divisores de 50: 1, 2, 5, 10, 25 e 50.

Para determinar outros três números, devemos escolher números que não tenham divisores comuns com os que já estão no quadro. Sugestão de resposta:

Divisores de 11: 1 e 11.

Divisores de 13: 1 e 13.

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6 e 18.

Assim:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 11 | 50 | 13 | 39 | 18 |

**4.** a ) Os 15 primeiros múltiplos de 4 são 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52 e 56.

b ) Os 10 primeiros múltiplos de 7 são 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 e 63.

c ) Os três primeiros múltiplos comum de 4 e 7 são 0, 28 e 56.

d ) De acordo com o item anterior, o $\text{mmc}(4, 7) = 28$.

e ) Divisores de 4: 1, 2 e 4.

Divisores de 7: 1 e 7.

Logo, o $\text{mdc}(4, 7) = 1$.

f ) Como o número 1 é o maior divisor comum entre eles, então 4 e 7 são números primos entre si.

**5.** Como o resto da divisão de um número por 2, 3, 4, 5, 6 ou 7 é 1, esse número não deve ser múltiplo de 2, 3, 4, 5, 6 e 7. Desse modo, o número que procuramos é 1 unidade maior do que o menor múltiplo dos números citados. Calculando o mínimo múltiplo comum entre esses números, temos:

$$\begin{array}{r|l} 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7 & 2 \\ 1,\ 3,\ 2,\ 5,\ 3,\ 7 & 2 \\ 1,\ 3,\ 1,\ 5,\ 3,\ 7 & 3 \\ 1,\ 1,\ 1,\ 5,\ 1,\ 7 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 7 & 7 \\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(2, 3, 4, 5, 6, 7) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$.

Portanto, o número procurado é 421, pois $420 + 1 = 421$.

**6.** Para resolver este problema, precisamos calcular o mdc entre 162 e 90.

$$\begin{array}{r|l} 162 & \boxed{2} \\ 81 & \boxed{3} \\ 27 & \boxed{3} \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & \boxed{2} \\ 45 & \boxed{3} \\ 15 & \boxed{3} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Como o $\text{mdc}(162, 90) = 18$ e há 252 fichas no total $(162 + 90 = 252)$, devemos dividir a quantidade de fichas pelo mmc obtido. Assim, $252 : 18 = 14$. Portanto, podem ser formadas 14 pilhas.

**7.** a ) Calculando o mmc entre 10 e 12, temos:

$$\begin{array}{r|l} 10,\ 12 & 2 \\ 5,\ 6 & 2 \\ 5,\ 3 & 3 \\ 5,\ 1 & 5 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(10, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Portanto, Maicon e Renata se encontram na casa da mãe a cada 60 dias.

b ) Calculando o mmc entre 10 e 18, temos:

$$\begin{array}{r|l} 10,\ 18 & 2 \\ 5,\ 9 & 3 \\ 5,\ 3 & 3 \\ 5,\ 1 & 5 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(10, 18) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$.

Portanto, Maicon e Laura se encontram na casa da mãe a cada 90 dias.

c ) Calculando o mmc entre 10, 12 e 18, temos:

$$\begin{array}{r|l} 10,\ 12,\ 18 & 2 \\ 5,\ 6,\ 9 & 2 \\ 5,\ 3,\ 9 & 3 \\ 5,\ 1,\ 3 & 3 \\ 5,\ 1,\ 1 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(10, 12, 18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 180$.

Portanto, Maicon, Renata e Laura se encontram na casa da mãe a cada 180 dias.

d ) Calculando o mmc entre 12 e 18, temos:

$$\begin{array}{r|l} 12,\ 18 & 2 \\ 6,\ 9 & 2 \\ 3,\ 9 & 3 \\ 1,\ 3 & 3 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(12, 18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$.

Portanto, Renata e Laura se encontram na casa da mãe a cada 36 dias.

**8.** Calculando o mdc entre 36 e 28, temos:

$$\begin{array}{r|l} 36 & \boxed{2} \\ 18 & \boxed{2} \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 28 & \boxed{2} \\ 14 & \boxed{2} \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Como os fatores comuns são $2 \cdot 2 = 4$, o $\text{mdc}(36, 28) = 2 \cdot 2 = 4$.

Portanto, podem ser formados no máximo 4 arranjos, cada um com 9 rosas $(36 : 4 = 9)$ e 7 margaridas $(28 : 4 = 7)$.

## Unidade 2 Os números inteiros

**Questão 1.** O município de Arcoverde está localizado em Pernambuco (PE). Esse estado faz fronteira com Alagoas (AL), Bahia (BA), Ceará (CE) Paraíba (PB) e Piauí (PI).

O município de Manaus está localizado no estado do Amazonas (AM). Esse estado faz fronteira com Acre (AC), Mato Grosso (MT), Pará (PA), Roraima (RR) e Rondônia (RO).

O município de Maringá está localizado no estado do Paraná (PR). Esse estado faz fronteira com Mato Grosso do Sul (MS), Santa Catarina (SC) e São Paulo (SP).

O município de Lajes está localizado no estado de Santa Catarina (SC). Esse estado faz fronteira com Rio Grande do Sul e Paraná.

O município de Vacaria está localizado no Rio Grande do Sul (RS). Esse estado faz fronteira apenas com Santa Catarina (SC).

**Questão 2.**

a ) Os números negativos são $-1{,}5$, $-\frac{7}{8}$ e $-4{,}9$.

b ) Os números maiores do que o zero são $\frac{1}{3}$ e $+2{,}8$.

c ) O número 0 (zero).

### Atividades

**1.** O termômetro **A** está marcando 3 °C e representa a medida da temperatura na cidade de Maringá (PR); O termômetro **B** está marcando 24 °C e representa a medida da temperatura da cidade de Manaus (AM); O termômetro **C** está marcando −4 °C e representa a medida da temperatura da cidade de Vacaria (RS).

**2.** a ) O termômetro **C** está indicando a maior medida de temperatura. O termômetro **A** está indicando a menor medida de temperatura.

b ) Verificamos que o termômetro **A** está indicando −7 °C, o termômetro **B** está indicando 7 °C, o termômetro **C** está indicando 25 °C e o termômetro **D** está indicando 0 °C.

**3.** a ) Os termômetros **B** e **F** estão indicando uma temperatura com medida negativa.

b ) A água estaria em estado líquido nos ambientes cujas medidas de temperatura estão indicadas nos termômetros **A**, **C**, **D**, e **E**, pois estão marcadas medidas de temperatura acima de zero.

A água estaria em estado sólido nos ambientes cujas medidas de temperatura estão indicadas nos termômetros abaixo de zero, ou seja, nos termômetros **B** e **F**.

c ) Resposta Pessoal. Espera-se que os estudantes indiquem o termômetro **A**, pois apresenta uma medida de temperatura mais próxima da medida de temperatura do corpo humano.

**4.** a ) A medida de temperatura média mensal esteve abaixo de zero em janeiro, fevereiro e dezembro.

b ) A maior medida de temperatura média mensal foi registrada em agosto. Essa medida foi 23,6 °C.

c ) A medida de temperatura média foi maior do que 10 °C em maio, junho, julho, agosto, setembro e outubro.

**5.** a ) Espera-se que os estudantes respondam 37 °C.

b ) Espera-se que os estudantes respondam 100 °C.

c ) Espera-se que os estudantes respondam −5 °C.

d ) Espera-se que os estudantes respondam 3 000 °C.

e ) Espera-se que os estudantes respondam −30 °C.

f ) Espera-se que os estudantes respondam 220 °C.

**6.** a ) O saldo estava positivo nos dias 25/09, 27/09 e 28/09. O saldo estava negativo nos dias 26/09 e 29/09.

b ) Márcio fez a compra referida no dia 29/09, pois no extrato bancário há uma descrição de compra com cartão neste valor.

c ) O histórico indica que a compra foi realizada com cartão de débito e podemos perceber que a compra foi efetuada em 27/09.

d ) O saldo era positivo no valor de R$ 2,75.

e ) Resposta pessoal.

Sugestão de resposta: Em qual dia Márcio depositou mais dinheiro do que ele retirou da conta? Resposta: No dia 27/09.

**7.** a ) Como a Fossa das Marianas está abaixo do nível do mar, temos uma medida de altitude negativa, que representamos por −10 920 m.

b ) Como a montanha K2 está acima do nível do mar, temos uma medida de altitude positiva, que representamos por 8 611 m.

c ) Como o Mar Morto está abaixo do nível do mar, temos uma medida de altitude negativa, que representamos por −395 m.

d ) Como o Pico da Neblina está acima do nível do mar, temos uma medida de altitude positiva, que representamos por 2 993 m.

e ) Como a montanha Kilimanjaro está acima do nível do mar, temos uma medida de altitude positiva, que representamos por 5 895 m.

**Questão 3.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

## Atividades

**8.** a ) Resposta no final da seção **Resoluções**.

b ) O número −120 está entre −150 e −100.
O número 290 está entre 250 e 300.
O número 25 está entre 0 e 50.
O número −230 está entre −250 e −200.
O número −320 está entre −350 e −300.

**9.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**10.** a ) Resposta no final da seção **Resoluções**.

b ) O ponto *A* dista 9 unidades de medida do ponto *O*.
O ponto *C* dista 3 unidades de medida do ponto *O*.
O ponto *D* dista 3 unidades de medida do ponto *O*.
O ponto *E* dista 6 unidades de medida do ponto *O*.
O ponto *F* dista 10 unidades de medida do ponto *O*.

**11.** Para indicar a medida de altitude de um determinado local, geralmente utilizamos o nível do mar como referência. Quando a altitude indicada está acima do nível do mar, indicamos uma medida de altitude positiva e, quando está abaixo do nível do mar, indicamos uma medida de altitude negativa.

a ) Os locais citados que ficam acima do nível do mar são o Monte Aconcágua, o Monte Elbrus, o Monte Everest e o Monte Branco.

b ) Os locais que ficam abaixo da altitude de medida −100 m são o Mar Morto e o Lago Assal.

c ) O local que tem maior medida de altitude é o Monte Everest. O local que tem menor medida de altitude é o Mar Morto.

**12.** a ) Terra, Vênus e Mercúrio.

b ) Em Marte, a temperatura média aproximada da superfície mede −65 °C.

c ) A temperatura média aproximada da superfície do planeta Netuno mede −200 °C. Essa medida é negativa.

d ) O planeta que tem maior medida de temperatura média aproximada é Vênus. Essa medida é 464 °C.

e ) Associando cada planeta à letra correspondente, temos: Vênus: *A*; Mercúrio: *B*; Terra: *C*; Marte: *D*; Júpiter: *E*; Saturno: *F*; Urano: *G* e Netuno: *H*.

**13.** a ) Resposta no final da seção **Resoluções**.

b ) O número 4 é o mais próximo da origem. O número −12 é o mais distante da origem.

c ) Os números que estão a mais de sete unidades de distância da origem são −8, −10, −12, 9 e 11.

d ) Resposta no final da seção **Resoluções**.

**14.** Como *C* e *E* estão situados à mesma medida de distância da origem e o ponto *D* está no ponto médio entre *C* e *E*, concluímos que *D* representa o zero (0) na reta numérica. Com base nesta informação, identificamos que *E* corresponde a 3 e, sendo simétrico a *C*, verificamos que *C* corresponde a −3. Como o ponto *F* está a 4 unidades à direita de *E*, então *F* corresponde a 7. Como *B* dista 6 unidades à esquerda do zero, verificamos que *B* corresponde a −6. Por fim, como *A* dista 9 unidades à esquerda de 0, então *A* corresponde a −9.

**15.** a ) $|5| = 5$

b ) $|-8| = 8$

c ) $|-11| = 11$

d ) $|16| = 16$

e ) $|-2| = 2$

f ) $|-19| = 19$

g ) $|33| = 33$

**16.** a ) Contando as unidades na reta, verificamos que a medida de distância entre *C* e *D* é igual a 6 unidades, pois *C* representa o número −11 e *D* representa o número −5.

b ) O ponto *C* está distante 8 unidades do ponto *B*.

c ) Os pontos *F* e *G* distam 10 unidades um do outro.

d ) O ponto *D* está distante 15 unidades do ponto *F*.

e ) O ponto *A* é o mais distante do ponto *E*, com 30 unidades de medida de distância.

**17.** a ) De acordo com a reta numérica apresentada, verificamos que as medidas de distância entre os pontos indicados e a origem são as seguintes:

- Ponto *A*: 4 unidades.
- Ponto *B*: 7 unidades.
- Ponto *C*: 4 unidades.
- Ponto *D*: 7 unidades.

b ) O ponto *A* está à mesma medida de distância da origem que o ponto *C*. O ponto *B* está à mesma medida de distância da origem que o ponto *D*.

**18.** a ) Entre os números −3 e 2, estão os números −2, −1, 0 e 1, cujos módulos são, respectivamente, 2, 1, 0 e 1.

b ) Os números −2, −1, 0, 1 e 2 têm módulo menor do que 3.

**19.** Números simétricos são números que estão localizados à mesma distância da origem na reta numérica. Sendo assim, determinamos os simétricos dos números apresentados em cada item.

a ) −3 é simétrico de 3.

b ) 2 é simétrico de −2.

c ) 32 é simétrico de −32.

d ) −9 é simétrico de 9.

e ) 15 é simétrico de −15.

f ) −56 é simétrico de 56.

g ) 1 é simétrico de −1.

h ) −10 é simétrico de 10.

**20.** Existem várias respostas para os itens apresentados. Elencamos a seguir uma possível resposta para cada um deles.

a ) Um possível número de três algarismos diferentes: 298. O oposto de 298 é −298.

b ) Um possível número negativo de dois algarismos diferentes: −98. O oposto de −98 é 98.

c ) Um possível número múltiplo de 10: 70. O oposto de 70 é −70.

d ) Um possível número par de três algarismos: 986. O oposto de 986 é −986.

**21.** Para completar o quadro substituindo as letras de cada coluna, devemos identificar o oposto do número apresentado em cada linha, seja na coluna da direita, seja na coluna da esquerda. Assim, temos o seguinte resultado.

| Número | Oposto do número |
|---|---|
| 26 | −26 |
| −15 | $A = 15$ |
| $B = -7$ | 7 |
| 19 | $C = -19$ |
| −79 | $D = 79$ |
| −25 | $E = 25$ |
| $F = -31$ | 31 |
| $G = 44$ | −44 |

**22.** a ) O módulo de −7 é 7.

b ) O módulo de 3 é 3, e o módulo de −3 é 3.

c ) O módulo dos números −5 e 5 é 5.

d ) O módulo de −15 é 15, e o módulo de −9 é 9.

**23.** a ) O simétrico de −21 é 21 e o simétrico de 21 é −21.

b ) Como $|-7| = 7$, o oposto do módulo de −7 é −7.

c ) Como $|-9| = 9$, o simétrico de $|-9|$ é −9.

d ) Como os números são simétricos, eles estão a mesma distância da origem, ou seja, o zero está exatamente no ponto médio da medida de distância desses números e um deles é negativo e o outro é positivo. Assim, $150 : 2 = 75$. Portanto, os números são −75 e 75.

**24.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**25.** Organizando as medidas de temperatura em ordem crescente, temos:

−18 °C, −12 °C, −5 °C, −1 °C, 0 °C, 1 °C, 7 °C, 16 °C.

**26.** a ) De acordo com a posição das letras na reta numérica, verificamos que:

*A*: −38; *B*: −26; *C*: −10; *D*: −7; *E*: 5; *F*: 30; *G*: 38.

b ) O maior número representado por uma dessas letras é o 38. O menor número é o −38.

c ) Entre os números representados pelas letras:

- são menores do que zero: −38, −26, −10 e −7.
- são maiores do que −15 e menores do que 15: −10, −7 e 5.
- são maiores do que −20: −10, −7, 5, 30 e 38.

**27.** a ) $5 > 2$

b ) $-7 > -9$

c ) $-1 < 0$

d ) $-53 < 53$

e ) $1 > -15$

f ) $-158 < -157$

g ) $11 > -11$

h ) $-170 < 5$

**28.** Entre os números apresentados, verificamos que:

a ) os maiores do que −14 são −9, −7, −3 e −1.

b ) os que estão entre −3 e 2 são −1 e 1.

c ) o menor do que −4 é o −7.

**29.** a ) O maior valor de *x* é 2 e o menor valor é −1.

b ) O maior valor de *x* é −23 e o menor valor é −34.

c ) O maior valor de *x* é −2 e o menor valor é −6.

d ) O maior valor de *x* é 6 e o menor valor é −9.

e ) O maior valor de *x* é −3 e o menor valor é −7.

f ) O maior valor de *x* é 4 e o menor valor é −11.

**30.** Escrevendo em ordem crescente todos os números inteiros, temos as seguintes sequências:

a ) Números maiores do que −6 e menores do que 4: −5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3.

b ) Números maiores do que −12 e menores do que −5: −11, −10, −9, −8, −7, −6.

c ) Números diferentes de zero, cuja medida de distância em relação à origem é menor do que 4 unidades: −3, −2, −1, 1, 2, 3.

**31.** a ) A maior medida de temperatura atmosférica registrada é 6 °C. A menor medida é aproximadamente −57 °C.

b ) Na altitude indicada, o termômetro desse avião registrou −45 °C de medida de temperatura atmosférica.

c ) Uma medida de temperatura de −40 °C pode ser registrada entre 7 200 m e 9 200 m de medida de altitude.

d ) Em altitudes de medida acima de 4 000 m, a medida de temperatura atmosférica aproximada é negativa.

**32.** a ) O saldo era o maior no dia 16/07. O saldo era o menor no dia 23/07.

b ) O saldo era maior do que −R$ 5,00 e menor do que R$ 10,00 no dia 25/07.

c ) Resposta no final da seção **Resoluções**.

**33.** A equipe que obteve o menor saldo de gols nesse campeonato foi o Sport (PE). A equipe que obteve o maior saldo de gols nesse campeonato foi o Cuiabá (MT).

**34.** a ) No período indicado, passaram-se 4 anos.
b ) Escrevendo os anos em ordem crescente, temos:
9 a.C., 7 a.C., 3 a.C., 2 a.C., 1 a.C., 1 d.C., 2 d.C., 4 d.C.

**Questão 4.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**Questão 5.**

a ) $(-5) + 0 = -5$
b ) $0 + (-17) = -17$
c ) $(-12) + 0 = -12$
d ) $(-15) + 0 = -15$
e ) $0 + (+14) = +14$
f ) $(-25) + 0 = -25$
g ) $(-7) + 0 = -7$
h ) $(-184) + 0 = -184$

**Questão 6.** Sugestão de resposta: Ao adicionar um número inteiro a zero, o resultado é o próprio número inteiro.

**Questão 7.**

a ) $(-6) + (+6) = 0$
b ) $(+17) + (-17) = 0$
c ) $(-28) + (+28) = 0$
d ) $(+41) + (-41) = 0$
e ) $(-37) + (+37) = 0$
f ) $(+65) + (-65) = 0$

**Questão 8.** Independentemente do número inteiro que o estudante escolha, o resultado é zero. Caso ele escolha $-10$, a adição a ser efetuada é $-10 + 10$, cujo resultado é 0.

**Questão 9.** 0 (zero).

## Atividades

**35.** a ) Devemos substituir o ■ por $-3$, pois a seta laranja indica que estamos deslocando 3 unidades para a esquerda (sentido negativo) a partir do número 8. Assim, $(+8) + (-3) = +5$.

b ) Devemos substituir o ■ por $+9$, pois a seta verde indica que estamos deslocando 9 unidades para a direita (sentido positivo) a partir do número $-12$. Assim, $(-12) + (+9) = -3$.

c ) Devemos substituir o ■ da parcela por $-5$, pois a seta laranja menor indica que estamos deslocando 5 unidades para a esquerda (sentido negativo) a partir do número 0. Com isso, substituímos o outro ■ pelo resultado da adição indicada, ou seja, $(-5) + (-6) = -11$.

d ) Devemos substituir os ■ das parcelas, respectivamente, por $-3$ e $+7$, pois a seta laranja indica que estamos deslocando 3 unidades para a esquerda (sentido negativo) a partir do número 0, e a seta verde indica que estamos deslocando 7 unidades para a direita (sentido positivo) a partir do número $-3$. Com isso, substituímos o último ■ pelo resultado da adição indicada, ou seja, $(-3) + (+7) = +4$.

e ) Devemos substituir os ■ das parcelas, respectivamente, por $-3$ e $+3$, pois a seta verde indica que estamos deslocando 3 unidades para a esquerda (sentido negativo) a partir do número 0, e a seta laranja indica que estamos deslocando 3 unidades para a direita (sentido positivo) a partir do número $-3$. Com isso, substituímos o último ■ pelo resultado da adição indicada, ou seja, $(-3) + (+3) = 0$.

f ) Devemos substituir os ■ das parcelas, respectivamente, por $+7$ e $-12$, pois a seta verde indica que estamos deslocando 7 unidades para a direita (sentido positivo) a partir do número 0, e a seta laranja indica que estamos deslocando 12 unidades para a esquerda (sentido negativo) a partir do número 7. Com isso, substituímos o último ■ pelo resultado da adição indicada, ou seja, $(+7) + (-12) = -5$.

**36.** a ) Raul deve depositar R$ 590,00, pois $(-590) + (590) = 0$.
b ) Raul deve depositar a mesma quantia em dinheiro para o saldo ficar igual a zero, ou seja, R$ 590,00. Para que o saldo fique igual a R$ 490,00, ele deve cobrir o valor correspondente ao saldo devedor e acrescentar a quantia de R$ 490,00, pois $590 + 490 = 1080$.
Portanto, Raul deverá depositar R$ 1080,00.

**37.** Para descobrir o saldo da conta bancária de Fernanda, basta adicionarmos os valores do extrato, ou seja:
$(+250) + (-135) + (-62) + (+253) = (+115) + (+191) = 306$
Portanto, o saldo após as movimentações é R$ 306,00.

**38.** a ) $(-9) + (+5) = -4$
b ) $(+41) + (-23) = +18$
c ) $(-7) + (+4) = -3$
d ) $(+18) + (-35) = -17$
e ) $(-52) + (+17) = -35$
f ) $(-3) + (-14) = -17$
g ) $(+57) + (-2) = +55$
h ) $(-16) + (-37) = -53$

**39.** Ao aplicar a propriedade comutativa da adição, a ordem das parcelas não altera o resultado da operação.
a ) $(-12) + (+8) = -4$ e $(+8) + (-12) = -4$.
b ) $(-31) + (-6) = -37$ e $(-6) + (-31) = -37$.
c ) $(-9) + (+21) = 12$ e $(+21) + (-9) = 12$.
d ) $(+12) + (-19) = -7$ e $(-19) + (+12) = -7$.

**40.** a ) $(+30) + (-12) = +18$
b ) $(+30) + (-12) = +18$
c ) $(-17) + (-1) = -18$
d ) $(-17) + (-1) = -18$
e ) $(+7) + (-25) = -18$
f ) $(+7) + (-25) = -18$
g ) $(+52) + (-34) = +18$
h ) $(+52) + (-34) = +18$

**41.** a ) $(-3) + (+5) + (-5) = (+2) + (-5) = -3$ e
$(-3) + (+5) + (-5) = (-3) + 0 = -3$.

b ) $(+2) + (-2) + (+2) = 0 + (+2) = +2$ e
$(+2) + (-2) + (+2) = (+2) + 0 = +2$.

c ) $(+1) + (-15) + (+7) = (-14) + (+7) = -7$ e
$(+1) + (-15) + (+7) = (+1) + (-8) = -7$.

d ) $(+7) + (+14) + (-7) = (+21) + (-7) = +14$ e
$(+7) + (+14) + (-7) = (+7) + (+7) = +14$.

e ) $(+30) + (-18) + (-6) = (+12) + (-6) = +6$ e
$(+30) + (-18) + (-6) = (+30) + (-24) = +6$.

f ) $(-52) + (-2) + (-5) = (-54) + (-5) = -59$ e
$(-52) + (-2) + (-5) = (-52) + (-7) = -59$.

g ) $(+60) + (-23) + (+7) = (+37) + (+7) = +44$ e
$(+60) + (-23) + (+7) = (+60) + (-16) = +44$.

h ) $(+4) + (+15) + (-8) = (+19) + (-8) = +11$ e
$(+4) + (+15) + (-8) = (+4) + (+7) = +11$.

i ) $(+3) + (-18) + (+12) = (-15) + (+12) = -3$ e
$(+3) + (-18) + (+12) = (+3) + (-6) = -3$.

**42.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

a ) A soma é maior do que 2 e menor do que 5 na pilha **B**.

b ) A soma é um número entre $-6$ e zero na pilha **A**.

c ) Em nenhuma das pilhas a soma é menor do que $-5$.

d ) A soma é maior do que zero e menor do que 2 na pilha **C**.

**43.** a ) Calculando a pontuação obtida pelos respectivos jogadores, verificamos que:

- Milena obteve $+2$ pontos, pois $(+10) + (+1) + (+1) + (5) + (-5) + (-10) = +2$.
- Adriano obteve $+4$ pontos, pois $(+8) + (+1) + (+5) + (-10) = +4$.
- César obteve $-1$ ponto, pois $(+10) + (+5) + (-10) + (-5) + (-1) = -1$.

b ) Adriano obteve a maior soma de pontos.

**44.** Adicionando os números da primeira coluna do quadrado **A**, obtemos 33, pois $7 + 15 + 11 = 33$. Já na segunda coluna, obtemos 3, pois $5 + 1 + (-3) = 3$. Como as somas obtidas são diferentes, esse quadrado não é mágico.

Adicionando os números das linhas do quadrado **B**, obtemos os seguintes resultados:

$(-9) + 8 + 4 = 3$; $14 + 1 + (-12) = 3$; $(-2) + (-6) + 11 = 3$.

Adicionando os números das colunas, obtemos os seguintes resultados:

$(-9) + 14 + (-2) = 3$; $8 + 1 + (-6) = 3$; $4 + (-12) + 11 = 3$.

Adicionando os números das diagonais, obtemos os seguintes resultados:

$(-9) + 1 + 11 = 3$; $4 + 1 + (-2) = 3$.

Como a soma dos números das linhas, colunas e diagonais sempre é igual a 3, verificamos que os resultados são os mesmos. Portanto, o quadrado **B** é um quadrado mágico.

**45.** A resposta depende da criatividade dos estudantes. Apresentamos em cada item uma possível sugestão de resposta.

a ) Pedro tinha R$ 7,00 em sua conta bancária e depositou R$ 32,00. Com quantos reais ele ficou em sua conta? Resposta: R$ 39,00.

b ) Cássia perdeu 12 pontos na primeira rodada de um jogo e ganhou 13 pontos na segunda rodada. Com quantos pontos ela ficou ao final da segunda rodada? Resposta: 1 ponto.

c ) Marcela tem R$ 9,00 e pagou R$ 3,00 por um bombom. Com quantos reais ela ficou? Resposta: R$ 6,00.

d ) Joana deve R$ 25,00 para sua irmã e deve R$ 11,00 na cantina da escola. Quantos reais ela deve ao todo? Resposta: R$ 36,00.

**46.** a ) Devemos substituir o ■ por $+3$, pois a seta laranja indica um deslocamento de 3 unidades para a esquerda (sentido negativo) a partir do número 7. O deslocamento é feito para a esquerda porque $-3$ é o oposto de $+3$. Assim, $(+7) - (+3) = (+7) + (-3) = +4$.

b ) Devemos substituir o ■ por $+7$, pois a seta laranja indica um deslocamento de 7 unidades para a esquerda (sentido negativo) a partir do número 9. O deslocamento é feito para a esquerda porque $-7$ é o oposto de $+7$. Assim, $(+9) - (+7) = (+9) + (-7) = +2$.

c ) Devemos substituir o ■ por $+2$, pois a seta verde indica um deslocamento de 2 unidades para a direita (sentido positivo) a partir do número 0. Assim, $(+2) - (+5) = (+2) + (-5) = -3$.

d ) Devemos substituir o ■ , respectivamente, por $+11$ e $+6$, pois a seta verde indica um deslocamento de 11 unidades para a esquerda (sentido positivo) a partir do número 11, e a seta laranja indica um deslocamento de 6 unidades para a esquerda (sentido negativo) a partir do número 11. O deslocamento é feito para a esquerda porque $-6$ é o oposto de $+6$. Assim, $(+11) - (+6) = (+11) + (-6) = +5$.

**47.** Substituindo cada ■ pelo número adequado, temos:

a ) $(+10) - (-8) = (+10) + (+8) = +18$

b ) $(+6) - (-7) = (+6) + (+7) = +13$

c ) $(-2) - (-14) = (-2) + (+14) = +12$

d ) $(+5) - (+6) = (+5) + (-6) = -1$

e ) $(-9) - (+7) = (-9) + (-7) = -16$

f ) $(-13) - (-5) = (-13) + (+5) = -8$

**48.** Efetuando os cálculos, temos:

a ) $(+2) - (+17) = -15$

b ) $(+14) - (-9) = +23$

c ) $(+23) - (-5) = +28$

d ) $(+11) - (-4) = +15$

e ) $(+21) - (+19) = +2$

f ) $(-12) - (-3) = -9$

g ) $(-5) - (+2) = -7$

h ) $(-1) - (-9) = +8$

i ) $(-15) - (-4) = -11$

j ) $(-8) - (-12) = +4$

k ) $(-15) - (-10) = -5$

l ) $(-1) - (-1) = 0$

**49.** Substituindo cada ■ pelo sinal de + ou – adequado, temos:

a ) $(-4) + (+2) = -2$

b ) $(-3) - (-7) = (+4)$

c ) $(+3) - (+3) = 0$

d ) $(+8) - (-7) = +15$

e ) $(-8) + (+10) = +2$

f ) $(+10) - (+6) = +4$

**50.** a ) A medida de temperatura máxima registrada nesse dia foi $11\,°C$. A medida de temperatura mínima foi de $-4\,°C$.

b ) A diferença entre as medidas de temperatura máxima e mínima é dada por $(+11) - (-4) = +15$, isto é, $15\,°C$.

**51.** Na sequência **A**, cada número é obtido adicionando 9 unidades ao número anterior. Assim, os três próximos números dessa sequência são $-17$, $-8$ e $+1$.

Na sequência **B**, cada número é obtido adicionando 12 unidades ao número anterior. Assim, os três próximos números dessa sequência são $+35$, $+47$ e $+59$.

Na sequência **C**, cada número é obtido subtraindo 6 unidades do número anterior. Assim, os três próximos números dessa sequência são $-34$, $-40$ e $-46$.

Na sequência **D**, cada número é obtido subtraindo 7 unidades do número anterior. Assim, os três próximos números dessa sequência são $-2$, $-9$ e $-16$.

**52.** a ) $(+22) + (-7) - (-9) = (+15) + (+9) = +24$

b ) $(-48) - (+13) + (+6) = (-61) + (+6) = -55$

c ) $(-69) + (+16) - (-27) = (-53) + (+27) = -26$

d ) $(+35) + (-12) - (+8) - (-4) = (+23) - (+8) - (-4) =$
$= (+15) - (-4) = +19$

e ) $(+74) - (-9) + (-2) = (+83) + (-2) = +81$

f ) $(-30) - (-42) + (-3) + (+1) = (+12) + (-3) + (+1) =$
$= (+9) + (+1) = +10$

**53.** a ) Calculando o resultado de cada uma das expressões, temos:

Expressão **A**:
$(+26) - (-17) + (-38) - (+7) = (+43) + (-45) = -2$

Expressão **B**:
$(+17) + (-26) - (-7) - (-38) = (-9) + (+45) = +36$

Expressão **C**:
$(+7) - (+38) - (-26) + (-7) = (-31) + (+19) = -12$

b ) A expressão **B** tem o maior valor.

**54.** a ) As medidas de altitudes aproximadas em ordem crescente são: $-209$ m, $-125$ m, $1010$ m, $2798$ m, $3504$ m, $8172$ m.

b ) $\underbrace{(+8172)}_{\text{maior medida aproximada}} - \underbrace{(-209)}_{\text{menor medida aproximada}} = 8281$

Portanto, a diferença entre essas medidas é 8281 m.

**55.** A medida de temperatura registrada pelo termômetro será $(+5) - (+8) = -3$, isto é, $-3$ °C.

**56.** a ) $(-9) - A + B = -28 \Rightarrow -A + B = -19$

Os possíveis valores de $A$ e $B$ são $+14$, $-5$ ou $+32$. Substituindo esses valores na sentença, concluímos que $A = +14$ e $B = -5$, pois
$(-9) - (+14) + (-5) = (-23) + (-5) = -28$.

b ) $C + D - (+14) = +9 \Rightarrow C + D = 23$

Os possíveis valores de $C$ e $D$ são $-9$, $-5$ ou $+32$. Substituindo esses valores na sentença, concluímos que $C = +32$ e $D = -9$ ou $C = -9$ e $D = +32$, pois
$(+32) + (-9) - (+14) = (+23) - (+14) = +9$ e
$(-9) + (+32) - (+14) = (+23) - (+14) = +9$.

c ) $E - (-9) + F = +36 \Rightarrow E + F = 27$

Os possíveis valores de $E$ e $F$ são $+14$, $-5$ ou $+32$. Substituindo esses valores na sentença, concluímos que $E = +32$ e $F = -5$ ou $E = -5$ e $F = +32$, pois
$(+32) - (-9) + (-5) = (+41) + (-5) = +36$ e
$(-5) - (-9) + (+32) = (+4) + (+32) = +36$.

**57.** Saldo de gols marcados: $2 + 3 + 0 + 3 = 8$.
Saldo de gols sofridos $-4 - 2 - 2 - 5 = -13$.
Saldo de gols: $(+8) + (-13) = -5$.
Portanto, o saldo de gols dessa equipe foi $-5$ pontos.

**58.** Resposta pessoal. Sugestão de problema:
Em certo dia, a medida da temperatura máxima foi 12 °C e a medida da temperatura mínima foi 2 °C na cidade em que Daiane mora. Qual foi a variação média da medida da temperatura nesse dia? Resposta: 10 °C.

**Questão 10.** Roberto acertou 15 pontos, pois $5 \cdot 3 = 15$, e errou 8 pontos, pois $4 \cdot (-2) = -8$. Assim, o saldo de pontos de Roberto foi de $15 + (-8) = +7$, isto é, 7 pontos.

**Questão 11.**

a ) Lúcia: quantidade de pontos das respostas corretas: $6 \cdot 3 = 18$.
Quantidade de pontos das respostas erradas: $3 \cdot (-2) = -6$.
Saldo de pontos de Lúcia: $18 + (-6) = 12$.

b ) Daniela: quantidade de pontos das respostas corretas: $7 \cdot 3 = 21$.
Quantidade de pontos das respostas erradas: $2 \cdot (-2) = -4$.
Saldo de pontos de Daniela: $+21 + (-4) = 17$.

c ) Francisca: quantidade de pontos das respostas corretas: $4 \cdot 3 = 12$.
Quantidade de pontos das respostas erradas: $5 \cdot (-2) = -10$.
Saldo de pontos de Francisca: $12 + (-10) = 2$.

## Atividades

**59.** A multiplicação de 16 por 2 é dada por: $16 \cdot 2 = 32$ e o triplo de $-15$ é $3 \cdot (-15) = -45$. Adicionando os dois resultados obtidos, obtemos $32 + (-45) = -13$.

**60.** a ) $(-10) \cdot (+11) = -110$

b ) $(-4) \cdot (+3) = -12$

c ) $(-8) \cdot (+2) = -16$

d ) $(-25) \cdot (+4) = -100$

e ) $(-12) \cdot (-4) = +48$

f ) $(-10) \cdot (-8) = +80$

g ) $(-101) \cdot (-100) = +10100$

h ) $(-4) \cdot (-15) = +60$

**61.** Pela propriedade comutativa, as multiplicações **A** e **H** têm o mesmo resultado, bem como as multiplicações **B** e **G** e também **F** e **K**. Já pela propriedade associativa, as multiplicações **C** e **I** têm o mesmo resultado, assim como as multiplicações **E** e **J**. Por sua vez, a propriedade distributiva garante a equivalência entre as multiplicações **D** e **L**.

**62.** A. $A$: $(-2) \cdot (-3) = 6$; $B$: $(-2) \cdot 2 = -4$; $C$: $6 \cdot (-1) = -6$;
$D$: $(-4) \cdot 5 = -20$; $E$: $(-6) \cdot (-5) = 30$; $F$: $30 \cdot 2 = 60$.

B. $A$: $(-3) \cdot (-3) = 9$; $B$: $(-3) \cdot 7 = -21$; $C$: $9 \cdot (-7) = -63$;
$D$: $(-21) \cdot 3 = -63$; $E$: $(-63) \cdot (-1) = 63$; $F$: $63 \cdot 2 = 126$.

C. $A$: $(-1) \cdot 4 = -4$; $B$: $(-1) \cdot 6 = -6$; $C$: $(-4) \cdot (-2) = 8$;
$D$: $(-6) \cdot 5 = -30$; $E$: $8 \cdot 5 = 40$; $F$: $40 \cdot 3 = 120$.

**63.** Substituindo cada símbolo de acordo com a indicação, temos:

- $A$: $5 + (-2) \cdot (-2) + (+2) \cdot (+3) = 5 + 4 + 6 = 15$
$= 5 + 4 + 6 = 15$
- $B$: $-1 + (+2) \cdot (+3) + (-2) + (-2) =$
$= -1 + 6 + (-4) = 1$
- $C$: $-3 + (+2) + (+2) \cdot (+3) + (-2) \cdot (-2) =$
$= -3 + (+2) + 6 + 4 = -1 + 10 = 9$
- $D$: $7 \cdot (+3) + (-2) + (+2) + (-2) \cdot (-2) =$
$= 21 + (-2) + (+2) + 4 = 21 + 4 = 25$

**64.** a ) No termômetro **B**, pois $-2 \cdot 4 = -8$, ou seja, $-8\,°C$.

b ) Calculando a diferença entre as temperaturas, temos $(-2) - (-8) = 6$. Portanto, do 1º para o 2º momento a medida de temperatura diminuiu $6\,°C$.

**65.** a ) Sugestão de resposta:
$(-2) \cdot (+6) = -12$ e $(+4) \cdot (-3) = -12$.

b ) Sugestão de resposta:
$(-4) \cdot (+9) = -36$ e $(+12) \cdot (-3) = -36$.

c ) Sugestão de resposta:
$(-20) \cdot (+1) = -20$ e $(+2) \cdot (-10) = -20$.

**66.** $152 \cdot (-25) = -3\,800$

Portanto, os destroços do Titanic estão a, aproximadamente, $-3\,800$ m de medida de profundidade em relação ao nível do mar.

**67.** O menor número inteiro de dois algarismos é o $-99$ e o menor número natural de dois algarismos é o 10. Substituindo esses valores em *A* e *B*, obtemos $(-99) \cdot (-10) = -990$.
Portanto: *A*: $-99$; *B*: 10; *C*: $-990$.

**68.** a ) Sugestão de resposta: Escolhendo o número inteiro $-2$, temos $\left[3 \cdot (-2) - 13\right] \cdot (-5) = +95$.

b ) Sugestão de resposta: Escolhendo o número inteiro $-2$, temos $\left[(-2) \cdot (-4) + 10\right] \cdot (-2) = -36$.

**69.** a ) O ■ deve ser substituído por $-38$, pois $7 \cdot (-6) + 4 = -38$.

b ) O ■ deve ser substituído por 9, pois $5 \cdot (-4) - 9 = -29$.

c ) O ■ deve ser substituído por $-5$ , pois $4 \cdot (-5) + 5 = -15$.

d ) Os ■ devem ser substituídos, respectivamente, por $-15$ e $-42$, pois $9 \cdot (-3) + (-15) = -42$.

**70.** Em cada item, o ■ pode ser substituído por um número que seja:

a ) maior ou igual a $-3$. Sugestões de resposta:
$-3, -2, -1, 0, 1, \dots$

b ) menor do que 2. Sugestões de resposta: $1, 0, -1, -2, -3, \dots$

c ) menor ou igual a $-5$. Sugestões de resposta:
$-5, -6, -7, -8, \dots$

d ) maior ou igual a 2. Sugestões de resposta: $2, 3, 4, 5, \dots$

e ) maior ou igual a 3. Sugestões de resposta: $3, 4, 5, 6, \dots$

f ) menor ou igual a $-10$. Sugestões de resposta:
$-10, -11, -12, -13, \dots$

**71.** O saldo de Jonas antes dos depósitos era $-$R$ 296,00, pois $4 \cdot (-74) = -296$. Para ficar com saldo de $-$R$ 74,00, Jonas depositou R$ 222,00, pois $296 + (-74) = 222$.

**72.** a ) $(-2) \cdot (+1) \cdot (-11) = (-2) \cdot (-11) = +22$

b ) $(-3) \cdot (-5) \cdot (-8) = (-3) \cdot (+40) = -120$

c ) $(+6) \cdot (+10) \cdot (-3) = (+60) \cdot (-3) = -180$

d ) $(-46) \cdot (+2) \cdot (+5) = (-46) \cdot (+10) = -460$

e ) $(-1) \cdot (+7) \cdot (+4) \cdot (+5) = (-7) \cdot (+20) = -140$

f ) $(-5) \cdot (+1) \cdot (+12) = (-5) \cdot (+12) = -60$

g ) $(+7) \cdot (+3) \cdot (+4) = (+21) \cdot (+4) = +84$

**73.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:
A medida da temperatura interna de uma máquina de sorvete era $-4\,°C$ em determinado momento. Após 5 minutos, essa medida ficou 3 vezes menor. Qual foi a medida da temperatura interna verificada nessa máquina após 5 minutos?
Resposta: $-12\,°C$.

**74.** O número representado pelo ■ no esquema **A** é 160, pois $(-32) \cdot (-5) = 160$ e $160 : (-5) = (-32)$. No esquema **B**, o ■ deve ser substituído por $-260$, pois $(-13) \cdot 20 = -260$ e $(-260) : 20 = -13$. No esquema **C**, o ■ deve ser substituído por $-180$, pois $(+20) \cdot (-9) = -180$ e $(-180) : (-9) = 20$.

**75.** a ) Cada um dos ■ deve ser substituído por $-5$, pois $-20 : 4 = -5$ e $-5 \cdot 4 = -20$.

b ) Cada um dos ■ deve ser substituído por $-6$, pois $78 : (-13) = -6$ e $-6 \cdot (-13) = 78$.

c ) Os ■ devem ser substituídos, respectivamente, por $-6$, $-6$ e $-9$, pois $54 : (-9) = -6$ e $-6 \cdot (-9) = 54$.

d ) Os ■ devem ser substituídos, respectivamente, por $-72$, 8 e $-72$, pois $-72 : 8 = (-9)$ e $(-9) \cdot 8 = -72$.

e ) Os ■ devem ser substituídos, respectivamente, por $-21$, 3, $-7$ e $-21$, pois $-21 : (-7) = 3$ e $3 \cdot (-7) = -21$.

f ) Os ■ podem ser substituídos por quaisquer números que satisfaçam a relação de igualdade. Sugestão de resposta: $(-24) : 8 = -3$ e $(-3) \cdot 8 = -24$.

**76.** a ) $(+64) : (-8) = -8$

b ) $(-84) : (+12) = -7$

c ) $(-45) : (+9) = -5$

d ) $(-54) : (-6) = +9$

e ) $(+44) : (+11) = +4$

f ) $(-39) : (-3) = +13$

g ) $(-90) : (-15) = +6$

h ) $(+42) : (-7) = -6$

**77.** a ) O resultado da divisão de um número por seu oposto é sempre igual a $-1$.

b ) O resultado da divisão de um número negativo por ele mesmo é sempre igual a 1.

c ) Como $42 : (-7) = -6$, *A* deve ser $-6$, pois $42 : (-6) = -7$.

**78.** No item **a**, o número que substitui o ■ é $-36$, pois $(-36) : (-4) = 9$ e $9 + (-32) = -23$. No item **b**, o número que substitui o ■ é $-8$, pois $(-8) \cdot (-8) = 64$ e $64 - 30 = 34$. No item **c**, o número que substitui o ■ é $+63$, pois $63 : \underbrace{(-9)}_{3 \cdot (-3)} = -7$ e $(-7) - (-5) = -2$. Desse modo, as frases completas ficarão escritas da seguinte maneira:

a ) Dividindo $-36$ por $-4$ e adicionado o resultado ao dobro de $-16$, obtemos $-23$.

b ) Ao multiplicar $-8$ por ele mesmo e subtrair 30 do resultado, obtemos 34.

c ) Ao dividir $+63$ pelo triplo de $-3$ e subtrair $-5$ do resultado, obtemos $-2$.

**79.** De acordo com o esquema, a letra *A* deve ser substituída por $(-3)$, pois $21:(-3)=-7$ e $(-7)\cdot(-3)=21$. Já a letra *B* deve ser substituída por 4, pois $(-36):4=-9$ e $(-9)\cdot 4=-36$.

**80.** Para calcular a média das medidas mínimas de temperatura, inicialmente, calculamos a soma das medidas de temperatura:
$(-12)+1+(-2)+(-2)+(-6)+(-10)+(-11)=-42$.
Em seguida, dividimos o resultado obtido pela quantidade de dias registrados, ou seja, $(-42):7=-6$. Portanto, a média das medidas mínimas de temperatura é $-6\,°C$.

**81.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:
Determine um número que ao ser multiplicado por 3 e adicionado 46 resulta em 10. Resposta: $-12$.

**82.** a ) $(-3)^1=-3$
b ) $(-8)^5=(-8)\cdot(-8)\cdot(-8)\cdot(-8)\cdot(-8)=-32\,768$
c ) $(-4)^7=(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)=$
$=-16\,384$
d ) $(-2)^0=1$

**83.** a ) A potência é negativa, pois o expoente é ímpar.
b ) A potência é positiva, pois o expoente é par.
c ) A potência é positiva, pois o expoente é par.

**84.** a ) $-6^2=-(6\cdot 6)=-36$
b ) $(-6)^2=(-6)\cdot(-6)=36$
c ) $(-5)^3=(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)=-125$
d ) $-5^3=-(5\cdot 5\cdot 5)=-125$
e ) $(-2)^4=(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)=16$
f ) $-2^4=-(2\cdot 2\cdot 2\cdot 2)=-16$

**85.** a ) $(-4)^3<(-4)^6$, pois $(-4)^3=-64$ e $(-4)^6=4\,096$
b ) $(-4)^6=4^6$, pois $(-4)^6=4\,096$ e $4^6=4\,096$
c ) $3^5<3^7$, pois $3^5=243$ e $3^7=2\,187$
d ) $5^4>-50^4$, pois $5^4=625$ e $-50^4=-6\,250\,000$

**86.** **A**: $(-9)^3=-729$
**B**: $(-6)^1=-6$
**C**: $-16^2=-256$
**D**: $(-13)^2=169$
**E**: $-4^6=-4\,096$
**F**: $(-15)^0=1$
Escrevendo esses números em ordem crescente, temos:
$-4\,096$, $-729$, $-256$, $-6$, 1, 169.

**87.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:
Determine o número cuja potência ao quadrado resulta em seu oposto. Resposta: $(-1)$.

**88.** a ) $15+(-17)=-2$
b ) $(-7)+(-9)=-16$
c ) $(-44)\cdot 12=-528$
d ) $(-3)\cdot(-18)=54$
e ) $125:(-25)=-5$
f ) $(-147):(-3)=49$
g ) $(-15)^2=225$

**89.** O resultado de Júlia é o correto, pois ela efetuou $(-5)^4$, enquanto Fernando efetuou $-5^4$, ou seja, representam multiplicações diferentes e têm resultados diferentes. Isso aconteceu porque Fernando deixou de digitar os parênteses para indicar que a base da potência é $-5$, e não 5.

## O que eu estudei?

**1.** a ) São números naturais: 0 e 6.
b ) São números positivos: $\frac{3}{4}$ e 6.
c ) São números negativos: $-30{,}5$, $-29$ e $-\frac{7}{5}$.
d ) São números inteiros: $-29$, 0, 6.
e ) É um número inteiro e não é natural: $-29$.

**2.** As letras *D* e *E* representam números positivos e as letras *A*, *B* e *C* representam números negativos. Portanto, temos:

*A*: $-4$; *E*: 2; *C*: $-1$

**3.** a ) Os números inteiros que têm módulo igual a 7 são $-7$ e 7.
b ) Apenas um número tem o módulo igual a zero. Esse número é o próprio 0 (zero).
c ) Os números inteiros maiores do que $-12$ e menores do que $-7$ são $-11$, $-10$, $-9$ e $-8$.
d ) Entre $-30$ e 21 existem 50 números inteiros.
e ) O número simétrico de $-37$ é 37. O simétrico de 12 é $-12$.

**4.** a ) Para determinar qual foi a medida de temperatura máxima nesse dia, calculamos $(-6)+4=-2$, ou seja, a medida da temperatura máxima nesse dia foi $-2\,°C$.
b ) Realizando os cálculos, temos $(-355)+750=395$. Portanto, o saldo da conta de Gabriela passou a ser de R\$ 395,00.

**5.** a ) Como $90:(-18)=-5$, devemos dividir 90 por $-5$ para obter o resultado $-18$.
b ) Realizando essa operação, obtemos: $-6-(+25)=-31$. Portanto, o resultado é $-31$.
c ) Como o oposto de 2 é $-2$ e $(-2)^2=4$, então $(-64):4=-16$. Portanto, o resultado é $-16$.
d ) A base é positiva e o expoente também, mas a potência está multiplicada por um número negativo, ou seja, $-19^6=(-1)\cdot 19^6$. Portanto, o resultado dessa potência é negativo.

**6.** Adicionando os valores do saldo da conta de Roberto dos meses de junho a setembro, temos:
$-100+(-30)+(-20)+110=-40$ e $(-40):4=-10$, ou seja, o saldo mensal médio da conta de Roberto nesse período foi $-$R\$ 10,00.

## Unidade 3 Frações

**Questão 1.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que as frações foram criadas com base na necessidade que os povos antigos tinham de fazer medições.

**Questão 2.** Considerando que o número de meninas dessa turma é 16 e o número de meninos é 12, a razão é dada pela fração $\frac{16}{12}$.

**Questão 3.** Como a irmã de Célia leu $\frac{4}{9}$ do total de páginas, calculando, inicialmente, $\frac{1}{9}$ do total de páginas do livro, temos $64 : 4 = 16$. Considerando que $\frac{9}{9}$ corresponde ao total de páginas, calculamos $9 \cdot 16 = 144$. Portanto, o livro tem 144 páginas.

### Atividades

1. Considerando que o numerador indica a quantidade de partes coloridas de rosa e o denominador indica a quantidade de partes em que a figura está dividida, a parte pintada de rosa na figura **A** pode ser representada pela fração $\frac{7}{10}$ e, na figura **B**, pela fração $\frac{3}{4}$.
2. a ) Como há 32 assentos no total, a fração que representa um assento é $\frac{1}{32}$.
   b ) Como há 16 fileiras de assentos com dois lugares cada, uma fileira pode ser representada por $\frac{2}{32}$ ou $\frac{1}{16}$.
   c ) A quantidade de lugares ocupados pelas 28 crianças pode ser representada por $\frac{28}{32}$ ou $\frac{7}{8}$.
3. a ) A figura foi dividida em 9 partes iguais.
   b ) Como a figura foi dividida em 9 partes, então 3 partes dessa figura podem ser representadas por $\frac{3}{9}$ ou $\frac{1}{3}$.
   c ) Como a figura foi dividida em 9 partes, então 6 partes dessa figura podem ser representadas por $\frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3}$.
4. a ) Adicionando a quantidade de carros, obtemos $32 + 12 + 18 + 9 = 71$, ou seja, nesse estacionamento há 71 carros.
   b ) A quantidade de carros brancos pode ser representada por $\frac{12}{71}$.
   c ) A razão entre a quantidade de carros pretos em relação à quantidade de carros prateados pode ser expressa pela fração $\frac{18}{32}$ ou $\frac{9}{16}$.
5. a ) Inicialmente, adicionamos a quantidade de balas de hortelã e morango e, em seguida, calculamos a diferença entre esse valor e o total. Assim: $19 + 15 = 34$ e $45 - 34 = 11$, ou seja, 11 balas são de menta.
   b ) As balas de hortelã são representadas por $\frac{19}{45}$.
   c ) A razão entre a quantidade de balas de menta em relação à quantidade de balas de morango é representada por $\frac{11}{15}$.
6. A fração que representa a quantidade de comentários positivos corresponde a $\frac{5}{8}$.
7. A razão entre a quantidade de livros de romance vendidos e o total de livros é dada pela fração $\frac{15}{50}$ ou $\frac{3}{10}$.
8. A razão entre a medida de capacidade da tinta vermelha e a medida de capacidade da mistura pode ser expressa pela fração $\frac{350}{1000}$. Portanto, a alternativa correta é a **d**.
9. Como o paciente apresentou febre em 6 dias, essa quantidade corresponde a $\frac{3}{5}$ do total de dias. Além disso, como $\frac{1}{5}$ do total de dias equivale a 2 dias, ou seja, $6 : 3 = 2$, a quantidade total de dias é 10, pois corresponde a $\frac{5}{5}$ e $2 \cdot 5 = 10$. Portanto, esse paciente ficou 10 dias no hospital.
10. a ) Se o valor total da conta corresponde a R$ 85,00 e cada casal pagou $\frac{2}{5}$ desse valor, então o valor total da conta pode ser representado por $\frac{5}{5}$. Como $85 : 5 = 17$, cada parte dessa conta, ou seja, $\frac{1}{5}$ dela corresponde a R$ 17,00. Portanto, cada casal pagou R$ 34,00.
    b ) Gabriel pagou R$ 17,00, pois ele pagou $\frac{1}{5}$ da conta.
11. a ) $\frac{1}{2}$ de 40 m correspondem a 20 m, pois $40 : 2 = 20$ e $1 \cdot 20 = 20$.
    b ) $\frac{1}{9}$ de 81 L correspondem a 9 L, pois $81 : 9 = 9$ e $1 \cdot 9 = 9$.
    c ) $\frac{1}{5}$ de 35 maçãs correspondem a 7 maçãs, pois $35 : 5 = 7$ e $1 \cdot 7 = 7$.
    d ) $\frac{2}{3}$ de 30 kg correspondem a 20 kg, pois $30 : 3 = 10$ e $2 \cdot 10 = 20$.
    e ) $\frac{2}{6}$ de 18 páginas correspondem a 6 páginas, pois $18 : 6 = 3$ e $2 \cdot 3 = 6$.
    f ) $\frac{1}{6}$ de R$ 42,00 correspondem a R$ 7,00, pois $42 : 6 = 7$ e $1 \cdot 7 = 7$.
12. Como o time **A** marcou $\frac{8}{15}$ do total de gols, o time **B** marcou $\frac{7}{15}$. Além disso, sabemos do enunciado que foram marcados no total 60 gols. Assim, o time **B** marcou 28 gols, pois $60 : 15 = 4$ e $7 \cdot 4 = 28$.
13. a ) Sabendo que o valor da entrada corresponde a $\frac{3}{5}$ do preço do *videogame*, calculamos $2400 : 5 = 480$ e $3 \cdot 480 = 1440$. Portanto, Lucimara vai pagar R$ 1440,00 de entrada.
    b ) O restante do valor a pagar corresponde à diferença entre o valor total e a entrada, ou seja, $2400 - 1440 = 960$. Portanto, Lucimara vai pagar R$ 960,00 após 30 dias.
14. Para determinar a quantidade de água que há na caixa d'água, calculamos $\frac{2}{5}$ de 1000, ou seja, $1000 : 5 = 200$ e $2 \cdot 200 = 400$. Portanto, há 400 L nessa caixa.
15. a ) De acordo com o enunciado, 42 selos da coleção de Juliano correspondem a $\frac{6}{7}$. Desse modo, para determinar o total de selos calculamos $42 : 6 = 7$ e $7 \cdot 7 = 49$. Portanto, Juliano tem 49 selos.

De modo semelhante, 54 selos da coleção de Fabrício correspondem a $\frac{2}{3}$. Assim, para determinar o total de selos, calculamos $54 : 2 = 27$ e $3 \cdot 27 = 81$. Portanto, Fabrício tem 81 selos.

b ) Calculando a diferença entre as quantidades obtidas no item anterior, obtemos 32 selos, pois $81 - 49 = 32$.

c ) Adicionando o total de selos de Juliano e Fabrício, obtemos $81 + 49 = 130$. Portanto, Juliano e Fabrício têm juntos 130 selos.

**16.** a ) Com base nas informações do enunciado, havia 360 camisas no estoque e $\frac{19}{24}$ corresponde às camisas vendidas. Para determinar a quantidade que essa fração representa do total, calculamos $360 : 24 = 15$ e $19 \cdot 15 = 285$. Portanto, foram vendidas 285 camisas.

b ) Considerando que foram arrecadados R\$ 12 825,00 com a venda das 285 camisas, devemos dividir o total arrecadado pela quantidade de camisas vendidas para obter o valor de cada uma, ou seja, $12\,825 : 285 = 45$. Portanto, cada camisa custa R\$ 45,00. Portanto, se todas as camisas fossem vendidas, a loja arrecadaria R\$ 16 200,00, pois $360 \cdot 45 = 16\,200$.

c ) Efetuando os cálculos, verificamos que $\frac{1}{6}$ do estoque corresponde a 60 camisas, pois $360 : 6 = 60$ e $1 \cdot 60 = 60$. Multiplicando essa quantidade pelo preço de cada camisa, obtemos $60 \cdot 45 = 2\,700$. Portanto, com essa venda a loja arrecadou R\$ 2 700,00.

Verificamos também que $\frac{1}{4}$ do estoque corresponde a 90 camisas, pois $360 : 4 = 90$ e $1 \cdot 90 = 90$. Multiplicando essa quantidade pelo preço de cada camisa, obtemos R\$ 4 050,00. Portanto, com essa venda a loja arrecadou $90 \cdot 45 = 4\,050$.

**17.** Considerando que $\frac{3}{5}$ correspondem a 24 anos de vida da preguiça, calculamos $24 : 3 = 8$ e $5 \cdot 8 = 40$. Portanto, a preguiça vive, aproximadamente, 40 anos.

**18.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Carolina postou uma foto e obteve 13 curtidas e 8 comentários. Escreva uma razão entre a quantidade de curtidas e o total de comentários e curtidas. Resposta: $\frac{13}{21}$.

**Questão 4.** Para que a fração seja equivalente, devemos substituir o ■ em cada um dos itens por:

a ) 15, pois $2 \cdot 3 = 6$ e $5 \cdot 3 = 15$. Assim, $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$.

b ) 8, pois $22 : 11 = 2$ e $16 : 2 = 8$. Assim, $\frac{16}{22} = \frac{8}{11}$.

c ) 5, pois $24 : 8 = 3$ e $15 : 3 = 5$. Assim, $\frac{24}{15} = \frac{8}{5}$.

**Questão 5.**

a ) Como os denominadores das frações são iguais e $9 > 6$, então $\frac{9}{10} > \frac{6}{10}$.

b ) Como as frações não têm o mesmo denominador, calculamos o $\text{mmc}(20, 40) = 40$ e obtemos as frações equivalentes $\frac{16}{20} = \frac{32}{40}$ e $\frac{38}{40}$. Comparando as frações equivalentes, verificamos que $\frac{32}{40} < \frac{38}{40}$. Sendo assim, $\frac{16}{20} < \frac{38}{40}$.

c ) Como as frações não têm o mesmo denominador, calculamos o $\text{mmc}(4, 7) = 28$ e obtemos as frações equivalentes $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ e $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$. Comparando as frações equivalentes, verificamos que $\frac{21}{28} > \frac{20}{28}$. Sendo assim, $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$.

**Atividades**

**19.** As frações que representam as partes pintadas de roxo nas figuras são:

figura **A**: $\frac{7}{12}$.

figura **B**: $\frac{2 : 2}{4 : 2} = \frac{1}{2}$.

figura **C**: $\frac{5 : 5}{15 : 5} = \frac{1}{3}$.

figura **D**: $\frac{2 : 2}{8 : 2} = \frac{1}{4}$.

**20.** Fazendo a simplificação, temos:

a ) $\frac{21 : 3}{81 : 3} = \frac{7}{27}$

b ) $\frac{65 : 13}{169 : 13} = \frac{5}{13}$

c ) $\frac{120 : 40}{320 : 40} = \frac{3}{8}$

d ) $\frac{42 : 42}{252 : 42} = \frac{1}{6}$

**21.** Realizando os cálculos, temos:

$$\begin{tikzcd} \frac{6}{30} \arrow[r, bend left, ": 3"] \arrow[r, bend right, ": 3"'] \arrow[r, phantom, "="] & \frac{2}{10} \arrow[r, bend left, "\cdot 4"] \arrow[r, bend right, "\cdot 4"'] \arrow[r, phantom, "="] & \frac{8}{40} \arrow[r, bend left, ": 8"] \arrow[r, bend right, ": 8"'] \arrow[r, phantom, "="] & \frac{1}{5} \end{tikzcd}$$

**22.** Sugestões de respostas:

a ) $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{4}$.

b ) $\frac{7}{2}$, $\frac{7}{3}$ e $\frac{7}{4}$.

c ) $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{4}$ e $\frac{5}{5}$.

d ) $\frac{5}{2}$, $\frac{15}{4}$ e $\frac{22}{5}$.

e ) $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$ e $\frac{8}{12}$.

f ) $\frac{18}{2}$, $\frac{27}{3}$ e $\frac{36}{4}$.

**23.** Como as frações consideradas não têm o mesmo denominador, calculamos o $\text{mmc}(9, 6) = 18$ e obtemos as frações equivalentes $\frac{7 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{14}{18}$ e $\frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{15}{18}$. Comparando as frações equivalentes, verificamos que $\frac{14}{18} < \frac{15}{18}$. Sendo assim, $\frac{7}{9} < \frac{5}{6}$. Portanto, Thiago caminhou por mais tempo.

**24.** Seguindo o procedimento indicado no fluxograma, vamos efetuar os cálculos em cada um dos itens.

a ) Calculando o mmc entre 8 e 16, temos:

$$\begin{array}{r|l} 16,\ 8 & 2 \\ 8,\ 4 & 2 \\ 4,\ 2 & 2 \\ 2,\ 1 & 2 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(16, 8) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Com isso, obtemos as frações equivalentes $\frac{13}{16}$ e $\frac{6 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{12}{16}$. Comparando-as, verificamos que $\frac{13}{16} > \frac{12}{16}$. Sendo assim, $\frac{13}{16} > \frac{6}{8}$.

b ) Calculando o mmc entre 9 e 3, temos:

$$\begin{array}{r|l} 9,\ 3 & 3 \\ 3,\ 1 & 3 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(9, 3) = 3 \cdot 3 = 9$. Com isso, obtemos as frações equivalentes $\frac{8}{9}$ e $\frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{15}{9}$. Comparando-as, verificamos que $\frac{8}{9} < \frac{15}{9}$. Sendo assim, $\frac{8}{9} < \frac{5}{3}$.

**25.** Como as frações consideradas não têm o mesmo denominador, calculamos primeiro o mmc entre os números dos denominadores.

$$\begin{array}{r|l} 50,\ 25,\ 20,\ 5 & 2 \\ 25,\ 25,\ 10,\ 5 & 2 \\ 25,\ 25,\ 5,\ 5 & 5 \\ 5,\ 5,\ 1,\ 1 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(50, 25, 20, 5) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 100$. Com isso, obtemos as frações equivalentes $\frac{11 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{22}{100}$; $\frac{4 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{16}{100}$; $\frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100}$ e $\frac{1 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{20}{100}$.

Comparando-as, verificamos que $\frac{16}{100} < \frac{20}{100} < \frac{22}{100} < \frac{35}{100}$.

Assim, organizamos em ordem crescente as frações iniciais, de modo que $\frac{4}{25} < \frac{1}{5} < \frac{11}{50} < \frac{7}{20}$.

**26.** a ) Não é possível determinar a quantidade de funcionários que vão ao trabalho de automóvel e quantos utilizam o transporte público, pois não foi informado o total de funcionários da empresa.

b ) O meio de transporte mais utilizado é o transporte público.

c ) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Para determinar o meio de transporte mais usado que permite chegar ao trabalho nessa empresa é necessário comparar as frações.

d ) Como as frações não têm o mesmo denominador, calculamos o mmc entre eles.

$$\begin{array}{r|l} 12,\ 8 & 2 \\ 6,\ 4 & 2 \\ 3,\ 2 & 2 \\ 3,\ 1 & 3 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(12, 8) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$. Com isso, obtemos as frações equivalentes $\frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{10}{24}$ e $\frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$.

Como $\frac{10}{24} > \frac{9}{24}$, concluímos que $\frac{5}{12} > \frac{3}{8}$. Portanto, a maior fração é $\frac{5}{12}$, logo, o meio de transporte mais usado para os funcionários chegarem à empresa é o transporte público.

**27.** a ) Como as frações têm o mesmo denominador, comparamos os numeradores e verificamos que $\frac{145}{211} > \frac{139}{211}$.

b ) Como as frações não têm o mesmo denominador, primeiro calculamos o mmc entre os números 30 e 24.

$$\begin{array}{r|l} 30,\ 24 & 2 \\ 15,\ 12 & 2 \\ 15,\ 6 & 2 \\ 15,\ 3 & 3 \\ 5,\ 1 & 5 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Logo, o $\text{mmc}(30, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$. Com isso, obtemos as frações equivalentes $\frac{13 \cdot 4}{30 \cdot 4} = \frac{52}{120}$ e $\frac{11 \cdot 5}{24 \cdot 5} = \frac{55}{120}$. Comparando-as, verificamos que $\frac{52}{120} < \frac{55}{120}$. Sendo assim, $\frac{13}{30} < \frac{11}{24}$.

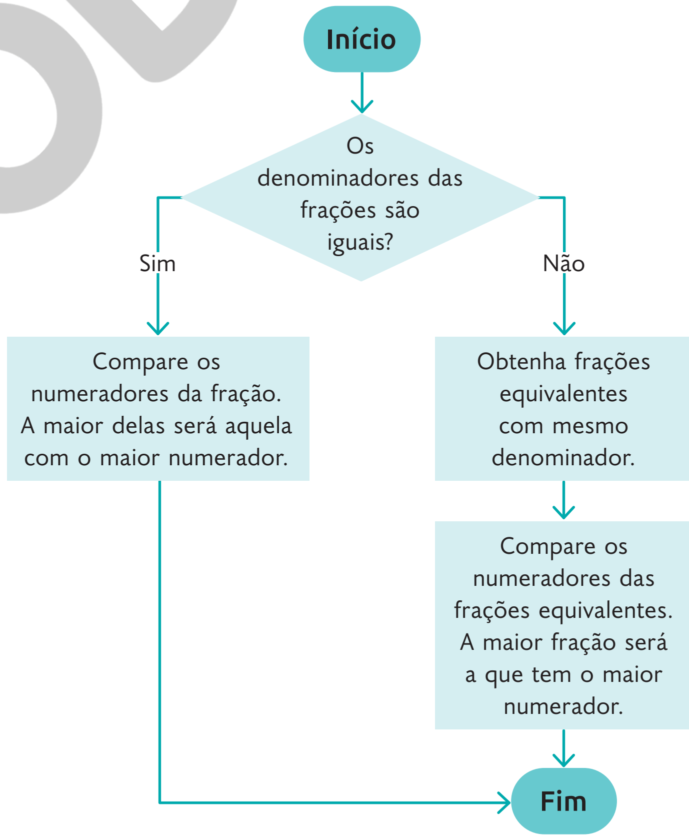
• Sugestão de resposta:

1º. Como os denominadores das frações são diferentes, calculamos o mmc entre os denominadores das frações.

2º. Encontramos as frações equivalentes, cujos denominadores são iguais ao mmc calculado.

3º. Comparamos os numeradores das frações.

4º. A maior fração será aquela cujo numerador apresenta o maior número.



## O que eu estudei?

**1.** a ) Como o dia tem 24 horas, a fração que representa a quantidade de horas que os recém-nascidos dormem é $\frac{18 : 6}{24 : 6} = \frac{3}{4}$. Já as pessoas adultas dormem em média 8 horas por dia, o que podemos representar com a fração $\frac{8 : 8}{24 : 8} = \frac{1}{3}$. Além disso, como os idosos dormem $\frac{1}{3}$ do tempo dos bebês, podemos obter a fração correspondente a essa medida de tempo dividindo 18 horas por 3 e escrevendo essa quantidade de horas na forma de fração, ou seja, $\frac{6}{24}$. Simplificando essa fração, obtemos $\frac{6 : 6}{24 : 6} = \frac{1}{4}$. Portanto, recém-nascidos dormem em média $\frac{3}{4}$ do dia, pessoas adultas dormem $\frac{1}{3}$ do dia e idosos dormem $\frac{1}{4}$ do dia.

b ) Considerando as informações obtidas do item anterior, uma pessoa que necessita dormir em média 6 horas por dia é um idoso.

**2.** a ) Calculando $\frac{7}{10}$ de 50, temos $50 : 10 = 5$ e $7 \cdot 5 = 35$. Portanto, Alice fez 35 gols.

b ) Com base no item anterior, verificamos que 15 cobranças não resultaram em gols, pois $50 - 35 = 15$. Nesse caso, podemos escrever e simplificar a fração que representa a razão entre as cobranças bem-sucedidas e as que não resultaram em gols, ou seja, $\frac{15 : 5}{35 : 5} = \frac{3}{7}$. Portanto, obtemos a razão $\frac{3}{7}$.

**3.** Considerando que o numerador indica a quantidade de partes coloridas e o denominador indica a quantidade de partes em que a figura está dividida, temos:

**A.** $\frac{4 : 4}{8 : 4} = \frac{1}{2}$

**B.** $\frac{1}{4}$

**C.** $\frac{28 : 4}{36 : 4} = \frac{7}{9}$

**D.** $\frac{3}{8}$

**4.** a ) Como $\text{mmc}(5, 7) = 35$, obtemos as frações equivalentes $\frac{1 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{7}{35}$ e $\frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{10}{35}$. Comparando as frações equivalentes, verificamos que $\frac{7}{35} < \frac{10}{35}$. Sendo assim, $\frac{1}{5} < \frac{2}{7}$.

b ) Como $\text{mmc}(8, 5) = 40$, obtemos as frações equivalentes $\frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{15}{40}$ e $\frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{32}{40}$. Comparando as frações equivalentes, verificamos que $\frac{15}{40} < \frac{32}{40}$. Sendo assim, $\frac{3}{8} < \frac{4}{5}$.

c ) Como $\frac{4 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{8}{14}$, concluímos que $\frac{4}{7} = \frac{8}{14}$.

d ) Como $\text{mmc}(5, 6) = 30$, obtemos as frações equivalentes $\frac{9 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{54}{30}$ e $\frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{25}{30}$. Comparando as frações equivalentes, verificamos que $\frac{54}{30} > \frac{25}{30}$. Sendo assim, $\frac{9}{5} > \frac{5}{6}$.

e ) Como $\text{mmc}(13, 10) = 130$, obtemos as frações equivalentes $\frac{4 \cdot 10}{13 \cdot 10} = \frac{40}{130}$ e $\frac{5 \cdot 13}{10 \cdot 13} = \frac{65}{130}$. Comparando as frações equivalentes, verificamos que $\frac{40}{130} < \frac{65}{130}$. Sendo assim, $\frac{4}{13} < \frac{5}{10}$.

f ) Como $\text{mmc}(9, 15) = 45$, obtemos as frações equivalentes $\frac{6 \cdot 5}{9 \cdot 5} = \frac{30}{45}$ e $\frac{10 \cdot 3}{15 \cdot 3} = \frac{30}{45}$. Comparando as frações equivalentes, verificamos que $\frac{6}{9} = \frac{10}{15}$.

**5.** a ) Calculando $\frac{3}{7}$ de R\$ 3780,00, obtemos R\$ 1620,00, pois $3780 : 7 = 540$ e $3 \cdot 540 = 1620$. Portanto, Jorge usou R\$ 1620,00 para pagar suas contas.

b ) Calculando $\frac{2}{3}$ de $\underbrace{\text{R\$ 2160,00}}_{\text{R\$ 3780,00} - \text{R\$ 1620,00}}$ obtemos R\$ 1440,00, pois $2160 : 3 = 720$ e $720 \cdot 2 = 1440$. Portanto, Jorge investiu R\$ 1440,00 nesse mês.

**6.** De acordo com a figura, podemos verificar que a medida da área de um triângulo preto corresponde à metade da medida da área de cada quadradinho. Sendo assim, contamos 8 triângulos, que representam 4 quadradinhos. No total, há 16 quadradinhos, portanto, a medida da área em preto corresponde a $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ do quadrado. A alternativa correta é a **c**.

**7.** a ) Em relação às plantações, verificamos que são utilizados 3040 L de água, pois $5700 : 15 = 380$ e $8 \cdot 380 = 3040$. Para a limpeza, verificamos que são utilizados 570 L de água, pois $5700 : 10 = 570$ e $570 \cdot 1 = 570$.

b ) Considerando que foram gastos $3040 + 570 = 3610$, ou seja, 3610 L de água para regar as plantações e para limpeza, efetuamos uma subtração para obter a quantidade de água utilizada para outras finalidades, ou seja, $5700 - 3610 = 2090$. Portanto, para as outras finalidades são utilizados 2090 L de água.

**8.** Para determinar a quantidade de líquido contida em cada recipiente, devemos considerar a fração que representa a medida de sua capacidade ocupada.

Analisando as figuras, verificamos que o recipiente **A** contém $\frac{1}{4}$ de sua medida de capacidade ocupada com líquido, que representa 150 mL, pois $600 : 4 = 150$ e $1 \cdot 150 = 150$. O recipiente **B** contém $\frac{3}{6}$ de sua medida de capacidade ocupados com líquido, que representa 300 mL, pois $600 : 6 = 100$ e $3 \cdot 100 = 300$. O recipiente **C** contém $\frac{4}{5}$ de sua medida de capacidade ocupados com líquido, que representa 480 mL, pois $600 : 5 = 120$ e $4 \cdot 120 = 480$.

## Unidade 4 Os números racionais

### Atividades

**1.** a ) O número 1,4 está entre os números inteiros consecutivos 1 e 2.

b ) O número 5,87 está entre os números inteiros consecutivos 5 e 6.

c ) O número 0,3 está entre os números inteiros consecutivos 0 e 1.

d ) O número $-0{,}99$ está entre os números inteiros consecutivos $-1$ e 0.

e ) O número $-8{,}7$ está entre os números inteiros consecutivos $-9$ e $-8$.

f ) O número 3,75 está entre os números inteiros consecutivos 3 e 4.

**2.** De acordo com a reta numérica apresentada, a letra *A* está associada ao menor número. Sendo assim, *A*: $-4$.

Como a letra *B* está associada a um número entre $-2$ e $-1$, então *B*: $-1{,}5$.

Como a letra *C* está associada a um número entre $-1$ e 0, então *C*: $-\frac{1}{2}$.

Como a letra *D* está associada a um número entre 0 e 1 e está mais próximo do 0, então *D*: 0,2.

Como a letra *E* está associada a um número entre 1 e 2 e está mais próximo do 1, então, *E*: $\frac{4}{3}$.

Como a letra *F* está associada a um número entre 2 e 3, então *F*: 2,6.

Como a letra *G* está associada a um número entre 3 e 4, então *G*: $\frac{7}{2}$.

**3.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Um número decimal que está entre os números:

a ) 0 e 1 é o 0,5.

b ) $-3$ e $-2$ é o $-2{,}5$.

c ) 5 e 6 é o 5,3.

d ) 2 e 3 é o 2,75.

**4.** O número 2,4 está localizado entre os números 2 e 3. De acordo com a reta numérica apresentada, a única letra que está representada entre 2 e 3 é a *D*.

**5.** Realizando as divisões necessárias, temos:

a ) $\frac{1}{10} = 1 : 10 = 0{,}1$

b ) $-\frac{1}{4} = -(1 : 4) = -0{,}25$

c ) $\frac{5}{8} = 5 : 8 = 0{,}625$

d ) $\frac{7}{4} = 7 : 4 = 1{,}75$

e ) $\frac{9}{16} = 9 : 16 = 0{,}5625$

f ) $-\frac{7}{8} = -(7 : 8) = -0{,}875$

**6.** Sugestão de respostas: Fazendo as conversões necessárias, temos:

a ) $0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

b ) $0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

c ) $1{,}5 = 1 + 0{,}5 = \frac{10}{10} + \frac{5}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

d ) $-2{,}5 = -2 - 0{,}5 = -\frac{20}{10} - \frac{5}{10} = -\frac{25}{10} = -\frac{5}{2}$

e ) $0{,}125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$

f ) $4{,}8 = 4 + 0{,}8 = \frac{40}{10} + \frac{8}{10} = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$

**7.** A alternativa correta é a **c**, pois é a única em que o numerador é menor do que o denominador. Além disso, $0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

**8.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Entre os números apresentados, quais estão na forma decimal? Escreva esses números na forma fracionária. Resposta: 0,2 e 3,5; $\frac{2}{10}$ e $\frac{7}{2}$.

**Questão 1.** Calculando o módulo dos números apresentados, temos:

a ) $|3{,}7| = 3{,}7$

b ) $\left|-\frac{2}{8}\right| = \frac{2}{8}$

c ) $|-7{,}8| = 7{,}8$

d ) $\left|-\frac{135}{36}\right| = \frac{135}{36}$

e ) $|325{,}6| = 325{,}6$

f ) $|-458{,}2| = 458{,}2$

## Atividades

**9.** Calculando os módulos dos números apresentados, temos:

$|1| = 1$

$|1{,}2| = 1{,}2$

$|7| = 7$

$|-2| = 2$

$|-2{,}8| = 2{,}8$

$|0| = 0$

$|-1{,}2| = 1{,}2$

$|-7| = 7$

$|2{,}8| = 2{,}8$

$|4{,}5| = 4{,}5$

$|-7{,}1| = 7{,}1$

$|-1{,}8| = 1{,}8$

Portanto, os números que têm módulos iguais são 7 e $-7$; 2,8 e $-2{,}8$; 1,2 e $-1{,}2$.

**10.** O oposto de:

a ) $-1$ é o 1.

b ) 8 é o $-8$.

c ) 3,4 é o $-3{,}4$.

d ) $-7{,}8$ é o 7,8.

e ) $-\frac{3}{4}$ é o $\frac{3}{4}$.

f ) $\frac{5}{2}$ é o $-\frac{5}{2}$.

**11.** a ) Os números cujo módulo é igual a 0,5 são 0,5 e $-0{,}5$.

b ) Os números cujo módulo é igual a 2,1 são 2,1 e $-2{,}1$.

c ) Os números cujo módulo é igual a 5,9 são 5,9 e $-5{,}9$.

d ) Os números cujo módulo é igual a 7,3 são 7,3 e $-7{,}3$.

**12.** a ) O número que apresenta a maior medida de distância até a origem é $-6{,}8$.

b ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que obtiveram a resposta verificando o número de maior módulo.

**13.** De acordo com a fala das crianças, o número pensado por:

- Armando é 2, pois é o oposto de $-2$.
- Maria é 5, pois é um número positivo que tem módulo igual a 5.
- Pedro é $-25$, pois é um número negativo que tem módulo igual a 25.

**Questão 2.** O maior número é 2,3. Sugestão de justificativa: 2,3 é maior do que $\frac{3}{2}$, pois $\frac{3}{2} = 1{,}5$ e 1,5 está à esquerda de 2,3 na reta numérica.

**Questão 3.** Resposta pessoal. Uma possível resposta para essa questão é:

$2{,}6$; $\frac{14}{9}$; $-6{,}1$; $-\frac{6\,015}{1000}$; $-5{,}9$; $\frac{8}{9}$.

Organizando esses números em ordem crescente, temos:

$-6{,}1 < -6{,}015 < -5{,}9 < \frac{8}{9} < \frac{14}{9} < 2{,}6$.

## Atividades

**14.** a ) $6{,}7 > 6$

b ) $-5{,}4 < 5{,}4$

c ) $-9{,}8 < 0$

d ) $\frac{1}{3} > 0$

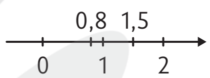
e ) $-4{,}4 < \frac{12}{7}$

f ) $0 < 12{,}5$

**15.** Escrevendo os números em ordem crescente, temos:

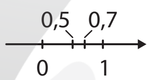
$-4{,}5 < -3{,}5 < -2 < 0 < 1 < 2 < 2{,}5 < 4{,}5$.

**16.** a ) Transformando $\frac{3}{2}$ em um número decimal, verificamos que $\frac{3}{2} = 1{,}5$. Representando os números 1,5 e 0,8 na reta numérica, temos:



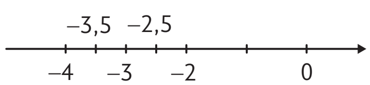

Assim, $\frac{3}{2} > 0{,}8$, pois 1,5 está à direita de 0,8.

b ) Transformando $\frac{1}{2}$ em um número decimal, verificamos que $\frac{1}{2} = 0{,}5$. Representando os números 0,5 e 0,7 na reta numérica, temos:




Portanto, $\frac{1}{2} < 0{,}7$, pois 0,5 está à esquerda de 0,7.

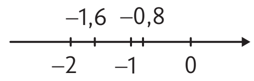
c ) Transformando $-\frac{7}{2}$ em um número decimal, verificamos que $-\frac{7}{2} = -3{,}5$. Representando os números $-2{,}5$ e $-3{,}5$ na reta numérica, temos:




Assim, $-2{,}5 > -\frac{7}{2}$, pois $-2{,}5$ está à direita de $-3{,}5$.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

d ) Transformando $-\frac{4}{5}$ em um número decimal, verificamos que $-\frac{4}{5} = -0{,}8$. Representando os números $-1{,}6$ e $-0{,}8$ na reta numérica, temos:




JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, $-1{,}6 < -\frac{4}{5}$, pois $-1{,}6$ está à esquerda de $-0{,}8$.

**17.** Analisando a reta numérica apresentada, verificamos que: *A*: $-5{,}7$; *B*: $-\frac{12}{5}$; *C*: $-0{,}6$; *D*: $\frac{5}{2}$; *E*: 5,9

- Resposta pessoal. Este item tem várias respostas. Uma sugestão é: $-1{,}2$ e 0,1.

**18.** Ordenando as medidas de tempo, temos $81{,}9 < 85 < 89{,}2$. Logo, Guilherme foi o mais rápido, pois completou a última volta no menor intervalo de tempo.

**19.** a ) Ordenando os valores do quadro em ordem crescente, temos:

R$ 49,00; R$ 58,00; R$ 78,90; R$ 100,00; R$ 135,50; R$ 148,00; R$ 148,90; R$ 237,00; R$ 269,00; R$ 364,30; R$ 378,10; R$ 405,50.

Portanto, o mês em que Marcela poupou a maior quantia foi dezembro. O mês em que Marcela poupou a menor quantia foi agosto.

b ) A quantia poupada no mês de março foi menor do que a quantia poupada no mês de dezembro, pois $78{,}90 < 405{,}50$.

c ) R$ 405,50; R$ 378,10; R$ 364,30; R$ 269,00; R$ 237,00; R$ 148,90; R$ 148,00; R$ 135,50; R$ 100,00; R$ 78,90; R$ 58,00; R$ 49,00.

**20.** Inicialmente, transformamos as frações em números decimais. Assim, a equipe **A** venceu 0,4 das provas, pois $\frac{18}{45} = 0{,}4$ e a equipe **B** venceu 0,6 das provas, pois $\frac{3}{5} = 0{,}6$. Comparando estes números, concluímos que $0{,}4 < 0{,}6$. Portanto, quem ganhou mais provas foi a equipe **B**.

**21.** Primeiro, transformamos as frações em números decimais. Desse modo, verificamos que o cliente **1** pagou 0,4 do valor do automóvel como entrada, pois $\frac{2}{5} = 0{,}4$ e o cliente **2** pagou 0,375 do valor do automóvel como entrada, pois $\frac{3}{8} = 0{,}375$. Comparando os dois números decimais, constatamos que $0{,}4 > 0{,}375$. Portanto, quem pagou a maior quantia de entrada foi o cliente **1**.

**22.** Efetuando os cálculos com base no enunciado, verificamos que o comprimento do barbante azul mede 4,1 m, pois $\frac{5}{100} \cdot 82 = 0{,}05 \cdot 82 = 4{,}1$.

Comparando as medidas de comprimento dos dois barbantes, constatamos que $2{,}75 < 4{,}1$. Portanto, o pedaço de barbante azul terá a maior medida de comprimento.

## O que eu estudei?

**1.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**2.** Transformando as frações em números decimais, encontramos as seguintes igualdades:

$\frac{5}{2} = 2{,}5$; $-\frac{1}{2} = -0{,}5$; $\frac{3}{4} = 0{,}75$; $\frac{7}{8} = 0{,}875$; $-\frac{3}{4} = -0{,}75$.

**3.** O oposto de:

a ) $-2$ é o 2.

b ) $-8{,}7$ é o 8,7.

c ) 7,56 é o $-7{,}56$.

d ) $\frac{3}{8}$ é o $-\frac{3}{8}$.

e ) $-\frac{9}{2}$ é o $\frac{9}{2}$.

f ) 2,7 é o $-2{,}7$.

**4.** a ) $|2{,}4| = 2{,}4$

b ) $|-3{,}83| = 3{,}83$

c ) $|-8{,}9| = 8{,}9$

d ) $\left|-\frac{7}{2}\right| = \frac{7}{2}$

e ) $\left|\frac{2}{5}\right| = \frac{2}{5}$

f ) $|12{,}7| = 12{,}7$

g ) Entre os números apresentados, o que tem o maior módulo é 12,7 e o número que tem o menor módulo é $\frac{2}{5}$.

h ) Transformando as frações em números decimais, obtemos $\frac{7}{2} = 3{,}5$ e $\frac{2}{5} = 0{,}4$. Organizando os números decimais em ordem decrescente, temos:

12,7; 8,9; 3,83; 3,5; 2,4; 0,4

**5.** a ) $0{,}5 = 0{,}5$

b ) $-1{,}8 < 1{,}8$

c ) $0 < 8{,}5$

d ) $8{,}4 > 7{,}9$

e ) $2{,}65 = \frac{265}{100}$

f ) $-4{,}3 < -3{,}5$

**6.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**7.** a ) Falsa. Sugestão de correção: O número 10 é maior do que 2,5, pois, na reta numérica, 10 está à direita de 2,5.

b ) Verdadeira.

c ) Falsa. Sugestão de correção: O módulo de $-\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$, pois, na reta numérica, a distância entre o ponto correspondente ao número $-\frac{3}{2}$ e a origem mede $\frac{3}{2}$ de unidade.

**8.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**9.** a ) O barbante que tem a menor medida de comprimento é o 4.

b ) Escrevendo as medidas dos barbantes em ordem decrescente, temos: 4,7 m; 2,3 m; 1,8 m; 1,1 m.

**10.** De acordo com a primeira e a segunda dica, o número decimal é formado por três algarismos, de modo que o 3 ocupa a ordem dos décimos e o 1 a ordem das dezenas, pois o número é maior do que 10 e menor do que 16. Além disso, sabendo que os divisores de 36 são 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36 e o único número primo e ímpar é o 3, concluímos que o algarismo da unidade é o 3.

Portanto, o número desconhecido é 13,3.

**11.** Transformando as frações em números decimais, temos $\frac{3}{5} = 0{,}6$ e $\frac{7}{8} = 0{,}875$. Como $0{,}6 < 0{,}875$, concluímos que Tales economizou a maior quantia no mês de março.

## Unidade 5 Operações com números racionais

### Atividades

**1.** De acordo com o gráfico, temos as seguintes considerações.

a ) No enunciado, é solicitada a fração de pessoas com sangue de um tipo ou de outro. Nesse caso, precisamos considerar a soma das duas populações. A população que tem grupo sanguíneo **O** é representada pela fração $\frac{23}{50}$ e a que tem grupo sanguíneo **AB** é representada pela fração $\frac{1}{25}$. Como as frações têm denominadores diferentes, calculamos o $\text{mmc}(50, 25) = 50$ e adicionamos as duas frações equivalentes, obtendo, assim, $\frac{23}{50} + \frac{1}{25} = \frac{23}{50} + \frac{2}{50} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$. Portanto, a fração que representa o total da população desses grupos é $\frac{1}{2}$.

b ) A população que tem grupo sanguíneo **O** é representada pela fração $\frac{23}{50}$ e a que tem grupo sanguíneo **A** é representada pela fração $\frac{2}{5}$. Como as frações têm denominadores diferentes, calculamos o $\text{mmc}(50, 5) = 50$ e efetuamos uma subtração com as frações equivalentes, obtendo, assim, $\frac{23}{50} - \frac{2}{5} = \frac{23}{50} - \frac{20}{50} = \frac{3}{50}$. Portanto, a fração que representa a diferença entre a população desses grupos é $\frac{3}{50}$.

c ) A população que tem grupo sanguíneo **B** é representada pela fração $\frac{1}{10}$ e a que tem grupo sanguíneo **AB** é representada pela fração $\frac{1}{25}$. Como as frações têm denominadores diferentes, calculamos o $\text{mmc}(10, 25) = 50$ e efetuamos uma subtração com as frações equivalentes, obtendo, assim, $\frac{1}{10} - \frac{1}{25} = \frac{5}{50} - \frac{2}{50} = \frac{3}{50}$. Portanto, a fração que representa a diferença entre a população desses grupos é $\frac{3}{50}$.

d ) No enunciado, é solicitada a fração de pessoas com sangue de um tipo ou de outro. Nesse caso, precisamos considerar a soma das duas populações. A população que tem grupo sanguíneo **A** é representada pela fração $\frac{2}{5}$, a que tem grupo sanguíneo **B** é representada pela fração $\frac{1}{10}$ e a que tem grupo sanguíneo **AB** é representada pela fração $\frac{1}{25}$. Como as frações têm denominadores diferentes, calculamos o $\text{mmc}(5, 10, 25) = 50$ e adicionamos as três frações equivalentes, obtendo, assim, $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{25} = \frac{20}{50} + \frac{5}{50} + \frac{2}{50} = \frac{27}{50}$. Portanto, a fração que representa a soma da população desses grupos é $\frac{27}{50}$.

**2.** a ) Como $\text{mmc}(3, 4) = 12$, temos $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$.

b ) Como $\text{mmc}(7, 5) = 35$, temos $\frac{2}{7} + \frac{4}{5} = \frac{10}{35} + \frac{28}{35} = \frac{38}{35}$.

c ) Como $\text{mmc}(3, 5) = 15$, temos $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$.

d ) Como $\text{mmc}(9, 6) = 36$, temos $\frac{2}{9} - \frac{1}{6} = \frac{8}{36} - \frac{6}{36} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

e ) Como $\text{mmc}(18, 6, 3) = 18$, temos
$\frac{5}{18} + \frac{1}{6} + \frac{5}{3} = \frac{5}{18} + \frac{3}{18} + \frac{30}{18} = \frac{38}{18} = \frac{19}{9}$.

f ) Como $\text{mmc}(15, 5, 3) = 15$, temos
$\frac{9}{15} + \frac{1}{5} - \frac{5}{3} = \frac{9}{15} + \frac{3}{15} - \frac{25}{15} = -\frac{13}{15}$.

**3.** Neste mosaico, há 75 quadrados, sendo 6 pintados de verde, 20 pintados de amarelo, 22 pintados de laranja e 27 pintados de roxo. Assim:

a ) as partes do mosaico pintadas de verde ou amarelo são representadas por $\frac{6}{75} + \frac{20}{75} = \frac{26}{75}$.

b ) as partes do mosaico pintadas de amarelo ou roxo são representadas por $\frac{20}{75} + \frac{27}{75} = \frac{47}{75}$.

c ) as partes do mosaico pintadas de verde, amarelo, roxo ou laranja são representadas por $\frac{6}{75} + \frac{20}{75} + \frac{27}{75} + \frac{22}{75} = \frac{75}{75}$, ou seja, 1 inteiro.

d ) as partes do mosaico pintadas de verde, laranja ou roxo são representadas por $\frac{6}{75} + \frac{22}{75} + \frac{27}{75} = \frac{55}{75} = \frac{11}{15}$.

e ) as partes do mosaico pintadas de amarelo, laranja ou roxo são representadas por $\frac{20}{75} + \frac{22}{75} + \frac{27}{75} = \frac{69}{75} = \frac{23}{25}$.

f ) Resposta pessoal. Os estudantes podem responder que, no item **c**, a fração representa todas as partes do mosaico e que, no item **e**, o cálculo pode ser feito subtraindo a fração de um inteiro, ou seja,
$1 - \frac{6}{75} = \frac{75}{75} - \frac{6}{75} = \frac{69}{75} = \frac{23}{25}$.

**4.** a ) Como $\text{mmc}(1, 5, 6) = 30$, então
$2 + \frac{1}{5} - \frac{5}{6} = \frac{2}{1} + \frac{1}{5} - \frac{5}{6} = \frac{60}{30} + \frac{6}{30} - \frac{25}{30} = \frac{41}{30}$.

b ) Como $\text{mmc}(2, 5, 1) = 10$, então
$\frac{4}{5} + \frac{3}{2} - 1 = \frac{4}{5} + \frac{3}{2} - \frac{1}{1} = \frac{8}{10} + \frac{15}{10} - \frac{10}{10} = \frac{13}{10}$.

c ) Como $\text{mmc}(1, 3, 8) = 24$, então
$4 - \frac{7}{3} + \frac{3}{8} = \frac{4}{1} - \frac{7}{3} + \frac{3}{8} = \frac{96}{24} - \frac{56}{24} + \frac{9}{24} = \frac{49}{24}$.

d ) Como $\text{mmc}(8, 1, 1) = 8$, então
$\frac{1}{8} + 4 + 5 = \frac{1}{8} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} = \frac{1}{8} + \frac{32}{8} + \frac{40}{8} = \frac{73}{8}$.

e ) Como $\text{mmc}(3, 1, 5) = 15$, então
$\frac{1}{3} + 3 - \frac{12}{5} = \frac{1}{3} + \frac{3}{1} - \frac{12}{5} = \frac{5}{15} + \frac{45}{15} - \frac{36}{15} = \frac{14}{15}$.

**5.** Para resolver essa questão, precisamos obter a diferença entre as quantidades indicadas no marcador de combustível antes e depois de abastecer. Assim, calculamos $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$. Portanto, a quantidade de combustível colocada ao abastecer corresponde a $\frac{1}{4}$ do tanque de combustível.

**6.** a ) Para responder a essa pergunta, precisamos adicionar a fração que representa as medalhas de ouro com a que representa as medalhas de prata. Como as frações têm denominadores diferentes, calculamos o $\text{mmc}(25, 150) = 150$ e, em seguida, efetuamos a adição com as frações equivalentes, ou seja, $\frac{37}{150} + \frac{7}{25} = \frac{37}{150} + \frac{42}{150} = \frac{79}{150}$. Portanto, a fração $\frac{79}{150}$ representa a quantidade de medalhas de ouro e de prata conquistadas pelo Brasil nos jogos olímpicos nesse período.

b ) Para obter a fração que representa as medalhas de bronze conquistadas, efetuamos uma subtração, retirando do total de medalhas as demais de outro tipo conquistadas. Como o total de medalhas pode ser representado por $\frac{150}{150}$, calculamos $\frac{150}{150} - \frac{79}{150} = \frac{71}{150}$ e concluímos que a fração $\frac{71}{150}$ representa a quantidade de medalhas de bronze conquistadas.

c) Como as frações obtidas têm o mesmo denominador, basta verificar as quantidades indicadas no numerador para responder a esta pergunta. Portanto, o Brasil conquistou ao todo 150 medalhas, das quais 37 são de ouro, 42 são de medalhas de prata e 71 são de bronze.

**7.** Como as frações têm denominadores diferentes, calculamos o $\text{mmc}(7, 5) = 35$ e, em seguida, adicionamos as frações equivalentes, ou seja, $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$. Portanto, a fração $\frac{29}{35}$ representa os livros de Matemática e Geografia dessa biblioteca.

**8.** a ) Se as máquinas demoram, respectivamente, 6 h e 5 h para produzir a mesma quantidade de peças, em 1 h a primeira vai produzir $\frac{1}{6}$ da quantidade de peças e a segunda, $\frac{1}{5}$ da quantidade de peças. Como $\text{mmc}(5, 6) = 30$, então $\frac{1}{6} + \frac{1}{5} = \frac{5}{30} + \frac{6}{30} = \frac{11}{30}$. Neste caso, as duas máquinas fabricariam $\frac{11}{30}$ do total de encomendas.

b ) Em 2h elas vão produzir, respectivamente, $\frac{2}{6}$ e $\frac{2}{5}$ da quantidade de peças. Como $\text{mmc}(5,6) = 30$, então $\frac{2}{6} + \frac{2}{5} = \frac{10}{30} + \frac{12}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$. Portanto, neste caso, as duas máquinas produziriam $\frac{11}{15}$ do total de encomendas.

**9.** Efetuando-se cada um dos produtos, temos:

a ) $9 \cdot \frac{11}{100} = \frac{9 \cdot 11}{100} = \frac{99}{100}$

b ) $5 \cdot \frac{2}{13} = \frac{5 \cdot 2}{13} = \frac{10}{13}$

c ) $2 \cdot 6 \cdot \frac{4}{7} = 12 \cdot \frac{4}{7} = \frac{12 \cdot 4}{7} = \frac{48}{7}$

d ) $5 \cdot 6 \cdot \frac{2}{50} = 30 \cdot \frac{2}{50} = \frac{30 \cdot 2}{50} = \frac{60}{50} = \frac{6}{5}$

**10.** Fazendo a substituição, obtemos $\frac{1}{4} \cdot 56 = \frac{1 \cdot 56}{4} = 14$. Portanto, o caderno custou R$ 14,00.

**11.** a ) $\frac{1}{7} \cdot 49 = \frac{1 \cdot 49}{7} = 7$

b ) $\frac{2}{9} \cdot 27 = \frac{2 \cdot 27}{9} = \frac{54}{9} = 6$

c ) $\frac{3}{5} \cdot 35 = \frac{3 \cdot 35}{5} = \frac{105}{5} = 21$

d ) $\frac{3}{4} \cdot 36 = \frac{3 \cdot 36}{4} = \frac{108}{4} = 27$

e ) $\frac{5}{6} \cdot 54 = \frac{5 \cdot 54}{6} = \frac{270}{6} = 45$

**12.** a ) Em um minuto, o atleta percorre, em média, $\frac{1}{68}$ do percurso. Calculando o trajeto percorrido em 17 minutos, temos $17 \cdot \frac{1}{68} = \frac{17 \cdot 1}{68} = \frac{1}{4}$. Portanto, após 17 minutos ele percorreu $\frac{1}{4}$ da medida de distância total.

b ) Como $\frac{1}{4} \cdot 21097 = \frac{1 \cdot 21097}{4} = 5\,274{,}25$, concluímos que, em 17 minutos, o atleta percorreu aproximadamente 5 274,25 m.

**Questão 1.** De acordo com as informações do texto, $\frac{3}{5}$ dos pastéis são de carne, então $\underbrace{\frac{2}{5}}_{1-\frac{3}{5}}$ são de queijo. Assim, $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$. Portanto, $\frac{1}{10}$ dos salgados são pastéis de queijo.

**Questão 2.** Para obter a quantidade de pastéis de carne, calculamos $\frac{3}{20} \cdot 1200 = \frac{3 \cdot 1200}{20} = 180$. Portanto, 180 pastéis eram de carne.
Para obter a quantidade de pastéis de queijo, calculamos $\frac{2}{20} \cdot 1200 = \frac{2 \cdot 1200}{20} = 120$. Portanto, 120 pastéis eram de queijo.

## Atividades

**13.** a ) $3 \cdot \frac{7}{10} = \frac{3 \cdot 7}{10} = \frac{21}{10}$

b ) $4 \cdot \frac{5}{12} = \frac{4 \cdot 5}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$

c ) $2 \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8}\right) = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{5 \cdot 8} = \frac{42}{40} = \frac{21}{20}$

d ) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{12}{11} \cdot \frac{5}{6}\right) = \frac{1 \cdot 12 \cdot 5}{2 \cdot 11 \cdot 6} = \frac{60}{132} = \frac{5}{11}$

e ) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{6}{10} \cdot \frac{9}{30}\right) = \frac{2 \cdot 6 \cdot 9}{3 \cdot 10 \cdot 30} = \frac{108}{900} = \frac{3}{25}$

f ) $\frac{5}{8} \cdot \left(\frac{8}{7} \cdot \frac{32}{50}\right) = \frac{5 \cdot 8 \cdot 32}{8 \cdot 7 \cdot 50} = \frac{1280}{2\,800} = \frac{16}{35}$

**14.** Sugestão de respostas:

a ) $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{15}{18}$.

b ) $\frac{E}{A} \cdot \frac{B}{C} = \frac{2}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{12}{20}$.

c ) $\frac{E}{B} \cdot \frac{C}{E} = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4} = \frac{8}{24}$.

d ) $\frac{F}{B} \cdot \frac{C}{E} = \frac{3}{10} \cdot \frac{9}{4} = \frac{27}{40}$.

e ) $\frac{A}{B} \cdot \frac{F}{A} = \frac{1}{15} \cdot \frac{10}{1} = \frac{10}{15}$.

f ) $\frac{E}{C} \cdot \frac{C}{F} = \frac{7}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{28}{36}$.

**15.** a ) Como $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{64}$, devemos determinar que quantidade de pães doces essa fração do total de pães representa. Então, calculamos $\frac{1}{64} \cdot 2\,240 = \frac{2\,240}{64} = 35$. Portanto, essa padaria produziu 35 pães do tipo doce.

b ) Como $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{28}$, precisamos determinar que quantidade de pães de leite essa fração do total de pães representa. Então, calculamos $\frac{6}{28} \cdot 2\,240 = \frac{6 \cdot 2\,240}{28} = \frac{13\,440}{28} = 480$.

Portanto, essa padaria produziu 480 pães de leite.

**16.** a ) Dividindo 12 e 27 por 3 e dividindo 14 e 35 por 7, temos:

$$\frac{\cancel{12}^{4}}{35} \cdot \frac{14}{\cancel{27}^{9}} = \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{35}^{5}} \cdot \frac{\cancel{14}^{2}}{\cancel{27}^{9}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{45}$$

b ) Dividindo 64 e 88 por 8 e dividindo 39 e 65 por 5, temos:

$$\frac{\cancel{64}^{8}}{65} \cdot \frac{39}{\cancel{88}^{11}} = \frac{\cancel{64}^{8}}{\cancel{65}^{5}} \cdot \frac{\cancel{39}^{3}}{\cancel{88}^{8}} = \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{11} = \frac{24}{55}$$

c ) Dividindo 81 e 45 por 9 e dividindo 7 e 91 por 7, temos:

$$\frac{\cancel{81}^{9}}{91} \cdot \frac{7}{\cancel{45}^{5}} \cdot 5 = \frac{\cancel{81}^{9}}{\cancel{91}^{13}} \cdot \frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{45}^{5}} \cdot 5$$

Como $5 = \frac{5}{1}$, assim, podemos escrever $\frac{9}{13} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{1}$. Dividindo 5 por 5, obtemos:

$$\frac{9}{13} \cdot \frac{1}{\cancel{5}^{1}} \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{1} = \frac{9}{13}$$

d ) Dividindo 30 e 15 por 15 e dividindo 25 e 20 por 5, obtemos:

$$\frac{3}{20} \cdot \frac{25}{8} \cdot \frac{\cancel{30}^{2}}{\cancel{15}^{1}} = \frac{3}{\cancel{20}^{4}} \cdot \frac{\cancel{25}^{5}}{8} \cdot \frac{\cancel{30}^{2}}{\cancel{15}^{1}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{1}$$

Dividindo 2 e 8 por 2, temos:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{\cancel{8}^{4}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{1} = \frac{15}{16}$$

e ) Dividindo 33 e 11 por 3, 40 e 100 por 20 e, 8 e 32 por 8, obtemos:

$$\frac{\cancel{33}^{3}}{100} \cdot \frac{8}{\cancel{11}^{1}} \cdot \frac{40}{32} = \frac{\cancel{33}^{3}}{\cancel{100}^{5}} \cdot \frac{8}{\cancel{11}^{1}} \cdot \frac{\cancel{40}^{2}}{32} = \frac{\cancel{33}^{3}}{\cancel{100}^{5}} \cdot \frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{11}^{1}} \cdot \frac{\cancel{40}^{2}}{\cancel{32}^{4}} =$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

f ) Dividindo 26 e 13 por 13 e dividindo 25 e 45 por 5, temos:

$$\frac{25}{\cancel{13}^{1}} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{\cancel{26}^{2}}{45} = \frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{13}^{1}} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{\cancel{26}^{2}}{\cancel{45}^{9}} = \frac{5}{1} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{9}$$

Dividindo 5 por 5, temos:

$$\frac{\cancel{5}^{1}}{1} \cdot \frac{2}{\cancel{5}^{1}} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

**Questão 3.** Para obter esta resposta, precisamos dividir a quantidade de suco pela medida de capacidade de cada garrafa. Assim, $3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{1} = 6$. Portanto, são necessárias 6 garrafas de $\frac{1}{2}$ L.

**Questão 4.** Para obter esta resposta, devemos calcular a quantidade que a fração de pares de calçados masculinos representa do total de pares de calçados produzidos na semana. Nesse caso, verificamos que são 177 pares, pois $885 \cdot \frac{1}{5} = \frac{885}{5} = 177$. Para obter a quantidade de pares de calçados femininos, retiramos do total a quantidade de pares de calçados masculinos, ou seja, $885 - 177 = 708$. Portanto, foram produzidos 708 pares de calçados femininos.

**Questão 5.** Para obter a quantidade de calçados em cada lote, calculamos $885 \cdot \frac{1}{15} = \frac{885}{15} = 59$. Portanto, em cada lote, há 59 pares de calçados masculinos.

**Questão 6.** A quantidade de pares de calçados femininos de cada lote corresponde à diferença entre o total de pares de calçados por lote e a fração que representa um lote de pares de calçados masculinos, ou seja, $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$. Como esses pares de calçados foram divididos em 2 lotes, calculamos a metade dessa fração, ou seja, $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{10}$. Portanto, a fração $\frac{4}{10}$ ou $\frac{2}{5}$ representa a quantidade de calçados femininos de cada lote.

**Questão 7.**

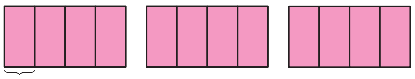
b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{12}{3} = 4$

c) $\frac{4}{5} : \frac{1}{10} = \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{1} = \frac{40}{5} = 8$

d) $\frac{7}{9} : \frac{1}{9} = \frac{7}{9} \cdot \frac{9}{1} = \frac{63}{9} = 7$

## Atividades

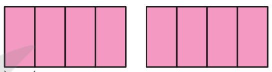
**17.** a) Sugestão de desenho:



$\frac{1}{4}$

$3 : \frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{4}{1} = \frac{3 \cdot 4}{1} = 12$

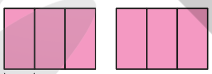
b) Sugestão de desenho:



$\frac{1}{4}$

$2 : \frac{1}{4} = 2 \cdot \frac{4}{1} = \frac{2 \cdot 4}{1} = 8$

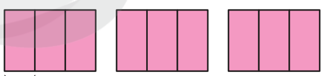
c) Sugestão de desenho:



$\frac{1}{3}$

$2 : \frac{1}{3} = 2 \cdot \frac{3}{1} = \frac{2 \cdot 3}{1} = 6$

d) Sugestão de desenho:

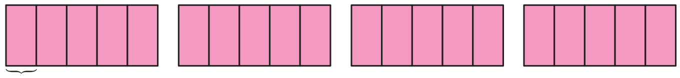


$\frac{1}{3}$

$3 : \frac{1}{3} = 3 \cdot \frac{3}{1} = \frac{3 \cdot 3}{1} = 9$

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

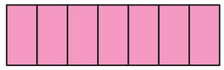
e) Sugestão de desenho:



$\frac{1}{5}$

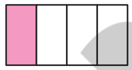
$4 : \frac{1}{5} = 4 \cdot \frac{5}{1} = \frac{4 \cdot 5}{1} = 20$

f) Sugestão de desenho:



$1 : \frac{1}{7} = 1 \cdot \frac{7}{1} = \frac{1 \cdot 7}{1} = 7$

g) Sugestão de desenho:

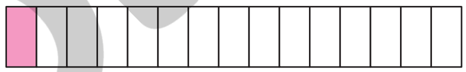


$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$

h) Sugestão de desenho:

$\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$

i) Sugestão de desenho:



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

$\frac{1}{3} : 5 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{1}{15}$

**18.** Sugestão de resposta:

a) $\frac{20}{8} : \frac{10}{20} = \frac{20}{8} \cdot \frac{20}{10} = \frac{400}{80} = 5$

b) $\frac{12}{2} : \frac{3}{4} = \frac{12}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{48}{6} = 8$

c) $\frac{15}{3} : \frac{2}{4} = \frac{15}{3} \cdot \frac{4}{2} = \frac{60}{6} = 10$

**19.** a) $\frac{1}{9}$ cabe 3 vezes em $\frac{1}{3}$, pois $3 \cdot \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{12}$ cabe 4 vezes em $\frac{1}{3}$, pois $4 \cdot \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

**20.** a) $4 : \frac{1}{3} = 4 \cdot \frac{3}{1} = 12$

b) $15 : \frac{2}{3} = 15 \cdot \frac{3}{2} = \frac{45}{2}$

c) $\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

d) $\frac{5}{10} : 7 = \frac{5}{10} \cdot \frac{1}{7} = \frac{5}{70} = \frac{1}{14}$

e) $\frac{2}{5} : \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

f) $\frac{1}{6} : \frac{3}{4} = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

**21.** Efetuando cada uma das divisões, temos:

A. $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

B. $3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{2}{1} = 6$

C. $\frac{1}{7} : \frac{2}{3} = \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{14}$

D. $\frac{1}{5} : 4 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$

Portanto, associando a letra ao número correspondente, temos **A-3**; **B-1**; **C-4**; **D-2**.

**22.** Para determinar a quantidade de peças necessárias, precisamos dividir a medida de massa do pacote de açúcar pela medida de massa da peça, ou seja, $2 : \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{2}{1} = 4$. Portanto são necessárias 4 peças de $\frac{1}{2}$ kg para que a balança fique em equilíbrio.

**23.** Precisamos dividir a medida de massa total da carne moída pela medida de massa de cada pacote para obter a resposta da pergunta. Assim, $3 : \frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{4}{1} = 12$. Portanto, essa carne moída foi dividida em 12 pacotes.

**24.** Dividindo por 2 a fração que representa a quantidade de figurinhas, obtemos $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$. Portanto, cada irmão de Renato recebeu $\frac{1}{6}$ do total de figurinhas.

**25.** a ) Para preparar 6 porções, devemos utilizar metade dos ingredientes, pois:

$\underbrace{12}_{\text{rendimento total de uma receita}} : 2 = 6$

Fazendo o cálculo de cada ingrediente, temos:

- $\frac{1}{4}$ kg de farinha de milho amarela, pois $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.
- $\frac{3}{20}$ kg de farinha de mandioca, pois $\frac{3}{10} : 2 = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{20}$.
- 4 ovos cozidos picados, pois $8 : 2 = 4$.
- $\frac{1}{10}$ kg de *bacon* picado em cubos, pois $\frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$.
- $\frac{1}{5}$ kg de linguiça, pois $\frac{2}{5} : 2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$.
- 2 cebolas picadas, pois $4 : 2 = 2$.
- 6 dentes de alho amassados, pois $12 : 2 = 6$.
- $\frac{1}{2}$ xícara de chá de azeitonas verdes picadas, pois $1 : 2 = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
- $\frac{1}{2}$ xícara de chá de azeitonas pretas picadas, pois $1 : 2 = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
- 1 xícara de chá de salsinha picada, pois $2 : 2 = 1$.
- azeite.

b ) Para preparar 3 porções, devemos utilizar um quarto dos ingredientes, pois:

$\underbrace{12}_{\text{rendimento total de uma receita}} : 4 = 3$

Fazendo o cálculo de cada ingrediente, temos:

- $\frac{1}{8}$ kg de farinha de milho amarela, pois $\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.
- $\frac{3}{40}$ kg de farinha de mandioca, pois $\frac{3}{10} : 4 = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{40}$.
- 2 ovos cozidos picados, pois $8 : 4 = 2$.
- $\frac{1}{20}$ kg de *bacon* picado em cubos, pois $\frac{1}{5} : 4 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$.
- $\frac{1}{10}$ kg de linguiça, pois $\frac{2}{5} : 4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$.
- 1 cebola picada, pois $4 : 4 = 1$.
- 3 dentes de alho amassados, pois $12 : 4 = 3$.
- $\frac{1}{4}$ xícara de chá de azeitonas verdes picadas, pois $1 : 4 = 1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$.
- $\frac{1}{4}$ xícara de chá de azeitonas pretas picadas, pois $1 : 4 = 1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$.
- $\frac{1}{2}$ xícara de chá de salsinha picada, pois $2 : 4 = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.
- azeite.

**26.** a ) Para obter a quantidade de copos de suco, devemos dividir a fração que representa o conteúdo do reservatório pela fração que representa a medida da capacidade de cada copo. Então, calculamos $\frac{3}{5} : \frac{1}{50} = \frac{3}{5} \cdot \frac{50}{1} = \frac{150}{5} = 30$. Portanto, podem ser vendidos, no máximo, 30 copos de suco com $\frac{3}{5}$ da medida de capacidade do reservatório.

b ) Se o reservatório da máquina estivesse completamente cheio, poderíamos representá-lo por $\frac{5}{5} = 1$. Assim, $1 : \frac{1}{50} = 1 \cdot \frac{50}{1} = 50$. Portanto, poderiam ser vendidos, no máximo, 50 copos de suco com o reservatório cheio.

c ) Como cabem 15 L de suco nesse reservatório, calculamos $\frac{3}{5} \cdot 15 = \frac{45}{5} = 9$. Portanto, no reservatório da máquina há, nesse momento, 9 L de suco.

d ) A medida da capacidade de cada copo é dada por $\frac{1}{50} \cdot 15 = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$. Portanto, cada copo tem $\frac{3}{10}$ L de medida de capacidade.

**27.** Efetuando-se cada um dos cálculos a seguir, temos:

a ) $25{,}695 + 32{,}65 = 58{,}345$

b ) $69{,}2 - 32{,}57 = 36{,}63$

c ) $102{,}37 + 58{,}574 = 160{,}944$

d ) $48{,}92 - 17{,}4 = 31{,}52$

e ) $51{,}712 - 32{,}57 = 19{,}142$

f ) $83{,}621 + 41{,}9 = 125{,}521$

g ) $173{,}203 + 74{,}5 = 247{,}703$

h ) $211{,}9 - 81{,}46 = 130{,}44$

**28.** Como a adição e a subtração são operações inversas, temos:
a ) $24{,}695 + 11{,}561 = 36{,}256$, pois $36{,}256 - 24{,}695 = 11{,}561$.
b ) $86{,}32 - 79{,}65 = 6{,}67$, pois $86{,}32 - 6{,}67 = 79{,}65$.
c ) $74{,}78 - 52{,}48 = 22{,}3$, pois $74{,}78 - 22{,}3 = 52{,}48$.
d ) $53{,}6 + 35{,}77 = 89{,}37$, pois $89{,}37 - 53{,}6 = 35{,}77$.
e ) $63{,}19 + 13{,}32 = 76{,}51$, pois $76{,}51 - 63{,}19 = 13{,}32$.
f ) $127{,}482 - 59{,}353 = 68{,}129$, pois $127{,}482 - 68{,}129 = 59{,}353$.

**29.** Lembrando que a medida do perímetro é igual à soma da medida dos lados, então o perímetro da figura **A** mede 10,8 cm, pois $2{,}4 + 2{,}9 + 3{,}4 + 2{,}1 = 10{,}8$, e o perímetro da figura **B** mede 11 cm, pois $3{,}2 + 1{,}4 + 2{,}6 + 1{,}6 + 2{,}2 = 11$.

**30.** Verificamos que a medida de cada pilha é igual à soma das medidas de altura de cada peça que a compõe. Então:
- a altura da peça **A** mede 29,2 cm, pois $6{,}3 + 13{,}7 + 9{,}2 = 29{,}2$.
- a altura da peça **B** mede 40,5 cm, pois $13{,}7 + 17{,}6 + 9{,}2 = 40{,}5$.
- a altura da peça **C** mede 30,1 cm, pois $13{,}7 + 16{,}4 = 30{,}1$.
- a altura da peça **D** mede 44,6 cm, pois $25{,}3 + 10{,}1 + 9{,}2 = 44{,}6$.

**31.** Sugestões de resposta: $13{,}123 + 4{,}122$; $38{,}303 - 21{,}058$.

**32.** a ) Como $66{,}34 - 64{,}61 = 1{,}73$, essa diferença foi 1,73 m.
b ) Como $66{,}34 - 64{,}56 = 1{,}78$, essa diferença foi 1,78 m.
c ) Como $64{,}61 - 64{,}56 = 0{,}05$, essa diferença foi 0,05 m.

**33.** Arredondando cada uma das parcelas das operações para a unidade mais próxima, obtemos:
a ) $64 - 28 = 36$
b ) $12 + 39 = 51$
c ) $72 + 49 = 121$
d ) $81 - 68 = 13$
e ) $49 + 39 = 88$
f ) $93 - 77 = 16$

**34.** Incialmente, calculamos o troco recebido por Alvimar, ou seja, $5{,}00 - 3{,}50 = 1{,}50$. Portanto, Alvimar recebeu R$ 1,50 de troco.
Calculando quantas moedas de R$ 0,25 são necessárias para formar R$ 1,50, temos:

$$1{,}50 : 0{,}25 = \frac{15}{10} : \frac{25}{100} = \frac{15}{10} \cdot \frac{100}{25} = \frac{1500}{250} = 6$$

Nesse caso, Alvimar recebeu 6 moedas de R$ 0,25 de troco. Portanto, a alternativa **c** é a correta.

**Questão 11.** Sugestão de resposta: A quantidade de casas decimais do resultado (15,950) é igual à soma das quantidades de casas decimais dos fatores (6,38 e 2,5), que nesse caso é 3.

## Atividades

**35.** a ) $4 \cdot 67{,}6 = 270{,}4$
b ) $12 \cdot 4{,}59 = 55{,}08$
c ) $28 \cdot 11{,}47 = 321{,}16$
d ) $12{,}02 \cdot 22{,}8 = 274{,}056$
e ) $0{,}6 \cdot 3{,}125 = 1{,}875$
f ) $7{,}2 \cdot 9{,}8 = 70{,}56$
g ) $4{,}3 \cdot 28{,}25 = 121{,}475$
h ) $0{,}75 \cdot 2{,}14 = 1{,}605$

**36.** a ) Como cada número, a partir do segundo é obtido pela multiplicação do número anterior por 5, calculamos:
$6{,}5 \cdot 5 = 32{,}5$; $32{,}5 \cdot 5 = 162{,}5$; $162{,}5 \cdot 5 = 812{,}5$.
Portanto, os três próximos números são: 32,5; 162,5; 812,5.
b ) Como cada número, a partir do segundo é obtido pela multiplicação do número anterior por 4, calculamos:
$19{,}2 \cdot 4 = 76{,}8$; $76{,}8 \cdot 4 = 307{,}2$; $307{,}2 \cdot 4 = 1228{,}8$.
Portanto, os três próximos números são: 76,8; 307,2; 1228,8.

**37.** A massa de uma moeda de R$ 0,25 mede 7,55 g. Como na pilha **A** existem 7 moedas, temos 52,85 g de medida da massa nessa pilha, pois $7 \cdot 7{,}55 = 52{,}85$.
Como na pilha **B** existem 13 moedas, temos 98,15 g de medida da massa nessa pilha, pois $13 \cdot 7{,}55 = 98{,}15$.
Como na pilha **C** existem 10 moedas, temos 75,5 g de medida da massa nessa pilha, pois $10 \cdot 7{,}55 = 75{,}5$.
Como na pilha **D** existem 15 moedas, temos 113,25 g de medida da massa nessa pilha, pois $15 \cdot 7{,}55 = 113{,}25$.

**38.** Multiplicando o valor de cada prestação pela quantidade dela, obtemos $9 \cdot 60{,}75 = 546{,}75$. Portanto, Odair vai pagar R$ 546,75.

**39.** De acordo com a imagem de cada retângulo, temos as seguintes medidas:
Retângulo **A**
Medida de comprimento e de largura: 3,7 cm e 2,3 cm, respectivamente.
Medida da área: $3{,}7 \cdot 2{,}3 = 8{,}51$, ou seja, 8,51 $cm^2$.
Medida do perímetro: $3{,}7 + 3{,}7 + 2{,}3 + 2{,}3 = 12$, ou seja, 12 cm.
Retângulo **B**
Medida de comprimento e de largura: 2,6 cm e 5,3 cm, respectivamente.
Medida da área: $2{,}6 \cdot 5{,}3 = 13{,}78$, ou seja, 13,78 $cm^2$.
Medida do perímetro: $2{,}6 + 2{,}6 + 5{,}3 + 5{,}3 = 15{,}8$, ou seja, 15,8 cm.
Retângulo **C**
Medida de comprimento e de largura: 1,9 cm e 4,5 cm, respectivamente.
Medida da área: $1{,}9 \cdot 4{,}5 = 8{,}55$, ou seja, 8,55 $cm^2$.
Medida do perímetro: $1{,}9 + 1{,}9 + 4{,}5 + 4{,}5 = 12{,}8$, ou seja, 12,8 cm.
Retângulo **D**
Medida de comprimento e de largura: 1,8 cm e 4 cm, respectivamente.
Medida da área: $1{,}8 \cdot 4 = 7{,}2$, ou seja, 7,2 $cm^2$.
Medida do perímetro: $1{,}8 + 1{,}8 + 4 + 4 = 11{,}6$, ou seja, 11,6 cm.

**40.** Sabendo que uma volta do percurso mede aproximadamente 4,31 km de distância, temos $71 \cdot 4{,}31 = 306{,}01$. Portanto, a medida da distância total percorrida por esses carros foi, aproximadamente, 306 km.

**41.** Cada litro de combustível custa R$ 4,78. Então, $25{,}5 \cdot 4{,}78 = 121{,}89$. Portanto, Mauro pagou R$ 121,89 para abastecer seu carro.

**42.** Inicialmente, calculamos a medida aproximada da área de cada estado, em km$^2$.

Minas Gerais:

$586{,}52 \cdot 1000 = 586\,520$;

Espírito Santo:

$46{,}10 \cdot 1000 = 46\,100$;

Rio de Janeiro:

$43{,}78 \cdot 1000 = 43\,780$;

São Paulo:

$248{,}22 \cdot 1000 = 248\,220$.

Em seguida, para determinar a quantidade aproximada de habitantes de cada estado, multiplicamos densidade demográfica pela medida de área em km$^2$.

Minas Gerais:

$586\,520 \cdot 33{,}41 = 19\,595\,633{,}2$;

Espírito Santo:

$46\,100 \cdot 76{,}25 = 3\,515\,125$;

Rio de Janeiro:

$43\,780 \cdot 365{,}23 = 15\,989\,769{,}4$;

São Paulo:

$248\,220 \cdot 166{,}23 = 41\,261\,610{,}6$.

Portanto, obtemos, em valores aproximados, as seguintes populações.

Minas Gerais:

19 595 633 habitantes;

Espírito Santo:

3 515 125 habitantes;

Rio de Janeiro:

15 989 769 habitantes;

São Paulo:

41 261 611 habitantes.

**43.** Efetuando-se cada uma das divisões, temos:

a ) $4{,}8 : 2 = 48 : 20 = 2{,}4$

b ) $63{,}9 : 3 = 639 : 30 = 21{,}3$

c ) $93{,}17 : 11 = 9\,317 : 1100 = 8{,}47$

d ) $162 : 24 = 6{,}75$

e ) $211{,}95 : 15 = 21\,195 : 1\,500 = 14{,}13$

f ) $294{,}75 : 11{,}25 = 29\,475 : 1125 = 26{,}2$

g ) $8{,}421 : 5{,}614 = 8\,421 : 5\,614 = 1{,}5$

h ) $21{,}876 : 9{,}115 = 21\,876 : 9\,115 = 2{,}4$

**44.** Calculando o preço do arroz por quilograma para a embalagem de 2 kg, verificamos que $7{,}58 : 2 = 3{,}79$, ou seja, comprando um pacote de 2 kg, cada quilograma custa R$ 3,79.

Calculando o preço do arroz por quilograma para a embalagem de 5 kg, verificamos que $19{,}60 : 5 = 3{,}92$, ou seja, comprando um pacote de 5 kg, cada quilograma de arroz custa R$ 3,92.

Portanto, o preço do quilograma do arroz é menor na embalagem de 2 kg.

**45.** Realizando os cálculos de maneira semelhante a de Anita, temos:

a ) $12{,}9 : 3 = 12 : 3 + 0{,}9 : 3 = 4 + 0{,}3 = 4{,}3$

b ) $15{,}5 : 5 = 15 : 5 + 0{,}5 : 5 = 3 + 0{,}1 = 3{,}1$

c ) $24{,}3 : 3 = 24 : 3 + 0{,}3 : 3 = 8 + 0{,}1 = 8{,}1$

d ) $18{,}9 : 3 = 18 : 3 + 0{,}9 : 3 = 6 + 0{,}3 = 6{,}3$

**46.** Dividindo a metragem pela quantidade de pedaços de madeira, obtemos 1,29 m, pois $6{,}45 : 5 = 1{,}29$. Transformando essa medida em centímetros, obtemos $1{,}29 \cdot 100 = 129$. Assim, o comprimento de cada pedaço de madeira deve medir 129 cm.

**47.** Com base no total gasto e o preço unitário dos produto, efetuamos os cálculos correspondentes.

- lápis: $5{,}74 : 0{,}82 = 7$. Portanto, **A** equivale a 7.
- régua: $3{,}48 : 1{,}16 = 3$. Portanto, **B** equivale a 3.
- cola: $6{,}16 : 1{,}54 = 4$. Portanto, **C** equivale a 4.
- cartolina: $8{,}36 : 0{,}76 = 11$. Portanto, **D** equivale a 11.
- corretivo líquido: $6{,}34 : 3{,}17 = 2$. Portanto, **E** equivale a 2.

**48.** Dividindo o valor total pelo valor de cada parcela, temos: $981{,}97 : 89{,}27 = 11$. Portanto, Rafael parcelou sua compra em 11 prestações.

**49.** Realizando os cálculos, temos as seguintes potências:

a ) $(0{,}2)^4 = (0{,}2) \cdot (0{,}2) \cdot (0{,}2) \cdot (0{,}2) = (0{,}04) \cdot (0{,}04) = 0{,}0016$

b ) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{16}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{64}$

c ) $(-0{,}7)^2 = (-0{,}7) \cdot (-0{,}7) = 0{,}49$

d ) $\left(\frac{8}{5}\right)^2 = \left(\frac{8}{5}\right) \cdot \left(\frac{8}{5}\right) = \frac{64}{25}$

e ) $(2{,}5)^3 = (2{,}5) \cdot (2{,}5) \cdot (2{,}5) = (6{,}25) \cdot (2{,}5) = 15{,}625$

f ) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{9}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}$

**50.** Escrevendo a medida da área dos quadrados como potência e, em seguida, calculando-as, temos:

Quadrado **A**:

$(0{,}8)^2 = (0{,}8) \cdot (0{,}8) = 0{,}64$, ou seja, 0,64 m$^2$.

Quadrado **B**:

$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}$, ou seja, $\frac{9}{4}$ m$^2$.

Quadrado **C**:

$(2{,}2)^2 = (2{,}2) \cdot (2{,}2) = 4{,}84$, ou seja, 4,84 m$^2$.

**51.** Resposta pessoal. Sugestão de problema:

Para fazer uma dobradura, Caio comprou uma folha de papel com formato quadrado cujo comprimento de cada lado mede 1,5 cm. Escreva uma potência para representar a medida de área da folha e, em seguida, calcule-a.

Resposta: $(1{,}5)^2$; 2,25 cm$^2$.

## O que eu estudei?

**1.** a ) Para calcular essa quantidade, efetuamos $\frac{1}{3} \cdot 18 = \frac{18}{3} = 6$. Portanto, Carlos vai precisar de 6 L de tinta.

b ) Para calcular a quantidade de tinta necessária, efetuamos $6 : \frac{3}{7} = 6 \cdot \frac{7}{3} = \frac{42}{3} = 14$. Portanto, ele usaria 14 L de tinta.

**2.** Cada fatia de bolo corresponde a $\frac{1}{8}$ do bolo. Assim, 20 fatias representam $\frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ de bolo ou, ainda, $2\frac{1}{2}$.

**3.** a ) Como $160 \cdot 15 = 2\,400$, verificamos que esta biblioteca tem 2 400 livros no total.

b ) Para determinar a quantidade de livros de História, calculamos $\frac{3}{15} \cdot 2\,400 = \frac{7\,200}{15} = 480$. Portanto, nesta biblioteca há 480 livros de História.

c ) Inicialmente, calculamos a fração que corresponde aos livros de Biologia e História juntos, ou seja, $\frac{1}{15} + \frac{3}{15} = \frac{4}{15}$. Assim, os livros que não são de História e nem de Biologia correspondem a $1 - \frac{4}{15} = \frac{15}{15} - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$, ou seja, $\frac{11}{15}$ do total de livros.

**4.** Calculando $\frac{3}{5}$ de 324, obtemos $324 : \frac{3}{5} = 324 \cdot \frac{5}{3} = 540$. Agora, calculamos a metade dessa quantidade, ou seja, $540 : 2 = 270$. Portanto, para cobrir metade desse piso foram usadas 270 lajotas.

**5.** Calculando a quantidade de atletas que completaram cada etapa das modalidades, temos:

- natação: $170 - 10 = 160$, ou seja, 160 atletas continuaram na competição.
- ciclismo: $160 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 160 \cdot \frac{3}{4} = 120$. Portanto, 120 atletas continuaram.

Como 20% dos atletas abandonaram a prova na última etapa, 80% deles continuaram na etapa da corrida, assim $\underbrace{0{,}8}_{80\%} \cdot 120 = 96$, ou seja, 96 pessoas concluíram a prova.

Logo, $N = 96$. Portanto, a soma dos algarismos de $N$ é $9 + 6 = 15$. Portanto, a alternativa correta é a **d**.

**6.** a ) Para obter esta resposta, devemos subtrair do total a fração que representa o preço da camiseta, ou seja, $1 - \frac{5}{14} = \frac{14}{14} - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$. Portanto, a fração que corresponde ao preço da calça é $\frac{9}{14}$.

b ) Efetuando as multiplicações, verificamos que a camiseta custou R$ 40,00, pois $\frac{5}{14} \cdot 112 = \frac{560}{14} = 40$ e a calça custou R$ 72,00, pois $\frac{9}{14} \cdot 112 = \frac{1008}{14} = 72$.

**7.** Para comparar as frações correspondentes à quantidade de votos, vamos encontrar as frações equivalentes a cada uma das frações, calculando o $\text{mmc}(7,5) = 35$. Assim, a fração que corresponde aos votos de João é $\frac{2}{7} = \frac{10}{35}$, a de Rosa é $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$, e a de Marcos é $1 - \frac{10}{35} - \frac{14}{35} = \frac{35}{35} - \frac{10}{35} - \frac{14}{35} = \frac{11}{35}$.

Comparando as frações equivalentes, concluímos que Rosa ganhou a eleição, pois $\frac{14}{35} > \frac{11}{35} > \frac{10}{35}$.

**8.** Elias deve encher o primeiro recipiente com a água contida no segundo e depois encher o terceiro com o conteúdo do primeiro. Assim, o segundo e o terceiro recipientes terão a mesma quantidade de água.

**9.** a ) Como a jarra está dividida em 5 partes e apenas uma delas está com água, a fração que corresponde à quantidade de água na jarra é $\frac{1}{5}$.

b ) Como já havia $\frac{1}{5}$ da medida de capacidade da jarra, calculamos $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$. Portanto, a água no copo corresponde a $\frac{1}{5}$ da medida de capacidade da jarra.

c ) Como há $\frac{1}{5}$ da medida de capacidade da jarra com água, faltam preencher $\frac{4}{5}$ da jarra, pois $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$. Sabendo que um copo enche $\frac{1}{5}$ da medida da capacidade da jarra, dividimos a quantidade que falta preencher pela medida de capacidade correspondente ao copo, ou seja, $\frac{4}{5} : \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{1} = 4$. Portanto, são necessários 4 copos de água para encher a jarra.

**10.** Adicionando a medida da distância de cada etapa do percurso, temos:

$$23{,}7 + 18{,}29 + 35{,}473 = 77{,}463$$

Portanto, ao completar a prova, Felipe percorreu 77,463 km.

**11.** Convertendo 2,5 t em gramas, obtemos:

$$2{,}5 \cdot 1\,000\,000 = 2\,500\,000, \text{ ou seja, } 2\,500\,000 \text{ g}$$

Assim, $2\,500\,000 : 500 = 5\,000$. Portanto, foram embalados 5 000 pacotes de café.

**12.** a ) Calculando a medida da distância total percorrida, temos $7{,}5 + 7{,}9 + 7{,}1 = 22{,}5$, ou seja, 22,5 km. Portanto, para Márcia cumprir seu objetivo faltam 17,5 km, pois $40 - 22{,}5 = 17{,}5$.

b ) Como ela ainda tem 2 dias de treino, calculamos $17{,}5 : 2 = 8{,}75$. Portanto, Márcia deverá percorrer 8,75 km por dia.

**13.** Calculando a medida do comprimento de cada pedaço, temos $45{,}48 : 6 = 7{,}58$. Portanto, cada pedaço de fio vai ter 7,58 m.

**14.** a ) Temos $47{,}76 : 12 = 3{,}98$. Portanto, se Fernanda comprar a embalagem com 12 unidades, ela vai pagar R$ 3,98 em cada unidade.

b ) Para responder a essa pergunta realizamos a seguinte operação: $\underbrace{4{,}32}_{\text{preço por unidade}} - 3{,}98 = 0{,}34$. Portanto, Fernanda vai economizar R$ 0,34 por unidade.

## Unidade 6 Cálculo algébrico

**Questão 1.**

a ) Multiplicando o preço pela quantidade de livros, obtemos $7 \cdot 12{,}90 = 90{,}30$. Portanto, a pessoa vai pagar R$ 90,30 pelos livros.

b ) Multiplicando o preço pela quantidade de livros, obtemos $10 \cdot 12{,}90 = 129{,}00$. Portanto, a pessoa vai pagar R$ 129,00 pelos livros.

c ) Multiplicando o preço pela quantidade de livros, obtemos $17 \cdot 12{,}90 = 219{,}30$. Portanto, a pessoa vai pagar R$ 219,30 pelos livros.

**Questão 2.** Na compra de $x$ jogos, devem ser pagos $123{,}90x$ reais.

**Questão 3.** Como $123{,}90 \cdot 5 = 619{,}50$ e $123{,}90 \cdot 8 = 991{,}20$, concluímos que a quantia paga na compra de 5 jogos é R$ 619,50 e a quantia paga na compra de 8 jogos é R$ 991,20.

**Questão 4.**

b ) $x + 3x = (1 + 3)x = 4x$

c ) $2b + 2b + b = (2 + 2 + 1)b = 5b$

d ) $3y + y + 4y = (3 + 1 + 4)y = 8y$

e ) $5c - 2c = (5 - 2)c = 3c$

f ) $7d - d = (7 - 1)d = 6d$

g ) $4f + 3f - 2f = (4 + 3 - 2)f = 5f$

h ) $5b - 4b + 3b = (5 - 4 + 3)b = 4b$

**Questão 5.**

- $5 \cdot 2 = 10$
- $3 \cdot 12 = 36$
- $8 \cdot 1{,}5 = 12$
- $5 \cdot 2{,}3 = 11{,}5$

### Atividades

**1.** a ) Como 25% pode ser representado pela fração $\frac{25}{100}$ ou pelo número decimal 0,25, então as possíveis expressões são $\frac{25}{100}n$ ou $\frac{25n}{100}$ ou $0{,}25n$.

b ) $n + 8$

c ) $n - 1$

d ) $n : 4$ ou $\frac{1}{4}n$ ou $\frac{n}{4}$ ou $0{,}25n$

e ) $n + 1$

f ) $\frac{n}{10}$

g ) $5n$

**2.** a ) Analisando a situação, verificamos que os triângulos são formados por 3, 6 e 9 palitos, respectivamente. Ao adicionar 1 palito em cada lado do triângulo, 3 palitos serão adicionados no total. Assim, o 4º triângulo terá $9 + 3 = 12$ palitos e o 5º triângulo terá $12 + 3 = 15$ palitos.

b ) Na primeira posição, o triângulo é formado por $3 \cdot 1 = 3$ palitos, na segunda $3 \cdot 2 = 6$ palitos e na terceira $3 \cdot 3 = 9$ palitos. Portanto, o triângulo que está na posição $p$ será formado por $3p$.

c ) Utilizando expressão obtida no item **b**, temos:

- 9º triângulo: $3 \cdot 9 = 27$. Portanto, serão 27 palitos.
- 21º triângulo: $21 \cdot 3 = 63$. Portanto, serão 63 palitos.

**3.** Sugestão de resposta:

a ) Sendo a expressão $a + 1$ o primeiro termo da sequência e $a + 2$ o segundo termo, cada um dos termos seguintes, do terceiro termo em diante, será a adição dos dois anteriores menos $a$, ou seja:

3º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{1º\text{ termo}} + \underbrace{(a + 2)}_{2º\text{ termo}} - a = 2a + 3 - a = a + 3$

4º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{2º\text{ termo}} + \underbrace{(a + 1)}_{3º\text{ termo}} - a = 2a + 5 - a = a + 5$

5º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{3º\text{ termo}} + \underbrace{(a + 1)}_{4º\text{ termo}} - a = 2a + 8 - a = a + 8$

Portanto, se essa regularidade continuar, os três próximos termos serão:

6º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{4º\text{ termo}} + \underbrace{(a + 1)}_{5º\text{ termo}} - a = 2a + 13 - a = a + 13$

7º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{5º\text{ termo}} + \underbrace{(a + 1)}_{6º\text{ termo}} - a = 2a + 21 - a = a + 21$

8º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{6º\text{ termo}} + \underbrace{(a + 1)}_{7º\text{ termo}} - a = 2a + 34 - a = a + 34$

b ) Sendo a expressão $x + 3$ o primeiro termo da sequência, cada um dos termos seguintes, do segundo termo em diante, será o dobro do termo anterior menos $x$, ou seja:

2º termo: $2\underbrace{(a + 1)}_{1º\text{ termo}} - x = 2x + 2 \cdot 3 - x = x + 6$

3º termo: $2\underbrace{(a + 1)}_{2º\text{ termo}} - x = 2x + 2 \cdot 6 - x = x + 12$

4º termo: $2\underbrace{(a + 1)}_{3º\text{ termo}} - x = 2x + 2 \cdot 12 - x = x + 24$

Portanto, seguindo essa regularidade, os três próximos termos serão:

5º termo: $2\underbrace{(a + 1)}_{4º\text{ termo}} - x = 2x + 2 \cdot 24 - x = x + 48$

6º termo: $2\underbrace{(a + 1)}_{5º\text{ termo}} - x = 2x + 2 \cdot 48 - x = x + 96$

7º termo: $2\underbrace{(a + 1)}_{6º\text{ termo}} - x = 2x + 2 \cdot 96 - x = x + 192$

c ) Sendo $2y + 8$ o primeiro termo desta sequência, cada termo seguinte, do segundo em diante, é a adição do termo anterior com $y - 1$, ou seja:

2º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{1º\text{ termo}} + y - 1 = 3y + 7$

3º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{2º\text{ termo}} + y - 1 = 4y + 6$

Portanto, mantendo essa regularidade, os três próximos termos serão:

4º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{3º\text{ termo}} + y - 1 = 5y + 5$

5º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{4º\text{ termo}} + y - 1 = 6y + 4$

6º termo: $\underbrace{(a + 1)}_{3º\text{ termo}} + y - 1 = 7y + 3$

4. Esta atividade tem várias respostas. Apresentamos uma delas.

a ) Escolhendo $a = 1$, obtemos a sequência $(2, 3, 4, 6, 9, 13, \ldots)$.

b ) Escolhendo $x = 2$, obtemos a sequência $(5, 8, 14, 26, 50, 98, \ldots)$.

c ) Escolhendo $y = 3$, obtemos a sequência $(14, 16, 18, 20, 22, 24, \ldots)$.

5. a ) Considerando $x$ como o preço de custo dessa peça e representando 28% na forma de número decimal 0,28, verificamos que o preço de venda pode ser representado pela expressão algébrica $x + 0{,}28x = 1{,}28x$.

b ) Utilizando a expressão obtida no item **a**, temos:

- $1{,}28 \cdot 32{,}00 = 40{,}96$, ou seja, R$ 40,96.
- $1{,}28 \cdot 25{,}75 = 32{,}96$, ou seja, R$ 32,96.
- $1{,}28 \cdot 20{,}00 = 25{,}60$, ou seja, R$ 25,60.
- $1{,}28 \cdot 23{,}50 = 30{,}08$, ou seja, R$ 30,08.

6. a ) Sugestão de resposta:
$n^2$, sendo $n$ o número natural que representa a posição da figura na sequência.

b ) Utilizando a expressão obtida no item **a**, calculamos a quantidade de círculos referente a cada posição.

Como $n = 35$, precisamos calcular a quantidade para a 35ª posição. Então, $35^2 = 1225$, ou seja, nessa posição, a figura tem 1225 círculos.

Como $n = 52$, precisamos calcular a quantidade para a 52ª posição. Então, $52^2 = 2704$, ou seja, nessa posição, a figura tem 2704 círculos.

7. Para responder a cada um dos itens, vamos definir $x$ e $a$ como os números pensados por Daniele e Henrique, respectivamente.

a ) A expressão algébrica que representa a fala de Daniele é:

$$\underbrace{\underbrace{(2x + 2)}_{\substack{\text{multiplicamos o número}\\ \text{por 2 e adicionamos ao}\\ \text{resultado 2 unidades}}} - 1}_{\substack{\text{subtraímos uma unidade}\\ \text{da soma obtida}}}$$

A expressão algébrica que representa a fala de Henrique é:

$$\underbrace{\underbrace{(4a - 8)}_{\substack{\text{multiplicamos um}\\ \text{número por 4}\\ \text{e subtraímos 8 unidades}\\ \text{do resultado}}} : 4}_{\substack{\text{dividimos o número}\\ \text{obtido por 4}}}$$

b ) Fazendo $x = 3$ e $a = 8$, obtemos os seguintes valores:

Daniele: $(2 \cdot 3 + 2) - 1 = 8 - 1 = 7$

Henrique: $(4 \cdot 8 - 8) : 4 = 24 : 4 = 6$

8. a ) Identificando cada uma das quantias, temos: Lúcio: $d$; Alberto: $d + 20$; Carla: $(d + 20) - 7$ ou $d + 13$; Gilberto: $2 \cdot (d + 13)$ ou $2d + 26$; Heloísa: $(2d + 26) : 2$ ou $d + 13$.

b ) Como Lúcio tem R$ 21,00, obtemos que $d = 21$, e fazendo as respectivas substituições, concluímos que:

Alberto tem R$ 41,00, pois $21 + 20 = 41$.

Carla tem R$ 34,00, pois $21 + 13 = 34$.

Gilberto tem R$ 68,00, pois $2 \cdot (21 + 13) = 2 \cdot 34 = 68$.

Heloísa tem R$ 34,00, pois $21 + 13 = 34$.

9. É possível obter mais de uma expressão para representar os produtos citados. Apresentamos uma sugestão de resposta em cada item.

a ) Sonho: $\dfrac{y - 0{,}50}{2} + 0{,}65 = \dfrac{y + 0{,}80}{2}$

b ) Pedaço de torta: $2(y + 1) - 1{,}85 = 2y + 0{,}15$

c ) Fatia de bolo: $2(2y + 0{,}15) = 4y + 0{,}30$

d ) Biscoito: $\dfrac{2(y + 1)}{3} = \dfrac{2y + 2}{3}$

10. Escrevendo de maneira simplificada cada um dos itens, obtemos:

a ) $2x + 4 - x = (2 - 1)x + 4 = x + 4$

b ) $4x - x + 2 = (4 - 1)x + 2 = 3x + 2$

c ) $5x - 2 - 2x = (5 - 2)x - 2 = 3x - 2$

Associando as expressões equivalentes, temos **a**-**3**; **b**-**1**; **c**-**2**.

11. a ) Escrevendo as representações em ordem crescente, temos $y - 1$; $y$; $y + 1$.

b ) Efetuando a adição dos três itens, obtemos $(y - 1) + y + (y + 1) = 3y$.

Portanto, a expressão escrita na forma simplificada é igual a $3y$.

12. De acordo com as medidas apresentadas em cada uma das figuras, temos:

A. $2 \cdot (2y) + 2 \cdot (3y + 2) = 4y + 6y + 4 = 10y + 4$

B. $7 \cdot (3b + 1) = 21b + 7$

13. Simplificando cada uma das expressões, temos:

a ) $x + x + x = 3x$

b ) $2n + 3n + 2 = 5n + 2$

c ) $4 \cdot (7x + 3) - x = 28x + 12 - x = 27x + 12$

d ) $m + 1 + (2 - 1)m = m + 1 + m = 2m + 1$

e ) $\dfrac{6a + 9}{3} = \dfrac{6a}{3} + \dfrac{9}{3} = 2a + 3$

f ) $5 + \dfrac{2y + 12}{2} = 5 + \dfrac{2y}{2} + \dfrac{12}{2} = 5 + y + 6 = y + 11$

14. Esta atividade tem várias respostas. Apresentamos uma para cada item.

a ) $3x + 2x$

b ) $(4x + 2) - (2x + 1)$

c ) $y - \dfrac{y}{2}$

d ) $\dfrac{4n}{3} - 100 + 110$

15. A fala de Camila pode ser expressa algebricamente como: $x + 2x - \dfrac{x}{8} + 2$ ou $\dfrac{23}{8}x + 2$

A fala de Raí pode ser expressa algebricamente como: $\left(\dfrac{y}{2} + 5\right)2 + 3y = y + 10 + 3y$ ou $4y + 10$

**Questão 6.**

a ) Como $i = 25$, então $B = 220 - 25 = 195$.

b ) Como $i = 30$, então $B = 220 - 30 = 190$.

c ) Como $i = 45$, então $B = 220 - 45 = 175$.

d ) Como $i = 67$, então $B = 220 - 67 = 153$.

## Atividades

**16.** a ) Se $x$ é o preço de etiqueta e $p$ é o valor de cada prestação, então:

$$p = \frac{\overbrace{x}^{\text{preço de etiqueta}} + \overbrace{0{,}15x}^{\text{valor de acréscimo}}}{\underbrace{3}_{\text{quantidade de parcelas}}}$$

Nesse caso, a fórmula representada na alternativa **C** é a que fornece o valor de cada prestação.

Portanto, a alternativa **C** é a correta.

b ) Se $x = 132$, então $p = \frac{132 + 0{,}15 \cdot 132}{3} = 50{,}6$. Portanto, quando o produto é vendido em 3 prestações, o valor de cada parcela é R$ 50,60.

**17.** Para $x = 488$, temos $y = \frac{35 \cdot 488}{2} = 8\,540$. Portanto, essa fábrica tem um lucro mensal de R$ 8 540,00.

**18.** Fazendo o mesmo procedimento apresentado na página **126**, temos:

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Medida da distância em milhas (x) | Medida da distância em metros (y) | |
| 2 | 0 | 0 | |
| 3 | 1 | 1 609,344 | |
| 4 | 2 | 3 218,688 | |
| 5 | 1 000 | 1 609 344 | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Assim,

a ) 0 m

b ) 1609,344 m

c ) 3 218,688 m

d ) 1 609 344 m

**19.** a ) De acordo com o enunciado, a fórmula utilizada por Amauri foi $R = 7N - 6$.

b ) Executando o mesmo procedimento apresentado na página **126**, temos:

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | N | R | |
| 2 | 4 | 22 | |
| 3 | 5,8 | 34,6 | |
| 4 | 10 | 64 | |
| 5 | 6,2 | 37,4 | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**Questão 7.** O primeiro termo da sequência **A** é amarelo e o sexto termo da sequência **B** é 11.

**Questão 8.** Calculando cada um dos termos dessa sequência, temos:

Para $n = 1$, $a_1 = 1 + 9 = 10$

Para $n = 2$, $a_2 = 2 + 9 = 11$

Para $n = 3$, $a_3 = 3 + 9 = 12$

Para $n = 4$, $a_4 = 4 + 9 = 13$

Para $n = 5$, $a_5 = 5 + 9 = 14$

Assim, a sequência é $(10, 11, 12, 13, 14, \ldots)$.

**Questão 9.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes usem com responsabilidade as ferramentas de pesquisa e que compartilhem os resultados obtidos com os colegas.

## Atividades

**20.** a ) Para $n = 1$, temos $a_1 = 5 \cdot 1 + 2 = 7$.

Para $n = 2$, temos $a_2 = 5 \cdot 2 + 2 = 12$.

Para $n = 3$, temos $a_3 = 5 \cdot 3 + 2 = 17$.

Para $n = 4$, temos $a_4 = 5 \cdot 4 + 2 = 22$.

Para $n = 5$, temos $a_5 = 5 \cdot 5 + 2 = 27$.

Assim, a sequência definida é $(7, 12, 17, 22, 27, \ldots)$.

b ) Para $n = 1$, temos $a_1 = \frac{1}{2} + 10 = \frac{21}{2}$.

Para $n = 2$, temos $a_2 = \frac{2}{2} + 10 = 11$.

Para $n = 3$, temos $a_3 = \frac{3}{2} + 10 = \frac{23}{2}$.

Para $n = 4$, temos $a_4 = \frac{4}{2} + 10 = 12$.

Assim, a sequência definida é $\left(\frac{21}{2}, 11, \frac{23}{2}, 12, \ldots\right)$.

c ) Para $n = 2$, temos $a_2 = 5a_1 + 1 = 5 \cdot 2 + 1 = 11$.

Para $n = 3$, temos $a_3 = 5a_2 + 1 = 5 \cdot 11 + 1 = 56$.

Para $n = 4$, temos $a_4 = 5a_3 + 1 = 5 \cdot 56 + 1 = 281$.

Assim, a sequência definida é $(2, 11, 56, 281, \ldots)$.

d ) Para $n = 1$, temos $a_1 = \frac{2 \cdot 1}{3} + 1 = \frac{5}{3}$.

Para $n = 2$, temos $a_2 = \frac{2 \cdot 2}{3} + 1 = \frac{10}{3}$.

Para $n = 3$, temos $a_3 = \frac{2 \cdot 3}{3} + 1 = \frac{15}{3}$.

Para $n = 4$, temos $a_4 = \frac{2 \cdot 4}{3} + 1 = \frac{20}{3}$.

Assim, a sequência definida é $\left(\frac{5}{3}, \frac{10}{3}, \frac{15}{3}, \frac{20}{3}, \ldots\right)$.

e ) Para $n = 2$, temos $a_2 = a_1 + 2 \cdot 1 + 5 = 0 + 2 + 7 = 9$.

Para $n = 3$, temos $a_3 = a_2 + 2 \cdot 3 + 5 = 9 + 6 + 5 = 20$.

Para $n = 4$, temos $a_4 = a_3 + 2 \cdot 4 + 5 = 20 + 8 + 5 = 33$.

Assim, a sequência definida é $(0, 9, 20, 33, \ldots)$.

f ) Para $n = 3$, temos $a_3 = 5 \cdot 3 = 15$.

Para $n = 4$, temos $a_4 = 5 \cdot 4 = 20$.

Assim, a sequência definida é $(1, 1, 15, 20, \ldots)$.

Entre as sequências definidas, as que foram descritas por uma lei de formação são **a**, **b**, **d** e **f**.

**21.** a ) Os cinco primeiros termos da sequência são:

$a_1 = 4$

$a_2 = 2 \cdot 4 - 3 = 5$

$a_3 = 2 \cdot 5 - 3 = 7$

$a_4 = 2 \cdot 7 - 3 = 11$

$a_5 = 2 \cdot 11 - 3 = 19$

b ) A sequência foi definida por recorrência, pois um termo sempre é definido em função do termo anterior.

c ) Se $a_1 = 3$, então $a_2 = 2 \cdot 3 - 3 = 3$. Consequentemente, todos os termos da sequência seriam iguais a 3 e, portanto, a sequência seria $(3, 3, 3, 3, \ldots)$.

**22.** Calculando os termos de cada sequência, temos:

a ) $(8, 16, 24, 32, 40, \ldots)$

b ) $(8, 15, 22, 29, 36, \ldots)$

c ) $(8, 16, 24, 32, 40, \ldots)$

d ) $(8, 15, 22, 29, 36, \ldots)$

e ) $(1, 8, 15, 22, 29, \ldots)$

Logo, as expressões **b** e **d** podem descrever a sequência indicada.

Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que duas ou mais definições aparentemente diferentes podem representar a mesma sequência.

**23.** a ) $a_{38} = 10 + 38 = 48$

b ) $a_{38} = 2 \cdot 38 - 5 = 71$

**24.** a ) Infinita.

b ) Considerando os termos dessa sequência, temos:

$a_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$

$a_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$

$a_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$

Assim, a lei de formação dessa sequência é dada por $a_n = 2n - 1$ para todo $n > 0$.

c ) $a_{100} = 2 \cdot 100 - 1 = 199$

**25.** a ) Sugestão de resposta:

Podemos verificar que a sequência é formada pelos números naturais maiores do que 15. Portanto, uma definição que descreve a regularidade da sequência é $a_n = n + 15$, para todo $n > 0$, ou ainda, $a_n = a_{n-1} + 1$ para todo $n > 1$, com $a_1 = 16$.

b ) Sugestão de resposta:

A partir do primeiro termo ($a_1 = 6$), os próximos termos são obtidos adicionando 4 unidades ao termo anterior. Portanto, uma expressão que descreve a regularidade da sequência é $a_n = a_{n-1} + 4$ para todo $n > 1$, com $a_1 = 6$, ou, ainda, $a_n = 4n + 2$ para todo $n > 0$.

**26.** a ) São necessários 5 palitos para representar a 2ª figura e 9 palitos para representar a 4ª figura.

b ) Como a quantidade de palitos que formam as figuras está relacionada com a posição da figura na sequência, podemos escrever:

1ª figura: 3 palitos.

2ª figura: 5 palitos (3 palitos + 2 palitos).

3ª figura: 7 palitos (5 palitos + 2 palitos).

4ª figura: 9 palitos (7 palitos + 2 palitos).

Ou seja, a partir da primeira figura, a próxima figura é formada por 2 palitos a mais do que a figura anterior. Portanto, uma possível resposta seria $a_n = a_{n-1} + 2$, para todo $n > 1$ com $a_1 = 3$ ou $a_n = 2n + 1$, para todo $n > 0$, sendo $n$ o número natural que representa a posição da figura na sequência.

c ) Utilizando a expressão obtida no item **b**, concluímos que a 9ª figura é formada por 19 palitos, pois $2 \cdot 9 + 1 = 19$, e a 25ª figura é formada por 51 palitos, pois $2 \cdot 25 + 1 = 51$.

**27.** a ) Calculando a medida da área do segundo retângulo, verificamos que a área do 2º retângulo mede $6\,cm^2$, pois $2 \cdot 3 = 6$. Calculando a medida da área do quarto retângulo, verificamos que a área do 4º retângulo mede $10\,cm^2$, pois $2 \cdot 5 = 10$.

b ) Uma das medidas sempre é igual a 2 cm e a outra aumenta 1 cm conforme o número que representa a posição do termo aumenta. Sendo assim, a medida da área de um retângulo qualquer nessa sequência, mantendo a regularidade, pode ser descrita pela expressão $a_n = 2(n + 1)$, para todo $n > 0$, sendo $n$ o número natural que representa a posição do retângulo nela.

c ) Utilizando a expressão obtida no item **b**, verificamos que $2 \cdot (525 + 1) = 1052$. Portanto, a área do 525º retângulo dessa sequência mede $1052\,cm^2$.

**28.** Ambos escreveram a lei de formação corretamente, pois as expressões escritas por Conceição e Jorge são equivalentes.

**Questão 10.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes efetuem multiplicações para determinar as quantidades de livros lidos pelas personagens do problema.

**Questão 11.** Resposta pessoal. Esta questão tem várias respostas. Uma delas é:

$4 \cdot 20 = 70 + 10$

$30 - 2 = 7 \cdot 4$

## Atividades

**29.** a ) Essa sentença é uma equação.

b ) Essa sentença não é uma equação, pois não há uma igualdade.

c ) Essa sentença é uma equação.

d ) Essa sentença é uma equação.

e ) Essa sentença não é uma equação, pois não há uma incógnita.

f ) Essa sentença não é uma equação, pois não há uma igualdade.

**30.** a )

$$\begin{aligned} x + 14 &= 25 \\ x + 14 - 14 &= 25 - 14 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

b )

$$\begin{aligned} 3x + 3 &= 9 \\ 3x + 3 - 3 &= 9 - 3 \\ 3x &= 6 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{6}{3} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

c )

$$\begin{aligned} 4x &= 24 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{24}{4} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

d )

$$\begin{aligned} 5x - 7 &= 38 \\ 5x - 7 + 7 &= 38 + 7 \\ 5x &= 45 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{45}{5} \\ x &= 9 \end{aligned}$$

e )

$$\begin{aligned} 6x + 2 &= 50 \\ 6x + 2 - 2 &= 50 - 2 \\ 6x &= 48 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{48}{6} \\ x &= 8 \end{aligned}$$

f )

$$7x - 47 = 2$$
$$7x - 47 + 47 = 2 + 47$$
$$7x = 49$$
$$\frac{7x}{7} = \frac{49}{7}$$
$$x = 7$$

**31.** De acordo com os dados do problema, elaboramos a seguinte equação:

$$3 \cdot \underbrace{x}_{\text{quantia que Leonardo tem em reais}} - 18{,}00 = 15{,}60$$

Resolvendo a equação, temos:

$$3x - 18{,}00 = 15{,}60$$
$$3x - 18{,}00 + 18{,}00 = 15{,}60 + 18{,}00$$
$$3x = 33{,}60$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{33{,}60}{3}$$
$$x = 11{,}20$$

Portanto, Leonardo tem R$ 11,20.

**32.** a ) $x = 5$ d ) $x = 5$ g ) $x = 10$
b ) $x = 18$ e ) $x = 42$ h ) $x = 6$
c ) $x = 20$ f ) $x = 18$

**33.** Sabendo que a medida da área de um retângulo é igual ao produto obtido ao multiplicarmos a medida do comprimento pela medida de largura, temos:

$$15 \cdot x = 375$$
$$\frac{15x}{15} = \frac{375}{15}$$
$$x = 25$$

Portanto, o comprimento do terreno mede 25 m.

**34.** a ) Resolvendo a equação montada por Silas, temos:

$$3 \cdot n + 12 = 15$$
$$3 \cdot n + 12 - 12 = 15 - 12$$
$$3 \cdot n = 3$$
$$\frac{3 \cdot n}{3} = \frac{3}{3}$$

Assim, $n = 1$.

b ) Sugestão de respostas:

- $3 \cdot n - 9 = 12$
- $n - 9 = 5$
- $5 \cdot n = 15$
- $n - 3 = 9$

**35.** Seja $x$ a medida em quilogramas da massa corporal de Jéssica. Assim, de acordo com as informações da atividade, calculamos:

$$3x - 44 = 97$$
$$3x - 44 + 44 = 97 + 44$$
$$3x = 141$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{141}{3}$$
$$x = 47$$

Portanto, a massa corporal de Jéssica mede 47 kg.

**36.** Resolvendo a primeira equação, obtemos:

$$5x + 3 = 18$$
$$5x + 3 - 3 = 18 - 3$$
$$5x = 15$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$$
$$x = 3$$

Resolvendo a segunda equação, obtemos:

$$11y + 19 = 29$$
$$11y + 19 - 19 = 29 - 19$$
$$11y = 10$$
$$\frac{11y}{11} = \frac{10}{11}$$
$$y = \frac{10}{11}$$

**37.** a ) Simplificando a equação, obtemos:

$$4y - y - 2 = 34$$
$$3y - 2 = 34$$

Resolvendo a equação, obtemos:

$$3y - 2 = 34$$
$$3y - 2 + 2 = 34 + 2$$
$$3y = 36$$
$$\frac{3y}{3} = \frac{36}{3}$$
$$y = 12$$

b ) Simplificando a equação, obtemos:

$$2x + 2 + 3x - 4 = 1$$
$$5x - 2 = 1$$

Resolvendo a equação, obtemos:

$$5x - 2 = 1$$
$$5x - 2 + 2 = 1 + 2$$
$$5x = 3$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{3}{5}$$
$$x = \frac{3}{5}$$

c ) Simplificando a equação, obtemos:

$$5(y + 2y) + 2 = 12$$
$$5(3y) + 2 = 12$$
$$15y + 2 = 12$$

Resolvendo a equação, obtemos:

$$15y + 2 = 12$$
$$15y + 2 - 2 = 12 - 2$$
$$15y = 10$$
$$\frac{15y}{15} = \frac{10}{15}$$
$$y = \frac{2}{3}$$

d ) Simplificando a equação, obtemos:

$$3(x - 1) + 2(x + 4) = 20$$
$$3x - 3 + 2x + 8 = 20$$
$$5x + 5 = 20$$

Resolvendo a equação, obtemos:

$$5x + 5 = 20$$
$$5x + 5 - 5 = 20 - 5$$
$$5x = 15$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$$
$$x = 3$$

**38.** a ) De acordo com as informações da atividade, podemos escrever:

$$\underbrace{x}_{\substack{\text{quantia que}\\\text{Márcia tem}}} + \underbrace{2x}_{\substack{\text{quantia que}\\\text{Nivaldo tem}}} = 105$$

Portanto, a equação que permite obter solução para o problema está na alternativa **C**.

b ) Resolvendo a equação, obtemos:

$$x + 2x = 105$$
$$3x = 105$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{105}{3}$$
$$x = 35$$

Portanto, Márcia tem R$ 35,00 e Nivaldo tem R$ 70,00.

**39.** Como temos um número representado por $p$, representamos seu sucessor por $p + 1$ e a equação que representa essa situação é dada por $p + (p + 1) = 79$. Resolvendo esta equação, obtemos:

$$p + (p + 1) = 79$$
$$2p + 1 = 79$$
$$2p + 1 - 1 = 79 - 1$$
$$2p = 78$$
$$\frac{2p}{2} = \frac{78}{2}$$
$$p = 39$$

Portanto, $p = 39$.

**40.** Como as idades são representadas por números consecutivos, vamos indicar por $x$ a idade de Simone; por $x + 1$ a idade de Jaqueline, que é mais velha; e por $x - 1$ a idade de Mauro, por ser o mais novo entre eles. Assim:

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 39$$
$$3x = 39$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{39}{3}$$
$$x = 13$$

Portanto, Jaqueline tem 14 anos, Simone tem 13 anos e Mauro tem 12 anos.

**41.** a ) De acordo com as informações da atividade, devemos fazer as seguintes substituições:

$$V + F = A + 2$$
$$(F + 4) + F = 18 + 2$$

Em seguida, resolvendo a equação, obtemos:

$$2F + 4 = 20$$
$$2F + 4 - 4 = 20 - 4$$
$$2F = 16$$
$$\frac{2F}{2} = \frac{16}{2}$$
$$F = 8$$

Portanto, esse prisma tem 8 faces.

Além disso, como $V = F + 4 = 8 + 4 = 12$, concluímos que esse prisma tem 12 vértices.

b ) Em um prisma, a quantidade de arestas é igual ao triplo da quantidade de lados do polígono de sua base, Nesse caso, $18 = 3 \cdot n$, sendo $n$ o número de lados do polígono da base do prisma, ou seja, esse prisma tem 6 lados e recebe o nome de prisma de base hexagonal.

**42.** Resposta pessoal. Sugestão de problema:

Em um jogo de perguntas e respostas, Fábio acertou 6 perguntas e errou 1 pergunta. Sabendo que o jogador perde 2 pontos para cada erro e que Fábio tem 88 pontos, qual é o valor de cada acerto no jogo? Resposta: 15 pontos.

**43.** a ) Nos cálculos a seguir, a incógnita representa a medida de massa de cada caixa em cada um dos itens.

Balança **A**.

$$b + b + 1 = 2 + 1 + 2$$
$$2b + 1 = 5$$

Portanto, a situação da balança **A** pode ser descrita pela equação **H**.

Balança **B**.

$$x + x + x + x = x + x + x + 1 + 2$$
$$4x = 3x + 3$$

Portanto, a situação da balança **B** pode ser descrita pela equação **E**.

Balança **C**.

$$y + y + 1 = y + 2$$
$$2y = y + 2$$

Portanto, a situação da balança **C** pode ser descrita pela equação **F**.

Balança **D**.

$$a + a + a + 1 + 2 = a + 2 + 2$$
$$3a + 3 = a + 4$$

Portanto, a situação da balança **D** pode ser descrita pela equação **G**.

b ) Resolvendo cada uma das expressões determinadas no item anterior, temos:

Balança **A**:

$$2b + 1 = 5$$
$$2b + 1 - 1 = 5 - 1$$
$$2b = 4$$
$$\frac{2b}{2} = \frac{4}{2}$$
$$b = 2$$

Portanto, a massa da caixa verde mede 2 kg.

Balança **B**:

$$4x = 3x + 3$$
$$4x - 3x = 3x - 3x + 3$$
$$x = 3$$

Portanto, a massa da caixa amarela mede 3 kg.

Balança **C**:

$$2y + 1 = y + 2$$
$$2y + 1 - y = y + 2 - y$$
$$y + 1 = 2$$
$$y + 1 - 1 = 2 - 1$$
$$y = 1$$

Portanto, a massa da caixa vermelha mede 1 kg.

Balança **D**:

$$3a + 3 = a + 4$$
$$3a + 3 - a = a + 4 - a$$
$$2a + 3 = 4$$
$$2a + 3 - 3 = 4 - 3$$
$$2a = 1$$
$$\frac{2a}{2} = \frac{1}{2}$$
$$a = \frac{1}{2}$$

Portanto, a massa da caixa roxa mede $\frac{1}{2}$ kg.

**44.** Considerando $x$ a medida da massa de cada caixa, em quilograma, a equação que descreve essa situação é $2x + 3 + 3 = x + 2 + 6$.

Resolvendo a equação, obtemos:

$$2x + 3 + 3 = x + 6 + 2$$
$$2x + 6 - x = x + 8 - x$$
$$x + 6 = 8$$
$$x + 6 - 6 = 8 - 6$$
$$x = 2$$

Portanto, a massa de cada caixa mede 2 kg.

**45.** Sendo $y$ a medida da massa de cada lata de achocolatado, em quilograma, a equação que descreve essa situação é $5x + 1 = x + 1 + 2 + 1$.

Resolvendo a equação, temos:

$$5x + 1 = x + 1 + 2 + 1$$
$$5x + 1 - x = x + 4 - x$$
$$4x + 1 = 4$$
$$4x + 1 - 1 = 4 - 1$$
$$4x = 3$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{3}{4}$$
$$x = \frac{3}{4}$$

Portanto, a massa de cada lata mede $\frac{3}{4}$ kg ou 0,75 kg.

**46.** a )

$$2x + 4 = 28$$
$$2x + 4 - 4 = 28 - 4$$
$$2x = 24$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$$
$$x = 12$$

b )

$$3x - 7 = 2x + 1$$
$$3x - 7 + 2x = 2x + 1 - 2x$$
$$x - 7 = 1$$
$$x - 7 + 7 = 1 + 7$$
$$x = 8$$

c )

$$4x - 1 = x + 11$$
$$4x - 1 - x = x + 11 - x$$
$$3x - 1 = 11$$
$$3x - 1 + 1 = 11 + 1$$
$$3x = 12$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$
$$x = 4$$

d )

$$2 + 5x = 2x + 10$$
$$2 + 5x - 2x = 2x + 10 - 2x$$
$$2 + 3x = 10$$
$$2 + 3x - 2 = 10 - 2$$
$$3x = 8$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{8}{3}$$
$$x = \frac{8}{3}$$

e )

$$9x - 2 = 7x + 4$$
$$9x - 2 - 7x = 7x + 4 - 7x$$
$$2x - 2 = 4$$
$$2x - 2 + 2 = 4 + 2$$
$$2x = 6$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

f )

$$4x - 2x + 1 = x + 1$$
$$2x + 1 - x = x + 1 - x$$
$$x + 1 = 1$$
$$x + 1 - 1 = 1 - 1$$
$$x = 0$$

**47.** De acordo com as informações da atividade, temos:

A. $\overbrace{x}^{\text{idade atual de Josiane}} + 9 = 27$

B. $\left(\overbrace{x}^{\text{quantidade de dinheiro que tenho}} + 2\right) \cdot 3 = 144$

C. $\left(\overbrace{x}^{\text{quantidade de canetas de Nair}} - 3\right) \cdot 2 = 6$

D. $3\overbrace{x}^{\text{quantidade de peixes no meu aquário}} - 3 = 2x + 1$

Assim, obtemos as seguintes correspondências: **A**-**3**; **B**-**1**; **C**-**2**; **D**-**4**.

Resolvendo as equações em cada item, obtemos:

**A**.

$$x + 9 = 27$$
$$x + 9 - 9 = 27 - 9$$
$$x = 18$$

Portanto, Josiane tem 18 anos.

**B**.

$$(x + 2) \cdot 3 = 144$$
$$3x + 6 = 144$$
$$3x + 6 - 6 = 144 - 6$$
$$3x = 138$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{138}{3}$$
$$x = 46$$

Portanto, eu tenho R$ 46,00.

**C.**

$$
\begin{aligned}
(x-3)\cdot 2 &= 6\\
2x-6 &= 6\\
2x-6+6 &= 6+6\\
2x &= 12\\
\frac{2x}{2} &= \frac{12}{2}\\
x &= 6
\end{aligned}
$$

Portanto, Nair tem 6 canetas.

**D.**

$$
\begin{aligned}
3x-3 &= 2\cdot(x+1)\\
3x-3 &= 2x+2\\
3x-3-2x &= 2x+2-2x\\
x-3 &= 2\\
x-3+3 &= 2+3\\
x &= 5
\end{aligned}
$$

Portanto, meu aquário tem 5 peixes.

**48.** Dos 453 minutos que Renato usou, 200 minutos estão inclusos no plano de ligações locais. Assim, Renato utilizou 253 min excedentes de seu plano telefônico, pois 453 min − 200 min = 253 min. Indicando por $x$ o valor pago por minuto excedente, temos:

$$
\begin{aligned}
24{,}90+253x &= 45{,}14\\
24{,}90+253x-24{,}90 &= 45{,}14-24{,}90\\
253x &= 20{,}24\\
\frac{253x}{253} &= \frac{20{,}24}{253}\\
x &= 0{,}08
\end{aligned}
$$

Portanto, Renato pagou R$ 0,08 por minuto excedente.

**49.** De acordo com cada fala de Marisa, podemos escrever:

$$2\cdot\overbrace{x}^{\text{medida da altura de Marisa}}-140=x+15;$$

Resolvendo essa equação, obtemos:

$$
\begin{aligned}
2x-140 &= x+15\\
2x-140-x &= x+15-x\\
x-140 &= 15\\
x-140+140 &= 15+140\\
x &= 155
\end{aligned}
$$

Portanto, Marisa mede 155 cm de altura.

De acordo com cada fala de Andrei, podemos escrever:

$$5\cdot\overbrace{y}^{\text{quantidade de figurinhas de Andrei}}=124+y$$

Resolvendo essa equação, obtemos:

$$
\begin{aligned}
5y &= 124+y\\
5y-y &= 124+y-y\\
4y &= 124\\
\frac{4y}{4} &= \frac{124}{4}\\
y &= 31
\end{aligned}
$$

Portanto, Andrei tem 31 figurinhas.

**50.** Utilizando o fato de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos:

$$
\begin{aligned}
78^\circ+(x+15^\circ)+(x-3^\circ) &= 180^\circ\\
2x+90^\circ &= 180^\circ\\
2x+90^\circ-90^\circ &= 180^\circ-90^\circ\\
2x &= 90^\circ\\
\frac{2x}{2} &= \frac{90^\circ}{2}\\
x &= 45^\circ
\end{aligned}
$$

Portanto, as medidas dos ângulos internos são:

$\text{med}(B\hat{A}C)=45^\circ+15^\circ=60^\circ$;

$\text{med}(A\hat{B}C)=45^\circ-3^\circ=42^\circ$;

$\text{med}(A\hat{C}B)=78^\circ$.

**51.** a ) Na primeira rodada, o total de pontos de Júlia e de Isadora pode ser calculado da seguinte maneira:

Júlia: $4\cdot 8-2\cdot 7=32-14=18$

Isadora: $4\cdot 6-2\cdot 9=24-18=6$

Portanto, na primeira rodada Júlia fez 18 pontos e Isadora fez 6 pontos.

b ) Na segunda rodada, o total de pontos de Júlia e Isadora pode ser calculado da seguinte maneira:

Júlia: $4\cdot 5-2\cdot 10=20-20=0$

Isadora: $4\cdot 7-2\cdot 8=28-16=12$

Portanto, na segunda rodada Júlia não pontuou e Isadora fez 12 pontos.

c ) Como $x$ representa a quantidade de respostas certas e há 15 perguntas em cada rodada, podemos representar a quantidade de erros por $15-x$. Assim, a expressão que determina a quantidade de pontos de um jogador em uma rodada é $4x-2\cdot(15-x)$. Portanto, a expressão correta é a **II**.

d ) Utilizando a expressão do item **c**, obtemos:

Júlia:

$$
\begin{aligned}
4x-2\cdot(15-x) &= 24\\
4x+2x-30 &= 24\\
6x-30 &= 24\\
6x-30+30 &= 24+30\\
6x &= 54\\
\frac{6x}{6} &= \frac{54}{6}\\
x &= 9
\end{aligned}
$$

Isadora:

$$
\begin{aligned}
4x-2\cdot(15-x) &= 36\\
4x-30+2x &= 36\\
6x-30 &= 36\\
6x-30+30 &= 36+30\\
6x &= 66\\
\frac{6x}{6} &= \frac{66}{6}\\
x &= 11
\end{aligned}
$$

Portanto, Júlia teve 9 acertos e Isadora teve 11 acertos.

**52.** De acordo com as informações da atividade, as vendas de sorvete em cada um dos três dias foi a seguinte:

- sexta-feira: $y$ sorvetes;
- sábado: $y + 15$ sorvetes;
- domingo: $2 \cdot (y + 15)$ sorvetes.

Sabendo que nesses três dias foram vendidos 273 sorvetes, calculamos:

$$y + (y + 15) + 2 \cdot (y + 15) = 273$$
$$y + y + 15 + 2y + 30 = 273$$
$$4y + 45 = 273$$
$$4y + 45 - 45 = 273 - 45$$
$$4y = 228$$
$$\frac{4y}{4} = \frac{228}{4}$$
$$y = 57$$

Portanto, na sexta-feira foram vendidos 57 sorvetes, no sábado, 72 sorvetes e no domingo, 144 sorvetes.

**53.** De acordo com as informações da atividade, escrevemos a equação a seguir.

$$2 \cdot \underbrace{[4 \cdot (2x)]}_{\text{medida do perímetro do quadrado B}} = 2 \cdot \underbrace{[4 + (3x + 2)]}_{\text{medida do perímetro do retângulo A}}.$$

Resolvendo-a, obtemos:

$$2 \cdot [4 \cdot (2x)] = 2 \cdot [4 + (3x + 2)]$$
$$2 \cdot [8x] = 2 \cdot [3x + 6]$$
$$16x = 6x + 12$$
$$16x - 6x = 6x + 12 - 6x$$
$$10x = 12$$
$$\frac{10x}{10} = \frac{12}{10}$$
$$x = 1{,}2$$

Com esse resultado, verificamos que o comprimento do retângulo mede 5,6 m, pois $3 \cdot 1{,}2 + 2 = 5{,}6$. Da mesma maneira, o comprimento de cada lado do quadrado mede 2,4 m, pois $2 \cdot 1{,}2 = 2{,}4$. Assim, obtemos:

Medida da área do retângulo **A**: $4 \cdot 5{,}6 = 22{,}4$, ou seja, 22,4 m².

Medida da área do quadrado **B**: $2{,}4 \cdot 2{,}4 = 5{,}76$, ou seja, 5,76 m².

**54.** Contando com Vanderlei, 5 pessoas iriam viajar. Porém, sabendo que 2 pessoas desistiram, apenas 3 pessoas tiveram que arcar com o custo do aluguel do veículo.

a ) De acordo com as informações do problema, temos:

$$5 \cdot \underbrace{x}_{\text{quantidade em reais que seria paga por pessoa inicialmente}} = 3 \cdot \underbrace{(x + 75)}_{\text{quantidade em reais efetivamente paga por pessoa}}$$

Resolvendo a equação, temos:

$$5x = 3 \cdot (x + 75)$$
$$5x = 3x + 225$$
$$5x - 3x = 3x + 225 - 3x$$
$$2x = 225$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{225}{2}$$
$$x = 112{,}5$$

Portanto, cada pessoa pagaria inicialmente R$ 112,50.

b ) Como $5 \cdot 112{,}5 = 562{,}5$, concluímos que o veículo foi alugado por R$ 562,50.

## O que eu estudei?

**1.** $\frac{3}{8}x + 180$

**2.** $50 - 2p - c$ ou $50 - (2p + c)$

**3.** a ) $2(n + 1) + 1$; $2n + 1$; $2n - 1$

b ) $2(n + 1) + 1 + 2n + 1 + 2n - 1 = 2n + 2 + 1 + 4n = 6n + 3$

**4.** Calculando primeiro a medida do perímetro do polígono, temos:

$2x + x + 2x + 3 + 1 + x + 2 = 6x + 6$.

Como um triângulo equilátero tem todos os seus lados com a mesma medida, então cada lado deve medir $2x + 2$.

**5.** a ) $i = \frac{72}{(1{,}82)^2} \simeq 21{,}7$. De acordo com o quadro, o IMC neste caso indica peso normal.

b ) $i = \frac{55}{(1{,}74)^2} \simeq 18{,}2$. De acordo com o quadro, o IMC neste caso indica abaixo do peso.

c ) $i = \frac{81}{(1{,}90)^2} \simeq 22{,}4$. De acordo com o quadro, o IMC neste caso indica peso normal.

d ) $i = \frac{79}{(1{,}69)^2} \simeq 27{,}7$. De acordo com o quadro, o IMC neste caso indica sobrepeso.

**6.** a ) $C = \frac{5 \cdot (32 - 32)}{9} = \frac{5 \cdot 0}{9} = 0$. Portanto, 32 °F é equivalente a 0 °C.

b ) $C = \frac{5 \cdot (212 - 32)}{9} = \frac{5 \cdot 180}{9} = 100$. Portanto, 212 °F é equivalente a 100 °C.

c ) $C = \frac{5 \cdot (-4 - 32)}{9} = \frac{5 \cdot (-36)}{9} = -20$. Portanto, −4 °F é equivalente a −20 °C.

d ) $C = \frac{5 \cdot (104 - 32)}{9} = \frac{5 \cdot 72}{9} = 40$. Portanto, 104 °F é equivalente a 40 °C.

**7.** Utilizando as informações da atividade, podemos escrever a seguinte equação:

$$\frac{3 \cdot \overbrace{x}^{\text{número em que Vânia pensou}} + 6}{3} = \overbrace{11}^{\text{resultado dito por Vânia}}$$

Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{3x + 6}{3} = 11$$
$$\frac{3x}{3} + \frac{6}{3} = 11$$
$$x + 2 = 11$$
$$x + 2 - 2 = 11 - 2$$
$$x = 9$$

Portanto, o número em que Vânia pensou é 9.

**8.** A diferença entre as idades da mãe e da filha sempre será a mesma, ou seja, $33 - 14 = 19$. Nesse caso, a mãe é 19 anos mais velha do que a filha. Com isso, considerando $x$ a idade da filha, obtemos a seguinte equação:

$$\underbrace{x + 19}_{\text{idade da mãe}} = \underbrace{2x}_{\text{dobro da idade da filha}}$$

Resolvendo a equação, obtemos:

$$x + 19 = 2x$$
$$x + 19 - x = 2x - x$$
$$19 = x$$

Portanto, a mãe terá o dobro da idade da filha quando a filha tiver 19 anos. Isso representa uma diferença de 5 anos entre essa data e a idade da filha hoje, que é 14 anos. Portanto, a idade da mãe será o dobro da idade da filha daqui a 5 anos.

**9.** a ) Açúcar: $5 \cdot 7{,}49 = 37{,}45$. Portanto, Marina pagou R$ 37,45 nos pacotes de açúcar.

b ) Caixinha de leite: $4 \cdot 3{,}99 = 15{,}96$. Portanto, Marina pagou R$ 15,96 nas caixinhas de leite.

c ) Garrafas de óleo: $88{,}97 - 37{,}45 - 15{,}96 = 35{,}56$. Portanto, Marina pagou R$ 35,56 nas garrafas de óleo.

d ) Cada garrafa de óleo: $\frac{35{,}56}{4} = 8{,}89$. Portanto, Marina pagou R$ 8,89 em cada garrafa de óleo.

**10.** Atribuindo valores consecutivos para $n > 0$, obtemos:

$a_1 = 10 \cdot 1 - 7 = 3$

$a_2 = 10 \cdot 2 - 7 = 13$

$a_3 = 10 \cdot 3 - 7 = 23$

$a_4 = 10 \cdot 4 - 7 = 33$

$a_5 = 10 \cdot 5 - 7 = 43$

Logo, a sequência é $(3, 13, 23, 33, 43, \dots)$. Esta sequência é definida por uma lei de formação.

**11.** Pela definição de perímetro de um polígono, temos:

$$(x + 1) + (x + 2) + x = 201$$
$$x + 1 + x + 2 + x = 201$$
$$3x + 3 = 201$$
$$3x + 3 - 3 = 201 - 3$$
$$3x = 198$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{198}{3}$$
$$x = 66$$

Assim, $x + 1 = 66 + 1 = 67$ e $x + 2 = 66 + 2 = 68$.

Portanto, os lados do triângulo medem 66 cm, 67 cm e 68 cm.

**12.** Considerando $x$ a medida de uma das dimensões desconhecida do tijolo e de acordo com a fórmula da medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo, obtemos a seguinte equação:

$$11 \cdot 6 \cdot x = 1452$$
$$66x = 1452$$
$$\frac{66x}{66} = \frac{1452}{66}$$
$$x = 22$$

Portanto, a outra dimensão do tijolo mede 22 cm.

**13.** Seja $x$ a quantidade de canetas que Débora tem. Assim:

Quantidade de canetas de Solange: $x + 4$.

Quantidade de canetas de Cíntia: $(x + 4) - 3 = x + 1$.

Como elas têm 161 canetas juntas, podemos escrever e resolver a seguinte equação:

$$x + (x + 4) + (x + 1) = 161$$
$$3x + 5 = 161$$
$$3x + 5 - 5 = 161 - 5$$
$$3x = 156$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{156}{3}$$
$$x = 52$$

Assim, $x + 4 = 56$ e $x + 1 = 53$. Portanto, Débora tem 52 canetas, Solange tem 56 canetas e Cíntia, 53 canetas.

**14.** De acordo com as informações de valor apresentadas na atividade, vamos representar com expressões algébricas os arremessos.

Arremessos que valem 1 ponto: $x$.

Arremessos que valem 2 pontos: $2x + 2$.

Arremessos que valem 3 pontos: $(2x + 2) - 10 = 2x - 8$.

Sabendo que ao todo foram 54 arremessos, obtemos a seguinte equação:

$$x + (2x + 2) + (2x - 8) = 54$$
$$5x - 6 = 54$$
$$5x - 6 + 6 = 54 + 6$$
$$5x = 60$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{60}{5}$$
$$x = 12$$

Assim, calculando a quantidade de pontos feitos pelo time nessa partida, obtemos:

$1 \cdot x + 2 \cdot (2x + 2) + 3 \cdot (2x - 8) =$

$= 12 + 2 \cdot (2x + 2) + 3 \cdot (2 \cdot 12 - 8) =$

$= 12 + 52 + 48 = 112$

Portanto, o time fez 112 pontos nessa partida.

## Unidade 7 Figuras geométricas planas e ângulos

### Atividades

**1.** a ) O giro de meia-volta para a esquerda é o da Cena **4**.

b ) O giro de três quartos de volta para a esquerda é o da Cena **3**.

c ) O giro de uma volta completa para a esquerda é o da Cena **2**.

**2.** Resposta pessoal. A resposta depende dos objetos que os estudantes vão sugerir. Sugestão de resposta:

Lousa, caderno, porta.

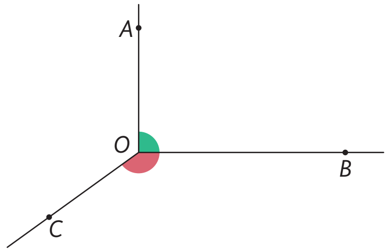
**3.** a ) Jessé realizou um giro correspondente a $\frac{1}{4}$ de volta.

**4.** A. Nome do ângulo: $\hat{B}$, $A\hat{B}C$ ou $C\hat{B}A$; vértice: $B$; lados: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.

B. Nome do ângulo: $\hat{K}$, $J\hat{K}L$ ou $L\hat{K}J$; vértice: $K$; lados: $\overrightarrow{KJ}$ e $\overrightarrow{KL}$.

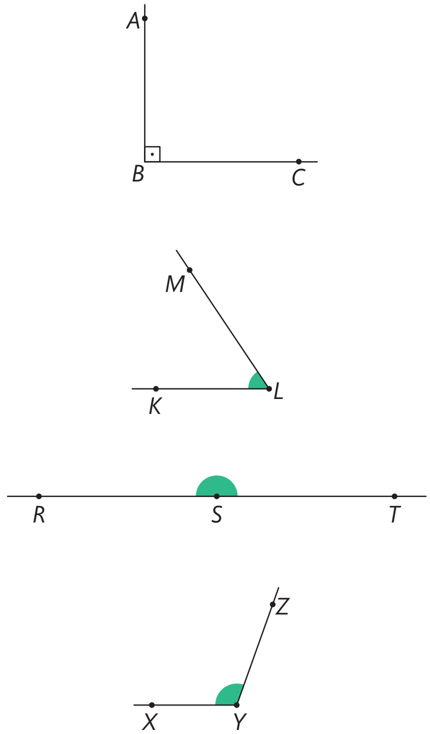
C. Nome do ângulo: $\hat{U}$, $T\hat{U}V$ ou $V\hat{U}T$; vértice: $U$; lados: $\overrightarrow{UT}$ e $\overrightarrow{UV}$.

**5.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:




JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**Questão 1.**




ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

**6.** De acordo com os transferidores, a medida do ângulo indicado em **A** é 47°, em **B** é 132,5°, em **C** é 90°, em **D** é 165°, em **E** é 26°e em **F** é 89°.

**7.** O único ângulo reto, ou seja, que mede 90°, está representado no item **C**.

Os ângulos representados nos itens **A**, **E** e **F** são agudos, pois suas medidas são maiores do que 0° e menores do que 90°; Os ângulos **B** e **D** são obtusos, pois têm medidas entre 90° e 180°.

**8.** Caminho **3**, pois todos os ângulos formados pelo caminho do robô medem 90°.

**9.** med $(\widehat{B}) = 30°$;

med $(\widehat{C}) = 45°$;

med $(\widehat{D}) = 90°$;

med $(\widehat{E}) = 110°$;

med $(\widehat{F}) = 60°$;

med $(\widehat{G}) = 180°$.

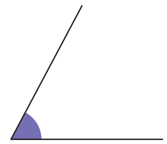
**10.** a ) O ângulo reto é o $C\widehat{D}E$.

b ) Os ângulos agudos são $A\widehat{B}C$, $B\widehat{C}D$ e $E\widehat{F}G$.

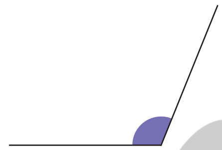
c ) O ângulo obtuso é $D\widehat{E}F$.

d ) O ângulo raso é $F\widehat{G}H$.

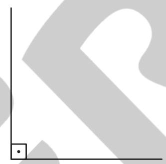
**11.** a )



b )



c )



d )

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**12.** a ) Ambos correspondem a meia-volta.

**13.** O ângulo $H\widehat{G}I$ é congruente, pois tem a mesma medida do ângulo construído por Gabriel, ou seja, mede 60°.

**14.** Ângulos adjacentes são aqueles que têm um lado em comum e as regiões formadas por eles não tem pontos em comum. Assim, são adjacentes $B\widehat{A}C$ e $C\widehat{A}D$, $C\widehat{A}D$ e $D\widehat{A}E$, $B\widehat{A}D$ e $D\widehat{A}E$, $C\widehat{A}E$ e $B\widehat{A}C$.

**Questão 2.** O ângulo:

- complementar de 72° mede 18°, pois 72° + 18° = 90°.
- suplementar de 72° mede 108°, pois 72° + 108° = 180°.

**Questão 3.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes verifiquem que a medida do ângulo $\widehat{c}$ é 34° pois é um ângulo oposto pelo vértice ao ângulo $\widehat{a}$, e por ser suplementar do ângulo $\widehat{b}$.

## Atividades

**15.** A. Como $\widehat{a} = 30°$, a medida do seu ângulo complementar é 60°, pois 60° + 30° = 90°, e do seu suplementar é 150°, pois 60° + 120° = 180°.

B. Como $\widehat{b} = 50°$, a medida do seu ângulo complementar é 40°, pois 50° + 40° = 90°, e do seu suplementar é 130°, pois 50° + 130° = 180°.

C. Como $\widehat{c} = 15°$, a medida do seu ângulo complementar é 75°, pois 15° + 75° = 90°, e do seu suplementar é 165°, pois 15° + 165° = 180°.

D. Como $\widehat{d} = 80°$, a medida do seu ângulo complementar é 10°, pois 80° + 10° = 90°, e do seu suplementar é 100°, pois 80° + 100° = 180°.

E. Como $\widehat{e} = 45°$, a medida do seu ângulo complementar é 45°, pois 45° + 45° = 90°, e do seu suplementar é 135°, pois 45° + 135° = 180°.

**16.** a ) Como o pedaço de cartolina tem formato retangular, sabemos que o ângulo cortado pela linha tracejada mede 90°. Além disso, ao desdobrar a folha, temos:

$$40° + \widehat{a} + \widehat{a} = 90°$$
$$40° + 2\widehat{a} - 40° = 90° - 40°$$
$$2\widehat{a} = 50°$$
$$\widehat{a} = \frac{50°}{2}$$
$$\widehat{a} = 25°$$

b ) A medida do complementar de $\widehat{a}$ é 65°, pois 90° − 25° = 65°, e do suplementar é 155°, pois 180° − 25° = 155°.

**17.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**18.** Como são ângulos complementares, sabemos que $\widehat{a} + \widehat{b} = 90°$. Como $\widehat{a} = 2\widehat{b}$, ou seja, $\widehat{a}$ é o dobro de $\widehat{b}$, então:

$$2\widehat{b} + \widehat{b} = 90°$$
$$3\widehat{b} = 90°$$
$$\widehat{b} = \frac{90°}{3}$$
$$\widehat{b} = 30°$$

Logo, $\widehat{b} = 30°$. Portanto, $\widehat{a} = 60°$.

**19.** A. Como $\widehat{a}$ é oposto pelo vértice ao ângulo que mede 74°, então, por definição, $\widehat{a} = 74°$.

Sendo $\widehat{b} + 74° = 180°$, então $\widehat{b} = 180° - 74° = 106°$. Com isso, $\widehat{b} = 106°$.

Como $\widehat{c}$ é oposto pelo vértice a $\widehat{b}$, então, por definição, $\widehat{c} = 106°$.

B. Como o ângulo $\widehat{j}$ é oposto pelo vértice ao ângulo que mede 115°, temos $\widehat{j} = 115°$.

Sendo $\widehat{l}$ um ângulo reto, então $\widehat{l} = 90°$.

Como $\widehat{k} + 115° = 180°$, então $\widehat{k} = 180° - 115° = 65°$, isto é, $\widehat{k} = 65°$.

Como $\widehat{h} + 25° = 180°$, verificamos também que $\widehat{h} = 180° - 25° = 155°$. Assim, $\widehat{h} = 155°$.

Sendo $\widehat{i}$ oposto pelo vértice a $\widehat{h}$, verificamos que $\widehat{i} = 155°$.

**20.** Os ângulos de medidas $\widehat{a}$ e $\widehat{c}$ são opostos pelo vértice. Desse modo, as medidas desses ângulos são iguais. Como 102 : 2 = 51, temos $\widehat{a} = \widehat{c} = 51°$. Além disso, $\widehat{a} + \widehat{b} = 180°$. Com isso, fazemos os seguintes cálculos:

$$\widehat{a} + \widehat{b} = 180°$$
$$51° + \widehat{b} = 180°$$
$$51° + \widehat{b} - 51° = 180° - 51°$$
$$\widehat{b} = 129°$$

Portanto, $\widehat{b} = 129°$.

**21.** A. Sabendo que $x + 18° = 3x$, temos:

$$x + 18° = 3x$$
$$x + 18° - x = 3x - x$$
$$18° = 2x$$
$$\frac{18°}{2} = \frac{2x}{2}$$
$$x = 9°$$

Portanto, os ângulos medem 9° + 18° = 27°.

B. Sabendo que $4x + 9° = 5x - 21°$, temos:

$$4x + 9° = 5x - 21°$$
$$4x + 9° - 4x = 5x - 21° - 4x$$
$$9° = x - 21°$$
$$9° + 21° = x - 21° + 21°$$
$$x = 30°$$

Portanto, os ângulos medem 4 · 30° + 9° = 120° + 9° = 129°.

**22.** a ) • O ângulo de medida $\widehat{a}$ é oposto pelo vértice do ângulo de medida $\widehat{c}$.

• O ângulo de medida $\widehat{d}$ é oposto pelo vértice do ângulo de medida $\widehat{b}$.

b ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que não, pois os ângulos de medidas $\widehat{a}$ e $\widehat{b}$ são suplementares, ou seja, a soma dessas medidas é sempre 180°.

**Questão 4.**

a ) $\widehat{a}$ e $\widehat{e}$ medem 50°.

b ) $\widehat{b}$ e $\widehat{f}$ medem 130°.

c ) $\widehat{c}$ e $\widehat{g}$ medem 50°.

d ) $\widehat{d}$ e $\widehat{h}$ medem 130°.

• Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que os pares de medidas obtidos são iguais.

**Questão 5.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes usem procedimentos semelhantes para concluir que os pares de ângulos colaterais são suplementares, como segue:

• Os ângulos de medidas $\widehat{b}$ e $\widehat{f}$ são correspondentes. Assim, $\widehat{b} = \widehat{f}$. Além disso, os ângulos de medidas $\widehat{e}$ e $\widehat{f}$ são suplementares, ou seja, $\widehat{e} + \widehat{f} = 180°$. Portanto, concluímos que $\widehat{b} + \widehat{e} = 180°$.

• Os ângulos de medidas $\widehat{d}$ e $\widehat{h}$ são correspondentes. Assim, $\widehat{d} = \widehat{h}$. Além disso, os ângulos de medida $\widehat{h}$ e $\widehat{g}$ são suplementares, ou seja, $\widehat{h} + \widehat{g} = 180°$. Portanto, concluímos que $\widehat{d} + \widehat{g} = 180°$.

## Atividades

**23.** a ) As letras que indicam as medidas de dois pares de ângulos correspondentes são:
$\widehat{a}$ e $\widehat{e}$; $\widehat{b}$ e $\widehat{f}$; $\widehat{c}$ e $\widehat{g}$; $\widehat{d}$ e $\widehat{h}$.

b ) As letras que indicam as medidas de dois pares de ângulos opostos pelo vértice são: $\widehat{a}$ e $\widehat{c}$; $\widehat{b}$ e $\widehat{d}$; $\widehat{e}$ e $\widehat{g}$; $\widehat{f}$ e $\widehat{h}$.

c ) As letras que indicam as medidas de dois pares de ângulos alternos internos são: $\widehat{b}$ e $\widehat{h}$; $\widehat{c}$ e $\widehat{e}$.

d ) As letras que indicam as medidas de dois pares de ângulos alternos externos são: $\widehat{a}$ e $\widehat{g}$; $\widehat{d}$ e $\widehat{f}$.

**24.** d) A alternativa **d** é falsa, pois, como as retas $s$ e $t$ são paralelas, $\hat{c}$ mede 65°. Sugestão de resposta:
A medida $\hat{c}$ é 65°.

**25.** Sabendo que o ângulo que mede 92° é correspondente a $\widehat{d}$ e $\widehat{b}$, verificamos que $\widehat{d} = 92°$ e $\widehat{b} = 92°$. Como o ângulo que mede 93° é alterno externo ao ângulo $\hat{e}$, obtemos $\hat{e} = 93°$. Além disso, $\hat{c} + 93° = 180°$. Sendo assim, temos:

$$\hat{c} + 93° = 180°$$
$$\hat{c} + 93° - 93° = 180° - 93°$$
$$\hat{c} = 87°$$

Por fim, como $\hat{c}$ é alterno interno a $\hat{a}$, desse modo $\hat{a} = 87°$.

**26.** A. Sabemos que os ângulos destacados são alternos internos. Assim:

$$3x + 20° = 7x$$
$$3x + 20° - 3x = 7x - 3x$$
$$20° = 4x$$
$$\frac{20°}{4} = \frac{4x}{4}$$
$$x = 5°$$

Portanto, $x = 5°$. Como $7 \cdot 5 = 35°$, os ângulos indicados medem 35°.

B. Sabemos que a medida do ângulo alterno externo a $4x - 7°$ é dada por $180° - (5x + 7°)$. Assim:

$$180° - 5x - 7° = 4x - 7°$$
$$180° - 5x - 7° + 7° = 4x - 7° + 7°$$
$$180° - 5x + 5x = 4x + 5x$$
$$180° = 9x$$
$$9x = 180°$$
$$\frac{9x}{9} = \frac{180°}{9}$$
$$x = 20°$$

Portanto, $x = 20°$. Como $4 \cdot 20° - 7 = 73°$ e $5 \cdot 20° + 7 = 107°$, o ângulo agudo mede 73° e o ângulo obtuso, 107°.

C. Sabemos que a medida do ângulo alterno interno a $5x + 3$ é dada por $108° - (3x + 1)$. Assim:

$$108° - 3x - 1 = 5x + 3$$
$$108° - 3x - 1 - 3 = 5x + 3 - 3$$
$$176° - 3x = 5x$$
$$176° - 3x + 3x = 5x + 3x$$
$$176° = 8x$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{176°}{8}$$
$$x = 22°$$

Portanto, $x = 22°$. Como $3 \cdot 22° + 1 = 67°$ e $5 \cdot 22° + 3° = 113°$, os ângulos agudos medem 67° e os ângulos obtusos medem 113°.

**27.** a ) Como são ângulos alternos internos, temos:

$$2x + 30° = 4x - 20°$$
$$2x + 30° + 20° = 4x - 20° + 20°$$
$$2x + 50° = 4x$$
$$2x + 50° - 2x = 4x - 2x$$
$$2x = 50°$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{50°}{2}$$
$$x = 25°$$

Portanto, $x = 25°$.

b ) Como são ângulos alternos internos, a medida do ângulo será a mesma. Assim, $2 \cdot 25° + 30° = 80°$ e, portanto, os ângulos medem 80°.

**28.** Sabemos que, em um triângulo equilátero, cada um dos ângulos internos mede 60°, ou seja, $\text{med}\left(\widehat{A}\right) = \text{med}\left(\widehat{B}\right) = \text{med}\left(\widehat{D}\right) = 60°$. Como $\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{CE}$, então $\text{med}\left(\widehat{A}\right) = \text{med}\left(\widehat{C}\right) = 60°$. Logo, o triângulo cuja medida dos ângulos internos é representada por $\widehat{C}$, $\widehat{D}$ e $180° - \hat{x}$ é equilátero. Consequentemente:

$$180° - \hat{x} = 60°$$
$$180° - \hat{x} + \hat{x} = 60° + \hat{x}$$
$$180° - 60° = 60° + \hat{x} - 60°$$
$$\hat{x} = 120°$$

Portanto, a alternativa **e** está correta.

**29.** A. O ângulo de medida $\hat{x}$ está dividido em duas partes pela reta tracejada. A menor parte dele mede 32°, pois esse ângulo é alterno interno ao ângulo que mede 32°.
A maior parte da medida do ângulo é dada por $180° - 116° = 64°$, pois esse ângulo é correspondente ao suplementar de 116°.
Portanto, $\hat{x} = 32° + 64° = 96°$.

B. O ângulo de medida $\hat{x}$ está dividido em duas partes pela reta tracejada. A maior parte dele mede 62°, pois é correspondente ao suplementar de 118°, ou seja, $180° - 118° = 62°$.
Para determinar a medida da menor parte do ângulo $\hat{x}$, devemos, primeiro, determinar a medida de cada parte em que o ângulo de medida 57° foi dividido. Como o ângulo de medida 26° é alterno interno à parte maior desse ângulo, então a medida da parte maior é dada por $57° - 26° = 31°$. Desse modo, a parte menor do ângulo $\hat{x}$ mede 31°.
Portanto, $\hat{x} = 31° + 62° = 93°$.

**30.** Traçando uma reta imaginária paralela às demais madeiras horizontais, de modo que divida o ângulo $\alpha$ ao meio, verificamos que $\alpha$ e $\frac{\beta}{2}$ são opostos pelo vértice. Assim $\beta = \frac{\alpha}{2}$, desse modo $\alpha = 2 \cdot \beta$, ou seja, $\alpha = 2 \cdot 23° = 46°$. Portanto, $\alpha$ mede 46°.

**31.** a ) $\widehat{b} + \hat{e} = 180°$ e $\hat{c} + \widehat{h} = 180°$.

b ) A soma das medidas de cada par de ângulos colateral interno é 180°.

c ) $\hat{a} + \widehat{f} = 180°$ e $\widehat{d} + \hat{g} = 180°$.

d ) A soma das medidas de cada par de ângulos colaterais internos é 180°.

e ) Os ângulos colaterais internos e colaterais externos são suplementares, pois a soma entre cada par de ângulos é sempre 180°.

**32.** O ângulo oposto pelo vértice ao ângulo de 140° corresponde ao ângulo de medida $\widehat{a} + 120°$. Assim, $140° - 120° = 20°$, e $\widehat{a} = 20°$. Para determinarmos a medida de $\widehat{b}$, devemos considerar que o maior triângulo apresentado é um triângulo retângulo, ou seja, um de seus ângulos mede 90°. Desse modo, como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, obtemos $\widehat{b} = 180° - 90° - 20° = 70°$, isto é, $\widehat{b} = 70°$.

**33.** Não.

Para que dois ângulos sejam suplementares, a soma de suas medidas deve ser 180°. Como $133° + 44° = 177°$, que é diferente de 180°, os ângulos indicados não são suplementares.

**34.** Os ângulos de medidas $\widehat{m}$ e $\widehat{n}$ são alternos internos. Logo, $\widehat{m} = \widehat{n}$. Portanto, a alternativa **c** é a verdadeira.

**35.** Os ângulos de medidas $\widehat{b} + \widehat{c}$ e $\widehat{f}$ são alternos externos, ou seja, $\widehat{f} = \widehat{b} + \widehat{c}$. Portanto, a alternativa **a** está correta.

**36.** A. Pentágono, pois tem 5 lados.
B. Heptágono, pois tem 7 lados.
C. Quadrilátero, pois tem 4 lados.
D. Octógono, pois tem 8 lados.
E. Triângulo, pois tem 3 lados.
F. Hexágono, pois tem 6 lados.

**37.** A: A obra de Luiz Sacilotto apresenta triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos.
B: A obra de Piet Mondrian apresenta quadriláteros.

**38.** A. Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{AE}$; vértices: $A$, $B$, $C$, $D$ e $E$; ângulos internos: $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$ e $\widehat{E}$.
B. Lados: $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$ e $\overline{KF}$; vértices: $F$, $G$, $H$, $I$, $J$ e $K$; ângulos internos: $\widehat{F}$, $\widehat{G}$, $\widehat{H}$, $\widehat{I}$, $\widehat{J}$ e $\widehat{K}$.
C. Lados: $\overline{LM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NO}$ e $\overline{LO}$; vértices: $L$, $M$, $N$ e $O$; ângulos internos: $\widehat{L}$, $\widehat{M}$, $\widehat{N}$ e $\widehat{O}$.

**39.** A. Convexo, pois as medidas de seus ângulos internos são menores do que 180° e qualquer reta que passa pelo seu interior corta seu contorno em somente dois pontos.
B. Não convexo, pois ao menos uma reta que passa pelo seu interior corta seu contorno em mais de dois pontos.
C. Não convexo, pois ao menos uma reta que passa pelo seu interior corta seu contorno em mais de dois pontos.
D. Convexo, pois as medidas de seus ângulos internos são menores do que 180° e qualquer reta que passa pelo seu interior corta seu contorno em somente dois pontos.

**40.** A menor quantidade de lados que um polígono pode ter é 3.

**41.** a ) Heptágono, pois o polígono antes de ser dividido tem sete lados.
b ) Pentágonos, pois após a divisão cada polígono tem 5 lados.

**42.** Os polígonos **C** e **E** são regulares, pois todos os lados têm a mesma medida de comprimento, assim como todos os ângulos internos.

**43.** a ) Os triângulos e os quadriláteros são polígonos que formam as faces de um prisma de base triangular.
b ) Os triângulos e um quadrilátero são polígonos que formam as faces de uma pirâmide de base quadrada.

**44.** O mosaico **A** é formado por hexágonos e triângulos.
O mosaico **B** é formado por quadriláteros e pentágonos.

**45.** A alternativa **a** é falsa, pois os polígonos que formam as faces e as bases do poliedro **A** podem ser nomeados quadriláteros e pentágono. A alternativa **b** é falsa, pois o poliedro **B** não tem faces ou base pentagonais. A alternativa **c** é falsa, pois a base do poliedro **B** é um hexágono. A alternativa **d** é verdadeira. A alternativa **e** é falsa, pois as faces e as bases do poliedro **A** são formadas por polígonos com quantidade de lados diferentes.

**46.** A. Vértices: $C$, $D$ e $F$; medida dos ângulos internos: $\widehat{c}$, $\widehat{d}$ e $\widehat{f}$; medida dos ângulos externos: $\widehat{g}$, $\widehat{h}$ e $\widehat{i}$.
B. Vértices: $M$, $N$ e $O$; medida dos ângulos internos: $\widehat{m}$, $\widehat{n}$ e $\widehat{o}$; medida dos ângulos externos: $\widehat{p}$, $\widehat{q}$ e $\widehat{r}$.

**47.** a ) Em um triângulo, o ponto comum de cada dois lados é chamado vértice.
b ) O triângulo é um polígono formado por três segmentos de reta.
c ) Qualquer polígono de três lados é chamado triângulo.
d ) Um triângulo tem três vértices.

**48.** a ) Um triângulo é isósceles quando apresenta ao menos dois lados com medidas de comprimento iguais.
b ) Os outros dois lados também medem 5 cm de comprimento, pois em um triângulo equilátero todos os lados apresentam a mesma medida de comprimento.
c ) Em um triângulo escaleno, as medidas do comprimento dos lados são diferentes. Nesse caso, essas medidas devem resultar em 15 cm. Sugestão de resposta:
6 cm, 5 cm e 4 cm.
d ) Em relação às medidas de comprimento dos lados, o triângulo com 3 cm, 5 cm e 5 cm é classificado como isósceles, pois tem dois lados com mesma medida de comprimento.

**49.** A. Isósceles, pois apresenta dois de seus lados com medidas de comprimento iguais.
B. Isósceles, pois apresenta dois de seus lados com medidas de comprimento iguais.
C. Equilátero, pois as medidas do comprimento de todos os lados são iguais.
D. Escaleno, pois as medidas do comprimento de todos os lados são diferentes.

**50.** A. Acutângulo, pois os três ângulos internos são agudos.
B. Obtusângulo, pois um ângulo interno é obtuso.
C. Retângulo, pois um de seus ângulos é reto.
D. Acutângulo, pois seus três ângulos são agudos.

**51.**

**Início**

**1º.** Trace um segmento *AB* cuja medida do comprimento dos lados seja a maior.

**2º.** Com a ponta-seca do compasso em *A* e abertura com a medida do comprimento de um dos lados, trace um arco de circunferência.

**3º.** Com a ponta-seca do compasso em *B* e abertura com a medida de comprimento do terceiro lado, trace um arco de circunferência. O ponto em que os arcos se cruzam é o vértice *C* do triângulo.

**4º.** Com a régua, trace o segmento *BC* e *AC* e apague as marcas dos arcos.

**Fim**

**Início**

↓

Trace um segmento *AB* cuja medida do comprimento dos lados seja a maior.

↓

Com a ponta-seca do compasso em *A* e abertura com a medida do comprimento de um dos lados, trace um arco de circunferência.

↓

Com a ponta-seca do compasso em *B* e abertura com a medida de comprimento do terceiro lado, trace um arco de circunferência. O ponto em que os arcos se cruzam é o vértice *C* do triângulo.

↓

Com a régua, trace o segmento *BC* e *AC* e apague as marcas dos arcos.

↓

**Fim**

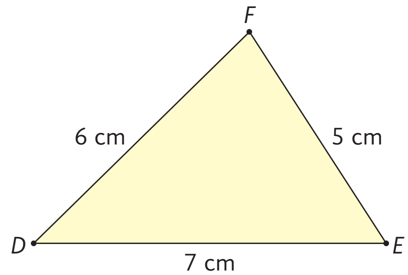
**52.** Considere as medidas 7 cm, 6 cm e 5 cm do comprimento dos lados para construir um triângulo *DEF*.

1º. Trace um segmento *DE* cuja medida do comprimento seja 7 cm.

2º. Com a ponta-seca do compasso em *D* e abertura medindo 6 cm, trace um arco de circunferência.

3º. Com a ponta-seca do compasso em *E* e abertura medindo 5 cm, trace um arco de circunferência. O ponto em que os arcos se cruzam é o vértice *F* do triângulo.

4º. Com a régua, trace o segmento *DF* e *DE* e apague as marcas dos arcos.




JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**Início**

↓

Trace um segmento *DE* cuja medida do comprimento seja 7 cm.

↓

Com a ponta-seca do compasso em *D* e abertura medindo 6 cm, trace um arco de circunferência.

↓

Com a ponta-seca do compasso em *E* e abertura medindo 5 cm, trace um arco de circunferência. O ponto em que os arcos se cruzam é o vértice *F* do triângulo.

↓

Com a régua, trace o segmento *DF* e *DE* e apague as marcas dos arcos.

↓

**Fim**

- O triângulo é acutângulo, pois todos os ângulos são agudos.

**53.** Sugestão de resposta: A madeira colocada no portão formou alguns triângulos, que são figuras rígidas, por isso fortaleceu a estrutura do portão.

**54.** Sugestões de resposta:

9 m, 9 m e 9 m;

3 m, 3 m e 3 m;

12 m, 12 m e 12 m;

9 m, 9 me 12 m.

**55.** Não, pois a medida de comprimento de um dos lados do triângulo é igual à soma das medidas dos outros dois, isto é, $7 = 5 + 2$.

**56.** Com as medidas de comprimento apresentadas no item **A**, não é possível construir um triângulo, pois $8 = 3 + 5$.

Com as medidas de comprimento apresentadas no item **B**, não é possível construir um triângulo, pois $12 > 7{,}2 + 2{,}8$.

Com as medidas de comprimento apresentadas no item **C**, é possível construir um triângulo, pois $6 < 4{,}2 + 3{,}5$; $4{,}2 < 6 + 3{,}5$ e $3{,}5 < 4{,}2 + 6$.

Com as medidas de comprimento apresentadas no item **D**, é possível construir um triângulo, pois $5{,}5 < 2 + 4{,}8$; $2 < 5{,}5 + 4{,}8$ e $4{,}8 < 5{,}5 + 2$.

Com as medidas de comprimento apresentadas no item **E**, é possível construir um triângulo, pois $6{,}8 < 6{,}2 + 1{,}2$; $6{,}2 < 6{,}8 + 1{,}2$ e $1{,}2 < 6{,}8 + 6{,}2$.

**57.** De acordo com as medidas já indicadas, considerando a condição de existência dos triângulos e sabendo que as medidas dos comprimentos devem ser números positivos, temos as considerações a seguir.

A menor medida de comprimento do lado do triângulo **A** é 5 cm, pois se $x = 3$, temos $6 > 2 + 3$. A maior medida de comprimento do lado do triângulo **A** é 7 cm, pois se $x = 8$, temos $8 = 2 + 6$.

A menor medida de comprimento do lado do triângulo **B** é 2 cm, pois se $x = 1$, temos $4 = 1 + 3$. A maior medida de comprimento do lado do triângulo **B** é 6 cm, pois se $x = 7$, temos $7 = 3 + 4$.

A menor medida de comprimento do lado do triângulo **C** é 3 cm, pois se $x = 2$, temos $5 = 2 + 3$. A maior medida de comprimento do lado do triângulo **C** é 7 cm, pois se $x = 8$, temos $8 = 3 + 5$.

Tanto a menor quanto a maior medida de comprimento do lado do triângulo **D** devem ser 4 cm, pois se $x = 5$, temos $5 = 1 + 4$, e se $x = 3$, temos $4 = 1 + 3$.

**58.** Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, nos triângulos **B** e **D** temos $\hat{x} = 51$, pois $51° + 74° + 55° = 180°$ e $51° + 107° + 22° = 180°$.

**59.** A. A soma das medidas dos ângulos internos é $3 \cdot 180° = 540°$.

B. A soma das medidas dos ângulos internos é $6 \cdot 180° = 1080°$.

C. A soma das medidas dos ângulos internos é $5 \cdot 180° = 900°$.

D. A soma das medidas dos ângulos internos é $4 \cdot 180° = 720°$.

**60.** Sabendo que $\hat{a} = 40°$ e que $\hat{b} = 2 \cdot \hat{a}$, temos $\hat{b} = 2 \cdot 40°$, isto é, $\hat{b} = 80°$. Assim:

$$\begin{aligned} 40° + 80° + \hat{c} &= 180° \\ 120° + \hat{c} &= 180° \\ 120° - 120° + \hat{c} &= 180° - 120° \\ \hat{c} &= 60° \end{aligned}$$

Portanto, $\hat{c} = 60°$.

**61.** Douglas desenhou o polígono **C**, pois apresenta as medidas indicadas nos comandos seguidos por ele.

**62.** Os polígonos **B** e **C**, pois em cada um deles os lados têm a mesma medida de comprimento e todos os ângulos internos têm a mesma medida.

**63.** a ) A vista de cima dos alvéolos construídos pelas abelhas lembra hexágonos.

b ) Um hexágono pode ser decomposto em 4 triângulos. Assim, a soma das medidas dos ângulos internos de um hexágono é dada por $4 \cdot 180° = 720°$.

c ) Cada ângulo interno mede 120°, pois $720° : 6 = 120°$.

**64.** As afirmações verdadeiras são **b** e **d**.

a ) Os polígonos *ABCD* e *MNOP* não são regulares, pois a medida do comprimento dos lados e a medida dos ângulos internos são diferentes no polígono *ABCD*. Além disso, as medidas dos ângulos internos do polígono *MNOP* também são diferentes.

c ) A soma das medidas do ângulos internos do polígono *EFG* é igual a 180° e a soma das medidas dos ângulos internos do polígono *QRSTU* é igual a 540°, ou seja, o triplo de 180°.

**65.** a ) Sugestão de resposta:

Os polígonos *ABCD* e *MNOP* não são regulares.

c ) Sugestão de resposta:

A soma das medidas dos ângulos internos do polígono *QRSTU* é três vezes a soma das medidas dos ângulos internos do polígono *EFG*.

**Questão 7.** Podemos notar que a soma das medidas dos ângulos externos é sempre 360°.

## Atividades

**66.** Para obter as medidas desconhecidas, usamos as informações referentes à soma das medidas dos ângulos internos e à soma das medidas dos ângulos externos de um triângulo.

No triângulo **A**, temos:

$\hat{c} = 180° - 87° - 41° = 52°$;

$\hat{d} = 180° - 41° = 139°$;

$\hat{e} = 180° - 87° = 93°$;

$\hat{f} = 180° - 52° = 128°$.

No triângulo **B**, temos:

$\hat{d} = 180° - 111° = 69°$;

$\hat{e} = 180° - 67° - 69° = 44°$;

$\hat{f} = 180° - 113° = 67°$;

$\hat{g} = 180° - 44° = 136°$.

**67.** Para obter as medidas desconhecidas, usamos as informações referentes à soma dos ângulos internos e à soma dos ângulos externos de um triângulo.

No triângulo **A**, temos:

$\hat{a} = 180° - 60° - 75° = 45°$

Como $\hat{a} + \hat{b} = 180°$, então $\hat{b} = 180° - \hat{a} = 180° - 45° = 135°$.

No triângulo **B**, temos:

Como $\hat{d} + 70° = 180°$, então $\hat{d} = 180° - 70° = 110°$.

$\hat{c} = 180° - 35° - 110° = 35°$

No triângulo **C**, temos:

$\hat{e} = 180° - 60° = 120°$

$\hat{g} = 180° - 60° = 120°$

$\hat{h} = 60° + 60° = 120°$

$\hat{f} = 180° - 120° = 60°$

No triângulo **D**, temos:

$\hat{i} = 180° - 30° - 90° = 60°$

Como $\hat{i} + \hat{j} = 180°$ e $\hat{i} = 60°$, obtemos $\hat{j} = 180° - 60° = 120°$.

**68.** A medida do ângulo alterno externo do ângulo de medida $\hat{a}$ é $180° - 65° = 115°$, isto é, $\hat{a} = 115°$. Além disso, o suplementar do ângulo de medida $\hat{a}$ é 65° e o suplementar do ângulo de medida $2\hat{b} - 5°$ é $180° - 2\hat{b} + 5°$. Desse modo:

$$180° - 2\hat{b} + 5° + \hat{b} + 65° = 180°$$
$$250° - \hat{b} = 180°$$
$$250° - \hat{b} - 250° = 180° - 250°$$
$$-\hat{b} = -70°$$
$$\hat{b} = 70°$$

Portanto, $\hat{a} = 115°$ e $\hat{b} = 70°$.

**69.** Como um hexágono pode ser decomposto em quatro triângulos, a soma das medidas dos ângulos internos é dada por $4 \cdot 180° = 720°$. Sendo ele um polígono regular, cada ângulo interno mede 120°, pois $720° : 6 = 120°$. Como a adição do ângulo de medida $\hat{x}$ com um ângulo interno desse hexágono equivale a 360°, para obter o valor da medida do ângulo $\hat{x}$ subtraímos a medida de um ângulo interno de 360°, ou seja, $\hat{x} = 360° - 120° = 240°$. Além disso, como o ângulo de medida $\hat{y}$ representa a metade da medida do ângulo externo de um hexágono regular ($180° - 120° = 60°$), calculamos $\hat{y} = 60° : 2 = 30°$. Portanto, $\hat{x} = 240°$ e $\hat{y} = 30°$.

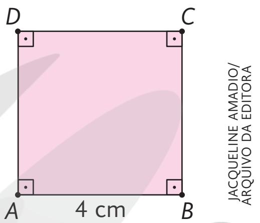
**70.** Para construir o quadrado, podemos considerar as seguintes etapas:

1º. Com a régua, trace o lado $\overline{AB}$ com 4 cm.

2º. Posicione o centro do transferidor em $B$ e a linha de fé com $\overline{AB}$ e marque 90°.

3º. Com a régua alinhada nessa marca, trace o lado $\overline{BC}$, com 4 cm partindo de $B$.

4º. Repita os dois passos anteriores mais uma vez, posicionando o transferidor em $C$ para traçar o lado $\overline{CD}$. Por fim, trace o lado $\overline{AD}$.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**Início**

Com a régua, trace o lado $\overline{AB}$ com 4 cm.

Posicione o centro do transferidor em $B$ e a linha de fé com $\overline{AB}$ e marque 90°.

Com a régua alinhada nessa marca, trace o lado $\overline{BC}$, com 4 cm partindo de $B$.

Repita os dois passos anteriores mais uma vez, posicionando o transferidor em $C$ para traçar o lado $\overline{CD}$. Por fim, trace o lado $\overline{AD}$.

**Fim**

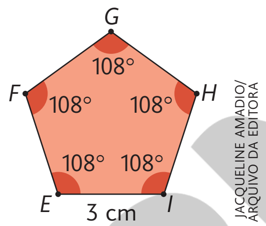
Sabendo que o ângulo interno de um pentágono regular mede 108°, para construir o pentágono regular podemos seguir estas etapas:

1º. Com a régua, trace o lado $\overline{EI}$ com 3 cm.

2º. Posicione o centro do transferidor em $I$ e a linha de fé com $\overline{EI}$ e marque 108°.

3º. Com a régua alinhada nessa marca, trace o lado $\overline{IH}$ com 3 cm partindo de $I$.

4º. Repita os dois passos anteriores mais duas vezes: a primeira, posicionando o transferidor em $H$ para traçar o lado $\overline{HG}$; a segunda, em $G$ para compor o lado $\overline{GF}$. Por fim, trace o lado $\overline{EF}$.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**Início**

Com a régua, trace o lado $\overline{EI}$ com 3 cm.

Posicione o centro do transferidor em $I$ e a linha de fé com $\overline{EI}$ e marque 108°.

Com a régua alinhada nessa marca, trace o lado $\overline{IH}$ com 3 cm partindo de $I$.

Repita os dois passos anteriores mais duas vezes: a primeira, posicionando o transferidor em $H$ para traçar o lado $\overline{HG}$; a segunda, em $G$ para compor o lado $\overline{GF}$. Por fim, trace o lado $\overline{EF}$.

**Fim**

**71.** Como polígono é regular, os ângulos internos têm medidas iguais. Fazendo $720° : 180° = 4$, deduzimos que o polígono foi dividido em 4 triângulos, ou seja, a figura é um hexágono. Logo, $720° : 6 = 120°$, isto é, cada um dos ângulos internos dessa figura mede 120°.

**72.** Sabemos que $\hat{e} = 135°$ e $\hat{g} = 94°$. Além disso, a soma das medidas dos ângulos externos de um triângulo é igual a 360°.

Assim, $\widehat{f} = 360° - 135° - 94° = 131°$, isto é $\widehat{f} = 131°$. Para obter as medidas dos ângulos $\widehat{a}$, $\widehat{b}$ e $\widehat{c}$, calculamos:
$\widehat{a} = 180° - 135° = 45°$;
$\widehat{c} = 180° - 94° = 86°$;
$\widehat{b} = 180° - 131° = 49°$.

**73.** Sabemos que o suplementar de 123° é $180° - 123° = 57°$, ou seja, $\text{med}\left(C\widehat{Q}R\right) = 57°$. Como $\overline{CR} = \overline{CQ}$, verificamos que o triângulo é isósceles. Assim, $\text{med}\left(C\widehat{Q}R\right) = \text{med}\left(C\widehat{R}Q\right) = 57°$. Logo, $\text{med}\left(Q\widehat{C}R\right) = 66°$, pois $180° - 57° - 57° = 66°$.

Como $\overline{AB} = \overline{AC}$, então $\text{med}\left(C\widehat{B}A\right) = 66°$. Além disso, $\overline{BP} = \overline{BR}$ e $\text{med}\left(C\widehat{B}A\right) = \text{med}\left(R\widehat{B}P\right)$. Desse modo, $\text{med}\left(B\widehat{R}P\right) = \text{med}\left(B\widehat{P}R\right) = 57°$, pois $(180° - 66°) : 2 = 57°$. Logo, a medida de $P\widehat{R}Q$ é dada por $180° - 57° - 57° = 66°$, ou seja, $\text{med}\left(P\widehat{R}Q\right) = 66°$. Portanto, a alternativa correta é a **c**.

**74.** O ângulo correspondente de 63° é o ângulo de medida $\widehat{y}$, assim $\widehat{y} = 63°$. O suplementar do ângulo de medida $\widehat{x} + 63°$ é alterno interno ao ângulo de medida 51°. Desse modo, $\widehat{x}$ é dado por $180° - 63° - 51° = 66°$, ou seja, $\widehat{x} = 66°$.

**75.** A. Como $\widehat{a}$ é a medida de um ângulo interno de um polígono regular de 6 lados, temos $720° : 6 = 120°$, ou seja, $\widehat{a} = 120°$.
B. Como $\widehat{a}$ é a medida de um ângulo interno de um polígono regular de 12 lados, temos $1800° : 12 = 150°$, ou seja, $\widehat{a} = 150°$.
C. Como o ângulo interno do polígono amarelo mede 135°, pois $1080° : 8 = 135°$, então $360° - 135° = 225°$. Logo, $\widehat{a} = 225°$.
D. Como $360° - 90° = 270°$, então $\widehat{a} = 270°$.

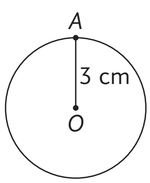
**Questão 8.** Como $\frac{223}{71} \simeq 3{,}141$ e $\frac{22}{7} \simeq 3{,}143$, obtemos $\pi \simeq 3{,}14$.

## Atividades

**76.** A. Raios: $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OD}$; cordas: $\overline{CE}$ e $\overline{AD}$; diâmetro: $\overline{AD}$.
B. Raios: $\overline{OG}$, $\overline{OH}$, $\overline{OI}$, $\overline{OJ}$ e $\overline{OK}$; cordas: $\overline{FK}$, $\overline{GJ}$ e $\overline{HK}$; diâmetros: $\overline{HK}$ e $\overline{GJ}$.
C. Raios: $\overline{OM}$, $\overline{OP}$, $\overline{OQ}$ e $\overline{OS}$; cordas: $\overline{SP}$, $\overline{SR}$ e $\overline{LN}$; diâmetro: $\overline{SP}$.

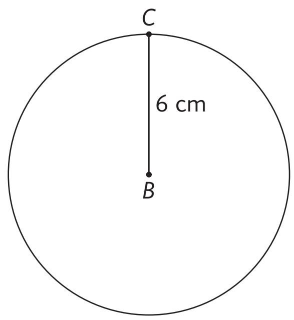
**77.** a ) O comprimento do raio mede 1,5 cm e o comprimento do diâmetro mede 3 cm.
b ) A medida de comprimento do diâmetro representa o dobro da medida de comprimento do raio.
c ) Sim, pois em qualquer circunferência o diâmetro é uma corda que passa pelo centro. Como o raio é qualquer segmento de reta que une o centro da circunferência a um de seus pontos, a medida de comprimento do diâmetro é o dobro da medida de comprimento do raio.

**78.** a )

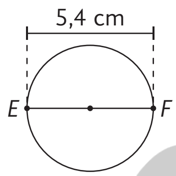



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

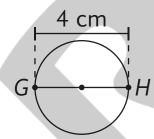
b )




c )

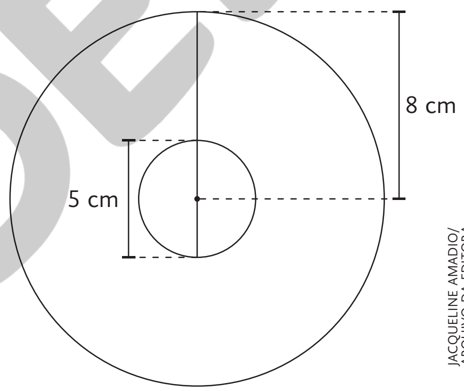



d )



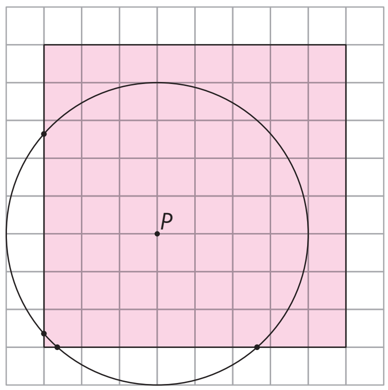

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**79.**




JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**80.** Traçando uma circunferência com centro em $P$, cujo raio mede 2 cm, temos:




TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, há 4 pontos que estão sobre os lados do quadrado e distam 2 cm de $P$.

**81.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes escolham objetos diversos, como tampas de recipientes, aros de bordado, anéis e moedas.

**82.** Como o comprimento da circunferência mede 79,76 cm, temos:

$$79{,}76 = 2 \cdot r \cdot \pi$$
$$r = \frac{79{,}76}{2 \cdot \pi} = \frac{79{,}76}{6{,}28} \simeq 12{,}70$$

Nesse caso, o raio da circunferência mede, aproximadamente, 12,70 cm. Portanto, a alternativa correta é a **b**.

## O que eu estudei?

**1.** a ) O vértice do ângulo é $O$.

b ) Os seus lados são as semirretas nomeadas por $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

c ) A resposta depende da medida do ângulo desenhado pelo estudante. Caso seja uma medida entre 0° e 90°, o ângulo será agudo, se for 90° será reto e se for maior do que 90° e menor do que 180° será obtuso.

**2.** As alternativas **b**, **c** e **e** são verdadeiras.

**3.** a ) Sabemos que $3x + x = 180°$, assim:

$$4x = 180°$$
$$\frac{x}{4} = \frac{180°}{4}$$
$$x = 45°$$

Logo, o ângulo $\widehat{A}$ mede 45° e o ângulo complementar de $\widehat{A}$ mede 45°, pois $90° - 45° = 45°$.

b ) Como med $\left(\widehat{B}\right)$ + med $\left(\widehat{C}\right) = 180°$, temos:

$$x + 32° + 3x = 180°$$
$$4x - 32° = 180° - 32°$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{148°}{4}$$
$$x = 37°$$

Assim, med $\left(\widehat{B}\right) = 37° + 32° = 69°$ e med $\left(\widehat{C}\right) = 3 \cdot 37° = 111°$.

c ) Sabemos que med $\left(\widehat{D}\right)$ + med $\left(\widehat{F}\right) = 90°$, além disso med $\left(\widehat{F}\right) = 5 \cdot$ med $\left(\widehat{D}\right)$.

Substituindo med $\left(\widehat{F}\right)$ na primeira equação, temos:

$$\text{med}\left(\widehat{D}\right) + 5 \cdot \text{med}\left(\widehat{D}\right) = 90°$$
$$6 \cdot \text{med}\left(\widehat{D}\right) = 90°$$
$$\frac{6 \cdot \text{med}\left(\widehat{D}\right)}{6} = \frac{90°}{6}$$
$$\text{med}\left(\widehat{D}\right) = 15°$$

A medida do ângulo suplementar de $\widehat{D}$ é $180° - 15° = 165°$, isto é, 165°.

**4.** Como med $\left(A\widehat{B}G\right)$ = med $\left(C\widehat{B}D\right) = 40°$, o ângulo $G\widehat{B}D$ mede 100°, pois $180° - 40° - 40° = 100°$.

**5.** a ) Os ângulos com as mesmas medidas são $\widehat{a}$ e $\widehat{c}$, $\widehat{b}$ e $\widehat{d}$.

b ) Sabemos que $\widehat{c} = \widehat{a} = 106°$. Além disso, $180° - 106° = 74°$ e, assim, $\widehat{b} = \widehat{d} = 74°$.

**6.** A. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, o ângulo destacado mede 31°, pois $180° - 63° - 86° = 31°$.

B. Como a soma das medidas dos ângulos internos do hexágono é 720°, a medida do ângulo indicado é $720° - 144° - 144° - 104° - 108° - 108° = 112°$.

C. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, temos $360° - 47° - 136° - 53° = 124°$.

**7.** a ) Como o eneágono pode ser decomposto em 7 triângulos, a soma das medidas dos ângulos internos do eneágono é dada por $7 \cdot 180 = 1260°$.

b ) Como o eneágono é regular, cada ângulo interno mede $1260° : 9 = 140°$.

c ) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

No item **a**, decompus o eneágono em 7 triângulos não sobrepostos e multipliquei essa quantidade por 180°. No item **b**, dividi a medida obtida no item **a** por 9, pois o eneágono é regular.

**8.** $180° + 180° = 360°$, isto é, a soma das medidas dos ângulos internos de dois triângulos é 360°.

**9.** Como a soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo é 360°, de acordo com a quantidade de lados de cada polígono, temos:

A. $360° : 5 = 72°$;

B. $360° : 8 = 45°$;

C. $360° : 10 = 36°$;

D. $360° : 6 = 60°$.

**10.** a ) $\overline{OE}$ representa o raio.

b ) $\overline{BC}$ representa a corda.

c ) $\overline{AD}$ representa o diâmetro.

## Unidade 8 Grandezas e medidas

**Questão 1.** Sugestões de resposta: Para medir a duração de intervalo de tempo de uma viagem, a medida de área de um terreno ou a medida do comprimento de um tecido.

**Questão 2.** Sugestão de resposta: Área; Volume; Tempo.

**Questão 3.** O comprimento da linha mede 12 cm.

**Questão 4.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que a massa do Protótipo Internacional do Quilograma, definição anterior dessa unidade de medida, sofria variações.

## Atividades

**1.** A. Temperatura (mostrador digital de um forno).

B. Velocidade (radar eletrônico).

C. Capacidade (copo de medidas para receitas).

D. Massa (balança eletrônica).

E. Tempo (cronômetro digital).

F. Comprimento (fita métrica de costureira).

**2.** a ) Contínua, pois a medida de um intervalo de tempo admite números não inteiros.

b ) Discreta, pois a quantidade de pessoas é um número inteiro.

c ) Discreta, pois a quantidade de animais é um número inteiro.

d ) Contínua, pois o valor de um salário admite números não inteiros.

e ) Contínua, pois a medida do volume de um suco admite números não inteiros.

f ) Contínua, pois a quantidade de massa admite números não inteiros.

g ) Contínua, pois a medida da capacidade de um copo admite números não inteiros.

h ) Contínua, pois a medida de um comprimento admite números não inteiros.

i ) Discreta, pois a quantidade de computadores é um número inteiro.

**3.** Sugestão de respostas:

a ) Cronômetro.

b ) Recipiente de 1 L.

c ) Termômetro.

d ) Balança de dois pratos.

e ) Trena.

**4.** A melancia, pois seu prato está mais baixo.

**5.** Lucas tem o palmo com a maior medida de comprimento, pois ele utilizou uma quantidade menor de palmos para medir o comprimento da lousa.

**6.** Preenchendo o quadro, temos:

| Ficha técnica de um cavalo adulto | | |
|---|---|---|
| **Grandeza** | **Medida** | **Unidade de medida** |
| Altura | 1,7 | m |
| Massa | 350 | kg |
| Tempo médio de vida | 25 | anos |
| Velocidade média de corrida | 60 | km/h |

**7.** a ) Como 1 min = 60 s, então 2 min correspondem a 120 s, pois $2 \cdot 60 = 120$.

b ) Como 1 h = 3 600 s, então 2 h correspondem a 7 200 s, pois $2 \cdot 3\,600 = 7\,200$.

c ) Como 1000 g = 1 kg, então 500 g correspondem a 0,5 kg, pois $500 : 1000 = 0{,}5$.

d ) Como 1 t = 1000 kg, então 7,02 t correspondem a 7 020 kg, pois $7{,}02 \cdot 1000 = 7\,020$.

e ) Como 1 m = 100 cm, então 180 cm correspondem a 1,8 m, pois $180 : 100 = 1{,}8$.

f ) Como 1 km = 1000 m, então 13,5 km correspondem a 13 500 m, pois $13{,}5 \cdot 1000 = 13\,500$.

**Questão 5.** Como 1 dam$^2$ = 100 m$^2$, temos que 1 m$^2$ = 0,01 dam$^2$, pois $1 : 100 = 0{,}01$.

## Atividades

**8.** A figura **A** é formada por 5 quadradinhos completos. Logo, sua área mede 5 quadradinhos.

A figura **B** é formada por 4 quadradinhos completos e mais 2 partes de dois quadradinhos que, juntos, formam 1 quadradinho. Portanto, sua área mede 5 quadradinhos.

A figura **C** é formada por 2 quadradinhos completos, mais metade de 1 quadradinho e mais 2 partes de dois quadradinhos que, juntos, formam 1 quadradinho. Portanto, sua área mede 3,5 quadradinhos.

A figura **D** é formada por 2 quadradinhos completos e mais 4 partes de quatro quadradinhos que, juntos, formam 2 quadradinhos. Portanto, sua área mede 4 quadradinhos.

**9.** a ) Considerando os triângulos que formam a malha como unidade de medida, verificamos as seguintes informações.

Como a figura **A** é formada por 14 triângulos, sua área mede 14 triângulos.

Como a figura **B** é formada por 14 triângulos, sua área mede 14 triângulos.

Como a figura **C** é formada por 13,5 triângulos, sua área mede 13,5 triângulos.

Como a figura **D** é formada por 22 triângulos, sua área mede 22 triângulos.

b ) A figura com a menor medida de área é a **C** e a figura com a maior medida de área é a **D**.

c ) As figuras com a mesma medida de área são **A** e **B**.

**10.** Em 1 m$^2$ cabem 100 dm$^2$, pois 1 m$^2$ = 100 dm$^2$.

**11.** Como 1 ha = 10 000 m$^2$, temos que $185\,000 : 10\,000 = 18{,}5$, ou seja, a área do sítio mede 18,5 ha.

**12.** Hectômetro quadrado, pois 1 hm$^2$ = 10 000 m$^2$.

**13.** a ) m$^2$ (metro quadrado).

b ) km$^2$ (quilômetro quadrado).

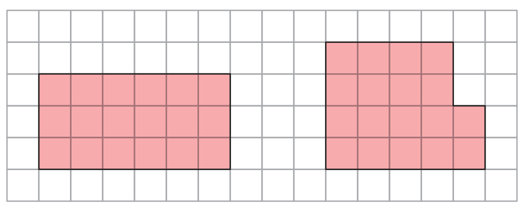
c ) cm$^2$ (centímetro quadrado).

d ) mm$^2$ (milímetro quadrado).

e ) dam$^2$ (decâmetro quadrado).

f ) m$^2$ (metro quadrado).

**14.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta: 18 quadradinhos de medida de área.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

**15.** A. $39 \cdot 39 = 1\,521$, ou seja, 1 521 cm$^2$.

B. $9{,}4 \cdot 5{,}5 = 51{,}7$, ou seja, 51,7 cm$^2$.

C. $18{,}2 \cdot 18{,}2 = 331{,}24$, ou seja, 331,24 cm$^2$.

**16.** A quantidade necessária de metros quadrados de azulejos para cobrir o piso da piscina é dada por $25 \cdot 50 = 1250$, ou seja, $1250\,m^2$.

**17.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**18.** A. Decompondo a figura **A**, verificamos que a medida da sua área é dada por $15 \cdot 3 + 5 \cdot 7 = 45 + 35 = 80$, ou seja, $80\,cm^2$.

B. Decompondo a figura **B**, verificamos que a medida da sua área é dada por:

$9 \cdot 8 + 4{,}5 \cdot 4{,}5 = 72 + 20{,}25 = 92{,}25$, ou seja, $92{,}25\,cm^2$.

C. Decompondo a figura **C**, verificamos que a medida da sua área é dada por:

$10 \cdot 5 + 2{,}5 \cdot 7{,}5 = 50 + 18{,}75 = 68{,}75$, ou seja, $68{,}75\,cm^2$.

D. Decompondo a figura **D**, verificamos que a medida da sua área é dada por:

$10 \cdot 2{,}5 + 5 \cdot 6{,}5 + 5 \cdot 4 = 25 + 32{,}5 + 20 = 77{,}5$, ou seja, $77{,}5\,cm^2$.

**19.** A medida de área da região **2** é dada por $8 \cdot 8 = 64$, ou seja, $64\,m^2$.

A medida de área da região **1** é dada pela diferença entre a medida de área total e a medida da área da região **2**, ou seja, $12 \cdot 16{,}9 - 8 \cdot 8 = 202{,}8 - 64 = 138{,}8$. Portanto, a área da região **1** mede $138{,}8\,m^2$.

**20.** Decompondo a figura, verificamos que a medida de área é dada por:

$1 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 1 =$

$= 1 + 10 + 4 + 1 + 8 + 1 = 25$

Portanto, a área da figura presente em cada lajota mede $25\,cm^2$.

**21.** Um retângulo cujas dimensões medem 2 cm e 5 cm tem medida de área igual a $2 \cdot 5 = 10$, ou seja, $10\,cm^2$. Um quadrado cujo comprimento do lado mede 48 mm (ou 4,8 cm), tem medida de área igual a $4{,}8 \cdot 4{,}8 = 23{,}04$, ou seja, $23{,}04\,cm^2$. Portanto, o quadrado tem a maior medida de área.

**22.** Para determinar a medida do comprimento da base do paralelogramo, precisamos dividir a medida da sua área pela medida da sua altura. Assim, a medida do comprimento da base é dada por $84 : 7 = 12$, ou seja, 12 dm.

**23.** A medida da área da figura *ABCE* é igual à soma das medidas das áreas do paralelogramo *ABCD* e do triângulo *ADE*. O paralelogramo *ABCD* tem a mesma medida de área que o retângulo *ABDE*, pois as medidas do comprimento da base e da altura do paralelogramo são iguais às medidas do comprimento e da largura do retângulo. Sendo assim, a área do paralelogramo *ABCD* mede $96\,cm^2$. Como o triângulo *ADE* tem medida de área igual à metade da medida de área do retângulo *ABDE*, calculamos $96 : 2 = 48$, obtendo a medida de $48\,cm^2$ para sua área. Assim, a área da figura *ABCE* é dada por $96 + 48 = 144$, ou seja, mede $144\,cm^2$.

**24.** A medida da área do paralelogramo **A** é $216\,cm^2$, pois $24 \cdot 9 = 216$.

A medida da área do paralelogramo **B** é $396\,cm^2$, pois $36 \cdot 11 = 396$.

A medida da área do paralelogramo **C** é $625\,cm^2$, pois $62{,}5 \cdot 10 = 625$.

A medida da área do paralelogramo **D** é $104{,}5\,dm^2$, pois $5{,}5 \cdot 19 = 104{,}5$.

**25.** As medidas das áreas são iguais. Indicando por $A_1$ e $A_2$ a medida da área do paralelogramo e do retângulo, respectivamente, e por $h$ a medida da altura dessas figuras, temos:

$A_1 = h \cdot DC$

$A_2 = h \cdot GH$

Como $DC = HG$, segue que $A_1 = h \cdot DC = h \cdot GH = A_2$.

**26.** A área do terreno **A** mede $396\,m^2$, pois $18 \cdot 22 = 396$.

A área do terreno **B** mede $445{,}5\,m^2$, pois $27 \cdot 16{,}5 = 445{,}5$.

Logo, eles devem escolher o terreno **B**, pois atende à condição estipulada, ou seja, a medida da área é maior do que $400\,m^2$.

**27.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Um paralelogramo tem medida da altura igual à metade da medida do comprimento da base. Determine a medida da área desse paralelogramo, sabendo que a altura mede 12 dm. Resposta: $288\,dm^2$.

**28.** A medida da área do triângulo:

**A** é dada por $\dfrac{3 \cdot 4}{2} = 6$, ou seja, mede $6\,cm^2$.

**B** é dada por $\dfrac{6{,}5 \cdot 8}{2} = 26$, ou seja, mede $26\,dm^2$.

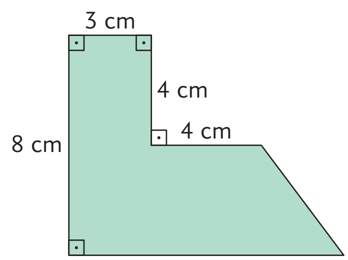
**C** é dada por $\dfrac{9 \cdot 13{,}7}{2} = 61{,}65$, ou seja, mede $61{,}65\,cm^2$.

**D** é dada por $\dfrac{39 \cdot 13}{2} = 253{,}5$, ou seja, mede $253{,}5\,cm^2$.

**E** é dada por $\dfrac{98{,}5 \cdot 125{,}3}{2} = 6171{,}025$, ou seja, mede $6171{,}025\,mm^2$.

**29.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Determine a medida da área da figura a seguir.




JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Resposta: $46\,cm^2$.

**30.** Não. Espera-se que os estudantes percebam a possibilidade de decompor a seta em retângulos, paralelogramos e triângulos, porém as medidas apresentadas não são suficientes para determinar, por exemplo, a medida do comprimento da base e a da altura dos paralelogramos que compõem a "ponta" da seta.

**31.** O trapézio **A** mede $288\,cm^2$, pois $\dfrac{(36 + 28) \cdot 9}{2} = 288$.

O trapézio **B** mede $288\,cm^2$, pois $\dfrac{(38 + 10) \cdot 12}{2} = 288$.

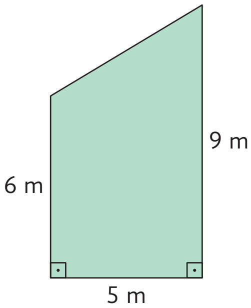
O trapézio **C** mede $512{,}5\,cm^2$, pois $\dfrac{(32 + 18) \cdot 20{,}5}{2} = 512{,}5$.

a ) O trapézio **C** tem a maior medida de área.

b ) Os trapézios **A** e **B** têm medidas de área iguais.

**32.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Determine a medida da área do trapézio da figura a seguir.




JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Resposta: 37,5 m².

**33.** Calculando $\frac{(600 + 360) \cdot 580}{2} = 278\,400$, verificamos que, antes de 2010, a área do garrafão media 278 400 cm². Depois de 2010, a área do garrafão passou a ter formato de retângulo. Assim, para determinar a atual medida de área, calculamos $490 \cdot 580 = 284\,200$. Sendo assim, a medida de área do garrafão passou a ser igual a 284 200 cm². Efetuando a subtração $284\,200 - 278\,400 = 5\,800$, concluímos que houve um aumento de 5 800 cm². Portanto, a alternativa correta é a **a**.

**Questão 6.** A. 12 cubos; B. 15 cubos; C. 21 cubos.

**Questão 7.** A medida do volume da pilha é 17 cubos.

**Questão 8.**

a ) Como 1 m = 10 dm, a quantidade de cubos é igual a $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$, ou seja, 1000 cubos.

b ) Como 1 dm = 10 cm, a quantidade de cubos é igual a $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$, ou seja, 1000 cubos.

## Atividades

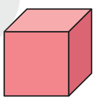
**34.** Contando a quantidade de cubos por camada e de baixo para cima, temos:

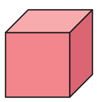
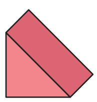
A. $8 + 6 = 14$, ou seja, a pilha tem 14 cubos de medida de volume.

B. $8 + 8 = 16$, ou seja, a pilha tem 16 cubos de medida de volume.

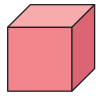
C. $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$, ou seja, a pilha tem 55 cubos de medida de volume.

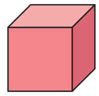
D. $9 + 6 + 2 + 1 = 18$, ou seja, a pilha tem 18 cubos de medida de volume.

**35.** A. A figura é formada por 14  $(9 + 4 + 1 = 14)$. Portanto, seu volume mede 14 cm³.

B. A figura é formada por 6  e 5  $(6 + 5 \cdot 0,5 = 8,5)$. Portanto, seu volume mede 8,5 cm³.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

C. A figura é formada por 20  $(8 + 7 + 5 = 20)$. Portanto, seu volume mede 20 cm³.

D. A figura é formada por 48 . $(12 \cdot 4 = 48)$. Portanto, seu volume mede 48 cm³.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**36.** a ) A quantidade de pequenos cubos organizados por Bia é dada por $4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$, ou seja, 60 cubos.

b ) Como $60 : 4 = 15$, o novo empilhamento é formado por 15 camadas.

c ) Sim, pois a quantidade de pequenos cubos utilizada é a mesma em ambos os empilhamentos.

d ) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Bia reorganizou os cubos. Porém, dessa vez, ela os empilhou em camadas contendo 10 pequenos cubos. Quantas camadas há nesse novo empilhamento?

Resposta: 6 camadas.

**Questão 9.** O volume desse paralelepípedo mede $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$, ou seja, 60 dm³.

## Atividades

**37.** Figura **A**: $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$. Portanto, seu volume mede 343 dm³.

Figura **B**: $9 \cdot 13 \cdot 28 = 3\,276$. Portanto, seu volume mede 3 276 cm³.

Figura **C**: $8 \cdot 14,5 \cdot 4 = 464$. Portanto, seu volume mede 464 m³.

Figura **D**: $32,2 \cdot 12,5 \cdot 8 = 3\,220$. Portanto, seu volume mede 3 220 cm³.

Figura **E**: $8,3 \cdot 8,3 \cdot 8,3 = 571,787$. Portanto, seu volume mede 571,787 dm³.

Figura **F**: $8,7 \cdot 15,5 \cdot 9,2 = 1\,240,62$. Portanto, seu volume mede 1 240,62 cm³.

**38.** O volume dessa embalagem mede 987,525 cm³, pois $6,3 \cdot 9,5 \cdot 16,5 = 987,525$.

**39.** Figura **A**: $38 \cdot 26 \cdot 20 = 19\,760$. Portanto, seu volume mede 19 760 cm³.

Figura **B**: $19 \cdot 24 \cdot 42 = 19\,152$. Portanto, seu volume mede 19 152 cm³.

Figura **C**: $16 \cdot 56 \cdot 16 = 14\,336$. Portanto, seu volume mede 14 336 cm³.

Figura **D**: $19 \cdot 19 \cdot 19 = 6\,859$. Portanto, seu volume mede 6 859 cm³.

**40.** A medida do volume desse recipiente é dada por $232 \cdot 232 \cdot 348 = 18\,730\,752$, ou seja, o volume desse recipiente mede 18 730 752 mm³.

**41.** A medida do volume dessa piscina é dada por $25 \cdot 50 \cdot 2 = 2\,500$, ou seja, o volume dessa piscina mede 2 500 m³.

Como 1 m³ = 1000 L, serão necessários $2\,500 \cdot 1000 = 2\,500\,000$, ou seja, 2 500 000 L.

**42.** A medida do volume do cubo desenhado por Antônio corresponde a $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$, ou seja, $125\,cm^3$. Como a aresta do cubo desenhado por Jairo mede $2 \cdot 5 = 10$, ou seja, 10 cm, o volume do cubo mede $1000\,cm^3$, pois $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$. Calculando $1000 : 125 = 8$, verificamos que a medida do volume do cubo desenhado por Jairo é 8 vezes maior do que a medida do volume do cubo desenhado por Antônio.

**43.** Ao multiplicar as medidas das três dimensões de um tijolo maciço com formato de paralelepípedo reto retângulo, obtém-se a medida do volume desse tijolo. Portanto, a alternativa correta é a **d**.

**44.** A medida do volume do paralelepípedo **A** é dada por $8 \cdot 9{,}5 \cdot 20 = 1520$, ou seja, $1520\,cm^3$. A medida do volume do paralelepípedo **B** é dada por $12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$, ou seja, $1728\,cm^3$. A medida do volume do paralelepípedo **C** é dada por $6 \cdot 18 \cdot 16 = 1728$, ou seja, $1728\,cm^3$. A medida do volume do paralelepípedo **D** é dada por $22 \cdot 22 \cdot 3{,}6 = 1742{,}4$, ou seja, $1742{,}4\,cm^3$.

a ) O paralelepípedo **D** tem a maior medida de volume.
O paralelepípedo **A** tem a menor medida de volume.

b ) Os paralelepípedos **B** e **C** têm a mesma medida de volume.

**45.** O volume do objeto cúbico mede $512\,000\,cm^3$, pois $80 \cdot 80 \cdot 80 = 512\,000$. Analisando a medida do volume das outras caixas, verificamos que uma das dimensões da caixa **2** mede 75 cm, ela não pode ser usada para embalar o objeto. Então, de imediato, descartamos essa possibilidade.

Quanto às demais caixas possíveis, calculamos o volume e comparamos com o volume do objeto.

Caixa **1**: $86 \cdot 86 \cdot 86 = 636\,056$, ou seja, $636\,056\,cm^3$.

Caixa **3**: $85 \cdot 82 \cdot 90 = 627\,300$, ou seja, $627\,300\,cm^3$.

Caixa **4**: $82 \cdot 95 \cdot 82 = 638\,780$, ou seja, $638\,780\,cm^3$.

Caixa **5**: $80 \cdot 95 \cdot 85 = 646\,000$, ou seja, $646\,000\,cm^3$.

Nesse caso, a medida do volume da caixa **3** é a que mais se aproxima da medida do volume do objeto. Portanto, a alternativa correta é a **c**.

**46.** O volume do paralelepípedo reto retângulo mede $24{,}9\,dm^3$, pois $1{,}2 \cdot 2{,}5 \cdot 8{,}3 = 24{,}9$. Já o volume do cubo mede $16\,003{,}008\,cm^3$, pois $(25{,}2)^3 = 16\,003{,}008$. Em decímetro cúbico, essa medida corresponde a $16{,}003008\,dm^3$. Portanto, o paralelepípedo tem a maior medida de volume.

**47.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:
João ganhou de presente um aquário com o formato de um paralelepípedo reto retângulo como o apresentado na imagem. Qual é a medida do volume desse aquário? Resposta: A medida do volume desse aquário é igual a $7{,}5 \cdot 5{,}2 \cdot 4 = 156$, ou seja, $156\,dm^3$.

## O que eu estudei?

**1.** a ) Capacidade.
b ) Tempo.
c ) Comprimento.
d ) Massa.
e ) Comprimento.
f ) Massa.
g ) Comprimento.

**2.** a ) Como $1\,m^2 = 100\,dm^2$, calculamos $2{,}5 \cdot 100 = 250$. Convertendo em decímetro quadrado, obtemos $2{,}5\,m^2 = 250\,dm^2$.

b ) Como $1\,m^2 = 1\,000\,000\,mm^2$, calculamos $110\,000 : 1\,000\,000 = 0{,}11$. Convertendo em metro quadrado, obtemos $110\,000\,mm^2 = 0{,}11\,m^2$.

c ) Como $1\,hm^2 = 10\,000\,m^2$, calculamos $105\,000 : 10\,000 = 10{,}5$. Convertendo em hectômetro quadrado, obtemos $105\,000\,m^2 = 10{,}5\,hm^2$.

d ) Como $1\,km^2 = 1\,000\,000\,m^2$, calculamos $0{,}000048 \cdot 1\,000\,000 = 48$. Convertendo em metro quadrado, obtemos $0{,}000\,048\,km^2 = 48\,m^2$.

e ) Como $1\,m^2 = 10\,000\,cm^2$, calculamos $40\,250 : 10\,000 = 4{,}025$. Convertendo em metro quadrado, obtemos $40\,250\,cm^2 = 4{,}025\,m^2$.

f ) Como $1\,cm^2 = 100\,mm^2$, calculamos $40\,250 \cdot 100 = 4\,025\,000$. Convertendo em milímetro quadrado, obtemos $40\,250\,cm^2 = 4\,025\,000\,mm^2$.

**3.** a ) Como $-1 > -3{,}2$, a medida da temperatura aumentou durante esse intervalo de tempo.

b ) A unidade de medida de temperatura no **SI** é o kelvin (K). Ela não foi utilizada nessa atividade.

**4.** A figura **A** é formada por 20 quadradinhos completos. Portanto, a área da figura **A** mede 20 quadradinhos.

A figura **B** é formada por 10 quadradinhos completos, 2 metades de um quadradinho e mais 4 pedaços que, juntos, formam 2 quadradinhos. Portanto, a área da figura **B** mede 13 quadradinhos.

A figura **C** é formada por 6 quadradinhos completos e mais 4 pedaços que, juntos, formam 2 quadradinhos. Portanto, a área da figura **C** mede 8 quadradinhos.

**5.** Como o comprimento do lado do quadradinho mede 1 cm, a medida da área de cada quadradinho é $1\,cm^2$. A figura desta atividade é formada por 15 quadradinhos completos mais 6 metades de quadradinho, ou seja, 3 quadradinhos. Portanto, a área dessa figura mede $18\,cm^2$.

**6.** Como a figura **A** é um retângulo, a medida de sua área é dada por $16 \cdot 4{,}5 = 72$, ou seja, $72\,cm^2$. A medida da área da figura **B** é igual a $30 \cdot 41 - 17 \cdot 12 = 1230 - 204 = 1026$, ou seja, $1026\,cm^2$. Como a figura **C** é um paralelogramo, sua área mede $837\,cm^2$, pois $27 \cdot 31 = 837$.

**7.** Analisando o molde, verificamos que ele é formado por 3 retângulos de dimensões 16 cm e 40 cm e 2 triângulos com medida do comprimento da base 16 cm e medida de altura 13,8 cm. Portanto, para confeccionar o molde, serão utilizados $3 \cdot 16 \cdot 40 + 2 \cdot \frac{16 \cdot 13{,}8}{2} = 1920 + 220{,}8 = 2140{,}8$, ou seja, $2140{,}8\,cm^2$.

**8.** Como o terreno tem o formato de um trapézio com bases de medidas 16 m e 9,5 m e sua altura mede 32 m, a medida de sua área é dada por $\frac{(16 + 9{,}5) \cdot 32}{2} = 408$, ou seja, a área desse terreno mede $408\,m^2$.

9. Nesse empilhamento, Pedro já colocou 10 cubos, de modo que há 4 cubos em cada uma das dimensões. Assim, o menor formato cúbico que ele poderá obter será formado por uma pilha de 4 cubos de medida de aresta. Como $4^3 = 64$, o empilhamento terá 64 cubos de medida de volume. Calculando $64 - 10 = 54$, concluímos que ele precisa, no mínimo, de 54 cubos.

10. Como a aresta do cubo mede 3,5 dm, a medida do volume será igual a $(3{,}5)^3 = 42{,}875$, ou seja, 42,875 $dm^3$.

11. A medida do volume do reservatório será 9 $m^3$, pois $3 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 9$.

## Unidade 9 Proporção

**Questão 1.** Sugestão de respostas:

A quantidade de pães comprados em uma padaria e o valor, em reais, a ser pago; a quantidade de calças produzidas em uma fábrica e a quantidade de funcionários para confeccioná-las.

**Questão 2.** Sugestão de respostas:

A medida da velocidade média de um automóvel (km) e a medida do tempo (h) para chegar ao destino desejado; a quantidade de costureiros para confeccionar determinada quantidade de roupas e a medida do tempo (h) necessária para concluir a encomenda.

### Atividades

1. a ) • Como cada salgado custa R$ 4,30 e $15 \cdot 4{,}3 = 64{,}5$, o preço de 15 salgados será R$ 64,50.
   • Como cada salgado custa R$ 4,30 e $28 \cdot 4{,}3 = 120{,}4$, o preço de 28 salgados será R$ 120,40.

   b ) Sim. Sugestão de resposta:
   Duplicando a quantidade de salgados, o preço também duplicará; triplicando a quantidade de salgados, o preço também triplicará; reduzindo a quantidade de salgados à metade, o preço também será reduzido à metade; e assim por diante.

2. A quantidade de calças produzidas por essa máquina e o tempo gasto na produção são grandezas diretamente proporcionais. Calculando $1500 = 250 \cdot 6$, verificamos que, para produzir 1500 calças, essa máquina gastará 6 vezes o tempo que leva para produzir 250 calças. Como essa máquina produz 250 calças por hora e $6 \cdot 1 = 6$, concluímos que a máquina produzirá 1500 calças em 6 horas.

3. a ) Não, pois essas grandezas não são proporcionais.

   b ) Não. Se as grandezas idade e medida de massa corporal fossem diretamente proporcionais, como a medida da massa corporal de Isabel era 13 kg aos 2 anos de idade e $10 = 5 \cdot 2$, então a medida da massa corporal de Isabel deveria ser 65 kg aos 10 anos, pois $5 \cdot 13 = 65$. Mas, em vez disso, Isabel tinha 30 kg de medida da massa corporal aos 10 anos.
   As grandezas idade e medida de massa corporal também não são inversamente proporcionais, pois a medida da massa de Isabel aumentou no decorrer dos anos, e não diminuiu.

4. A quantidade de colheitadeiras, mantendo o ritmo de trabalho, e o tempo gasto na colheita são grandezas inversamente proporcionais. Como $4 = 8 : 2$ e 3 colheitadeiras realizam a colheita em 8 dias, Juliano precisaria de 6 colheitadeiras para fazer a colheita em 4 dias, pois $3 \cdot 2 = 6$.

5. a ) Havendo 350 candidatos inscritos no curso de Matemática e 50 vagas, a razão entre o número de candidatos e a quantidade de vagas será representada pela fração irredutível correspondente a $\frac{350}{50}$. Dividindo o numerador e o denominador por 50, obtemos a fração $\frac{7}{1}$, que está na forma irredutível. Logo, a razão entre o número de candidatos que fizeram a inscrição no curso de Matemática e a quantidade de vagas é $\frac{7}{1}$ ou 7 : 1 ou, ainda, 7 está para 1.

   b ) Na turma de Cristina, a cada 10 estudantes, 5 são meninas. Assim, a razão entre a quantidade de meninas e a quantidade de estudantes nessa turma será representada pela fração irredutível correspondente a $\frac{5}{10}$. Dividindo o numerador e o denominador por 5, obtemos a fração $\frac{1}{2}$, que está na forma irredutível. Logo, a razão entre a quantidade de meninas e a quantidade de estudantes na turma de Cristina é $\frac{1}{2}$ ou 1 : 2 ou, ainda, 1 está para 2.

   c ) A cada 10 pães vendidos, 8 são pães de leite. Assim, a razão entre a quantidade de pães de leite e a quantidade de pães vendidos será representada pela fração irredutível correspondente a $\frac{8}{10}$. Dividindo o numerador e o denominador por 2, obtemos a fração $\frac{4}{5}$, que está na forma irredutível. Logo, a razão entre a quantidade de pães de leite e a quantidade de pães vendidos é $\frac{4}{5}$ ou 4 : 5 ou, ainda, 4 está para 5.

6. A quantidade de dias nos quais a torneira está pingando e a quantidade de água desperdiçada são grandezas diretamente proporcionais. Como em 1 dia são desperdiçados 46 L de água, em 30 dias serão desperdiçados 1380 L de água, pois $30 \cdot 46 = 1380$.

**Questão 3.** De acordo com a situação apresentada na página, as idades dos filhos somam 59 anos, o total da herança é R$ 64 900,00 e o filho mais novo tem 24 anos. Denominando $x$ a herança do filho mais novo e organizando as informações, temos:

Filho mais novo

| Idade (em anos) | Herança (em R$) |
| --- | --- |
| 59 | 64 900 |
| 24 | $x$ |

Assim, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{59}{24} = \frac{64\,900}{x}$$
$$59 \cdot x = 64\,900 \cdot 24$$
$$\frac{59x}{59} = \frac{1\,557\,600}{59}$$
$$x = 26\,400$$

Portanto, o filho mais novo recebeu R$ 26 400,00 de herança.

## Atividades

**7.** a ) Os números da coluna **A** serão diretamente proporcionais aos números da coluna **B** se $\frac{3}{x} = \frac{2}{8}$. Fazendo os cálculos para determinar $x$, temos:

$$\frac{3}{x} = \frac{2}{8}$$
$$3 \cdot 8 = 2 \cdot x$$
$$\frac{24}{2} = \frac{2x}{2}$$
$$12 = x$$

Portanto, $x = 12$.

b ) Os números da coluna **A** serão diretamente proporcionais aos números da coluna **B** se $\frac{5}{3} = \frac{x}{6}$. Fazendo os cálculos para determinar $x$, temos:

$$\frac{5}{3} = \frac{x}{6}$$
$$5 \cdot 6 = 3x$$
$$\frac{30}{3} = \frac{3x}{3}$$
$$10 = x$$

Portanto, $x = 10$.

**8.** Efetuando os cálculos, temos:

a )

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{x}$$
$$2x = 3 \cdot 6$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$$
$$x = 9$$

Logo, $x = 9$.

b )

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{15}$$
$$4 \cdot 15 = 5x$$
$$\frac{60}{5} = \frac{5x}{5}$$
$$12 = x$$

Logo, $x = 12$.

c )

$$\frac{x}{12} = \frac{4}{8}$$
$$8x = 12 \cdot 4$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{48}{8}$$
$$x = 6$$

Logo, $x = 6$.

d )

$$\frac{7}{x} = \frac{1}{2}$$
$$7 \cdot 2 = 1 \cdot x$$
$$14 = x$$

Logo, $x = 14$.

e )

$$\frac{x}{9} = \frac{14}{18}$$
$$18x = 9 \cdot 14$$
$$\frac{18x}{18} = \frac{126}{18}$$
$$x = 7$$

Logo, $x = 7$.

f )

$$\frac{8}{x} = \frac{24}{12}$$
$$8 \cdot 12 = 24x$$
$$\frac{96}{24} = \frac{24x}{24}$$
$$4 = x$$

Logo, $x = 4$.

g )

$$\frac{64}{32} = \frac{16}{x}$$
$$64x = 32 \cdot 16$$
$$\frac{64x}{64} = \frac{512}{64}$$
$$x = 8$$

Logo, $x = 8$.

h )

$$\frac{25}{215} = \frac{x}{43}$$
$$25 \cdot 43 = 215x$$
$$\frac{1075}{215} = \frac{215x}{215}$$
$$5 = x$$

Logo, $x = 5$.

**9.** As quantidades de tinta branca e de tinta azul misturadas para obter uma mesma tonalidade são grandezas diretamente proporcionais. Com as informações organizadas, vamos efetuar os cálculos.

$$\frac{5}{30} = \frac{4}{x}$$
$$5x = 30 \cdot 4$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{120}{5}$$
$$x = 24$$

Portanto, ele deve misturar 24 L de tinta azul com 30 L de tinta branca para obter a mesma tonalidade da primeira mistura.

**10.** A quantidade de latas de leite condensado e a quantidade de docinhos que se pode fazer são grandezas diretamente proporcionais. Com as informações organizadas, vamos efetuar os cálculos.

$$\frac{3}{x} = \frac{130}{650}$$
$$3 \cdot 650 = 130x$$
$$\frac{1950}{130} = \frac{130x}{130}$$
$$15 = x$$

Portanto, vai precisar de 15 latas de leite condensado para preparar 650 docinhos.

**11.** A quantidade de água que uma bomba puxa e a quantidade de tempo que ela leva pra fazer isso são grandezas diretamente proporcionais. Vamos denominar $x$ a quantidade de litros de água que a bomba puxa em 1 min. Sabendo que 1 min = 60 s e organizando as informações, temos:

| Quantidade de água (em L) | Tempo (em s) |
|---|---|
| 30 | 15 |
| $x$ | 60 |

Agora, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{30}{x} = \frac{15}{60}$$
$$30 \cdot 60 = 15x$$
$$\frac{1\,800}{15} = \frac{15x}{15}$$
$$120 = x$$

Portanto, a bomba puxa 120 L de água em 1 min.

**12.** A quantidade de queijo e o seu preço são grandezas diretamente proporcionais. Vamos denominar $x$ a quantidade de gramas de queijo que Fábio poderá comprar com R$ 26,00. Organizando as informações, temos:

| Quantidade de queijo (em g) | Preço (em R$) |
|---|---|
| 300 | 6,5 |
| $x$ | 26 |

Agora, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{300}{x} = \frac{6{,}5}{26}$$
$$300 \cdot 26 = 6{,}5x$$
$$\frac{7\,800}{6{,}5} = \frac{6{,}5x}{6{,}5}$$
$$1\,200 = x$$

Portanto, Fábio poderá comprar 1 200 g com R$ 26,00.

**13.** As idades dos amigos adicionadas é igual a 22, pois $10 + 12 = 22$, o que corresponde ao número total de figurinhas, que é igual a 121. Como as figurinhas foram divididas em partes diretamente proporcionais a suas idades e queremos calcular quantas figurinhas o amigo mais novo recebeu, vamos denominar $x$ a quantidade de figurinhas que o amigo mais novo vai receber e organizar as informações. Assim,

| Idade (em anos) | Quantidade de figurinhas |
|---|---|
| 22 | 121 |
| 10 | $x$ |

Agora, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{22}{10} = \frac{121}{x}$$
$$22x = 10 \cdot 121$$
$$\frac{22x}{22} = \frac{1\,210}{22}$$
$$x = 55$$

Portanto, o amigo mais novo vai receber 55 figurinhas.

**14.** A quantidade de café cru em grãos e a quantidade de café torrado obtida dos grãos crus são grandezas diretamente proporcionais. Vamos denominar $x$ a quantidade de café cru em grãos necessária para obter 208 kg de café torrado. Organizando as informações, temos:

| Quantidade de café cru em grãos (em kg) | Quantidade de café torrado (em kg) |
|---|---|
| 30 | 26 |
| $x$ | 208 |

Agora, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{30}{x} = \frac{26}{208}$$
$$30 \cdot 208 = 26x$$
$$\frac{6\,240}{26} = \frac{26x}{26}$$
$$240 = x$$

Portanto, para obter 208 kg de café torrado são necessários 240 kg de café cru em grãos.

**15.** O total investido por Carla, Sílvia e Gustavo na compra da empresa foi R$ 60 000,00, pois $10\,000 + 20\,000 + 30\,000 = 60\,000$. Esse total investido corresponde ao lucro de R$ 12 000,00. Vamos organizar as informações e efetuar os cálculos para determinar qual parte do lucro coube a cada sócio.

- Carla: Denomine $x$ a parte do lucro que Carla recebeu. Assim, temos:

| Quantidade investida (em R$) | Parte do lucro (em R$) |
|---|---|
| 60 000 | 12 000 |
| 10 000 | $x$ |

Agora, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{60\,000}{10\,000} = \frac{12\,000}{x}$$
$$6 = \frac{12\,000}{x}$$
$$6x = 12\,000$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{12\,000}{6}$$
$$x = 2\,000$$

Portanto, Carla recebeu R$ 2 000,00 como parte do lucro da empresa.

- Sílvia: Denomine $y$ a parte do lucro que Sílvia recebeu. Assim, temos:

| Quantidade investida (em R$) | Parte do lucro (em R$) |
|---|---|
| 60 000 | 12 000 |
| 20 000 | $y$ |

Agora, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{60\,000}{20\,000} = \frac{12\,000}{y}$$
$$3 = \frac{12\,000}{y}$$
$$3y = 12\,000$$
$$\frac{3y}{3} = \frac{12\,000}{3}$$
$$y = 4\,000$$

Portanto, Sílvia recebeu R$ 4 000,00 como parte do lucro da empresa.

• Gustavo: Denomine $z$ a parte do lucro que Gustavo recebeu. Assim, temos:

| Quantidade investida (em R$) | Parte do lucro (em R$) |
|---|---|
| 60 000 | 12 000 |
| 30 000 | $z$ |

Agora, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{60\,000}{30\,000} = \frac{12\,000}{z}$$
$$2 = \frac{12\,000}{z}$$
$$2z = 12\,000$$
$$\frac{2z}{2} = \frac{12\,000}{2}$$
$$z = 6\,000$$

Portanto, Gustavo recebeu R$ 6 000,00 como parte do lucro da empresa.

**16.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Em uma fábrica, uma máquina produz 10 000 peças em 4 h. Quantas peças essa máquina vai produzir em 10 h? Resposta: 25 000 peças.

**17.** a ) Os números da coluna **A** serão inversamente proporcionais aos números da coluna **B** se $\frac{x}{6} = \frac{8}{12}$. Desse modo, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{x}{6} = \frac{8}{12}$$
$$12x = 6 \cdot 8$$
$$\frac{12x}{12} = \frac{48}{12}$$
$$x = 4$$

Portanto, $x = 4$.

b ) Os números da coluna **A** serão inversamente proporcionais aos números da coluna **B** se $\frac{9}{24} = \frac{x}{8}$. Desse modo, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{9}{24} = \frac{x}{8}$$
$$9 \cdot 8 = 24x$$
$$\frac{72}{24} = \frac{24x}{24}$$
$$3 = x$$

Portanto, $x = 3$.

**18.** a ) A quantidade de páginas que Regina lê por dia e a quantidade de dias que ela gasta para ler o livro são grandezas inversamente proporcionais. Assim, com as informações organizadas, calculamos:

$$\frac{12}{x} = \frac{16}{28}$$
$$12 \cdot 28 = 16x$$
$$\frac{336}{16} = \frac{16x}{16}$$
$$21 = x$$

Portanto, para ler o livro em 16 dias, Regina deveria ler 21 páginas por dia.

b ) Como Regina conseguiu ler o livro todo em 28 dias lendo 12 páginas por dia, o livro tem 336 páginas, pois $12 \cdot 28 = 336$. Outro modo de calcular quantas páginas o livro tem é usando as informações obtidas no item **a**. Para ter lido o livro em 16 dias, Regina deveria ler 21 páginas por dia; como $16 \cdot 21 = 336$, verificamos que o livro tem 336 páginas.

**19.** Mantendo a mesma quantidade de ração, as grandezas quantidade de cabeças de gado e a quantidade de dias que essas cabeças de gados podem ser alimentadas são inversamente proporcionais. Com as informações organizadas, calculamos:

$$\frac{40}{70} = \frac{x}{7}$$
$$40 \cdot 7 = 70x$$
$$\frac{280}{70} = \frac{70x}{70}$$
$$4 = x$$

Portanto, essa quantidade de ração será suficiente para alimentar 70 cabeças de gado por 4 dias.

**20.** O tempo gasto para percorrer a medida de distância entre duas cidades e a medida de velocidade média são grandezas inversamente proporcionais. Chamando $x$ a medida de velocidade média para percorrer a distância entre duas cidades em 5 horas e organizando as informações, temos:

| Tempo (em h) | Velocidade média (em km/h) |
|---|---|
| 6 | 75 |
| 5 | $x$ |

Efetuando os cálculos, obtemos:

$$\frac{6}{5} = \frac{x}{75}$$
$$6 \cdot 75 = 5x$$
$$\frac{450}{5} = \frac{5x}{5}$$
$$90 = x$$

Portanto, ele deveria manter uma medida de velocidade média de 90 km/h.

**21.** A capacidade do caminhão e o número de viagens que ele faz para retirar o entulho são grandezas inversamente proporcionais. Chamando $x$ a quantidade de viagens que um caminhão de 600 L faria e organizando as informações, temos:

| Capacidade do caminhão (em L) | Quantidade de viagens |
|---|---|
| 500 | 24 |
| 600 | $x$ |

Efetuando os cálculos, obtemos:

$$\frac{500}{600} = \frac{x}{24}$$
$$\frac{5}{6} = \frac{x}{24}$$
$$5 \cdot 24 = 6x$$
$$\frac{120}{6} = \frac{6x}{6}$$
$$20 = x$$

Portanto, seriam necessárias 20 viagens.

**22.** Dada uma quantidade de água em um acampamento, a quantidade de pessoas no acampamento e a quantidade de dias para os quais a quantidade de água é suficiente são grandezas inversamente proporcionais. Com mais 18 pessoas, o acampamento ficaria com 63 pessoas, pois $45 + 18 = 63$. Considerando $x$ a quantidade de dias nos quais a quantidade de água do acampamento seria suficiente para 63 pessoas e organizando as informações, temos:

| Quantidade de pessoas | Quantidade de dias |
|---|---|
| 45 | 7 |
| 63 | $x$ |

Efetuando os cálculos, obtemos:

$$\frac{45}{63} = \frac{x}{7}$$

$$45 \cdot 7 = 63x$$

$$\frac{315}{63} = \frac{63x}{63}$$

$$5 = x$$

Portanto, essa quantidade de água seria suficiente para 5 dias.

**23.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Para fabricar certa quantidade de peças, uma empresa, utilizando 4 máquinas, demora 25 dias. Se mais 6 máquinas fossem adicionadas na fabricação dessas peças, elas seriam fabricadas em quantos dias? Resposta: 10 dias.

## O que eu estudei?

**1.** Como o litro da gasolina custa R$ 7,26, para abastecer seu carro com 39 L de gasolina, Débora gastou R$ 283,14, pois $39 \cdot 7{,}26 = 283{,}14$. Sabendo que o litro do etanol custa R$ 5,14, vamos dividir 283,14 por 5,14 para calcular a quantidade aproximada de litros de etanol que Débora precisa para abastecer seu carro com o mesmo valor gasto de um abastecimento com gasolina. Como $283{,}14 : 5{,}14 \simeq 55$, verificamos que Débora abasteceria seu carro com, aproximadamente 55 L de etanol.

**2.** Para determinar a medida da área total aproximada de cada estado da Região Sul do Brasil, vamos dividir o número de habitantes pela densidade demográfica de cada região. Assim, temos:

- Paraná:

  $11\,597\,484 : 58{,}19 \simeq 199\,304$

  Logo, o estado do Paraná possui aproximadamente 199 304 km² de área total.

- Santa Catarina:

  $7\,338\,473 : 76{,}66 \simeq 95\,728$

  Logo, o estado de Santa Catarina possui aproximadamente 95 728 km² de área total.

- Rio Grande do Sul:

  $11\,466\,630 : 40{,}7 \simeq 281\,735$

  Logo, o estado do Rio Grande do Sul tem aproximadamente 281 735 km² de área total da Região Sul do Brasil.

**3.** a ) Para que os números da coluna **A** sejam diretamente proporcionais aos números da coluna **B**, devemos ter $\frac{6}{x} = \frac{10}{12}$. Fazendo os cálculos pra determinar o valor de $x$, temos:

$$\frac{6}{x} = \frac{10}{12}$$

$$6 \cdot 12 = 10x$$

$$\frac{72}{10} = \frac{10x}{10}$$

$$7{,}2 = x$$

Portanto, $x = 7{,}2$.

b ) Para que os números da coluna **A** sejam inversamente proporcionais aos números da coluna **B**, devemos ter $\frac{6}{x} = \frac{12}{10}$. Fazendo os cálculos pra determinar o valor de $x$, temos:

$$\frac{6}{x} = \frac{12}{10}$$

$$6 \cdot 10 = 12x$$

$$\frac{60}{12} = \frac{12x}{12}$$

$$5 = x$$

Portanto, $x = 5$.

**4.** O tempo gasto por Bruna nesse percurso e a velocidade média a que ela andou são grandezas inversamente proporcionais. Considerando $x$ a velocidade média a que Bruna deveria ter andado para fazer o percurso em 2 h e organizando as informações, temos:

| Tempo (em h) | Velocidade média (em km/h) |
|---|---|
| 3 | 12 |
| 2 | $x$ |

Efetuando os cálculos, obtemos:

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{12}$$

$$2x = 3 \cdot 12$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{36}{2}$$

$$x = 18$$

Portanto, Bruna deveria ter andado a 18 km/h de velocidade média.

**5.** A quantidade de reais e a quantidade de dólares que pode ser comprada com essa quantidade de reais são grandezas diretamente proporcionais.

a ) Considerando $x$ a quantidade de reais que Guilherme vai gastar para comprar 2 500 dólares e organizando as informações, temos:

| Dólares | Reais |
|---|---|
| 1800 | 9072 |
| 2 500 | $x$ |

Efetuando os cálculos, obtemos:

$$\frac{1800}{2\,500} = \frac{9\,072}{x}$$
$$\frac{18}{25} = \frac{9\,072}{x}$$
$$18x = 25 \cdot 9\,072$$
$$\frac{18x}{18} = \frac{226\,800}{18}$$
$$x = 12\,600$$

Portanto, Guilherme vai gastar R$ 12 600,00.

b ) Seja $x$ a quantidade de dólares que Guilherme compraria com R$ 14 112,00. Organizando as informações, temos:

| Dólares | Reais |
|---|---|
| 1800 | 9072 |
| $x$ | 14 112 |

Efetuando os cálculos, obtemos:

$$\frac{1800}{x} = \frac{9\,072}{14\,112}$$
$$1800 \cdot 14\,112 = 9\,072x$$
$$\frac{25\,401\,600}{9\,072} = \frac{9\,072x}{9\,072}$$
$$2\,800 = x$$

Portanto, Guilherme compraria 2 800 dólares com essa quantia.

**6.** A quantidade de camisetas e a quantidade da peça de tecido usada para fazer essas camisetas são grandezas diretamente proporcionais. Como Jaqueline já fez 25 camisetas de tamanho M, sobrou da peça de tecido uma parte correspondente a 10 camisetas de tamanho M. Sabemos que 28 camisas de tamanho P correspondem a 35 de tamanho M. Considerando $x$ a quantidade de camisetas de tamanho P que Jaqueline vai conseguir fazer com o restante do tecido, vamos calcular quantas camisetas P Jaqueline vai fazer com a quantidade de tecido que corresponde a 10 camisetas M.

| Quantidade de camisetas de tamanho P longa | Quantidade de camisetas de tamanho M *baby look* |
|---|---|
| 28 | 35 |
| $x$ | 10 |

Efetuando os cálculos, obtemos:

$$\frac{28}{x} = \frac{35}{10}$$
$$10 \cdot 28 = 35x$$
$$\frac{280}{35} = \frac{35x}{35}$$
$$8 = x$$

Portanto, é possível fazer 8 camisetas de tamanho P longa com o que sobrou da peça de tecido.

## Unidade 10 Porcentagem

**Questão 1.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que a porcentagem surgiu em Roma, quando o imperador decretou um imposto sobre as mercadorias vendidas no mercado público, no qual dividiam-se o valor das mercadorias em 100 partes e retiravam-se uma para o imposto. Usavam as letras **pc** para indicar a porcentagem, por exemplo 10% = $X$pc.

**Questão 2.** Para determinar a quantidade de votos que Paulo Fernandes recebeu, precisamos calcular 25% de 5 000. Nesta situação, 5 000 representa o total de eleitores que votaram, ou seja, corresponde a 100%. Logo, o cálculo de 25% de 5 000 pode ser feito da seguinte maneira:

$$\frac{25}{100} \cdot 5\,000 = 1\,250$$

Portanto, Paulo Fernandes obteve 1 250 votos.

**Questão 3.** Para saber o preço do *tablet* à vista, inicialmente calculamos 30% de R$ 1 500,00 para obter o valor do desconto.

$\frac{30}{100} \cdot 1\,500 = 450$

Desse modo, 30% de R$ 1 500,00 correspondem a R$ 450,00. Calculando o preço à vista, obtemos:

$1\,500 - 450 = 1\,050$

Portanto, o *tablet* custa R$ 1 050,00 à vista.

Para determinar o preço da máquina de lavar louças à vista, sabemos que, após o desconto, o valor passa a ser 70% do preço, ou seja, 100% − 30% = 70%. Neste caso, podemos calcular 70% de 1 600.

$\frac{70}{100} \cdot 1\,600 = 1\,120$

Portanto, a máquina de lavar louças custa R$ 1 120,00 à vista.

**Questão 4.** Para determinar o novo salário de Edgar, calculamos o valor do acréscimo, que corresponde a 10,5% de R$ 1 890,00. Assim, temos:

$\frac{10{,}5}{100} \cdot 1\,890 = 198{,}45$, ou seja, houve um acréscimo de R$ 198,45.

Adicionando esse valor à quantia recebida em fevereiro, obtemos:

$1\,890 + 198{,}45 = 2\,088{,}45$, ou seja, R$ 2 088,45

Logo, Edgar passou a receber R$ 2 088,45 de salário.

### Atividades

**1.** A. Fração decimal: $\frac{34}{100}$; número decimal: 0,34; porcentagem: 34%.

B. Fração decimal: $\frac{58}{100}$; número decimal: 0,58; porcentagem: 58%.

**2.** Efetuando os cálculos em cada um dos itens, verificamos que:

a ) 10% de 1 050 L correspondem a 105 L, pois $\frac{10}{100} \cdot 1\,050 = 105$.

b ) 25% de 800 mL correspondem a 200 mL, pois $\frac{25}{100} \cdot 800 = 200$.

c ) 40% de 2 200 mm correspondem a 880 mm, pois $\frac{40}{100} \cdot 2\,200 = 880$.

d ) 60% de 525 cm correspondem a 315 cm, pois $\frac{60}{100} \cdot 525 = 315$.

e ) 75% de 1000 km correspondem a 750 km, pois $\frac{75}{100} \cdot 1000 = 750$.

f ) 90% de 480 t correspondem a 432 t, pois $\frac{90}{100} \cdot 480 = 432$.

**3.** a ) Considerando que $\frac{1}{4} = 0{,}25$ e sabendo que $100\% = \frac{100}{100} = 1$, montamos e resolvemos a seguinte regra de três:

| **Número decimal** | **Porcentagem** |
|---|---|
| 0,25 | x |
| 1 | 100 |

$$\frac{0{,}25}{1} = \frac{x}{100}$$
$$x = 100 \cdot 0{,}25$$
$$x = 25$$

Assim, 0,25 = 25%. Portanto, $\frac{1}{4} = 25\%$.

b ) De modo semelhante ao item anterior, considerando que $\frac{2}{5} = 0{,}4$, obtemos:

| **Número decimal** | **Porcentagem** |
|---|---|
| 0,4 | x |
| 1 | 100 |

$$\frac{0{,}4}{1} = \frac{x}{100}$$
$$x = 100 \cdot 0{,}4$$
$$x = 40$$

Assim, 0,4 = 40%. Portanto, $\frac{2}{5} = 40\%$.

c ) Considerando que $\frac{1}{5} = 0{,}2$ obtemos:

| **Número decimal** | **Porcentagem** |
|---|---|
| 0,2 | x |
| 1 | 100 |

$$\frac{0{,}2}{1} = \frac{x}{100}$$
$$x = 100 \cdot 0{,}2$$
$$x = 20$$

Assim, 0,2 = 20%. Portanto, $\frac{1}{5} = 20\%$.

d ) Considerando que $\frac{1}{2} = 0{,}5$, obtemos:

| **Número decimal** | **Porcentagem** |
|---|---|
| 0,5 | x |
| 1 | 100 |

$$\frac{0{,}5}{1} = \frac{x}{100}$$
$$x = 100 \cdot 0{,}5$$
$$x = 50$$

Assim, 0,5 = 50%. Portanto, $\frac{1}{2} = 50\%$.

e ) Considerando que $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6$, obtemos:

| **Número decimal** | **Porcentagem** |
|---|---|
| 0,6 | x |
| 1 | 100 |

$$\frac{0{,}6}{1} = \frac{x}{100}$$
$$x = 100 \cdot 0{,}6$$
$$x = 60$$

Assim, 0,6 = 60%. Portanto, $\frac{3}{5} = 60\%$.

**4.** a ) Para saber quantos reais custa o *smartphone* à vista em cada loja, efetuamos os cálculos das referidas porcentagens e verificamos que:

na loja **A**, $\underbrace{90\%}_{100\% - 10\%}$ de R$ 960,00 correspondem a R$ 864,00, pois $\frac{90}{100} \cdot 960 = 0{,}90 \cdot 960 = 864$.

na loja **B**, $\underbrace{85\%}_{100\% - 15\%}$ de R$ 980,00 correspondem a R$ 833,00, pois $\frac{85}{100} \cdot 980 = 0{,}85 \cdot 980 = 833$.

Sendo assim, à vista, o *smartphone* custa R$ 864,00 na loja **A** e R$ 833,00 na loja **B**.

Portanto, o preço é menor na loja **B**.

b ) Resposta pessoal. A resposta depende da análise crítica dos estudantes, de acordo com as expectativas deles.

c ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que o pagamento à vista pode gerar desconto e facilitar a organização financeira, evitando endividamento e o compromisso de pagamentos futuros. Por outro lado, o pagamento a prazo dá ao consumidor a oportunidade de comprar o produto sem necessariamente ter a quantia total e pode ser vantajoso para pessoas que se organizam melhor financeiramente.

d ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes estejam posicionados criticamente com relação às suas decisões e mudanças de opinião, quaisquer que sejam elas.

**5.** a ) A 1ª opção oferece 20% de desconto, ou seja, $\underbrace{80\%}_{100\% - 20\%}$ do valor total de um caderno. Assim, o valor a ser pago na 1ª opção é dado por:

$$18 + 18 + \underbrace{14{,}4}_{0{,}8 \cdot 18} = 50{,}4$$

Portanto, o valor a ser pago é R$ 50,40.

Na 2ª opção, calculamos inicialmente o preço total de três cadernos (18 + 18 + 18 = 54) e, em seguida, calculamos o desconto de 10% sobre este valor.

$$\frac{90}{100} \cdot 54 = 48{,}6$$

Portanto, o valor a ser pago é R$ 48,60.

Comparando as duas opções, verificamos que a 2ª opção oferece o menor preço na compra dos três cadernos.

b ) Calculando a diferença entre os preços, obtemos: 50,4 − 48,6 = 1,8, ou seja, R$ 1,80.

c ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes considerem importante analisar as opções antes de realizarem o pagamento.

**6.** a ) Calculando o valor da entrada a ser pago em cada moto, temos:

Moto **A**: 70% de R$ 13 430,00:

$\frac{70}{100} \cdot 13\,430 = 0{,}7 \cdot 13\,430 = 9\,401$, ou seja, R$ 9 401,00.

Moto **B**: 50% de R$ 13 710,00:

$\frac{50}{100} \cdot 13\,710 = 0{,}5 \cdot 13\,710 = 6\,855$, ou seja, R$ 6 855,00.

Portanto, o valor em reais da entrada da moto **A** é R$ 9 401,00 e da moto **B** é R$ 6 855,00.

b ) Para calcular o valor de cada uma das prestações, inicialmente calculamos a quantia a ser paga após o pagamento da entrada para, em seguida, determinar o valor das prestações.

Moto **A**:

$13\,430 - 9\,401 = 4\,029$

Assim, após a entrada restarão R$ 4 029,00 a serem pagos. Dividindo esse valor em 12 prestações, obteremos o valor de cada prestação da moto **A**.

$\frac{4\,029}{12} = 335{,}75$, ou seja, R$ 335,75.

Moto **B**:

$13\,710 - 6\,855 = 6\,855$

Assim, após a entrada restarão R$ 6 855,00 a serem pagos. Dividindo esse valor em 12 prestações, obteremos o valor de cada prestação da moto **B**.

$\frac{6\,855}{20} = 342{,}75$, ou seja, R$ 342,75.

Comparando o valor das prestações nos dois casos, verificamos que Fernando vai pagar prestações de menor valor na moto **A**.

**7.** a ) O total de estudantes da escola corresponde a 100%, dos quais 45% estudam no período da manhã e 15% no período da noite. Portanto, a quantidade de estudantes no período da tarde corresponde a $\underbrace{40\%}_{100\% - 45\% - 15\%}$.

b ) A quantidade de estudantes no período da:

- manhã corresponde a 45% de um total de 3 160 estudantes.

  $\frac{45}{100} \cdot 3\,160 = 1\,422$, ou seja, 1 422 estudantes.

- tarde corresponde a 40% de um total de 3 160 estudantes.

  $\frac{40}{100} \cdot 3\,160 = 1\,264$, ou seja, 1 264 estudantes.

- noite corresponde a 15% de um total de 3 160 estudantes.

  $\frac{15}{100} \cdot 3\,160 = 474$, ou seja, 474 estudantes.

**8.** Indicando por $x$ a quantidade total de pessoas na festa, $M$ a quantidade de mulheres e $H$ a quantidade de homens, temos $x = M + H$. Como havia 3 mulheres, escrevemos $x = H + 3$ e, com isso, obtemos a seguinte igualdade que representa a quantidade de convidados homens na festa:

$$\frac{\overbrace{x - 3}^{\text{quantidade de convidados homens}}}{x} = \frac{\overbrace{99}^{99\%}}{100}$$

Para determinar o valor de $x$, resolvemos essa igualdade.

$$100 \cdot (x - 3) = 99 \cdot x$$
$$100x - 300 = 99x$$
$$100x - 99x = 300$$
$$x = 300$$

Logo, até o momento, havia 300 pessoas na festa, das quais 297 eram homens.

Indicando como $y$ a quantidade de homens que devem deixar a festa para que a porcentagem de homens represente 98% do total de pessoas, temos:

$$\frac{297 - y}{300 - y} = \frac{98}{100}$$
$$100 \cdot 297 - 100 \cdot y = 98 \cdot 300 - 98 \cdot y$$
$$29\,700 - 29\,400 = 100y - 98y$$
$$300 = 2y$$
$$\frac{300}{2} = y$$
$$y = 150$$

Logo, 150 homens devem deixar a festa.

Portanto, a alternativa correta é a **d**.

**9.** a ) Calculando a metade de R$ 48,00, que equivale a 50%, obtemos:

$\frac{48}{2} = 24$

Como 25% é metade de 50%, calculamos:

$\frac{24}{2} = 12$

Assim, adicionamos os dois descontos, ou seja, $24 + 12 = 36$, obtendo um desconto total de R$ 36,00.

b ) Calculando a metade de R$ 52,00, que equivale a 50%, obtemos:

$\frac{52}{2} = 26$

Como 25% é metade de 50%, calculamos:

$\frac{26}{2} = 13$

Assim, adicionamos os dois descontos, ou seja, $26 + 13 = 39$, obtendo um desconto total de R$ 39,00.

c ) Calculando a metade de R$ 84,00, que equivale a 50%, obtemos:

$\frac{84}{2} = 42$

Como 25% é metade de 50%, efetuamos:

$\frac{42}{2} = 21$

Assim, adicionamos os dois descontos, ou seja, $42 + 21 = 63$, obtendo um desconto total de R$ 63,00.

d ) Calculando a metade de R$ 30,00, que equivale a 50%, obtemos:

$\frac{30}{2} = 15$

Como 25% é metade de 50%, efetuamos:

$\frac{15}{2} = 7{,}5$

Assim, adicionamos os dois descontos, ou seja, $15 + 7{,}5 = 22{,}5$, obtendo um desconto total de R$ 22,50.

**10.** Como o preço total à vista corresponde a 100%, o acréscimo de 14% neste valor corresponde a $\underbrace{114\%}_{100\% + 14\%}$ do valor à vista. Com isto, calculamos:

- o preço a prazo do fogão:

  $\frac{114}{100} \cdot 399 = 454{,}86.$

  Portanto, o preço do fogão na venda a prazo é R$ 454,86.

- o preço a prazo do micro-ondas:

  $\frac{114}{100} \cdot 470 = 535{,}80.$

  Portanto, o preço do micro-ondas na venda a prazo é R$ 535,80.

**11.** a ) Como Pedro optou pelo pagamento à vista, ele pagou com um desconto de 25%, ou seja, $\underbrace{75\%}_{100\% - 25\%}$ do valor total. Assim:

$\frac{75}{100} \cdot 96 = 72.$

Portanto, o valor pago por Pedro foi R$ 72,00.

b ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes usem corretamente a calculadora e validem os cálculos de modo adequado.

**12.** Resposta pessoal. Sugestão de problema:

Renato atrasou o pagamento de uma conta no valor de R$ 200,00. Com o atraso, haverá um acréscimo de 2%. Qual será a quantia, em reais, que será acrescida no valor total dessa compra? Resposta: R$ 4,00.

**13.** a ) Inicialmente, calculamos o valor do desconto da batedeira.

105,00 − 94,50 = 10,5, ou seja, R$ 10,50 de desconto.

Indicando por $x$ a porcentagem que corresponde ao desconto, temos:

$$\frac{100}{x} = \frac{105}{10{,}5}$$
$$105 \cdot x = 100 \cdot 10{,}5$$
$$105 \cdot x = 1050$$
$$\frac{105 \cdot x}{105} = \frac{1050}{105}$$
$$x = 10$$

Logo, a porcentagem de desconto no preço da batedeira é 10%.

b ) Calculando o valor do desconto do fogão, temos:

630 − 504 = 126, ou seja, R$ 126,00 de desconto.

Chamando de $x$ a porcentagem que corresponde ao desconto, obtemos:

$$\frac{100}{x} = \frac{630}{126}$$
$$630 \cdot x = 100 \cdot 126$$
$$630x = 12\,600$$
$$\frac{630x}{630} = \frac{12\,600}{630}$$
$$x = 20$$

Portanto, a porcentagem de desconto no preço do fogão é 20%.

**14.** Calculando inicialmente a quantidade de reprovados, temos:

29 000 − 2 610 = 26 390.

Assim, foram reprovados 26 390 candidatos.

Indicando como $x$ a porcentagem que corresponde à quantidade de reprovados, temos:

$$\frac{100}{x} = \frac{29\,000}{26\,390}$$
$$29\,000 \cdot x = 100 \cdot 26\,390$$
$$29\,000x = 2\,639\,000$$
$$\frac{29\,000x}{29\,000} = \frac{2\,639\,000}{29\,000}$$
$$x = 91$$

Logo, a porcentagem de reprovados é 91%.

**15.** a ) Chamando de $x$ a porcentagem que corresponde à comissão de Jáder, obtemos:

$$\frac{100}{x} = \frac{14\,538}{290{,}76}$$
$$14\,538 \cdot x = 100 \cdot 290{,}76$$
$$14\,538x = 29\,076$$
$$\frac{14\,538x}{14\,538} = \frac{29\,076}{14\,538}$$
$$x = 2$$

Portanto, a comissão em relação ao valor que Jáder vendeu é 2%.

b ) Para determinar quantos reais Jáder recebeu ao todo em maio, vamos juntar seu salário fixo com a comissão que ele recebeu.

1490 + 290,76 = 1780,76

Portanto, Jáder recebeu, ao todo, em maio, R$ 1780,76.

**16.** Resposta pessoal. Para responder a essa pergunta, os estudantes devem realizar a seguinte operação: Considerando $x$ o valor que corresponde a $\underbrace{65\%}_{100\% - 35\%}$ do preço total, temos:

$$\frac{100}{65} = \frac{400}{x}$$
$$100 \cdot x = 65 \cdot 400$$
$$100x = 26\,000$$
$$\frac{100x}{100} = \frac{26\,000}{100}$$

$x = 260$, ou seja, R$ 260,00.

Portanto, espera-se que os estudantes digam que não, pois o produto custaria R$ 260,00 com 35% de desconto na loja **2**, ou seja, o mesmo preço da loja **1**.

**17.** Como Lucas pagou R$ 33,00 com 20% de desconto, podemos concluir que R$ 33,00 correspondem a 80%.

Vamos denominar $x$ o preço total do minicurso. Neste caso, temos a seguinte proporção:

$$\frac{x}{33} = \frac{100}{80}$$
$$80 \cdot x = 33 \cdot 100$$
$$80x = 3\,300$$
$$\frac{80x}{80} = \frac{3\,300}{80}$$

$x = 41{,}25$, ou seja, R$ 41,25.

Logo, o valor do minicurso sem o desconto é R$ 41,25.

Portanto, alternativa correta é a **d**.

**18.** a ) Indicando por $x$ a porcentagem que 31 milhões corresponde do total de habitantes que residiam na zona rural, temos:

$$\frac{205}{31} = \frac{100}{x}$$

$$205 \cdot x = 31 \cdot 100$$

$$205x = 3\,100$$

$$x = \frac{3\,100}{205}$$

$$x \simeq 15{,}12$$

Portanto, a população brasileira que residia na zona rural correspondia a, aproximadamente, 15% da população do país.

b ) Se aproximadamente 15% correspondem à quantidade de pessoas que residiam na zona rural, 100% − 15% = 85% corresponde à porcentagem de habitantes que não residiam na zona rural.

$\frac{85}{100} \cdot 205\,000\,000 = 174\,250\,000.$

Portanto, aproximadamente 174 milhões de habitantes não residiam na zona rural. Eles representam aproximadamente 85% da população brasileira.

**19.** a ) Considerando $x$ a quantidade total de estudantes nessa escola, temos a seguinte proporção:

$$\frac{558}{x} = \frac{45}{100}$$

$$45 \cdot x = 558 \cdot 100$$

$$45x = 55\,800$$

$$x = \frac{55\,800}{45}$$

$x = 1\,240$, ou seja, 1 240 estudantes.

Portanto, nessa escola há, ao todo, 1 240 estudantes.

b ) Se a escola tem 1 240 estudantes e 558 são meninos, então a quantidade de meninas é dada pela diferença entre essas quantidades, ou seja, 1 240 − 558 = 682.

Portanto, nessa escola estudam 682 meninas.

**20.** a ) Como há 68 milhões de domicílios no Brasil, considere $x$ a porcentagem correspondente à quantidade de casas com televisor, ou seja, 66,091 milhões. Assim:

$$\frac{68\,000\,000}{66\,091\,000} = \frac{100}{x}$$

$$68\,000\,000 \cdot x = 66\,091\,000 \cdot 100$$

$$\frac{68\,000\,000x}{68\,000\,000} = \frac{66\,091\,000 \cdot 100}{68\,000\,000}$$

$$x \simeq 97{,}19$$

Portanto, havia televisores em aproximadamente 97% dos domicílios.

b ) O microcomputador é o bem que estava menos presente nos domicílios.

Considere $x$ a porcentagem correspondente à quantidade de domicílios com microcomputador. Assim:

$$\frac{68\,000\,000}{31\,420\,000} = \frac{100}{x}$$

$$68\,000\,000 \cdot x = 31\,420\,000 \cdot 100$$

$$\frac{68\,000\,000x}{68\,000\,000} = \frac{3\,142\,000\,000}{68\,000\,000}$$

$$x \simeq 46{,}20$$

Portanto, havia microcomputador em, aproximadamente, 46% dos domicílios.

c ) De acordo com o gráfico, havia máquina de lavar roupas em aproximadamente 41 601 000 domicílios. Considere $x$ a porcentagem correspondente à quantidade de domicílios com máquina de lavar roupas. Temos a seguinte proporção:

$$\frac{68\,000\,000}{41\,601\,000} = \frac{100}{x}$$

$$68\,000\,000 \cdot x = 41\,601\,000 \cdot 100$$

$$\frac{68\,000\,000x}{68\,000\,000} = \frac{4\,160\,100\,000}{68\,000\,000}$$

$$x \simeq 61{,}17$$

Portanto, havia máquina de lavar roupas em, aproximadamente, 61% dos domicílios.

**21.** Considere $x$ o preço do computador antes do acréscimo, ou seja, correspondente a 100% do preço. Temos:

$$\frac{1\,936}{x} = \frac{121}{100}$$

$$x = \frac{193\,600}{121}$$

$$x = 1\,600$$

Portanto, o computador custava R$ 1 600,00 antes do acréscimo.

**Questão 5.** Calculamos o desconto em reais subtraindo R$ 112,00 de R$ 140,00:

140 − 112 = 28

Portanto, o desconto foi R$ 28,00.

**Questão 6.** Para determinar a porcentagem do desconto, representamos a relação entre o valor do desconto e o preço sem o desconto pela fração $\frac{28}{140}$. Transformando em um número decimal, temos:

$$\frac{28}{140} = 0{,}20 = \frac{20}{100} = 20\%$$

Portanto, a porcentagem de desconto é 20%.

## Atividades

**22.** a ) $\frac{156}{520} = 0{,}3 = 30\%$. Portanto, 156 L correspondem a 30% de 520 L.

b ) $\frac{46}{230} = 0{,}2 = 20\%$. Portanto, 46 kg correspondem a 20% de 230 kg.

**23.** a ) Sendo R$ 209,85 o acréscimo em relação ao preço total de R$ 1 400,00, calculamos:

$\frac{209{,}85}{1\,400} \simeq 0{,}1499 \simeq 15\%.$

Portanto, o acréscimo foi, aproximadamente, 15%.

b ) Com o acréscimo de 15%, o valor do conjunto de sofás passou a ser 1400 + 209,85 = 1609,85, ou seja, R$ 1609,85. Dado um desconto de 15% sobre este valor, o preço passará a ser 85% de 1609,85:

$\frac{85}{100} \cdot 1609{,}85 = 0{,}85 \cdot 1609{,}85 \simeq 1368{,}37$

Portanto, o preço passou a custar R$ 1368,37.

**24.** Calculando a porcentagem para cada uma das despesas, temos:

- transporte:

$$\frac{220}{2\,750} = 0{,}08 = 8\%$$

Portanto, o transporte corresponde a 8% do salário.

- aluguel:

$$\frac{880}{2\,750} = 0{,}32 = 32\%$$

Portanto, o aluguel corresponde a 32% do salário.

- alimentação:

$$\frac{495}{2\,750} = 0{,}18 = 18\%$$

Portanto, a alimentação corresponde a 18% do salário.

**25.** a ) Do total de 5 570 municípios, 1 227 têm coleta seletiva. Isso representa $\underbrace{4\,343}_{5\,570\,-\,1227}$ municípios sem coleta seletiva.

$$\frac{4\,343}{5\,570} \simeq 0{,}779 \simeq 78\%$$

Portanto, aproximadamente 78% dos municípios brasileiros não tinham coleta seletiva.

b ) Resposta pessoal. A resposta depende da amostra entrevistada.

c ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes opinem e demonstrem senso crítico em seu posicionamento ou mesmo na mudança de opinião após a contribuição e o compartilhamento de informações com os colegas.

**26.** Como 30 questões são de aritmética e 50 são de geometria, concluímos que o trabalho tem um total de 80 questões. Calculando quantas questões Júlia acertou em aritmética, temos:

$\frac{70}{100} \cdot 30 = 0{,}70 \cdot 30 = 21$

Portanto, Júlia acertou 21 questões.

Para determinar quantas questões Júlia acertou na prova toda, calculamos:

$\frac{80}{100} \cdot 80 = 0{,}80 \cdot 80 = 64$

A quantidade de questões que Júlia acertou apenas em geometria é dada por 64 − 21 = 43. Assim:

$\frac{43}{50} = 0{,}86 = 86\%$

Logo, Júlia acertou 86% das questões de geometria.

Portanto, a alternativa correta é a **e**.

**27.** a ) Sugestão de resposta:

Uma vantagem da produção de energia eólica é a diminuição da poluição atmosférica e uma desvantagem é a poluição sonora que afetará, principalmente, as pessoas que residem ao redor de onde for implementada a produção.

b ) De um total de 743 000 MW, a parte produzida por China, Estados Unidos, Alemanha, Índia e França equivale a 288 320 + 164 275 + 6 285 + 38 625 + 17 946 = 515 451 MW. Assim:

$$\frac{515\,451}{743\,000} \simeq 0{,}6937 \simeq 69{,}4\%$$

Portanto, a produção realizada por China, Estados Unidos, Alemanha, Índia e França corresponde a, aproximadamente, 69,4% do total.

Para determinar a porcentagem que a produção do Brasil corresponde do total, calculamos:

$$\frac{17\,750}{743\,000} \simeq 0{,}024 = 2{,}4\%$$

Portanto, a produção realizada pelo Brasil corresponde a, aproximadamente, 2,4% do total.

c ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes produzam um texto relacionando o contexto da atividade e o conteúdo estudado, apresentando argumentos críticos e propositivos em relação ao assunto abordado.

## O que eu estudei?

**1.** Realizando os cálculos, temos:

a ) 15% de 95 kg correspondem a 14,25 kg,

pois $\frac{15}{100} \cdot 95 = 0{,}15 \cdot 95 = 14{,}25$.

b ) 20% de 840 g correspondem a 168 g,

pois $\frac{20}{100} \cdot 840 = 0{,}20 \cdot 840 = 168$ .

c ) 35% de 1 520 L correspondem a 532 L,

pois $\frac{35}{100} \cdot 1520 = 0{,}35 \cdot 1520 = 532$.

d ) 42% de 1 300 mL correspondem a 546 mL,

pois $\frac{42}{100} \cdot 1300 = 0{,}42 \cdot 1300 = 546$.

**2.** Na figura **A**, temos um total de 11 quadrados pintados por completo, que pode ser representado pela seguinte razão e porcentagem:

$$\frac{11}{25} = 0{,}44 = 44\%$$

Portanto, nessa figura, 44% estão pintados de laranja.

Na figura **B**, temos um total de 5 quadrados pintados por completo, que pode ser representado pela seguinte razão e porcentagem:

$$\frac{5}{16} = 0{,}3125 = 31{,}25\%$$

Portanto, nessa figura, aproximadamente 31% estão pintados de laranja.

**3.** Se 150 m² representam a medida da área construída de um total de 400 m², então, $\underbrace{250}_{400\,-\,150}$ m² representam a medida da área não construída. Sendo assim, temos a seguinte razão e porcentagem:

$$\frac{250}{400} = 0{,}625 = 62{,}5\%$$

Portanto, 62,5% da área do terreno não está construída.

4. Calculando a porcentagem correspondente a cada gasto, temos:

- Aluguel: $\frac{30}{100} \cdot 2700 = 810$

  Portanto, o valor do gasto com aluguel é R$ 810,00.

- Alimentação: $\frac{25}{100} \cdot 2700 = 675$

  Portanto, o valor do gasto com alimentação é R$ 675,00.

- Saúde: $\frac{12}{100} \cdot 2700 = 324$

  Portanto, o valor do gasto com saúde é R$ 324,00.

- Transporte: $\frac{15}{100} \cdot 2700 = 405$

  Portanto, o valor do gasto com transporte é R$ 405,00.

- Outros: $\frac{18}{100} \cdot 2700 = 486$

  Portanto, o valor do gasto com outras despesas é de R$ 486,00.

5. Denominando $x$ a porcentagem que corresponde à quantidade de meninos, temos:

$$\frac{3}{8} = \frac{x}{100}$$
$$8 \cdot x = 300$$
$$x = \frac{300}{8}$$
$$x = 37,5$$

Portanto, 37,5% dessa turma são meninos.

6. Indicando como $x$ a quantidade total de cálcio a ser ingerida em um dia, em miligramas, temos:

$$\frac{260}{x} = \frac{32,5}{100}$$
$$32,5 \cdot x = 260 \cdot 100$$
$$\frac{32,5x}{32,5} = \frac{26\,000}{32,5}$$
$$x = 800$$

Sendo assim, a quantidade diária a ser ingerida é 800 miligramas.

Portanto, a alternativa correta é a **c**.

7. Considerarmos que o salário de Rubens corresponde a 100% e teve um aumento de 12%, a porcentagem que representa o novo salário de Rubens é $\underbrace{112\%}_{100\% + 12\%}$.

$\frac{112}{100} \cdot 1500 = 1680$, ou seja, R$ 1680,00.

Portanto, Rubens passou a receber R$ 1680,00 após o aumento.

8. Inicialmente, vamos calcular quanto é 60% de 80, ou seja, $\frac{60}{100} \cdot 80 = 48$. Além disso, considerando $x$ a porcentagem que 48 corresponde de 150, obtemos:

$$\frac{48}{150} = \frac{x}{100}$$
$$150 \cdot x = 48 \cdot 100$$
$$\frac{150x}{150} = \frac{4\,800}{150}$$
$$x = 32$$

Portanto 60% de 80 corresponde a 32% de 150.

9. Sendo 200 g a quantidade total do pacote, calculamos a quantidade referente a cada componente:

- Carboidratos:

  $\frac{71}{100} \cdot 200 = 71 \cdot 2 = 142$

  Portanto, há 142 g de carboidratos.

- Gorduras:

  $\frac{16}{100} \cdot 200 = 16 \cdot 2 = 32$

  Logo, há 32 g de gorduras.

- Proteínas:

  $\frac{9,8}{100} \cdot 200 = 9,8 \cdot 2 = 19,6$

  Portanto, há 19,6 g de proteínas.

- Outros:

  $\frac{3,2}{100} \cdot 200 = 3,2 \cdot 2 = 6,4$

  Assim, há 6,4 g de outros componentes.

10. a ) Calculando primeiro a quantidade em reais deste acréscimo, temos:

- 700 − 560 = 140, ou seja, R$ 140,00.
- Indicando por $x$ a porcentagem correspondente ao acréscimo considerado, temos:

$$\frac{560}{140} = \frac{100}{x}$$
$$560 \cdot x = 140 \cdot 100$$
$$\frac{560x}{560} = \frac{14\,000}{560}$$
$$x = 25$$

Portanto, o acréscimo foi 25%.

b ) Como R$ 700,00 representam o valor total e R$ 140,00 representam o desconto para retornar o preço a R$ 560,00, considere $x$ a porcentagem que corresponde ao desconto.

$$\frac{700}{140} = \frac{100}{x}$$
$$700 \cdot x = 140 \cdot 100$$
$$\frac{700x}{700} = \frac{14\,000}{700}$$
$$x = 20$$

Portanto, deve ser dado desconto de 20% para que o valor retorne ao original.

11. O preço do televisor à vista corresponde ao preço total menos o desconto, ou seja, 100% − 13% = 87%.

Sendo assim, calcular 87% de 1100 equivale a efetuar $\frac{87}{100} \cdot 1100 = 0,87 \cdot 1100 = 957$. Com isso, verificamos que o preço do televisor à vista é R$ 957,00.

Analisando a situação e os resultados obtidos, verificamos que a quantia de R$ 965,00 é suficiente para comprar o televisor à vista e ainda vão sobrar R$ 8,00, pois 965 − 957 = 8.

12. Se a proporção é de 11 mulheres para cada 9 homens, então de cada 20 pessoas, 11 são mulheres. Sendo assim, temos a seguinte razão:

$\frac{11}{20} = 0,55$

Portanto, há 55% de mulheres nesse congresso.

**13.** a ) Calculando 30% de 30 L, obtemos:

$$\frac{30}{100} \cdot 30 = 9$$

Portanto, ele adicionou 9 L de etanol.

b ) Considere $x$ a quantidade de gasolina total para que sejam adicionados 6 L de etanol. Sendo assim, temos a seguinte proporção:

$$\frac{x}{6} = \frac{100}{30}$$
$$30 \cdot x = 6 \cdot 100$$
$$\frac{30x}{30} = \frac{600}{30}$$
$$x = 20$$

Portanto, ele abasteceu 20 L de gasolina em seu carro.

**14.** Como R$ 2 300,00 é a quantia total que Valdemar recebia antes do aumento, essa quantia representa 100%. Sendo $x$ o novo salário com o aumento, temos:

$$\frac{2\,300}{x} = \frac{100}{105}$$
$$100 \cdot x = 2\,300 \cdot 105$$
$$100x = 241\,500$$
$$x = \frac{241\,500}{100}$$
$$x = 2\,415$$

Portanto, ele passou a receber R$ 2 415,00 de salário.

**15.** Indicando por $x$ a quantidade total de associados e calculando 30% dos 50% que têm entre 18 e 30 anos, temos:

$$\underbrace{\frac{30}{100}}_{30\%} \cdot \underbrace{\frac{50}{100}}_{50\%} \cdot x = \frac{30 \cdot 50}{10\,000} \cdot x = \frac{1\,500}{10\,000} \cdot x = \frac{15}{100} \cdot x$$

Como $\frac{15}{100} = 0{,}15 = 15\%$, a porcentagem dos associados entre 18 e 30 anos que praticam natação é 15%.

**16.** De acordo com o enunciado, 60% dos 40 estudantes praticam esportes, ou seja, $\frac{60}{100} \cdot 40 = 24$. Assim, 24 estudantes praticam esportes. Considerando que todos os 22 meninos pratiquem esportes, pelo menos 2 meninas devem praticar algum esporte.

**17.** Considerando que a barra com 250 gramas corresponde a 100%, e denominando como $x$ esta porcentagem, temos:

$$\frac{250}{200} = \frac{100}{x}$$
$$250 \cdot x = 200 \cdot 100$$
$$\frac{250x}{250} = \frac{20\,000}{250}$$
$$x = 80$$

Sendo assim, 200 gramas correspondem a 80% de 250 gramas. Se o preço tivesse decrescido na mesma proporção, teríamos $\frac{80}{100} \cdot 5 = 4$, ou seja, a barra com 200 gramas deveria custar R$ 4,00.

Sendo R$ 4,00 o preço total da barra de 200 gramas, vamos determinar o aumento percentual $y$ para que seja cobrado R$ 5,00 por esta barra.

$$\frac{4}{5} = \frac{100}{y}$$
$$4 \cdot y = 5 \cdot 100$$
$$\frac{4y}{4} = \frac{500}{4}$$
$$y = 125$$

Assim, o aumento percentual foi $\underbrace{25\%}_{125\% - 100\%}$.

Portanto, a alternativa correta é a **d**.

**18.** a ) Sendo R$ 599,00 o preço pago, R$ 150,00 a entrada e $p$ o valor da parcela, obtemos a equação $5p + 150 = 599$.

Resolvendo-a, obtemos:

$$5p + 150 = 599$$
$$5p + 150 - 150 = 599 - 150$$
$$\frac{5p}{5} = \frac{449}{5}$$
$$p = 89{,}80$$

Portanto, o valor de cada parcela é R$ 89,80.

b ) Pagando à vista, há um desconto de 15%, ou seja, 100% − 15% = 85% do valor total. Assim:

$\frac{85}{100} \cdot 599 = 509{,}15$.

Logo, o preço à vista dessa bicicleta é R$ 509,15. A diferença entre o preço a prazo e o preço à vista é R$ 89,85, pois 599 − 509,15 = 89,85.

Portanto, o valor pago a mais é de R$ 89,85.

**19.** a ) Se Suzana realizar o pagamento no dia 2, então terá um desconto de 6,25%, isto é, pagará o correspondente a $\underbrace{93{,}75\%}_{100\% - 6{,}25\%}$.

Assim: $\frac{93{,}75}{100} \cdot 480 = 450$.

Portanto, o valor da taxa de condomínio no dia 2 será R$ 450,00.

b ) Se Suzana realizar o pagamento no dia 5, será no valor de R$ 450,00.

c ) Se Suzana realizar o pagamento no dia 6, significa que ela teve um atraso de 1 dia. Logo, deve pagar o valor total mais a multa de 2% mais 0,025% de R$ 480,00.

$480 + \frac{2}{100} \cdot 480 + \frac{0{,}025}{100} \cdot 480 =$
$= 480 \cdot (1 + 0{,}02 + 0{,}00025) =$
$= 480 \cdot 1{,}02025 = 489{,}72$.

Portanto, o valor da taxa de condomínio no dia 6 será R$ 489,72.

d ) Se Suzana realizar o pagamento no dia 10, significa que ela teve um atraso de 5 dias, ou seja, vai pagar o valor total mais a multa de 2% mais 5 vezes a multa diária de 0,025% de R$ 480,00.

$480 + \frac{2}{100} \cdot 480 + 5 \cdot \frac{0{,}025}{100} \cdot 480 =$
$= 480 \cdot (1 + 0{,}02 + 5 \cdot 0{,}00025) =$
$= 480 \cdot 1{,}02125 = 490{,}20$

Portanto, o valor da taxa de condomínio no dia 10 será R$ 490,20.

## Unidade 11 Estatística e probabilidade

### Atividades

**1.** a ) Sabendo que a tabela e o gráfico representam a mesma informação, verificamos que:
*A*: 18,7; *B*: 52,7; *C*: 13,3; *D*: 13.

b ) A maior quantia em dólares foi gasta em Pequim no ano 2008. A menor quantia em dólares foi gasta no Rio de Janeiro no ano 2016.

c ) Calculando a diferença entre estes valores obtemos $52{,}7 - 18{,}7 = 34$, isto é, 34 bilhões de dólares.

**2.** a ) A menor medida de temperatura ocorreu no dia 1º de julho. Essa medida foi 1 °C.

b ) Os dias 1 e 3 apresentaram a mesma medida de temperatura máxima, que é 17 °C.

c ) No dia 1, houve a maior diferença entre as medidas de temperatura máxima (17 °C) e mínima (1 °C) registradas. A diferença foi 16 °C.

**3.** a ) Para determinar a quantidade de medalhas conquistadas pelo Brasil, devemos adicionar a quantidade de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas:
$55 + 45 + 71 = 171$
Portanto, o Brasil conquistou 171 medalhas.

b ) De acordo com o gráfico, verificamos que os Estados Unidos conquistaram mais medalhas. Calculando a quantidade de medalhas, obtemos 293 medalhas, ou seja, $120 + 88 + 85 = 293$.

c ) México e Canadá conquistaram entre 100 e 160 medalhas.

d ) Como Canadá conquistou 35 medalhas de ouro e Cuba conquistou 33 medalhas de ouro, calculamos a diferença entre essas quantidades, que é dada por $35 - 33 = 2$. Portanto, o Canadá conquistou 2 medalhas de ouro a mais do que Cuba.

e ) Como os Estados Unidos conquistaram 85 medalhas de bronze e o México conquistou 63 medalhas de bronze, a diferença de medalhas de bronze é dada por $85 - 63 = 22$. Portanto, o México conquistou 22 medalhas de bronze a menos do que os Estados Unidos.

**4.** a ) No mês de fevereiro, houve o maior consumo de água. Essa quantidade foi 23 m³.

b ) Adicionando os valores desses 5 meses consecutivos, obtemos:
$23 + 20 + 22 + 19 + 17 = 101$
Portanto, foram consumidos 101 m³.

c ) O mês de menor consumo foi junho, com medida de 17 m³, e o mês de maior consumo foi fevereiro, com medida de 23 m³. Calculando a diferença entre esses meses, obtemos $23 - 17 = 6$, isto é, foram registrados 6 m³ a menos no mês de menor consumo em relação ao mês de maior consumo.

**5.** a ) De acordo com o gráfico, em 2017 houve a maior produção de maçãs. Como as informações estão apresentadas em 1 000 toneladas, calculamos $1308 \cdot 1000 = 1308000$. Portanto, em 2007 houve uma produção de aproximadamente 1 308 000 t de maçãs.

b ) A produção diminuiu. Calculando essa diferença, temos $1223 - 983 = 240$, que em toneladas representa $240 \cdot 1000 = 240000$, ou seja, aproximadamente 240 000 t.

c ) Entre os anos de 2016 e 2017, houve o maior aumento de produção ocorrido de um ano para outro. Calculando a diferença entre essa produção, temos $1308 - 1055 = 253$, que em toneladas representa uma diferença de 253 000 t, pois $253 \cdot 1000 = 253000$.

d ) Entre os anos de 2018 e 2019, houve o menor aumento na produção ocorrido de um ano para outro.

e ) A produção foi superior a de 2018 nos anos de 2015, 2017 e 2019.

**6.** a ) De acordo com as informações do gráfico, podemos observar que a maior porcentagem está relacionada ao consumo de petróleo e derivados.

b ) O consumo de carvão mineral foi a fonte de energia para 27% da população mundial e o consumo de gás natural foi a fonte de energia para 23%. Calculando a diferença entre essas porcentagens, obtemos $27 - 23 = 4$. Portanto, foram consumidos, aproximadamente, 4% a mais de carvão mineral do que de gás natural.

c ) A porcentagem aproximada foi 19%, pois $14 + 5 = 19$.

d ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes exercitem o senso crítico e a capacidade de argumentação para responderem e justificarem suas opiniões.

e ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes citem ações como apagar as luzes quando não houver pessoas nos ambientes, reduzir o tempo no banho, fazer uso da bicicleta como meio de transporte e preferir fontes de energia renováveis.

**7.** a ) O carvão foi a fonte de energia que gerou a maior produção de $CO_2$.

b ) A diferença entre as fontes de emissão de $CO_2$ citadas é aproximadamente 13% ($34 - 21 = 13$).

c ) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:
Qual foi, ao todo, a porcentagem aproximada de $CO_2$ liberada por petróleo e gás natural? Resposta: 55%.

d ) Ao construir a tabela no Calc, devemos lembrar de inserir um título, as informações correspondentes da tabela e a fonte das informações.

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | Emissão aproximada de $CO_2$ no mundo por fonte de energia – 2019 | |
| 2 | Combustível | Emissão (em %) |
| 3 | Carvão | 44 |
| 4 | Gás natural | 21 |
| 5 | Petróleo | 34 |
| 6 | Outros | 1 |
| 7 | Fonte de pesquisa: IEA. Disponível em: https://www.iea.org/data-and-statistics/data-browser?country=WORLD&fuel=CO2%20emissions&indicator=CO2BySource. Acesso em: 21 mar. 2022. | |

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Para construir o gráfico, podemos proceder da seguinte maneira.

1º. Insira os dados no Calc, conforme apresentado a seguir. Selecione as células com os dados clicando em **A1** e mantendo o botão pressionado para arrastar até a célula **B5**.

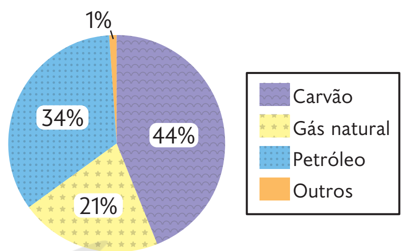
| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | Combustível | Emissão (em %) |
| 2 | Carvão | 44 |
| 3 | Gás natural | 21 |
| 4 | Petróleo | 34 |
| 5 | Outros | 1 |

SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

2º. Clique no menu **Inserir** e selecione a opção **Gráfico** ou, então, clique diretamente no botão **Inserir gráfico**. Na janela **Assistente de gráficos**, selecione **Tipo de gráfico** e escolha **Pizza.** Ainda nessa janela, selecione **Elementos do gráfico**, preencha o título "Emissão aproximada de $CO_2$ no mundo por fonte de energia – 2019", deixe a opção **Exibir legenda** habilitada e clique em **Finalizar**.

3º. Para exibir os valores dos setores, dê um clique duplo no gráfico. Em seguida, clique com o botão direito sobre um setor e escolha **Inserir rótulo de dados**. Depois, clique com o botão direito, escolha **Formatar rótulo de dados** e altere os atributos de texto para **Valor como porcentagem**. Como não há um campo para inserir a fonte de pesquisa, digite a informação em uma célula abaixo do gráfico.

**Emissão aproximada de $CO_2$ no mundo por fonte de energia — 2019**




Fonte de pesquisa: IEA. Disponível em: https://www.iea.org/data-and-statistics/data-browser?country=WORLD&fuel=CO2%20emissions&indicator=CO2BySource. Acesso em: 21 mar. 2022.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

e ) Resposta pessoal. Sugestão de resposta: É importante reduzirmos a emissão de $CO_2$, pois o excesso de dióxido de carbono na atmosfera é tóxico para os seres humanos, prejudicando a saúde e a qualidade de vida, principalmente de idosos e crianças.

f ) Espera-se que os estudantes encontrem em sua pesquisa algumas consequências da emissão de gás carbônico em excesso na atmosfera, tais como o agravamento de doenças cardiopulmonares; o desequilíbrio climático; as médias de temperaturas máxima e mínimas mais extremas; o aumento da acidez na água do mar. Algumas atitudes que podem ser tomadas para diminuir a emissão de $CO_2$ são: uso de energia renovável; redução de desmatamento e queimadas; uso de meios de transporte menos poluentes ou alternativos; incentivo ao reflorestamento; incentivo à agricultura sustentável.

**8.** a ) Adicionando as quantidades informadas de acordo com o tipo de combustível, temos:

$237\,394 + 1\,336\,702 + 33\,239 = 1\,607\,335$

Portanto, em 2020 foram produzidos 1607335 automóveis.

b ) De acordo com o item **a**, sabemos que, em 2020, foram produzidos 1607335 automóveis. Deste modo, organizamos as informações no seguinte quadro.

| Quantidade de automóveis | Porcentagem |
|---|---|
| 1607335 | 100 |
| 33 239 | *x* |

Utilizando regra de três, podemos obter o valor de *x*.

$$\frac{1\,607\,335}{33\,239} = \frac{100}{x}$$

$$1\,607\,335x = 33\,239 \cdot 100$$

$$x = \frac{3\,323\,900}{1\,607\,335}$$

$$x \simeq 2$$

Portanto, aproximadamente 2% da produção de 2020 correspondem a automóveis movidos a *diesel*.

c ) Para resolver esse item, efetuamos uma subtração entre as duas quantidades informadas.

$1\,336\,702 - 237\,394 = 1\,099\,308$

Logo, a diferença é 1099308 automóveis.

Para obter a porcentagem referente a essa quantidade, novamente usamos a regra de três como estratégia.

| Quantidade de automóveis | Porcentagem |
|---|---|
| 1607335 | 100 |
| 1099308 | *x* |

$$\frac{1\,607\,335}{1\,099\,308} = \frac{100}{x}$$

$$1\,607\,335x = 1\,099\,308 \cdot 100$$

$$x = \frac{109\,930\,800}{1\,607\,335}$$

$$x \simeq 68$$

Portanto, aproximadamente 68% da produção de 2020 correspondem à diferença entre a produção de automóveis *flex fuel* e a de automóveis movidos a gasolina.

d ) Para construirmos um gráfico de setores no Calc, fazemos:

1º. Insira os dados no Calc, conforme apresentado a seguir. Selecione as células com os dados clicando em **A1** e mantendo o botão pressionado para arrastar até a célula **B4**.

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | Combustível | Quantidade |
| 2 | Gasolina | 237 394 |
| 3 | *Flex fuel* | 1 336 702 |
| 4 | *Diesel* | 33 239 |

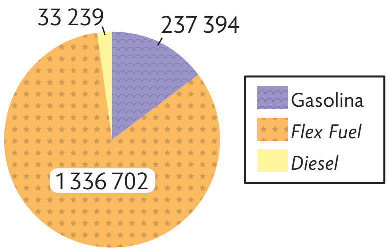
SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

2º. Clique no menu **Inserir** e selecione a opção **Gráfico** ou, então, clique diretamente no botão **Inserir gráfico**. Na janela **Assistente de gráficos**, selecione **Tipo de gráfico** e escolha ***Pizza***. Ainda nessa janela, selecione **Ele-**

**mentos do gráfico**, preencha o título “Produção de automóveis por tipo de combustível – 2020”, deixe a opção **Exibir legenda** habilitada e clique em **Finalizar**.

3º. Para exibir os valores dos setores, dê um clique duplo no gráfico. Em seguida, clique com o botão direito sobre um setor e escolha **Inserir rótulo de dados**. Como não há um campo para inserir a fonte de pesquisa, digite a informação em uma célula abaixo do gráfico. Como não há campo para inserir a fonte de pesquisa, digite a informação em uma célula abaixo do gráfico.

Produção de automóveis por tipo de combustível – 2020




Fonte de pesquisa: ANFAVEA. Anuário. Disponível em: https://anfavea.com.br/anuario2021/anuario.pdf. Acesso em: 21 mar. 2022.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**Questão 1.** Calculando a nova média, obtemos:

$$\frac{9 + 8 + 7{,}5 + 8{,}5 + 8 + 9 + 6}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

Portanto, a média permaneceria igual.

A amplitude mudaria, pois, como a maior nota é 9 e a menor nota é 6, a diferença passa a ser $9 - 6 = 3$, isto é, a amplitude seria maior.

**Questão 2.** Sabemos que o peso da avaliação curricular é 4 e o peso da entrevista é 6. Assim, calculando a média ponderada, temos:

$$\frac{10 \cdot 4 + 7 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{82}{10} = 8{,}2$$

Portanto, a nota média de Ana foi 8,2.

## Atividades

**9.** a ) O mês de outubro apresentou o maior IPCA. O mês de dezembro apresentou o menor IPCA.

b ) A média aritmética é dada por:

$$\frac{1{,}16 + 1{,}25 + 0{,}95 + 0{,}73}{4} = \frac{4{,}09}{4} = 1{,}0225$$

Portanto, a média aritmética mensal aproximada nesse quadrimestre foi 1,02%.

**10.** a ) Inicialmente, vamos calcular a média e a amplitude das receitas da loja **A**.

Média: $\frac{95 + 100 + 130 + 105 + 170 + 180}{6} = \frac{780}{6} = 130$, ou seja, R$ 130,00.

Amplitude: $180 - 95 = 85$, ou seja, R$ 85,00.

Calculando a média e a amplitude das receitas da loja **B**, temos:

média: $\frac{130 + 124 + 110 + 98 + 170 + 156}{6} = \frac{788}{6} \simeq 131{,}00$, ou seja, aproximadamente, R$ 131,00.

Amplitude: $170 - 98 = 72$, ou seja, R$ 72,00.

b ) A loja **B** teve a receita mais homogênea nessa semana, pois as receitas dela têm uma menor amplitude quando comparada à das receitas da loja **A**.

**11.** a ) Como $\frac{5 + 7 + 8 + 7}{4} = \frac{27}{4} = 6{,}75$, a média aritmética das notas de Rui foi 6,75.

b ) Como $\frac{5 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 7 \cdot 4}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{71}{10} = 7{,}1$, a média ponderada das notas de Rui foi 7,1.

c ) Rui não seria aprovado com a média obtida no cálculo da média aritmética, pois obteve nota igual a 6,5. Rui seria aprovado se o resultado fosse obtido no cálculo da média ponderada, pois alcançou nota igual a 7,1.

**12.** a ) A nota 4 recebeu mais indicações. A nota 1 recebeu menos indicações.

b ) Para calcularmos a média no Calc, procedemos da seguinte maneira.

1º. Copie as informações do quadro correspondentes à satisfação dos entrevistados com relação à empresa no intervalo **A1:B6**.

2º. Na célula **A7**, digite o texto “Média ponderada”. Em seguida, na célula **B7**, digite a fórmula **= SOMARPRODUTO (A2:A6;B2:B6)/SOMA(B2:B6)** e pressione **Enter**.

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | Nota | Quantidade de entrevistados |
| 2 | 1 | 32 |
| 3 | 2 | 81 |
| 4 | 3 | 100 |
| 5 | 4 | 195 |
| 6 | 5 | 192 |
| 7 | Média ponderada: | 3,72333333333333 |

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**13.** a ) Sugestão de resposta: Uma pesquisa censitária é realizada com toda a população, enquanto uma pesquisa amostral é feita com uma parte da população.

b ) Censitária, pois era possível entrevistar todos os colegas da turma.

c ) Adilson utilizou gráfico e texto com dados estatísticos.

d ) A banana foi a fruta que recebeu a menor quantidade de votos (3). Usando regra de três, calculamos a porcentagem correspondente a essa quantidade.

| Porcentagem | Quantidade de votos |
|---|---|
| 100 | 32 |
| $x$ | 3 |

$$100 \cdot 3 = 32x$$

$$\frac{300}{32} = \frac{32x}{32}$$

$$x = 9{,}375$$

Portanto, a banana recebeu, aproximadamente, 9,38% dos votos.

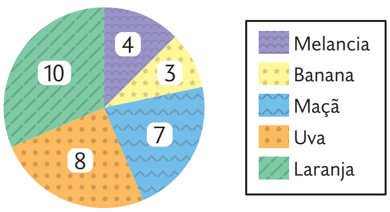
e ) Para construir um gráfico de setores no Calc, realizamos os procedimentos indicados a seguir.

1º. Copie os valores da atividade no Calc e selecione todas as informações.

2º. Clique no menu **Inserir** e selecione a opção **Gráfico** ou, então, clique diretamente no botão **Inserir gráfico**. Na janela **Assistente de gráficos**, selecione **Tipo de gráfico** e escolha ***Pizza***. Ainda nessa janela, selecione **Elementos do gráfico**, preencha o título "Fruta preferida pelos colegas da turma de Adilson – novembro de 2023", deixe a opção **Exibir legenda** habilitada e clique em **Finalizar**.

3º. Para exibir os valores dos setores, dê um clique duplo no gráfico. Em seguida, clique com o botão direito sobre um setor e escolha **Inserir rótulo de dados**. Como não há um campo para inserir a fonte de pesquisa, digite a informação em uma célula abaixo do gráfico.

Fruta preferida pelos colegas da turma de Adilson – novembro de 2023




Fonte de pesquisa: registros de Adilson.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**14.** a ) A população desse tema de pesquisa são todos os eleitores desse estado, ou seja, 345 500 eleitores de um estado e a amostra, os 35 225 eleitores entrevistados.

b ) A população desse tema de pesquisa são todos os estudantes da escola e a amostra, os 450 estudantes entrevistados.

c ) A população desse tema de pesquisa são os ocupantes das poltronas e a amostra, os 85 ocupantes entrevistados.

**15.** a ) Para os domicílios com acesso à internet, o tipo de pesquisa mais adequado é o censitário.

b ) Para a preferência dos consumidores por determinada marca de produto, o tipo de pesquisa mais adequado é o amostral.

c ) Para a população rural e urbana de um município, o tipo de pesquisa mais adequado é o censitário.

d ) Para a aprovação do presidente de um país, o tipo de pesquisa mais adequado é o amostral.

**16.** Não, pois a população pesquisada são os funcionários da empresa que é dona da marca.

**17.** Tema: Satisfação dos moradores com o serviço de coleta de lixo no município.

Questionário: Já foi definido pela prefeitura.

Público-alvo: Adultos, moradores do município estudado.

a ) Não, pois os adultos têm uma melhor percepção referente à qualidade do serviço de coleta de lixo.

b ) Sugestão de resposta: Nas residências, por se tratar de um serviço público oferecido no bairro.

c ) Não, pois pode demandar muito tempo entrevistar todos os moradores.

d ) A pesquisa é amostral.

e ) Resposta pessoal.

**Questão 4.** Adicionando a quantidade de lançamentos, obtemos $12 + 12 + 11 + 12 + 12 + 11 = 70$. Portanto, Sara fez nesse experimento 70 lançamentos.

## Atividades

**18.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes compartilhem o resultado de suas pesquisas com os colegas, agregando conhecimento e validando as informações.

**19.** a ) São 2 resultados possíveis: cara ou coroa.

b ) A probabilidade é 1 em 2 ou, ainda, $\frac{1}{2} = 0{,}5 = \frac{50}{100} = 50\%$.

**20.** a ) Como o espaço amostral é o conjunto de todos os resultados possíveis, temos:

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

b ) A probabilidade de sair o número 12 é 1 em 20, ou seja, $\frac{1}{20} = 0{,}05 = \frac{5}{100} = 5\%$.

c ) A probabilidade de um número sorteado ser ímpar é 10 em 20, ou seja, $\frac{10}{20} = 0{,}5 = \frac{50}{100} = 50\%$.

d ) Como existem 11 números com dois algarismos, a probabilidade é 11 em 20, ou seja, $\frac{11}{20} = 0{,}55 = \frac{55}{100} = 55\%$.

e ) Nesse espaço amostral, há 8 números primos, que são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

Nesse caso, a probabilidade de um número sorteado ser primo é 8 em 20, ou seja, $\frac{8}{20} = 0{,}4 = \frac{40}{100} = 40\%$.

**21.** a ) Cada estudante fará 10 lançamentos e o grupo será formado por 4 estudantes. Então, a quantidade de lançamentos do grupo deve ser igual a 40.

b ) A resposta depende do resultado do experimento.

c ) Cada um dos resultados tem a mesma chance de ocorrer e a probabilidade de aparecer determinada face é representada pela fração $\frac{1}{6}$. Sendo assim, em 1200 lançamentos, espera-se obter 200 pontos para determinada pontuação, pois $1200 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1200}{6} = 200$.

Portanto, espera-se obter aproximadamente 200 resultados com pontuação 3 e 200 resultados com pontuação 5.

**22.** Inicialmente, vamos determinar o espaço amostral desse evento.

| | | |
|---|---|---|
| $1 + 1 = 2$ | $2 + 1 = 3$ | $3 + 1 = 4$ |
| $1 + 2 = 3$ | $2 + 2 = 4$ | $3 + 2 = 5$ |
| $1 + 3 = 4$ | $2 + 3 = 5$ | $3 + 3 = 6$ |

Desta maneira, verificamos que existem 9 possibilidades de somas e, dessas, 5 são resultados pares. Portanto, a alternativa correta é a **b**.

**23.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Para realizar 20 sorteios com números de 0 até 50, procedemos da seguinte maneira.

Na célula **A1**, digite **= ALEATÓRIOENTRE(1;50)** e pressione **Enter**.

Clique na **Alça de preenchimento automático**, mantendo o botão pressionado, e arraste, por exemplo, até a célula **A20**. Os demais números sorteados serão exibidos.

Para descobrir a porcentagem de vezes que o número 7 foi sorteado, executamos os seguintes procedimentos.

Em uma célula vazia, digite a fórmula **= CONT.SE(A1:A20;7)** e pressione **Enter**.

Divida o resultado por 20, represente em forma de fração com denominador igual a 100 e anote a porcentagem.

## O que eu estudei?

**1.** A menor porcentagem de estudantes com aprendizado adequado em Matemática ocorreu em 2013. A menor porcentagem de estudantes com aprendizado adequado em Língua Portuguesa ocorreu em 2011.

**2.** Calculando a média anterior, obtemos:

$$\frac{18+16+17+13+14+1+19+14+16+12}{10}=\frac{140}{10}=14,$$

ou seja, 14 pontos.

Para calcular a nova média, devemos descartar a maior e a menor nota atribuída.

$\frac{18+16+17+13+14+14+16+12}{8}=\frac{120}{8}=15$, ou seja, 15 pontos.

Portanto, a nova média é 1 ponto maior em relação à media anterior. Logo, a alternativa correta é a **b**.

**3.** a ) Calculando a porcentagem com relação à quantidade de votos, temos:

$$11900\cdot\frac{36}{100}=\frac{428400}{100}=4284$$

Portanto, a candidata eleita teve 4 284 votos.

b ) A diferença em porcentagem na quantidade de votos obtida por esses dois candidatos foi 30% − 26% = 4%. Assim:

$11900\cdot\frac{4}{100}=\frac{47600}{100}=476$, ou seja, 476 votos.

c ) Calculando a porcentagem, temos:

$11900\cdot\frac{8}{100}=\frac{95200}{100}=952$, ou seja, 952 votos foram brancos ou nulos.

**4.** a ) O cargo é o de diretor de *marketing*. O cargo de maior salário na empresa **A** é o de diretor executivo.

b ) Calculando a média salarial dos diretores da empresa **A**, obtemos:

$\frac{8500+10200+9600}{3}=\frac{28300}{3}\simeq 9433{,}33$, ou seja, aproximadamente R$ 9433,33.

Calculando a média salarial dos diretores da empresa **B**, obtemos:

$\frac{9200+9900+9500}{3}=\frac{28600}{3}\simeq 9533{,}33$, ou seja, aproximadamente R$ 9533,33.

Logo, a empresa **B** apresenta a maior média salarial.

c ) Amplitude do salário na empresa **A**: 10 200 − 8 500 = 1700, ou seja, R$ 1700,00.

Amplitude do salário na empresa **B**: 9 900 − 9 200 = 700, ou seja, R$ 700,00.

**5.** a ) A quantidade de resultados possíveis é $6\cdot 6=36$, ou seja, são 36 os resultados possíveis.

b ) Cada um dos resultados tem a mesma chance de acontecer e existem 3 chances de obter um número par e a letra C em um lançamento. Desse modo, calculamos:

$$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}\simeq 0{,}08=\frac{8}{100}=8\%$$

Portanto, a probabilidade é, aproximadamente, 8%.

c ) Cada um dos resultados tem a mesma chance de acontecer e existem 6 chances de obter um número ímpar e a letra ser uma vogal em um lançamento. Desse modo, calculamos:

$6\cdot\frac{1}{36}=\frac{6}{36}\simeq 0{,}17=\frac{17}{100}=17\%$. Portanto, a probabilidade é de, aproximadamente, 17%.

d ) Contando inicialmente cada uma das quantidades, verificamos que 3 números são primos: 2, 3 e 5. Além disso, temos 4 consoantes: B, C, D e F. Logo, temos 12 em 36 chances, ou seja, $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}\simeq 0{,}33=\frac{33}{100}=33\%$. Portanto, a probabilidade é, aproximadamente, 33%.

## Unidade 12 Transformações de figuras

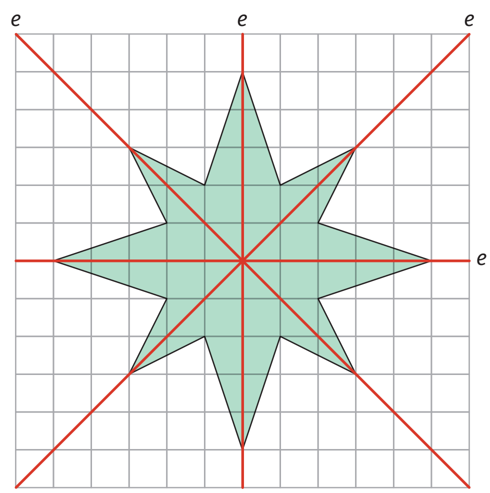
**Questão 1.** As figuras **A** e **C** têm simetria axial, pois são as únicas que apresentam duas partes que se sobrepõem se as "dobrarmos" ao longo da reta formada pelo eixo *e*.

### Atividades

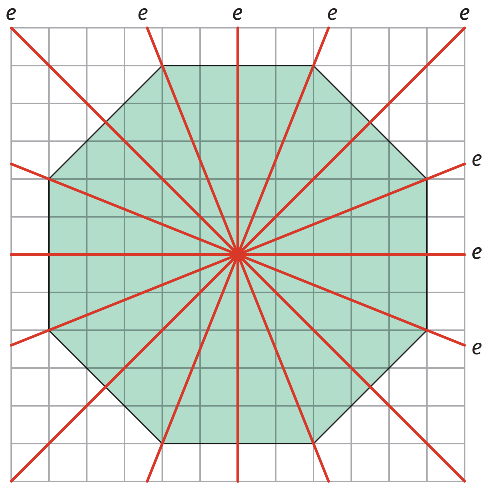
**1.** A linha *e* representa um eixo de simetria nas figuras **A**, **B**, **D** e **F**, pois elas apresentam duas partes opostas iguais, separadas pelo eixo *e*.

**2.** Traçando todos os eixos de simetria em cada uma das figuras, temos:

a )

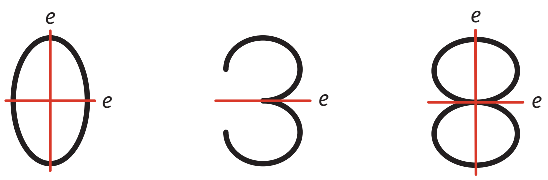



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

b ) 


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

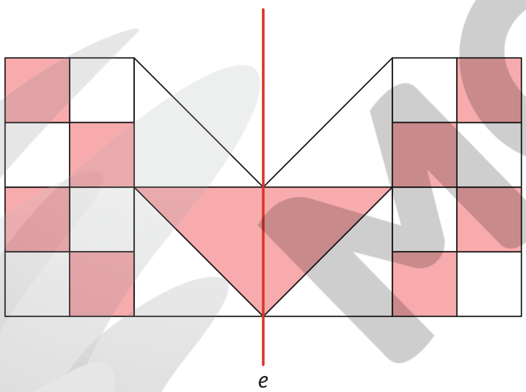
**3.** a ) De acordo com os traçados apresentados, os algarismos que têm eixo de simetria são 0, 3 e 8. Esboçando a representação desses eixos, temos:




ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

b ) Os algarismos que têm mais de um eixo de simetria são 0 e 8, com dois eixos de simetria cada um.

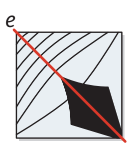
**4.** A imagem que completa o mosaico adequadamente está representada na alternativa **B**.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

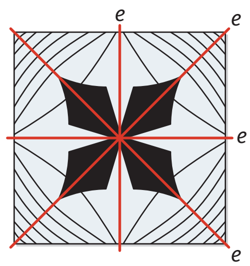
**5.** As alternativas são **B** e **D**, pois apresentam figuras iguais de modo espelhado. Na alternativa **A**, não há simetria por reflexão entre as figuras dos dois lados do eixo *e*, e sim por rotação. Já na alternativa **C**, as figuras não são simétricas.

**6.** a ) No padrão representado na figura **1**, há 1 eixo de simetria.




HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

No padrão representado na figura **3**, há 4 eixos de simetria.




HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

b ) Resposta pessoal. O item **a** depende do desenho dos estudantes. Certifique-se de que eles utilizem padrões geométricos em suas criações.

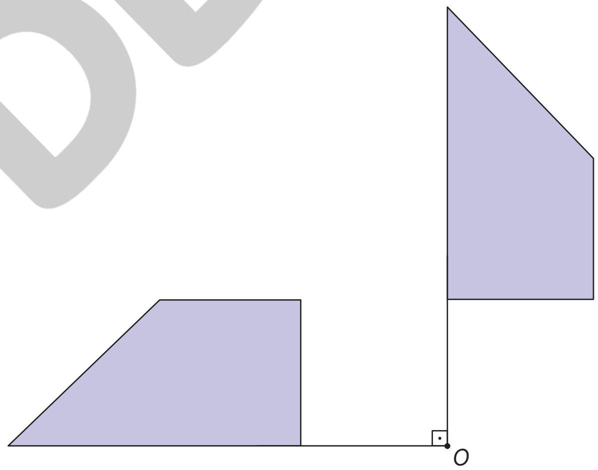
**7.** Rogério cometeu um erro na figura **A**, pois, além de os pontos correspondentes aos vértices das duas figuras – uma de cada lado do eixo *e* – não terem a mesma distância até o eixo, eles não são simétricos por reflexão.

**8.** A figura **2** é simétrica à figura **1** por rotação na alternativa **A**, pois nessa alternativa a figura permanece a mesma após ser rotacionada em determinado ângulo em relação ao ponto *O*.

**9.** A. A figura **1** rotacionou 90° em relação ao ponto *O*.

B. A figura **1** rotacionou 100° em relação ao ponto *O*.

**10.** A figura apresentada na alternativa **E** é simétrica por rotação à figura dada, conforme as condições do enunciado.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

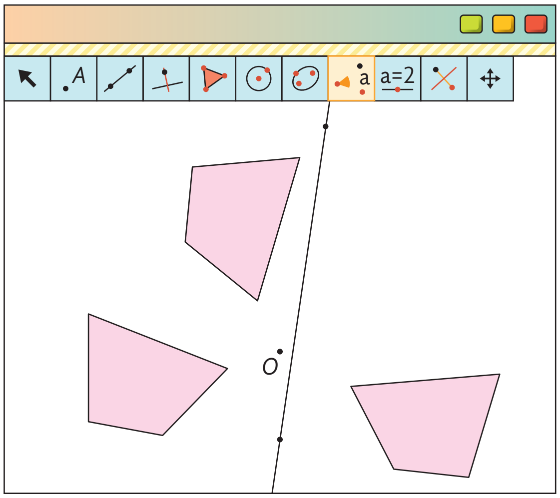
**11.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Para realizar a construção no GeoGebra, executamos os procedimentos a seguir.

1º) Com a ferramenta **Polígono**, construa um polígono qualquer. Depois, com a ferramenta **Reta**, clique em dois pontos distintos para traçar uma reta e, com a ferramenta **Ponto**, clique e marque um ponto aleatório.

2º) Com a ferramenta **Reflexão em Relação a uma Reta**, clique no polígono e, depois, na reta.

3º) Com a ferramenta **Rotação em Torno de um Ponto**, clique no polígono inicial e, depois, no ponto. No campo **Ângulo** da janela que será exibida, digite a medida do ângulo, ou seja, 85°, escolha o sentido horário e clique em **OK**.




SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**12.** a ) Sugestão de resposta: As paredes cobertas por mosaicos geométricos do Palácio na Alhambra, na cidade de Granada, na Espanha, foi o que despertou o interesse de Escher.

b ) Nessa criação de Escher, está presente a simetria de rotação, pois ela apresenta três imagens idênticas e rotacionadas em torno de um ponto central.

c ) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes apresentem um texto enriquecido com o resultado de suas pesquisas, usando sua capacidade de comunicação e desenvolvendo o senso estético, crítico e argumentativo em suas produções.

d ) Para permanecer a mesma, a obra *Serpentes* deve ser rotacionada em 120°.

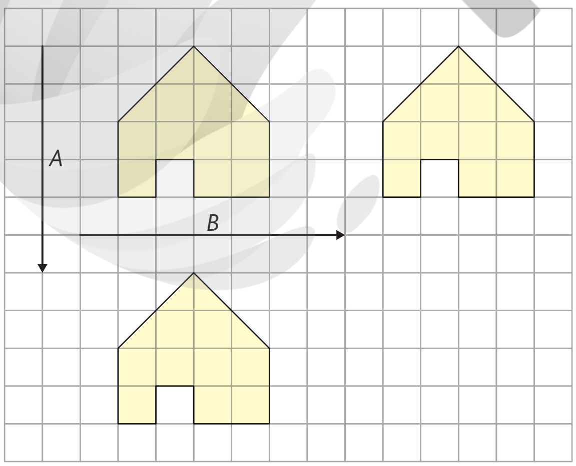
**13.** No item **A**, pois a figura **2** está transladada na direção horizontal, em 7 unidades para a direita.

**14.** A figura **2** está transladada na direção horizontal, 4 unidades à direita da figura **1**, representada pela seta *H*.

A figura **3** está transladada 5 unidades para cima da figura **1**, representada pela seta *B*.

A figura **4** está transladada na direção horizontal, 5 unidades à esquerda da figura **1**, representada pela seta *F*.

**15.** As figuras que representam as imagens simétricas por translação, com sentido, direção e distância, de acordo com as setas *A* e *B* são:




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

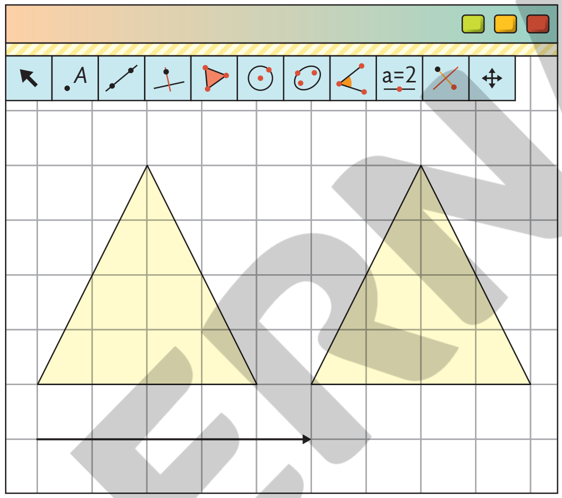
**16.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Para realizar a construção no GeoGebra, executamos os seguintes procedimentos.

1º) Com a ferramenta **Polígono**, construa um polígono qualquer.

2º) Com a ferramenta **Vetor**, clique em dois pontos distintos para delimitar as extremidades da seta, que será a referência para a medida da distância, a direção e o sentido da translação.

Resposta pessoal. Sugestão de resposta:



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

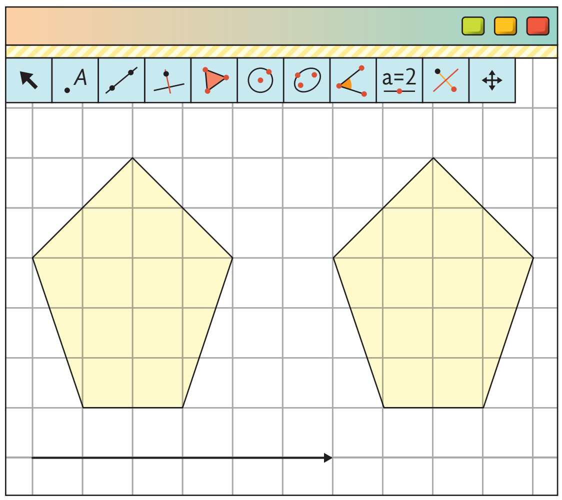
**17.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Para realizar a construção no GeoGebra, procedemos da seguinte maneira.

1º) Com a ferramenta **Polígono**, construa um polígono qualquer.

2º) Com a ferramenta **Vetor**, clique em dois pontos distintos para delimitar as extremidades da seta, que será a referência para a medida da distância, a direção e o sentido da translação.

Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

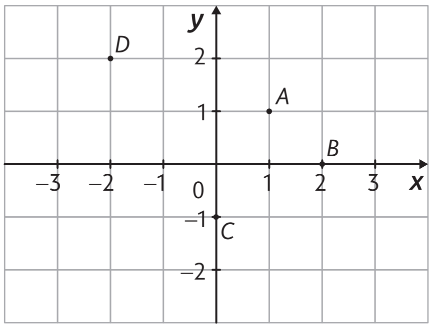


SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**Questão 2.** As coordenadas dos pontos são $H(-3, 0)$, $O(0, 0)$ e $W(0, -1)$.

## Atividades

**18.** Indicando os pontos *A*, *B*, *C* e *D* no plano cartesiano construído na malha quadriculada, temos:




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**19.** a ) As coordenadas dos pontos indicados no plano cartesiano são:

$A(0, 3)$, $B(-4, 0)$, $C(-3, -1)$, $D(-1, 1)$, $E(3, -2)$, $F(3, 2)$, $G(-3, -4)$, $H(-3, 4)$, $I(-3, 2)$, $J(2, 4)$, $K(1, -2)$.

b ) Os pares de pontos *G* e *H*, *E* e *F* são simétricos por reflexão em relação ao eixo *x*. Os pares de pontos *I* e *F* são simétricos por reflexão em relação ao eixo *y*. Esses pontos são simétricos por reflexão, pois estão a uma mesma distância de cada um dos eixos mencionados, porém em lados opostos.

**20.** De acordo com as informações, as coordenadas dos pontos são:

$$A(-6, 8),\ B\left(\underbrace{-3}_{\frac{-6}{2}}, -1\right),\ C(3, -1),\ D\left(3, \underbrace{6}_{-1+7}\right).$$

**21.** a ) De acordo com o plano cartesiano apresentado, temos:

$A(-5, -1)$, $B(-4, -3)$, $C(5, -4)$, $D(5, -1)$, $E(0, -2)$.

b ) As coordenadas dos vértices do pentágono simétrico ao pentágono *ABCDE* serão:

$A'(-5, 1)$, $B'(-4, 3)$, $C'(5, 4)$, $D'(5, 1)$, $E'(0, 2)$.

**22.** Em relação ao eixo *x*, são simétricos por reflexão os polígonos **5** e **7**, pois os vértices do polígono **5** são $(-3, 1)$, $(-3, 3)$, $(-1, 3)$, $(-2, 1)$ e os vértices do polígono **7** são $(-3, -1)$, $(-3, -3)$, $(-1, -3)$, $(-2, -1)$, respectivamente.

Em relação ao eixo *y*, são simétricos por reflexão os polígonos **3** e **1**, pois os vértices do polígonos **3** são $(-2, 4)$, $(-2, 6)$, $(-4, 4)$ e os vértices do polígono **1** são $(2, 4)$, $(2, 6)$, $(4, 4)$, assim como os polígonos **6** e **9**, pois o polígono **6** tem vértices $(-7, -2)$, $(-7, -4)$, $(-5, -4)$, $(-5, -2)$ e os vértices do polígono **9** são $(7, -2)$, $(7, -4)$, $(5, -4)$, $(5, -2)$.

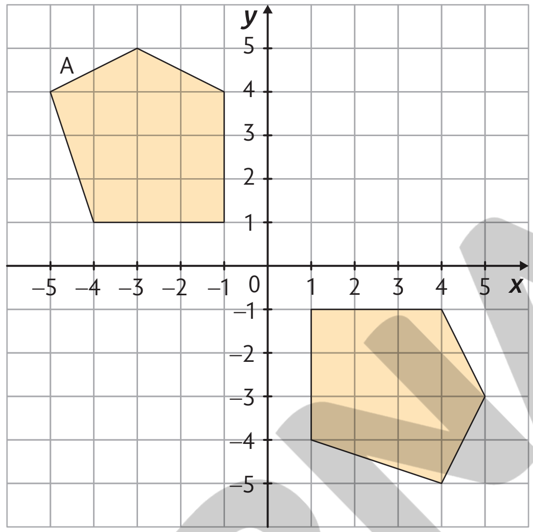
**23.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Quais são os vértices do polígono simétrico por reflexão ao eixo *x* do polígono cujos vértices são $(-2, -2)$, $(-2, -5)$, $(-5, -5)$ e $(-5, -2)$?

Resposta: Os vértices são $(-2, 2)$, $(-2, 5)$, $(-5, 5)$ e $(-5, 2)$.

**Questão 3.** As coordenadas dos vértices do polígono apresentado são $A(1, 2)$, $B(3, 2)$, $C(5, 4)$, $D(4, 5)$ e $E(2, 5)$.

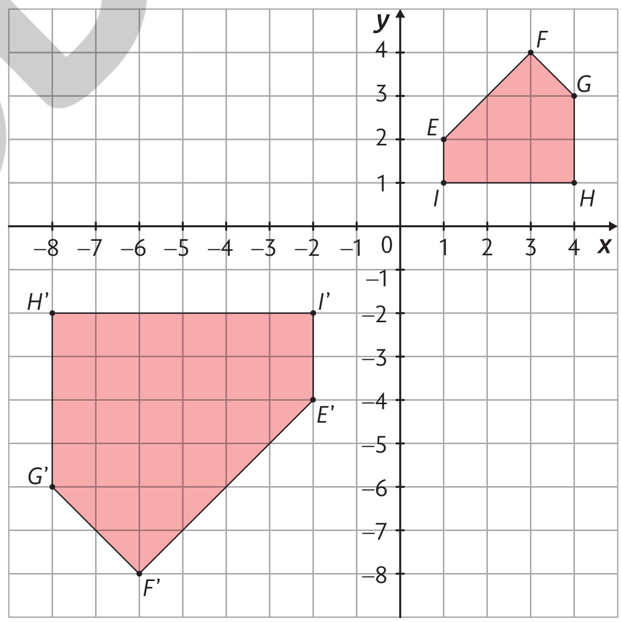
**Questão 4.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:




GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

**Questão 5.** A resposta depende do polígono construído na questão anterior. De acordo com a sugestão apresentada, os vértices do pentágono **A** são $(-1, 1)$, $(-1, 4)$, $(-4, 5)$, $(-5, 3)$ e $(-4, 1)$. As coordenadas dos vértices do simétrico dele em relação à origem do plano cartesiano são $(1, -1)$, $(1, -4)$, $(4, -5)$, $(5, -3)$ e $(4, -1)$.

**Questão 6.** Multiplicando as coordenadas do polígono *EFGHI* por $-2$, obtemos $E'(-2, -4)$, $F'(-6, -8)$, $G'(-8, -6)$, $H'(-8, -2)$ e $I'(-2, -2)$.




GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o polígono *E'F'G'H'I'* é uma ampliação do polígono original *EFGHI*.

## Atividades

**24.** a ) As coordenadas dos vértices do polígono **1** são:

$(1, 1)$, $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$.

Multiplicando por –1 essas coordenadas, obtemos o polígono cujas coordenadas do vértice são:

(–1, –1), (–1, –4), (–2, –3), (–3, –4), (–4, –3), (–3, –2), (–4, –1).

Portanto, com essa operação, podemos obter o polígono **3**.

b ) Não, pois, ao multiplicarmos as coordenadas dos vértices de um polígono por –1, obtemos seu simétrico em relação à origem do plano cartesiano e os polígonos **2** e **4** não têm essa característica.

**25.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**26.** a ) Multiplicando por –3 cada uma das coordenadas do vértice, obtemos:

(–15, 15), (–15, 24), (–39, 24) e (–39, 15).

Essas coordenadas são referentes a uma ampliação da figura desenhada por Fátima.

b ) Resposta no final da seção **Resoluções**.

**27.** As coordenadas dos vértices do triângulo *ABC* são (–6, 6), (–2, 4) e (–6, 2) e as coordenadas do vértice do triângulo *DEF* são (–12, 12), (–4, 8) e (–12, 4), ou seja, as coordenadas do vértice foram multiplicadas por 2.

## O que eu estudei?

**1.** A linha tracejada representa o eixo de simetria da figura, fazendo os desenhos ficarem simétricos após recortados. Analisando as duas partes da figura em relação a esse eixo, concluímos que a figura **D** representa a figura após o recorte e tendo o papel desdobrado. Portanto, a alternativa correta é a **D**.

**2.** Nos itens **C** e **D**, o eixo *e* não representa um eixo de simetria por reflexão, já que os dois lados do eixo não são iguais.

**3.** As letras **F** e **L** não têm simetria axial, pois não é possível traçar qualquer eixo que resulte em uma simetria axial.

**4.** Resposta no final da seção **Resoluções**.

**5.** Os pares de polígonos que são simétricos por translação são **A** e **G**; **C** e **I**; **B** e **E**; **D** e **F**, pois representam figuras iguais que foram apenas deslocadas.

**6.** a ) As coordenadas dos vértices do pentágono *ABCDE* são (0, 3), (–2, 1), (–4, 1), (–3, 3) e (–3, 4) e as coordenadas do vértices do pentágono *FGHIJ* são (0, –6), (4, –2), (8, –2), (6, –6) e (6, –8), ou seja, as coordenadas foram multiplicadas por –2.

b ) O pentágono *FGHIJ* é uma ampliação do pentágono *ABCDE*.

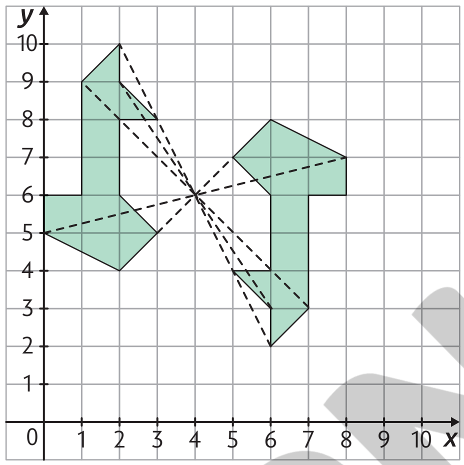
c ) As coordenadas dos vértices do novo pentágono seriam: (0, 6), (–4, 2), (–8, 2), (–6, 6) e (–6, 8).

**7.** a ) As coordenadas do vértice desse polígono são: *A*(–2, 0), *B*(–1, –1), *C*(–1, –3), *D*(–3, –3), *E*(–2, –2).

b ) Fazendo uma rotação da figura apresentada de 180° em torno da origem do plano cartesiano, as novas coordenadas serão:

*A*(2, 0), *B*(1, 1), *C*(1, 3), *D*(3, 3) e *E*(2, 2).

**8.** Ao traçarmos retas ligando os vértices comuns das figuras, podemos verificar que todas elas passam pelo ponto cujas coordenadas são (4, 6). Portanto, as coordenadas do ponto *O* são (4, 6).




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

## O que eu aprendi?

**1.** A. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, podemos escrever e resolver a seguinte equação.

$30° + 90° + x = 180°$

$120° + x = 180°$

$x = 180° - 120°$

$x = 60°$

Portanto, o ângulo *x* mede 60°. Esse triângulo é retângulo.

B. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, podemos escrever e resolver a seguinte equação.

$62° + x + x = 180°$

$62° + 2x = 180°$

$62° + 2x - 62° = 180° - 62°$

$2x = 118°$

$\frac{2x}{2} = \frac{118°}{2}$

$x = 59°$

Portanto, os ângulos *x* medem 59°. Esse triângulo é acutângulo.

**2.** O ponto que representa a metade da medida de distância entre os pontos **B** e **D** é a origem, ou seja, o ponto **C** é a origem e o associamos ao 0. Com isso, temos:

$D = 0 + 10 = 10$

$E = 10 + 5 = 15$

Portanto, $A = -20$, $B = -10$, $C = 0$, $D = 10$ e $E = 15$.

**3.** a ) Para determinar a quantidade da torta que foi comida, adicionamos as frações. Como os denominadores são diferentes, é necessário calcular mmc (6,5,3) = 30. Assim, temos:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{5}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{5 + 6 + 10}{30} = \frac{21}{30}$$

Portanto, $\frac{21}{30}$ é a fração que representa a quantidade de torta que foi comida.

b ) Para resolver esse problema, subtraímos a quantidade que Natália comeu da quantidade que Miguel comeu.

$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{6}{30} - \frac{5}{30} = \frac{6-5}{30} = \frac{1}{30}$

Portanto, a fração $\frac{1}{30}$ representa quanto Miguel comeu a mais do que Natália.

c ) Para calcular quanto sobrou, realizamos a seguinte subtração: $1 - \frac{21}{30} = \frac{30}{30} - \frac{21}{30} = \frac{30-21}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

Portanto sobrou $\frac{3}{10}$ da torta.

**4.** A. A medida do volume da figura geométrica espacial é a soma das medidas dos volumes de dois paralelepípedos reto retângulos. A medida do volume de cada um é dada por:

$7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ $\qquad$ $4 \cdot 4 \cdot 5 = 80$

Adicionando os dois resultados, verificamos que o volume da figura geométrica espacial representado mede 290 cm³, pois $80 + 210 = 290$.

B. A medida do volume da figura geométrica espacial é a soma das medidas dos volumes de dois paralelepípedos reto retângulos. Calculando a medida do volume de cada um deles, temos:

$10 \cdot 12 \cdot 3 = 360$ $\qquad$ $5 \cdot 12 \cdot 3 = 180$

Adicionando os dois resultados, verificamos que o volume da figura geométrica espacial representado mede 540 cm³, pois $360 + 180 = 540$.

C. A medida do volume do sólido geométrico espacial é a soma da medida dos volumes de três paralelepípedos reto retângulos. Calculando o volume de cada um deles, temos:

$9 \cdot 4 \cdot 5 = 180$

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

$6 \cdot 7 \cdot 5 = 210$

Adicionando os resultados, verificamos que o volume da figura geométrica espacial representado mede 515 cm³, pois $180 + 125 + 210 = 515$.

**5.** Para determinar a medida da área da figura, vamos separá-la em dois retângulos e um triângulo.

Um retângulo tem dimensões 5 cm e 2 cm. Como $5 \cdot 2 = 10$, sua área mede 10 cm².

O outro retângulo tem dimensões 6 cm e 4 cm. Como $6 \cdot 4 = 24$, sua área mede 24 cm².

A base do triângulo mede 4 cm e a altura mede 2 cm. Como $\frac{4 \cdot 2}{2} = 4$, sua área mede 4 cm².

Desse modo, a medida da área dessa figura é 38 cm², pois $10 + 24 + 4 = 38$.

**6.** a ) Calculando os primeiros termos da sequência, temos:

$a_1 = 1 + 3 = 4$

$a_2 = 2 + 3 = 5$

$a_3 = 3 + 3 = 6$

$a_4 = 4 + 3 = 7$

$a_5 = 5 + 3 = 8$

Portanto, temos a sequência $(4, 5, 6, 7, 8, \ldots)$.

b ) Calculando os primeiros termos da sequência, temos:

$a_1 = 2(1 - 1) + 7 = 7$

$a_2 = 2(2 - 1) + 7 = 9$

$a_3 = 2(3 - 1) + 7 = 11$

$a_4 = 2(4 - 1) + 7 = 13$

$a_5 = 2(5 - 1) + 7 = 15$

Portanto, temos a sequência $(7, 9, 11, 13, 15, \ldots)$.

c ) Calculando os primeiros termos da sequência, temos:

$a_1 = 5 \cdot 1 = 5$

$a_2 = 5 \cdot 2 = 10$

$a_3 = 5 \cdot 3 = 15$

$a_4 = 5 \cdot 4 = 20$

$a_5 = 5 \cdot 5 = 25$

Portanto, temos a sequência $(5, 10, 15, 20, 25, \ldots)$.

**7.** a ) A sequência foi definida por recorrência, pois, utilizando essa expressão, podemos calcular um termo da sequência com base nos termos anteriores.

b ) Sendo $a_1 = 12$, calculando os próximos termos da sequência, obtemos:

$a_2 = 2 \cdot a_{2-1} + 10 = 2 \cdot a_1 + 10 = 2 \cdot 12 + 10 = 34$

$a_3 = 2 \cdot a_{3-1} + 10 = 2 \cdot a_2 + 10 = 2 \cdot 34 + 10 = 78$

$a_4 = 2 \cdot a_{4-1} + 10 = 2 \cdot a_3 + 10 = 2 \cdot 78 + 10 = 166$

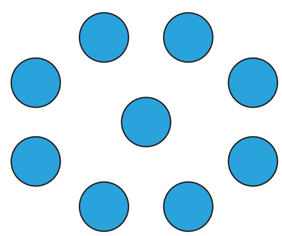
$a_5 = 2 \cdot a_{5-1} + 10 = 2 \cdot a_4 + 10 = 2 \cdot 166 + 10 = 342$

$a_6 = 2 \cdot a_{6-1} + 10 = 2 \cdot a_5 + 10 = 2 \cdot 342 + 10 = 694$

$a_7 = 2 \cdot a_{7-1} + 10 = 2 \cdot a_6 + 10 = 2 \cdot 694 + 10 = 1398$

**8.** a ) Contando os círculos da sequência, obtemos 3, 5 e 7 círculos.

b ) Sugestão de resposta:



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

c ) Como os termos da sequência são números ímpares, podemos expressá-la por $a_n = 2 \cdot n + 1$, com $n > 0$, em que $n$ indica a posição do termo na sequência.

d ) • 9ª posição: $n = 9$. Assim, $a_9 = 2 \cdot 9 + 1 = 19$.

• 15ª posição: $n = 15$. Assim, $a_{15} = 2 \cdot 15 + 1 = 31$.

• 17ª posição: $n = 17$. Assim, $a_{17} = 2 \cdot 17 + 1 = 35$.

• 20ª posição: $n = 20$. Assim, $a_{20} = 2 \cdot 20 + 1 = 41$.

**9.** De acordo com as informações, verificamos que as grandezas quantidade de convites comprados e convites sorteados são grandezas diretamente proporcionais. Considerando $x$ a quantidade de convites sorteados quando 140 são comprados, temos:

| Convite comprados | Convites sorteados |
|---|---|
| 20 | 3 |
| 140 | $x$ |

Com isso, efetuamos os cálculos.

$$\frac{20}{140} = \frac{3}{x}$$

$$20x = 420$$

$$\frac{20x}{20} = \frac{420}{20}$$

$$x = 21$$

Portanto, foram sorteados 21 convites.

**10.** Considere $x$ o preço do guarda-roupa sem o acréscimo correspondendo a 100% do preço. Então R$ 649,60 corresponde a $\underbrace{112\%}_{100\% + 12\%}$ do preço. Desse modo, temos a seguinte proporção.

$$\frac{x}{649{,}60} = \frac{100}{112}$$

$$112x = 64\,960$$

$$\frac{112x}{112} = \frac{64\,960}{112}$$

$$x = 580$$

Portanto, o guarda-roupa, antes do acréscimo, custava R$ 580,00.

**11.** a ) Calculando a média referente a cada colaborador, obtemos:

- Matheus: $\frac{300 + 1500 + 750}{3} = \frac{2\,550}{3} = 850$, ou seja, R$ 850,00.
- Talita: $\frac{400 + 2\,000 + 100}{3} = \frac{2\,500}{3} = 833{,}33$, ou seja, R$ 833,33.
- Felipe: $\frac{290 + 1950 + 830}{3} = \frac{3\,070}{3} = 1023{,}33$, ou seja, R$ 1023,33.

Portanto, Felipe apresentou a maior média de venda.

b ) O colaborador que apresentou a maior média vendeu, aproximadamente, R$ 1023,33.

**12.** a ) A probabilidade de retirar um botão:

- preto é dada por: $\frac{5}{40} = 0{,}125$, ou seja, 12,5%.
- colorido é dada por: $\frac{35}{40} = 0{,}875$, ou seja, 87,5%.

b ) Retirando 2 botões pretos, sobram 3 botões pretos. Retirando 8 botões coloridos, sobram 27 botões coloridos. Nesse caso, verificamos que a caixa terá 30 botões, sendo 3 pretos e 27 coloridos. Assim, a probabilidade de retirar um botão colorido nessa situação é dada por $\frac{27}{30} = 0{,}9$, ou 90%.

Resolução referente à unidade **1**.

**Questão 5.**

| Número natural | Número formado pelos dois últimos algarismos da direita | É divisível por 4? |
|---|---|---|
| 732 | 32 | Sim, pois 32 é um número divisível por 4. |
| 500 | 00 | Sim, pois os dois últimos algarismos da direita são simultaneamente 0. |
| 1 286 | 86 | Não, pois 86 não é um número divisível por 4. |
| 756 | 56 | Sim, pois 56 é um número divisível por 4. |

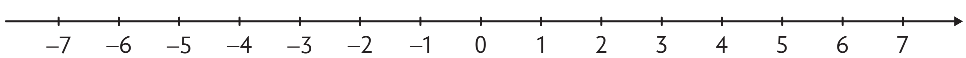
Espera-se que os estudantes digam que os dois últimos algarismos dos números que são divisíveis por 4 formam, na ordem em que aparecem, um número divisível por 4.

**8.**

| Número | Divisor | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **2** | **3** | **5** | **10** |
| 8 492 | **X** (pois é um número par) | | | |
| 3 750 | **X** (pois é um número par) | **X** (pois a soma dos algarismos é divisível por 3) | **X** (pois é um número terminado em 0) | **X** (pois é um número terminado em 0) |
| 1 899 | | **X** (pois a soma dos algarismos é divisível por 3) | | |

Resolução referente à unidade **2**.

**Questão 3.**

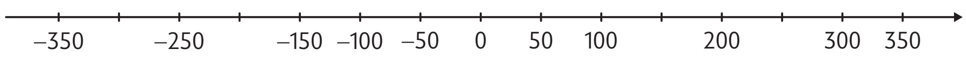



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**8.** a ) Como a medida da distância entre dois pontos consecutivos é sempre igual a 50, temos:

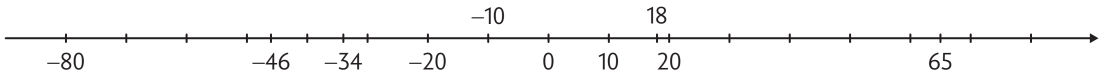
*A*: 200; *B*: 300; *C*: 350; *D*: −100; *E*: −150; *F*: −250 e *G*: −350

Reescrevendo a reta numérica, obtemos:




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

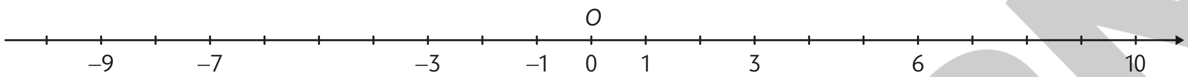
**9.** Como a letra *A* representa o maior número na reta numérica, *A* corresponde a 65. A letra *B* representa um número entre 10 e 20, ou seja, *B* corresponde a 18. As letras *C*, *D* e *E* são menores do que −20, de modo que *C* > *D* > *E*. Assim, *C*: −34; *D*: −46 e *E*: −80. Substituindo as letras na reta numérica, obtemos:




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

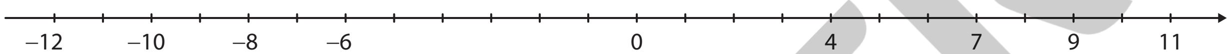
**10.** a ) Como a medida da distância entre dois pontos consecutivos é sempre igual a uma unidade, temos:

*D*: 3; *E*: 6; *F*: 10; *C*: −3; *B*: −7 e *A*: −9.



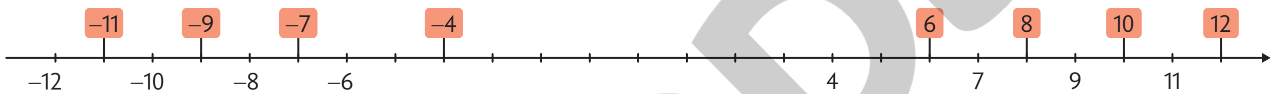

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**13.** a )



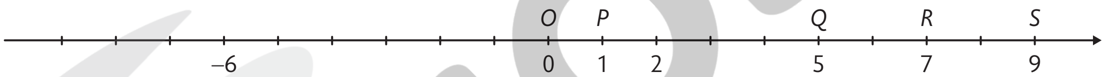

JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

d ) Números simétricos são dois números que estão à mesma distância da origem na reta numérica, mas localizados em sentidos contrários dela. Os números simétricos aos números da atividade são: 10, −4, −7, 12, −11, 6, 8 e −9. Localizando esses pontos na reta numérica, temos:

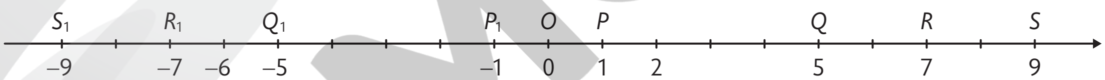



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

**24.** a )




b )

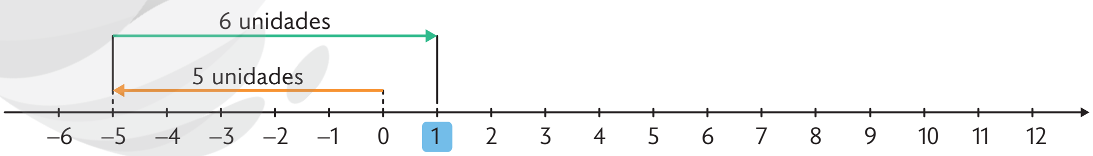



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**32.** c ) Escrevendo as quantias em ordem crescente, temos:

−R$ 31,00 < −R$ 15,00 < −R$ 8,00 < −R$ 1,00 < R$ 16,00 < R$ 46,00 < R$ 101,00.

**Questão 4.** Como a rede de supermercados teve prejuízo de 5 milhões de reais ao final do mês de abril e lucro de 6 milhões de reais no mês de maio, ao final desse mês a empresa terá lucro de 1 milhão de reais.




JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

**42.** Calculando a soma das faces visíveis de cada pilha, temos:

Pilha **A**: (+6) + (+2) + (−7) + (−1) + (−7) + (+4) + (−2) = −5

Pilha **B**: (+6) + (+3) + (−6) + (+5) + (−3) + (+2) + (−4) + (−7) + (+8) = 4

Pilha **C**: (−5) + (+1) + (+9) + (−9) + (+6) + (+3) + (−4) = 1

Resolução referente à seção **O que eu estudei?** da unidade **4**.

**1.** Realizando as transformações necessárias, temos:

$7{,}3 = \frac{73}{10}$; $\frac{5}{2} = 2{,}5$; $4{,}9 = \frac{49}{10}$; $2{,}3 = \frac{23}{10}$; $10{,}1 = \frac{101}{10}$; $\frac{7}{4} = 1{,}75$;

$\frac{5}{25} = 0{,}2$; $\frac{8}{20} = 0{,}4$; $7{,}9 = \frac{79}{10}$; $123{,}05 = \frac{12\,305}{100}$; $\frac{12}{100} = 0{,}12$; $0{,}9 = \frac{9}{10}$.

Completando o primeiro quadro:

| **Número decimal** | 7,3 | 2,5 | 4,9 | 2,3 | 10,1 | 1,75 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número fracionário** | $\frac{73}{10}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{49}{10}$ | $\frac{23}{10}$ | $\frac{101}{10}$ | $\frac{7}{4}$ |

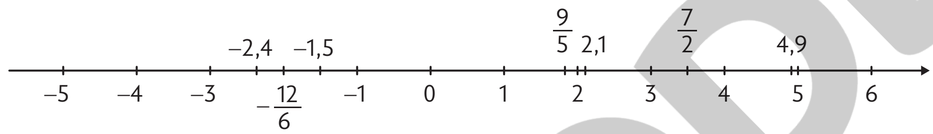
Completando o segundo quadro:

| **Número decimal** | 0,2 | 0,4 | 7,9 | 123,05 | 0,12 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número fracionário** | $\frac{5}{25}$ | $\frac{8}{20}$ | $\frac{79}{10}$ | $\frac{12\,305}{100}$ | $\frac{12}{100}$ | $\frac{9}{10}$ |

- Escrevendo-os em ordem decrescente, obtemos:
  123,05; 10,1; 7,9; 7,3; 4,9; 2,5; 2,3; 1,75; 0,9; 0,4; 0,2; 0,12.

**6.** Como $\frac{7}{10} = 0{,}7$, escrevendo os números em ordem crescente, temos:
$-11{,}59 < -11{,}4 < -8{,}995 < -5{,}7 < -2{,}75 < 0 < 0{,}7 < 1{,}582 < 4{,}8 < 11{,}45$.

**8.** Realizando as transformações das frações em números decimais, temos:
$-\frac{12}{6} = -2$; $\frac{9}{5} = 1{,}8$; $\frac{7}{2} = 3{,}5$.
Em seguida, escrevemos os números na reta numérica.




SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

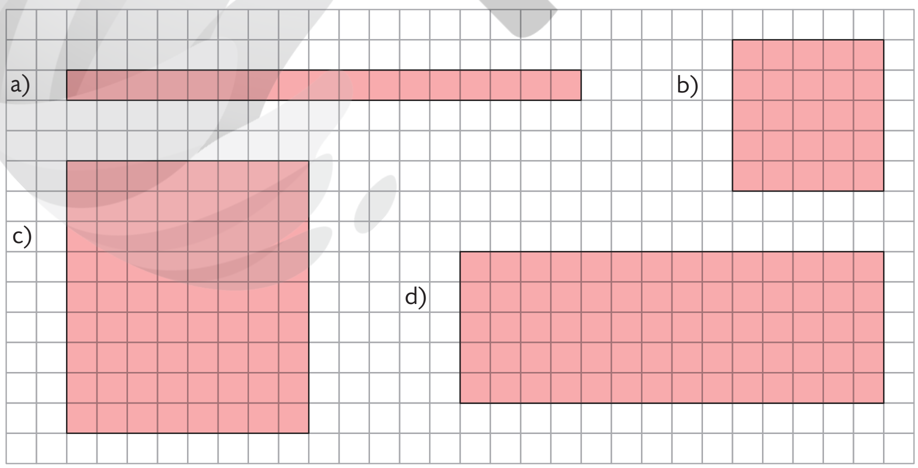
Resolução referente à unidade **7**.

**17.**

| **Ângulo $\hat{a}$** | 6° | 31° | $E$ = 72° | $G$ = 89° | 136° |
|---|---|---|---|---|---|
| **Complemento de $\hat{a}$** | $A$ = 84° | $C$ = 59° | 18° | $H$ = 1° | |
| **Suplemento de $\hat{a}$** | $B$ = 174° | $D$ = 149° | $F$ = 108° | 91° | $I$ = 44° |

Resolução referente à unidade **8**.

**17.** Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

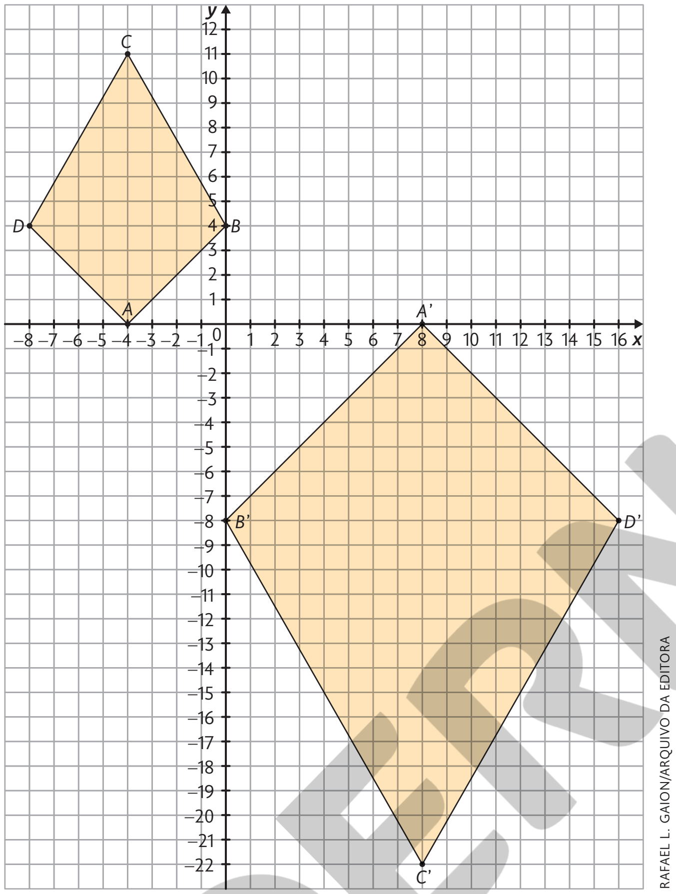



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

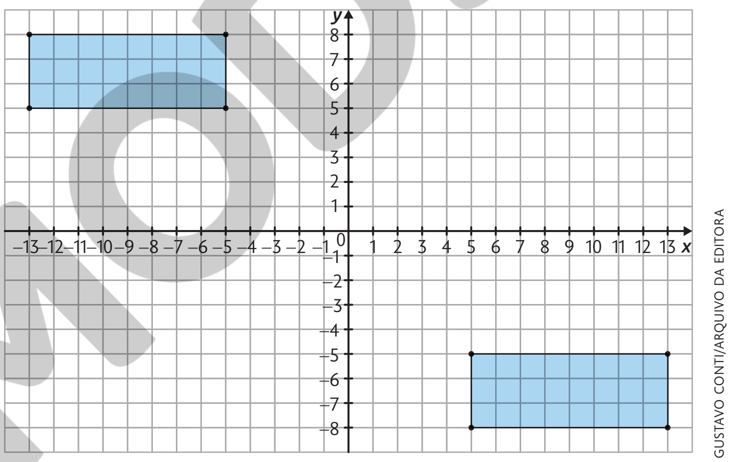
Resolução referente à unidade **12**.

**25.** As coordenadas do vértice do polígono *ABCD* são $A(-4, 0)$, $B(0, 4)$, $C(-4, 11)$ e $D(-8, 4)$. Multiplicando por $-2$, obtemos os pontos $A'(8, 0)$, $B'(0, -8)$, $C'(8, -22)$ e $D'(16, -8)$, que são coordenadas dos vértices do polígono *A'B'C'D'*.

Portanto, o polígono *A'B'C'D'* é uma ampliação do polígono original *ABCD*.

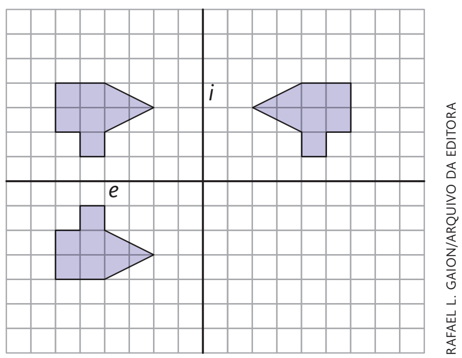



**26.** b ) As coordenadas dos vértices do retângulo simétrico em relação à origem são $(-5, 5)$, $(-5, 8)$, $(-13, 8)$ e $(-13, 5)$.



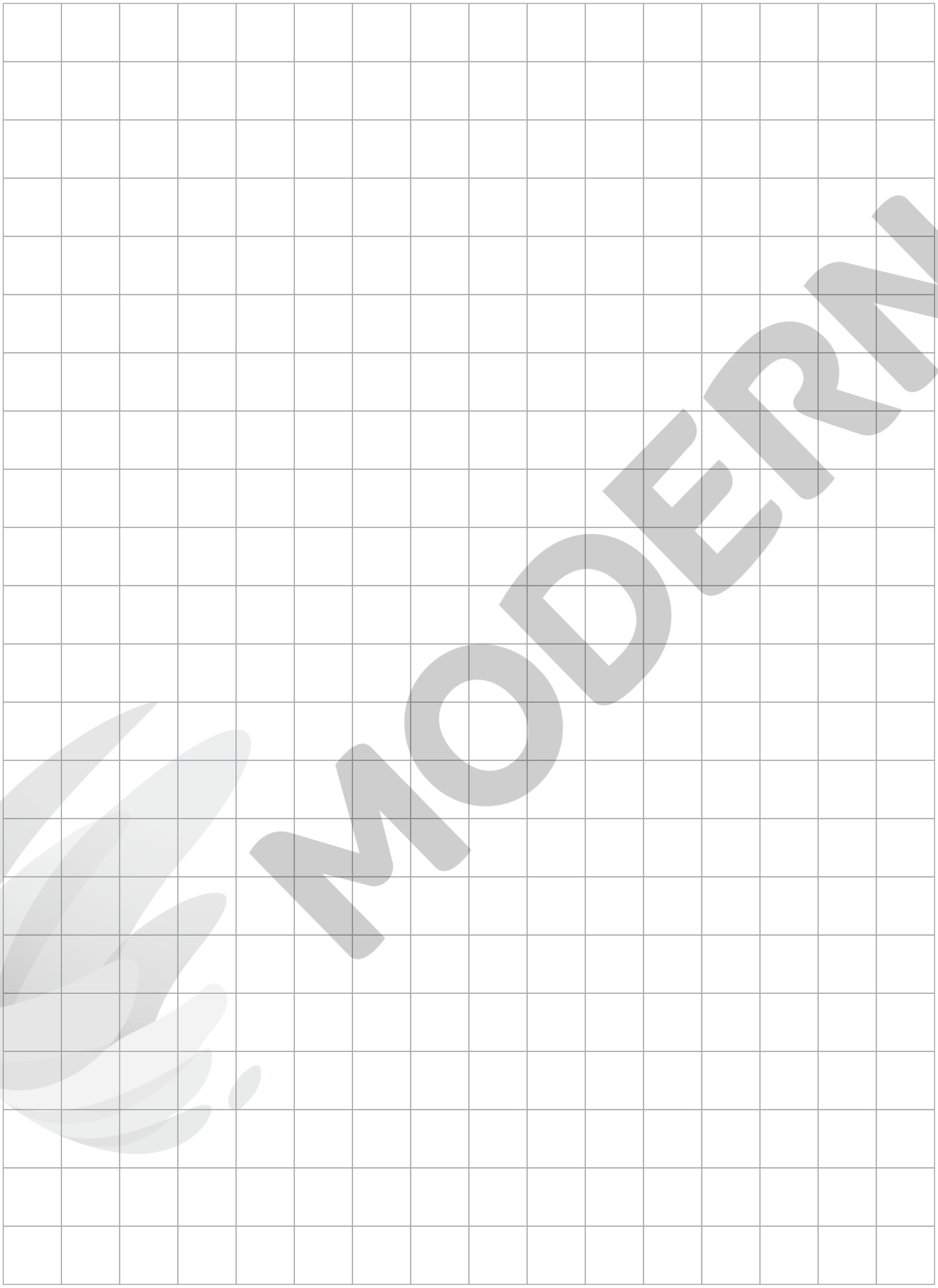

Resolução referente à seção **O que eu estudei?** da unidade **12**.

**4.** As figuras simétricas por reflexão em relação aos eixos *i* e *e* são:



# Páginas para reprodução

**Malha quadriculada**



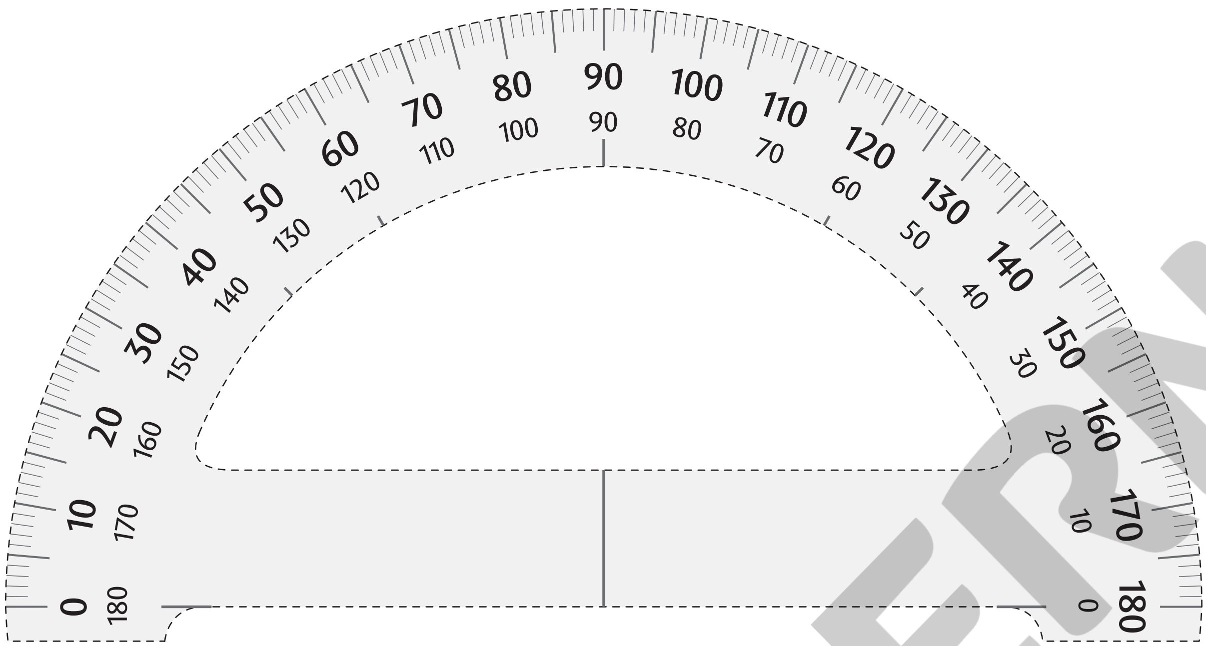
SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

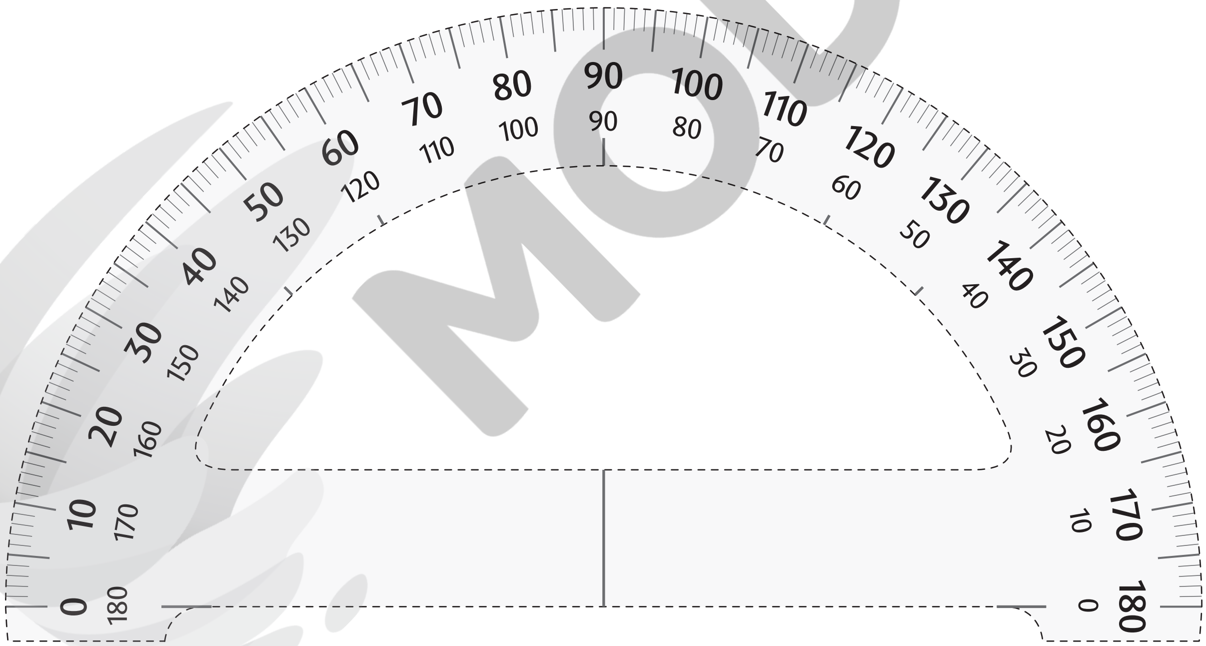
## Malha quadriculada



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

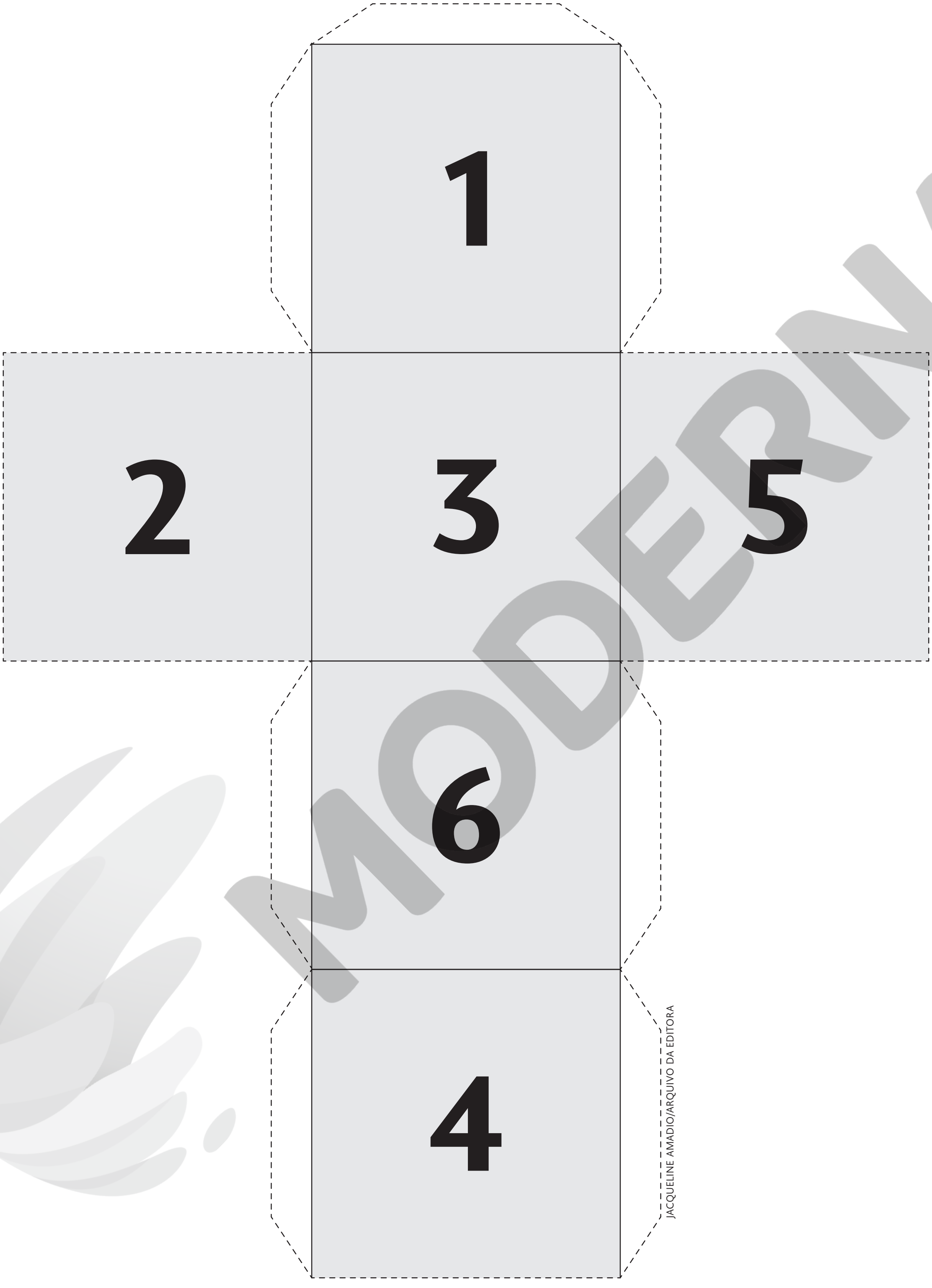
**Transferidor**





SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**Molde de um dado**




JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

## Referências bibliográficas comentadas


ACTIVE Learning. *Berkeley Center for Teaching & Learning*. Disponível em: https://teaching.berkeley.edu/resources/course-design-guide/active-learning. Acesso em: 25 fev. 2022.

Esse *site* compartilha com o leitor uma publicação que explora os benefícios de trabalhar com metodologias ativas para desenvolver nos estudantes a chamada aprendizagem ativa em seu processo de ensino. Além disso, aborda metodologias ativas e diferentes recursos que podem ser aplicados em sala de aula, bem como planejamentos de aula.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 2 jun. 2022.

Essa página apresenta a Base Nacional Comum Curricular. Nela, é possível navegar pelo documento e consultar o que esse material de referência auxilia na abordagem dos conteúdos curriculares.

BRASIL. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica*. Brasília: MEC: SEB: Dicei, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file. Acesso em: 13 maio 2022.

Esse *site* apresenta a lei que define as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.

CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. *A sala de aula inovadora*: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo. Porto Alegre: Penso, 2018.

Os autores desse livro defendem a ideia de uma sala de aula que transforme o ensino do estudante em algo inovador, tanto para que o conhecimento seja efetivo quanto para que o professor seja capaz de aplicá-lo e tenha um propósito educacional. Eles demonstram variadas metodologias ativas e expõem o conceito de cada uma delas.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. *Avaliação*: mito e desafio: uma perspectiva construtivista. Porto Alegre: Mediação, 2005.

Nesse livro, a autora desmistifica a avaliação como um ato de julgamento e a trata como uma prática construtiva do conhecimento e um ato reflexivo com relação ao ensino.

HOUSE, Peggy A. Aventurando-se pelos caminhos da resolução de problemas. *In*: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997. p. 234.

Esse livro contém 22 artigos de pesquisadores da área do ensino de Matemática a respeito da resolução de problemas.

LIMA, Telma Cristiane Sasso de; MIOTO, Regina Célia Tamaso. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. *Katálysis*, Florianópolis, v. 10, n. esp., maio 2007. p. 37-45.

O artigo apresenta a pesquisa bibliográfica como um método de prática de pesquisa, conceituando-o, abordando suas características, como ele deve ser organizado e quais objetivos devem ser considerados, além de apresentar etapas exemplificadas do procedimento metodológico da pesquisa bibliográfica.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar*: estudos e proposições. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

Nesse livro, o autor apresenta seus estudos sobre a avaliação da aprendizagem escolar e propõe que ela não seja mais pensada apenas como um serviço teórico obrigatório da educação e imposta com autoritarismo, mas sim que represente uma prática a favor do conhecimento de todos de modo construtivo e social.

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda A. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas: Papirus, 2017.

O livro reconhece o papel do professor como mediador entre o estudante e o conhecimento e, somado a isso, faz menção à nova realidade em que a tecnologia se insere no contexto escolar.

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

Esse livro contempla metodologias ativas que podem ser aplicadas nas etapas da Educação Básica e em diversos contextos, valorizando recursos que são apresentados à prática pedagógica.

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. *Interdisciplinaridade aplicada*. São Paulo: Érica, 1998.

Nesse livro, o autor discorre a respeito da interdisciplinaridade em sala de aula, apresentando exemplos que demonstram a integração de diferentes componentes curriculares.

ONUCHIC, Lourdes de la R.; ALLEVATO, Norma S. G. Nossas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo de C. (org.). *Educação matemática*: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

Nesse texto, as autoras apresentam a metodologia da resolução de problemas destacando suas vantagens e desvantagens e os impactos dela no processo de ensino-aprendizagem de Matemática em sala de aula.

PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

O livro propõe reflexões a respeito de aspectos metodológicos do ensino e da aprendizagem da Matemática, relacionando o saber matemático científico e as adequações necessárias para que se torne um conhecimento escolar matemático, abordando também a linearidade de livros didáticos e sua importância nessa transposição didática.

POZO, Juan Ignacio (org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Afonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 9.

Esse livro discorre a respeito da resolução de problemas, enfatizando o ensino dos procedimentos e o papel do professor no incentivo aos estudantes com relação a estratégias de solução.

ROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 71.

Esse livro contém considerações a respeito de qual é a Matemática que deve ser ensinada e propõe didáticas que permitem aos estudantes considerar seus conhecimentos, além de levá-los a fazer determinadas reflexões e também alguns questionamentos.

SANTALÓ, Luis Antônio. Matemática para não matemáticos. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

Nesse texto, o autor promove uma reflexão a respeito do processo didático de ensino da Matemática, cujo objetivo é possibilitar o desenvolvimento constante dos estudantes. Para tal, a didática da Matemática deve ser uma ferramenta que, ao ser utilizada pelo professor, favoreça o processo de aprendizagem dos estudantes e os auxilie a avançar cada vez mais.

SANTOMÉ, Jurjo Torres. *Globalização e interdisciplinaridade*: o currículo integrado. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Esse livro apresenta vários capítulos que contribuem para a compreensão da necessidade de trabalhar um currículo de maneira integrada. Algumas práticas são sugeridas para auxiliar o professor a trabalhar dessa maneira desde a Educação Infantil até o Ensino Médio.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia (org.). *Resolução de problemas*. Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 13. (Coleção Matemática de 0 a 6).

Essa coleção apresenta atividades que incentivam a exploração de uma variedade de ideias matemáticas, não apenas numéricas, mas também sobre geometria, medidas e noções de estatística

SOLÉ, Isabel. *Estratégias de leitura*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Nesse livro, a autora mostra a importância da leitura e como essa ação é necessária para o alcance da interpretação, compreensão e autonomia dos estudantes no decorrer da leitura de diferentes textos.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

As autoras apresentam uma caracterização de interdisciplinaridade e as possibilidades de articulação no ensino de Matemática por meio de situações práticas a serem aplicadas em sala de aula, possibilitando outras aprendizagens além da Matemática.

VON, Cristina. *A cultura de paz*. São Paulo: Peirópolis, 2003.

Nesse livro, a autora apresenta diferentes temáticas de cunho sensível. Todas voltadas às reflexões sobre igualdade, respeito às diferenças e como isso pode ser trabalhado com os estudantes na escola e na sociedade em geral.

## Referências bibliográficas complementares comentadas


ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Tradução: Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

Esse livro apresenta algumas possibilidades de diálogos em aulas de Matemática com o objetivo de mudar e produzir ações com intenções educacionais, buscando evidenciar que a qualidade da comunicação com os estudantes interfere diretamente no processo de aprendizagem da Matemática. Para isso, a obra evidencia a comunicação e a cooperação e destaca a importância do diálogo em sala de aula.

BLOOM, Benjamin S.; HASTINGS, J. Thomas; MADAUS, George F. *Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar*. São Paulo: Pioneira, 1971.

Nessa obra, são apresentados ao professor modos eficientes de avaliar o aprendizado e o que melhorar nesse processo, considerando as diversas opções de avaliação propostas no livro, pensadas com base nos diferentes contextos educacionais em que acontece a prática de avaliação, a fim de ajudar o professor a definir os objetivos da avaliação e o seu planejamento.

BURIASCO, Regina L. C. de; CYRINO, Márcia C. de C. T.; SOARES, Maria T. C. Um estudo sobre a construção de um manual para correção das provas com questões abertas de matemática – AVA2002. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. *Anais*... Recife: UFPE, 2004. p. 2.

Nesse artigo, as autoras apresentam um mapeamento da avaliação escolar desde o tempo do Brasil Império aos dias atuais e explicam como ela foi sendo modificada ao longo de todo esse tempo.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. *Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro*: efetividade ou ideologia. 6. ed. São Paulo: Loyola, 2011.

Esse livro é um referencial teórico que trata a respeito de integração e interdisciplinaridade, abordando conceitos, valores, aplicabilidades e obstáculos sobre a sua efetivação no ensino. Assim, a autora demonstra o estudo da realidade com base na legislação brasileira da educação.

FOFONCA, Eduardo. *A cultura digital e seus multiletramentos*: repercussões na educação contemporânea. Curitiba: Appris, 2019.

O autor considera que a sala de aula se relaciona estreitamente com as tecnologias digitais. Nesse sentido, ele escreve as concepções de multiletramentos por meio do uso das novas tecnologias e do trabalho com a cultura digital na educação, além de ampliar o desenvolvimento de práticas pedagógicas de modo interdisciplinar.

GONÇALVES, Mariza Lima. *Iniciação às práticas científicas*. São Paulo: Paulus, 2015. (Coleção Cadernos de Comunicação).

A autora demonstra nessa coleção os devidos procedimentos do ato de planejar e organizar, como também os desafios, as técnicas e os modos de apresentação de uma pesquisa ou de um trabalho escolar. Além disso, ela enfatiza a importância desses tipos de trabalho para o desenvolvimento e o conhecimento do estudante.

KOCH, Ingedore G. Villaça. *Argumentação e linguagem*. 12. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

A análise da autora nesse livro é voltada para o ato de argumentar em formato de discurso. Assim, ela apresenta em sua obra textos, ilustrações e esquemas que permitem ao leitor refletir a respeito da noção da argumentação oral e escrita.

MONTES, Marta T. do Amaral. *Aprendizagem colaborativa e docência* online. Curitiba: Appris, 2016.

O livro trata das mudanças na vida diária devido ao envolvimento com a internet. O ensinar e o aprender sofreram grande impacto depois da criação dessa tecnologia e, por esse motivo, o livro discursa sobre a prática pedagógica, uma vez que estudantes e professores precisam se adequar às novidades e às mudanças nos novos tempos.

PASQUAL JÚNIOR, Paulo Antonio. *Pensamento computacional e tecnologias*: reflexões sobre a educação no século XXI. Caxias do Sul: Educs, 2020.

O livro articula a educação com o contexto da cultura digital, trazendo conceitos e reflexões sobre o pensamento computacional e a proposta de abordá-lo no âmbito educacional, considerando desenvolver a aprendizagem por meio de recursos tecnológicos e digitais.

SOARES, Cristine. *Metodologias ativas*: uma nova experiência de aprendizagem. São Paulo: Cortez, 2021.

Esse livro tem o intuito de auxiliar professores a dar novo significado às suas práticas pedagógicas, revendo e repensando as maneiras de trabalhar em sala de aula ou em outros espaços, a fim de proporcionar aos estudantes a construção do conhecimento de maneira significativa.

# SuperAÇÃO!

## MATEMÁTICA 7º ANO

**Organizadora: Editora Moderna**

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

**Editora responsável: Lilian Aparecida Teixeira**

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).
Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).
Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

**Componente curricular: MATEMÁTICA**

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

**Elaboração dos originais:**

Lilian Aparecida Teixeira
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).

Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).

Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

André Luiz Steigenberger
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede pública de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Jackson da Silva Ribeiro
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Informática na Educação pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Octavio Bertochi Neto
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Neurociência pela Faculdade Campos Elíseos (FCE-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede particular de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Tadasi Matsubara Júnior
Licenciado e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Álisson Henrique dos Santos
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

**Projeto e produção editorial:** Scriba Soluções Editoriais
**Edição:** Lilian Aparecida Teixeira, Lucília Franco Lemos dos Santos, Denise Maria Capozzi
**Assistência editorial:** Eduardo Belinelli
**Revisão técnica:** Tânia Camila Kochmanscky Goulart
**Coordenação de preparação de texto e revisão:** Moisés M. da Silva
**Supervisão de produção:** Priscilla de Freitas Cornelsen
**Assistência de produção:** Lorena França Fernandes Pelisson
**Projeto gráfico:** Laís Garbelini
**Coordenação de arte:** Tamires R. Azevedo
**Coordenação de diagramação:** Adenilda Alves de França Pucca (Nil)
**Diagramação:** Ana Rosa Cordeiro de Oliveira, Carlos Cesar Ferreira, Fernanda Miyabe Lantmann, Leda Cristina Teodorico, Avits Estúdio Gráfico Ltda.
**Pesquisa iconográfica:** Vinicius Guerra Pereira Meira
**Autorização de recursos:** Marissol Martins
**Tratamento de imagens:** Janaina Oliveira e Jéssica Sinnema

**Gerência de *design* e produção gráfica:** Patricia Costa
**Coordenação de produção:** Denis Torquato
**Gerência de planejamento editorial:** Maria de Lourdes Rodrigues
**Coordenação de *design* e projetos visuais:** Marta Cerqueira Leite
**Capa:** Mariza de Souza Porto, Tatiane Porusselli, Daniela Cunha e Apis Design
*Foto*: Menino jogando futebol em uma quadra. © Tom Wilde/Getty Images
**Coordenação de revisão:** Elaine C. del Nero
**Coordenação de pesquisa iconográfica:** Flávia Aline de Morais
**Coordenação de *bureau*:** Rubens M. Rodrigues
**Pré-impressão:** Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
**Coordenação de produção industrial:** Wendell Monteiro
**Impressão e acabamento:**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

SuperAÇÃO! matemática : 7º ano / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Lilian Aparecida Teixeira. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13630-7

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Teixeira, Lilian Aparecida.

22-112147 CDD-372.7

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427



**EDITORA MODERNA LTDA.**
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

# Apresentação

Este livro de Matemática foi idealizado pensando em você. Com ele, você vai fazer várias descobertas e vai ter a oportunidade de aprender, trocar ideias, refletir sobre suas opiniões e expressá-las. Também vai entrar em contato com um universo de informações interessantes que vão auxiliá-lo na busca de novos conhecimentos.

Com este livro, você será levado a perceber a presença da Matemática no dia a dia, a utilizar seus conhecimentos na resolução de diversas situações-problema e a analisar e interpretar criticamente as informações apresentadas nos diversos meios de comunicação, tornando o aprendizado mais significativo.

Diante de tudo isso, você vai entender que o conhecimento é fundamental para que possamos transformar o mundo em um lugar melhor para viver.

**Bom ano de estudo!**

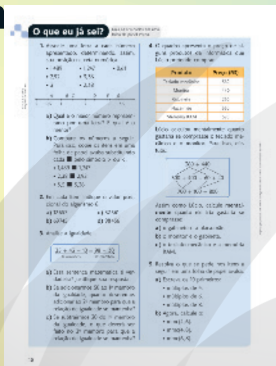
# Conheça seu livro

Esta coleção aborda assuntos interessantes e atuais, que o auxiliarão a desenvolver autonomia, criticidade e outras habilidades e competências importantes para a sua aprendizagem. Confira a seguir como seu livro está organizado.

**1. O que eu já sei?**

Nessa seção, presente no início de cada volume, você tem a oportunidade de refletir sobre o que já sabe a respeito dos principais assuntos que estudará no volume em questão.

1.




**2. Abertura da unidade**

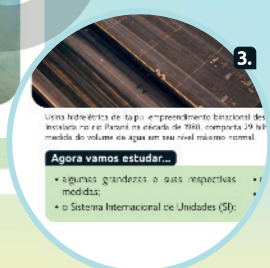
Essa página marca o início de cada unidade. Ela apresenta uma imagem instigante que se relaciona aos assuntos da unidade.

2.


**3. Agora vamos estudar**

Esse boxe apresenta os principais assuntos que você estudará em cada unidade.

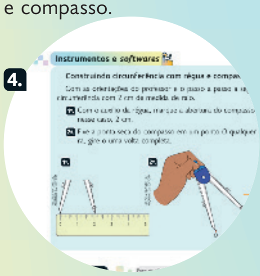
3.




- Na **Apresentação**, é estabelecida uma conversa inicial com os estudantes, com o intuito de levá-los a entender a importância de estudar os conteúdos deste livro, bem como informá-los de que, por meio do trabalho com esses conteúdos, vão perceber a presença da Matemática no dia a dia e utilizar seus conhecimentos para resolver situações-problema.
- No **Conheça seu livro**, os estudantes têm informações detalhadas e organizadas sobre a estrutura da coleção, além de explicações a respeito do que é apresentado em cada boxe ou seção e o que os ícones indicam.

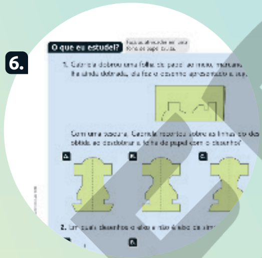
## 4. Instrumentos e *softwares*

Essa seção apresenta explicações para o uso da calculadora comum e científica, de *softwares* livres (Geogebra e Calc) e além de instrumentos como régua, esquadro e compasso.



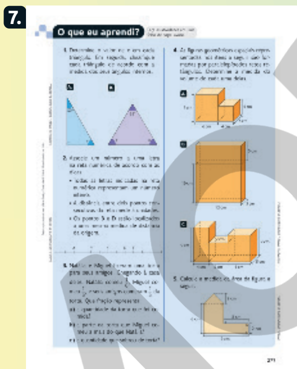

## 5. Atividades

Essa seção contém atividades que vão auxiliá-lo a refletir sobre os assuntos estudados, a organizar os conhecimentos e a conectar ideias.


## 6. O que eu estudei?

Nessa seção, você pode avaliar sua aprendizagem por meio de atividades que o farão refletir sobre o que você estudou na unidade.




## 7. O que eu aprendi?

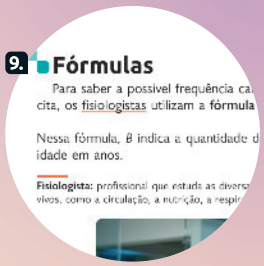
Nessa seção, presente ao final de cada volume, você pode verificar o que aprendeu sobre os principais assuntos estudados no volume.


## 8. Projeto em ação

Nessa seção, você vai se engajar no desenvolvimento de um projeto que envolve os colegas, a comunidade escolar e a externa. As atividades que fazem parte desse projeto permitem que você e seus colegas atuem de forma ativa na resolução de problemas locais ou na reflexão de questões mais amplas, que influenciam a vida de muitas pessoas. Então, mãos à obra!

**9.** **Vocabulário**

Os significados de algumas palavras que talvez você não conheça serão apresentados na página para que você se familiarize com elas. Essas palavras estão destacadas nos textos.

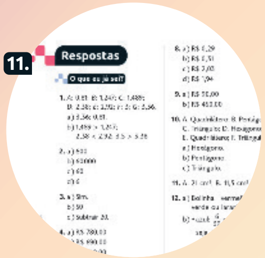



**10.** **Sugestões complementares**

Essa seção apresenta sugestões de livros, filmes, *sites*, vídeos e *podcasts*. Aproveite essas dicas para aprender um pouco mais o conteúdo estudado.


**11.** **Respostas**

Essa seção apresenta respostas das atividades organizadas por unidade.

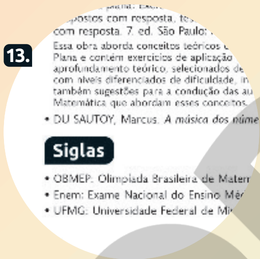



**12.** **Referências bibliográficas comentadas**

Essa seção apresenta, ao final de cada volume, as referências bibliográficas que foram usadas na elaboração do livro, com um breve comentário sobre cada uma delas.


**13.** **Siglas**

Essa seção contém o significado das siglas apresentadas ao longo do volume.




## Ícones e boxes

**Desafio**
Indica que a atividade tem caráter desafiador, favorecendo o desenvolvimento de estratégias próprias de resolução.

**Instrumentos e *softwares***
Indica que, para resolver a atividade, você precisará de alguns dos recursos mencionados na seção **Instrumentos e *softwares***. Consulte essa seção para obter ajuda.

**Atividade oral**
Atividades e questões que devem ser respondidas oralmente.

**Atenção!**
Boxe que apresenta informações complementares para auxiliar na compreensão dos conteúdos e na resolução de algumas atividades.

• O sumário deste volume foi elaborado buscando refletir claramente a organização dos conteúdos e das atividades propostas, além de permitir a localização mais ágil das informações. Para isso, são apresentados títulos, subtítulos, seções e respectivos números de página, sempre de maneira hierarquizada.

# Sumário

9

**1. Objetivo**

- Avaliar se os estudantes comparam e ordenam números racionais e se associam esses números a pontos na reta numérica.

**Como proceder**

- Se necessário, escreva na lousa dois números racionais na forma decimal, comparando inicialmente a parte inteira. Caso as partes inteiras sejam iguais, peça aos estudantes que comparem os décimos. Se os algarismos dos décimos também forem iguais, oriente-os a comparar os centésimos, e assim por diante.

**2. Objetivo**

- Verificar se os estudantes determinam o valor posicional dos algarismos na composição dos números naturais.

**Como proceder**

- Analise se os estudantes percebem que o mesmo algarismo pode ter valores posicionais diferentes dependendo da posição ocupada no número. Se necessário, decomponha na lousa números em unidade, dezena, centena e unidade de milhar.

**3. Objetivo**

- Avaliar se os estudantes identificam que, em uma sentença matemática verdadeira, ao realizar uma operação em um de seus membros, deve-se realizar a mesma operação em outro membro, para que a sentença se mantenha verdadeira.

**Como proceder**

- Ao constatar que os estudantes apresentaram dificuldade em executar esta atividade, use o princípio da balança de dois pratos, explicando-lhes que, para manter o equilíbrio da balança, é necessário acrescentar ou retirar massas iguais em ambos os pratos dela.

**4. Objetivo**

- Avaliar se os estudantes realizam cálculo mental com números naturais.

**Como proceder**

- Caso os estudantes tenham dificuldades em realizar o cálculo mental sugerido em cada item, explore o exemplo da atividade para orientá-los a fazer mentalmente a decomposição de cada número.

**5. Objetivo**

- Identificar se os estudantes identificam os múltiplos de um número natural e se determinam o mínimo múltiplo comum de dois números naturais.

**Como proceder**

- Ao constatar dificuldades no item **a**, mostre aos estudantes na lousa como obter outras sequências envolvendo números naturais, como os múltiplos de 3 ou os múltiplos de 5. No caso do item **b**, oriente-os a observar os primeiros múltiplos comuns e, em seguida, indicar o menor deles.

## O que eu já sei?

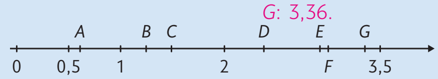
Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Associe uma letra a cada número apresentado, determinando, assim, sua posição na reta numérica.

- 1,489
- 1,247
- 0,61
- 2,92
- 3,36
- 3
- 2,38

1. Respostas: *A*: 0,61; *B*: 1,247; *C*: 1,489; *D*: 2,38; *E*: 2,92; *F*: 3; *G*: 3,36.

RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA




**a)** Qual é o maior número representado por uma letra? E qual é o menor? 1. a) Respostas: 3,36; 0,61.

**b)** Compare os números a seguir. Para isso, copie os itens em uma folha de papel avulsa substituindo cada ■ pelo símbolo > ou <.

- 1,489 ■ 1,247
- 2,38 ■ 2,92
- 3,5 ■ 3,36

1. b) Respostas: 1,489 > 1,247; 2,38 < 2,92; 3,5 > 3,36.

**2.** Em cada item indique o valor posicional do algarismo 6.

**a)** 12 657 **c)** 32 561

**b)** 69745 **d)** 98 456

2. Respostas: a) 600; b) 60 000; c) 60; d) 6.

**3.** Analise a igualdade.

3. a) Resposta: Sim, pois o valor do 1º membro é igual ao do 2º membro.

$$\underbrace{35 + 43 - 10}_{\text{1º membro}} = \underbrace{98 - 30}_{\text{2º membro}}$$

**a)** Essa sentença matemática é verdadeira? Justifique sua resposta.

**b)** Se adicionarmos 50 ao 1º membro da igualdade, quanto deveremos adicionar ao 2º membro para que a relação de igualdade se mantenha? 3. b) Resposta: 50.

**c)** Se subtrairmos 20 do 1º membro da igualdade, o que deverá ser feito no 2º membro para que a relação de igualdade se mantenha? 3. c) Resposta: Subtrair 20.

**4.** O quadro apresenta o preço de alguns produtos de informática que Lúcio pretende comprar.

| Produto | Preço (R$) |
|---|---|
| Teclado mecânico | 360 |
| Monitor | 440 |
| Gabinete | 250 |
| Placa-mãe | 530 |
| Memória RAM | 380 |

Lúcio calculou mentalmente quanto gastaria se comprasse o teclado mecânico e o monitor. Para isso, efetuou:

360 + 440

300 + 400 + 60 + 40

700 + 100 = 800

Assim como Lúcio, calcule **mentalmente** quanto ele iria gastaria se comprasse:

**a)** o gabinete e a placa-mãe.

**b)** o monitor e o gabinete.

**c)** o teclado mecânico e a memória RAM. 4. Respostas: a) R$ 780,00; b) R$ 690,00; c) R$ 740,00.

**5.** Resolva o que se pede nos itens a seguir em uma folha de papel avulsa.

**a)** Escreva os 10 primeiros:

- múltiplos de 4.
- múltiplos de 6.
- múltiplos de 8.

**b)** Agora, calcule o:

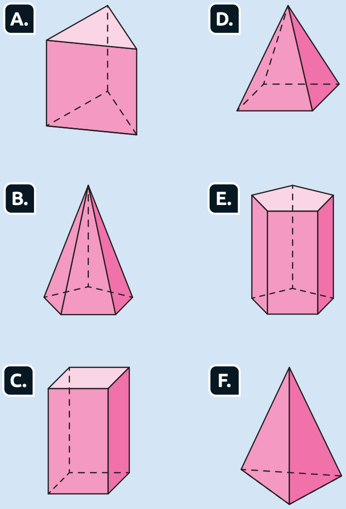
- mmc(4, 6).
- mmc(4, 8).
- mmc(6, 8).

5. b) Respostas: mmc(4, 6): 12; mmc(4, 8): 8; mmc(6, 8): 24.

5. a) Resposta: Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32 e 36.
5. a) Resposta: Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 e 54.
10 5. a) Resposta: Múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64 e 72.

6. a) Respostas: Prismas: **A**, **C** e **E**; Pirâmides: **B**, **D** e **F**. A. Prisma de base triangular; B. Pirâmide de base pentagonal; C. Prisma de base quadrada; D. Pirâmide de base quadrada; E. Prisma de base pentagonal; F. Pirâmide de base triangular.

**6.** A seguir estão representados prismas e pirâmides.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



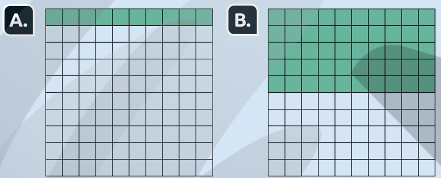
6. b) Resposta: 7 faces, 10 vértices e 15 arestas.

**a)** Identifique quais são os prismas e quais são as pirâmides e escreva o nome de cada uma dessas figuras geométricas espaciais.

**b)** Quantas faces, vértices e arestas tem a figura **E**?

**c)** Qual das figuras tem a menor quantidade de arestas? E qual tem a maior? 6. c) Resposta: Pirâmide de base triangular; Prisma de base pentagonal.

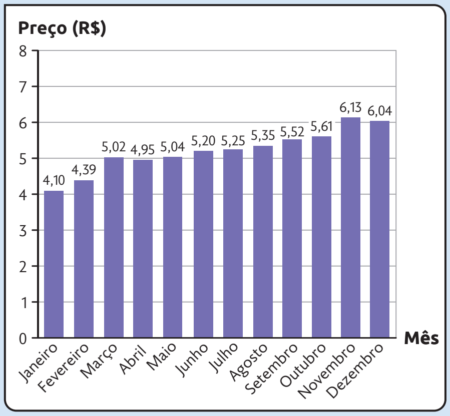
**7.** Cada figura está dividida em 100 partes iguais. Em uma folha de papel avulsa, escreva a porcentagem, a fração decimal e o número decimal que representam a parte pintada de verde em cada item.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**8.** Analise o gráfico.

**Preço mensal da gasolina – 2021**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. *Preços de distribuição de combustíveis*. Disponível em: https://www.gov.br/anp/pt-br/assuntos/precos-e-defesa-da-concorrencia/precos/precos-de-distribuicao-de-combustiveis#. Acesso em: 9 fev. 2022.

**a)** Qual é a diferença em reais do preço da gasolina entre janeiro e fevereiro de 2021?

**b)** Qual foi o aumento em reais do preço da gasolina de maio a agosto de 2021?

**c)** Qual foi a diferença em reais, entre o maior e o menor preço da gasolina em 2021?

**d)** Ao todo, qual foi o aumento do preço da gasolina nesse ano?

**9.** Certo produto estava com desconto de 10% a prazo e 20% à vista. Sabendo que, se uma pessoa optasse pelo pagamento a prazo de um produto, ela receberia R$ 45,00 de desconto, responda às questões.

**a)** Quanto essa pessoa receberia de desconto se optasse pelo pagamento à vista?

**b)** Qual é o preço do produto sem desconto?

7. Respostas: A. 10%; $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$; 0,1; B. 50%; $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$; 0,5.

9. Respostas: a) R$ 90,00; b) R$ 450,00.

8. Respostas: a) R$ 0,29; b) R$ 0,31; c) R$ 2,03; d) R$ 1,94.



## 6. Objetivo

• Avaliar se os estudantes identificam prismas e pirâmides, nomeiam essas figuras geométricas e quantificam seus elementos.

## Como proceder

• Caso os estudantes tenham dificuldade, utilize a figura **A** para mostrar a eles que um prisma tem duas faces paralelas.

## 7. Objetivo

• Diagnosticar se os estudantes representam um número racional na forma porcentual, fracionária e decimal.

## Como proceder

• Ao constatar que os estudantes apresentam dificuldade para resolver esta atividade, desenhe uma figura semelhante na lousa e destaque 20 quadradinhos. Em seguida, mostre-lhes que a parte destacada corresponde a 20 quadradinhos de um total de 100, ou seja, à fração $\frac{20}{100}$. Depois, escreva esse número na forma porcentual (20%) evidenciando o denominador 100. Por fim, obtenha uma fração equivalente a $\frac{20}{100}$, de denominador 10, ou seja, $\frac{2}{10}$, para, em seguida, escrever esse número na forma decimal, que neste caso será 0,2.

## 8. Objetivo

• Constatar se os estudantes interpretam gráfico de colunas, usando as informações para efetuar adições e subtrações envolvendo números decimais.

## Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dificuldade, questione-os sobre as informações do gráfico. Indague: Qual foi o preço em reais da gasolina no mês de junho? E no mês de dezembro?

## 9. Objetivo

• Avaliar se os estudantes resolvem um problema de porcentagem no contexto da Educação Financeira envolvendo desconto e porcentagem.

## Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dificuldades, desenhe na lousa um retângulo e divida-o em 10 partes iguais, explicando que uma parte em dez corresponde a $\frac{1}{10}$ ou 10% desse retângulo. Em seguida, associe uma dessas partes ao desconto de R$ 45,00.

## 10. Objetivo

• Diagnosticar se os estudantes classificam polígonos de acordo com a quantidade de lados, de vértices e de ângulos internos.

### Como proceder

• Caso tenham dificuldade, oriente os estudantes a contar a quantidade de vértices, de lados e de ângulos internos de cada polígono. Depois, peça que relacionem esses elementos ao nome de cada polígono.

## 11. Objetivo

• Verificar o conhecimento dos estudantes a respeito do cálculo da medida de área de um polígono.

### Como proceder

• Ao perceber que os estudantes apresentam dificuldade, oriente-os a contar a quantidade de quadradinhos e de triângulos que compõem a figura. No item **a**, eles podem compor os triângulos dois a dois, formando dois novos quadradinhos. No item **b**, é possível compor dois triângulos, formando um novo quadradinho, restando um triângulo. Enfatize que a área de cada quadradinho e de cada triângulo medem, respectivamente, $1\,cm^2$ e $0,5\,cm^2$.

## 12. Objetivo

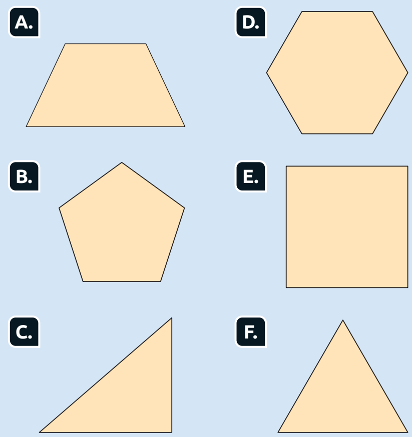
• Avaliar o conhecimento dos estudantes sobre possibilidades e probabilidade.

### Como proceder

• Confira se os estudantes identificam que só podem ser sorteadas bolinhas com as cores indicadas e que, neste caso, há 30 possibilidades para sortear uma bolinha, sendo 9 de sair uma bolinha vermelha, 6 de sair uma azul, 12 de sair uma verde e 3 de sair uma laranja. Em caso de dificuldade, calcule na lousa a chance de sair uma bolinha vermelha e, em seguida, use o exemplo do item **b** para explicar a representação fracionária, decimal e porcentual.

10. Respostas: A. Quadrilátero; B. Pentágono; C. Triângulo; D. Hexágono; E. Quadrilátero; F. Triângulo.

**10.** Classifique os polígonos de acordo com a quantidade de lados.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

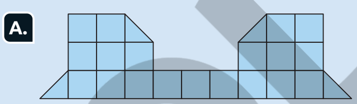
**a)** Qual polígono tem a maior quantidade de vértices?

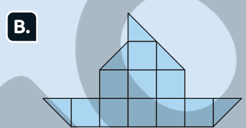
**b)** Qual polígono tem exatamente 5 ângulos internos?

**c)** Qual polígono tem a menor quantidade de lados?

10. Respostas: a) Hexágono; b) Pentágono; c) Triângulo.

**11.** Calcule a medida da área de cada figura sabendo que o ▢ tem área medindo $1\,cm^2$ e o ◺, $0,5\,cm^2$.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

11. Respostas: A. $21\,cm^2$; B. $11,5\,cm^2$.

**12.** Em uma urna foram colocadas 9 bolinhas vermelhas, 6 bolinhas azuis, 12 bolinhas verdes e 3 bolinhas laranjas.

**a)** Ao sortear uma bolinha dessa urna, quais seriam os possíveis resultados? 12. a) Resposta: Bolinha vermelha, azul, verde ou laranja.

**b)** Analise o exemplo.

> A probabilidade de retirar aleatoriamente uma bolinha vermelha é de três em dez ou $\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$ ou 0,3 ou 30%.

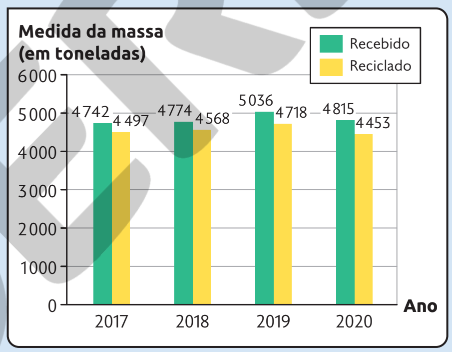
De modo semelhante ao apresentado no exemplo, escreva em uma folha de papel avulsa a probabilidade de retirar aleatoriamente uma bolinha:

• azul. • verde. • laranja.

12. b) Respostas na seção **Resposta** e na seção **Resoluções**.

**13.** Analise o gráfico.

**Evolução da destinação adequada de embalagens de óleos lubrificantes – 2017 a 2020**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: ABRELPE. *Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil 2021*. Disponível em: https://abrelpe.org.br/panorama/. Acesso em: 7 fev. 2022.

**a)** Em qual ano a quantidade de embalagens recebidas foi a menor?

**b)** Em qual ano a quantidade de embalagens recicladas foi a maior?

**c)** Em qual dos anos a diferença entre a quantidade recebida e a quantidade reciclada de embalagens de óleo lubrificante foi a menor? Qual foi essa diferença?

13. Respostas: a) 2017; b) 2019; c) 2018; 206 toneladas.







## 13. Objetivo

• Verificar se os estudantes interpretam gráfico de colunas agrupadas e se efetuam subtrações envolvendo números naturais de até 4 ordens.

### Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dificuldade, questione-os sobre as informações contidas no gráfico. Pergunte: Qual foi a medida da massa em toneladas das embalagens recebidas em 2018? E das embalagens recicladas? No item **c**, se necessário, oriente-os a usar o algoritmo convencional para realizar as subtrações e verifique se eles usam as estratégias de cálculo corretamente.

UNIDADE

# 1 Múltiplos e divisores de um número


VLADIMIR VASILTVICH/SHUTTERSTOCK

Momento de disputa em uma partida de basquetebol, em Orenburg, na Rússia, em 2019. Nesse esporte, as cestas podem valer 1, 2 ou 3 pontos.



**Agora vamos estudar...**

- os múltiplos de um número natural;
- os divisores de um número natural;
- os números primos;
- a decomposição em fatores primos;
- o máximo divisor comum;
- o mínimo múltiplo comum.



- A página de abertura desta unidade aborda a temática dos jogos de basquetebol. A ideia é associar intuitivamente a noção de múltiplos, conteúdo que será estudado nesta unidade, à pontuação do jogo, que se dá por meio das bolas encestadas. Explique que as cestas de 3 pontos ocorrem quando o jogador encesta a bola arremessada antes da linha de 3 pontos, as de 2 pontos quando o jogador encesta a bola arremessada dentro da linha de 3 pontos, e as de 1 ponto são marcadas em cada bola encestada nos arremessos de lance livre quando há faltas cometidas.
- Proponha questionamentos a fim de que os estudantes reflitam sobre a ideia de múltiplos, como: Se uma equipe estiver com 21 pontos, quantas cestas de 1, 2 ou 3 pontos os jogadores podem ter feito? Amplie a questão perguntando se essa pontuação poderia ser composta somente de cestas de 3 pontos ou de cestas de 2 pontos. Esses questionamentos podem contribuir para que os estudantes compreendam melhor as ideias que serão tratadas ao apresentar o conteúdo da unidade.

**Metodologias ativas**

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**Sugestão de avaliação**

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, proponha o seguinte problema a eles.

- Três cometas passam próximo à Terra periodicamente. O primeiro passa a cada 6 anos, o segundo a cada 8 anos e o terceiro a cada 12 anos. Considerando que todos passaram próximo à Terra em um mesmo ano, após quantos anos eles passarão novamente no mesmo ano?

**Resolução e comentários**

Considerando os quatro primeiros múltiplos de 6 (6, 12, 18, 24), os três primeiros múltiplos de 8 (8, 16, 24) e os dois primeiros múltiplos de 12 (12, 24), podemos verificar que os três cometas passarão simultaneamente após 24 anos, pois 24 é o menor múltiplo comum desses números.

Comente com os estudantes a relação desse tipo de problema com a noção de mínimo múltiplo comum, que aparece em situações envolvendo fenômenos que se repetem em frequências diferentes.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

**Objetivos da unidade**

- Identificar e determinar os múltiplos e divisores de um número natural.
- Decompor números naturais em fatores primos.
- Identificar e determinar o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum entre dois ou mais números naturais.
- Resolver e elaborar problemas relacionados a múltiplos e divisores.
- Compreender e aplicar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.
- Classificar números naturais em primos ou compostos.

**Justificativas**

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes compreendam os conceitos de múltiplos, divisores, números primos, decomposição em fatores primos, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum.

Os conceitos de múltiplos e divisores são usados diariamente por crianças e adultos em diversas circunstâncias. Assim, os conteúdos desta unidade estabelecem vínculos com a realidade e com os conhecimentos que os estudantes já têm. Desse modo, espera-se capacitá-los para aplicar os conceitos na resolução de problemas.

- As questões e atividades desta unidade desenvolvem a habilidade **EF07MA01** ao levar os estudantes a elaborar e resolver problemas envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, incluindo máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum.
- Na questão **1**, para tirar mais proveito, elabore mais itens e proponha aos estudantes que construam diferentes tabuadas a fim de auxiliar nas dificuldades que tiverem.
- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que respondam à questão **2** apresentada nesta página antes de abordá-la no livro. Depois, dê as explicações que constam no livro.
- Na atividade **1**, peça aos estudantes que formem duplas para investigar as características comuns entre os múltiplos de 2, de 5 e de 10. Depois, discuta com eles, exercitando o diálogo, a cooperação e o respeito ao outro, abordando, assim, a **Competência geral 9**.
- Para tirar proveito da atividade **2**, utilize alguns materiais representando os bombons e simule cada uma das organizações: em caixas de 1 em 1, de 2 em 2, 3 em 3 e assim por diante.
- Na atividade **3**, os estudantes precisam seguir as dicas para encontrar o ano em que o Dia Internacional da Mulher foi instituído. Para isso, será necessário conhecer as regularidades dos múltiplos de 5 e de 10, e o nome das ordens de números naturais de quatro algarismos. Aproveite esta atividade para retomar conceitos apreendidos no ano anterior. Discuta alguns propósitos de comemorarmos o Dia Internacional da Mulher, como a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, abordando, dessa maneira, aspectos da **Competência geral 1**.

# Múltiplos

O professor de Educação Física de Ana e seus colegas decidiram organizar um minitreino de basquetebol, mas não sabem se é melhor que eles formem duplas ou trios. Sabendo que todos vão participar do minitreino e que a quantidade de estudantes é maior do que 35 e menor do que 40, quantos há exatamente?

Para resolver esse problema, podemos utilizar o conceito de **múltiplos de um número natural**. Vamos lá?

A sequência 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... representa os números que são múltiplos de 2.

Os números da sequência são ditos múltiplos de 2, pois todos podem ser escritos como uma multiplicação de números naturais em que um dos fatores é 2.

- $0 = 2 \cdot 0$
- $4 = 2 \cdot 2$
- $8 = 2 \cdot 4$
- $12 = 2 \cdot 6$
- $2 = 2 \cdot 1$
- $6 = 2 \cdot 3$
- $10 = 2 \cdot 5$

E o 13, é múltiplo de 2?

Para confirmar essa informação, devemos encontrar um número natural que, multiplicado por 2, resulta em 13. Como $2 \cdot 6 = 12$ e $2 \cdot 7 = 14$, é possível perceber que ele não existe. Portanto, 13 não é um múltiplo de 2.

**Questão 1.** Quando um número é múltiplo de 4? E de 6?

**Questão 2.** Qual é a solução do problema proposto no início deste tópico?

Questão 2. Resposta: 36 estudantes.

Questão 1. Respostas: Um número é múltiplo de 4 quando pode ser escrito como uma multiplicação de números naturais em que um dos fatores é 4. Um número é múltiplo de 6 quando pode ser escrito como uma multiplicação de números naturais em que um dos fatores é 6.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**1.** Considere os números 8, 15, 17, 12, 51, 23, 95, 800, 45, 19, 122 e 91. Quais deles são:

**a)** múltiplos de 2? **b)** múltiplos de 10? **c)** múltiplos de 5?

1. Respostas: a) 8, 12, 800 e 122; b) 800; c) 15, 95, 800 e 45.

**2.** Para comemorar o aniversário de seu filho, Joana comprou 24 bombons de morango e decidiu dividi-los igualmente em caixas. Quais são as possibilidades para montá-las com quantidades menores de bombons sem que algum bombom fique fora delas?

2. Resposta: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12.

**3.** Determine o número que substitui o ■ no texto a seguir, de acordo com as dicas apresentadas. 3. Resposta: 1975.

**Dica!**

- É menor do que 2000 e maior do que 1000.
- O algarismo das dezenas é o 7.
- Não é múltiplo de 10, mas é múltiplo de 5.
- O algarismo das centenas é o 9.


SVETLANA KRIVENCEVA/SHUTTERSTOCK

O Dia Internacional da Mulher é celebrado anualmente em 8 de março e foi instituído pela Organização das Nações Unidas (ONU) no ano ■.

# Divisores

Para um dia de feira, Marcos, que é feirante, vai dividir 192 maçãs em caixas com 8 frutas cada. Quantas caixas ele vai usar? Sobrarão maçãs fora delas?

Esse é um problema relativamente simples, pois, para saber de quantas caixas Marcos vai precisar, é necessário dividir o total de maçãs pela quantidade que haverá em cada uma, ou seja, efetuar 192 : 8.

Ao realizar a divisão, concluímos que Marcos vai usar 24 caixas e que não sobrarão maçãs fora delas. Nesse caso, podemos afirmar que 192 é **divisível** por 8 ou, ainda, que 8 é **divisor** de 192.

$$
\begin{array}{rr|l}
 & 1\,9\,2 & 8 \\ \cline{3-3}
- & 1\,6\phantom{\,2} & 2\,4 \\ \cline{2-2}
 & 3\,2 & \\
- & 3\,2 & \\ \cline{2-2}
 & 0 &
\end{array}
$$

**Atenção!**

Como 192 = 8 · 24, verificamos que 8 é divisor de 192, mas 24 também o é.

Vamos relembrar o conceito matemático de **divisibilidade**.

Um número natural é divisível por outro número natural não nulo quando a divisão do primeiro pelo segundo é exata, ou seja, tem resto igual a zero.

Levando em consideração o conceito apresentado, podemos relacionar as definições de múltiplos e divisores: se um número natural é divisível por outro, então o primeiro é múltiplo do segundo.

## Relembrando alguns critérios de divisibilidade

Muitas vezes, é mais importante saber se um número é divisível por outro do que conhecer o resultado da divisão. Por isso, existem alguns critérios de divisibilidade que nos permitem saber essa resposta antes mesmo de efetuar divisões. Vamos relembrá-los?

### Critério de divisibilidade por 2

**Questão 3.** Copie o quadro em seu caderno e complete-o.

Questão 3. Respostas nas **orientações ao professor**.

| Número natural | É divisível por 2? |
|---|---|
| 20 | Sim |
| 35 | Não |
| 48 | |
| 66 | |
| 89 | |

Perceba que os números 35 e 89 não são múltiplos de 2 e que 20, 48 e 66 são. Há infinitos números que são divisíveis por 2, entre eles os apresentados anteriormente. Você sabe qual é a característica comum entre eles? Se respondeu que são pares, está correto!

Um número natural é divisível por 2 se for par.







- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a divisores, assunto estudado no ano anterior. Deixe que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar seu conhecimento prévio sobre o assunto, o que torna o estudo mais significativo.
- A questão **3** anuncia formalmente a regra da divisibilidade por 2. Os estudantes podem realizar a divisão de cada número para perceber quais são exatas ou já reconhecerem que os terminados em 0, 2, 4, 6 ou 8 atendem a esse critério. Essa questão, ao promover o desenvolvimento do espírito de investigação, pode colaborar com a **Competência específica de Matemática 2**.

**Resposta**

**Questão 3.**

| Número natural | É divisível por 2? |
|---|---|
| 20 | Sim |
| 35 | Não |
| 48 | Sim |
| 66 | Sim |
| 89 | Não |

**Metodologias ativas**

- Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• A questão **4** tem como objetivo que os estudantes identifiquem, entre os números apresentados, aqueles que são divisíveis por 3. Para aproveitar melhor esta questão, peça a eles que, depois de responderem utilizando a regra, realizarem a divisão de cada número utilizando o algoritmo ou por meio de estimativas.

• A questão **5** propõe que sejam observadas as regularidades de alguns números divisíveis por 4, para, então, formalizar a regra de divisibilidade. Nesta questão, os estudantes podem investigar, elaborar e testar hipóteses, o que colabora para o desenvolvimento da **Competência geral 2**.

## Critério de divisibilidade por 3

Para saber se um número é divisível por 3, basta adicionar os valores correspondentes aos algarismos dele. Se o resultado for divisível por 3, então o número também é. Vamos analisar dois exemplos.

- 17 846 é divisível por 3?
  Adicionando os valores correspondentes aos algarismos, temos: $1 + 7 + 8 + 4 + 6 = 26$. Como 26 não é divisível por 3, concluímos que 17 846 também não é.
- 7194 é divisível por 3?
  Adicionando os valores correspondentes aos algarismos, temos: $7 + 1 + 9 + 4 = 21$. Como 21 é divisível por 3, concluímos que 7194 também é.

Um número natural é divisível por 3 quando a soma dos valores correspondentes aos seus algarismos resulta em um número que também o é.

**Questão 4.** Considere os números 270, 202, 234 e 613. Quais são divisíveis por 3?
Questão 4. Resposta: 270 e 234.

## Critério de divisibilidade por 4

**Questão 5.** Copie o quadro em seu caderno e complete-o.
Questão 5. Resposta nas **orientações ao professor**.

| Número natural | Número formado pelos dois últimos algarismos da direita | É divisível por 4? |
|---|---|---|
| 732 | 32 | Sim |
| 500 | 00 | Sim |
| 1286 | | |
| 756 | | |

Você conseguiu perceber uma relação entre o número formado pelos dois últimos algarismos da direita e a divisibilidade por 4?

Um número natural com mais de dois algarismos é divisível por 4 se os dois últimos algarismos da direita formam, na ordem em que aparecem, um número divisível por 4 ou se são simultaneamente 0.

Vamos analisar alguns exemplos.

- 1400 é divisível por 4, pois os dois últimos algarismos da direita são simultaneamente 0.
- 7485 não é divisível por 4, pois os dois últimos algarismos da direita não são simultaneamente 0 nem formam um número (85) divisível por 4.
- 18 748 é divisível por 4, pois os dois últimos algarismos da direita formam um número (48) também divisível por 4.







**Resposta**

**Questão 5.**

| Número natural | Número formado pelos dois últimos algarismos da direita | É divisível por 4? |
|---|---|---|
| 732 | 32 | Sim |
| 500 | 00 | Sim |
| 1286 | 86 | Não |
| 756 | 56 | Sim |

Espera-se que os estudantes digam que os dois últimos algarismos dos números que são divisíveis por 4 formam, na ordem em que aparecem, um número divisível por 4.

## Critério de divisibilidade por 5

Analise o quadro. Você sabe qual é a característica comum entre os números divisíveis por 5? Se respondeu que é o fato de o algarismo das unidades ser 0 ou 5, você está correto.

| Número natural | Algarismo das unidades | É divisível por 5? |
|---|---|---|
| 185 | 5 | Sim |
| 244 | 4 | Não |
| 750 | 0 | Sim |
| 825 | 5 | Sim |
| 888 | 8 | Não |

Um número natural é divisível por 5 quando o algarismo das unidades é 0 ou 5.

## Critério de divisibilidade por 6

Você já aprendeu e relembrou os critérios de divisibilidade por 2 e por 3. Agora, vamos aplicá-los para estabelecer a divisibilidade por 6.

Um número natural é divisível por 6 se o for por 2 e por 3 simultaneamente, ou seja, se for um número natural par e se a soma dos valores correspondentes aos seus algarismos for divisível por 3. Vamos analisar alguns exemplos.

- 1848 é divisível por 6?
  Como o número é par e $1 + 8 + 4 + 8 = 21$, concluímos que sim, pois é divisível por 2 e por 3, simultaneamente.
- 179 é divisível por 6?
  Não é par, logo não é divisível por 2. Portanto, também não é divisível por 6.

Um número natural é divisível por 6 quando também for divisível por 2 e 3, simultaneamente.

## Critério de divisibilidade por 8

Para verificar se um número natural é divisível por 8, devemos analisar seus três últimos algarismos da direita.

Um número natural com mais de três algarismos é divisível por 8 se os três últimos algarismos da direita formam, na ordem em que aparecem, um número divisível por 8 ou se são simultaneamente 0.

Vamos analisar alguns exemplos.

- Os números 7000, 12000 e 13000 são todos divisíveis por 8, pois os três últimos algarismos da direita são, simultaneamente, 0.
- O número 5880 é divisível por 8, pois os últimos três algarismos da direita formam um número (880) também divisível por 8.





### Um texto a mais

- Leia o texto a seguir, que discorre a respeito de tarefas que envolvem a análise de padrões e regularidades.

[...]

**Sequências e regularidades: investigações numéricas**

Tal como deriva das novas orientações curriculares e é defendido por diversos autores, as investigações numéricas constituem um ambiente propício ao desenvolvimento de um largo conjunto de capacidades e, ao mesmo tempo, favorecem o desenvolvimento de conhecimentos importantes acerca dos números (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003): “Desde muito cedo, podem ser propostas tarefas em que os alunos são convidados a analisar padrões e regularidades envolvendo números e operações elementares” (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003, p. 64).

**Um exemplo de tecnologias em investigações numéricas**

Uma tarefa cuja exploração foi feita por alunos de 14-16 anos é relatada por Lozano (2004) e intitula-se “O salto da rã”. Esta situação pode ser trabalhada com materiais simples e manipuláveis, como moedas ou fichas de duas cores que simulam rãs sobre nenúfares. As rãs de uma mesma cor estão todas alinhadas do lado direito e as da outra cor estão todas alinhadas do lado esquerdo. O objetivo é passar as rãs de cada cor para o lado contrário. Cada rã pode saltar por cima de uma rã de outra cor ou deslizar para um nenúfar vazio que lhe seja contíguo. Não podem estar duas rãs sobre o mesmo nenúfar.

[...]

MENEZES, Luiz; CARREIRAL, Susana. *Números, desenvolvimento curricular e tecnologia*. XIXEIEM. Vila Real, 2009. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/242517919_Numeros_desenvolvimento_curricular_e_tecnologia. Acesso em: 5 jun. 2022.

- A questão **6** tem como objetivo que os estudantes identifiquem entre os números apresentados aqueles que são divisíveis por 9. Para aproveitar melhor esta questão, peça a eles que escrevam no caderno números de 5 ordens que sejam divisíveis por 9.
- A questão **7** apresenta uma pergunta que pode ser respondida depois de uma investigação matemática. O objetivo é comparar números divisíveis por 10 com os divisíveis por 100 e justificar suas descobertas. Esta questão permite argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, abordando aspectos da **Competência geral 7**.

Complemente o trabalho com esta questão perguntando aos estudantes se os números 210, 500, 1000 e 1500 são divisíveis por 10 e por 100. Espera-se que eles concluam que, como todos os números têm o último algarismo igual a zero, todos são divisíveis por 10 e que apenas o número 210 não é divisível por 100, pois não tem os dois últimos algarismos simultaneamente iguais a zero.

## Critério de divisibilidade por 9

Analise o quadro. Para saber se um número é divisível por 9, devemos analisar a soma dos valores correspondentes aos seus algarismos.

| Número natural | Soma dos valores correspondentes aos algarismos | É divisível por 9? |
|---|---|---|
| 441 | 4 + 4 + 1 = 9 | Sim |
| 321 | 3 + 2 + 1 = 6 | Não |
| 741 | 7 + 4 + 1 = 12 | Não |
| 2 302 | 2 + 3 + 0 + 2 = 7 | Não |
| 3 870 | 3 + 8 + 7 + 0 = 18 | Sim |

Um número natural é divisível por 9 quando a soma dos valores correspondentes aos seus algarismos é um número também divisível por 9.

**Questão 6.** Entre os números 270, 502, 738 e 907, quais são divisíveis por 9?
Questão 6. Resposta: 270 e 738.

## Critério de divisibilidade por 10, 100 ou 1 000

Para saber se um número natural é divisível por 10, 100 ou 1000, devemos analisar os seguintes critérios de divisibilidade.

Um número natural é divisível:
- por 10 se o algarismo das unidades for 0;
- por 100 se os algarismos das unidades e das dezenas forem simultaneamente 0;
- por 1000 se os algarismos das unidades, dezenas e centenas forem simultaneamente 0.

Qualquer número cujo algarismo das unidades é diferente de 0 não é divisível por 10, 100 ou 1000. Questão 7. Resposta: Sim, pois todo número divisível por 100 tem os algarismos das unidades e das dezenas simultaneamente iguais a 0, o que satisfaz o critério de divisibilidade por 10.

**Questão 7.** Todo número que é divisível por 100 é também divisível por 10? Justifique sua resposta.

## Resumo dos critérios de divisibilidade

| É divisível por... | Quando? |
|---|---|
| 2 | Se for um número par. |
| 3 | Se a soma dos valores correspondentes aos seus algarismos for um número também divisível por 3. |
| 4 | Se terminar com 00 ou se os dois últimos algarismos, na ordem em que aparecem, formarem um número divisível por 4. |
| 5 | Se o algarismo das unidades for 0 ou 5. |
| 6 | Se for divisível por 2 e por 3 simultaneamente. |
| 8 | Se terminar com 000 ou se os três últimos algarismos, na ordem em que aparecem, formarem um número divisível por 8. |
| 9 | Se a soma dos valores correspondentes aos seus algarismos for um número também divisível por 9. |
| 10 | Se o algarismo das unidades for 0. |
| 100 | Se os algarismos das unidades e dezenas forem simultaneamente 0. |
| 1000 | Se os algarismos das unidades, dezenas e centenas forem simultaneamente 0. |

18





### Atividade a mais

- No número a seguir, o algarismo da unidade está oculto.

53■

**a )** Se esse número for divisível por 2, quais algarismos podem ocupar a unidade?

**b )** Se esse número for divisível por 3, quais algarismos podem ocupar a unidade?

**c )** Para que esse número seja divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo, qual algarismo deve ocupar a unidade?

### Resoluções e comentários

**a)** Para que esse número seja divisível por 2, ele deve ser par e, portanto, os algarismos que podem ocupar a unidade são 0, 2, 4, 6 ou 8.

**b)** Para que esse número seja divisível por 3, a adição dos valores correspondentes aos seus algarismos deve resultar em um número que também seja divisível por 3. Testando todos os algarismos, temos:

5 + 3 + 0 = 8; 5 + 3 + 1 = 9; 5 + 3 + 2 = 10; 5 + 3 + 3 = 11; 5 + 3 + 4 = 12; 5 + 3 + 5 = 13; 5 + 3 + 6 = 14; 5 + 3 + 7 = 15; 5 + 3 + 8 = 16; 5 + 3 + 9 = 17.

De acordo com os cálculos, os únicos resultados divisíveis por 3 são 9, 12 e 15. Portanto, os algarismos que podem ocupar a unidade são 1, 4 e 7.

**c)** Analisando as respostas dos itens anteriores, concluímos que o único algarismo que pode ocupar a unidade de modo que esse número seja divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo é o 4.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**4.** Considere 184 57$X$, em que $X$ indica o algarismo das unidades. Por qual algarismo podemos substituir $X$ para que o número formado seja:

a) divisível por 2? 4. a) Resposta: 0, 2, 4, 6 ou 8.

b) divisível por 3? 4. b) Resposta: 2, 5 ou 8.

c) divisível por 5? 4. c) Resposta: 0 ou 5.

d) divisível por 10? 4. d) Resposta: 0.

e) divisível por 100? 4. e) Resposta: Não há valor para $X$ que torne o número divisível por 100.

**5.** Analise cada item e responda às questões em seu caderno.

a) Qual é o único número que é divisor de todos os números naturais? 5. a) Resposta: 1.

b) Qual é o maior divisor de um número natural? 5. b) Resposta: O próprio número.

c) Qual é a quantidade mínima de divisores que um número natural maior do que 1 pode ter? 5. c) Resposta: Dois.

**6.** Determine o número que substitui o ■ adequadamente. Porém, ele deve ser menor do que 1000 e formado pelos seguintes algarismos: 2, 3, 4, 5 ou 7.

a) ■ é divisível por 2. 6. a) Sugestões de resposta: 342, 754 e 254.

b) ■ é divisível por 3. 6. b) Sugestões de resposta: 234, 732 e 534.

c) ■ é divisível por 5. 6. c) Sugestões de resposta: 235, 725 e 345.

d) ■ é divisível por 6. 6. d) Sugestões de resposta: 42, 324 e 372.

e) ■ é divisível por 8. 6. e) Sugestões de resposta: 24, 352 e 752.

f) ■ é divisível por 9. 6. f) Sugestões de resposta: 27, 234 e 423.

**7.** Uma professora de Matemática decidiu realizar com o 7º ano um trabalho em grupo. Sabendo que todos os grupos devem ter a mesma quantidade de membros, quantos estudantes pode haver em cada grupo se a turma for composta de:

a) 40 estudantes? 7. a) Resposta: Os grupos podem ter 2, 4, 5, 8, 10 ou 20 estudantes.

b) 45 estudantes?

c) 50 estudantes?

7. b) Resposta: Os grupos podem ter 3, 5, 9 ou 15 estudantes.
7. c) Resposta: Os grupos podem ter 2, 5, 10 ou 25 estudantes.

**8.** Copie o quadro em seu caderno. Depois, complete-o marcando um **X** nas células que indicam os divisores dos números apresentados.
8. Respostas nas **orientações ao professor**.

| Número | Divisor | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | 5 | 10 |
| 8 492 | | | | |
| 3 750 | | | | |
| 1 899 | | | | |

**9.** O quadro apresenta os números de 1 a 50.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
| 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 |
| 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |

Quais desses números são:

a) divisíveis por 3? 9. a) Resposta: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45 e 48.

b) divisíveis por 5? 9. b) Resposta: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50.

c) divisíveis por 8? 9. c) Resposta: 8, 16, 24, 32, 40 e 48.

d) divisíveis por 10? 9. d) Resposta: 10, 20, 30, 40 e 50.

**10.** **Elabore** dois problemas em seu caderno: um envolvendo múltiplos e outro compreendendo divisores, ambos de números naturais. Em seguida, peça a um colega que os resolva. Por fim, verifique se a resolução proposta por ele está correta. 10. Resposta pessoal.





- Para realizar a atividade **4**, é necessário utilizar as regras de divisibilidade por 2, 3, 5, 10 e 100. Como em cada caso o estudante vai escolher o algarismo da ordem das unidades do número dado, não será possível que ele seja divisível por 100, pois a ordem da dezena não é zero. Para explorar mais esta atividade, proponha aos estudantes que façam uma mudança no enunciado de modo que o número seja divisível por 100.
- A atividade **5** tem por objetivo abordar algumas propriedades dos divisores de um número. Para aproveitar mais esta atividade, peça aos estudantes que investiguem outros números e testem as propriedades respondendo a questões parecidas com as apresentadas. Assim, aborda-se a **Competência específica de Matemática 2**.
- A atividade **6** requer que os estudantes encontrem divisores de 2, 3, 5, 6, 8 e 9 separadamente e atendendo a alguns critérios. Como as questões admitem mais de uma resposta, peça aos estudantes que citem algumas delas e escrevam-nas na lousa.
- A atividade **7** explora o conteúdo de divisores em uma situação cotidiana, o que permite abordar a **Competência específica de Matemática 7**. Para complementar, proponha mais itens, com outras quantidades de estudantes.
- Na atividade **8**, peça aos estudantes para conferirem suas respostas usando o algoritmo da divisão ou com o auxílio de uma calculadora.
- Na atividade **9**, oriente os estudantes a fazer quatro quadros, um para cada divisor (3, 5, 8 e 10), e pintem os números divisíveis em cada caso. Depois, discuta com eles as regularidades da figura formada. Esta atividade contempla as relações entre conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática – Aritmética e Álgebra –, abordando a **Competência específica de Matemática 3**.
- Atividade **10** aborda a habilidade **EF07MA01** ao pedir aos estudantes que elaborem problemas com números naturais envolvendo as noções de divisor e de múltiplo. Ao explorar a criatividade, ideias em diferentes contextos e o trabalho com um colega de turma, esta atividade contempla as **Competências gerais 2**, **4** e **9**.
- Para complementar o trabalho com as atividades desta página, proponha aos estudantes a atividade do boxe **Atividade a mais** que se encontra no rodapé da página anterior, reproduzindo-a na lousa.

### Resposta

**8.**

| Número | Divisor | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | 5 | 10 |
| 8492 | X | | | |
| 3750 | X | X | X | X |
| 1899 | | X | | |

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a números primos, assunto estudado no ano anterior. Permita que conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, o que torna o estudo mais significativo.

• O objetivo da questão **8** é reconhecer que os números pares, com exceção do 2, são divisíveis pelo menos por 1, por dois e por ele mesmo. Aproveite esta questão para pedir aos estudantes que escrevam os divisores de 2, 4, 6, 8, 10, 12 e 14, por exemplo. Em seguida, oriente-os a analisar e comparar os grupos de divisores de cada um deles, o que aborda aspectos da **Competência geral 4** – no caso, a comunicação – ao expressar-se, partilhar informações e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

# Números primos

Você lembra o que são **números primos**? Um número natural maior do que 1 é dito primo quando apresenta somente dois divisores: o 1 e ele próprio. Números naturais maiores do que 1 com mais de dois divisores são chamados **números compostos**.

O número 2 é o menor número natural primo e é o único par.

Questão 8. Resposta: Os outros números pares não são primos porque eles têm, no mínimo, três divisores (o 1, o 2 e eles próprios).

**Questão 8.** Por que não há, além do 2, outros números primos pares?

Agora, vamos identificar quais são os números primos menores do que 100 utilizando o **Crivo de Eratóstenes**, criado pelo matemático grego Eratóstenes de Cirene (276 a.C.-194 a.C.). Para isso, executamos os seguintes passos.

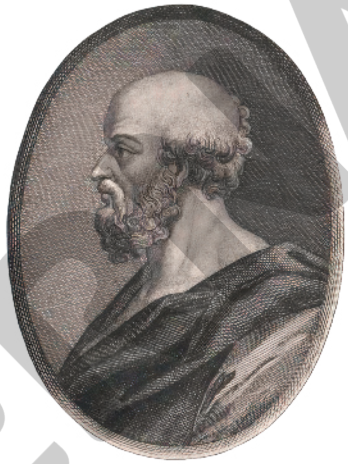
**1.** Inicialmente, construímos um quadro com os números de 1 a 100.

**2.** Em seguida, riscamos o número 1.

**3.** Contornamos os números 2, 3, 5 e 7, que são primos, pois têm apenas dois divisores (o 1 e eles próprios).

**4.** Riscamos todos os múltiplos de 2, 3, 5 e 7, pois têm ao menos três divisores e, consequentemente, não são primos.

**5.** Por fim, contornamos todos os números que sobraram no quadro.


BIBLIOTECA NACIONAL AUSTRÍACA, VIENA, ÁUSTRIA

Eratóstenes de Cirene.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ~~1~~ | 2 | 3 | ~~4~~ | 5 | ~~6~~ | 7 | ~~8~~ | ~~9~~ | ~~10~~ |
| 11 | ~~12~~ | 13 | ~~14~~ | ~~15~~ | ~~16~~ | 17 | ~~18~~ | 19 | ~~20~~ |
| ~~21~~ | ~~22~~ | 23 | ~~24~~ | ~~25~~ | ~~26~~ | ~~27~~ | ~~28~~ | 29 | ~~30~~ |
| 31 | ~~32~~ | ~~33~~ | ~~34~~ | ~~35~~ | ~~36~~ | 37 | ~~38~~ | ~~39~~ | ~~40~~ |
| 41 | ~~42~~ | 43 | ~~44~~ | ~~45~~ | ~~46~~ | 47 | ~~48~~ | ~~49~~ | ~~50~~ |
| ~~51~~ | ~~52~~ | 53 | ~~54~~ | ~~55~~ | ~~56~~ | ~~57~~ | ~~58~~ | 59 | ~~60~~ |
| 61 | ~~62~~ | ~~63~~ | ~~64~~ | ~~65~~ | ~~66~~ | 67 | ~~68~~ | ~~69~~ | ~~70~~ |
| 71 | ~~72~~ | 73 | ~~74~~ | ~~75~~ | ~~76~~ | ~~77~~ | ~~78~~ | 79 | ~~80~~ |
| ~~81~~ | ~~82~~ | 83 | ~~84~~ | ~~85~~ | ~~86~~ | ~~87~~ | ~~88~~ | 89 | ~~90~~ |
| ~~91~~ | ~~92~~ | ~~93~~ | ~~94~~ | ~~95~~ | ~~96~~ | 97 | ~~98~~ | ~~99~~ | ~~100~~ |

Seguindo os passos apresentados na página anterior, obtemos os números primos menores do que 100. São eles:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

Você já ouviu falar em **números primos entre si**? São os números que têm como maior divisor comum entre eles o 1.

No quadro temos alguns exemplos de números que são primos entre si.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 18 | 42 | 49 | 25 | 115 |

Perceba que, mesmo os números do quadro não sendo primos, pois têm mais de dois divisores, são primos entre si, já que o único divisor comum entre eles é o número 1.



**Questão 9.** Considere os números 2, 6, 7, 15, 18, 26 e 35. Agora, em seu caderno, forme 4 pares com esses números, de maneira que sejam primos entre si.
Questão 9. Sugestão de resposta: 2 e 15; 6 e 7; 6 e 35; 15 e 26.

## Decomposição em fatores primos

Todos os números compostos podem ser decompostos. Há diversas maneiras de fazer isso. Analise, por exemplo, algumas possibilidades para o número 32.

- $32 = 2 \cdot 16$
- $32 = 4 \cdot 8$
- $32 = 2 \cdot 2 \cdot 8$
- $32 = 16 + 16$
- $32 = 2 \cdot 4 \cdot 4$
- $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Note que em $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ os fatores da multiplicação são números primos. Assim, dizemos que essa é a **decomposição em fatores primos** do número 32.

Escrever um número composto por meio da multiplicação de outros números primos significa decompô-lo em fatores primos.

Para decompor um número em fatores primos, devemos realizar divisões por números primos, até que o resultado seja 1. Vamos decompor desse modo, por exemplo, o número 60. Nesse caso, vamos começar pelo menor número primo possível, o 2.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Assim, podemos escrever $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.



- Na questão **9**, o objetivo é que os estudantes selecionem quatro pares, considerando os números dados, que tenham somente o 1 como divisor comum. Como sugestão, peça a eles que escrevam os divisores de cada um e depois identifiquem essa particularidade. Para complementar, sugira outros números além dos apresentados para que executem o mesmo procedimento.
- Antes de apresentar o conteúdo do tópico **Decomposição em fatores primos**, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à decomposição em fatores primos, assunto estudado no ano anterior. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto, o que torna o estudo mais significativo.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**11.** Em seu caderno, escreva os números de 100 a 150 em um quadro. Em seguida, utilizando o Crivo de Eratóstenes, determine quais são primos.
11. Resposta: 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149.

**12.** Classifique as afirmações em verdadeiras ou falsas. Em seguida, em seu caderno, reescreva as falsas, corrigindo-as.

**a)** Todos os números primos são ímpares. 12. a) Resposta: Falsa. Sugestão de correção: Nem todos os números primos são ímpares.

**b)** A decomposição em fatores primos do número 342 é 2 · 171. 12. b) Resposta: Falsa. Sugestão de correção: A decomposição em fatores primos do número 342 é 2 · 3 · 3 · 19.

**c)** O menor número primo é o 2.
12. c) Resposta: Verdadeira.

**d)** O menor número primo maior do que 150 é 151.
12. d) Resposta: Verdadeira.

**13.** Decomponha os números em fatores primos.

**a)** 72 **b)** 100 **c)** 121

13. Respostas: a) 2 · 2 · 2 · 3 · 3; b) 2 · 2 · 5 · 5; c) 11 · 11.

**14.** Analise o quadro.

| **Número** | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Divisores do número** | 1, 2, 11, 22 | 1, 23 | 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 | 1, 5, 25 | 1, 2, 13, 26 |

**a)** Quais números primos aparecem como divisores no quadro?

**b)** Quais são os divisores primos do número 24? 14. Respostas: a) 2, 3, 5, 11, 13 e 23; b) 2 e 3.

**15.** Na Antiguidade, as pessoas baseavam os calendários nos fenômenos que aconteciam regularmente, como posição do Sol, alteração das fases da Lua, época de plantio e colheita. Ao longo do tempo, diferentes civilizações desenvolveram calendários até chegar ao modelo que temos hoje, que é usado para marcar a passagem dos dias.

Analisando os dias de um calendário do mês de março, identifique quais dos números apresentados são primos.
15. Resposta: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23.


SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**16.** Escreva, quando possível, o menor número natural formado pelos algarismos 2, 3 e 5, sem repeti-los, de modo que ele seja: 16. b) Resposta: Não é possível, pois a soma dos algarismos não resulta em um número múltiplo de 3.

**a)** múltiplo de 5. 16. a) Resposta: 235.
**b)** múltiplo de 3.
**c)** múltiplo de 2. 16. c) Resposta: 352.

• Utilizando esses algarismos, sem repeti-los, é possível escrever um número primo de três algarismos? Se sim, apresente-o. 16. • Resposta: Sim. 523 é primo.







• A atividade **11** tem por objetivo reconhecer os números primos entre 100 e 150 usando os passos do Crivo de Eratóstenes. Ao fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações, esta atividade favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 4**. Explique aos estudantes que, para números maiores do que 100, é preciso continuar riscando os múltiplos dos primos já identificados no quadro com números até 100 da página **20**, como os múltiplos de 11, por exemplo. Para tirar melhor proveito, avalie a conveniência de propor um intervalo maior de números para que eles escrevam no quadro.

• A atividade **12** requer que sejam aplicadas as características a respeito de múltiplos, divisores e números primos para analisar se algumas informações são verdadeiras ou falsas. Faça grupos para que os estudantes justifiquem suas respostas dando exemplos. Essa dinâmica valoriza a empatia e o diálogo, abordando aspectos da **Competência geral 9**.

• O objetivo da atividade **13** é decompor números naturais em fatores primos. Nesse caso, os estudantes podem apresentar os fatores em qualquer ordem. A fim de tirar melhor proveito, organize-os em grupos grandes, com 5 estudantes, por exemplo, e oriente-os a compartilhar as estratégias utilizadas.

• A atividade **14** explora o reconhecimento de números primos entre os divisores de determinados números. Complemente esta atividade apresentando na lousa outros números, para que escrevam os divisores primos e compostos deles.

• Atividade **15** tem por objetivo explorar o reconhecimento dos números primos compreendidos entre 1 e 31 que constam em um calendário. O contexto desta atividade contempla aspectos da **Competência geral 1** ao abordar conhecimentos históricos do mundo social. Além disso, ao reconhecer o calendário como uma organização numérica que contribuiu para o desenvolvimento da sociedade, a atividade aborda a **Competência específica de Matemática 1**.

Articule esta atividade com o componente curricular de **História**. Peça ao professor desse componente para conversar com os estudantes a respeito do calendário Maia e discutir com eles a base 20. Algumas informações sobre o calendário Maia podem ser encontradas no *site* indicado a seguir.

Disponível em: https://www.chichenitza.com/pt/calendario-maia. Acesso em: 8 jun. 2022.

• Complemente a atividade 16 alterando os números propondo-a como um desafio cronometrado a ser realizado em duplas. Pontue a dupla que obter os números solicitados em menor tempo. Outra sugestão é alterar a quantidade de algarismos envolvidos e indicar outras restrições relacionadas ao assunto abordado. Continue o desafio enquanto houver interesse da turma.

# Máximo divisor comum

Para decorar a festa de aniversário de sua filha, Bianca comprou 10 m de fita branca e 12 m de fita rosa. Elas serão cortadas em pedaços iguais e com o comprimento de maior medida possível, sem que haja sobra de fita.

Vamos ajudar Bianca a verificar quanto deverá medir o comprimento de cada pedaço de fita. Para isso, procedemos da seguinte maneira.

**1.** Escrevemos a sequência dos divisores de 10, correspondente à medida do comprimento da fita branca.

1, 2, 5, 10.

**2.** Escrevemos a sequência dos divisores de 12, correspondente à medida do comprimento da fita rosa.

1, 2, 3, 4, 6, 12.

Os divisores comuns às duas sequências são 1 e 2. Nesse caso, o maior divisor comum de 10 e 12 é 2.

Assim, 2 é o **máximo divisor comum** de 10 e 12.

Indicamos esse fato por:

$$\text{mdc}(10, 12) = 2$$

Portanto, o comprimento de cada pedaço de fita deve medir 2 m.

Vamos analisar outro caso. Considere as sequências.

- Divisores de 30: **1**, **2**, 3, **5**, 6, **10**, 15, 30.
- Divisores de 80: **1**, **2**, 4, **5**, 8, **10**, 16, 20, 40, 80.

Ao analisarmos essas sequências, concluímos que os números 30 e 80 têm como divisores comuns: 1, 2, 5 e 10, sendo 10 o maior entre eles. Portanto, $\text{mdc}(30, 80) = 10$.

Dados dois ou mais números naturais não nulos, denomina-se **máximo divisor comum** (mdc) deles o maior de seus divisores comuns.

**Questão 10.** Calcule em seu caderno.

**a)** mdc(11, 5)
**b)** mdc(12, 36)
**c)** mdc(4, 102)
**d)** mdc(123, 13)
**e)** mdc(45, 27)
**f)** mdc(37, 100)

Questão 10. Respostas: a) 1; b) 12; c) 2; d) 1; e) 9; f) 1.





- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a máximo divisor comum. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, o que torna o estudo mais significativo.
- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem resolver o problema. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- O objetivo da questão **10** é obter o máximo divisor comum entre dois números com base na determinação dos divisores de cada um deles. Avalie a conveniência de aprimorar o trabalho com esta questão, elaborando outros itens e escrevendo-os na lousa, para que os estudantes possam efetuar os cálculos no caderno.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a mínimo múltiplo comum. Incentive-os a usar o conhecimento prévio sobre o assunto.
- Proponha aos estudantes que avaliem, em grupos, a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que exponham alguma solução para o problema usando os recursos que conhecem. Para isso, escreva na lousa o enunciado. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, desenvolva as explicações encontradas no livro.

**Algo a mais**

- Leia a dissertação indicada a seguir, que discorre a respeito do jogo **Roleta matemática**, comumente utilizado para o ensino de máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum:

MARTINS, Germano Vaz. *Roleta matemática*: um módulo da aplicação “a magia dos números” para o ensino do mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum. 2003. 121 f. Dissertação (Mestrado Educação Multimédia) – Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Portugal, 2003. Disponível em: https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9686/2/4971_TM_01_C.pdf. Acesso em: 8 jun. 2022.

# Mínimo múltiplo comum

Em certo país, o presidente é eleito de 4 em 4 anos e os senadores de 6 em 6 anos. As eleições para esses dois cargos coincidiram em 2004.

RAFA STOCK BR/SHUTTERSTOCK

Congresso Nacional, em Brasília, DF, em 2021.

**Atenção!**

O período para as eleições, em geral, muda de um país para outro. No Brasil, a votação para presidente e para senador ocorre de 4 em 4 anos. Na foto, temos a representação do Senado (prédio à esquerda) e da Câmara (prédio à direita), que formam o Congresso Nacional, um dos cartões-postais de Brasília, a capital do país.

Caso não ocorra nenhuma mudança política, depois de quantos anos elas coincidirão novamente?

Podemos resolver o problema proposto da seguinte maneira.

**1.** Escrevemos a sequência dos múltiplos de 4, correspondente às eleições para presidente.

$$\mathbf{0}, 4, 8, \mathbf{12}, 16, 20, \mathbf{24}, 28, 32, \mathbf{36}, 40, 44, \dots$$

**2.** Escrevemos a sequência dos múltiplos de 6, correspondente às eleições para senadores.

$$\mathbf{0}, 6, \mathbf{12}, 18, \mathbf{24}, 30, \mathbf{36}, 42, 48, 54, 60, 66, \dots$$

Os múltiplos comuns às duas sequências são 0, 12, 24, 36, ... Nesse caso, o menor múltiplo comum de 4 e 6 diferente de zero é 12.

Assim, 12 é o **mínimo múltiplo comum** de 4 e 6. Indicamos esse fato por:

$$\text{mmc}(4, 6) = 12$$

Portanto, as eleições para esses dois cargos coincidirão novamente depois de 12 anos.

Dados dois ou mais números naturais não nulos, denomina-se **mínimo múltiplo comum** (mmc) deles o menor de seus múltiplos comuns diferente de zero.







**Sugestão de avaliação**

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, reproduza na lousa as questões a seguir e peça que efetuem os cálculos necessários no caderno.

**a )** Quais são os 15 primeiros múltiplos de 4?

**b )** Quais são os 10 primeiros múltiplos de 7?

**c )** Quais são os 3 primeiros múltiplos comuns de 4 e 7?

**d )** Qual é o mmc (4, 7)?

**Resoluções e comentários**

**a )** 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52 e 56.

**b )** 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 e 63.

**c )** Analisando as respostas dos itens anteriores, concluímos que os 3 primeiros múltiplos comuns de 4 e 7 são 0, 28 e 56.

**d )** Com base na resposta do item anterior, o mmc(4, 7) é 28.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**17.** Resolva no caderno as questões a seguir.

**a)** Quais são os divisores do número 30?

**b)** Quais são os divisores comuns dos números 18 e 50?

**c)** Qual é o maior divisor comum dos números 50 e 75?

17. Respostas: a) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30; b) 1 e 2; c) 25.

**18.** Resolva no caderno o que se pede nos itens.

**a)** Quais são os múltiplos positivos de 3 menores do que 50? 18. a) Resposta: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45 e 48.

**b)** Quais são os múltiplos positivos de 5 menores do que 50? 18. b) Resposta: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 e 45.

**c)** Quais são os múltiplos positivos comuns de 3 e 5 menores do que 50? 18. c) Resposta: 15, 30 e 45.

**d)** Qual é o menor múltiplo comum de 3 e 5 diferente de zero? 18. d) Resposta: 15.

**19.** Em seu caderno, calcule:

**a)** mmc (10, 12). **e)** mmc (16, 48). **i )** mdc (7, 11).

**b)** mmc (6, 9). **f )** mmc (18, 20, 24). **j )** mdc (50, 70).

**c)** mmc (12, 25). **g)** mdc (15, 18). **k)** mdc (22, 30).

**d)** mmc (18, 24). **h)** mdc (12, 20). **l )** mdc (16, 32).

19. Respostas: a) 60; b) 18; c) 300; d) 72; e) 48; f) 360; g) 3; h) 4; i) 1; j) 10; k) 2; l) 16.

**20.** Calcule o mmc dos seguintes números primos.

**a)** 2 e 3. **e)** 5 e 41. **i )** 7 e 13.

**b)** 3 e 5. **f )** 2 e 7. **j )** 19 e 37.

**c)** 5 e 13. **g)** 11 e 13.

**d)** 2, 7 e 11. **h)** 5 e 11.

20. Respostas: a) 6; b) 15; c) 65; d) 154; e) 205; f) 14; g) 143; h) 55; i) 91; j) 703.

**21.** O que você pôde verificar no resultado do mmc dos números primos da atividade anterior? 21. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que o mmc de dois ou mais números primos é igual ao produto deles.

**22.** Determine o mmc dos seguintes números naturais consecutivos.

**a)** 4 e 5. **e)** 12 e 13. **i )** 20 e 21.

**b)** 6 e 7. **f )** 14 e 15. **j )** 22 e 23.

**c)** 8 e 9. **g)** 16 e 17.

**d)** 10 e 11. **h)** 18 e 19.

22. Respostas: a) 20; b) 42; c) 72; d) 110; e) 156; f) 210; g) 272; h) 342; i) 420; j) 506.

**23.** O que você pôde verificar no resultado do mmc dos números naturais consecutivos da atividade anterior? 23. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que o mmc de dois números naturais consecutivos é igual ao produto deles.

**24.** Em cada item, o maior número é múltiplo dos menores. Calcule o mmc deles.

**a)** 3 e 9. **e)** 5 e 15. **i )** 20 e 40.

**b)** 5 e 35. **f )** 18 e 36. **j )** 12 e 48.

**c)** 2, 4 e 24. **g)** 15 e 30.

**d)** 10 e 20. **h)** 7, 21 e 42.

24. Respostas: a) 9; b) 35; c) 24; d) 20; e) 15; f) 36; g) 30; h) 42; i) 40; j) 48.





- Nas atividades **17** e **18**, para tirar melhor proveito, troque os números naturais apresentados e peça aos estudantes que efetuem os mesmos comandos solicitados.
- Ao trabalhar as atividades **19** a **21**, incentive a curiosidade e o espírito de investigação, o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas recorrendo à modelagem matemática, o **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia) e o desenvolvimento da dedução de algumas propriedades, bem como a proposição de conjecturas. Após os estudantes conjecturarem a regra da sequência, oriente-os a verificar se ela funciona testando todos os termos apresentados. Desse modo, favorece-se o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 2**.
- A proposta da atividade **22** é que seja determinado o mínimo múltiplo comum entre diversos pares de números consecutivos.
- A atividade **23** pede aos estudantes que analisem os resultados do cálculo do mínimo múltiplo comum de cada par dos números consecutivos da atividade anterior. Continue incentivando o **raciocínio lógico-matemático** deles.
- Na atividade **24** desta página e na atividade **25** da página seguinte, proponha uma conversa com os estudantes a fim de verificar se perceberam que, como o maior número é múltiplo do menor, o mínimo múltiplo comum será sempre o maior número.

### Um texto a mais

- Leia o texto a seguir, a respeito da importância do **raciocínio lógico-matemático**.

[...]

As dificuldades podem surgir ao interpretar um texto ou até mesmo no momento de se expressar de forma lógica. Muitas pessoas possuem dificuldades em expressar suas ideias de forma lógica e organizada. Desta forma, mesmo tendo grandes ideias, se não conseguirem validar de forma clara suas convicções, não conseguirão sustent[á-las].

Da mesma forma que na leitura ou escrita, o raciocínio lógico na resolução de problemas matemáticos é um fator de extrema importância. É fundamental que os alunos compreendam e raciocinem sobre o que está sendo proposto e não somente decorem e apliquem fórmulas.

[...].

SCOLARI, A. T.; BERNARDI, G.; CORDENONSI, A. Z. O desenvolvimento do raciocínio lógico através de objetos de aprendizagem. *RENOTE*, Porto Alegre, v. 5, n. 2, 2007. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/14253. Acesso em: 8 jun. 2022.

• Na atividade **26**, o objetivo é que seja determinado o múltiplo comum entre os números no intervalo determinado. Aproveite esta atividade para ampliar o conhecimento de múltiplos comuns, pois ela aborda a necessidade do reconhecimento de outros múltiplos comuns, além do menor.

• A atividade **27** visa que seja determinado o menor múltiplo comum entre esses intervalos, para reconhecer depois de quanto tempo os dois remédios serão ingeridos juntos novamente.

Para aproveitar melhor a atividade, discuta com os estudantes sobre a importância de seguir as regras propostas pelos médicos, a fim de que os remédios tenham o efeito desejado quando estamos doentes, o que permite desenvolver o tema contemporâneo transversal **Saúde**.

• Ao trabalhar a atividade **28**, incentive a troca de ideias entre os colegas, a fim de compartilharem as estratégias utilizadas.

• Na atividade **29**, uma dica é verificar de quais números o 45 é múltiplo. No item **b**, para sanar possíveis dúvidas, escreva na lousa algumas das respostas dadas pelos estudantes.

• Ao elaborar e resolver um problema como o da atividade **30**, são desenvolvidos aspectos da **Competência específica de Matemática 6**, pois os estudantes enfrentam situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões.

• Na atividade **31**, organize os estudantes em grupos grandes, com 5 estudantes, por exemplo, e deixe que eles investiguem as informações dadas para chegar à solução da atividade. Ao aplicar conhecimentos matemáticos para desenvolver a autoestima e a perseverança na busca de soluções trabalhadas nesta atividade, aborda-se a **Competência específica de Matemática 3**.

• Na atividade **32**, oriente os estudantes a reconhecer que ela aborda as mesmas ideias da atividade apresentada anteriormente e que, portanto, podem ser resolvidas com os mesmos procedimentos.

**25.** O que você pôde verificar no resultado do mmc dos itens da atividade anterior?

**26.** A professora de uma turma do 8º ano quer separar os estudantes em grupos para realizar uma atividade. Ela verificou que é possível uma divisão em equipes com 3, 4, 6 ou 12 integrantes, sem que sobre alguém. Determine o total de estudantes dessa turma, sabendo que esse número está entre 30 e 40. 26. Resposta: 36 estudantes.

**27.** O médico de João receitou-lhe dois medicamentos: um deve ser tomado de 8 em 8 horas; o outro, de 12 em 12 horas. João ingeriu os dois remédios juntos às 6 horas da manhã. Depois de quantas horas ele os tomará juntos novamente?
27. Resposta: Depois de 24 horas.

**28.** Em uma decoração, há luminosos brancos, vermelhos e amarelos. Os brancos acendem a cada 8 segundos; os vermelhos, a cada 15 segundos; e os amarelos, a cada 20 segundos. Em determinado instante, os luminosos das três cores acenderam ao mesmo tempo. Depois de quantos segundos eles estarão acesos juntos novamente?
28. Resposta: Depois de 120 segundos.

**29.** Resolva os itens em seu caderno.

**a)** O mínimo múltiplo comum de dois números é 45. Quais são eles, sabendo que um é o triplo do outro?

**b)** O máximo divisor comum de dois números é 1, e a diferença entre eles é 2. Cite dois números que tenham essas características.
29. Respostas: a) 15 e 45; b) Sugestão de resposta: 3 e 5.

**30.** **Elabore** dois problemas em seu caderno: um envolvendo o conceito de mínimo múltiplo comum e outro compreendendo a definição de máximo divisor comum. Depois, peça a um colega que os resolva. 30. Resposta pessoal.

**31.** Determine o maior número possível pelo qual devemos dividir 216 e 169 para obter os restos 6 e 1, respectivamente. 31. Resposta: 42.

**32.** Que procedimentos você utilizou para resolver a atividade **28**? Usando-os, é possível solucionar algum dos problemas propostos a seguir? Se sim, qual?
32. Resposta na seção **Resoluções**.

**a)** De uma rodoviária, saem todos os dias três ônibus que fazem rotas nacionais. O primeiro demora 4 horas para realizar seu percurso e retornar para a rodoviária; o outro leva 5 horas para isso; e o terceiro, 10 horas. Sabendo que hoje eles partiram juntos da rodoviária, depois de quantas horas sairão novamente ao mesmo tempo?

**b)** Para costurar peças de roupa, Larissa precisa dividir em pedaços menores, com a mesma medida de comprimento, dois tecidos: um azul e outro vermelho, cujos comprimentos medem 60 cm e 126 cm, respectivamente. Sabendo que ela pretende deixar esses pedaços com a maior medida de comprimento possível sem que haja sobra de tecido, determine a medida do comprimento de cada um.

**c)** Dois médicos e uma enfermeira fizeram plantão dia 3 de março. Os plantões dos médicos acontecem a cada 6 e 8 dias, respectivamente, enquanto os da enfermeira ocorrem a cada 4 dias. Qual será a próxima data em que os três trabalharão juntos novamente?

Agora, resolva os problemas propostos. 32. Respostas: a) 20 horas; b) 6 cm; c) 27 de março.

25. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que o mmc de dois ou mais números diferentes de zero é igual ao maior deles, desde que ele seja múltiplo dos demais.







## Metodologias ativas

• Para desenvolver o trabalho com a atividade **27**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Para desenvolver o trabalho com as atividades **29** e **31**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

# Utilizando a decomposição em fatores primos para calcular o mmc e o mdc

Nesta unidade, estudamos a decomposição de números em fatores primos. Agora, vamos utilizá-la para nos auxiliar no cálculo do mmc e do mdc de dois ou mais números naturais.

## Máximo divisor comum

Para determinar o mdc de dois números usando a decomposição em fatores primos, realizamos as seguintes etapas.

**1.** Decompomos os números em fatores primos.

**2.** Identificamos os fatores comuns.

**3.** Multiplicamos os fatores comuns às duas decomposições, obtendo, assim, o mdc.

Utilizando esse passo a passo, vamos calcular o mdc(40, 12).

**1.** Realizamos a decomposição dos números.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \qquad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

**2.** Os fatores comuns estão contornados.

$$\begin{array}{r|l} 40 & \boxed{2} \\ 20 & \boxed{2} \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & \boxed{2} \\ 6 & \boxed{2} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

**3.** Calculamos o produto dos fatores comuns.

$$2 \cdot 2 = 4$$

Portanto, mdc(40, 12) = 4.

**Questão 11.** Utilizando a decomposição em fatores primos, calcule em seu caderno o mdc(32, 48). Questão 11. Resposta: 16.







- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à determinação do máximo divisor comum pelo método da decomposição em fatores primos, ou seja, sem ter que escrever a sequência de divisores de cada número envolvido. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, o que torna o estudo mais significativo.
- Na questão **11**, elabore outros itens e escreva-os na lousa. Em seguida, peça aos estudantes que copiem e efetuem os cálculos necessários no caderno.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à determinação do mínimo múltiplo comum pelo método da decomposição em fatores primos, ou seja, sem escrever parte da sequência de múltiplos de cada número envolvido. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, sistematizando o conteúdo.

• Na questão **12**, elabore outros itens e escreva-os na lousa, pedindo aos estudantes que os copiem e efetuem os cálculos necessários no caderno.

• O objetivo da questão **13** é que os estudantes descrevam o procedimento do algoritmo da determinação do mdc e do mmc pela decomposição em fatores primos.

Aproveite o fato de a questão **13** ser feita em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de buscar compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz, contemplando a **Competência geral 9** e a **Competência específica de Matemática 8.** Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

## Mínimo múltiplo comum

Você se lembra de como resolvemos o problema a respeito da eleição para presidência e senado? Como o presidente é eleito de 4 em 4 anos e os senadores de 6 em 6 anos, nós listamos múltiplos desses números e localizamos o menor não nulo, e assim determinamos o mmc (6, 4).

Agora, vamos calcular esse mmc utilizando a decomposição em fatores primos. Para isso, executamos as seguintes etapas.

**1.** Decompomos simultaneamente os números em fatores primos.

Etapa 1

| | | |
|---|---|---|
| 4, 6 | 2 | ← divide ambos os números |
| 2, 3 | | |

Etapa 2

| | | |
|---|---|---|
| 4, 6 | 2 | |
| 2, 3 | 2 | ← divide apenas o 2 |
| 1, 3 | | |

Etapa 3

| | | |
|---|---|---|
| 4, 6 | 2 | |
| 2, 3 | 2 | |
| 1, 3 | 3 | ← divide apenas o 3 |
| 1, 1 | | |

**Atenção!**

Em algumas etapas, note que o fator divide somente um dos números. Lembre-se também de que você deve utilizar sempre números primos.

**2.** Multiplicamos os fatores obtidos, calculando, assim, o mmc.

$$\text{mmc}(4, 6) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Agora, usando esse passo a passo, vamos calcular o mmc (10, 15).

| | |
|---|---|
| 10, 15 | 2 |
| 5, 15 | 3 |
| 5, 5 | 5 |
| 1, 1 | |

O mmc (10, 15) é dado pelo produto dos fatores obtidos na decomposição, ou seja:

$$\text{mmc}(10, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

**Questão 12.** Utilizando a decomposição em fatores primos, calcule em seu caderno o mmc (32, 48).
Questão 12. Resposta: 96.

**Questão 13.** **Junte-se** a um colega e explique-lhe, com suas palavras, como você calcula o:

**a)** mínimo múltiplo comum de dois números não nulos.

**b)** máximo divisor comum de dois números não nulos.

Questão 13. Respostas: a) Resposta pessoal; b) Resposta pessoal.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**33.** Luciana vende fones de ouvido em uma loja. No primeiro dia, ela vendeu R$ 240,00; no segundo, R$ 180,00; e no terceiro, R$ 320,00. Sabendo que o preço é o maior possível, quantos fones Luciana vendeu ao todo nesses três dias? 33. Resposta: 37 fones.

**34.** O mínimo múltiplo comum de dois números é 50. Quais são eles, sabendo que o menor número é metade do maior? 34. Resposta: 25 e 50.

**35.** Carla está tomando algumas vitaminas por orientação médica. Uma deve ser ingerida de 8 em 8 horas; a outra, de 6 em 6 horas. Ela as tomou juntas às 8 horas da manhã. Após quantas horas Carla vai ingerir as vitaminas ao mesmo tempo novamente? 35. Resposta: 24 horas.

**36.** Rafaela está preparando pratos de doces para uma festa de aniversário. Ela tem 36 cajuzinhos e 42 casadinhos. Sabendo que ela deseja separá-los em pratos com a mesma quantidade, sem misturá-los, e utilizar o mínimo de recipientes possível, determine a quantidade de doces que Rafaela deverá colocar em cada prato. 36. Resposta: 6 doces.



**37.** Tobias coleciona ímãs de geladeira das viagens que realiza. Ele tem 165 ímãs que comprou em viagens ao Nordeste do país, 220 em passeios ao Norte, e 275 em idas ao Sul. Sabendo que ele deseja organizar sua coleção em caixas com igual quantidade de ímãs, cada uma com a maior quantia possível e apenas com objetos comprados na mesma região, determine quantos ímãs ele deve colocar em cada caixa. 37. Resposta: 55 ímãs.

**38.** Quando Rodrigo junta suas bolinhas de gude em grupos com 2, 3, 4, 5 ou 6 bolinhas, sobra 1. Quando as agrupa em 7, não sobram bolinhas. Quantas bolinhas de gude ele tem?
38. Resposta: 301 bolinhas.

Bolinhas de gude.

MADELE/SHUTTERSTOCK

**39.** $T$ é o maior divisor comum de 48, 74 e 120. Qual é esse número? 39. Resposta: 2.

**40.** Em uma pista de caminhada, Paulo, Aline e Tiago fazem seus exercícios diários. Paulo demora 30 minutos para dar uma volta completa, Aline leva 20 minutos, e Tiago, que anda mais rápido, faz o percurso em apenas 15 minutos. Os três partiram de certo ponto no mesmo instante. Depois de quantas horas, mantendo o mesmo ritmo de caminhada, eles se encontrarão novamente nesse local? 40. Resposta: 1 hora.

**41.** Theo tem uma coleção de bolinhas de gude, sendo 180 roxas e 220 azuis. Ele deseja organizá-las em caixas com a mesma quantidade de bolinhas, de modo que em cada uma tenha somente bolinhas de mesma cor e que a quantidade de recipientes utilizados seja a menor possível. Quantas caixas ele vai usar? 41. Resposta: 20 caixas.



### Metodologias ativas

• Para desenvolver o trabalho com a atividade **38**, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Pensamento do *design***.

• Avalie a possibilidade de explorar as atividades **35** e **40** utilizando a metodologia ativa **Caminhada na galeria**.

• Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**.

Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• No trabalho com a atividade **33**, os estudantes devem notar que precisam realizar a divisão do total de vendas de cada dia pelo máximo divisor comum.

• Na atividade **34**, os estudantes precisam descobrir quais dois números têm como mínimo múltiplo comum o número 50. Se achar necessário, retome nesse momento as atividades **24** e **25**.

• Para aproveitar melhor a questão **35**, converse com os estudantes sobre a importância dos cuidados com nossa saúde física e mental. Ressalte que não devemos tomar vitaminas ou remédios sem orientação médica. Desse modo, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Saúde** e a **Competência geral 9**.

• Nas atividades **36** a **38**, os estudantes devem resolver situações-problema envolvendo o cálculo de mínimo múltiplo comum e de máximo divisor comum. Avalie a conveniência de organizá-los em grupos grandes, com 5 estudantes, por exemplo, e pedir que compartilhem as estratégias usadas e os resultados que obtiveram. Desse modo, eles podem verificar se cometeram erros e sanar possíveis dúvidas. Leve-os a perceber que as condições "utilizar o mínimo de recipientes" e "com a maior quantia possível" são determinantes para a escolha da estratégia.

• Na atividade **39**, se os estudantes estranharem o fato de o número 2 ser o máximo divisor comum dos números dados, peça que façam tentativas de obter um divisor comum que seja maior do que 2 sem utilizar a decomposição em fatores primos.

• A atividade **40** possibilita o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Saúde**. Para isso, converse com os estudantes sobre a importância da realização de caminhadas. Diga a eles que caminhar ajuda no processo de emagrecimento e auxilia na prevenção e no controle de algumas doenças como hipertensão, diabetes, obesidade e outras.

• Para tirar melhor proveito, faça adaptações no enunciado da atividade **41**, alterando os números dados, e peça aos estudantes que refaçam os cálculos no caderno usando esses novos números.

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Resolva os itens a seguir.

**a)** A soma de dois números naturais é 30. Quais são eles, sabendo que pertencem à sequência dos números primos e que, nessa sequência, são consecutivos?

**b)** A soma de quatro números naturais é 168. Quais são eles, sabendo que pertencem à sequência dos números primos e que, nessa sequência, são consecutivos?

1. Respostas: a) 13 e 17; b) 37, 41, 43 e 47; c) 29 e 31.

**c)** O produto de dois números naturais é 899. Quais são eles, sabendo que são menores do que 50, pertencem à sequência dos números primos e que, nessa sequência, são consecutivos?

**2.** Qual é o produto entre o único número primo par e o maior número primo de: 2. Respostas: a) 14; b) 194.

**a)** 1 algarismo? **b)** 2 algarismos?

**3.** Copie o quadro e complete-o de maneira que todos os números do quadro sejam primos entre si.

3. Respostas na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 14 | | 50 | | 39 | |

**4.** Resolva os itens a seguir.

**a)** Quais são os 15 primeiros múltiplos de 4? 4. a) Resposta: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52 e 56.

**b)** Quais são os 10 primeiros múltiplos de 7? 4. b) Resposta: 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 e 63.

**c)** Quais são os 3 primeiros múltiplos comuns de 4 e 7? 4. c) Resposta: 0, 28 e 56.

**d)** Qual é o mmc (4, 7)? 4. d) Resposta: 28.

**e)** Qual é o mdc (4, 7)? 4. e) Resposta: 1.

**f)** Analisando a resposta ao item **e**, o que podemos afirmar a respeito dos números 4 e 7?

4. f) Resposta: São números primos entre si.

**5.** Qual é o menor número natural maior do que 1 que, dividido por 2, 3, 4, 5, 6 e 7, tem resto 1?

5. Resposta: 421.

**6.** Ana estava competindo com o seu pai em um jogo de tabuleiro. Nas instruções, ela descobriu que há 162 fichas azuis e 90 fichas laranjas nesse jogo, todas com dimensões de mesma medida. Eles decidiram empilhá-las de maneira que em cada agrupamento haja apenas fichas da mesma cor e que todos tenham a mesma medida de altura. Qual é a menor quantidade de pilhas que se pode formar?

6. Resposta: 14 pilhas de fichas.

**7.** Maicon, Renata e Laura são irmãos e não moram na mesma cidade que a mãe. Eles a visitam com a seguinte frequência: Maicon, a cada 10 dias, Renata, a cada 12 e Laura, a cada 18. Para cada item, calcule a frequência com que os filhos se encontram na casa da mãe.

7. Respostas: a) A cada 60 dias; b) A cada 90 dias; c) A cada 180 dias; d) A cada 36 dias.

**a)** Maicon e Renata.

**b)** Maicon e Laura.

**c)** Maicon, Renata e Laura.

**d)** Renata e Laura.

**8.** Beatriz comprou 36 rosas e 28 margaridas para fazer arranjos, todos com a mesma quantidade de flores de cada tipo. Sabendo que não podem sobrar rosas nem margaridas e que os arranjos devem ter a mesma quantidade de flores, determine a quantidade máxima de arranjos que Beatriz pode fazer. 8. Resposta: 4 arranjos.

30



### 1 e 2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes reconhecem números primos.

### Como proceder

- Lembre os estudantes de que um número natural, a partir do 2, é primo quando é divisível apenas por 1 e por ele mesmo. Depois, sugira que escrevam em uma folha de papel avulsa a sequência dos números primos menores do que 100. Por fim, oriente-os a utilizar esses números para resolver as operações indicadas em cada item da atividade **1** e na atividade **2**.

### 3. Objetivo

- Conferir se os estudantes reconhecem quando dois ou mais números naturais são primos entre si.

### Como proceder

- Confira se os estudantes compreenderam que, em um conjunto com dois ou mais números naturais, seus elementos são primos entre si quando o máximo divisor comum entre eles é 1.

### 4 a 8. Objetivo

- Avaliar se os estudantes obtêm múltiplos, múltiplos comuns, mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum de números naturais.

### Como proceder

- Analise se os estudantes compreenderam que, para obter os múltiplos de um número natural diferente de zero, multiplicamos esse número pela sequência dos números naturais. No item **e** da atividade **4**, caso apresentem dificuldade, oriente-os a obter os divisores do número 4, do número 7 e, em seguida, indicar o maior divisor comum entre eles.
- Na atividade **5**, oriente-os a determinar o menor número natural múltiplo de 2, 3, 4, 5, 6 e 7 que pode ser obtido calculando o mínimo múltiplo comum entre eles.
- Na atividade **6**, caso os estudantes tenham dificuldade, explique-lhes que tanto a quantidade de fichas de cor azul quanto a de fichas de cor laranja devem ser divididas pelo mesmo número, para que as pilhas formadas tenham a mesma medida de altura.
- Na atividade **7**, explique aos estudantes que a frequência dos encontros corresponde ao menor múltiplo comum entre 10, 12 e 18, que representam, respectivamente, as frequências com que Maicon, Renata e Laura visitam a mãe.
- Na atividade **8**, leve os estudantes a notar que todos os arranjos devem ter a mesma quantidade de rosas e de margaridas, mas a quantidade de flor de cada tipo pode ser diferente em cada um deles.

UNIDADE

# 2 Os números inteiros

ANDREW KORTELING/ALAMY/FOTOARENA

Grande Buraco Azul, em Belize, em 2019, cujo formato assemelha-se a um círculo e está rodeado de recifes de corais. Sua profundidade mede 125 metros.



### Agora vamos estudar...

- os números inteiros;
- os números inteiros na reta numérica;
- a comparação entre números inteiros;
- adição com números inteiros;
- subtração com números inteiros;
- multiplicação com números inteiros;
- divisão com números inteiros;
- potenciação de números inteiros.



- A página de abertura desta unidade traz a foto de um lugar que se destaca pela beleza natural: o Grande Buraco Azul. Complemente as informações da página dizendo aos estudantes que esse buraco é parte da Reserva de Barreiras de Recifes de Belize, considerada Patrimônio da Humanidade pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco).

Em seguida, questione-os a respeito da relação entre as informações apresentadas na página e o conteúdo que será estudado. Pergunte-lhes sobre o conceito de altitude, a fim de verificar se eles sabem que essa grandeza é medida em relação ao nível do mar. Por fim, caso julgue necessário, diga-lhes que nesta unidade estudaremos outros números, além dos naturais, o que nos possibilitará representar a profundidade do Grande Buraco Azul.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

### Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, proponha a eles que, usando números, representem as seguintes situações.

**a )** A medida da temperatura registrada em certa cidade foi 10 °C abaixo de zero.

**b )** O saldo da conta bancária de Amanda é positivo. Ela tem disponível R$ 135,00.

### Resoluções e comentários

Permita que os estudantes utilizem as representações que julgarem convenientes e peça-lhes que apresentem suas respostas para os colegas. A fim de enriquecer as discussões, proponha a eles que realizem a atividade em trios. Utilizando números inteiros, conteúdo estudado nesta unidade, podemos representar essas situações da seguinte maneira.

**a )** –10 °C.

**b )** +R$ 135,00.

Obtenha informações sobre avaliações diagnósticas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Objetivos da unidade

- Identificar a necessidade dos números negativos.
- Associar números inteiros a pontos da reta numérica.
- Determinar o módulo de um número inteiro.
- Determinar o simétrico de um número inteiro.
- Comparar e ordenar números inteiros.
- Efetuar adições e subtrações com números inteiros.
- Efetuar multiplicações e divisões com números inteiros.
- Efetuar potenciações de números inteiros.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo operações com números inteiros.

## Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes, pois tratam de um assunto que está presente em diversas situações do cotidiano: os números inteiros. É comum que estudantes apresentem dificuldades ao trabalharem com os números negativos, pois é necessário mais abstração para compreender o modo como eles são utilizados, por exemplo, em atividades cotidianas. Desse modo, espera-se familiarizar os estudantes com o seu uso por meio de situações reais.

Além disso, busca-se desenvolver habilidades de interpretação e resolução de problemas envolvendo operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números inteiros, pois elas auxiliarão os estudantes em seu convívio social e na tomada de decisões.

- A fim de tirar o melhor proveito da questão **1**, leve um mapa do Brasil para a sala de aula e, com os estudantes, localize as cidades destacadas, registrando na lousa o estado onde cada uma delas está localizada. Por fim, escolha aleatoriamente alguns estudantes para que determinem os estados que fazem fronteira com aqueles registrados na lousa.

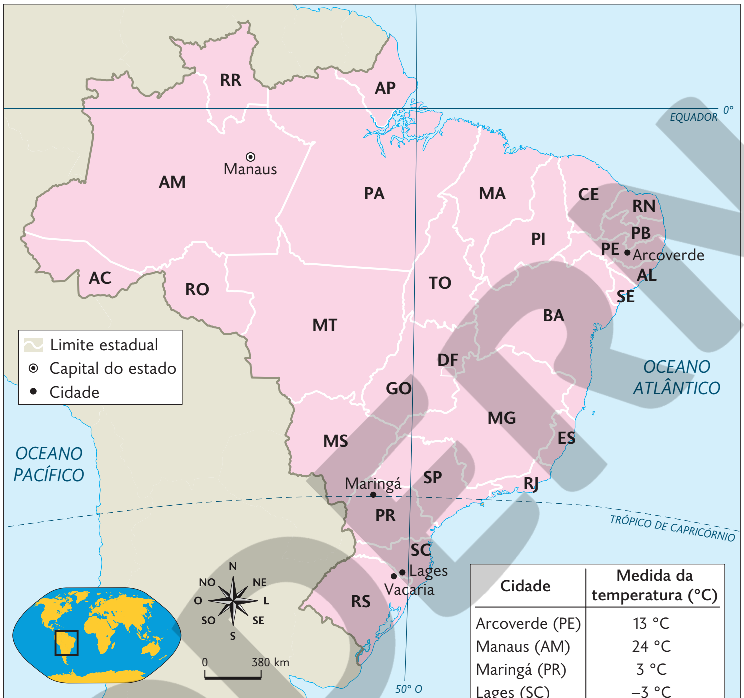
# Números positivos e números negativos

Em algumas situações do dia a dia, precisamos utilizar outros números, além dos números naturais.

No mapa, por exemplo, estão indicadas as medidas de temperaturas mínimas, em graus Celsius, registradas em algumas cidades brasileiras no dia 30 de julho de 2021.

**Medidas de temperaturas mínimas registradas em algumas cidades brasileiras, em 30 de julho de 2021**

GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA




| Cidade | Medida da temperatura (°C) |
|---|---|
| Arcoverde (PE) | 13 °C |
| Manaus (AM) | 24 °C |
| Maringá (PR) | 3 °C |
| Lages (SC) | –3 °C |
| Vacaria (RS) | –4 °C |

Fontes de pesquisa: INMET. *Dados meteorológicos*. Disponível em: https://tempo.inmet.gov.br/. Acesso em: 12 jan. 2022. ATLAS geográfico escolar. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018.

**Questão 1.** Os estados em que se localizam as cidades destacadas no mapa fazem fronteira com quais outros estados? Questão 1. Resposta nas **orientações ao professor**.

Nesse dia, a medida de temperatura mínima registrada na cidade de Lages (SC) foi de −3 °C, ou seja, uma temperatura com medida **abaixo de zero**. Para representar essa medida de temperatura, usamos o número −3, que é um **número negativo**.

Já na cidade de Arcoverde (PE), a medida de temperatura mínima registrada foi 13 °C, ou seja, uma temperatura com medida **acima de zero**. O número 13, que representa essa medida de temperatura, é um **número positivo**.

32

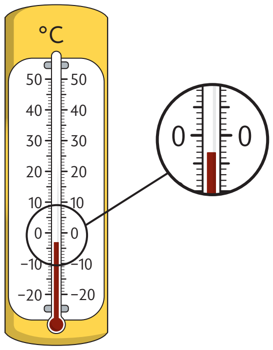




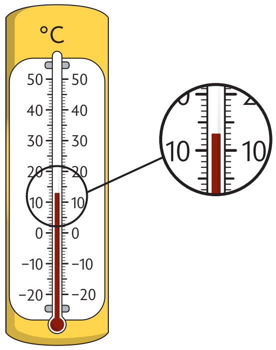
## Resposta

**Questão 1**. Lages está localizada no estado de Santa Catarina, que faz fronteira com Paraná e Rio Grande do Sul; Arcoverde está localizada no estado de Pernambuco, que faz fronteira com Paraíba, Ceará, Piauí, Bahia e Alagoas; Manaus está localizada no estado do Amazonas, que faz fronteira com Acre, Rondônia, Mato Grosso, Pará e Roraima; Maringá está localizada no estado do Paraná, que faz fronteira com São Paulo, Mato Grosso do Sul e Santa Catarina; Vacaria está localizada no estado do Rio Grande do Sul, que faz fronteira com Santa Catarina.

Os termômetros de álcool colorido estavam da seguinte forma ao registrarem as medidas de temperaturas mínimas nessas duas cidades no dia 30 de julho de 2021.




Lages, SC.




Arcoverde, PE.

ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA



Para representar os **números negativos**, utilizamos o sinal −. Esses números são menores do que 0 (zero).

Para representar os **números positivos**, utilizamos o sinal + ou nenhum sinal. Esses números são maiores do que 0 (zero).

A seguir, alguns exemplos de números negativos e números positivos.

**Números negativos**

| | | |
|---|---|---|
| $-4$ | $-3{,}7$ | $-\frac{1}{2}$ |
| $-0{,}8$ | $-5\frac{3}{4}$ | $-1000$ |

**Números positivos**

| | | |
|---|---|---|
| $+5$ | $0{,}01$ | $108{,}7$ |
| $\frac{3}{8}$ | | $1\frac{1}{2}$ |

**Atenção!**
O número zero não é negativo nem positivo.

**Questão 2.** Analise os números representados e responda às questões.

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{3}$ | $-1{,}5$ | $+2{,}8$ |
| $-\frac{7}{8}$ | $0$ | $-4{,}9$ |

**a)** Quais números são negativos?

**b)** Quais números são maiores do que zero?

**c)** Que número não é negativo nem positivo?

Questão 2. Respostas: a) $-1{,}5$, $-\frac{7}{8}$ e $-4{,}9$; b) $\frac{1}{3}$ e $+2{,}8$; c) 0 (zero).



- Se possível, leve para a sala de aula um termômetro de álcool colorido e um digital para que os estudantes possam visualizar na prática como é feita a leitura da medida de temperatura registrada.
- Na questão **2**, verifique se os estudantes compreendem que os números positivos são aqueles maiores do que zero. Além disso, para tirar melhor proveito desta questão, solicite a alguns estudantes que citem 3 números menores do que zero e 3 números maiores do que zero. Caso julgar necessário, retome as explicações apresentadas nesta página.

## Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Durante o desenvolvimento da atividade **1**, selecione alguns estudantes aleatoriamente e peça-lhes que expliquem como realizaram a leitura da medida de temperatura registrada em cada termômetro.

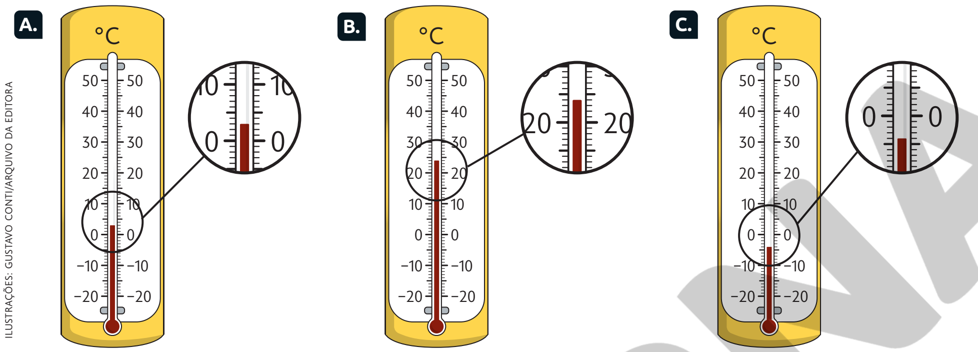
• Para realizar a comparação proposta no item **a** da atividade **2**, é esperado que os estudantes analisem a medida da altura atingida pelo álcool em cada um dos termômetros e concluam que, quanto mais baixa a medida da altura, menor é a medida da temperatura. Após todos resolverem a atividade, solicite a alguns estudantes que apresentem suas resoluções para a turma, explicando os procedimentos utilizados.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

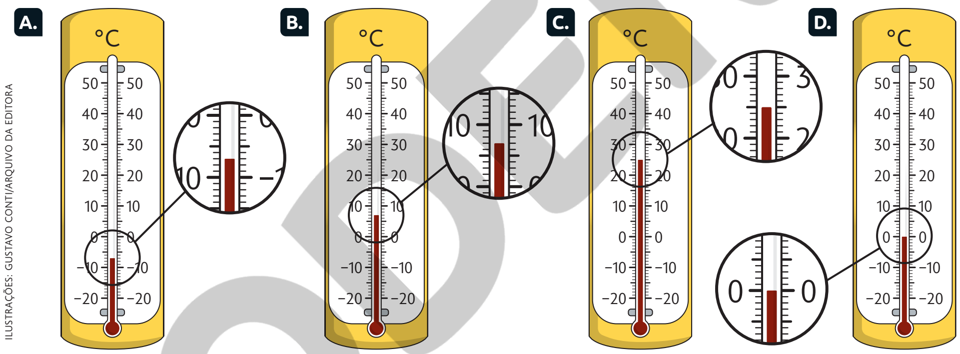
**1.** Em cada termômetro está registrada a medida de temperatura mínima de uma das cidades mostradas no mapa da página **32**. Associe os termômetros às cidades citadas.

1. Respostas: A. Maringá (PR); B. Manaus (AM); C. Vacaria (RS).




ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

**2.** Analise as medidas de temperaturas registradas nos termômetros.




ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

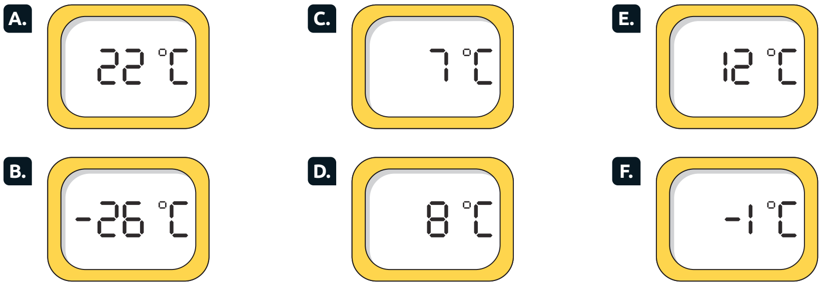
**a)** Qual deles está indicando a maior medida de temperatura? E qual está indicando a menor medida de temperatura?

**b)** Associe cada termômetro a uma das medidas de temperaturas indicadas a seguir.

25 °C | 7 °C | −7 °C | 0 °C

2. Respostas: a) Termômetro **C**; termômetro **A**; b) Termômetro **A** e −7 °C, termômetro **B** e 7 °C, termômetro **C** e 25 °C, termômetro **D** e 0 °C.

**3.** Além dos termômetros de álcool colorido, como os apresentados anteriormente, existem os termômetros digitais. Analise a medida de temperatura indicada no visor de cada termômetro digital a seguir.




ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

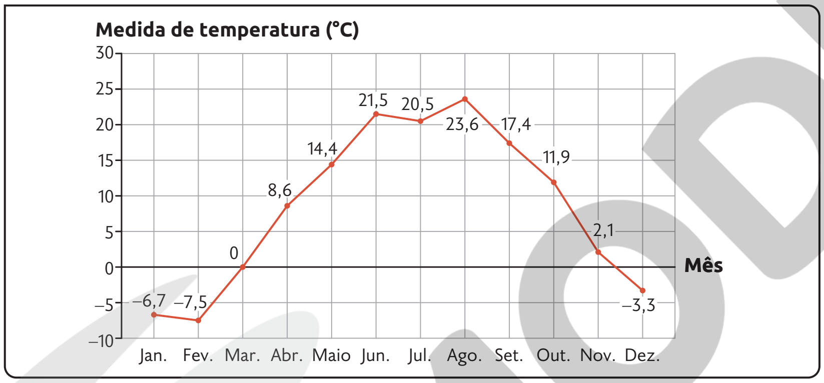
**a)** Quais termômetros estão indicando uma temperatura com medida negativa?
3. a) Resposta: Termômetros **B** e **F**.

**b)** Na escala Celsius, o zero corresponde à medida de temperatura em que, sob certas condições, ocorre a solidificação da água, ou seja, ela passa do estado líquido para o estado sólido. Em quais ambientes, cujas medidas de temperaturas estão indicadas nesses termômetros, a água estaria no estado líquido? E no estado sólido?
3. b) Respostas: **A**, **C**, **D** e **E**; **B** e **F**.

**c)** Qual dos termômetros está indicando uma medida de temperatura agradável para o corpo humano? Justifique sua resposta. 3. c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que é o termômetro **A**, pois apresenta uma medida de temperatura mais próxima à medida de temperatura do corpo humano.

**4.** Analise o gráfico e responda às questões.

**Medida de temperatura média mensal da cidade de Montreal, Canadá, em 2021**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: CHARTS. *Weather Dashboard for Montreal.* Disponível em: https://montreal.weatherstats.ca/charts/temperature-monthly.html. Acesso em: 17 jan. 2022.

**a)** Em quais meses de 2021 a medida de temperatura média mensal esteve abaixo de zero? 4. a) Resposta: Janeiro, fevereiro e dezembro.

**b)** Nesse ano, em qual mês foi registrada a maior medida de temperatura média mensal? Qual foi essa medida? 4. b) Respostas: Agosto; 23,6 °C.

**c)** Em quais meses a medida de temperatura média foi maior do que 10 °C?
4. c) Resposta: Maio, junho, julho, agosto, setembro e outubro.





- Ao trabalhar com a atividade **3**, verifique se os estudantes compreenderam que, para representar números negativos, utilizamos o sinal – e que os números negativos são menores do que zero; para representar números positivos, utilizamos o sinal + ou nenhum sinal, sendo os números positivos maiores do que zero.
- Para tirar o melhor proveito da atividade **4**, realize a análise gráfica com os estudantes, identificando as medidas de temperatura abaixo de zero e as maiores medidas de temperatura. Em seguida, deixe que resolvam os itens propostos.



35

• Para o desenvolvimento da atividade **5**, analise cada uma das situações com os estudantes e faça questionamentos para que eles reflitam sobre elas. No item **a**, por exemplo, pergunte-lhes se já mediram suas temperaturas e quais são os valores obtidos geralmente. Deixem que exponham suas respostas e, na sequência, que estimem a medida mais adequada à situação, que, neste caso, é 37 °C.

**5.** Em cada item, **estime** a medida de temperatura mais adequada à situação e registre-a no caderno.

**a)** Medida de temperatura normal do corpo humano. 5. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam 37 °C.

| 25 °C | 37 °C | 41 °C |
|---|---|---|

DMITRIY UTLANOV/SHUTTERSTOCK

Temperatura corporal de uma menina sendo medida.

**b)** Medida de temperatura da água em ebulição. 5. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam 100 °C.

| 100 °C | 200 °C | −15 °C |
|---|---|---|

VLADEEP/SHUTTERSTOCK

Água fervendo em uma chaleira.

**c)** Medida de temperatura no interior do congelador de uma geladeira.

| −5 °C | 10 °C | 1 °C |
|---|---|---|

QBR/SHUTTERSTOCK

Congelador de uma geladeira.

5. c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam −5 °C.

**d)** Medida de temperatura do filamento de uma lâmpada incandescente quando acesa. 5. d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam 3 000 °C.

| 0 °C | −50 °C | 3 000 °C |
|---|---|---|

PUSHISH IMAGES/SHUTTERSTOCK

Lâmpada incandescente acesa.

**e)** Medida da temperatura ambiente da Antártida em certo dia do ano.

| 15 °C | −30 °C | −1 °C |
|---|---|---|

5. e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam −30 °C.

JAI ALCAZAR/SHUTTERSTOCK

Neko Harbour Antártida, em 2020.

**f)** Medida de temperatura de um forno pré-aquecido para assar pão.

| −7 °C | 35 °C | 220 °C |
|---|---|---|

PPART/SHUTTERSTOCK

Forno de cozinha aquecido.

5. f) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam 220 °C.

36

**6.** Quando o saldo da conta bancária de um cliente é negativo, significa que ele deve dinheiro ao banco; quando é positivo, significa que ele tem dinheiro disponível em sua conta.

Considere o extrato bancário de Márcio.

**a)** Em quais dias o saldo de Márcio estava positivo? E em quais dias estava negativo?

**b)** Em qual dia Márcio fez uma compra com cartão no valor de R$ 26,00?

**c)** O que está indicado no histórico do extrato quando ocorreu um débito de R$ 286,25?

**d)** Qual era o saldo de Márcio ao final do dia 28/09?

**e)** A partir das informações apresentadas no extrato bancário, **elabore** um problema e dê para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta dele está correta.

EXTRATO BANCÁRIO
CLIENTE: MÁRCIO SILVA

03/10/2023 17:25:20

| DATA | HISTÓRICO | VALOR (R$) | SALDO (R$) |
|---|---|---|---|
| 25/09 | SALDO ANTERIOR | | +50,45 |
| 26/09 | SAQUE CAIXA AUTOMÁTICO | −120,00 | |
| | SALDO | | −69,55 |
| 27/09 | DEPÓSITO EM DINHEIRO | +750,00 | |
| | COMPRA COM CARTÃO DE DÉBITO | −286,25 | |
| | COMPRA COM CARTÃO | −126,45 | |
| | SAQUE CAIXA AUTOMÁTICO | −70,00 | |
| | SALDO | | +197,75 |
| 28/09 | COMPRA COM CARTÃO DE DÉBITO | −195,00 | |
| | SALDO | | +2,75 |
| 29/09 | COMPRA COM CARTÃO DE DÉBITO | −89,00 | |
| | PAGAMENTO DE TÍTULO | −107,65 | |
| | COMPRA COM CARTÃO | −26,00 | |
| | DEPÓSITO | +210,00 | |

RESUMO

| | |
|---|---|
| SALDO ATUAL | −9,90 |
| LIMITE DE CRÉDITO | 500,00+ |
| LIVRE P/ MOVIMENTAÇÃO | 490,10+ |

GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

6. Respostas: a) Positivo: 25/09, 27/09 e 28/09, negativo: 26/09 e 29/09; b) 29/09; c) Compra com cartão de débito; d) R$ 2,75; e) Resposta pessoal.

**7.** Para indicarmos altitudes, geralmente utilizamos o nível do mar como referência. Quando a altitude indicada está acima do nível do mar, temos uma medida de altitude positiva, e, quando está abaixo do nível do mar, temos uma medida de altitude negativa. Leia as informações a seguir e, usando números positivos ou números negativos, escreva no caderno as medidas de altitudes citadas.

**a)** A Fossa das Marianas, localizada no oceano Pacífico, tem 10 920 m de medida de profundidade em relação ao nível do mar. Esse é o ponto mais profundo do planeta Terra.

**b)** Localizada no norte do Paquistão, a montanha K2 é a segunda mais alta do mundo, com medida de altitude de aproximadamente 8 611 m.

**c)** Localizado na Ásia, entre Israel e Jordânia, o Mar Morto está 395 m abaixo do nível do mar. Devido à grande quantidade de sal em suas águas, é praticamente impossível a existência de seres vivos em suas águas ou nas proximidades.

**d)** Localizado no estado do Amazonas, o Pico da Neblina é a montanha mais alta do Brasil, com aproximadamente 2 993 m de medida de altitude.

**e)** Localizado no norte da Tanzânia, o Kilimanjaro é a montanha mais alta do continente africano, cuja altitude mede 5 895 m.

7. Respostas: a) −10 920 m; b) Aproximadamente 8 611 m; c) −395 m; d) Aproximadamente 2 993 m; e) 5 895 m.





• Ao trabalhar com a atividade **6**, se julgar necessário, explique aos estudantes que, no extrato bancário, o sinal – (menos) indica que foi realizado um débito (ou seja, uma retirada) ou que o saldo está negativo; já os valores acompanhados pelo sinal + (mais) indicam créditos (ou seja, esses valores foram depositados na conta) ou que o saldo está positivo.

O desenvolvimento desta atividade possibilita o trabalho com as **Competências gerais 1**, **2** e **9**, uma vez que os estudantes utilizam conhecimentos historicamente construídos para entender a realidade, recorrem à investigação, à análise crítica, à imaginação e à criatividade para formular e resolver problemas, e exercitar a empatia, o diálogo e a comparação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro. Além disso, ao reconhecerem que a Matemática é uma ciência humana, fruto de necessidades e preocupações de diferentes culturas, que contribui para solucionar problemas e ao expressarem suas respostas e sintetizarem suas conclusões em linguagem materna, os estudantes desenvolvem as **Competências específicas de Matemática 1** e **6**.

• A atividade **7** possibilita um trabalho interdisciplinar com o componente curricular de **Geografia**. Converse com o professor desse componente e proponham aos estudantes que façam uma pesquisa a respeito da relação entre a medida da altitude e o clima do local. Além disso, peça-lhes que pesquisem a respeito das altitudes com maiores e menores medidas encontradas ao redor do mundo. Por fim, oriente-os a construir cartazes contendo as informações obtidas com o objetivo de expô-los depois no mural da escola. Nesses cartazes, deve haver fotos dos locais e as medidas aproximadas das altitudes indicadas com números positivos ou negativos, por exemplo.

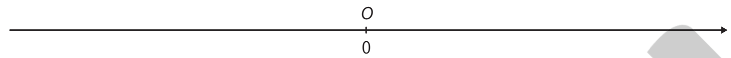
• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à representação dos números naturais na reta numerada. Depois, pergunte a eles como seria possível representar em uma mesma reta os números inteiros positivos e os números inteiros negativos. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto.

## Os números inteiros na reta numérica

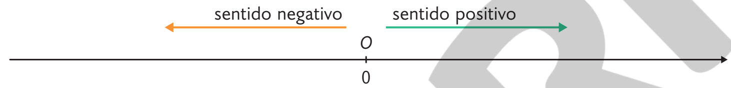
Neste tópico, vamos estudar como representar alguns números na **reta numérica**. Para isso, considere os números das fichas.

**A.** 5 **B.** −3 **C.** −4 **D.** −2 **E.** 2 **F.** 6

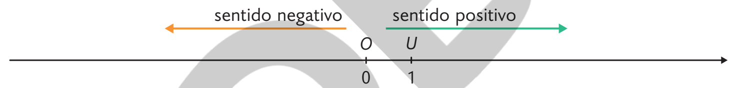
Para representá-los, traçamos inicialmente uma reta e nela indicamos a **origem**, indicada pelo ponto *O*, que corresponde ao número zero (0).




Em seguida, convencionamos que à direita de *O* o sentido é **positivo** e que à esquerda de *O* o sentido é **negativo**.

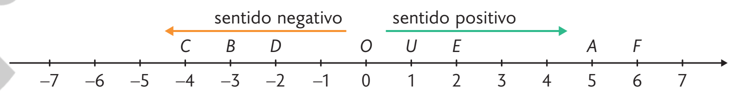



Na sequência, escolhemos um ponto *U* na reta à direita de *O* e adotamos a medida do comprimento do segmento de reta *OU* como unidade de medida.




Depois, destacamos essa unidade nos dois sentidos da reta.


Em seguida, associamos cada unidade na reta numérica ao número positivo ou ao número negativo correspondente. Por último, registramos os números das fichas do início da página, indicando-os com letras.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Na **reta numérica** apresentada na página **38**, aparecem números naturais e números inteiros negativos.

**Números inteiros negativos**

..., −7, −6, −5, −4, −3, −2, −1

**Números naturais**

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...

Ao reunirmos os números naturais com os números inteiros negativos, obtemos os **números inteiros**.

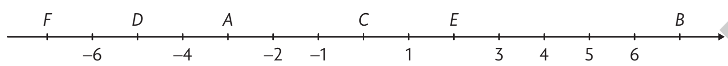
**Números inteiros**

..., −5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

**Atenção!**

Os números naturais podem ou não vir acompanhados do sinal +. Por exemplo, podemos escrever o número natural +2 ou, simplesmente, 2.

**Questão 3.** Copie no caderno a reta numérica a seguir, substituindo as letras pelos números inteiros adequados. Questão 3. Resposta: *A*: −3; *B*: 7; *C*: 0; *D*: −5; *E*: 2; *F*: −7.

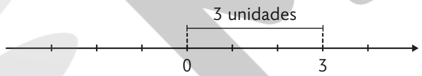



## Módulo ou valor absoluto

A medida da distância entre um ponto da reta numérica e a origem (0) é chamada **módulo** ou **valor absoluto** do número inteiro associado a esse ponto. Apresentamos a seguir alguns exemplos.

- Na reta numérica, a medida da distância entre −2 e a origem (0) são 2 unidades, ou seja, o módulo de −2 é 2.


- Na reta numérica, a medida da distância entre 3 e a origem (0) são 3 unidades, ou seja, o módulo de 3 é 3.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



- A questão **3** desenvolve aspectos da habilidade **EF07MA03**, uma vez que os estudantes são desafiados a associar números inteiros a pontos da reta numérica. Caso julgue necessário, leve-os a perceber que a distância entre dois pontos consecutivos indicados na reta numérica mede 1 unidade. Mostre-os, por exemplo, que a distância entre o ponto correspondente ao número 1 e o correspondente à letra *E* mede uma unidade, assim como a distância entre o ponto correspondente ao número −4 e o correspondente à letra *A*.

- Em algumas das atividades desta seção, os estudantes são desafiados a associar números inteiros a pontos da reta numérica, desenvolvendo, assim, aspectos da habilidade **EF07MA03**.
- Ao trabalhar com a atividade **8**, questione os estudantes sobre a medida da distância entre dois pontos consecutivos da reta numérica. Caso não percebam que essa distância mede 50 unidades, leve-os a compreender esse fato por meio de questionamentos.
- Para auxiliar os estudantes na resolução da atividade **9**, indique os números −80, −70, −60, −50, −40, −30, 30, 40, 50, 60 e 70 na reta numérica, conforme apresentado no rodapé desta página.

Como o módulo de um número inteiro, diferente de zero, corresponde a uma medida de distância, o módulo é sempre um número positivo, no caso, um número natural.

Indicamos o módulo de um número por | |, como apresentado nos exemplos.

- $|-2| = 2$ (Lemos: módulo de −2 é igual a 2)
- $|3| = 3$ (Lemos: módulo de 3 é igual a 3)

**Atenção!**

O módulo do número 0 (zero) é 0.
O módulo de um número inteiro é sempre um número natural.

Quando dois números estão à mesma medida de distância da origem na reta numérica (ou seja, têm módulos iguais), mas estão localizados em sentidos contrários da reta, são chamados **números opostos** ou **números simétricos**. Nos exemplos anteriores, o número −2 é o simétrico do número 2 e o número 3 é o simétrico do número −3.

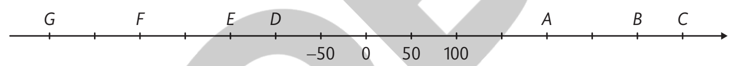
**Atenção!**

O simétrico de um número positivo é sempre um número negativo, e o simétrico de um número negativo é sempre um número positivo.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**8.** Na reta numérica a seguir a medida da distância entre quaisquer dois pontos consecutivos é sempre a mesma.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Associe um número inteiro a cada ponto da reta numérica indicado pelas letras. 8. a) Resposta: *A*: 200; *B*: 300; *C*: 350; *D*: −100; *E*: −150; *F*: −250; *G*: −350.

**b)** Entre quais pontos marcados na reta numérica está localizado o número:

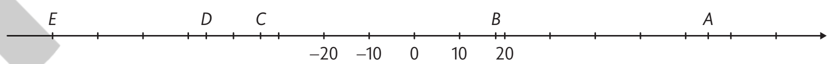
- −120.
- 290.
- 25.
- −230.
- −320.

8. b) Resposta: −120: entre −150 e −100; 290: entre 250 e 300; 25: entre 0 e 50; −230: entre −250 e −200; −320: entre −350 e −300.

**9.** Considere os números a seguir.

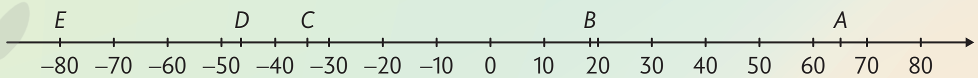
| 18 | −80 | 65 | −34 | −46 |
|---|---|---|---|---|

Cada letra indicada na reta numérica representa um desses números.
Que número cada letra representa? 9. Resposta: *A*: 65; *B*: 18; *C*: −34; *D*: −46; *E*: −80.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

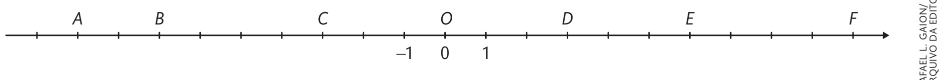
40




GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

Em seguida, faça questionamentos como: Qual dos números apresentados na atividade está mais próximo de −50? Qual dos números apresentados na atividade está entre 60 e 70? Desse modo, espera-se que os estudantes determinem o número correspondente a cada uma das letras.

**10.** Analise a reta numérica e resolva o que se pede.




**Atenção!**

A medida da distância entre quaisquer dois pontos consecutivos dessa reta numérica é sempre a mesma.

a) Determine os números inteiros associados aos pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E* e *F*.
10. a) Resposta: *A*: –9; *B*: –7; *C*: –3; *D*: 3; *E*: 6; *F*: 10.

b) Nessa reta, o ponto *B* dista 7 unidades da origem, ou seja, está a uma medida de distância de 7 unidades do ponto *O*. A que medida de distância está cada um dos outros pontos indicados na reta?

**11.** Analise a tabela a seguir, que indica a medida de altitude de alguns locais.

10. b) Resposta: *A* dista 9 unidades de medida de *O*; *C* dista 3 unidades de medida de *O*; *D* dista 3 unidades de medida de *O*; *E* dista 6 unidades de medida de *O*; *F* dista 10 unidades de medida de *O*.

**Medida de altitude de alguns locais**

| Local (país) | Medida da altitude (m) |
|---|---|
| Monte Aconcágua (Argentina) | 6 960 |
| Monte Elbrus (Rússia) | 5 642 |
| Mar Morto (Israel e Jordânia) | –395 |
| Monte Everest (Nepal e República Popular da China) | 8 848 |
| Vale da Morte (Estados Unidos) | –86 |
| Lago Assal (República do Djibuti) | –155 |
| Monte Branco (França e Itália) | 4 810 |

Fonte de pesquisa: GIRARDI, Gisele; ROSA, Jussara Vaz. *Atlas geográfico do estudante*. São Paulo: FTD, 2011.

SIERRA LEMON/SHUTTERSTOCK

Monte Everest, em 2019.

De acordo com as informações da tabela, responda às questões a seguir.

a) Quais locais ficam acima do nível do mar? 11. a) Resposta: Monte Aconcágua, Monte Elbrus, Monte Everest e Monte Branco.

b) Quais locais ficam abaixo da altitude de medida –100 m?
11. b) Resposta: Lago Assal e Mar Morto.

c) Qual desses locais tem maior medida de altitude? E qual tem menor medida de altitude? 11. c) Respostas: Monte Everest; Mar Morto.





- Ao trabalhar com a atividade **10**, questione os estudantes sobre a medida da distância entre dois pontos consecutivos da reta numérica. Caso não percebam que essa distância mede 1 unidade, leve-os a compreender esse fato por meio de questionamentos.
- Durante o trabalho com a atividade **11**, questione os estudantes sobre o significado das medidas de altitude negativas presentes na tabela. Caso apresentem dificuldades em responder a esta questão, por meio de questionamentos, leve-os a compreender que uma altitude com medida negativa indica que o local está localizado abaixo do nível do mar. Em seguida, permita que resolvam a atividade.

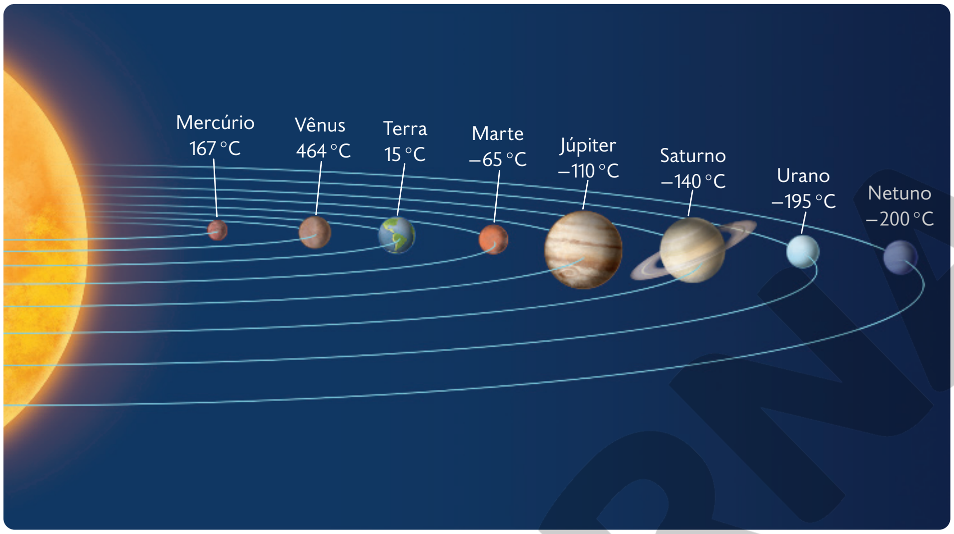
## Algo a mais

RUMJANEK, Franklin. Um cientista alpinista. *Ciência hoje das crianças*, ano 24, n. 221, março 2011. p. 2-5. Disponível em: https://cienciahoje.periodicos.capes.gov.br/storage/acervo/chc/chc_221.pdf. Acesso em: 6 jun. 2022.

Que tal acompanhar o diário de bordo de um cientista que escalou o Monte Everest, a montanha mais alta do mundo? Nesse artigo você encontrará informações a respeito da escalada do Monte Everest realizada pelo cientista Franklin Rumjanek, como o trajeto, o mal da montanha – que não é um animal, mas sim o mal-estar que afeta algumas pessoas sensíveis à altitude –, alimentação, hidratação, entre outras. Não deixe de conhecer essa aventura!

• A atividade **12** possibilita um trabalho interdisciplinar com o componente curricular de **Ciências**. Proponha aos estudantes que analisem a imagem – com foco na medida da temperatura média da superfície dos planetas – junto com o professor desse componente. É esperado que eles concluam que as temperaturas da superfície planetária tendem a ficar mais frias quanto mais longe um planeta está do Sol e que Vênus é a exceção. Sua proximidade do Sol e sua atmosfera densa o tornam o planeta mais quente do nosso Sistema Solar.

**12.** No esquema aparecem os 8 planetas do Sistema Solar e a medida da temperatura média aproximada da superfície de cada um deles.




HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Representações com elementos não proporcionais entre si e sem proporção de distância entre os astros. Cores-fantasia.

Fonte de pesquisa: NASA. *Resources*. Disponível em: https://solarsystem.nasa.gov/resources/681/solar-system-temperatures/. Acesso em: 29 jan. 2022.

**Atenção!**

Este esquema é apenas uma representação artística do Sistema Solar. As medidas dos planetas e das distâncias entre as órbitas de cada um deles não estão proporcionais às medidas reais.

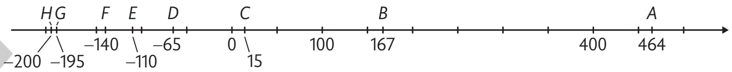
**a)** Quais planetas têm a medida de temperatura média aproximada da superfície maior do que zero? 12. a) Resposta: Terra, Vênus e Mercúrio.

**b)** Em qual planeta a temperatura média aproximada da superfície mede −65 °C? 12. b) Resposta: Marte.

**c)** Qual é a medida da temperatura média aproximada da superfície do planeta Netuno? Essa medida é negativa ou positiva? 12. c) Respostas: −200 °C; negativa.

**d)** Qual planeta tem a maior medida de temperatura média aproximada do Sistema Solar? Qual é essa medida? 12. d) Respostas: Vênus; 464 °C.

**e)** Na reta numérica, cada letra representa a medida da temperatura média aproximada da superfície dos planetas do Sistema Solar. Associe, no caderno, cada planeta à letra correspondente. 12. e) Resposta: Vênus: *A*; Mercúrio: *B*; Terra: *C*; Marte: *D*; Júpiter: *E*; Saturno: *F*; Urano: *G*; Netuno: *H*.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**13.** Considere os seguintes números.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| –10 | 4 | 7 | –12 | 11 | –6 | –8 | 9 |

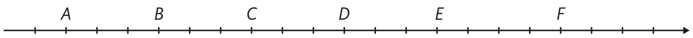
**a)** Desenhe no caderno uma reta numérica e localize nela esses números.
13. a) Resposta nas **orientações ao professor**.

**b)** Entre os números que você localizou, qual deles está mais próximo da origem da reta numérica? E qual está mais distante? 13. b) Respostas: 4; –12.

**c)** Quais números estão localizados a mais de 7 unidades de distância da origem?
13. c) Resposta: –8, –10, –12, 9 e 11.

**d)** Localize nessa reta numérica os números simétricos aos números dados. Quais são esses números? 13. d) Resposta: 10, –4, –7, 12, –11, 6, 8 e –9.

**14.** Considere a reta numérica a seguir.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Leia as dicas apresentadas a seguir e determine o número associado a cada uma das letras indicadas na reta numérica. 14. Resposta: *A*: –9; *B*: –6; *C*: –3; *D*: 0; *E*: 3; *F*: 7.

- Cada letra indicada na reta numérica representa um número inteiro.
- A medida da distância entre dois pontos consecutivos da reta representa 1 unidade.
- Os pontos *C* e *E* estão situados à mesma medida de distância da origem.

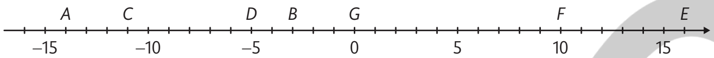
**15.** Determine os módulos a seguir.

**a)** |5| **c)** |–11| **e)** |–2| **g)** |33|

**b)** |–8| **d)** |16| **f)** |–19|

15. Respostas: a) 5; b) 8; c) 11; d) 16; e) 2; f) 19; g) 33.

**16.** Considere os números representados por letras na reta numérica.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Qual é a medida da distância entre os pontos *C* e *D*?

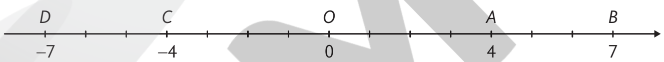
**b)** Qual ponto está a uma distância de medida de 8 unidades do ponto *B*?

**c)** Quais pontos estão a uma distância de medida de 10 unidades um do outro?

**d)** Qual ponto está a uma distância de medida de 15 unidades do ponto *F*?

**e)** Qual é o ponto mais distante do ponto *E*? De quantas unidades é essa medida de distância? 16. Respostas: a) 6 unidades; b) *C*; c) *F* e *G*; d) *D*; e) *A*; 30 unidades.

**17.** Analise a reta numérica e resolva o que se pede nos itens.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Escreva no caderno a medida da distância da origem a cada ponto a seguir.

- *A*
- *B*
- *C*
- *D*

**b)** Quais pontos estão à mesma medida de distância da origem?
17. Respostas: a) *A*: 4 unidades; *B*: 7 unidades; *C*: 4 unidades; *D*: 7 unidades; b) *A* e *C*, *B* e *D*.



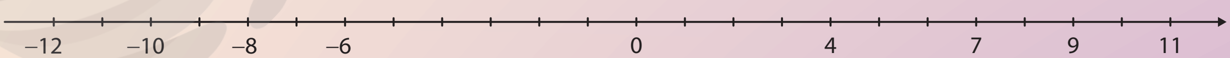
- Para resolver as atividades **13**, **14**, **15**, **16** e **17**, os estudantes devem ter compreendido os seguintes conceitos: localização de números inteiros na reta numérica, módulo e simétrico de um número inteiro. Nesse caso, questione-os a respeito desses conceitos antes de propor o desenvolvimento das atividades. Permita que exponham seus conhecimentos e faça registros na lousa. Na sequência, proponha a alguns deles que localizem números em uma reta numérica – para isso, desenhe uma reta numérica na lousa – e que determinem o módulo e o simétrico de alguns números inteiros. Por fim, solicite que resolvam as atividades da página.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **14**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**Resposta**

13. a)



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

• Antes de propor o trabalho com as atividades **18**, **19**, **20**, **21**, **22**, **23** e **24**, faça o seguinte questionamento: Quando dois números inteiros são simétricos? Nesse momento, é esperado que os estudantes respondam que dois números são simétricos quando estão em sentidos contrários da reta numérica e têm módulos iguais. Caso apresentem dificuldades retome o trabalho com o tópico **Módulo ou valor absoluto**.

• Complemente o trabalho com estas atividades, propondo aos estudantes que acessem o *site* Geogebra. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/puww96re. Acesso em: 7 jun. 2022. Nele, é possível trabalhar com o Robô Linear (OBI). Aproveite essa ferramenta para aprimorar o trabalho com localização de números inteiros na reta, módulo e simétrico de um inteiro.

**18.** Responda às questões a seguir.

**a)** Qual é o módulo de cada número inteiro que está entre −3 e 2?

**b)** Quais números inteiros têm módulo menor do que 3?

18. Respostas: a) 2, 1, 0 e 1 b) −2, −1, 0, 1 e 2.

**19.** Determine, em seu caderno, o simétrico de cada número.

**a)** 3 **c)** −32 **e)** −15 **g)** −1

**b)** −2 **d)** 9 **f)** 56 **h)** 10

19. Respostas: a) −3; b) 2; c) 32; d) −9; e) 15; f) −56; g) 1; h) −10.

**20.** Para cada item, escreva no caderno o número inteiro e, em seguida, seu oposto.

**a)** Um número de três algarismos diferentes.

**b)** Um número negativo de dois algarismos diferentes.

**c)** Um número múltiplo de 10.

**d)** Um número par de três algarismos.

20. Sugestões de respostas: a) 298 e −298; b) −98 e 98; c) 70 e −70; d) 986 e −986.

**21.** Determine o número inteiro que as letras indicadas nos quadros representam.

| Número | Oposto do número |
|---|---|
| 26 | −26 |
| −15 | *A* |
| *B* | 7 |
| 19 | *C* |

| Número | Oposto do número |
|---|---|
| −79 | *D* |
| −25 | *E* |
| *F* | 31 |
| *G* | −44 |

21. Respostas: *A*: 15; *B*: −7; *C*: −19; *D*: 79; *E*: 25; *F*: −31; *G*: 44.

**22.** Para cada item, escreva no caderno o número que substitui o ■ adequadamente.

**a)** O módulo de −7 é ■.

**b)** O módulo de 3 é ■, e o módulo de −3 é ■.

**c)** O módulo dos números ■ e ■ é 5.

**d)** O módulo de −15 é ■, e o módulo de −9 é ■.

22. Respostas: a) 7; b) 3 e 3; c) 5 e −5; d) 15 e 9.

**23.** Responda aos itens a seguir no caderno.

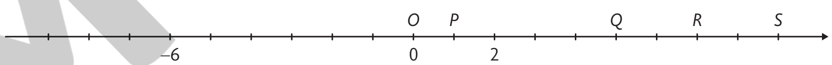
**a)** Qual é o simétrico do simétrico de −21? 23. Respostas: a) −21; b) −7; c) −9; d) −75 e 75.

**b)** Qual é o oposto do módulo de −7?

**c)** Qual é o simétrico de |−9|?

**d)** A medida da distância entre dois números simétricos é 150. Quais são esses números?

**24.** Desenhe em seu caderno a reta numérica a seguir.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Quais números estão representados pelas letras *P*, *Q*, *R* e *S*?

**b)** Na reta que você desenhou, localize os pontos $P_1$, $Q_1$, $R_1$ e $S_1$ simétricos aos pontos *P*, *Q*, *R* e *S*, respectivamente, e escreva-os em seu caderno.

24. Respostas: a) *P*: 1, *Q*: 5, *R*: 7, *S*: 9; b) $P_1$: − 1, $Q_1$: − 5, $R_1$: − 7, $S_1$: − 9.

# Comparação entre números inteiros

Leia a conversa entre Marilda e Jaime.

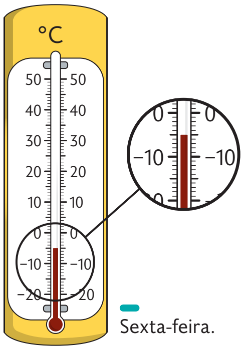

GUILHERME RODRIGUES/ ARQUIVO DA EDITORA



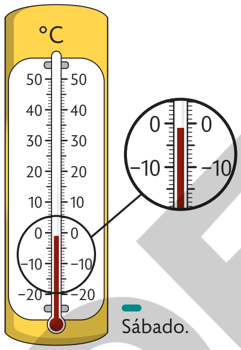
Nesses dois dias, os termômetros registraram as medidas de temperaturas apresentadas ao lado.

Note que a medida de temperatura −5 °C é menor do que a medida de temperatura −1 °C.

Representando essas medidas na reta numérica, temos:

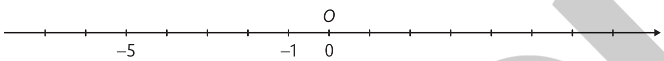



Sexta-feira.




Sábado.

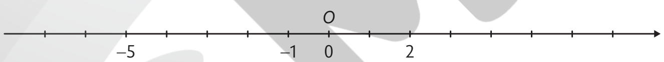
ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA




Na reta, verificamos que −5 está à esquerda de −1; logo, −5 é menor do que −1. Assim:

$\boxed{-5 < -1 \text{, ou seja, } -5\,°C < -1\,°C.}$

No domingo, a medida de temperatura registrada pelos termômetros foi de 2 °C. Podemos representar as três medidas na reta numérica da seguinte maneira.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Na reta, −1 está à esquerda de 2; logo, −1 < 2, ou seja, −1 °C < 2 °C.



• Antes de apresentar o conteúdo desta página, pergunte aos estudantes como eles fariam para comparar dois números negativos. Permita que deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto. Em seguida, explore os comentários deles, anotando as ideias dos estudantes na lousa e reservando-as para o momento da abordagem do conteúdo, dando assim sentido às suas contribuições.

• Ao trabalhar com as atividades desta seção, os estudantes desenvolvem aspectos da habilidade **EF07MA03**, uma vez que são levados a comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos.

• Se julgar conveniente, antes de propor o trabalho com as atividades **25** e **26**, faça questionamentos que levem os estudantes a concluir que:

> um número positivo é sempre maior do que zero;

> um número positivo é sempre maior do que um número negativo;

> o zero é maior do que qualquer número negativo.

• Na atividade **25**, caso os estudantes apresentem dificuldades na ordenação proposta, oriente-os a construir uma reta numérica e a indicar nela as medidas de temperatura. Outra possibilidade é recorrer ao recurso visual de um termômetro de álcool.

Na reta numérica:

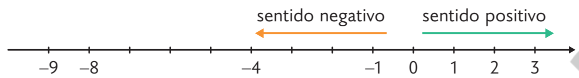
- os números que estão à esquerda de um número qualquer são menores do que esse número;
- os números que estão à direita de um número qualquer são maiores do que esse número.

Apresentamos alguns exemplos a seguir.

$-9 < -8$ ou $-8 > -9$

$2 < 3$ ou $3 > 2$

$-1 < 0$ ou $0 > -1$






## Atividades

Faça as atividades no caderno.

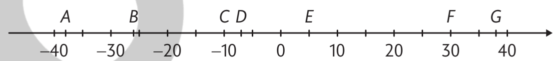
**25.** Organize as medidas de temperatura apresentadas em ordem crescente.

| | | | |
|---|---|---|---|
| −18 °C | 0 °C | −1 °C | −5 °C |
| 1 °C | −12 °C | 7 °C | 16 °C |

25. Resposta: −18 °C, −12 °C, −5 °C, −1 °C, 0 °C, 1 °C, 7 °C, 16 °C.

**26.** Os números a seguir foram representados por letras na reta numérica.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 30 | −38 | −26 | 5 |
| −7 | 38 | −10 | |






**a)** Determine a letra que representa cada número.

**b)** Qual dos números representados pelas letras é o maior? E o menor?

**c)** Quais dos números representados pelas letras são:

- menores do que zero?
- maiores do que −15 e menores do que 15?
- maiores do que −20?

26. Respostas: a) *A*: −38, *B*: −26, *C*: −10, *D*: −7, *E*: 5, *F*: 30, *G*: 38; b) 38, −38; c) menores do que zero: −38, −26, −10 e −7; maiores do que −15 e menores do que 15: −10, −7 e 5; maiores do que −20: −10, −7, 5, 30 e 38.

46

**27.** Copie os itens no caderno e substitua cada ■ pelo símbolo > ou <.

a) 5 ■ 2
b) −7 ■ −9
c) −1 ■ 0
d) −53 ■ 53
e) 1 ■ − 15
f) −158 ■ −157
g) 11 ■ −11
h) −170 ■ 5

27. Respostas: a) 5 > 2; b) −7 > −9; c) −1 < 0; d) −53 < 53; e) 1 > −15; f) −158 < −157; g) 11 > −11; h) −170 < 5.

30. Respostas: a) −5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3; b) −11, −10, −9, −8, −7, −6; c) −3, −2, −1, 1, 2, 3.

**28.** Considere os números a seguir.

| | | |
|---|---|---|
| −1 | −15 | |
| | −3 | 1 |
| −7 | −9 | |

Entre esses números:

a) quais são os números inteiros negativos maiores do que −14?
b) quais números inteiros estão entre −3 e 2?
c) qual é o maior número inteiro menor do que −4?

28. Respostas: a) −9, −7, −3 e −1; b) −1 e 1; c) −7.

**29.** Sabendo que $x$ representa um número inteiro, determine o maior e o menor valor que $x$ pode assumir em cada item.

a) $-2 < x < 3$
b) $-35 < x < -22$
c) $-1 > x > -7$
d) $7 > x > -10$
e) $-8 < x < -2$
f) $-12 < x < 5$

29. Respostas: a) Maior valor: 2, menor valor: −1; b) Maior valor: −23; menor valor: −34; c) Maior valor: −2; menor valor: −6; d) Maior valor: 6; menor valor: −9; e) Maior valor: −3; menor valor: −7; f) Maior valor: 4; menor valor: −11.

**30.** Escreva no caderno, em ordem crescente, todos os números inteiros:

a) maiores do que −6 e menores do que 4;
b) maiores do que −12 e menores do que −5;
c) diferentes de zero, cuja medida de distância em relação à origem é menor do que 4 unidades.

**31.** Durante o voo, os aviões atingem grandes altitudes. Um avião com capacidade para 225 passageiros, por exemplo, voa a aproximadamente 11 800 m de medida de altitude. No quadro apresentamos algumas medidas de altitudes e a medida da temperatura atmosférica aproximada registrada em cada uma delas.

| Medida de altitude (m) | Medida de temperatura (°C) |
|---|---|
| 1 500 | 6 |
| 3 000 | −5 |
| 5 500 | −21 |
| 7 200 | −32 |
| 9 200 | −45 |
| 10 400 | −52 |
| 11 800 | −57 |

a) Qual é a maior medida de temperatura atmosférica registrada? E a menor?
b) Qual foi a medida de temperatura atmosférica aproximada registrada pelo termômetro desse avião à altitude de medida 9 200 m?
c) De acordo com as informações do quadro, uma temperatura de medida −40 °C pode ser registrada entre quais medidas de altitudes?
d) De acordo com as informações do quadro, em altitudes medindo acima de 4 000 m, a medida de temperatura atmosférica aproximada é positiva ou negativa?

31. Respostas: a) Aproximadamente 6 °C, aproximadamente −57 °C; b) Aproximadamente −45 °C; c) Aproximadamente entre 7 200 m e 9 200 m; d) Negativa.





- A reflexão apresentada nos comentários da página anterior auxiliará os estudantes na resolução da atividade **27**. Com ela, possivelmente não haverá dificuldade na resolução dos itens **c**, **d**, **e**, **g** e **h**. Aproveite esta atividade para que os estudantes justifiquem os procedimentos utilizados nas comparações propostas.
- Nas atividades **28**, **29** e **30**, caso os estudantes apresentem dificuldade, oriente-os a utilizar a reta numérica para auxiliá-los. Uma possibilidade é desenhar na lousa uma reta dividida em partes iguais e, com ajuda dos estudantes, resolver os itens das atividades localizando os números nela, enquanto eles fazem as comparações necessárias.
- Ao trabalhar com a atividade **31**, verifique se os estudantes observam que, quanto maior a medida da altitude, menor é a medida da temperatura. A fim de auxiliá-los na resolução da atividade, se julgar conveniente, construa uma reta numérica na lousa e indique as medidas de temperatura apresentadas no quadro.

• Para auxiliar os estudantes nas comparações propostas na atividade **32**, se julgar conveniente, oriente-os a organizar os números que expressam os saldos em uma reta numérica.

• Na atividade **33**, explique aos estudantes que o saldo de gols de uma equipe corresponde à diferença das quantidades de gols marcados e sofridos.

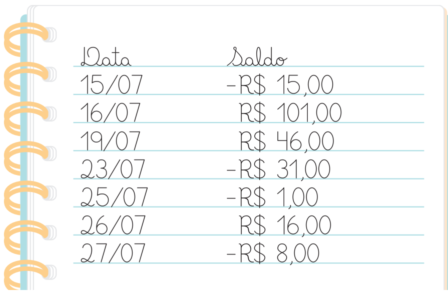
• A atividade **33** se relaciona com as **culturas juvenis** dos esportes. Promova questionamentos que despertem o interesse dos estudantes pelo assunto. Alguém da turma se interessa por esporte? Qual é o esporte preferido? Eles praticam esportes? Envolva a sala na discussão e converse sobre o tema. Obtenha informações a respeito das **Culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.

• Ao trabalhar a atividade **34** com os estudantes, represente na lousa uma linha do tempo com as indicações dos seguintes anos: 5 a.C., 4 a.C., 3 a.C., 2 a.C., 1 a.C., 1 d.C., 2 d.C., 3 d.C., 4 d.C. e 5 d.C., conforme apresentado no rodapé desta página.

32. c) Resposta: –R$ 31,00 < –R$ 15,00 < –R$ 8,00 < –R$ 1,00 < R$ 16,00 < R$ 46,00 < R$ 101,00.

**32.** Sandro anotou na agenda o saldo de sua conta bancária em alguns dias.

KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA




**a)** Em qual desses dias o saldo era maior? E em qual era menor?

32. a) Respostas: 16/07; 23/07.

**b)** Em qual dia o saldo era maior do que –R$ 5,00 e menor do que R$ 10,00?

32. b)Resposta: 25/07.

**c)** Escreva no caderno em ordem crescente as quantias anotadas por Sandro usando o símbolo < entre elas.

**33.** Considere a tabela, que indica o saldo de gols de algumas equipes da série A do Campeonato Brasileiro de 2021.

**Saldo de gols de algumas equipes da série A do Campeonato Brasileiro de 2021**

| Equipe | Saldo de gols |
|---|---|
| Bahia (BA) | –9 |
| Cuiabá (MT) | –3 |
| Grêmio (RS) | –7 |
| Juventude (RS) | –8 |
| São Paulo (SP) | –8 |
| Sport (PE) | –13 |

Fonte de pesquisa: Confederação Brasileira de Futebol (CBF). *Campeonato Brasileiro de Futebol – Série A – 2021*. Disponível em: https://www.cbf.com.br/futebol-brasileiro/competicoes/campeonato-brasileiro-serie-a/2021. Acesso em: 25 fev. 2022.

Qual dessas equipes obteve o menor saldo de gols nesse campeonato? E o maior?

33. Respostas: Sport (PE); Cuiabá (MT).

**34.** Considera-se o ano 1 o início da Era Cristã, ou seja, o ano de nascimento de Jesus Cristo. Após esse ano, passou-se a usar as expressões "depois de Cristo" (d.C.) para fazer referência a determinado ano dessa era, e "antes de Cristo" (a.C.), ou o sinal – para os anos que a antecederam. Nessa cronologia, não existe ano zero. Esse sistema de datação foi criado por Dionysius Exiguus, que recebeu a tarefa de criar um método de marcação do tempo que previsse a Páscoa. No entanto, não se sabe ao certo como ele determinou o ano de nascimento de Jesus. Atualmente, as terminologias d.C. e a.C. vêm sendo substituídas, respectivamente, por EC (Era Comum) e AEC (Antes da Era Comum), consideradas mais neutras e inclusivas para pessoas não cristãs.

**Atenção!**

O ano 1 d.C. foi imediatamente depois do ano 1 a.C.

A seguir, estão indicados alguns anos nesse sistema de datação.

7 a.C. | 4 d.C. | 2 d.C. | 1 a.C. | 2 a.C. | 3 a.C. | 1 d.C. | 9 a.C.

34. Respostas: a) 4 anos; b) 9 a.C., 7 a.C., 3 a.C., 2 a.C., 1 a.C., 1 d.C., 2 d.C., 4 d.C.

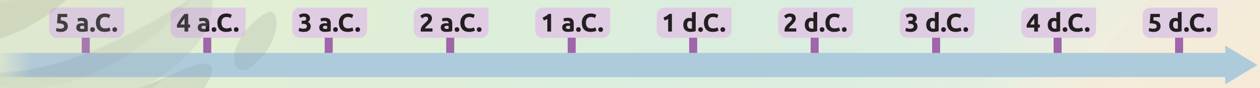
**a)** Quantos anos se passaram do início do ano 2 a.C. ao fim do ano 2 d.C.?

**b)** Escreva no caderno os anos apresentados em ordem crescente.










• Em seguida, solicite que resolvam a atividade.

Esta atividade possibilita o desenvolvimento da **Competência geral 1** e também uma integração com o componente curricular de **História**. Aproveite a oportunidade e proponha ao professor desse componente que converse com os estudantes a respeito da importância dos sistemas de datação.

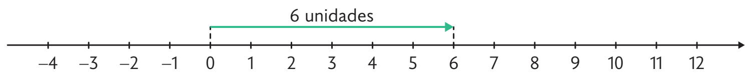
# Adição com números inteiros

Vamos analisar algumas situações envolvendo movimentações mensais, em milhões de reais, de uma rede de supermercados durante alguns meses de 2023.

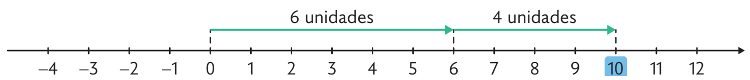
- Em janeiro de 2023, essa rede obteve um lucro de 6 milhões de reais; já no mês de fevereiro, esse lucro ficou em 4 milhões de reais.

Para determinar o lucro obtido por essa rede de supermercados ao final de fevereiro, devemos adicionar o lucro de 6 milhões de reais com o lucro de 4 milhões de reais, ou seja, calcular $(+6) + (+4)$. Para isso, vamos utilizar uma reta numérica.

A partir da origem, deslocamos 6 unidades para a direita, pois o sinal à frente do número 6 é +.




Em seguida, deslocamos 4 unidades para a direita a partir do número 6, pois o sinal à frente do número 4 é +.



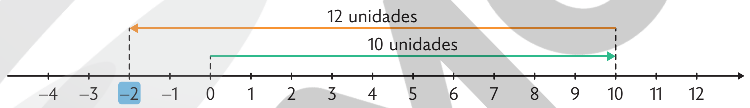

Assim, $(+6) + (+4) = (+10)$.

Portanto, ao final desses 2 meses, a rede de supermercados obteve um lucro de 10 milhões de reais.

- No mês seguinte, a rede sofreu um prejuízo de 12 milhões de reais.

Para saber de quantos reais foi o lucro ou prejuízo no fim do mês de março, devemos adicionar o lucro de 10 milhões de reais do mês anterior com o prejuízo de 12 milhões de reais, ou seja, calcular $(+10) + (-12)$. Para isso, vamos utilizar uma reta numérica.

A partir da origem, deslocamos 10 unidades para a direita, pois o sinal à frente do número 10 é +. Depois, deslocamos 12 unidades para a esquerda a partir do número 10, pois o sinal à frente do número 12 é −.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Assim, $(+10) + (-12) = -2$.

Portanto, a rede de supermercados obteve prejuízo de 2 milhões de reais ao final do mês de março.





- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular se a rede de supermercados obteve lucro ou prejuízo ao final do mês de março. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.



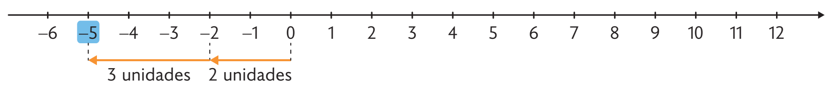
49

• Se julgar necessário, oriente os estudantes a recorrer à reta numérica para resolverem a questão **4**. Nesse caso, diga-lhes para localizarem o número −5 na reta e, em seguida, deslocarem 6 unidades para a direita.

• As propriedades da adição envolvendo números naturais já foram estudadas no volume do **6º** ano desta coleção. Nesse momento, cabe relembrar com os estudantes cada uma delas e fazer com que eles percebam que essas propriedades também são válidas para os números inteiros.

• No mês de abril, a empresa obteve mais um prejuízo, dessa vez de 3 milhões de reais.

Para determinar de quantos reais foi o lucro ou prejuízo no fim do mês de abril, devemos adicionar o prejuízo de 2 milhões de reais com o prejuízo de 3 milhões de reais, ou seja, devemos calcular (−2) + (−3).




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Assim, (−2) + (−3) = −5.

Portanto, a rede de supermercados obteve prejuízo de 5 milhões de reais ao final do mês de abril.

**Questão 4.** Se no mês de maio a rede de supermercados teve um lucro de 6 milhões de reais, qual foi o lucro ou prejuízo da empresa ao final desse mês?

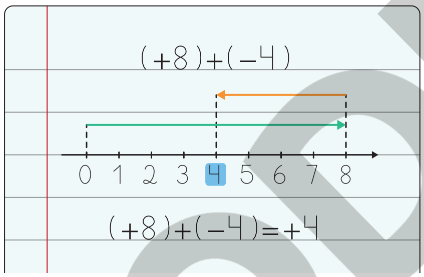
Questão 4. Resposta: Lucro de 1 milhão de reais.

## Propriedades da adição

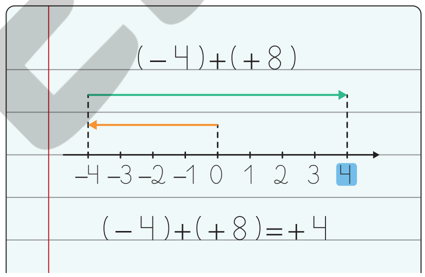
### Propriedade comutativa

Apresentamos a seguir os cálculos realizados por Adriana e Inácio.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA




Inácio.




Adriana.

Como a adição possui a propriedade comutativa, ao trocar a ordem das parcelas, a soma não se altera.

Em uma adição de números inteiros, ao trocar a ordem das parcelas, a soma não se altera. Essa é a **propriedade comutativa da adição de números inteiros**.

## Propriedade do elemento neutro

**Questão 5.** Efetue os cálculos no caderno.

**a)** $(-5) + 0$ **c)** $(-12) + 0$ **e)** $0 + (+14)$ **g)** $(-7) + 0$

**b)** $0 + (-17)$ **d)** $(-15) + 0$ **f)** $(-25) + 0$ **h)** $(-184) + 0$

Questão 5. Respostas: a) −5; b) −17; c) −12; d) −15; e) +14; f) −25; g) −7; h) −184.

**Questão 6.** No caderno, escreva suas observações com relação aos resultados obtidos na questão anterior. Questão 6. Sugestão de resposta: Ao adicionar um número inteiro a zero, o resultado é o próprio número inteiro.

Como a adição tem a propriedade do elemento neutro, quando uma das parcelas é igual a zero, a soma é igual à outra parcela.

O resultado da adição de um número inteiro a zero é sempre igual ao próprio número. Por isso, dizemos que o zero é o **elemento neutro da adição de números inteiros**.

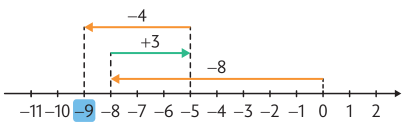
## Propriedade associativa

Podemos calcular $(-8) + (+3) + (-4)$ de duas maneiras diferentes.

**Atenção!**

Dependendo da maneira como as parcelas são associadas, os cálculos podem se tornar mais simples.

**1ª maneira**

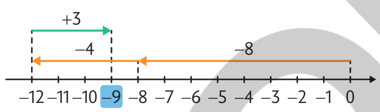



Calculamos $(-8) + (+3)$. Depois, adicionamos $(-4)$ ao resultado.

$$(-8) + (+3) + (-4)$$

$$(-5) + (-4) = -9$$

**2ª maneira**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Calculamos $(-8) + (-4)$. Depois, adicionamos $(+3)$ ao resultado.

$$(-8) + (-4) + (+3)$$

$$(-12) + (+3) = -9$$

Como a adição tem a propriedade associativa, ao associar as parcelas de maneiras diferentes, a soma não se altera.

Em uma adição de três ou mais números inteiros, ao associar as parcelas de maneiras diferentes, a soma não se altera. Essa é a **propriedade associativa da adição de números inteiros**.





• Para completar o trabalho com a questão **5** e proporcionar um repertório maior para a análise proposta na questão **6**, solicite aos estudantes que escolham um número, diferente daqueles da questão **5**, e o adicione a zero. Em seguida, peça que registrem na lousa a adição e o resultado obtido. Por fim, promova uma roda de conversa para que exponham suas conclusões quanto aos resultados obtidos.

- Se julgar conveniente, durante o desenvolvimento da questão **7**, oriente os estudantes a utilizar a reta numérica como recurso para auxiliá-los nos cálculos propostos.
- Após os estudantes resolverem a questão **8**, peça-lhes que exponham, na lousa, as adições efetuadas, bem como o resultado obtido. Essa dinâmica possibilitará uma análise dos resultados, um bate-papo sobre possíveis conclusões e a ampliação do repertório para a análise proposta na questão **9**.
- Na seção **Atividades**, os estudantes vão utilizar os números inteiros em situações que envolvem adição e resolver problemas envolvendo essa operação. Desse modo, desenvolvem-se aspectos das habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**.
- Ao trabalhar com a atividade **35**, converse com os estudantes a fim de que eles percebam que, na reta numérica, a primeira parcela da adição é indicada pela seta que “parte” de zero. No item **c**, por exemplo, a seta que parte de zero vai até −5. Portanto, a primeira parcela da adição é −5. Além disso, é importante a compreensão dos estudantes acerca da segunda parcela da adição, a qual é dada pela medida da distância entre os extremos daquela seta que não parte de zero.
- Caso haja dificuldades na resolução da atividade **36**, registre o saldo da conta bancária de Raul em uma reta numérica. Para isso, inicialmente, questione os estudantes a respeito do número inteiro que indica o saldo devedor de R$ 590,00. Por fim, utilizando a reta numérica construída, peça que efetuem as adições necessárias.

## Propriedade do elemento oposto

**Questão 7.** Efetue os cálculos no caderno.

**a)** (−6) + (+6) **c)** (−28) + (+28) **e)** (−37) + (+37)

**b)** (+17) + (−17) **d)** (+41) + (−41) **f)** (+65) + (−65)

Questão 7. Resposta: Em todos os itens, o resultado é 0.

**Questão 8.** Escolha um número inteiro qualquer. Em seguida, em seu caderno, adicione-o ao seu oposto. Qual foi o resultado obtido por você? Questão 8. Resposta: 0.

**Questão 9.** Escreva no caderno o resultado da adição de dois números opostos. Questão 9. Resposta: 0.

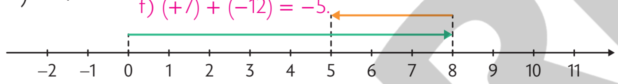
Em uma adição de dois números opostos, a soma é sempre zero. Essa é a **propriedade do elemento oposto da adição de números inteiros**.

### Atividades

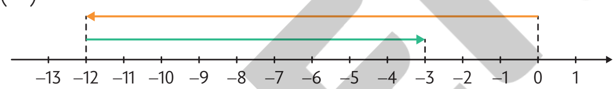
Faça as atividades no caderno.

**35.** Copie os cálculos em seu caderno, substituindo cada ■ de acordo com as setas indicadas na reta numérica. 35. Respostas: a) (+8) + (−3) = +5; b) (−12) + (+9) = −3; c) (−5) + (−6) = −11; d) (−3) + (+7) = +4; e) (−3) + (+3) = 0; f) (+7) + (−12) = −5.

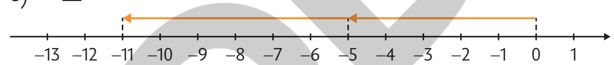
**a)** (+8) + (■) = +5



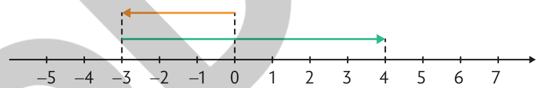
**b)** (−12) + (■) = −3



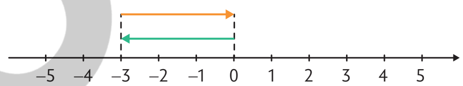
**c)** (■) + (−6) = ■



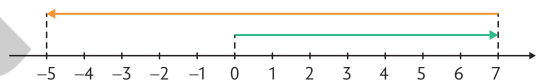
**d)** (■) + (■) = ■



**e)** (■) + (■) = ■



**f)** (■) + (■) = ■



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**36.** Raul tem um saldo bancário devedor de R$ 590,00. Quantos reais ele deve depositar para ficar:

**a)** com saldo igual a zero? **b)** com saldo de R$ 490,00?

36. Respostas: a) R$ 590,00; b) R$ 1080,00.

**37.** Calcule o saldo da conta bancária de Fernanda após as movimentações indicadas no extrato a seguir.

37. Resposta: R$ 306,00.

MOVIMENTAÇÃO

10/03/2023 12:25

| DATA | HISTÓRICO | Nº DOCUMENTO | VALOR (R$) |
|---|---|---|---|
| 08/03 | SALDO ANTERIOR | ******* | +250,00 |
| | COMPRA DÉBITO | 0045822 | −135,00 |
| | COMPRA DÉBITO | 0045825 | −62,00 |
| 09/03 | DEPÓSITO | 0000895 | +253,00 |
| | SALDO | ******* | ■ |

GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

**38.** Efetue os cálculos.

**a)** (−9) + (+5)
**b)** (+41) + (−23)
**c)** (−7) + (+4)
**d)** (+18) + (−35)
**e)** (−52) + (+17)
**f )** (−3) + (−14)
**g)** (+57) + (−2)
**h)** (−16) + (−37)

38. Respostas: a) −4; b) +18; c) −3; d) −17; e) −35; f) −17; g) +55; h) −53.

39. Respostas: a) (−12) + (+8) = −4 e (+8) + (−12) = −4; b) (−31) + (−6) = −37 e (−6) + (−31) = −37; c) (−9) + (+21) = +12 e (+21) + (−9) = +12; d) (+12) + (−19) = −7 e (−19) + (+12) = −7.

**39.** Adicione os números de cada item trocando a ordem das parcelas e verifique a propriedade comutativa da adição de números inteiros.

**a)** −12 e +8
**b)** −31 e −6
**c)** −9 e +21
**d)** +12 e −19

**40.** Copie cada cálculo substituindo o ■ por um dos números a seguir.

| | | | |
|---|---|---|---|
| −12 | +52 | −17 | −1 |
| +7 | −25 | −34 | +30 |

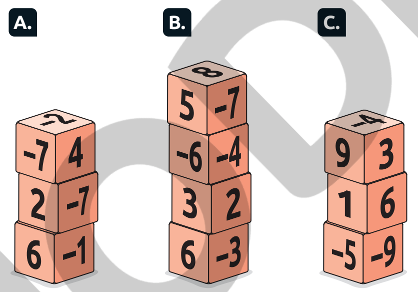
**a)** (■) + (−12) = +18
**b)** (+30) + (■) = +18
**c)** (−17) + (■) = −18
**d)** (■) + (−1) = −18
**e)** (■) + (−25) = −18
**f )** (+7) + (■) = −18
**g)** (■) + (−34) = +18
**h)** (+52) + (■) = +18

**41.** Efetue os cálculos de duas maneiras diferentes.

**a)** (−3) + (+5) + (−5)
**b)** (+2) + (−2) + (+2)
**c)** (+1) + (−15) + (+7)
**d)** (+7) + (+14) + (−7)
**e)** (+30) + (−18) + (−6)
**f )** (−52) + (−2) + (−5)
**g)** (+60) + (−23) + (+7)
**h)** (+4) + (+15) + (−8)
**i )** (+3) + (−18) + (+12)

41. Respostas: a) −3; b) +2; c) −7; d) +14; e) +6; f) −59; g) +44; h) +11; i) −3.

**42.** Adicione todos os números das faces visíveis dos dados de cada pilha. Depois, responda às questões.




ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

42. Respostas: a) B; b) A; c) Nenhuma das pilhas; d) C.

Em qual pilha a soma é:

**a)** maior do que 2 e menor do que 5?
**b)** um número entre −6 e zero?
**c)** menor do que −5?
**d)** maior do que zero e menor do que 2?

40. Respostas: a) (+30) + (−12) = +18; b) (+30) + (−12) = +18; c) (−17) + (−1) = −18; d) (−17) + (−1) = −18; e) (+7) + (−25) = −18; f) (+7) + (−25) = −18; g) (+52) + (−34) = +18; h) (+52) + (−34) = +18.





- Aproveite o contexto das atividades **36** e **37** para promover uma roda de conversa envolvendo o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**. Proponha questionamentos envolvendo a importância de controlar os gastos, de poupar e investir periodicamente, entre outros. Solicite que exponham suas opiniões, intervindo quando necessário.
- Ao trabalhar com a atividade **37**, questione os estudantes a respeito das movimentações indicadas no extrato. É esperado que eles identifiquem as seguintes movimentações: compra no débito no valor de R$ 135,00; compra no débito no valor de R$ 62,00; depósito de R$ 253,00. Se necessário, expliquе-lhes que o valor da compra é indicado por um número negativo, pois a quantia "saiu" da conta.

## Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **36** e **37**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Oriente os estudantes, caso julgue necessário, a utilizar a reta numérica para auxiliá-los nos cálculos propostos nas atividades **38**, **39** e **41**.
- Como a subtração, que é a operação inversa da adição, será estudada apenas no tópico seguinte, uma possibilidade para que os estudantes resolvam a atividade **40** é realizar uma análise da operação em questão e testar os possíveis números das fichas. No item **a**, por exemplo, ao analisar rapidamente o cálculo apresentado, é possível concluir que a primeira parcela da adição deve ser maior do que 12, pois 12 + (−12) = 0. Nesse caso, as possibilidades são: +52 e +30.

Como (+52) + (−12) = +40 e (+30) + (−12) = +18, concluímos que o ■ deve ser substituído por +30.

- Para realizar as comparações propostas na atividade **42**, os estudantes podem recorrer à reta numérica. Nesse caso, basta lembrar que os números que estão à esquerda de um número qualquer na reta são menores do que esse número, e os números que estão à direita de um número qualquer na reta são maiores do que esse número.

• Ao trabalhar com a atividade **43**, verifique se os estudantes percebem que, para obter a pontuação de cada um dos jogadores, é necessário adicionar os números apresentados nas fichas. Para obter, por exemplo, a pontuação de Milena, é necessário calcular:

$10 + 1 + 1 + 5 + (-5) + (-10)$.

• Após todos os estudantes concluírem a atividade **44**, desafie-os a construir dois quadrados: um mágico e outro não. Em seguida, peça a eles que troquem com um colega, para que os quadrados construídos sejam classificados. Se julgar oportuno, defina a constante mágica – soma dos números de qualquer linha, coluna ou diagonal de um quadrado mágico – e solicite aos estudantes que determinem a constante mágica daqueles quadrados classificados como mágicos.

• Ao elaborar e resolver problemas envolvendo adições com números inteiros na atividade **45**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade **EF07MA04**. Nesse caso, por eles enfrentarem situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões, desenvolvem aspectos da **Competência específica de Matemática 6** e, por exercitarem a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, trabalham aspectos das **Competências gerais 2** e **9**.

**43.** Milena, Adriano e César estão disputando um jogo. Nesse jogo, os pontos ganhos são marcados por fichas com números positivos; os pontos perdidos, por fichas com números negativos. As fichas de cada um deles ao final de uma partida estão representadas a seguir.

**Milena**

Pontos ganhos:

+10 | +1 | +1 | 5

Pontos perdidos:

−5 | −10

**Adriano**

Pontos ganhos:

+8 | +1 | +5

Pontos perdidos:

−10

**César**

Pontos ganhos:

+10 | +5

Pontos perdidos:

−10 | −5 | −1

**a)** Ao final da partida, quantos pontos foram marcados por:
- Milena?
- Adriano?
- César?

43. a) Respostas: Milena: +2; Adriano: +4; César: −1.

**b)** Qual jogador obteve a maior soma de pontos? 43. b) Resposta: Adriano.

**44.** Efetue os cálculos e verifique qual dos quadrados a seguir é um quadrado mágico. 44. Resposta: Quadrado **B**.

**Atenção!**
Um quadrado é mágico quando a soma dos números de cada linha, coluna e diagonal é a mesma.

**A.**

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 5 | −9 |
| 15 | 1 | 17 |
| 11 | −3 | −5 |

**B.**

| | | |
|---|---|---|
| −9 | 8 | 4 |
| 14 | 1 | −12 |
| −2 | −6 | 11 |

**45.** Para cada item, **elabore** em seu caderno um problema envolvendo adição de números inteiros utilizando os números indicados e peça a um colega que o resolva. Depois, verifique se a resolução está correta. 45. Resposta pessoal.

**a)** +7 e +32
**b)** −12 e +13
**c)** +9 e −3
**d)** −25 e −11

54





**Sugestão de avaliação**

Determine o número correspondente a cada uma das letras.

**a)** $2 + (-3) + (-2) = A$

**b)** $10 + B + 2 = 10$

**Resoluções e comentários**

**a)** Como $2 + (-2) = 0$, temos:

$2 + (-3) - 2 = -3$. Portanto, $A = -3$.

Neste item, é de suma importância que os estudantes observem uma aplicação da propriedade associativa da adição.

**b)** O resultado da adição das três parcelas é 10. Como uma das parcelas é 10, o resultado da adição das outras duas parcelas é zero. Nesse caso, $B$ é igual ao oposto de 2, ou seja, $B = -2$.

Neste item, é de suma importância que os estudantes observem uma aplicação do elemento neutro da adição.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, na parte geral do manual do professor.

## Subtração com números inteiros

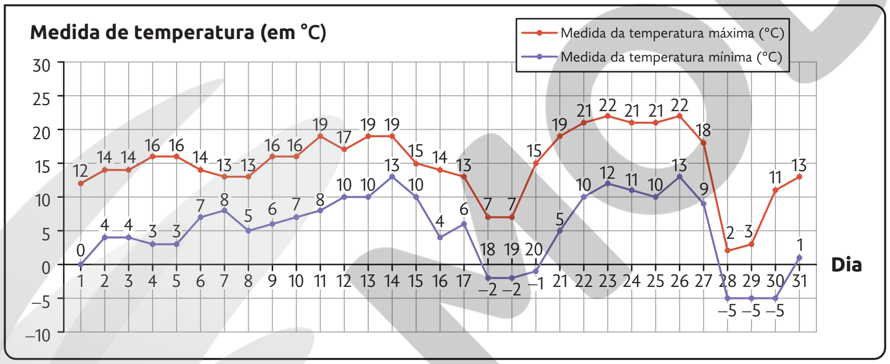
São Joaquim, situada no sul do estado de Santa Catarina a uma medida de altitude de 1360 m, é considerada a cidade mais fria do Brasil.

CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

São Joaquim, SC, em um dia frio, onde podemos observar formação de gelo em uma propriedade rural, em 2021.

Considere o gráfico a seguir, indicando as medidas aproximadas das temperaturas diárias máxima e mínima registradas em São Joaquim no mês de julho de 2021.

**Medidas aproximadas das temperaturas diárias máxima e mínima registradas em São Joaquim em julho de 2021**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: INMET. *Dados meteorológicos*. Disponível em: https://tempo.inmet.gov.br/. Acesso em: 12 jan. 2022.





• Ao trabalhar com esta página, realize uma leitura dos elementos apresentados, destacando as informações importantes, como as medidas de temperatura registradas em cada um dos dias de julho de 2021 na cidade de São Joaquim (SC).

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a diferença entre as medidas de temperatura máxima e mínima registradas para o dia 31/7/2021 e para o dia 20/7/2021. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

Podemos calcular a diferença entre as medidas de temperaturas máxima e mínima registradas em alguns dias do mês de julho de 2021 da seguinte maneira.

• Dia 31

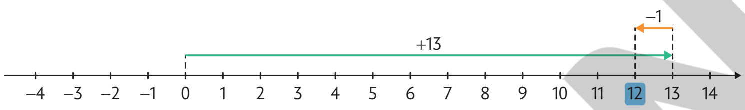
Medida de temperatura máxima: 13 °C.
Medida de temperatura mínima: 1 °C.

$(+13) - (+1) = (+13) + (-1) = 12$

Como os dois números são positivos, basta efetuar a subtração a seguir.

$$13 - 1 = 12$$

Na subtração, um número menos outro significa a adição do primeiro com o oposto do segundo. Assim, subtrair (+1) de (+13) significa calcular a diferença (+13) − (+1), que é o mesmo que (+13) + (−1). Representamos esse cálculo na reta numérica da seguinte maneira.



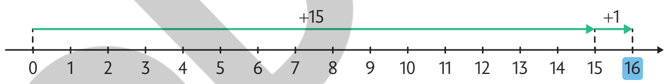

• Dia 20

Medida de temperatura máxima: 15 °C.
Medida de temperatura mínima: −1 °C.

$(+15) - (-1) = (+15) + (+1) = 16$

Ao localizarmos os números +15 e −1 na reta numérica, notamos que a diferença entre eles é 16.


De outra maneira, (+15) − (−1) corresponde à adição de +15 ao oposto de −1, ou seja, 1. Indicando esse cálculo na reta numérica, temos:




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Assim:

$$(+15) - \underbrace{(-1) = (+15) + (+1)}_{\text{oposto}} = 15 + 1 = 16$$

A seguir, alguns exemplos envolvendo subtração com números inteiros.

• $(+9) - (+3) = (+9) + (-3) = 9 - 3 = +6$
• $(+9) - (-3) = (+9) + (+3) = 9 + 3 = +12$
• $(-9) - (+3) = (-9) + (-3) = -9 - 3 = -12$
• $(-9) - (-3) = (-9) + (+3) = -9 + 3 = -6$

**Atenção!**

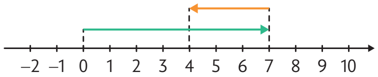
Subtrair um número de outro é o mesmo que adicionar o primeiro número ao oposto do segundo número.

## Atividades

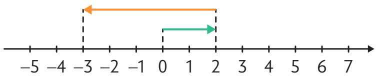
Faça as atividades no caderno.

**46.** Em cada item, copie as expressões substituindo o ■ pelo número adequado, de acordo com as setas indicadas na reta numérica correspondente.

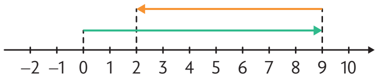
**a)** (+7) − (■) = +4



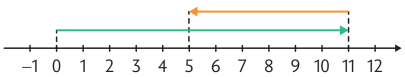
**c)** (■) − (+5) = ■



**b)** (+9) − (■) = +2



**d)** (■) − (■) = +5



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

46. Respostas: a) (+7) − (+3) = +4; b) (+9) − (+7) = +2; c) (+2) − (+5) = −3; d) (+11) − (+6) = +5.

**47.** Para cada item, escreva no caderno o número que substitui o ■ adequadamente.

**a)** (+10) − (−8) = (+10) + (■) = ■

**b)** (+6) − (−7) = (+6) + (■) = +13

**c)** (−2) − (−14) = (■) + (■) = +12

**d)** (+5) − (+6) = (+5) + (■) = ■

**e)** (−9) − (+7) = (■) + (■) = −16

**f)** (−13) − (−5) = (−13) + (■) = −8

47. Respostas: a) +8; +18; b) +7; c) −2; +14; d) −6; −1; e) −9; −7; f) +5.

**48.** Efetue os cálculos no caderno.

**a)** (+2) − (+17)

**b)** (+14) − (−9)

**c)** (+23) − (−5)

**d)** (+11) − (−4)

**e)** (+21) − (+19)

**f)** (−12) − (−3)

**g)** (−5) − (+2)

**h)** (−1) − (−9)

**i)** (−15) − (−4)

**j)** (−8) − (−12)

**k)** (−15) − (−10)

**l)** (−1) − (−1)

48. Respostas: a) −15; b) +23; c) +28; d) +15; e) +2; f) −9; g) −7; h) +8; i) −11; j) +4; k) −5; l) 0.

**49.** Copie as expressões e complete com o sinal + ou − de modo que o resultado seja verdadeiro.

**a)** (−4) ■ (+2) = −2

**b)** (−3) ■ (−7) = (+4)

**c)** (+3) ■ (+3) = 0

**d)** (+8) ■ (−7) = +15

**e)** (−8) ■ (+10) = +2

**f)** (+10) ■ (+6) = +4

49. Respostas: a) (−4) + (+2) = −2; b) (−3) − (−7) = (+4); c) (+3) − (+3) = 0; d) (+8) − (−7) = +15; e) (−8) + (+10) = +2; f) (+10) − (+6) = +4.





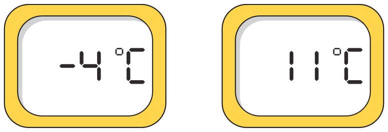
- Na seção **Atividades**, os estudantes vão utilizar os números inteiros em situações que envolvem subtração e resolver problemas envolvendo essa operação. Desse modo, desenvolvem-se aspectos das habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**.
- Ao trabalhar com a atividade **46**, dê orientações semelhantes às expostas no comentário referente à atividade **35** da página **52**.
- Durante o desenvolvimento da atividade **47**, se julgar necessário, leve os estudantes a perceber a relação entre os números negativos e seus opostos. Verifique se eles perceberam que em uma subtração com números inteiros adicionamos o minuendo ao oposto do subtraendo.
- Se julgar necessário, oriente os estudantes a utilizar a reta numérica para auxiliá-los nos cálculos propostos nas atividades **48**.
- Caso os estudantes apresentem dificuldade na atividade **49**, oriente-os a substituir o ■ em cada item por ambos os símbolos (− e +) e efetuar os cálculos. Dessa maneira, é possível verificar qual das operações fornece o resultado esperado.

- Se julgar necessário, ao trabalhar com a atividade **50**, converse com os estudantes a fim de que compreendam que a temperatura mínima registrada corresponde à menor medida, e a temperatura máxima registrada, à maior medida.
- A fim de complementar o trabalho com a atividade **51**, solicite aos estudantes que descrevam a lei de formação de cada uma das sequências apresentadas. No item **A**, por exemplo, é esperada a seguinte lei de formação: para obter um termo dessa sequência, do segundo em diante, adicionam-se 9 unidades ao termo anterior.
- Caso algum dos estudantes opte por resolver a atividade **52** de maneira diferente da utilizada pela personagem, oriente-o a apresentá-la aos colegas, explicando os procedimentos aplicados.
- Após todos estimarem os resultados das expressões da atividade **53**, organize uma roda de conversa para que os procedimentos de estimativa sejam expostos e discutidos.

**50.** Nos termômetros a seguir indicamos as medidas aproximadas de temperaturas mínima e máxima registradas na cidade de Inácio Martins, no Paraná, em 29 de julho de 2021.

50. Respostas: a) 11 °C, −4 °C; b) 15 °C.

ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA




Fonte de pesquisa: INMET. *Dados meteorológicos*. Disponível em: https://tempo.inmet.gov.br/. Acesso em: 11 mar. 2022.

**a)** Qual foi a medida de temperatura máxima registrada nesse dia? E a medida de temperatura mínima?

**b)** Qual é a diferença entre as medidas de temperaturas máxima e mínima registradas nesse dia?

**51.** Escreva no caderno os três próximos números de cada sequência.

**A.** $-62 \xrightarrow{+9} -53 \xrightarrow{+9} -44 \xrightarrow{+9} -35 \xrightarrow{+9} -26$ ...

**B.** $-25 \xrightarrow{+12} -13 \xrightarrow{+12} -1 \xrightarrow{+12} +11 \xrightarrow{+12} +23$ ...

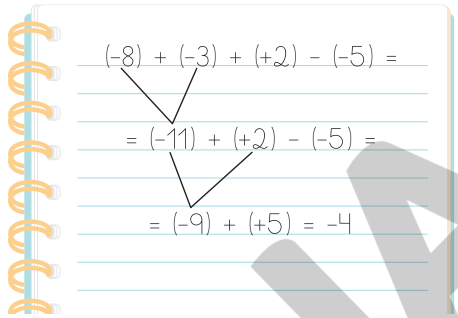
**C.** $-4 \xrightarrow{-6} -10 \xrightarrow{-6} -16 \xrightarrow{-6} -22 \xrightarrow{-6} -28$ ...

**D.** $+33 \xrightarrow{-7} +26 \xrightarrow{-7} +19 \xrightarrow{-7} +12 \xrightarrow{-7} +5$ ...

51. Respostas: A. −17, −8, +1; B. +35, +47, +59; C. −34, −40, −46; D. −2, −9, −16.



**52.** Carla resolveu a expressão numérica (−8) + (−3) + (+2) − (−5) da seguinte maneira.




KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

52. Respostas: a) +24; b) −55; c) −26; d) +19; e) +81; f) +10.

De maneira parecida, resolva no caderno as expressões numéricas a seguir.

**a)** (+22) + (−7) − (−9)

**b)** (−48) − (+13) + (+6)

**c)** (−69) + (+16) − (−27)

**d)** (+35) + (−12) − (+8) − (−4)

**e)** (+74) − (−9) + (−2)

**f)** (−30) − (−42) + (−3) + (+1)

**53. Estime** o resultado das expressões numéricas. 53. Resposta pessoal.

**A.** (+26) − (−17) + (−38) − (+7)

**B.** (+17) + (−26) − (−7) − (−38)

**C.** (+7) − (+38) − (−26) + (−7)

**a)** Agora, obtenha da maneira que preferir, o resultado exato delas.
53. a) Respostas: A. −2; B. +36; C. −12.

**b)** Qual expressão tem maior valor?
53. b) Resposta: Expressão **B**.

**54.** A seguir estão representadas, com números inteiros, as medidas aproximadas de altitudes de diferentes locais do mundo.

**A.** Pico da Pedra da Mina, SP

2 798 m

**B.** Depressão de Danakil, Etiópia

−125 m

**C.** Dhaulagiri, Nepal

8 172 m

**D.** Município de Triunfo, PE

1 010 m

**E.** Cidade de Apartaderos, Venezuela

3 504 m

**F.** Mar da Galileia, Israel

−209 m

**a)** Escreva em ordem crescente as medidas de altitudes aproximadas desses locais. 54. a) Resposta: −209 m, −125 m, 1 010 m, 2 798 m, 3 504 m, 8 172 m.

**b)** Calcule a diferença, em metros, entre a maior e a menor medida aproximada de altitude dos locais indicados. 54. b) Resposta: (+8 172 m) − (−209 m) = 8 281 m.

**55.** Em certo dia, o termômetro registrava uma medida de temperatura de 5 °C em uma cidade. Se diminuir 8 °C, qual será a medida de temperatura que esse termômetro vai registrar? 55. Resposta: −3 °C.

**56.** As sentenças apresentadas em cada item devem ser compostas de exatamente três dos números apresentados a seguir.

+14 | −9 | −5 | +32

Copie-as em seu caderno substituindo as letras pelos números adequados.

**a)** $(-9) - A + B = -28$ **b)** $C + D - (+14) = +9$ **c)** $E - (-9) + F = +36$

**57.** Considere a tabela a seguir, que indica a quantidade de gols marcados e gols sofridos por uma equipe de futebol em quatro partidas.

**Gols marcados e sofridos por uma equipe de futebol em quatro partidas, em março de 2023**

| Partida | Número de gols marcados | Número de gols sofridos |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 |
| 2 | 3 | 2 |
| 3 | 0 | 2 |
| 4 | 3 | 5 |

Fonte de pesquisa: registros do técnico da equipe.

Qual foi o saldo de gols dessa equipe após as quatro partidas? 57. Resposta: −5.

**58.** **Elabore** no caderno um problema cujo contexto envolva números inteiros e que possa ser resolvido por uma subtração. Em seguida, troque-o com um colega. Depois, verifiquem as soluções. 58. Resposta pessoal.

56. Respostas: a) $(-9) - (+14) + (-5) = -28$; b) $(+32) + (-9) - (+14) = (+23) - (+14) = +9$ ou $(-9) + (+32) - (+14) = (+23) - (+14) = +9$; c) $(+32) - (-9) + (-5) = (+41) + (-5) = +36$ ou $(-5) - (-9) + (+32) = (+4) + (+32) = +36$.

59



• Caso julgue oportuno, sugira aos estudantes que utilizem a reta numérica para resolver as atividades **54** e **55**. Caso apresentem dificuldades em localizar os números na reta ou realizar as devidas comparações, retome o trabalho com os tópicos **Os números inteiros na reta numérica** e **Comparação entre números inteiros**.

• Para desenvolver o trabalho com a atividade **56**, organize os estudantes em grupos. Sendo assim, eles podem desenvolver estratégias de resolução próprias e validá-las em conjunto. Após todos resolverem a atividade, peça aos grupos que exponham suas estratégias para os demais colegas, justificando os procedimentos utilizados.

**Metodologias ativas**

Para desenvolver o trabalho com a atividade **56**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Na atividade **57**, explique aos estudantes, caso necessário, que o saldo de gols de uma equipe corresponde à diferença entre as quantidades de gols marcados e sofridos.

• Os dados apresentados na tabela desta página são fictícios.

• Ao elaborar e resolver problemas envolvendo subtração com números inteiros na atividade **58**, os estudantes têm a oportunidade de explorar e desenvolver a habilidade **EF07MA04**. Nesse caso, por enfrentarem situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões, os estudantes desenvolvem aspectos da **Competência específica de Matemática 6** e, por exercitarem a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, trabalham aspectos das **Competências gerais 2** e **9**.

**Atividade a mais**

Na segunda-feira, Fausto tinha em sua conta bancária um saldo negativo de R$ 50,00. Durante a semana, precisou efetuar alguns pagamentos e depósitos, conforme as informações a seguir.

- Terça-feira: depósito de R$ 400,00 e três compras no cartão de débito nos valores de R$ 135,00, R$ 49,00 e R$ 74,00.
- Quarta-feira: depósito de R$ 50,00.
- Quinta-feira: saque de R$ 44,00.

Qual é o saldo da conta bancária de Fausto após as operações apresentadas?

**Resolução e comentários**

Para solucionar este problema, escrevemos e resolvemos uma expressão numérica.

$-50 + 400 - 135 - 49 - 74 + 50 - 44 =$

$= 350 - 184 - 24 - 44 = 166 - 68 = 98$

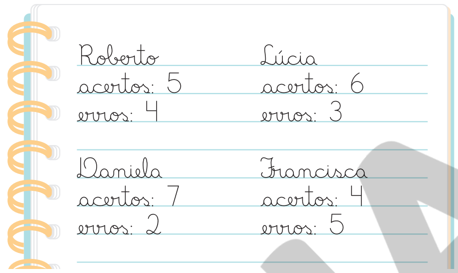
Portanto, após as operações apresentadas, o saldo da conta bancária de Fausto é R$ 98,00.

• Para trabalhar com a questão **10** desta página e a questão **11** da página seguinte, escreva o problema apresentado nesta página na lousa. Em seguida, proponha aos estudantes que determinem a pontuação obtida pelas personagens. Dessa maneira, eles não serão influenciados pela resolução exposta no livro. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações do livro.

## Multiplicação com números inteiros

Roberto, Lúcia, Daniela e Francisca estavam disputando em um jogo de perguntas e respostas. Nesse jogo, cada resposta correta valia +3 pontos; cada resposta errada, −2 pontos.

As anotações ao lado indicam a quantidade de acertos e erros de cada jogador ao final de uma partida.




KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

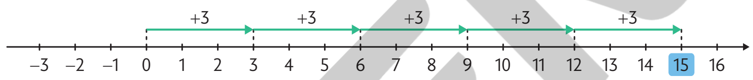
**Questão 10.** Determine, em seu caderno, o saldo de pontos de Roberto nessa partida.
Questão 10. Resposta: 7.

Para responder a esta questão, precisamos calcular:

$$\underbrace{5 \cdot (+3)}_{\text{quantidade de pontos das respostas corretas}} + \underbrace{4 \cdot (-2)}_{\text{quantidade de pontos das respostas erradas}}$$

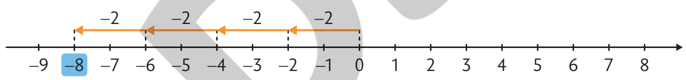
Inicialmente, calculamos quantos pontos Roberto obteve com as respostas corretas.

$$5 \cdot (+3) = 5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = +15$$




Agora, calculamos quantos pontos ele obteve com as respostas erradas.

$$4 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$$




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

O produto $4 \cdot (-2)$ tem o mesmo resultado de $-(4 \cdot 2)$, ou seja:

$$-\underbrace{(4 \cdot 2)}_{8} = -8$$

Realizando os cálculos, temos:

$$\underbrace{5 \cdot (+3)}_{+15} + \underbrace{4 \cdot (-2)}_{(-8)} = 7$$

Portanto, o saldo de pontos obtidos por Roberto na partida é 7.

**Questão 11.** De maneira semelhante, calcule em seu caderno o saldo de pontos obtidos por:

**a)** Lúcia. **b)** Daniela. **c)** Francisca.

Questão 11. Respostas: a) 12; b) 17; c) 2.

**Atenção!**

As propriedades da multiplicação de números naturais também são válidas nas multiplicações envolvendo números inteiros.

- **Propriedade comutativa da multiplicação de números inteiros**: em uma multiplicação, ao trocar a ordem dos fatores, o produto permanece o mesmo.
- **Propriedade do elemento neutro da multiplicação de números inteiros**: ao multiplicar um número por 1, o resultado é igual ao próprio número.
- **Propriedade associativa da multiplicação de números inteiros**: em uma multiplicação de três ou mais fatores, ao associá-los de maneiras diferentes, o produto permanece o mesmo.
- **Propriedade distributiva da multiplicação de números inteiros**: multiplicar um número pela soma de outros números é o mesmo que multiplicar por esse número cada parcela e, em seguida, adicionar os resultados. Isso também é válido quando multiplicamos um número pela diferença de dois números.

A seguir, vamos apresentar como calcular $(-3) \cdot (+5)$ de duas maneiras.

**1ª maneira**

Para obtermos o resultado dessa multiplicação, substituímos $-3$ por $-(+3)$, pois $+3$ é o simétrico de $-3$.

$$(-3) \cdot (+5) = -\underbrace{(+3) \cdot (+5)}_{+15} = -(+15) = -15$$

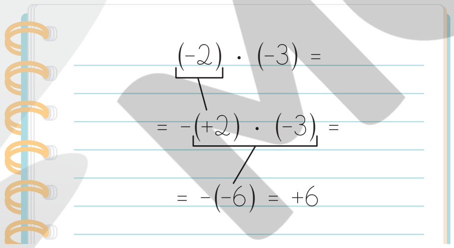
**2ª maneira**

Para obtermos o resultado, usamos a propriedade comutativa da multiplicação.

$$(-3) \cdot (+5) = (+5) \cdot (-3) =$$
$$= (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -15$$

Portanto, $(-3) \cdot (+5) = -15$.

No cálculo $(-2) \cdot (-3)$, podemos obter o resutado substituindo $(-2)$ por $-(+2)$, como indicado a seguir.




KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA







- As propriedades da multiplicação envolvendo números naturais já foram estudadas no volume do **6º** ano desta coleção. Neste momento, cabe relembrar com os estudantes cada uma delas e extrapolá-las para os números inteiros. Em seguida, com a ajuda deles, escreva na lousa alguns exemplos com números inteiros para cada propriedade apresentada.
- Verifique se os estudantes perceberam que a maneira de resolver $-(+2) \cdot (-3)$ é semelhante à apresentada anteriormente e que $+6$ é o simétrico de $-6$. Assim, $-(-6)$ é o mesmo que $+6$.

61

- Comente com os estudantes que essa relação entre os sinais dos fatores e do produto, em uma multiplicação, é conhecida como regra de sinal.
- Se julgar conveniente, oriente os estudantes a recorrer à reta numérica para efetuarem os cálculos propostos nas atividades **59** e **60**.
- Para aproveitar melhor a atividade **61**, peça aos estudantes que apresentem aos colegas da sala de aula os procedimentos utilizados para relacionar as multiplicações de mesmo resultado. Nesta atividade, é esperado que eles compreendam a importância das propriedades da multiplicação.
- Se julgar necessário, na atividade **62**, oriente os estudantes a escrever igualdades para representar os esquemas. No item **A**, por exemplo, temos:

$A = (-2) \cdot (-3)$; $B = (-2) \cdot 2$; $C = A \cdot (-1)$; $D = B \cdot (5)$; $E = C \cdot (-5)$ e $F = D \cdot (-3) = E \cdot (2)$. Além disso, oriente-os, caso apresentem dificuldade ao efetuar os cálculos, a recorrer à reta numérica.

- Em uma multiplicação de dois números com sinais diferentes (um positivo e um negativo), o produto é um número negativo.
- Em uma multiplicação de dois números com sinais iguais, o produto é um número positivo.

A seguir, apresentamos alguns exemplos.

| | | |
|---|---|---|
| $(+5) \cdot (-7) = -35$ | $(-1) \cdot 4 = -4$ | $(-4) \cdot (+8) = -32$ |
| $(-2) \cdot (-7) = +14$ | $(+9) \cdot (+6) = +54$ | $(-7) \cdot (-11) = +77$ |

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**59.** Multiplique o número 16 por 2 e adicione o resultado ao triplo de $-15$. Que número você obteve? 59. Resposta: $-13$.

**60.** Efetue os cálculos.

**a)** $(-10) \cdot (+11)$
**b)** $(-4) \cdot (+3)$
**c)** $(-8) \cdot (+2)$
**d)** $(-25) \cdot (+4)$
**e)** $(-12) \cdot (-4)$
**f)** $(-10) \cdot (-8)$
**g)** $(-101) \cdot (-100)$
**h)** $(-4) \cdot (-15)$

**61.** Sem efetuar cálculos por escrito ou na calculadora, associe no caderno as multiplicações que tenham o mesmo resultado.

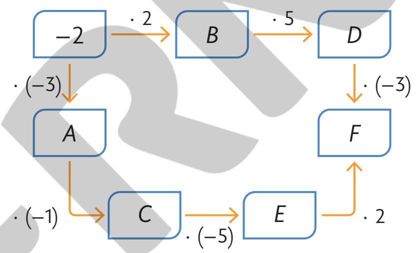
**A.** $(-5) \cdot (-24)$
**B.** $(+1) \cdot (-245)$
**C.** $79 \cdot (56 \cdot 15)$
**D.** $4 \cdot ((-37) + 9)$
**E.** $(+13) \cdot ((-7) \cdot (-2))$
**F.** $(-1357) \cdot 1$
**G.** $(-245) \cdot (+1)$
**H.** $(-24) \cdot (-5)$
**I.** $(79 \cdot 56) \cdot 15$
**J.** $((+13) \cdot (-7)) \cdot (-2)$
**K.** $1 \cdot (-1357)$
**L.** $4 \cdot (-37) + 4 \cdot 9$

60. Respostas: a) $-110$; b) $-12$; c) $-16$; d) $-100$; e) $+48$; f) $+80$; g) $+10100$; h) $+60$.

61. Resposta: A e H; B e G; C e I; D e L; E e J; F e K.

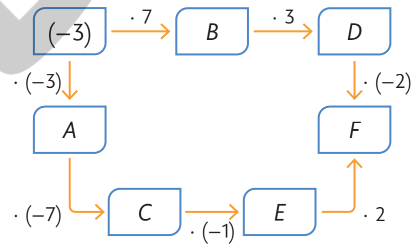
**62.** Em cada item, determine o número correspondente às letras nos esquemas.

**A.**



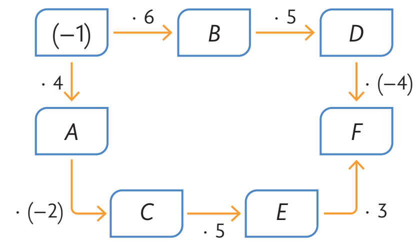

62. A. Resposta: $A$: 6, $B$: $-4$, $C$: $-6$, $D$: $-20$, $E$: 30, $F$: 60.

**B.**




62. B. Resposta: $A$: 9, $B$: $-21$, $C$: $-63$, $D$: $-63$, $E$: 63, $F$: 126.

**C.**




62. C. Resposta: $A$: $-4$, $B$: $-6$, $C$: 8, $D$: $-30$, $E$: 40, $F$: 120.

**63.** De acordo com o significado dos símbolos, determine o número correspondente a cada letra. 63. Resposta: *A*: 15; *B*: 1; *C*: 9; *D*: 25.

▲ significa: multiplicar por −2.
■ significa: multiplicar por +3.
● significa: adicionar +2.
◆ significa: adicionar −2.

- 5 ◆ ▲ ● ■ = *A*
- −1 ● ■ ◆ ◆ = *B*
- −3 ● ● ■ ◆ ▲ = *C*
- 7 ■ ◆ ● ◆ ▲ = *D*

**64.** Em um frigorífico, uma câmara fria estava registrando, em um 1º momento, −2 °C. Após alguns minutos, em um 2º momento, a medida de temperatura da câmara estava registrando o equivalente a 4 vezes a medida de temperatura do 1º momento.

**a)** Em qual dos termômetros está registrada a medida de temperatura do 2º momento?

**A.**



**C.**



**B.**



**D.**





**b)** Em quantos graus diminuiu a medida de temperatura do 1º para o 2º momento?

64. Respostas: a) Termômetro **B**; b) 6 °C.

**65.** Utilizando números inteiros positivos e negativos, escreva no caderno duas multiplicações cujo resultado seja:

**a)** −12. **b)** −36. **c)** −20.

**66.** As embarcações são equipadas com radares e outras tecnologias que permitem evitar diversos acidentes. Contudo, antes do desenvolvimento desses equipamentos, muitos naufrágios ocorreram nos oceanos. A seguir, apresentamos algumas informações sobre dois naufrágios.

**A.** No litoral do estado do Maranhão, em uma região conhecida como parcel Manoel Luiz, ocorreram muitos naufrágios. Um deles foi o do cargueiro inglês *West Point*, em 1943, que se chocou contra as colunas do parcel e afundou. Esse navio transportava cobre e bronze para serem utilizados na Segunda Guerra, na Europa. Seus destroços estão a −25 m em relação ao nível do mar.

**Parcel:** recife de pouca profundidade, muito perigoso para a navegação.

**B.** Um dos naufrágios mais conhecidos do mundo é o do transatlântico de luxo Titanic, ocorrido em 14 de abril de 1912 no Atlântico Norte. Ele era o maior navio de sua época e muitos acreditavam que não poderia afundar. Porém, durante sua primeira viagem, depois de colidir com um *iceberg*, seu naufrágio foi inevitável. O Titanic transportava mais de 2 000 passageiros e tripulantes, dos quais apenas 706 sobreviveram ao desastre. Os destroços desse navio foram encontrados 73 anos após seu naufrágio e estão a uma profundidade aproximadamente 152 vezes maior do que os do navio *West Point*, naufragado no litoral brasileiro.

Fonte de pesquisa: COMO FOI o naufrágio e a redescoberta do Titanic. *National Geographic*, 27 ago. 2019. Disponível em: https://www.nationalgeographicbrasil.com/historia/2019/08/como-foi-o-naufragio-e-redescoberta-do-titanic. Acesso em: 11 mar. 2022.

66. Resposta: Aproximadamente −3 800 m.

A aproximadamente quantos metros em relação ao nível do mar estão os destroços do Titanic?

65. Sugestão de respostas: a) (−2) · (+6) e (+4) · (−3); b) (−4) · (+9) e (+12) · (−3); c) (−20) · (+1) e (+2) · (−10).





- Para complementar o trabalho com a atividade **63**, solicite aos estudantes que elaborem itens semelhantes aos apresentados na atividade – utilizando o significado dos símbolos – e, em seguida, peçam para um colega determinar o número correspondente a cada letra . Além disso, explique a eles que a ordem dos cálculos é a mesma de uma expressão numérica (primeiro as multiplicações e divisões, depois adições e subtrações).
- Caso os estudantes apresentem dificuldade na atividade **64**, realize uma leitura conjunta e, na lousa, registre as informações importantes. Caso necessário, escreva com eles as operações que devem ser efetuadas para solucionar ambos os itens.
- Existem várias respostas para a atividade **65**. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas na lousa. Para auxiliá-los, é possível utilizar a reta numérica. Nesse caso, oriente-os a decompor em fatores primos o número que representa a medida da distância entre o número em questão e a origem da reta. Em seguida, como os resultados desejados são números negativos, basta utilizar a regra do sinal para escrever a multiplicação.
- Ao trabalhar com a atividade **66**, diga aos estudantes que, quando a palavra “profundidade” é utilizada, não é necessário escrever o sinal (−) antes do número que indica a medida.

Aproveite o contexto desta atividade para promover uma integração com o componente curricular de **História**. Explique aos estudantes que o Titanic representava, na época, o avanço da modernidade. Até sua construção, as viagens eram longas e caras. A tecnologia empregada no Titanic permitia uma viagem mais rápida, pois o Atlântico era cruzado sem paradas. Nessa época, a tecnologia Morse era inovadora. Com o naufrágio desse famoso navio, a crença da época foi abalada. Apenas 7 anos depois um navio cruzaria o Atlântico.

• Caso os estudantes apresentem dificuldade ao resolver a atividade de **67**, construa na lousa uma reta numérica e indique os números −100 e 0. Na sequência, faça os seguintes questionamentos: O número −100 tem quantos algarismos? O número inteiro que está imediatamente à direita de −100 tem quantos algarismos? Existe algum número inteiro de dois algarismos menor do que esse número? Os números naturais estão localizados à esquerda ou à direita do zero? Com isso, espera-se que os estudantes façam as análises necessárias para determinar os valores de *A* e *B*.

• A fim de complementar o trabalho com a atividade **68**, proponha aos estudantes que escrevam outras frases que indiquem operações a serem efetuadas a partir de um número qualquer, semelhante ao apresentado nos itens **a** e **b**.

• Ao trabalhar com a atividade **69**, se julgar conveniente, retome as propriedades das igualdades. Outra possibilidade é orientar os estudantes a desenvolver os cálculos simplificando as sentenças apresentadas e, na sequência, a optar pelos números adequados. Nesta atividade, é importante que, após escolhido o número, a resposta seja verificada. Para isso, é preciso efetuar os cálculos e analisar a veracidade da igualdade.

• Caso julgue oportuno, ao trabalhar com a atividade **70**, relembre os estudantes de que um número positivo é sempre maior do que zero; um número positivo é sempre maior do que um número negativo; e o zero é maior do que qualquer número negativo.

• Caso os estudantes tenham alguma dificuldade em resolver o desafio proposto na atividade **71**, calcule com eles o saldo anterior da conta bancária de Jonas.

Aproveite que a atividade traz um contexto envolvendo saldo negativo para propor uma roda de conversa abordando o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**. Proponha a eles que, antes desse bate-papo, realizem uma pesquisa sobre organização financeira e a importância de evitar saldos negativos e o uso de cheque especial.

68. a) Sugestão de resposta: Sendo −2 o número inteiro pensado, $[3 \cdot (-2) - 13] \cdot (-5) = +95$.

**67.** No cálculo a seguir, a letra *A* representa o menor número inteiro de dois algarismos; a letra *B*, o menor número natural de dois algarismos. Com essas informações, determine os valores das letras *A*, *B* e *C*.

67. Resposta: *A*: −99, *B*: 10, *C*: −990.

$$\boxed{A \cdot B = C}$$

**68.** Para cada item, pense em um número inteiro, escreva no caderno um cálculo e determine o resultado.

**a)** Subtraia 13 do triplo do número que você pensou e multiplique por −5 o resultado obtido.

**b)** Multiplique o número que você pensou por −4 e adicione 10. Multiplique o resultado obtido por −2.

**69.** Entre os números indicados a seguir, escreva no caderno o que substitui o ■ de maneira que as sentenças sejam verdadeiras.

−38 | −42 | −5 | 9 | −15

**Atenção!** Utilize somente uma vez cada número indicado nas fichas.

**a)** $7 \cdot (-6) + 4 = ■$

**b)** $5 \cdot (-4) - ■ = -29$

**c)** $4 \cdot ■ + 5 = -15$

**d)** $9 \cdot (-3) + ■ = ■$

69. Respostas: a) −38; b) 9; c) −5; d) −15 e −42.

**70.** Escreva no caderno um número inteiro que substitui o ■ em cada item, de maneira que as sentenças sejam verdadeiras.

**a)** $4 \cdot (-3) < 3 \cdot ■$

**b)** $2 \cdot (-1) < (-1) \cdot ■$

**c)** $4 \cdot (-3) > 3 \cdot ■$

**d)** $(-1) \cdot (-3) < 3 \cdot ■$

**e)** $5 \cdot (-1) > (-2) \cdot ■$

**f)** $(-6) \cdot (-3) < (-2) \cdot ■$

70. Sugestões de respostas: a) −3, −2, −1, 0, 1, ...; b) 0, 1, −1, −2, −3, ...; c) −5, −6, −7,−8, ...; d) 2, 3, 4, 5, ...; e) 3, 4, 5, 6, ...; f) −10, −11, −12, −13, ...

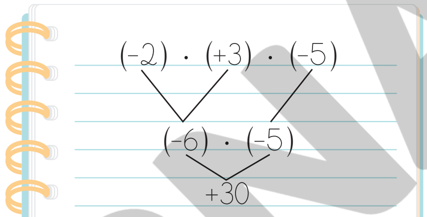
68. b) Sugestão de resposta: Sendo −2 o número inteiro pensado, $[(-2) \cdot (-4) + 10] \cdot (-2) = -36$.

**71.** Após fazer um depósito em sua conta bancária, Jonas ficou com saldo de −R$ 74,00. Sabendo que devia 4 vezes o valor do saldo atual, quantos reais ele depositou?

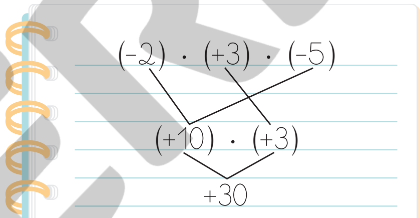
71. Resposta: R$ 222,00.

**72.** Vagner e Renata obtiveram o resultado de $(-2) \cdot (+3) \cdot (-5)$ de maneiras diferentes.

**Vagner**




**Renata**






Agora, da maneira que achar mais conveniente, associe os fatores e obtenha o resultado de cada multiplicação a seguir.

**a)** $(-2) \cdot (+1) \cdot (-11)$

**b)** $(-3) \cdot (-5) \cdot (-8)$

**c)** $(+6) \cdot (+10) \cdot (-3)$

**d)** $(-46) \cdot (+2) \cdot (+5)$

**e)** $(-1) \cdot (+7) \cdot (+4) \cdot (+5)$

**f)** $(-5) \cdot (+1) \cdot (+12)$

**g)** $(+7) \cdot (+3) \cdot (+4)$

72. Respostas: a) +22; b) −120; c) −180; d) −460; e) −140; f) −60; g) +84.

**73.** **Elabore** um problema com um contexto envolvendo multiplicação de números inteiros. Em seguida, troque-o com um colega para que ele resolva o seu problema e você resolva o dele.

73. Resposta pessoal.

64



• Se julgar conveniente, antes de propor o trabalho com a atividade **72**, solicite aos estudantes que efetuem multiplicações de três fatores naturais.

• Ao elaborarem e resolverem problemas envolvendo multiplicação com números inteiros na atividade **73**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade **EF07MA04**.

## Metodologias ativas

• Para desenvolver o trabalho com as atividades **67** e **71**, avalie a possibilidade de usar as metodologias ativas **Pensamento do *design*** e **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## Divisão com números inteiros

Uma professora escreveu os seguintes problemas na lousa.

1. Pensei em um número, dividi por 4 e obtive −8 como resultado. Em que número pensei?
2. Qual número, ao ser dividido por −7, resulta em −28?

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Para resolver esses problemas, vamos construir um esquema para cada um deles.

Chamaremos ■ o número desconhecido no problema **1** e ▲ o número desconhecido no problema **2**.

**Problema 1**

$$\begin{array}{c} \blacksquare \xrightarrow{:\,4} -8 \\ -8 \xrightarrow{\cdot\, 4} \blacksquare \end{array}$$

Se efetuarmos (−8) · 4, então obteremos −32, que é o valor de ■.

Assim, (−32) : 4 = −8, pois (−8) · 4 = −32.

**Problema 2**

$$\begin{array}{c} \blacktriangle \xrightarrow{:\,(-7)} -28 \\ -28 \xrightarrow{\cdot\,(-7)} \blacktriangle \end{array}$$

Se efetuarmos (−28) · (−7), então obteremos 196, que é o valor de ▲.

Assim, 196 : (−7) = −28, pois (−28) · (−7) = 196.

- Em uma divisão de dois números com sinais diferentes (um positivo e um negativo), o quociente é um número negativo. Exemplos:

  (−8) : (+2) = −4  (+25) : (−5) = −5

- Em uma divisão de dois números com sinais iguais, o quociente é um número positivo. Exemplos:

  (−16) : (−8) = 2  (+8) : (+2) = 4

### Atividades

Faça as atividades no caderno.

**74.** Em cada esquema, determine o número representado pelo ■.

**A.** $\blacksquare \xrightarrow{:\,(-5)} -32$; $-32 \xrightarrow{\cdot\,(-5)} \blacksquare$

**B.** $\blacksquare \xrightarrow{:\,20} -13$; $-13 \xrightarrow{\cdot\,20} \blacksquare$

**C.** $\blacksquare \xrightarrow{:\,(-9)} +20$; $+20 \xrightarrow{\cdot\,(-9)} \blacksquare$

74. Respostas: A. 160; B. −260; C. −180.



- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem resolver os problemas **1** e **2**. Para isso, escreva o enunciado dos problemas na lousa. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Na atividade **74**, se julgar necessário, realize a interpretação dos esquemas com os estudantes. Nesse momento, é de suma importância a compreensão da necessidade de efetuar uma multiplicação para obter os números desconhecidos.

### Algo a mais

Para uma abordagem lúdica sobre números inteiros, consulte: LIELL, Cláudio Cristiano. *Jogo Roletrando dos inteiros*: uma abordagem dos números inteiros na 6ª série do Ensino Fundamental. Dissertação de mestrado, 2012. Disponível em: http://www.valdeci.bio.br/pdf/n13_2012/liell_togni_jogo_roletrando_n13_dez12.pdf. Acesso em: 27 jul. 2022. Nessa dissertação você encontrará um estudo desenvolvido na Escola Estadual de Ensino Médio Felipe Camarão e na Escola Municipal de Ensino Fundamental David Canabarro, localizadas no município de São Sebastião do Caí, cujo objetivo é verificar se o jogo **Roletrando dos inteiros** contribui para a aprendizagem das noções de números inteiros, bem como das operações básicas com esses números.

• Caso os estudantes apresentem dificuldade ao resolver as atividades **75** e **77**, oriente-os a construir esquemas semelhantes aos apresentados na página anterior.

• Ao efetuar as divisões propostas na atividade **76**, converse com os estudantes a fim de perceberem que, ao dividirmos dois números inteiros, inicialmente desprezamos os sinais, considerando apenas os números, e, em seguida, analisamos os sinais. No caso do item **a**, por exemplo, temos: $64 : 8 = 8$. Analisando os sinais, segue que o quociente de $(+64) : (-8)$ é negativo. Logo, $(+64) : (-8) = -8$.

• Na atividade **78**, oriente os estudantes a reescrever as frases de cada item substituindo o ■ pelos números apresentados. Em seguida, eles devem analisar quais afirmativas são verdadeiras, obtendo, assim, a solução da atividade.

• Organize os estudantes em trios para que resolvam a atividade **79**. Se julgar necessário, com questionamentos, leve-os a perceber que efetuando $21 : (-7)$ obtém-se o valor de $A$, e efetuando $(-36) : (-9)$ o valor de $B$.

• Caso seja necessário, antes de propor a atividade **80**, calcule na lousa a média do seguinte conjunto de valores: 2, 6, 4, 4, 2 e 6. Aproveite esse momento e diga aos estudantes que, para calcular a média de um conjunto de valores, devemos adicionar todos os valores e dividir a soma obtida pela quantidade de valores do conjunto. No caso do conjunto de valores citado, temos:

$$\frac{2+6+4+4+2+6}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

Portanto, a média desse conjunto de valores é 4.

• Ao elaborar e resolver problemas envolvendo divisão com números inteiros na atividade **81**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade **EF07MA04**.

**75.** Determine o número que substitui cada ■ adequadamente.

**Atenção!**

No item **f**, você escolhe os números, porém pelo menos um deles deve ser negativo.

**a)** $-20 : 4 =$ ■, pois ■ $\cdot\ 4 = -20$
**b)** $78 : (-13) =$ ■, pois ■ $\cdot\ (-13) = 78$
**c)** $54 : (-9) =$ ■, pois ■ $\cdot$ ■ $= 54$
**d)** ■ $: 8 = (-9)$, pois $(-9) \cdot$ ■ $=$ ■
**e)** ■ $: (-7) =$ ■, pois $3 \cdot$ ■ $=$ ■
**f)** ■ : ■ = ■, pois ■ $\cdot$ ■ = ■

75. Respostas: a) −5, −5; b) −6, −6; c) −6, −6, −9; d) −72, 8, −72; e) −21, 3, −7, −21; f) Sugestão de resposta: −24, 8, −3, −3, 8, −24.

**76.** Efetue os cálculos no caderno.

**a)** $(+64) : (-8)$
**b)** $(-84) : (+12)$
**c)** $(-45) : (+9)$
**d)** $(-54) : (-6)$
**e)** $(+44) : (+11)$
**f)** $(-39) : (-3)$
**g)** $(-90) : (-15)$
**h)** $(+42) : (-7)$

76. Respostas: a) −8; b) −7; c) −5; d) +9; e) +4; f) +13; g) +6; h) −6.

**77.** Responda às questões a seguir.

**a)** Qual é o resultado da divisão de um número por seu oposto?
**b)** Qual é o resultado da divisão de um número negativo por ele mesmo?
**c)** Qual deve ser o valor de $A$ para que a sentença $42 : A = -7$ seja verdadeira?

77. Respostas: a) −1; b) 1; c) −6.

**78.** Efetue os cálculos necessários e escreva no caderno o número, entre os indicados nas fichas, que substitui o ■ nas frases adequadamente.

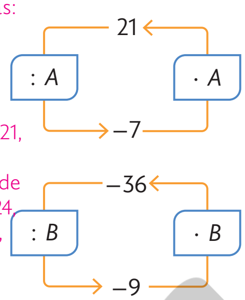
| +63 | −8 | −36 |
|---|---|---|

**a)** Dividindo ■ por −4 e adicionando o resultado ao dobro de −16, obtemos −23.
**b)** Ao multiplicar ■ por ele mesmo e subtrair 30 do resultado, obtemos 34.
**c)** Ao dividir ■ pelo triplo de −3 e subtrair −5 do resultado, obtemos −2.

78. Respostas: a) −36; b) −8; c) +63.

**79.** Efetue os cálculos no caderno e determine o valor de cada letra nos esquemas.

79. Respostas: $A$: −3; $B$: 4.




**80.** Na tabela estão registradas as medidas das temperaturas mínimas na cidade de Nova York durante uma semana.

**Medidas mínimas de temperatura registradas na cidade de Nova York, nos Estados Unidos, na semana de 16/1/22 a 22/1/2022**

| Dia | Medida de temperatura mínima (°C) |
|---|---|
| Domingo | −12 |
| Segunda-feira | 1 |
| Terça-feira | −2 |
| Quarta-feira | −2 |
| Quinta-feira | −6 |
| Sexta-feira | −10 |
| Sábado | −11 |

Fonte de pesquisa: ACCUWEATHER. Disponível em: https://www.accuweather.com/pt/us/new-york/10007/january-weather/349727. Acesso em: 22 mar. 2022.

Determine a média das medidas mínimas de temperatura registradas em Nova York nessa semana.

80. Resposta: −6 °C.

**81.** **Elabore** um problema envolvendo divisão de números inteiros e peça a um colega que o resolva. Depois, verifique se a resolução está correta.

81. Resposta pessoal.

# Potenciação de números inteiros

Assim como calculamos potências em que a base é um número positivo, também podemos calcular potências em que a base é um número negativo. A seguir, apresentamos dois exemplos.

- $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 9 \cdot 9 = 81$
- $(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = 36 \cdot (-6) = -216$

- Quando a base de uma potência é um número negativo e o expoente é par, a potência é positiva.
- Quando a base é um número negativo e o expoente é ímpar, a potência é negativa.

A seguir, apresentamos dois exemplos:

$(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625$    $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$

Agora, vamos apresentar as seguintes situações.

$-8^2 = -8 \cdot 8 = -64$

Nesta potência, o número 8 está elevado ao quadrado.

$(-8)^2 = (-8) \cdot (-8) = +64$

Nesta outra potência, o número $-8$ está elevado ao quadrado.

Note que as potências $-8^2$ e $(-8)^2$ representam multiplicações diferentes e têm resultados diferentes.

86. Respostas: A. $-729$; B. $-6$; C. $-256$; D. 169; E. $-4096$; F. 1; Em ordem crescente: $-4096$, $-729$, $-256$, $-6$, 1, 169.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**82.** Efetue os cálculos.

a) $(-3)^1$    c) $(-4)^7$

b) $(-8)^5$    d) $(-2)^0$

82. Respostas: a) $-3$; b) $-32768$; c) $-16384$; d) 1;

**83.** Apenas analisando as potências, verifique se elas são positivas ou negativas.

a) $(-7)^9$    b) $(-11)^6$    c) $(-2)^{16}$

83. Respostas: a) Negativa; b) Positiva; c) Positiva.

**84.** Determine o resultado dos cálculos a seguir.

a) $-6^2$    c) $(-5)^3$    e) $(-2)^4$

b) $(-6)^2$    d) $-5^3$    f) $-2^4$

84. Respostas: a) $-36$; b) 36; c) $-125$; d) $-125$; e) 16; f) $-16$.

**85.** Sem efetuar cálculos, copie as sentenças substituindo cada ■ pelo símbolo >, < ou =, de modo que sejam verdadeiras.

a) $(-4)^3$ ■ $(-4)^6$    c) $3^5$ ■ $3^7$

b) $(-4)^6$ ■ $4^6$    d) $5^4$ ■ $-50^4$

85. Respostas: a) $(-4)^3 < (-4)^6$; b) $(-4)^6 = 4^6$; c) $3^5 < 3^7$; d) $5^4 > -50^4$.

**86.** Calcule o valor de cada potência no caderno. Depois, escreva-os em ordem crescente.

**A.** $(-9)^3$    **C.** $-16^2$    **E.** $-4^6$

**B.** $(-6)^1$    **D.** $(-13)^2$    **F.** $(-15)^0$

**87.** **Elabore** em seu caderno um problema com um contexto que envolva potências de números inteiros e, em seguida, peça a um colega que o resolva. Depois, verifique se a resposta está correta.

87. Resposta pessoal.



- Nas atividades **82**, **84**, **85** e **86**, os estudantes devem efetuar potenciações. Caso apresentem dificuldade em resolver estas atividades, organize-os em grupos e proponha que revisem o cálculo de potenciação de números naturais e elaborem estratégias para efetuar potenciações de números inteiros. Depois, peça que resolvam as atividades e solicite aos grupos que apresentem suas soluções para a turma.
- Na atividade **83**, os estudantes podem ter dificuldade para identificar os elementos de uma potenciação. Caso isso ocorra, escreva na lousa uma potenciação (por exemplo: $(-2)^3 = -8$) e destaque seus elementos, que são base, expoente e potência.
- Ao elaborar e resolver problemas envolvendo potenciações de números inteiros na atividade **87**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade **EF07MA04**.

• Antes de apresentar as explicações sobre o uso da calculadora científica aos estudantes, organize-os em grupos e, se necessário, disponibilize essa ferramenta para eles. Em seguida, proponha que efetuem algumas operações utilizando-a. Depois, peça aos grupos que exponham suas experiências para os colegas da sala de aula e os procedimentos executados para obter os resultados das operações propostas. Por fim, considerando as estratégias e reflexões desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

**Metodologias ativas**

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Se não houver calculadora para todos os estudantes, reúna-os em grupos, para que possam realizar o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***.

• Sugira aos estudantes que efetuem os cálculos com e sem o uso dos parênteses para verificar se o resultado se altera. Nos cálculos envolvendo adição, subtração, multiplicação ou divisão, o uso de parênteses é possivelmente dispensado. No entanto, nos cálculos envolvendo potenciação, eles são necessários, pois podem produzir resultados diferentes. Por exemplo, $(-2)^4 = 16$, enquanto $-2^4 = -16$. Para evitar equívocos e confusão no uso de dois símbolos consecutivos no visor da calculadora, por exemplo, 7 – –2, é preferível mantê-los em todos os casos.

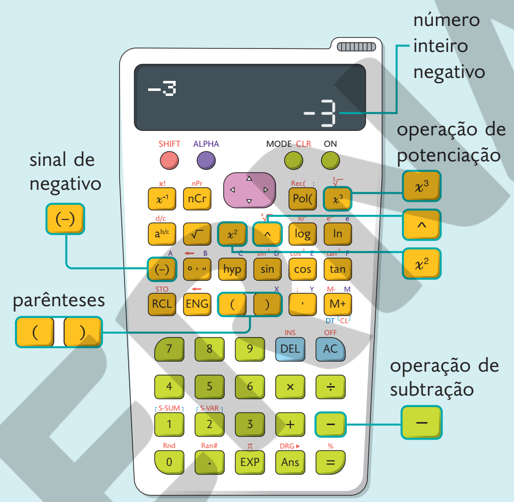
# Operações com números inteiros na calculadora científica

Neste tópico, vamos conhecer algumas funções da calculadora científica e usar essa ferramenta para adicionar, subtrair, multiplicar, dividir e até mesmo efetuar potenciações envolvendo números inteiros.

## Instrumentos e *softwares*

### A calculadora científica

Ao digitar uma tecla numérica da calculadora, digamos 3, ela sempre vai registrar um número inteiro positivo no visor. Uma maneira de registrarmos o número –3, por exemplo, é digitar a tecla com a operação de subtração antes do algarismo. No entanto, podemos encontrar outra tecla com um sinal de menos (–) que é utilizada exclusivamente para fazer a mudança de sinal do número. Ela torna os cálculos envolvendo números inteiros negativos mais confiáveis e práticos do que o primeiro método, com a tecla da operação. Vamos usar essas e outras teclas nesta seção.

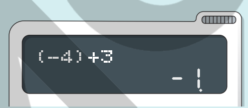



Os parênteses são necessários em alguns modelos de calculadoras científicas. Apresentamos a seguir alguns exemplos de cálculos com números inteiros.

### Adição e subtração

• (–4) + 3

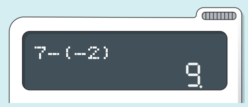
Digite as teclas:


Visor de uma calculadora apresentando o resultado de (– 4) + 3.

• 7 – (–2)

Digite as teclas:


Visor de uma calculadora apresentando o resultado de 7 – (–2).

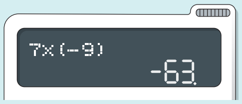
ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

### Multiplicação e divisão

• $7 \cdot (-9)$

Digite as teclas:

7 × ( (–) 9 ) =

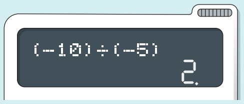



Visor de uma calculadora apresentando o resultado de $7 \cdot (-9)$.

• $(-10) : (-5)$

Digite as teclas:

( (–) 1 0 ) ÷ ( (–) 5 ) =



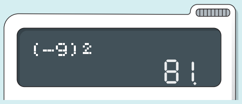

Visor de uma calculadora apresentando o resultado de $(-10) : (-5)$.

### Potenciação

• $(-9)^2$

Digite as teclas:

( (–) 9 ) $x^2$ =

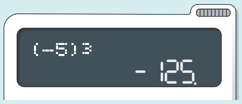



Visor de uma calculadora apresentando o resultado de $(-9)^2$.

• $(-5)^3$

Digite as teclas:

( (–) 5 ) $x^3$ =

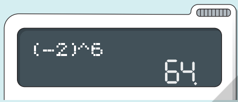



Visor de uma calculadora apresentando o resultado de $(-5)^3$.

• $(-2)^6$

Digite as teclas:

( (–) 2 ) ^ 6 =




Visor de uma calculadora apresentando o resultado de $(-2)^6$.

De modo geral, o procedimento para o cálculo pode ser diferente em algumas calculadoras, como a do aplicativo **calculadora** do *smartphone*.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

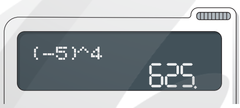
**88.** Efetue os cálculos com a calculadora científica.

**a)** $15 + (-17)$
**b)** $(-7) + (-9)$
**c)** $(-44) \cdot 12$
**d)** $(-3) \cdot (-18)$
**e)** $125 : (-25)$
**f)** $(-147) : (-3)$
**g)** $(-15)^2$

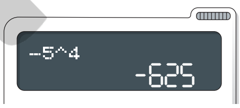
88. Respostas: a) $-2$; b) $-16$; c) $-528$; d) $54$; e) $-5$; f) $49$; g) $225$.

**89.** Júlia e Fernando efetuaram $(-5)^4$ na calculadora científica da seguinte maneira.

• Júlia: ( (–) 5 ) ^ 4 =




• Fernando: (–) 5 ^ 4 =




Note que o visor apresentou resultados com sinais opostos. Quem obteve o resultado correto de $(-5)^4$? Explique por que isso aconteceu.

89. Resposta: O resultado de Júlia é o correto, pois ela efetuou $(-5)^4$, enquanto Fernando efetuou $-5^4$, ou seja, representam multiplicações diferentes e têm resultados diferentes. Isso aconteceu porque Fernando não digitou os parênteses para indicar que a base da potência é $-5$, e não 5.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA





• Ao trabalhar com a potenciação na calculadora científica, explique aos estudantes que usamos as teclas $x^2$ e $x^3$ para calcular o quadrado e o cubo de um número, respectivamente, enquanto a tecla ^ é usada para qualquer expoente.

• Se não houver calculadora para todos os estudantes, reúna-os em grupos, para que possam realizar o trabalho com as atividades **88** e **89**.

• Caso os estudantes apresentem dificuldade em resolver a atividade **88**, cite outros exemplos envolvendo adições, subtrações, multiplicações, divisões e potenciações com números inteiros que possam ser resolvidos na calculadora científica. Além disso, retome as explicações necessárias.

• Ao trabalhar com a atividade **89**, verifique se os estudantes compreenderam que $(-5)^4 \neq -5^4$. Se julgar necessário, proponha a eles que analisem os resultados de $(-3)^6$ e $-3^6$; $(-6)^2$ e $-6^2$; $(-7)^4$ e $-7^4$. Por fim, solicite a alguns estudantes que apresentem para os colegas a sequência de teclas que devem ser digitadas na calculadora científica para obter o resultado de cada um desses cálculos.

### Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.



69

## 1. Objetivo

• Avaliar se os estudantes identificam números positivos, negativos, naturais e inteiros negativos.

### Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dificuldade na atividade, escreva na lousa, com a ajuda deles, a sequência dos números naturais e a dos números inteiros negativos. Em seguida, leve-os a perceber que, a união dos números naturais com os inteiros negativos resulta no conjunto dos números inteiros.

## 2. Objetivo

• Acompanhar se os estudantes localizam números inteiros na reta numérica.

### Como proceder

• Confira se os estudantes observaram que, na reta numérica apresentada, a distância entre dois pontos consecutivos mede 1 unidade. Caso apresentem dificuldade, com questionamentos, leve-os a compreender esse fato.

## 3. Objetivo

• Avaliar se os estudantes compreenderam o conceito de módulo e simétrico de um número inteiro, e verificar se realizam comparações envolvendo esses números.

### Como proceder

• Se julgar interessante, oriente os estudantes a recorrer à reta numérica para solucionarem os itens propostos. Caso apresentem dificuldades na compreensão de alguns dos conceitos abordados na atividade, retome o trabalho com os tópicos **Os números inteiros na reta numérica** e **Comparação entre números inteiros**.

## 4 e 5. Objetivo

• Acompanhar como os estudantes lidam com as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) envolvendo números inteiros.

### Como proceder

• Ao trabalhar com estas atividades, aproveite a oportunidade e proponha aos estudantes que efetuem os cálculos propostos com e sem o uso de calculadora científica.

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Considere os números nas fichas.

| | | |
|---|---|---|
| $-30{,}5$ | $-29$ | $-\frac{7}{5}$ |
| $0$ | $\frac{3}{4}$ | $6$ |

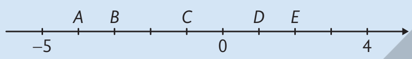
Quais deles são números:

**a)** naturais?
**b)** positivos?
**c)** negativos?
**d)** inteiros?
**e)** inteiros e não são naturais?

1. Respostas: a) 0 e 6; b) $\frac{3}{4}$ e 6; c) $-30{,}5$, $-29$ e $-\frac{7}{5}$; d) $-29$, 0 e 6; e) $-29$.

**2.** Na reta numérica a seguir, quais letras indicam os números $-4$, 2 e $-1$, respectivamente? 2. Resposta: *A*, *E* e *C*.

RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA




**3.** Resolva os itens a seguir.

**a)** Quais números inteiros têm módulo igual a 7?
**b)** Quantos números inteiros têm módulo igual a zero? Qual é esse número?
**c)** Quais números inteiros são maiores do que $-12$ e menores do que $-7$?
**d)** Quantos números inteiros existem entre $-30$ e 21?
**e)** Qual é o número simétrico de $-37$? E de 12?

**4.** Resolva os problemas a seguir. Em seguida, utilizando uma calculadora científica, verifique se os cálculos efetuados por você estão corretos.

**a)** Em certa cidade, a temperatura mínima em um dia mediu $-6\,°C$ e a diferença entre as medidas máxima e mínima de temperaturas foi $4\,°C$. Qual foi a medida máxima de temperatura nesse dia?
**b)** Gabriela foi ao banco, tirou um extrato de sua conta e verificou que tinha um saldo negativo de R\$ 355,00. Após fazer um depósito de R\$ 750,00, qual passou a ser o saldo da conta de Gabriela?

4. Respostas: a) $-2\,°C$; b) R\$ 395,00.

**5.** Em uma folha de papel avulsa, resolva os itens a seguir.

**a)** Deve-se dividir 90 por qual número para obter $-18$ como resultado?
**b)** Subtraia 25 de $-6$. Qual é o resultado?
**c)** Qual é o resultado da divisão do oposto de 64 pelo quadrado do oposto de 2?
**d)** A potência $-19^6$ é positiva ou negativa?

5. Respostas: a) $-5$; b) $-31$; c) $-16$; d) Negativa.

**6.** O quadro mostra o saldo mensal da conta bancária de Roberto no último dia dos meses de junho a setembro de certo ano.

| Mês | Saldo (R\$) |
|---|---|
| Junho | $-100$ |
| Julho | $-30$ |
| Agosto | $-20$ |
| Setembro | 110 |

Qual foi o saldo mensal médio da conta de Roberto nesse período?

6. Resposta: $-$R\$ 10,00.

3. Respostas: a) 7 e $-7$; b) Um; 0; c) $-11$, $-10$, $-9$ e $-8$; d) 50; e) 37; $-12$.







Caso apresentem dificuldade na interpretação dos problemas propostos na atividade **4**, realize uma leitura conjunta, registrando na lousa as informações essenciais.

## 6. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a média de um conjunto de valores.

### Como proceder

• Caso necessário, converse com os estudantes a fim de perceberem que, para calcular a média de um conjunto de valores, devemos adicionar todos os valores e dividir a soma obtida pela quantidade de valores do conjunto.

UNIDADE

# 3 Frações

TATIANA KATSAI/SHUTTERSTOCK

Criança, em seu primeiro ano de vida, retratada durante o sono. Nessa fase, os bebês podem dormir cerca de $\frac{3}{4}$ do dia.

## Agora vamos estudar...

- fração como parte de um todo;
- fração como resultado da divisão;
- fração como razão;
- fração de uma quantidade;
- frações equivalentes e simplificação de frações;
- comparação de frações.



• A página de abertura desta unidade aborda o tempo médio de sono humano em função da idade. De modo geral, os bebês passam a maior parte do tempo dormindo, enquanto os idosos precisam de menos tempo de sono. Explique aos estudantes que a qualidade do sono é muito importante para repor as energias, e dormir pouco pode causar danos à saúde, como obesidade, falhas na memória e diabetes. Além disso, diga que, mais importante do que a quantidade, a qualidade do sono é essencial para se manter saudável. Assim, alguns hábitos que podem auxiliar a melhorar a qualidade do sono pela noite são: a prática de exercícios físicos, dormir em um colchão adequado, evitar alimentos gordurosos e estimulantes (como refrigerantes) e evitar ficar na frente de telas luminosas, como televisão e celular.

Para complementar o trabalho com a abertura da unidade, pergunte aos estudantes quantas horas eles costumam dormir em média por noite. Desafie-os a dizer qual fração essa quantidade de horas representa em relação à quantidade total de horas de um dia.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

### Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, apresente a eles algumas figuras geométricas, como quadrados, retângulos e círculos, divididos em partes iguais, com algumas dessas partes destacadas. Pergunte a eles qual fração representa cada quantidade destacada.

### Resolução e comentários

A resposta depende da escolha das figuras. Por exemplo, se for apresentado um círculo dividido em quatro partes iguais e três delas forem destacadas, a fração correspondente será $\frac{3}{4}$.

Por outro lado, se for apresentado um retângulo dividido em quatro partes iguais e duas delas forem destacadas, a representação fracionária será $\frac{2}{4}$.

É possível obter informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

# Ideia de fração

As frações podem ser usadas em diversas situações. Mas você já pensou o que motivou a criação desses números?

**Questão 1.** Realize uma pesquisa para determinar o que motivou a criação das frações.

Questão 1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que as frações foram criadas por causa da necessidade que os povos antigos tinham de fazer medições.

**Atenção!**

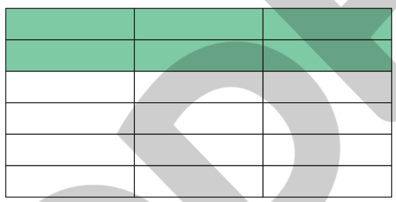
A pesquisa proposta na questão **1** pode ser feita em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

Aplicadas em nosso cotidiano, as frações podem representar diferentes ideias matemáticas. Nos tópicos a seguir, estudaremos as frações como parte de um inteiro, como razão, como quociente e calcularemos frações de uma quantidade.

## Fração como parte de um inteiro

Marcelo dividiu uma figura em partes iguais e coloriu algumas delas de verde. A figura desenhada por ele corresponde a um inteiro, e a parte colorida de verde pode ser representada por meio de uma fração.

O **denominador** indica a quantidade de partes iguais em que a figura está dividida (18), e o **numerador** indica a quantidade de partes coloridas de verde (6), o que, nesse caso, representamos pela fração $\frac{6}{18}$.

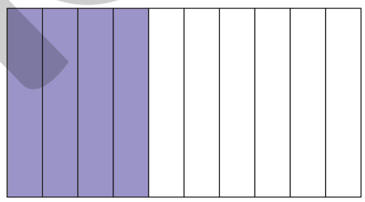


$\frac{6}{18}$ ← numerador ← denominador

Nesse caso, a fração $\frac{6}{18}$ nos dá a ideia de parte de um inteiro.

Agora, considere cada uma das figuras **A** e **B** a seguir como um inteiro e divididas em partes iguais. Podemos representar a parte pintada de roxo de cada uma delas por meio de uma fração.

**A.**



quantidade de partes pintadas de roxo

$\frac{4}{10}$ ← numerador ← denominador

quantidade de partes iguais em que a figura **A** foi dividida

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

72





**Objetivos da unidade**

- Identificar fração como parte de um todo.
- Identificar fração como resultado de uma divisão.
- Identificar fração como razão.
- Calcular a fração de uma quantidade ou medida.
- Calcular frações equivalentes.
- Simplificar frações.
- Comparar frações.

**Justificativas**

O estudo dos conteúdos desta unidade é relevante porque aborda as ideias necessárias para a compreensão dos números com vírgula, muito úteis no nosso cotidiano.

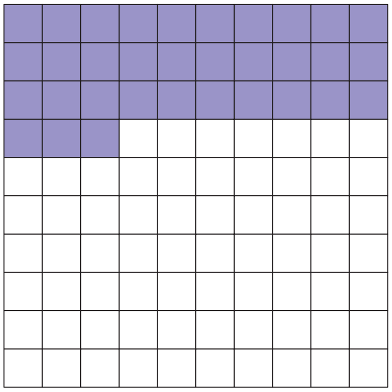
As atividades propostas exploram algumas das várias ideias que as frações podem representar: parte de um todo, resultado de uma divisão, razão, frações de quantidades ou medidas. Outro detalhe importante das atividades propostas é a identificação de frações equivalentes, ideia que pode subsidiar a comparação de frações e também o algoritmo de adicionar e subtrair com frações.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado com frações, assunto possivelmente estudado em anos anteriores. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto e, depois, dê significado aos comentários, retomando suas contribuições durante a explicação do conteúdo.
- Explique aos estudantes que, nas situações em que são apresentadas figuras com partes pintadas para representar frações, consideramos essas figuras divididas em partes iguais, exceto quando for dito o contrário.
- A questão **1** tem a intenção de valorizar conhecimentos historicamente construídos. Reconhecer que esse conteúdo foi desenvolvido por causa das necessidades de diversas culturas em diferentes momentos envolve a **Competência específica da Matemática 1**. A pesquisa pode colaborar para que os estudantes deem sentido ao estudo das frações, reconhecendo suas aplicações na resolução de problemas, o que aborda as **Competências gerais 1** e **5**.

Aborde o fato de que povos antigos, como os egípcios, só conheciam as frações unitárias, ou seja, com numerador 1. Mais informações podem ser encontradas em: IFRAH, Georges. *Os números*: a história de uma grande invenção. 11. ed. São Paulo: Globo, 2010, p. 326.

- Após a questão **1**, avalie a possibilidade de iniciar o desenvolvimento com o trabalho da seção **Projeto em ação** que se encontra na página **279**.

**B.**



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

quantidade de partes pintadas de roxo

$\dfrac{33}{100}$ ← numerador / ← denominador

quantidade de partes iguais em que a figura **B** foi dividida

As frações $\frac{4}{10}$ e $\frac{33}{100}$ representam as partes pintadas de roxo das figuras **A** e **B**, respectivamente, e são chamadas **frações decimais**.

> Frações cujo denominador é 10, 100, 1000, ..., são chamadas **frações decimais**.

## Fração como razão

A turma de Ana tem 28 estudantes, sendo 16 meninas e 12 meninos. Podemos representar a quantidade de meninos em relação ao total de estudantes da sala de aula por meio da fração $\frac{12}{28}$, ou seja, na turma de Ana, a cada 28 estudantes, 12 são meninos. Dizemos que a razão entre a quantidade de meninos em relação ao total de estudantes da sala é $\frac{12}{28}$.

Já a fração que representa a quantidade de meninas é $\frac{16}{28}$, ou seja, nessa turma, a cada 28 estudantes, 16 são meninas. Assim, a razão entre a quantidade de meninas e o total de estudantes dessa sala de aula é dada pela fração $\frac{16}{28}$.

**Questão 2.** Escreva em seu caderno uma fração que representa a razão entre a quantidade de meninas em relação à quantidade de meninos dessa turma. Questão 2. Resposta: $\frac{16}{12}$.

## Fração como quociente de uma divisão

Podemos relacionar a fração a uma divisão, como apresentado no seguinte exemplo.

Eduardo é alfaiate e vai utilizar 48 botões para confeccionar 6 camisas. Nesse caso, dizemos que a quantidade de botões está relacionada à quantidade de camisas que ele vai confeccionar, o que representamos pela fração $\frac{48}{6}$, ou seja, na razão de 48 para 6.





- A questão **2** requer que os estudantes utilizem uma fração para representar uma razão e que eles tenham a compreensão de que problemas com a mesma estrutura, nesse caso determinar a razão entre grandezas, podem ser resolvidos com o mesmo procedimento, conforme sugere a habilidade **EF07MA06**.

Para aproveitar melhor esta questão, peça aos estudantes que determinem a razão entre:

- o número de meninas da sua turma e o total de estudantes;
- o número de meninos da sua turma e o total de estudantes;
- o número de meninos e o número de meninas da sua turma.



73

• A questão **3** envolve o cálculo de fração de uma quantidade. Nesse caso, é necessário que o estudante determine a quantidade total de páginas, ou seja, o todo. Ao reconhecer a estrutura desse tipo de problema e o procedimento para sua resolução, eles estarão desenvolvendo a habilidade **EF07MA06** da **BNCC**.

A fração $\frac{48}{6}$ representa 8 inteiros, que corresponde à quantidade de botões que ele vai utilizar para confeccionar cada camisa. Nessa fração, o numerador corresponde ao **dividendo** e o denominador corresponde ao **divisor**.

$$\frac{\overbrace{48}^{\text{numerador}}}{\underbrace{6}_{\text{denominador}}} = 48 : 6 = 8$$

$$\begin{array}{r|l} \overbrace{4\,8}^{\text{dividendo}} & \overbrace{6}^{\text{divisor}} \\ \hline 0 & 8 \end{array}$$

Portanto, Eduardo vai utilizar 8 botões para confeccionar cada camisa.

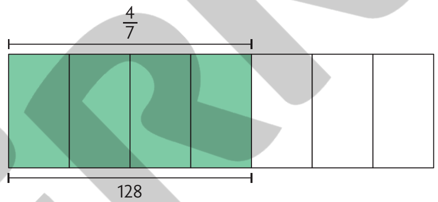
Toda fração pode ser escrita como uma divisão. Desse modo, o denominador da fração não pode ser zero.

## Fração de uma quantidade

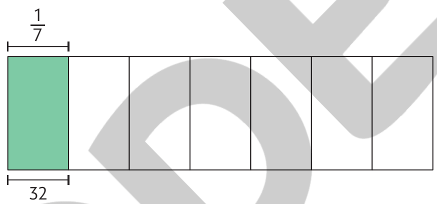
Célia leu 128 páginas de um livro, o que corresponde a $\frac{4}{7}$ do total de páginas. Quantas páginas tem esse livro?

Podemos calcular quantas páginas tem o livro que Célia está lendo da seguinte maneira.

Inicialmente, vamos considerar a figura ao lado dividida em 7 partes iguais, em que está representada a parte do livro que Célia leu.

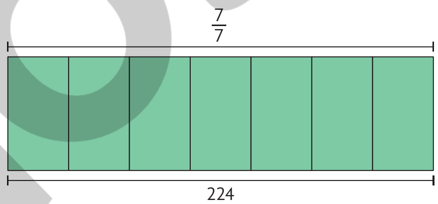



Cada parte da figura representa $\frac{1}{7}$ do total de páginas do livro. Assim, para determinar $\frac{1}{7}$ do total de páginas, basta dividir 128 por 4, obtendo 32, que representa 32 páginas.




$128 : 4 = 32$

Agora, calculamos a quantidade total de páginas do livro, que corresponde a $\frac{7}{7}$, multiplicando 32 por 7.




$32 \cdot 7 = 224$

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o livro que Célia está lendo tem 224 páginas.

**Questão 3.** A irmã de Célia já leu 64 páginas de outro livro. Sabendo que essas páginas representam $\frac{4}{9}$ das páginas do livro, calcule no seu caderno quantas páginas ele tem.

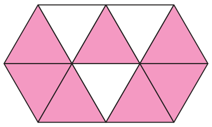
Questão 3. Resposta: 144 páginas.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

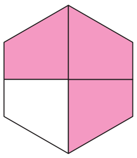
**1.** Escreva no caderno uma fração para representar a parte pintada de rosa nas figuras a seguir, considerando que elas estão divididas em partes iguais.

**A.**



1. Respostas: A. $\frac{7}{10}$; B. $\frac{3}{4}$.

**B.**



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Respostas: a) $\frac{1}{32}$; b) $\frac{2}{32}$ ou $\frac{1}{16}$; c) $\frac{28}{32}$ ou $\frac{7}{8}$.

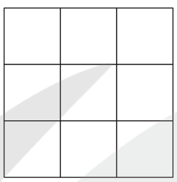
**2.** Um ônibus escolar tem 16 fileiras de assentos com dois lugares cada.

**a)** Que fração representa um lugar desse ônibus?

**b)** Que fração representa uma fileira de assentos?

**c)** Sabendo que 28 crianças foram para a escola nesse ônibus, que fração representa a quantidade de lugares que foram ocupados?

**3.** De acordo com a figura a seguir, responda às questões.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Em quantas partes iguais a figura foi dividida?

**b)** Que fração representa três partes dessa figura?

**c)** Que fração representa seis partes dessa figura?

3. Respostas: a) 9 partes iguais; b) $\frac{3}{9}$ ou $\frac{1}{3}$; c) $\frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3}$.

4. Respostas: a) 71 carros; b) $\frac{12}{71}$; c) $\frac{18}{32}$ ou $\frac{9}{16}$.

7. Resposta: $\frac{15}{50}$ ou $\frac{3}{10}$.

**4.** Em um estacionamento há 32 carros prateados, 12 carros brancos, 18 carros pretos e 9 carros vermelhos.

**a)** Quantos carros há no estacionamento?

**b)** Que fração representa a quantidade de carros brancos nesse estacionamento?

**c)** Escreva uma razão para representar a quantidade de carros pretos em relação à quantidade de carros prateados nesse estacionamento.

**5.** Um vendedor de doces tem 45 balas para vender, 19 de hortelã, 15 de morango e as demais de menta.

**a)** Quantas balas de menta o vendedor possui?

**b)** Do total de balas, que fração representa as de hortelã?

**c)** Escreva uma razão para representar a quantidade de balas de menta em relação à quantidade de balas de morango.

5. Respostas: a) 11 balas; b) $\frac{19}{45}$; c) $\frac{11}{15}$.

**6.** Os diretores de uma empresa verificaram que 5 em cada 8 clientes deixaram comentários positivos no *site* dela. Que fração representa o total de comentários positivos feitos nesse *site*?

6. Resposta: $\frac{5}{8}$.

**7.** Em uma livraria, a cada 50 livros vendidos, 15 são romances. Qual é a razão entre a quantidade de livros de romance vendidos e a quantidade total vendida?

**8.** Para conseguir certa tonalidade de cor, um pintor precisa misturar 650 mL de tinta vermelha com 350 mL de tinta branca. Qual é a razão entre a medida de capacidade da tinta vermelha e a medida de capacidade da mistura?

**a)** $\frac{650}{350}$ **b)** $\frac{350}{650}$ **c)** $\frac{350}{100}$ **d)** $\frac{350}{1000}$

8. Resposta: Alternativa **d**.





### Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- As atividades **1** e **3** trabalham a fração como parte de um todo. Nestas atividades, os estudantes perceberão que o denominador indica em quantas partes o todo foi dividido, e o numerador, quantas dessas partes foram tomadas (destacadas, consideradas). Esse tipo de compreensão desenvolve a habilidade **EF07MA06**.
- A atividade **2** aborda o assunto de fração como razão. Ao reconhecerem os procedimentos que devem ser utilizados na resolução desta atividade, os estudantes desenvolvem a habilidade **EF07MA06**.

Para aproveitar melhor esta atividade, pergunte se algum dos estudantes vai para a escola de ônibus. Tente investigar: Quantas fileiras de poltronas há no ônibus que eles conhecem? Com quem eles se sentam?

Essa conversa pode ser encaminhada com o propósito de valorizar a convivência, a empatia e o respeito ao outro, ações sugeridas na **Competência geral 9**.

- As atividades **4**, **5**, **6** e **7** trabalham o conceito de fração como razão, e o item **c**, tanto na atividade **4** como na **5**, pede a representação da razão entre duas porções do todo.

Na atividade **4**, item **c**, converse a respeito das frações $\frac{18}{32}$ e $\frac{9}{16}$, dizendo que são equivalentes. Peça aos estudantes que determinem outras frações equivalentes a essas e explore os procedimentos que eles utilizarem.

Para tirar melhor proveito da atividade **7**, explore a equivalência das frações $\frac{15}{50}$ e $\frac{3}{10}$. Para isso, peça aos estudantes que encontrem mais 3 frações equivalentes a elas.

As atividades **4**, **5**, **6** e **7** trabalham conteúdos que envolvem a habilidade **EF07MA06**. Essas atividades desenvolvem a **Competência específica de Matemática 5** ao propor o uso de procedimentos e ferramentas matemáticas para representar uma situação do cotidiano. Na atividade **8**, os estudantes somam as duas medidas de quantidades de tintas branca e vermelha, para saber o total da mistura.

A fração que responde a esta questão é resultante da comparação entre a medida da tinta vermelha e o total da mistura, abordando a ideia de razão. Explore diferentes procedimentos para chegar à fração irredutível:

- $\frac{350}{1\,000} = \frac{70}{200} = \frac{14}{40} = \frac{7}{20}$
- $\frac{350}{1\,000} = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$
- $\frac{350}{1\,000} = \frac{7}{20}$

• A atividade **9** envolve o conteúdo de fração de uma quantidade. Na situação-problema, o estudante efetua os cálculos para obter o número de dias que o paciente ficou no hospital. Ao compreender o procedimento para determinar a resposta, ou seja, dividir a quantidade pelo numerador e multiplicar o resultado pelo denominador, ele está desenvolvendo a habilidade **EF07MA06**.

• O objetivo da atividade **10** é obter inicialmente o valor de cada quinto. Nesse caso, os estudantes devem dividir o todo pela quantidade de partes para, depois, multiplicar o resultado pelo número de partes de cada casal e do Gabriel.

• Para aproveitar melhor esta atividade, peça aos estudantes que adicionem as três partes, uma de cada casal e a parte do Gabriel:

$$\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{5}{5}$$

• Na atividade **11**, os estudantes devem realizar cálculos mentais envolvendo frações. Procure discutir as estratégias que eles utilizaram para chegar à resposta. O incentivo ao uso do cálculo mental pode favorecer as estratégias de cálculo e a troca de ideias entre eles.

• Para resolver a atividade **12**, é necessário obter a diferença entre $\frac{8}{15}$ e um inteiro. Aproveite para explorar que um inteiro pode ser representado por $\frac{15}{15}$.

• Aproveite a atividade **13** para abordar com os estudantes o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**. Comente a importância do controle financeiro, da necessidade e do desejo de Lucimara na realização dessa compra. Use o contexto da atividade para abordar a **Competência geral 1**, na construção e conscientização de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva.

**Metodologias ativas**

Para desenvolver o trabalho com a atividade **13**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**9.** Um paciente com suspeita de febre amarela ficou em observação em um hospital. Sua temperatura foi medida e ele apresentou febre em 6 dias, que correspondem a $\frac{3}{5}$ do tempo que ele ficou no hospital. Por quanto tempo esse paciente ficou no hospital?
9. Resposta: 10 dias.

**10.** No último sábado, Gabriel e dois casais foram a um restaurante. No momento de pagar a conta, eles fizeram a seguinte divisão: cada casal pagou $\frac{2}{5}$ da conta e Gabriel pagou $\frac{1}{5}$ da conta.

**a)** Sabendo que o valor total da conta foi de R$ 85,00, quantos reais cada casal pagou?

**b)** Quantos reais Gabriel pagou?

10. Respostas: a) R$ 34,00; b) R$ 17,00.

**11.** Calcule **mentalmente** as quantidades a seguir.

**a)** $\frac{1}{2}$ de 40 m

**b)** $\frac{1}{9}$ de 81 L

**c)** $\frac{1}{5}$ de 35 maçãs

**d)** $\frac{2}{3}$ de 30 kg

**e)** $\frac{2}{6}$ de 18 páginas

**f)** $\frac{1}{6}$ de R$ 42,00

11. Respostas: a) 20 m; b) 9 L; c) 7 maçãs; d) 20 kg; e) 6 páginas; f) R$ 7,00.

**12.** No campeonato de handebol de uma escola, o time **A** venceu o time **B**, marcando $\frac{8}{15}$ do total de gols da partida. Sabendo que, ao todo, foram marcados 60 gols nessa partida, quantos gols o time **B** marcou? 12. Resposta: 28 gols.

**13.** Lucimara comprou o *videogame* indicado no cartaz.

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Ela vai pagar $\frac{3}{5}$ do valor como entrada e o restante após 30 dias.

Quantos reais Lucimara vai pagar:

**a)** de entrada?

**b)** após 30 dias?

13. Respostas: a) R$ 1440,00; b) R$ 960,00.

**14.** A caixa-d'água da casa de Ana comporta 1000 L e, atualmente, está com $\frac{2}{5}$ dessa medida. Quantos litros de água há nessa caixa? 14. Resposta: 400 L.

**15.** Juliano e Fabrício colecionam selos. Da coleção de Juliano, $\frac{6}{7}$ correspondem a 42 selos, e da coleção de Fabrício, $\frac{2}{3}$ correspondem a 54 selos.

**a)** Quantos selos há na coleção de Juliano? E na coleção de Fabrício?

**b)** Qual é a diferença entre essas quantidades?

**c)** Quantos selos Juliano e Fabrício têm juntos?

15. Respostas: a) 49 selos; 81 selos; b) 32 selos; c) 130 selos.







• As atividades **14** e **15** trabalham com cálculos envolvendo fração de uma quantidade. Durante a execução destas atividades, incentive os estudantes a realizar o cálculo mentalmente e, se achar necessário, oriente-os a se organizar em duplas, a fim de compartilharem ideias.

**16.** Durante uma liquidação em uma loja de roupas, foram vendidas $\frac{19}{24}$ das camisas do estoque pelo mesmo valor e foram arrecadados R$ 12 825,00. Antes da liquidação, havia 360 camisas iguais no estoque da loja.

a) Quantas camisas foram vendidas?

b) Se todas as camisas fossem vendidas, então quantos reais essa loja arrecadaria ao todo?

c) Quantos reais essa loja arrecadou quando vendeu $\frac{1}{6}$ do estoque? E $\frac{1}{4}$ do estoque?

16. Respostas: a) 285 camisas; b) R$ 16 200,00; c) R$ 2 700,00; R$ 4 050,00.

**17.** A preguiça é um animal muito comum no Brasil. Sobre as árvores, esse animal locomove-se lentamente, porém, na água, ele costuma se mover com mais velocidade. Seu alimento preferido são folhas de embaúba. Uma preguiça dorme cerca de $\frac{3}{5}$ do seu tempo de vida, o que corresponde a 24 anos. Aproximadamente quantos anos vive uma preguiça?

**Embaúba:** (*Cecropia peltata*) árvore nativa de regiões tropicais das Américas. Nasce em lugares sombrios, com folhas espessas e ásperas. É cultivada para a extração de polpa e como planta ornamental.


VIEW WORLD/SHUTTERSTOCK

Bicho-preguiça.

17. Resposta: Aproximadamente 40 anos.

**18.** Carolina postou uma foto em uma rede social.

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Com as informações da imagem, **elabore** uma questão envolvendo alguma das ideias de frações e peça a um colega que a resolva. Em seguida, verifique se a resposta dele está correta. 18. Resposta pessoal.





- As atividades **16** e **17** trabalham frações de uma quantidade, o que aborda a habilidade **EF07MA06**. Aproveite o contexto da atividade **17** para desenvolver um trabalho interdisciplinar com o componente curricular de **Ciências** e pesquisem sobre o tempo aproximado de vida de outros animais, além do animal preguiça, bem como seu hábitat e alimentação.
- A atividade **18** apresenta informações a respeito da quantidade de pessoas que curtiram e comentaram uma postagem em uma rede social. O objetivo é associar razão com frações por meio das informações apresentadas, conforme orienta a habilidade **EF07MA09**. Ao envolver conhecimento digital, curiosidades e tecnologias, esta atividade envolve as **Competências gerais 1** e **2**, permitindo também o diálogo, a empatia e o respeito com o próximo.

Para aproveitar melhor esta atividade, discuta as mudanças ocorridas em nossa sociedade com a evolução das tecnologias. Conte aos estudantes sobre a época de cartas, telegramas e disquetes. Comente também o modo de registro das informações utilizadas em redes sociais, levando-os a interagir com seus pares, o que os ajuda a desenvolver as **Competências específicas de Matemática 1**, **6** e **8**.

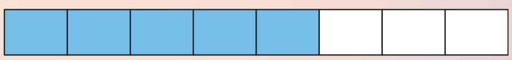
## Sugestão de avaliação

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, entregue a eles uma folha com o seguinte problema.

- Uma sala de cinema comporta 400 pessoas. Em um sábado à tarde, a sala estava ocupada por $\frac{5}{8}$ de sua capacidade total. Desenhe uma figura geométrica para representar a quantidade total de pessoas que cabem nessa sala. Em seguida, destaque os $\frac{5}{8}$ e efetue os cálculos que respondem ao questionamento sobre a quantidade de pessoas estavam presentes no cinema nesse sábado.

### Resolução e comentários

Os estudantes podem escolher um retângulo, por exemplo.


SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Todas as partes juntas representam 400 pessoas. Como são 8 partes, cada uma delas representa 50 pessoas (400 : 8). Se $\frac{5}{8}$ estavam presentes, então serão 250 pessoas, pois $(5 \times 50) = 250$.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes referente a frações equivalentes e simplificação de frações, assunto possivelmente estudado por eles em anos anteriores. Permita que conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto, o que torna o estudo mais significativo.

• Na questão **4**, os estudantes devem determinar uma fração equivalente à fração dada, conhecendo um dos componentes dessa fração (numerador ou denominador). Nesta questão, os estudantes terão a oportunidade de desenvolver e exercitar o cálculo mental.

**Algo a mais**

Para uma abordagem mais descontraída relacionada a frações, consulte os livros a seguir, que discorrem a respeito do ensino de frações.

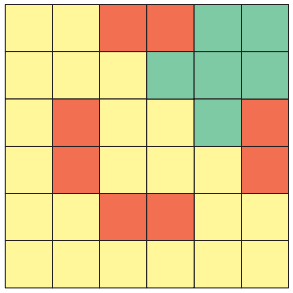
• RAMOS, Luzia Faraco. *Frações sem mistério*. 19. ed. São Paulo: Ática, 2019.

• RAMOS, Luzia Faraco. *Doces frações*. 5. ed. São Paulo: Ática, 2021.

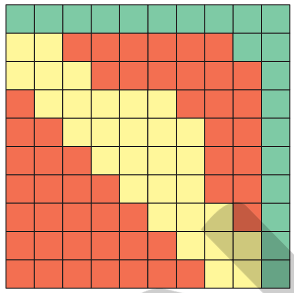
## Frações equivalentes e simplificação de frações

As figuras foram divididas em partes iguais. Considerando as figuras **A** e **B** como o inteiro, podemos representar as partes pintadas de amarelo de cada uma delas com frações, como indicado a seguir.

**A.**



**B.**





quantidade de partes pintadas de amarelo — $\frac{22}{36}$ — quantidade de partes iguais em que a figura **A** foi dividida

quantidade de partes pintadas de amarelo — $\frac{30}{100}$ — quantidade de partes iguais em que a figura **B** foi dividida

Cada fração indicada anteriormente pode ser **simplificada** até que se obtenha uma **fração irredutível**. Para simplificarmos uma fração, dividimos o numerador e o denominador pelo mesmo número natural, sendo ele diferente de 0 e de 1. Quando não podemos mais realizar as divisões, ou seja, simplificar essa fração, dizemos que ela é uma fração irredutível. Vamos executar esse processo da seguinte maneira:

**Esquema I**

$$\frac{22}{36} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{11}{18}$$

**Esquema II**

$$\frac{30}{100} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{15}{50} \overset{:5}{\underset{:5}{=}} \frac{3}{10}$$

No esquema **I**, como as frações $\frac{22}{36}$ e $\frac{11}{18}$ representam a mesma parte do todo, dizemos que elas são **equivalentes**. O mesmo acontece no esquema **II**, com as frações $\frac{30}{100}$, $\frac{15}{50}$ e $\frac{3}{10}$.

**Atenção!**

- Quando **multiplicamos** ou **dividimos** o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número natural, diferente de 0 e 1, obtemos uma fração equivalente a ela.
- Quando o numerador e o denominador de uma fração não podem ser divididos por um mesmo número natural, diferente de 0 e 1, dizemos que essa é uma **fração irredutível**.

**Questão 4.** Copie em seu caderno os itens a seguir substituindo cada ■ pelo número adequado, de maneira que as frações sejam equivalentes.

**a)** $\frac{2}{5} = \frac{6}{■}$ **b)** $\frac{16}{22} = \frac{■}{11}$ **c)** $\frac{24}{15} = \frac{8}{■}$

Questão 4. Respostas: a) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$; b) $\frac{16}{22} = \frac{8}{11}$; c) $\frac{24}{15} = \frac{8}{5}$.

78

# Comparação de números positivos na forma de fração

Rafaela e Eduardo realizaram uma prova para concorrer a uma vaga de emprego. Rafaela acertou $\frac{7}{9}$ das questões dessa prova e Eduardo, $\frac{4}{6}$. Qual deles acertou mais questões?

Para responder a essa pergunta, inicialmente é necessário efetuar a **comparação das frações** $\frac{7}{9}$ e $\frac{4}{6}$ a fim de verificar qual delas é a maior.

Inicialmente, vamos representar o número de questões que Rafaela e Eduardo acertaram por meio de figuras.

**Atenção!**

Cada uma dessas figuras tem dimensões com mesmas medidas e foram divididas em partes iguais.

Questões que Rafaela acertou: $\frac{7}{9}$

Questões que Eduardo acertou: $\frac{4}{6}$

ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com as figuras, podemos verificar que $\frac{7}{9} > \frac{4}{6}$.

Portanto, Rafaela acertou mais questões na prova do que Eduardo.

Outra maneira de comparar as frações $\frac{7}{9}$ e $\frac{4}{6}$ é obtermos as frações equivalentes com denominadores iguais. Para determinar qual será esse denominador, calculamos inicialmente o mínimo múltiplo comum (mmc) dos denominadores. Nesse caso, vamos calcular o mmc(9, 6).

$$\begin{array}{r|l} 6,\ 9 & 2 \\ 3,\ 9 & 3 \\ 1,\ 3 & 3 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

**Atenção!**

Na comparação de frações com denominadores diferentes, a obtenção de frações equivalentes com denominadores iguais é um método mais prático se comparado com a representação por meio de imagens ou figuras.

Logo, mmc(9, 6) = 2 · 3 · 3 = 18.

Agora, obtemos as frações equivalentes a $\frac{7}{9}$ e $\frac{4}{6}$, porém com denominadores iguais a 18.

$$\frac{7}{9} \overset{\cdot 2}{\underset{\cdot 2}{=}} \frac{14}{18}$$

**Atenção!**

Multiplicamos o numerador e o denominador da fração $\frac{7}{9}$ por 2, pois 18 : 9 = 2.

$$\frac{4}{6} \overset{\cdot 3}{\underset{\cdot 3}{=}} \frac{12}{18}$$

**Atenção!**

Multiplicamos o numerador e o denominador da fração $\frac{4}{6}$ por 3, pois 18 : 6 = 3.

Como $\frac{14}{18} > \frac{12}{18}$, concluímos que $\frac{7}{9} > \frac{4}{6}$.

Para comparar frações com denominadores diferentes, inicialmente, obtemos frações equivalentes a elas com o mesmo denominador. Em seguida, comparamos as frações equivalentes.





- Analise o conhecimento dos estudantes relacionado à comparação de frações antes de apresentar o conteúdo desta página, pois esse assunto possivelmente foi estudado por eles em anos anteriores. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto, dando significado ao estudo.

**Um texto a mais**

- Se achar conveniente, leia para os estudantes o texto a seguir.

A ideia é simples: já que não podemos somar partes com tamanhos diferentes, teremos obrigatoriamente que torná-las iguais para que a operação seja feita. Em outras palavras, os inteiros permanecem os mesmos, porém mudam os tamanhos e as quantidades das partes que os compõem. Ademais, após o redimensionamento das partes existentes e a criação de novas outras dentro de um inteiro comum aos termos da adição (frações com denominadores distintos a serem somadas), é possível enxergar as frações originais, porém essas estarão subdivididas e se mostrarão como frações equivalentes (p. 6).

BRANDÃO, C. L. F. e RIBEIRO, M. M. C. L. O estudo das adições de frações com denominadores diferentes através das representações gráficas. *In*. *XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5617_4286_ID.pdf p. 6. Acesso em: 10 jun. 2022.

- A questão **5** tem por objetivo realizar a comparação entre duas frações. No primeiro item, as duas frações têm o mesmo denominador, ou seja, os pedaços são do mesmo tamanho. Nos dois itens seguintes, os denominadores são diferentes. Nesse caso, para comparar essas frações, eles precisam obter frações equivalentes às frações apresentadas, a fim de compará-las.
- Na atividade **19**, os estudantes representarão a fração que indica as partes pintadas de um todo em cada um dos itens. Durante a atividade, oriente-os a simplificar algumas dessas frações, caso seja necessário. Pergunte aos estudantes se eles conseguem verificar nas figuras as frações que são equivalentes e, se possível, peça a eles que citem algumas delas. Em seguida, escreva essas frações na lousa para que todos possam visualizar.
- O objetivo da atividade **20** é encontrar frações irredutíveis das frações dadas. Aproveite para explorar os vários caminhos que os estudantes podem percorrer para chegar às frações irredutíveis, contemplando a habilidade **EF07MA06**.

## Atividade a mais

- Três nadadores participavam de uma competição de nado de costas em uma prova de 100 metros. Após poucos segundos do início da prova, o nadador **A** havia percorrido $\frac{1}{2}$ da distância total. No mesmo instante, o nadador **B** havia percorrido $\frac{2}{3}$, e o nadador **C** havia percorrido $\frac{3}{4}$. Desenhe uma figura e uma reta numérica para representar o ponto aproximado de cada nadador nesse instante. Qual dos nadadores é o mais rápido?

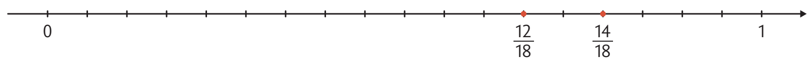
### Resolução e comentários

Inicialmente, represente uma reta numérica e destaque os pontos que representam as partes percorridas, considerando cada nadador. Depois, represente na figura de um retângulo as partes percorridas por eles. Nas representações gráficas citadas anteriormente, é possível analisar que o nadador mais rápido é o **C**.

$$\frac{3}{4} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

Esta atividade contempla a habilidade **EF07MA08**, pois compara frações associadas às ideias de partes de um inteiro.

Podemos representar as frações $\frac{14}{18}$ e $\frac{12}{18}$ na reta numérica. Nesse caso, dividimos um inteiro na reta numérica em 18 partes iguais, número que corresponde ao denominador das frações. Depois, a partir do zero, indicamos 12 e 14 dessas partes, para obter, respectivamente, as frações $\frac{12}{18}$ e $\frac{14}{18}$, como indicado a seguir.






**Questão 5.** Compare as frações de cada item usando o símbolo > ou < entre elas.

a) $\frac{9}{10}$ e $\frac{6}{10}$

b) $\frac{16}{20}$ e $\frac{38}{40}$

c) $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{7}$

Questão 5. Respostas: a) $\frac{9}{10} > \frac{6}{10}$; b) $\frac{16}{20} < \frac{38}{40}$; c) $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$.

## Atividades

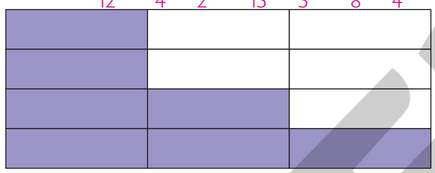
Faça as atividades no caderno.

**19.** Escreva uma fração para representar as partes pintadas de roxo em cada figura. Depois, se possível, simplifique-as e indique a fração irredutível correspondente.

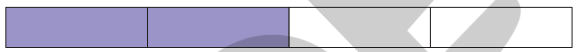
19. Respostas: A. $\frac{7}{12}$; B. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; C. $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$; D. $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

**Atenção!** Em cada item as figuras foram divididas em partes iguais.

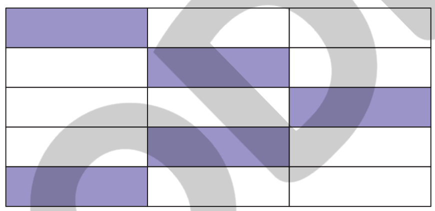
**A.**



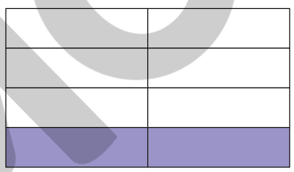
**B.**



**C.**



**D.**





**20.** Em cada item, determine a fração irredutível.

a) $\frac{21}{81}$

b) $\frac{65}{169}$

c) $\frac{120}{320}$

d) $\frac{42}{252}$

20. Respostas: a) $\frac{7}{27}$; b) $\frac{5}{13}$; c) $\frac{3}{8}$; d) $\frac{1}{6}$.

**21.** Copie o esquema substituindo cada letra pelo número adequado.
21. Resposta: $\frac{6}{30} = \frac{2}{10} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$.

$$\frac{6}{30} \xrightarrow{:3} \frac{A}{B} \xrightarrow{\cdot 4} \frac{C}{D} \xrightarrow{:8} \frac{E}{F}$$

$$\frac{6}{30} = \frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{E}{F}$$

**22.** Escreva no caderno uma fração:

**a)** cujo denominador seja 4;

**b)** cujo numerador seja 7;

**c)** que corresponda a 1 unidade;

**d)** que seja maior do que 2 e menor do que 5;

**e)** que, ao ser simplificada, seja igual a $\frac{2}{3}$;

**f )** que tenha quociente igual a 9.

**23.** Em uma academia, Pedro caminhou na esteira durante $\frac{7}{9}$ de uma hora. Já Thiago caminhou durante $\frac{5}{6}$ de uma hora. Qual deles caminhou por mais tempo na esteira?
23. Resposta: Thiago.

**24.** No fluxograma está indicado como comparar frações com denominadores diferentes.
22. Sugestões de respostas: a) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}$; b) $\frac{7}{2}, \frac{7}{3}, \frac{7}{4}$; c) $\frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}$; d) $\frac{5}{2}, \frac{15}{4}, \frac{22}{5}$; e) $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}$; f) $\frac{18}{2}, \frac{27}{3}, \frac{36}{4}$.

**Início** → Calcule o mmc dos denominadores. → Obtenha frações equivalentes cujo denominador seja igual ao mmc. → Compare o numerador das frações equivalentes obtidas. → A maior fração será aquela que tiver o maior numerador. → **Fim**

**Atenção!**
Lembre-se de que, em um fluxograma, cada tipo de figura tem um significado e são conectadas por setas. O significado das figuras utilizadas neste fluxograma estão indicadas ao lado.
Figura que indica o início e o fim de um fluxograma.
Figura que indica uma ação a ser feita.

Seguindo os procedimentos indicados no fluxograma, compare as frações a seguir e reescreva-as usando o símbolo > ou < entre elas.

**a)** $\frac{13}{16}$ e $\frac{6}{8}$

**b)** $\frac{8}{9}$ e $\frac{5}{3}$

24. Respostas: a) $\frac{13}{16} > \frac{6}{8}$; b) $\frac{8}{9} < \frac{5}{3}$.

**25.** No quadro está indicada a fração do total de pastéis de cada sabor que foram vendidos durante um dia em uma barraca.

| Sabor do pastel | Fração das vendas |
|---|---|
| Carne | $\frac{11}{50}$ |
| Queijo | $\frac{4}{25}$ |
| Frango | $\frac{7}{20}$ |
| Presunto e queijo | $\frac{1}{5}$ |

Escreva em seu caderno as frações do quadro em ordem crescente.
25. Resposta: $\frac{4}{25} < \frac{1}{5} < \frac{11}{50} < \frac{7}{20}$.





• A atividade **21** tem por objetivo sistematizar o conteúdo envolvendo frações equivalentes por meio de um esquema. Verifique se eles efetuam os cálculos corretamente, realizando as multiplicações e as divisões dos numeradores e dos denominadores, a fim de obter o número correspondente a cada letra do esquema. Verifique se os estudantes compreenderam que, quando dividimos ou multiplicamos o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número (diferente de zero), obtemos uma fração equivalente.

• Na atividade **22**, em cada item, é dada uma condição para a escrita de uma fração. O objetivo desta atividade é que os estudantes reconheçam as nomenclaturas dos termos de uma fração, identifiquem que uma fração com o mesmo número (diferente de zero) no numerador e no denominador corresponde a 1 inteiro e obtenham frações entre duas quantidades inteiras que sejam equivalentes a uma fração irredutível e que sejam equivalentes a um número inteiro.

• As atividades **23** e **25** têm por objetivo desenvolver a capacidade de comparar frações com denominadores diferentes, contemplando parcialmente a habilidade **EF07MA08**. No decorrer da unidade, são apresentadas diferentes estratégias e algoritmos, com o objetivo de capacitar os estudantes a resolver o mesmo tipo de problema envolvendo comparação de frações. Se necessário, organize-os em duplas para que resolvam estas atividades, o que promove a troca de ideias entre si.

• O tema abordado na atividade **23** coloca em evidência uma prática de atividade física. Relacione-o ao tema contemporâneo transversal **Saúde** e valorize a atitude dos personagens que optaram por praticar uma caminhada.

**Metodologias ativas**

Para desenvolver o trabalho com a atividade **23**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Antes de abordar a atividade **24**, relembre com os estudantes o conteúdo de fluxograma, abordado na unidade **1** do volume **6º** ano. O objetivo desta atividade é comparar frações com denominadores diferentes utilizando o mmc, seguindo os procedimentos recomendados por meio de um fluxograma, conforme recomenda a habilidade **EF07MA07**.

• A atividade **26** aborda a comparação de frações por meio de duas estratégias diferentes, contemplando a habilidade **EF07MA05**. Nesse momento, sistematize com os estudantes para que reconheçam que alguns grupos de problemas com mesma estrutura podem ser resolvidos por meio de diferentes procedimentos. Para a resolução desta atividade, oriente-os a formar duplas e conversarem sobre as estratégias utilizadas na resolução do problema, a fim de trocarem opiniões sobre o assunto.

• A atividade **27** propõe aos estudantes a construção de um fluxograma para representar os passos utilizados de resolução do problema, o que permite o desenvolvimento do **pensamento computacional** e aborda a habilidade **EF07MA07**. Além disso, esta atividade também propõe aos estudantes que expressem respostas e sintetizem conclusões utilizando diferentes registros e linguagens, contemplando a **Competência específica de Matemática 6**. Se necessário, durante a execução desta atividade, construa na lousa o fluxograma com os estudantes, permitindo que eles utilizem o raciocínio lógico, o que faz uso dos conhecimentos matemáticos adquiridos.

Obtenha informações a respeito de **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.

### Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**26.** Leia o texto e depois resolva os itens. 26. c) Resposta pessoal: Sugestão de resposta: Para determinar o meio de transporte mais usado para chegar ao trabalho nessa empresa, é necessário comparar as frações.

> O gerente de uma empresa identificou que $\frac{5}{12}$ dos funcionários usam o transporte público para chegar ao trabalho, enquanto $\frac{3}{8}$ dos funcionários da mesma empresa usam automóvel.

26. a) Resposta: Não é possível, pois não foi informado o total de funcionários da empresa.

**a)** É possível determinar a quantidade de funcionários que vão ao trabalho de automóvel e quantos utilizam o transporte público? Justifique sua resposta.

**b)** Qual dos meios de transporte citados no texto é o mais usado para chegar ao trabalho nessa empresa? 26. b) Resposta: O transporte público.

**c)** Explique como podemos determinar a resposta da pergunta do item **b**.

**d)** Podemos comparar as frações citadas no texto usando as seguintes estratégias.
26. d) Resposta: A maior fração é $\frac{5}{12}$. Portanto, o meio de transporte mais usado para os funcionários chegarem na empresa é o transporte público.

**A.**

1º Obtenha frações equivalentes às frações iniciais que tenham denominadores iguais.

2º Compare os numeradores das frações equivalentes obtidas no passo anterior.

3º A fração que tiver o maior numerador será a maior.

**B.**

1º Como os denominadores das frações são diferentes, calcule o mmc dos denominadores das frações.

2º Obtenha as frações equivalentes com os denominadores iguais ao mmc calculado no passo anterior.

3º Compare os numeradores das frações equivalentes.

4º A fração que tiver o maior numerador será a maior.

KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, escolha uma das estratégias apresentadas e compare as frações $\frac{5}{12}$ e $\frac{3}{8}$ para saber qual é o meio de transporte citado no texto mais usado para os funcionários chegarem na empresa.

**e)** Entre as estratégias apresentadas no item **d**, qual delas você considera mais prática ao comparar números positivos na forma de fração com denominadores diferentes? Justifique sua resposta. 26. e) Resposta pessoal.

**f)** Você conhece outra estratégia diferente das apresentadas para comparar frações com denominadores diferentes? Se sim, compartilhe a resposta com os colegas.
26. f) Resposta pessoal.

**27.** Compare as frações colocando o símbolo > ou < entre elas.

a) $\frac{145}{211}$ e $\frac{139}{211}$

b) $\frac{13}{30}$ e $\frac{11}{24}$

• De maneira semelhante ao realizado no item **d** da atividade **26**, escreva os procedimentos utilizados por você para comparar essas frações. Depois represente-os por meio de um fluxograma.

27. Respostas: a) $\frac{145}{211} > \frac{139}{211}$; b) $\frac{13}{30} < \frac{11}{24}$; • Resposta nas **orientações ao professor**.

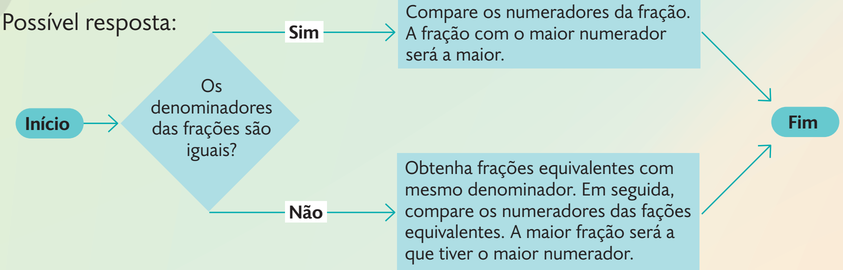
82





### Resposta

**27.** • Possível resposta:



## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Você já pensou no quanto uma noite mal dormida pode interferir no seu dia? Falta de concentração, ansiedade e bocejos frequentes são só alguns sintomas da privação de sono. Mas precisamos dormir por quanto tempo? A resposta para essa pergunta depende da sua idade. Recém-nascidos, por exemplo, dormem cerca de 18 horas por dia, enquanto adultos passam em média 8 horas dormindo. Idosos, por sua vez, chegam a dormir por volta de $\frac{1}{3}$ do tempo dos bebês.

**a)** Que fração do dia recém-nascidos passam dormindo? E pessoas adultas? E idosos? Em uma folha de papel avulsa, faça simplificações e responda a esta questão usando frações irredutíveis.

**b)** Considerando as informações apresentadas, uma pessoa que necessita dormir em média 6 horas por dia é um recém-nascido, um adulto ou um idoso?

1. Respostas: a) Recém-nascidos: $\frac{3}{4}$; Adultos $\frac{1}{3}$; Idosos: $\frac{1}{4}$; b) Idoso.

**2.** Em seu treino de futebol, Alice realizou 50 cobranças de pênalti. A fração que representa seus acertos é $\frac{7}{10}$, ou seja, a cada 10 pênaltis cobrados, ela fez 7 gols.

**a)** Quantos gols Alice fez no total?

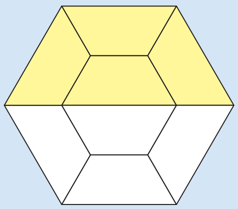
**b)** Qual é a razão entre as cobranças de pênalti que não resultaram em gols e as que marcaram gols?

2. Respostas: a) 35 gols; b) $\frac{15}{35}$ ou $\frac{3}{7}$.

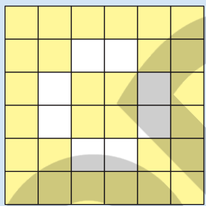
**3.** Escreva as frações que representam as partes pintadas de amarelo em cada uma das figuras, sabendo que elas estão divididas em partes iguais.

3. Respostas: A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{1}{4}$; C. $\frac{7}{9}$; D. $\frac{3}{8}$.

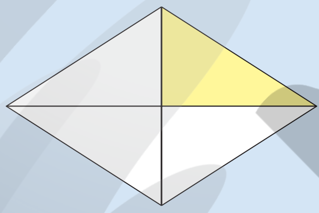
**A.**



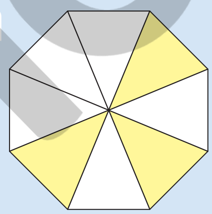
**C.**



**B.**



**D.**



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA





### 1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes representam fração como parte de um todo, se calculam fração de uma quantidade e se realizam simplificação de frações, tornando-as irredutíveis.

### Como proceder

- Analise se os estudantes conseguem representar as frações considerando as 24 horas do dia como denominador, se calculam fração de uma quantidade ($\frac{1}{3}$ de 18) e se realizam corretamente as simplificações de frações.

### 2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam quantidades tomando uma fração como parte de um todo e se compreendem fração como razão.

### Como proceder

- Analise qual é a estratégia utilizada pelos estudantes para calcular $\frac{7}{10}$ de 50, se compreendem fração como razão e se representam a razão na ordem correta (numerador e denominador). Se julgar necessário, explique que a razão deve ser escrita conforme a ordem apresentada no texto.

### 3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes trabalham com frações como parte de um todo representado em figuras.

### Como proceder

- Caso os estudantes tenham dificuldade, desenhe na lousa uma figura e auxilie-os a compreender a representação de fração como parte de um inteiro. Explique que o denominador indica em quantas partes o todo foi dividido, e o numerador indica quantas dessas partes foram consideradas.

## 4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes comparam frações com denominadores diferentes.

### Como proceder

- Analise se os estudantes compreendem que, para comparar frações, os denominadores precisam ser iguais. Verifique os procedimentos utilizados, se usam equivalência multiplicando um número no numerador e no denominador da fração ou se fazem o mmc entre os denominadores. Caso os estudantes tenham dificuldade, desenhe na lousa figuras que representem frações com denominadores diferentes e o processo de equivalência.

## 5 e 7. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam quantidades de uma fração.

### Como proceder

- Observe, na atividade **5**, se os estudantes compreendem que o todo no item **a** deve ser dividido por 7 e se, no item **b**, o todo é o restante do que foi gasto e deve ser dividido por 3. De modo semelhante, na atividade **7**, se identificam o todo e as partes. Caso julgue necessário, retome os processos para calcular quantidade de uma fração.

## 6. Objetivo

- Conferir se os estudantes representam fração como parte de um inteiro.

### Como proceder

- Analise se os estudantes compreendem que o denominador indica a quantidade de partes iguais que a figura está dividida e o numerador indica a quantidade de partes considerada (área em preto).
- Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra medida nesta atividade. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo área indica a medida da área da figura.

## 8. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam as frações representadas em figuras como parte de um inteiro e se calculam quantidades.

**4.** Copie os itens a seguir substituindo cada ■ pelo símbolo >, < ou =, de maneira que fiquem corretos.

a) $\frac{1}{5}$ ■ $\frac{2}{7}$

b) $\frac{3}{8}$ ■ $\frac{4}{5}$

c) $\frac{4}{7}$ ■ $\frac{8}{14}$

d) $\frac{9}{5}$ ■ $\frac{5}{6}$

e) $\frac{4}{13}$ ■ $\frac{5}{10}$

f) $\frac{6}{9}$ ■ $\frac{10}{15}$

**Junte-se** a um colega e conversem a respeito dos procedimentos que vocês utilizaram para concluir a atividade.

**5.** Este mês, Jorge tinha R$ 3780,00. Ele gastou $\frac{3}{7}$ dessa quantia com o pagamento de contas e investiu $\frac{2}{3}$ do valor restante.

a) Qual foi o valor que Jorge usou para pagar contas?

b) Qual foi o valor investido por Jorge neste mês?

5. Respostas: a) R$ 1620,00; b) R$ 1440,00.

**6.** (**Obmep-2010**) A figura mostra um quadrado dividido em 16 quadradinhos iguais. A área em preto corresponde a que fração da área do quadrado? 6. Resposta: Alternativa **c**.

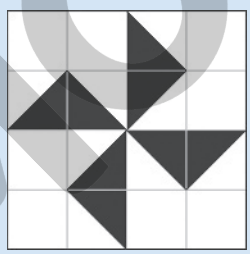
a) $\frac{1}{2}$.

b) $\frac{1}{3}$.

c) $\frac{1}{4}$.

d) $\frac{1}{8}$.

e) $\frac{1}{16}$.



REPRODUÇÃO/OBMEP

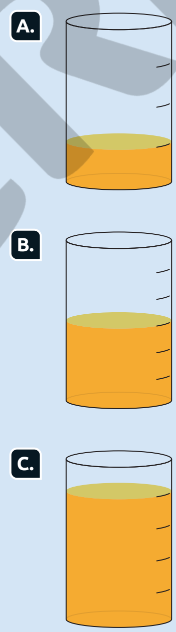
**7.** No sítio onde Rodrigo mora, há uma bomba que puxa 5700 L de água por dia. Dessa água, utilizam-se diariamente $\frac{8}{15}$ para regar as plantações e $\frac{1}{10}$ para limpeza.

a) Quantos litros de água são utilizados diariamente para regar as plantações? E para a limpeza?

b) Quantos litros de água são utilizados diariamente para outras finalidades?

7. Respostas: a) 3040 L e 570 L; b) 2090 L.

**8.** A seguir, estão representados 3 recipientes de mesma medida de capacidade de 600 mL. Cada um deles está dividido em partes iguais e contém certa quantidade de líquido.




ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

8. Respostas: A. 150 mL; B. 300 mL; C. 480 mL.

Determine, em mililitros, a quantidade de líquido contida em cada recipiente.

4. Respostas: a) $\frac{1}{5} < \frac{2}{7}$; b) $\frac{3}{8} < \frac{4}{5}$; c) $\frac{4}{7} = \frac{8}{14}$; d) $\frac{9}{5} > \frac{5}{6}$; e) $\frac{4}{13} < \frac{5}{10}$; f) $\frac{6}{9} = \frac{10}{15}$.







### Como proceder

- Analise se os estudantes compreendem que o denominador indica a quantidade de partes iguais que a figura está dividida e o numerador indica a quantidade de partes ocupadas com o líquido e se calculam as quantidades considerando 600 mL (o todo).

UNIDADE

# 4 Os números racionais


MATTHIAS HANGST/GETTY IMAGES/AFP



Atleta Thiago Braz durante a prova de salto com vara nos Jogos Olímpicos de Tóquio, em 2021, em que conquistou a medalha de bronze ao atingir a marca de 5,87 m.

## Agora vamos estudar...

- os números racionais;
- os números racionais na reta numérica;
- o módulo de um número racional;
- o oposto ou simétrico de um número racional;
- a comparação de números racionais.



- Ao trabalhar com a página de abertura, converse com os estudantes para que eles estabeleçam relação entre a marca atingida pelo atleta Thiago Braz no salto com vara dos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020 e os números racionais.
- Diga aos estudantes que, nessa modalidade esportiva, o atleta corre por uma pista segurando uma vara flexível, cuja medida de comprimento varia de acordo com a medida da altura do atleta. Ele posiciona a vara em um apoio no final da pista e dá um empurrão final para realizar o salto, a fim de passar por cima da barra horizontal.
- Estabeleça uma conversa com todos os estudantes, pedindo que citem outras situações em que esses números são utilizados. Eles podem dizer, por exemplo, nos preços de produtos no supermercado e nas medidas de massa e de altura.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

### Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre números racionais, reproduza na lousa os números a seguir e peça a eles que escrevam-nos no caderno em ordem crescente.

$1{,}2$ | $-\frac{7}{3}$ | $2{,}88$ | $0{,}5$ | $-\frac{1}{3}$

$-2{,}5$ | $\frac{5}{2}$ | $2{,}12$ | $-1{,}7$

### Resolução e comentários

$$-2{,}5 < -\frac{7}{3} < -1{,}7 < -\frac{1}{3} < 0{,}5 < 1{,}2 < 2{,}12 < \frac{5}{2} < 2{,}88$$

Caso os estudantes tenham dificuldade, oriente-os a utilizar a reta numérica para ordenar esses números. Obtenha mais informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Objetivos da unidade

- Reconhecer números racionais.
- Compreender que um número racional pode ser escrito na forma decimal e na forma fracionária.
- Escrever números racionais na forma fracionária e vice-versa.
- Identificar e localizar números racionais na reta numérica.
- Determinar o módulo de um número racional.
- Identificar o oposto ou simétrico de um número racional.
- Comparar e ordenar números racionais.

## Justificativas

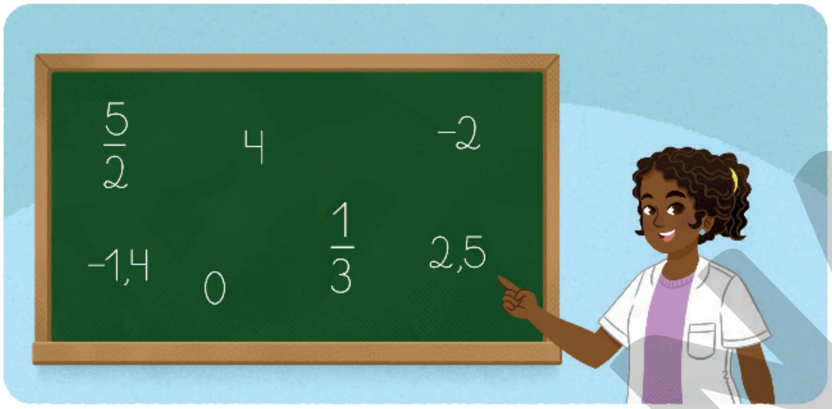
Os conteúdos desta unidade são relevantes porque favorecem a ampliação do conceito e de significados dos números racionais em diferentes contextos matemáticos, como no sistema decimal de numeração, no sistema de medidas, potenciação etc. Nesta unidade, é aprofundado o trabalho com as diferentes representações de um número racional, a forma fracionária e a escrita decimal, associadas à reta numérica e aplicadas na resolução de vários problemas.

Além disso, proporciona a compreensão de que todo número inteiro é racional, o que leva os estudantes ao entendimento de que os números podem ser representados de várias maneiras, de acordo com as diferentes situações do cotidiano. Assim, espera-se capacitá-los para interpretar e compreender diferentes informações divulgadas utilizando diferentes representações numéricas.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado aos números racionais. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto, o que torna o estudo mais significativo.
- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que localizem a fração $\frac{1}{3}$ na reta numérica antes de abordá-la no livro. Depois, apresente as explicações que constam no livro.

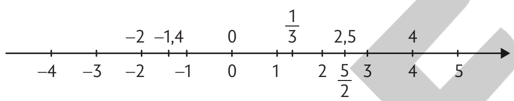
# Números racionais

A professora Roberta escreveu alguns números na lousa.




Eles são **números racionais** e podem ser escritos tanto na forma fracionária quanto na decimal.

Em seguida, a professora organizou esses números em uma reta numérica.

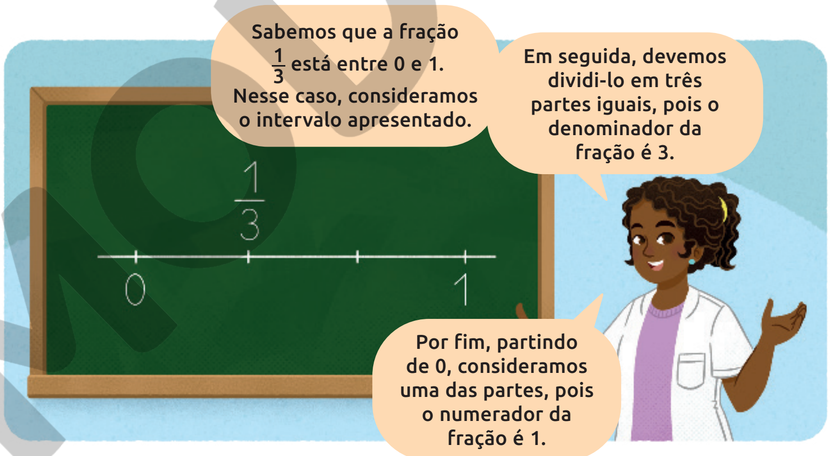



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

Todo número inteiro é racional.

Analise como ela localizou, por exemplo, a fração $\frac{1}{3}$ nessa reta.




ILUSTRAÇÕES: GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA





- Os conteúdos trabalhados nesta unidade desenvolvem a habilidade **EF07MA10** ao comparar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

Podemos transformar um número racional representado na forma decimal em fracionário. A seguir apresentamos alguns exemplos.

- $0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
- $1{,}1 = 1 + 0{,}1 = 1 + \frac{1}{10} = \frac{10}{10} + \frac{1}{10} = \frac{11}{10}$
- $-0{,}22 = -\frac{22}{100} = -\frac{11}{50}$
- $5{,}03 = 5 + 0{,}03 = 5 + \frac{3}{100} = \frac{500}{100} + \frac{3}{100} = \frac{503}{100}$

Também podemos fazer o inverso, como apresentado nos exemplos a seguir.

- $\frac{1}{2} = 1 : 2 = 0{,}5$
- $-\frac{8}{5} = -(8 : 5) = -1{,}6$
- $\frac{22}{25} = 22 : 25 = 0{,}88$
- $\frac{49}{40} = 49 : 40 = 1{,}225$

5. Respostas: a) 0,1; b) −0,25; c) 0,625; d) 1,75; e) 0,5625; f) −0,875.

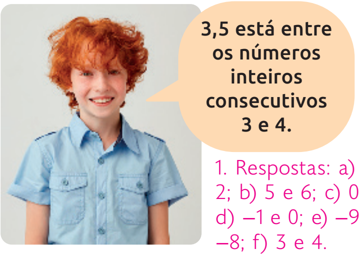
## Atividades

Faça as atividades no caderno.

6. Sugestão de respostas: a) $\frac{1}{5}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $-\frac{5}{2}$; e) $\frac{1}{8}$; f) $\frac{24}{5}$.



**1.** Analise o que Fernando está dizendo.




COOKIE STUDIO/SHUTTERSTOCK

1. Respostas: a) 1 e 2; b) 5 e 6; c) 0 e 1; d) −1 e 0; e) −9 e −8; f) 3 e 4.

Entre quais números inteiros consecutivos estão os números indicados em cada item?

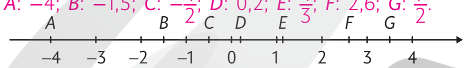
**a)** 1,4 **c)** 0,3 **e)** −8,7

**b)** 5,87 **d)** −0,99 **f)** 3,75

**2.** Associe cada um dos números a uma letra na reta numérica.

$-1{,}5$ $-4$ $0{,}2$ $2{,}6$ $\frac{4}{3}$ $-\frac{1}{2}$ $\frac{7}{2}$

2. Respostas: A: −4; B: −1,5; C: $-\frac{1}{2}$; D: 0,2; E: $\frac{4}{3}$; F: 2,6; G: $\frac{7}{2}$.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

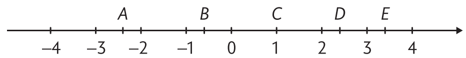
**3.** Em cada item, escreva um número decimal que esteja entre os números:

**a)** 0 e 1. **c)** 5 e 6.

**b)** −3 e −2. **d)** 2 e 3.

3. Resposta pessoal.

**4.** Analise a reta numérica a seguir.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Determine a letra que corresponde ao número racional 2,4. 4. Resposta: *D*.

**5.** Em seu caderno, escreva os números fracionários na forma decimal.

**a)** $\frac{1}{10}$ **c)** $\frac{5}{8}$ **e)** $\frac{9}{16}$

**b)** $-\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{7}{4}$ **f)** $-\frac{7}{8}$

**6.** Em seu caderno, escreva os números decimais na forma fracionária.

**a)** 0,2 **c)** 1,5 **e)** 0,125

**b)** 0,75 **d)** −2,5 **f)** 4,8

**7.** Em qual item é apresentado o número 0,8 na forma fracionária? Resolva a atividade **mentalmente** e justifique sua resposta.

**a)** $\frac{3}{2}$ **b)** $\frac{5}{4}$ **c)** $\frac{4}{5}$ **d)** $\frac{7}{4}$

**8.** Utilizando os números 0,2; $\frac{1}{5}$; 3,5 e $\frac{7}{9}$, **elabore** uma questão envolvendo transformações entre números na forma decimal e na forma fracionária. Depois, troque com um colega e peça a ele que a responda. 8. Resposta pessoal.

7. Resposta: Alternativa **c**, pois é a opção em que o numerador é menor do que o denominador e, além disso, $0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.



- Na atividade **1**, explique aos estudantes que, na reta numérica, um número que está à direita de outro é sempre maior, e que um número que está à esquerda de outro é sempre menor.
- Nas atividades **2** e **4**, retome com os estudantes onde é a origem da reta numérica e o sentido dos números positivos e dos negativos.
- Na atividade **3**, oriente os estudantes a trabalhar em pequenos grupos e, depois, anote na lousa algumas respostas deles para discutir as diferentes possibilidades de cada item.
- Na atividade **5**, após os estudantes realizarem a divisão do numerador pelo denominador usando a ideia de fração como resultado de uma divisão, peça que comparem seus resultados com o auxílio de uma calculadora.
- As atividades **6** e **7** requerem que os estudantes transformem um número racional escrito na forma decimal em uma fração e que, após isso, simplifiquem-na, obtendo uma fração irredutível. Caso tenham dificuldade, realize o processo na lousa com outros números racionais.
- Para obter melhor proveito da atividade **8**, organize os estudantes em duplas e oriente cada uma delas a desafiar uma outra para resolver os problemas elaborados pelos colegas. Este trabalho permite a interação entre os estudantes, o trabalho coletivo e cooperativo, o exercício da empatia e do diálogo, promovendo o acolhimento e o respeito com as ideias do outro, o que favorece o desenvolvimento da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**.

### Metodologias ativas

- Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.
- Para desenvolver o trabalho com a atividade **7**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Antes de apresentar aos estudantes o conteúdo desta página, interaja com eles conversando sobre a medida da distância entre um ponto de uma reta numérica e a origem (zero). Observe o que eles dizem em relação a módulo ou valor absoluto de um número, conteúdo estudado anteriormente na unidade **2**, e em relação aos números inteiros e procure resgatar o conhecimento prévio deles sobre esse conteúdo, a fim de tornar o estudo mais significativo.
- A questão **1** requer que os estudantes compreendam que o módulo de um número é a medida da distância dele até a origem da reta. Explique a eles que o módulo de um número negativo é representado pelo seu valor absoluto, um número positivo.

**Algo a mais**

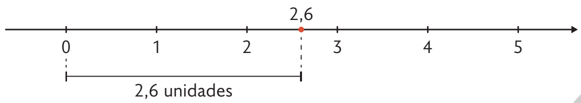
- Leia o caderno pedagógico a seguir, que é resultado de uma pesquisa de mestrado cujo objetivo foi identificar critérios que professores de matemática levam em consideração ao elaborar aulas envolvendo números racionais.

ASSIS, Jaqueline Silva. *Refletindo sobre o ensino de números racionais*. 2022. Produto educacional (Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2022. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br:8080/jspui/bitstream/1/27614/2/professoresensinonumerosracionais_produto.pdf. Acesso em: 9 jun. 2022.

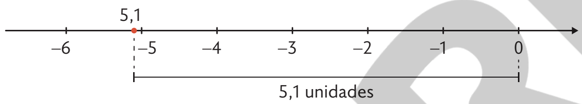
# Módulo de um número racional

Já estudamos que a medida da distância entre um ponto da reta numérica e a origem (0) é chamada **módulo** ou **valor absoluto** do número associado a esse ponto. Na unidade **2**, vimos alguns exemplos envolvendo números inteiros e, agora, vamos determinar o módulo dos números racionais. A seguir, apresentamos alguns exemplos.

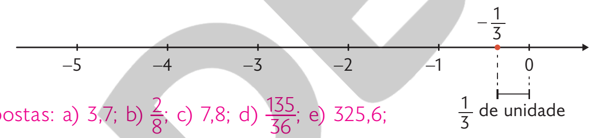
- $|2{,}6| = 2{,}6$, pois a distância entre o ponto correspondente ao número 2,6 e a origem da reta numérica mede 2,6 unidades.




- $|-5{,}1| = 5{,}1$, pois a distância entre o ponto correspondente ao número −5,1 e a origem da reta numérica mede 5,1 unidades.




- $\left|-\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}$, pois a distância entre o ponto correspondente ao número $-\frac{1}{3}$ e a origem da reta numérica mede $\frac{1}{3}$ de unidade.








Questão 1. Respostas: a) 3,7; b) $\frac{2}{8}$; c) 7,8; d) $\frac{135}{36}$; e) 325,6; f) 458,2.

**Questão 1.** Em seu caderno, calcule.

**a)** $|3{,}7|$

**b)** $\left|-\frac{2}{8}\right|$

**c)** $|-7{,}8|$

**d)** $\left|-\frac{135}{36}\right|$

**e)** $|325{,}6|$

**f)** $|-458{,}2|$

Quando dois números racionais estão a uma mesma medida de distância da origem na reta numérica (ou seja, têm módulos iguais), mas estão localizados em sentidos contrários, são chamados números **opostos** ou números **simétricos**.

- O número 2,3 é o oposto de −2,3, pois $|2{,}3| = |-2{,}3|$ e eles estão localizados em sentidos contrários da reta numérica.
- O número $-\frac{5}{7}$ é o oposto de $\frac{5}{7}$, pois $\left|-\frac{5}{7}\right| = \left|\frac{5}{7}\right|$ e eles estão localizados em sentidos contrários da reta numérica.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**9.** Indique, entre os números apresentados, os que têm módulos iguais.
9. Resposta: 7 e −7; 2,8 e −2,8; 1,2 e −1,2.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | −2,8 | −1,2 | 2,8 | −7,1 |
| 1,2 | −2 | 0 | −7 | 4,5 | −1,8 |

**10.** Em cada item, determine o oposto do número.
10. Respostas: a) 1; b) −8; c) −3,4; d) 7,8; e) $\frac{3}{4}$; f) $-\frac{5}{2}$.

**a)** −1 **c)** 3,4 **e)** $-\frac{3}{4}$

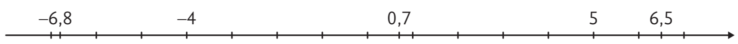
**b)** 8 **d)** −7,8 **f)** $\frac{5}{2}$

**11.** Determine os números cujo módulo é:

**a)** 0,5. **b)** 2,1. **c)** 5,9. **d)** 7,3.

11. Respostas: a) −0,5 e 0,5; b) −2,1 e 2,1; c) −5,9 e 5,9; d) −7,3 e 7,3.

**12.** Analise os números indicados na reta numérica a seguir.

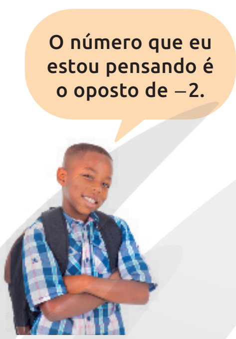



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Entre os números destacados, qual apresenta a maior medida de distância até a origem? 12. a) Resposta: −6,8.

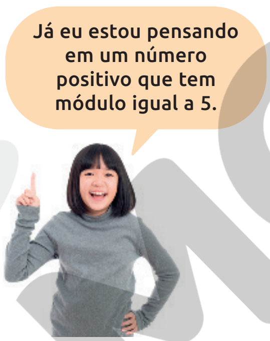
**b)** Explique para um colega como você obteve a resposta do item **a**.
12. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que obtiveram a resposta analisando qual dos números tem maior módulo.

**13.** Armando e seus amigos estão brincando de adivinhar números. Verifique o que eles estão dizendo.



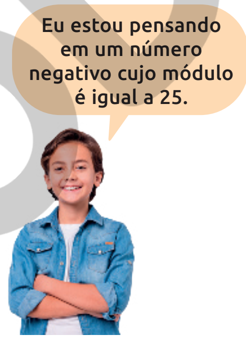

SAMUEL BORGES PHOTOGRAPHY/SHUTTERSTOCK

Armando.




ANURAK PONGPATIMET/SHUTTERSTOCK

Maria.




INSIDE CREATIVE HOUSE/SHUTTERSTOCK

Pedro.

Determine o número que Armando e seus amigos estão pensando.
13. Resposta: Armando: 2; Maria: 5; Pedro: −25.





- As atividades **9** e **11** estão associadas ao reconhecimento de módulos de um número. Os estudantes precisam compreender, por exemplo, que |7| = |−7|, porque as medidas das distâncias de 7 e −7 até a origem da reta numérica são iguais. Portanto, um número racional está associado a dois módulos (7 é resultado de |7| e |−7|). Para tirar melhor proveito, bem com sanar possíveis dúvidas em relação a estas atividades, organize os estudantes em duplas, para que conversem entre si e compartilhem as estratégias utilizadas.
- Na atividade **10**, os estudantes precisam compreender que, quando dois números estão à mesma medida de distância da origem, eles são chamados opostos ou simétricos. Se achar necessário, retome com eles o conceito de números inteiros, conteúdo estudado na unidade **2**.
- Para resolver a atividade **12**, os estudantes precisam utilizar o conceito de módulo e reconhecer qual dos números tem maior medida de distância da origem na reta numérica. Aproveite a situação e proponha outros números, para que eles realizem o mesmo procedimento solicitado no item **a**.
- Na atividade **13**, organize os estudantes em grupos grandes, com 4 ou 5 integrantes, e peça a cada um deles que diga uma frase envolvendo número oposto ou módulo parecida com as apresentadas nas atividades. Permita que os demais do grupo façam esforço para descobrir de que número se trata.

### Atividade a mais

Para complementar o trabalho com as atividades desta página, proponha aos estudantes a atividade a seguir. Reproduza-a na lousa e peça a eles que resolvam no caderno.

- Escreva em ordem crescente os módulos dos números racionais apresentados a seguir.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\left\lvert -\frac{1}{2} \right\rvert$ | $\lvert 5 \rvert$ | $\left\lvert \frac{3}{2} \right\rvert$ | $\lvert -1 \rvert$ |
| $\left\lvert -\frac{5}{2} \right\rvert$ | $\lvert 3 \rvert$ | $\lvert -3{,}2 \rvert$ | $\lvert 6{,}5 \rvert$ |

**Resolução e comentários**

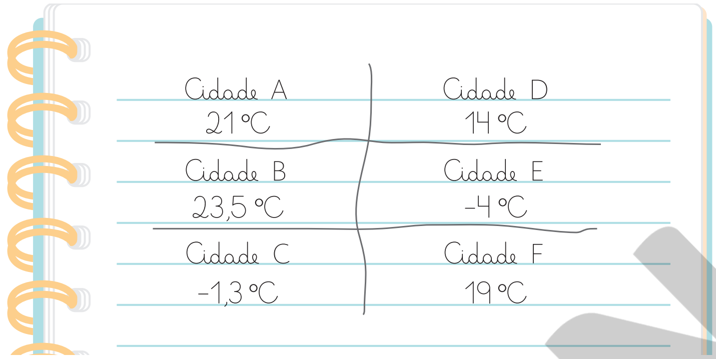
Determinando os módulos e ordenando-os em ordem crescente, temos:

$$\frac{1}{2} < 1 < \frac{3}{2} < \frac{5}{2} < 3 < 3{,}2 < 5 < 6{,}5$$

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que resolvam a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem ordenar em uma reta numérica as medidas de temperaturas mínimas registradas por Leonardo. Depois, apresente as explicações do livro.
- A questão **2** envolve a comparação entre um número escrito na forma decimal e um na fracionária. Complemente a questão, pedindo aos estudantes que transformem o número escrito na forma decimal em um número na forma fracionária. Retome com eles os procedimentos necessários para realizar a comparação de frações relembrando o conceito de frações equivalentes, por exemplo.
- A questão **3** permite que os estudantes usem sua criatividade para escrever os números racionais nas formas fracionária e decimal, podendo utilizar diferentes registros para um mesmo número, o que aborda a **Competência específica de Matemática 6**. Para complementar esta atividade, peça que organizem os números que escreveram também em ordem decrescente.

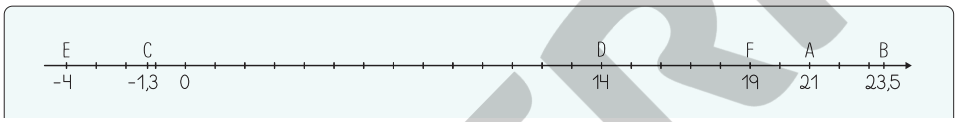
## Comparação de números racionais

Leonardo pesquisou na internet as medidas das temperaturas mínimas em algumas cidades em certo dia e as registrou em seu caderno.




KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

Em seguida, ele organizou os valores obtidos em uma reta numérica.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Com o auxílio dela, podemos comparar as medidas de temperatura. Para isso, basta analisar a posição de um número em relação a outro. A seguir, apresentamos alguns exemplos.

- O número 23,5 está à direita de −4. Nesse caso, 23,5 > −4 (lê-se: vinte e três vírgula cinco é maior do que menos quatro). Portanto, 23,5 °C > −4 °C.
- O número 19 está à esquerda de 21. Nesse caso, 19 < 21 (lê-se: dezenove é menor do que vinte e um). Portanto, 19 °C < 21 °C.
- O número −1,3 está à direita de −4. Nesse caso, −1,3 > −4 (lê-se: menos um vírgula três é maior do que menos quatro). Portanto, −1,3 °C > −4 °C.
- O número −1,3 está à esquerda de 21. Nesse caso, −1,3 < 21 (lê-se: menos um vírgula três é menor do que vinte e um). Portanto, −1,3 °C < 21 °C.

Os números que estão à esquerda de um número qualquer na reta numérica são menores do que esse número. De maneira análoga, os números que estão à direita de um número qualquer na reta numérica são maiores do que esse número.

Questão 2. Resposta: 2,3. Sugestão de justificativa: 2,3 é maior do que $\frac{3}{2}$, pois $\frac{3}{2} = 1,5$, e 1,5 está à esquerda de 2,3 na reta numérica.

**Questão 2.** Qual número é maior: 2,3 ou $\frac{3}{2}$? Justifique sua resposta.

**Questão 3.** Em seu caderno, escreva alguns números racionais, tanto positivos quanto negativos, nas formas fracionária e decimal. Em seguida, organize-os em ordem crescente.
Questão 3. Resposta pessoal.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. Respostas: a) $6,7 > 6$; b) $-5,4 < 5,4$; c) $-9,8 < 0$; d) $\frac{1}{3} > 0$; e) $-4,4 < \frac{12}{7}$; f) $0 < 12,5$.

**14.** Copie os itens no caderno, substituindo cada ■ pelo símbolo > ou <.

**a)** 6,7 ■ 6 **c)** −9,8 ■ 0 **e)** −4,4 ■ $\frac{12}{7}$

**b)** −5,4 ■ 5,4 **d)** $\frac{1}{3}$ ■ 0 **f)** 0 ■ 12,5

**15.** Escreva os números apresentados a seguir em ordem crescente.

| | | | |
|---|---|---|---|
| −2 | 1 | 0 | 4,5 |
| 2,5 | −4,5 | 2 | −3,5 |

15. Resposta: $-4,5 < -3,5 < -2 < 0 < 1 < 2 < 2,5 < 4,5$.

**16.** Márcia comparou os números $\frac{3}{2}$ e 0,8 da seguinte maneira.



RUI VALE SOUSA/SHUTTERSTOCK

**Inicialmente, transformei $\frac{3}{2}$ em um número decimal, ou seja, $\frac{3}{2} = 1,5$. Em seguida, representei os números 1,5 e 0,8 na reta numérica. Como, na reta numérica, 1,5 está à direita de 0,8, concluo que 1,5 > 0,8.**

**Atenção!**

Você pode utilizar uma reta numérica para ajudar na comparação dos números.

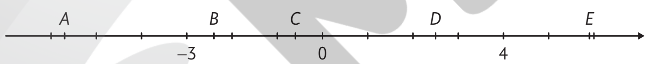
Utilize o mesmo procedimento de Márcia e compare os números indicados em cada item. 16. Respostas: a) $\frac{3}{2} > 0,8$; b) $\frac{1}{2} < 0,7$; c) $-2,5 > -\frac{7}{2}$; d) $-1,6 < -\frac{4}{5}$.

**a)** $\frac{3}{2}$ e 0,8 **c)** −2,5 e $-\frac{7}{2}$

**b)** $\frac{1}{2}$ e 0,7 **d)** −1,6 e $-\frac{4}{5}$

**17.** Em seu caderno, associe cada um dos números a uma letra da reta numérica.
17. Resposta: A: −5,7; B: $-\frac{12}{5}$; C: −0,6; D: $\frac{5}{2}$; E: 5,9.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $-\frac{12}{5}$ | 5,9 | −5,7 | $\frac{5}{2}$ | −0,6 |




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

• Agora, escreva dois números racionais que estão entre *B* e *D*. Resposta pessoal.



• As atividades **14**, **15** e **16** envolvem comparação de números racionais e inteiros. Desenhe uma reta numérica na lousa e associe alguns números, de modo que os estudantes percebam que os números que estão à esquerda de um número qualquer na reta numérica são menores do que esse número. De maneira análoga, os números que estão à direita de um número qualquer na reta numérica são maiores do que esse número.

• Na atividade **17**, proponha outros números, para que os estudantes os identifiquem na reta numérica.

### Sugestão de avaliação

Para avaliar o aprendizado dos estudantes sobre os conteúdos estudados nesta unidade, proponha a eles a atividade a seguir. Reproduza-a na lousa e peça a eles que efetuem os cálculos necessários no caderno.

• Sofia e Tales estão brincando em uma quadra de esportes. Após medirem seus passos, verificaram que têm a mesma medida de comprimento. Eles apostaram quem daria mais passos em um minuto. Consideraram um ponto da quadra como origem e caminharam em sentidos opostos. Ao final de um minuto, Sofia disse que deu $|-68|$ passos e Tales $|55|$. Qual dos dois caminhou a maior medida de distância?

### Resolução e comentários

Para verificar quem caminhou a maior medida de distância, é preciso calcular $|-68|$ e $|55|$. Assim:

$$|-68| = 68 \text{ e } |55| = 55$$

Portanto, Sofia caminhou a maior medida de distância, ou seja, 68 passos.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

• As atividades **18** e **19** propõem aos estudantes comparação entre números racionais na escrita decimal. Se necessário, explique a eles que, para identificar um número decimal, é necessário comparar inicialmente sua parte inteira. Na atividade **18**, provoque os estudantes para que percebam que a menor medida de tempo gasto implica maior medida de velocidade, aspecto que pode ser explorado para o desenvolvimento da ideia de grandezas inversamente proporcionais, tema que será estudado nas próximas unidades deste volume.

O contexto da atividade **18** envolve o jogo de *videogame* e, por isso, aborda elementos das **culturas juvenis**, já que é um objeto presente na vida de muitos jovens. Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.

Para tirar melhor proveito da atividade **19**, peça aos estudantes que ordenem as quantias poupadas por Marcela também em ordem crescente.

• As atividades **20** e **21** têm por objetivo comparar números racionais escritos na forma fracionária com denominadores diferentes. Para isso, retome com os estudantes os processos para simplificação de fração e para obter frações equivalentes.

Para tirar melhor proveito das atividades **20** e **21**, pode-se ampliar a discussão para os conceitos de razão, de múltiplos de um número e de números decimais finitos e infinitos.

• Na atividade **22**, é proposto um problema envolvendo comparação entre números escritos na forma decimal e fracionária. Para aproveitar melhor esta atividade, ressalte aos estudantes que 2,75 equivale à fração $\frac{275}{100}$, de modo que possa ser comparada com a fração $\frac{410}{100}$, gerada pela multiplicação do numerador da fração $\frac{5}{100}$ por 82. Pode-se também aproveitar e retomar os diferentes tipos de fração: mista, própria e imprópria.

**18.** Rodrigo, Guilherme e Tobias estão disputando um jogo de corrida em um *videogame*. A medida do tempo gasto por eles para completar a última volta em uma das partidas está indicada a seguir.

| Rodrigo | Guilherme | Tobias |
|---|---|---|
| 85 s | 81,9 s | 89,2 s |

Qual dos amigos fez a volta mais rápida?
18. Resposta: Guilherme.

**19.** O quadro apresenta a quantia poupada por Marcela mensalmente durante o ano de 2023.
19. c) Resposta: R$ 405,50; R$ 378,10; R$ 364,30; R$ 269,00; R$ 237,00; R$ 148,90; R$ 148,00; R$ 135,50; R$ 100,00; R$ 78,90; R$ 58,00; R$ 49,00.

| Mês | Jan. | Fev. | Mar. | Abr. | Maio | Jun. | Jul. | Ago. | Set. | Out. | Nov. | Dez. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantia (R$) | 135,50 | 237,00 | 78,90 | 148,00 | 148,90 | 378,10 | 58,00 | 49,00 | 364,30 | 100,00 | 269,00 | 405,50 |

a) Em qual mês ela poupou a maior quantia? E em qual economizou a menor quantia?
19. a) Respostas: Em dezembro; em agosto.

b) A quantia poupada no mês de março foi maior, menor ou igual àquela economizada em dezembro? 19. b) Resposta: Menor.

c) Escreva as quantias poupadas por Marcela em ordem decrescente.

**20.** Duas equipes estão competindo em uma gincana escolar. A equipe **A** venceu $\frac{18}{45}$ das provas e a equipe **B**, venceu $\frac{3}{5}$. Qual delas ganhou mais provas? 20. Resposta: Equipe **B**.

**21.** Marcelo é vendedor em uma concessionária. Em certo dia, ele vendeu dois carros. O cliente **1** pagou $\frac{2}{5}$ do valor total do automóvel como entrada; já o cliente **2** pagou $\frac{3}{8}$ do valor. Sabendo que os dois veículos vendidos têm o mesmo valor, qual dos clientes pagou a maior quantia de entrada? 21. Resposta: Cliente **1**.

**22.** Para um trabalho escolar, Marcos vai usar dois pedaços de barbantes: um vermelho e um azul. Analise o que Marcos está dizendo.

MAX TOPCHII/ SHUTTERSTOCK

Sabendo que o comprimento total do barbante azul mede 82 m, qual dos pedaços terá a maior medida de comprimento? 22. Resposta: Barbante azul.







## Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Copie os quadros e complete-os com os números que faltam.
1. Respostas na seção **Resposta** e na seção **Resoluções**.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número decimal** | 7,3 | | 4,9 | 2,3 | 10,1 | |
| **Número fracionário** | | $\frac{5}{2}$ | | | | $\frac{7}{4}$ |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número decimal** | | | 7,9 | 123,05 | | 0,9 |
| **Número fracionário** | $\frac{5}{25}$ | $\frac{8}{20}$ | | | $\frac{12}{100}$ | |

- Agora, escreva esses números em ordem decrescente.

**2.** Entre os números apresentados a seguir, identifique e anote aqueles que são iguais.
2. Resposta: $\frac{5}{2} = 2{,}5$; $-\frac{3}{4} = -0{,}75$; $\frac{3}{4} = 0{,}75$; $0{,}875 = \frac{7}{8}$; $-\frac{1}{2} = -0{,}5$.

$\frac{5}{2}$ | $-0{,}75$ | $\frac{3}{4}$ | $2{,}5$ | $0{,}75$

$0{,}875$ | $-\frac{1}{2}$ | $-0{,}5$ | $\frac{7}{8}$ | $-\frac{3}{4}$

**3.** Escreva o oposto do número apresentado em cada item.

**a)** $-2$ **b)** $-8{,}7$ **c)** $7{,}56$ **d)** $\frac{3}{8}$ **e)** $-\frac{9}{2}$ **f)** $2{,}7$

3. Respostas: a) 2; b) $8{,}7$; c) $-7{,}56$; d) $-\frac{3}{8}$; e) $\frac{9}{2}$; f) $-2{,}7$.

**4.** Calcule os módulos. 4. Respostas: a) $2{,}4$; b) $3{,}83$; c) $8{,}9$; d) $\frac{7}{2}$; e) $\frac{2}{5}$; f) $12{,}7$.

**a)** $|2{,}4|$ **c)** $|-8{,}9|$ **e)** $\left|\frac{2}{5}\right|$

**b)** $|-3{,}83|$ **d)** $\left|-\frac{7}{2}\right|$ **f)** $|12{,}7|$

**g)** Qual dos números tem o maior módulo? E o menor? 4. g) Respostas: $12{,}7$; $\frac{2}{5}$.

**h)** Organize em ordem decrescente os resultados obtidos.
4. h) Resposta: 12,7; 8,9; 3,83; 3,5; 2,4; 0,4.

**5.** Copie os itens substituindo cada ■ pelo símbolo >, < ou =.

**a)** 0,5 ■ 0,5 **c)** 0 ■ 8,5 **e)** $2{,}65$ ■ $\frac{265}{100}$

**b)** −1,8 ■ 1,8 **d)** 8,4 ■ 7,9 **f)** −4,3 ■ −3,5

5. Respostas: a) $0{,}5 = 0{,}5$; b) $-1{,}8 < 1{,}8$; c) $0 < 8{,}5$; d) $8{,}4 > 7{,}9$; e) $2{,}65 = \frac{265}{100}$; f) $-4{,}3 < -3{,}5$.

**6.** Escreva os números a seguir em ordem crescente.

$-5{,}7$ | $1{,}582$ | $-8{,}995$ | $-11{,}4$ | $0$ | $\frac{7}{10}$ | $11{,}45$ | $-11{,}59$ | $4{,}8$ | $-2{,}75$

6. Resposta: $-11{,}59 < -11{,}4 < -8{,}995 < -5{,}7 < -2{,}75 < 0 < \frac{7}{10} < 1{,}582 < 4{,}8 < 11{,}45$.





### 1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes transformam números racionais escritos na forma fracionária em decimal e vice-versa, e se os organiza em ordem decrescente.

### Como proceder

- Verifique se os estudantes compreendem que, para transformar frações em decimais, devem dividir o numerador pelo denominador e, para transformar os decimais em fração, devem ser consideradas as casas após a vírgula. Se julgar necessário, explique para eles que o número de casas após a vírgula define se o denominador será 10, 100, 1000. Verifique se, na hora de organizarem os números racionais em ordem decrescente, eles comparam as diferentes representações (fração e decimal) ou se usam apenas a forma decimal.

### 2. Objetivo

- Conferir se os estudantes comparam números racionais iguais representados nas formas decimal e fracionária.

### Como proceder

- Analise se os estudantes optam por transformar os números racionais na forma decimal em fração e se realizam simplificações ou transformam as frações em números decimais.

### 3. Objetivo

- Constatar se os estudantes compreendem o que é o oposto de um número.

### Como proceder

- Analise se os estudantes compreendem que números como +2 e −2, por exemplo, são opostos porque ficam à mesma medida de distância da origem de uma reta numérica.

### 4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam o módulo de um número e se organizam esses números em ordem decrescente.

### Como proceder

- Caso tenham dificuldade, explique a eles que o módulo é a medida da distância de um número até a origem de uma reta numérica, por isso é representado por um número positivo, também chamado de valor absoluto.

### 5 e 6. Objetivo

- Acompanhar se os estudantes comparam números racionais escritos nas formas decimal e fracionária.

### Como proceder

- Analise se reconhecem um número decimal como maior ou menor pela sua parte inteira. Verifique também se consideram o número negativo com maior medida de distância da origem de uma reta como o menor e, da mesma maneira, um número positivo como o maior.

## 7. Objetivo

• Avaliar se os estudantes compreendem qual número é maior ou menor na reta numérica, além do oposto e do módulo de um número racional.

## Como proceder

• Analise se compreendem: no item **a**, a posição de um número com relação à reta numérica; no item **b**, que o oposto de um número é o simétrico a ele em relação à origem da reta numérica; e, no item **c**, como escrever o módulo de um número. Caso tenham dificuldades, retome as explicações apresentadas nesta unidade.

## 8. Objetivo

• Constatar se os estudantes representam números racionais em pontos de uma reta numérica.

## Como proceder

• Caso os estudantes tenham dificuldades, oriente-os a transformar as frações em números decimais para localizarem as frações. Verifique se compreendem que os números negativos estão à esquerda da origem da reta e os positivos à direita.

## 9. Objetivo

• Avaliar se os estudantes comparam e ordenam números racionais.

## Como proceder

• Analise se compreendem que, para identificar o maior ou o menor número decimal, verifica-se inicialmente a sua parte inteira.

## 10. Objetivo

• Averiguar se os estudantes identificam um número racional com base em algumas informações.

## Como proceder

• Os estudantes precisam conhecer a posição da unidade e da parte decimal de um número, para depois realizarem a sua composição. Se apresentarem dificuldade, retome com eles o que é o múltiplo de um número e o que é um número primo.

**7.** Classifique as sentenças em verdadeiras ou falsas. Em seguida, copie as falsas em uma folha de papel avulsa, corrigindo-as.

**a)** O número 10 é maior do que 2,5, pois, na reta numérica, 10 está à esquerda de 2,5. 7. a) Resposta: Falsa. Sugestão de correção: O número 10 é maior do que 2,5, pois, na reta numérica, 10 está à direita de 2,5.

**b)** O oposto de −10 é 10. 7. b) Resposta: Verdadeira.

**c)** O módulo de $-\frac{3}{2}$ é 1, pois, na reta numérica, a distância entre 3 e 2 mede 1 unidade.

**8.** Copie a reta numérica apresentada.

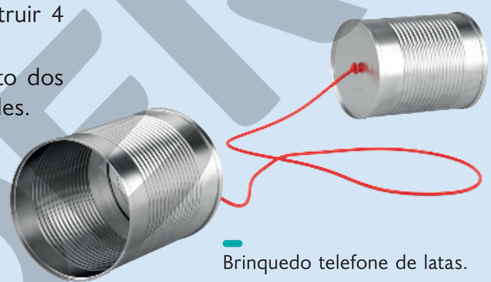



Depois, represente nela os números a seguir.
8. Resposta na seção **Resoluções**.

2,1 | −2,4 | $\frac{7}{2}$ | 4,9 | $-\frac{12}{6}$ | $\frac{9}{5}$ | −1,5

**9.** Mariana e seus amigos vão construir 4 telefones de latas.
Confira a medida do comprimento dos quatro barbantes utilizados por eles.

• Barbante **1**: 2,3 m.
• Barbante **2**: 1,8 m.
• Barbante **3**: 4,7 m.
• Barbante **4**: 1,1 m.





Brinquedo telefone de latas.

**a)** Qual barbante tem a menor medida de comprimento? 9. a) Resposta: Barbante **4**.

**b)** Escreva as medidas dos comprimentos dos barbantes em ordem decrescente.
9. b) Resposta: 4,7 m, 2,3 m, 1,8 m, 1,1 m.

**10.** Leia as dicas apresentadas a seguir.

• O algarismo dos décimos é 3.
• O número é maior do que 10 e menor do que 16.
• O valor correspondente ao algarismo das unidades é um divisor de 36.
• O algarismo das unidades é um número primo e ímpar.

Qual é o número desconhecido? 10. Resposta: 13,3.

**11.** Tales vai comprar um computador. Em fevereiro, ele poupou $\frac{3}{5}$ do valor do equipamento e em março, poupou $\frac{7}{8}$. Em qual mês Tales economizou a maior quantia?
11. Resposta: Em março.

7. c) Resposta: Falsa. Sugestão de correção: O módulo de $-\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$, pois, na reta numérica, a distância entre o ponto correspondente ao número $-\frac{3}{2}$ e a origem mede $\frac{3}{2}$ de unidade.

94





## 11. Objetivo

• Avaliar se os estudantes comparam frações com denominadores diferentes.

## Como proceder

• Analise se os estudantes compreendem que, para comparar frações, os denominadores precisam ser iguais. Acompanhe se usam o conceito de frações equivalentes. Caso tenham alguma dificuldade, desenhe na lousa algumas figuras que representem frações com denominadores diferentes e explique o processo de equivalência.

UNIDADE

# 5 Operações com números racionais


ILUSTRAÇÃO: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA. FOTO: SIMON KADULA/SHUTTERSTOCK

Pessoa imprimindo um cupom fiscal, no qual constam discriminados os valores das compras de um consumidor, além do pagamento e do troco, expressos por números racionais.



## Agora vamos estudar...

- adição e subtração de números racionais;
- multiplicação e divisão de números racionais;
- potenciação cuja base é um número racional.



- A página de abertura desta unidade apresenta um cupom fiscal. Diga aos estudantes que, em geral, este comprovante discrimina o preço, a quantidade e a descrição do produto comprado, conforme mostra a imagem.

Verifique se os estudantes relacionam a imagem desta página com os conteúdos que serão abordados na unidade. Se necessário, explique a eles que estudarão operações com números racionais e que no cupom fiscal da imagem podemos notar a multiplicação (da quantidade pelo preço de cada produto), a adição (para obter o valor total da compra) e a subtração (para determinar o troco que deve ser devolvido ao cliente).

- Os dados apresentados na nota fiscal desta página são fictícios.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas** nas orientações gerais deste manual.

### Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, proponha o seguinte problema: Marcos foi ao supermercado e gastou R$ 22,30. Sabendo que ele tinha 7 moedas de 50 centavos e 2 cédulas de 10 reais disponíveis para pagar a compra, quantos reais lhe sobraram depois do pagamento?

**Resolução e comentários**

Calculando a quantia que Marcos tinha:

$7 \cdot 0{,}50 = 3{,}50$

$2 \cdot 10 = 20$

$3{,}50 + 20 = 23{,}50$

Assim, Marcos tinha R$ 23,50.

Subtraindo a quantia que ele gastou:

$23{,}50 - 22{,}30 = 1{,}20$

Portanto, sobraram R$ 1,20.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Objetivos da unidade

- Realizar adição e subtração com frações.
- Fazer operações de adição e subtração de um número inteiro com uma fração.
- Calcular o produto de um número inteiro por uma fração e o produto de duas frações.
- Calcular o quociente de um número inteiro por uma fração e o quociente entre duas frações.
- Efetuar adições e subtrações com números na forma decimal.
- Multiplicar número decimal por um natural e um decimal por outro decimal.
- Realizar divisão de números naturais que resultem em quociente decimal e de um número decimal por um número natural.
- Calcular potenciação cuja base seja um número racional.
- Resolver problemas que envolvam adições, subtrações, multiplicações e divisões com números racionais.

## Justificativas

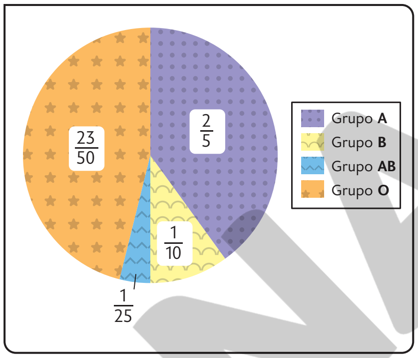
Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o trabalho com os números racionais e operações nas diferentes representações. Para apresentar adição e subtração de frações, utiliza-se uma atividade com um levantamento estatístico da ocorrência de cada grupo sanguíneo na população mundial, abordando, assim, um tema da realidade próxima do estudante.

Os números decimais estão presentes em muitas situações do dia a dia. Portanto, naturalmente, eles fazem parte da realidade dos estudantes e funcionam como pontos de articulação ao trabalhar conteúdos de **Grandezas e medidas**, como na medição de comprimento, de massa e de capacidade ou na compra de produtos. Desse modo, esta unidade explora situações próximas ao cotidiano dos estudantes, a fim de que eles percebam a aplicabilidade dos números racionais nas diferentes representações.

# Adição e subtração de números racionais na forma de fração

Os tipos ou grupos sanguíneos dos seres humanos são **A**, **B**, **AB** e **O**. Verifique no gráfico a fração aproximada da população mundial que faz parte de cada um deles. Que fração da população corresponde ao grupo sanguíneo **A** ou **B**?

**Ocorrência de cada grupo sanguíneo na população mundial**




Fonte de pesquisa: HERLIHY, Barbara; MAEBIUS, Nancy K. *Anatomia e Fisiologia do Corpo Humano Saudável e Enfermo*. Tradução: Cíntia Bovi Binotti *et al.* Barueri: Manole, 2002. p. 278.

Podemos responder a essa questão com o resultado de uma adição de frações, assunto que provavelmente você já estudou em anos anteriores. Nesse caso, precisamos calcular $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$.

Note que essas frações têm denominadores diferentes. Assim, para adicioná-las, determinamos frações equivalentes a elas, com o mesmo denominador.

$$\frac{2}{5} \overset{\cdot 2}{=} \frac{4}{10} \qquad \frac{2}{5} \overset{\cdot 3}{=} \frac{6}{15}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15}$$

Nesse caso, não precisamos obter uma fração equivalente a $\frac{1}{10}$, pois $\frac{4}{10}$, que equivale a $\frac{2}{5}$, tem denominador 10. Em seguida, adicionamos as frações com mesmo denominador e simplificamos o resultado, obtendo uma fração irredutível.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} \overset{:5}{=} \frac{1}{2}$$

Também podemos realizar esse cálculo usando o mínimo múltiplo comum para obter frações equivalentes com o mesmo denominador. Nesse caso, o mmc(5, 10).

mmc(5, 10)

| | |
|---|---|
| 5,10 | 2 |
| 5,5 | 5 |
| 1,1 | |

mmc(5, 10) = 2 · 5 = 10

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \underbrace{\frac{4}{10}}_{(10\,:\,5)\,\cdot\,2} + \underbrace{\frac{1}{10}}_{(10\,:\,10)\,\cdot\,1} = \frac{5}{10} \overset{:5}{=} \frac{1}{2}$$

**Atenção!**

Dividimos o mmc obtido pelo denominador de cada fração. Em seguida, multiplicamos o resultado dessa divisão pelo numerador de cada uma. Com isso, obtemos frações equivalentes às iniciais com denominador igual ao mmc que, neste caso, é 10.

O resultado obtido, $\frac{1}{2}$, representa a fração da população correspondente ao grupo sanguíneo A ou B.

96





- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento prévio dos estudantes relacionado à adição e à subtração de frações. Questione-os se compreendem como realizar adição ou subtração de frações com denominadores diferentes. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto e tornando o estudo mais significativo.
- Os conteúdos desta unidade desenvolvem a habilidade **EF07MA11**, ao compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias, e a habilidade **EF07MA12**, ao resolver e elaborar problemas que envolvem as operações com números racionais.

É possível efetuar cálculos envolvendo números inteiros e fracionários, e esse assunto provavelmente já foi visto por você em anos anteriores. Por exemplo, podemos obter o resultado de $3 + \frac{1}{3} - \frac{4}{7}$ da seguinte maneira.

**1.** Escrevemos uma fração que representa o número 3.

$$\underbrace{3}_{3 = 3 : 1 = \frac{3}{1}} + \frac{1}{3} - \frac{4}{7} = \frac{3}{1} + \frac{1}{3} - \frac{4}{7}$$

**2.** Calculamos o mmc dos denominadores.

mmc(1,3,7)

| | |
|---|---|
| 1,3,7 | 3 |
| 1,1,7 | 7 |
| 1,1,1 | |

mmc(1,3,7) = 3 · 7 = 21

**3.** Usando o mmc, realizamos o cálculo.

$$\frac{3}{1} + \frac{1}{3} - \frac{4}{7} = \frac{\overset{(21:1)\cdot 3}{63}}{21} + \frac{\overset{(21:3)\cdot 1}{7}}{21} - \frac{\overset{(21:7)\cdot 4}{12}}{21} = \frac{63 + 7 - 12}{21} = \frac{58}{21}$$

Portanto, o resultado obtido é $\frac{58}{21}$.

**Atenção!**

Em uma adição ou subtração de frações com denominadores diferentes, inicialmente obtemos frações equivalentes a elas com o mesmo denominador. Em seguida, adicionamos ou subtraímos os numeradores delas.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**1.** Junte-se a um colega e, conforme os dados do gráfico da página anterior, respondam às questões a seguir.

a) Que fração representa a população que tem o grupo sanguíneo **O** ou **AB**?

b) Que fração representa a diferença entre a população que tem o grupo sanguíneo **O** e a que tem o **A**?

c) Que fração representa a diferença entre a população que tem o grupo sanguíneo **B** e a que tem o **AB**?

d) Que fração representa a população que tem o grupo sanguíneo **A**, **B** ou **AB**?

1. Respostas: a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{50}$; c) $\frac{3}{50}$; d) $\frac{27}{50}$.





- A atividade **1** tem como proposta o trabalho em grupo, aspecto que colabora para o desenvolvimento da empatia, do diálogo e da cooperação, promovendo o respeito a ideias diferentes e o combate a preconceitos, além de auxiliar nas aprendizagens, o que favorece o desenvolvimento da **Competência geral 9**. O tema referente a cada grupo sanguíneo na população mundial associa-se ao componente curricular de **Ciências**. Para tirar melhor proveito desse contexto, peça aos estudantes que pesquisem mais informações sobre os grupos sanguíneos e os fatores Rh.

Analise se eles compreendem o que significa calcular a diferença entre as frações e como transformam as frações em outras equivalentes a elas. Caso perceba dificuldade, apresente na lousa alguns exemplos.

### Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Nas atividades **2** e **4**, a fim de sanar dúvidas, relembre que para adicionar ou subtrair frações é preciso obter frações equivalentes a elas e que um dos mecanismos para isso é calcular o mínimo múltiplo comum. Explique, se necessário, que um número inteiro tem denominador igual a 1.

• A atividade **3** envolve a ideia de fração como parte de um todo. Nela, os estudantes precisam identificar que o mosaico foi dividido em 75 partes. Após a identificação das frações de acordo com as cores, a resolução dos itens requer a adição de fração com denominadores diferentes. Analise se eles compreendem os processos de equivalência ou do mínimo múltiplo comum apresentado no início da unidade e, caso note dificuldade, auxilie-os resolvendo alguns exemplos na lousa. Esta atividade também envolve o trabalho com os colegas, assim, da mesma forma que a atividade **1**, aborda a **Competência geral 9**.

• Na atividade **5**, analise se os estudantes compreendem que precisam calcular a diferença entre $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$. Para tirar melhor proveito da situação, explore outras possiblidades supondo que os ponteiros estivessem marcando outras partes.

• Analise se os estudantes compreendem quais operações serão usadas na resolução das atividades **6** e **7**. Caso tenham dificuldade, faça questionamentos que os auxiliem na interpretação do contexto e na identificação das operações e processos de resolução. Desenvolva um trabalho cooperativo e colaborativo com eles.

• Na atividade **8**, para tirar mais proveito e sanar possíveis dúvidas dos estudantes, dê, por meio de questionamentos, algumas pistas a eles para que compreendam a atividade e identifiquem que no item **a** as frações a ser adicionadas são $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{5}$, e no item **b**, $\frac{2}{6}$ e $\frac{2}{5}$.

As atividades **6**, **7** e **8** desta página podem ser trabalhadas por meio da resolução de problemas. Nela, alguns passos são importantes para a aprendizagem dos estudantes, tais como: leitura individual e coletiva do problema para compreendê-lo, obtenção dos dados, observação e incentivo, busca de consenso, registro na lousa e sistematização. Obtenha informações a respeito desse assunto no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.

**2.** Efetue os cálculos em seu caderno.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{7} + \frac{4}{5}$

c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$

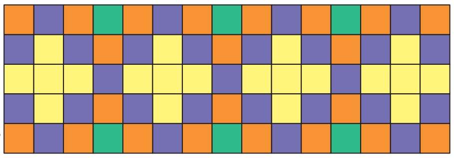
d) $\frac{2}{9} - \frac{1}{6}$

e) $\frac{5}{18} + \frac{1}{6} + \frac{5}{3}$

f) $\frac{9}{15} + \frac{1}{5} - \frac{5}{3}$

2. Respostas: a) $\frac{11}{12}$; b) $\frac{38}{35}$; c) $\frac{7}{15}$; d) $\frac{1}{18}$; e) $\frac{38}{18}$ ou $\frac{19}{9}$; f) $-\frac{13}{15}$.

**3.** O mosaico a seguir é formado por quadrados com as mesmas dimensões.


HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

Que fração representa as partes do mosaico pintadas de:

a) verde ou amarelo?

b) amarelo ou roxo?

c) verde, amarelo, roxo ou laranja?

d) verde, laranja ou roxo?

e) amarelo, laranja ou roxo?

f) Junte-se a um colega e expliquem como vocês fizeram para resolver os itens **c** e **e**. 3. f) Resposta pessoal.

3. Respostas: a) $\frac{26}{75}$; b) $\frac{47}{75}$; c) $\frac{75}{75}$ ou 1; d) $\frac{11}{15}$; e) $\frac{23}{25}$.

**4.** Efetue os cálculos a seguir.

a) $2 + \frac{1}{5} - \frac{5}{6}$

b) $\frac{4}{5} + \frac{3}{2} - 1$

c) $4 - \frac{7}{3} + \frac{3}{8}$

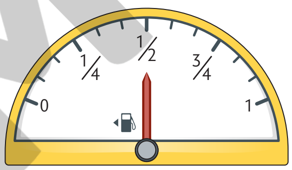
d) $\frac{1}{8} + 4 + 5$

e) $\frac{1}{3} + 3 - \frac{12}{5}$

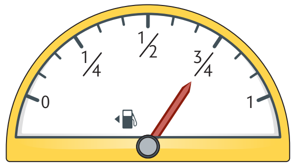
4. Respostas: a) $\frac{41}{30}$; b) $\frac{13}{10}$; c) $\frac{49}{24}$; d) $\frac{73}{8}$; e) $\frac{14}{15}$.

**5.** Analise o marcador de combustível do automóvel de Arnaldo antes e depois de abastecê-lo.

Antes de abastecer




Depois de abastecer



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

Que fração do tanque representa a quantidade de combustível colocada ao abastecer? 5. Resposta: $\frac{1}{4}$.

**6.** De 1920 a 2021, o Brasil conquistou 150 medalhas, ao todo, nos jogos olímpicos, das quais $\frac{37}{150}$ foram de ouro, $\frac{7}{25}$ foram de prata e o restante, de bronze.

a) Que fração do total de medalhas representa as de ouro e as de prata conquistadas pelo Brasil nos jogos olímpicos? 6. a) Resposta: $\frac{79}{150}$.

b) Que fração representa as medalhas de bronze conquistadas pelo Brasil? 6. b) Resposta: $\frac{71}{150}$.

c) Quantas medalhas de ouro o Brasil conquistou ao todo nos jogos olímpicos no período de 1920 a 2021? E de prata? E de bronze?

**7.** Na biblioteca de uma escola, há uma estante com diversos livros, dos quais $\frac{2}{5}$ são de Matemática e $\frac{3}{7}$ são de Geografia.

Que fração do total de livros dessa estante representa os de Matemática e os de Geografia juntos? 7. Resposta: $\frac{29}{35}$.

**8.** Uma indústria recebeu uma encomenda para fabricar certa quantidade de peças. Para produzi-las, uma das máquinas demora 6 h e outra, mais moderna, 5 h.

Se as duas máquinas trabalharem juntas, que fração do total da encomenda elas fabricariam em:

a) 1 h?

b) 2 h?

8. Respostas: a) $\frac{11}{30}$; b) $\frac{11}{15}$.

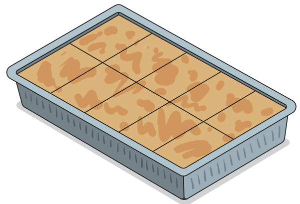
6. c) Resposta: 37 medalhas de ouro; 42 medalhas de prata; 71 medalhas de bronze.

# Multiplicação de números racionais na forma de fração

## Multiplicação de um número natural por uma fração

Joana comprou uma torta dividida em 10 pedaços iguais e comeu 3 deles. Que fração da torta Joana comeu?

Podemos responder a essa pergunta resolvendo uma adição de frações.



HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

Essa adição tem 3 parcelas iguais a $\frac{1}{10}$. Então, podemos indicá-la pela seguinte multiplicação.

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = 3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{3 \cdot 1}{10} = \frac{3}{10}$$

Portanto, Joana comeu $\frac{3}{10}$ da torta.

**Atenção!**

Para multiplicar um número natural por uma fração, efetuamos a multiplicação dele pelo numerador da fração e mantemos o denominador.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**9.** Efetue os cálculos.

a) $9 \cdot \frac{11}{100}$

b) $5 \cdot \frac{2}{13}$

c) $2 \cdot 6 \cdot \frac{4}{7}$

d) $5 \cdot 6 \cdot \frac{2}{50}$

9. Respostas: a) $\frac{99}{100}$; b) $\frac{10}{13}$; c) $\frac{48}{7}$; d) $\frac{60}{50}$ ou $\frac{6}{5}$.

**10.** Heitor tinha R$ 56,00 e gastou $\frac{1}{4}$ dessa quantia na compra de um caderno. Quantos reais custou esse caderno?

Para obter o preço do caderno, precisamos calcular $\frac{1}{4}$ de 56, ou seja, $\frac{1}{4} \cdot 56$.

Copie o cálculo a seguir no caderno substituindo ■ pelo número adequado.

$$\frac{1}{4} \cdot 56 = \frac{1 \cdot ■}{4} = ■$$

Portanto, o caderno custou R$ ■,00.

10. Resposta: $\frac{1}{4} \cdot 56 = \frac{1 \cdot 56}{4} = 14$; R$ 14,00.

**11.** Em seu caderno, calcule e simplifique os resultados.

11. Respostas: a) 7; b) 6; c) 21; d) 27; e) 45.

a) $\frac{1}{7} \cdot 49$

b) $\frac{2}{9} \cdot 27$

c) $\frac{3}{5} \cdot 35$

d) $\frac{3}{4} \cdot 36$

e) $\frac{5}{6} \cdot 54$

**12.** Em uma meia maratona o atleta percorre uma distância medindo 21 097 m. Em uma dessas provas, certo atleta percorreu em média $\frac{1}{68}$ do percurso a cada minuto.

a) Após 17 min, que fração do percurso ele percorreu?

b) A fração do percurso obtida no item **a** corresponde aproximadamente a uma medida de distância de quantos metros?

12. Respostas: a) $\frac{1}{4}$; b) Aproximadamente 5 274,25 m.



• Esta página inicia com um problema cujo contexto colabora para a produção de significados para a multiplicação de um número natural por uma fração. Antes de apresentar as explicações teóricas, anote o problema na lousa, forme duplas, proponha a leitura para a compreensão das informações e identificação do que se pede e oriente-os a buscar procedimentos para resolvê-lo. Deixe-os apresentar para a turma os processos utilizados na resolução e, por fim, sistematize na lousa a multiplicação de um número natural por uma fração, do modo como o livro apresenta.

Diga aos estudantes que considerem a torta dividida em partes exatamente iguais, o que, em geral, não ocorre com precisão na realidade. Para ampliar a discussão, proponha outra situação. Por exemplo: "Há três tortas de sabores diferentes divididas em 8 pedaços iguais e uma pessoa comeu um pedaço de cada. Qual fração representa o total que essa pessoa comeu?".

• As atividades deste tópico desenvolvem a habilidade **EF07MA11**, ao compreender e utilizar a multiplicação de números racionais e suas propriedades operatórias, e a habilidade **EF07MA12**, ao resolver e elaborar problemas que envolvem operações com números racionais.

• As atividades **9** e **11** requerem a multiplicação envolvendo número natural a fração. Analise se os estudantes compreenderam que é necessário multiplicar o número natural pelo numerador da fração. Se perceber dúvidas, retome as explicações do problema da torta, apresentadas no início desta página.

• Nas atividades **10** e **12**, é necessário fazer uma leitura cuidadosa para interpretar as informações. Caso os estudantes tenham dificuldades, faça uma leitura coletiva para que obtenham as informações e compreendam o que o problema pede. Acompanhe os processos que utilizam na resolução e verifique se eles identificam quando uma fração pode ser simplificada ou quando é necessário dividir o numerador pelo denominador.

- No início do trabalho com multiplicação de uma fração por outra fração, o livro apresenta um problema contextualizado que permite a produção de significados para este conteúdo. Para tirar melhor proveito, anote o problema na lousa, forme duplas e permita que eles realizem a leitura para a compreensão das informações e para identificar o que se pede, buscando procedimentos de resolução. Após o trabalho dos grupos, faça uma plenária com as ideias dos estudantes. Depois, apresente a resolução do modo como é proposto no livro, fazendo conexões com o que foi dito pelos estudantes.
- A questão **1** complementa a situação introdutória desta página. Acompanhe se os estudantes identificam a fração $\frac{2}{5}$ a ser multiplicada por $\frac{1}{4}$ para obter a fração de pastéis de queijo.
- A questão **2** também está associada à situação introdutória da página. Acompanhe se os estudantes percebem que, neste caso, podem multiplicar o número natural 1200 pela fração $\frac{3}{20}$ e pela fração $\frac{2}{20}$ para identificar, respectivamente, a quantidade de pastéis de carne e de queijo, ou podem calcular $\frac{1}{4}$ de 1200 multiplicando as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{5}$ por 300 para obter as quantidades de pastéis.

## Multiplicação de uma fração por outra fração

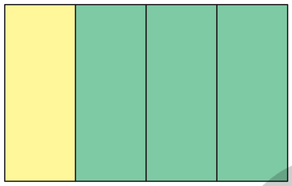
Do total de salgados que Tatiane preparou para uma festa de aniversário, $\frac{1}{4}$ representa a quantidade de pastéis, dos quais $\frac{3}{5}$ eram de carne e o restante era de queijo.

Que fração do total de salgados representa a quantidade de pastéis de carne?

Podemos responder a essa pergunta calculando $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{4}$, ou seja, $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4}$.

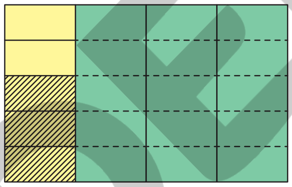
Podemos fazer esse cálculo utilizando figuras.

**1º.** Representamos pela figura a seguir o total de salgados que Tatiane preparou, e a dividimos em 4 partes iguais, indicando na cor amarela $\frac{1}{4}$ dos salgados, que corresponde aos pastéis.



**2º.** Dividimos em 5 partes iguais a parte indicada em amarelo e consideramos 3 delas, pois queremos calcular $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{4}$.

Pela figura, percebemos que 3 partes de 20 foram consideradas.



Questão 1. Resposta: $\frac{2}{20}$ ou $\frac{1}{10}$.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4}$ corresponde a $\frac{3}{20}$, ou seja, $\frac{3}{20}$ dos salgados eram pastéis de carne.

**Questão 1.** Que que fração dos salgados representa a quantidade de pastéis de queijo?

**Questão 2.** Sabendo que Tatiane preparou 1200 salgados ao todo, responda em seu caderno: Quantos pastéis eram de carne? E quantos eram de queijo?

Questão 2. Respostas: 180 pastéis eram de carne; 120 pastéis eram de queijo.

**Atenção!**

A maneira prática de multiplicar duas frações é multiplicando o numerador de uma pelo numerador da outra e o denominador de uma pelo denominador da outra. Analise outros exemplos.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{70}$$

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**13.** Calcule:

**a)** o triplo de $\frac{7}{10}$.

**b)** o quádruplo de $\frac{5}{12}$.

**c)** o dobro de $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8}$.

**d)** a metade de $\frac{12}{11} \cdot \frac{5}{6}$.

**e)** dois terços de $\frac{6}{10} \cdot \frac{9}{30}$.

**f)** cinco oitavos de $\frac{8}{7} \cdot \frac{32}{50}$.

13. Respostas: a) $\frac{21}{10}$; b) $\frac{20}{12}$ ou $\frac{5}{3}$; c) $\frac{42}{40}$ ou $\frac{21}{20}$; d) $\frac{60}{132}$ ou $\frac{5}{11}$; e) $\frac{108}{900}$ ou $\frac{3}{25}$; f) $\frac{1280}{2800}$ ou $\frac{16}{35}$.

**14.** Copie no caderno os itens, substituindo as letras por números, de modo que as igualdades sejam verdadeiras.

**a)** $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{15}{18}$

**b)** $\frac{E}{A} \cdot \frac{B}{C} = \frac{12}{20}$

**c)** $\frac{E}{B} \cdot \frac{C}{E} = \frac{8}{24}$

**d)** $\frac{F}{B} \cdot \frac{C}{E} = \frac{27}{40}$

**e)** $\frac{A}{B} \cdot \frac{F}{A} = \frac{10}{15}$

**f)** $\frac{E}{C} \cdot \frac{C}{F} = \frac{28}{36}$

**Atenção!**

Em cada item, letras iguais representam números iguais.

15. b) Resposta: 480 pães de leite.

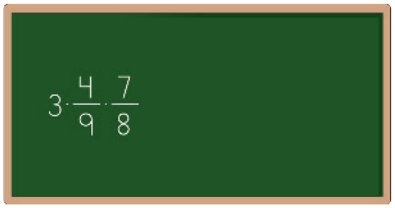
**15.** Uma padaria produz diariamente 2 240 pães, dos quais $\frac{1}{16}$ é do tipo doce e $\frac{2}{7}$ são de leite. Em certo dia, em consequência de um problema no forno, essa padaria produziu $\frac{1}{4}$ dos pães do tipo doce e $\frac{3}{4}$ dos pães de leite que normalmente prepara. No dia que ocorreu o problema no forno, essa padaria produziu quantos:

**a)** pães do tipo doce?

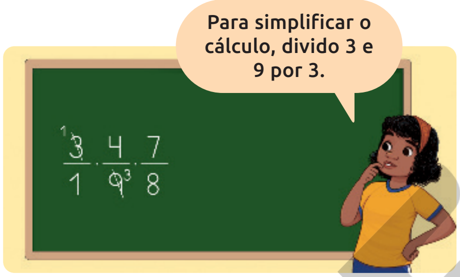
**b)** pães de leite?

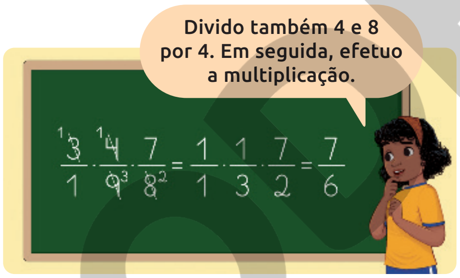
15. a) Resposta: 35 pães do tipo doce.

**16.** A professora de Camila escreveu o cálculo a seguir na lousa para os estudantes resolverem.




Camila resolveu esse cálculo simplificando as frações.




ILUSTRAÇÕES: ANDRÉ AGUIAR E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

De maneira semelhante, simplifique em seu caderno as frações de cada item e determine o resultado dos cálculos.

**a)** $\frac{12}{35} \cdot \frac{14}{27}$

**b)** $\frac{64}{65} \cdot \frac{39}{88}$

**c)** $\frac{81}{91} \cdot \frac{7}{45} \cdot 5$

**d)** $\frac{3}{20} \cdot \frac{25}{8} \cdot \frac{30}{15}$

**e)** $\frac{33}{100} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{40}{32}$

**f)** $\frac{25}{13} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{26}{45}$

16. Respostas: a) $\frac{8}{45}$; b) $\frac{24}{55}$; c) $\frac{9}{13}$; d) $\frac{15}{16}$; e) $\frac{3}{10}$; f) $\frac{4}{9}$.

14. Sugestão de respostas: a) $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{15}{18}$; b) $\frac{2}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{12}{20}$; c) $\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4} = \frac{8}{24}$; d) $\frac{3}{10} \cdot \frac{9}{4} = \frac{27}{40}$; e) $\frac{1}{15} \cdot \frac{10}{1} = \frac{10}{15}$; f) $\frac{7}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{28}{36}$.





- Na atividade **13**, peça aos estudantes que, quando possível, simplifiquem as frações obtidas. Leve-os a perceber que, para calcular a metade de uma fração, deve-se multiplicá-la por $\frac{1}{2}$. De maneira semelhante, para calcular dois terços e cinco oitavos de uma fração, deve-se multiplicá-la por $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{8}$, respectivamente.
- Existem várias soluções para a atividade **14**. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas das possíveis frações na lousa e converse com eles sobre as diferentes possibilidades para o mesmo item.
- Para tirar melhor proveito da atividade **15**, proponha aos estudantes a atividade do boxe **Atividade a mais**, nesta página, reproduzindo-a na lousa para que eles copiem no caderno.
- Se os estudantes tiverem dificuldade na atividade **16** para fazer as simplificações, resolva alguns dos itens na lousa. Se achar conveniente, elabore mais itens para essa atividade, com a finalidade de consolidar a aprendizagem dos processos necessários.

### Atividade a mais

- Uma pesquisa sobre a quantidade de livros lida no último ano foi realizada com 294 pessoas. Sabendo que $\frac{3}{7}$ dos participantes disseram não ter lido livros no ano e que, do restante que leu ao menos um livro, $\frac{2}{3}$ leram obras de ficção, responda às questões a seguir.

**a )** Quantas pessoas entrevistadas leram livros de ficção?

**b )** Que fração das pessoas entrevistadas representa essa quantidade?

### Resoluções e comentários

**a )** Para identificar a quantidade de entrevistados que não leu nenhum livro, precisamos multiplicar o número natural 294 pela fração $\frac{3}{7}$, ou seja, $294 \cdot \frac{3}{7} = 126$.

Desse modo, 126 entrevistados não leram nenhum livro no último ano. Na sequência, devemos calcular $294 - 126 = 168$. Nesse caso, 168 pessoas leram ao menos um livro. Por fim, devemos calcular dessa quantidade os $\frac{2}{3}$ que leram obras de ficção: $\frac{2}{3} \cdot 168 = 112$.

Portanto, 112 pessoas leram livros de ficção no último ano.

**b )** Sabemos que 294 é o todo, ou seja, o denominador da fração, e que 112 é a parte. Assim, temos a fração $\frac{112}{294}$. Podemos simplificar essa fração dividindo o numerador e o denominador por 14:

$\frac{112}{294} = \frac{8}{21}$

Portanto, a fração de pessoas entrevistadas é $\frac{8}{21}$.

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que resolvam a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular de quantas garrafas de $\frac{1}{2}$ L Fernando vai precisar. Depois, apresente as explicações que constam no livro.
- As atividades deste tópico abordam a habilidade **EF07MA11**, ao compreender e utilizar a divisão de números racionais e suas propriedades operatórias, e a habilidade **EF07MA12**, ao resolver e elaborar problemas que envolvem as operações com números racionais.
- Na questão **3**, peça aos estudantes que desenhem figuras que auxiliem a resolução. Após a compreensão do processo de divisão de um número inteiro por uma fração, sistematize que dividir um número natural diferente de zero por uma fração é o mesmo que multiplicá-lo pelo inverso da fração.

# Divisão de números racionais na forma de fração

## Divisão de um número natural por uma fração

Fernando vai acampar em Ilhabela (SP) e vai levar, entre outros itens, 2 L de suco distribuídos em garrafas com capacidade para $\frac{1}{2}$ L cada.

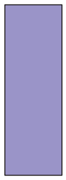
De quantas garrafas de $\frac{1}{2}$ L ele vai precisar?

Podemos responder a essa pergunta obtendo o resultado da divisão a seguir.

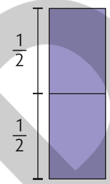
$$\underbrace{2}_{\text{quantidade total de suco, em litros}} : \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{medida da capacidade de cada garrafa, em litro}}$$

Podemos efetuar esse cálculo usando figuras.

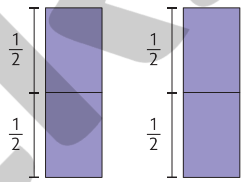
**1º** Representamos 1 L de suco, ou seja, a unidade, por uma figura.



**2º** Em seguida, dividimos essa figura em 2 partes iguais. Cada uma delas representa $\frac{1}{2}$ L de suco.




**3º** Como o conteúdo total de suco é 2 L, devemos representar 2 unidades e dividir cada uma em duas partes iguais.




$\frac{1}{2}$ cabe 4 vezes em 2 unidades, ou seja, $2 : \frac{1}{2} = 4$.

Portanto, Fernando vai precisar de 4 garrafas de $\frac{1}{2}$ L para levar 2 L de suco.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**Questão 3.** Se Fernando fosse levar 3 L de suco, quantas garrafas de $\frac{1}{2}$ L seriam necessárias?

Questão 3. Resposta: 6 garrafas.

**Atenção!**

A maneira prática de dividir um número natural diferente de zero por uma fração é multiplicá-lo pelo inverso da fração.

Analise um exemplo.

$$5 : \underbrace{\frac{2}{5}}_{\text{fração}} = 5 \cdot \underbrace{\frac{3}{2}}_{\text{inverso da fração } \frac{2}{3}} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2}$$

**Atenção!**

O inverso de uma fração é outra que, multiplicada por ela mesma, resulta em 1. Por exemplo, o inverso de $\frac{5}{4}$ é $\frac{4}{5}$, pois $\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} = 1$.

# Divisão de uma fração por um número natural

Uma fábrica produziu 885 pares de calçados em uma semana. Dessa produção, $\frac{1}{5}$ era de calçados masculinos e o restante, de calçados femininos. Os calçados masculinos foram entregues aos revendedores em três lotes, com a mesma quantidade de pares em cada um.

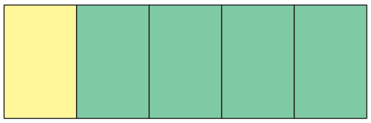
Que fração da produção total cada lote de calçados masculinos representa?

Podemos responder a essa pergunta obtendo o resultado da divisão a seguir.

$$\underbrace{\frac{1}{5}}_{\text{fração que representa a quantidade de calçados masculinos em relação ao total}} : \underbrace{3}_{\text{quantidade de lotes}}$$

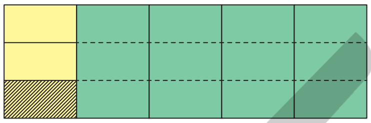
Acompanhe como efetuar esse cálculo usando figuras.

**1º.** Representamos a produção total da fábrica por um retângulo. Em seguida, dividimos essa figura em 5 partes iguais e indicamos na cor amarela $\frac{1}{5}$ da produção, que corresponde aos calçados masculinos.



**2º.** Dividimos em 3 partes iguais a parte indicada em amarelo e consideramos 1 delas, pois queremos calcular $\frac{1}{5} : 3$.

Na figura, percebemos que 1 parte de 15 foi considerada



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, cada lote de calçados masculinos representa $\frac{1}{15}$ da produção total.

**Questão 4.** Quantos pares de calçados masculinos foram produzidos por essa fábrica nessa semana? E quantos pares de calçados femininos?

Questão 4. Respostas: 177 pares; 708 pares.

**Questão 5.** Quantos pares de calçados masculinos há em cada lote?

Questão 5. Resposta: 59 pares.

**Questão 6.** Os pares de calçados femininos foram divididos em dois lotes iguais. Que fração representa a quantidade de pares de calçados de cada lote em relação ao total produzido?

Questão 6. Resposta: $\frac{4}{10}$ ou $\frac{2}{5}$.

**Atenção!**

A maneira prática de dividir uma fração por um número natural diferente de zero é multiplicá-la pelo inverso do número.

Analise um exemplo.

$$\frac{1}{4} : \underbrace{3}_{3 = \frac{3}{1}} = \frac{1}{4} \cdot \underbrace{\frac{1}{3}}_{\text{inverso da fração } \frac{3}{1}} = \frac{1}{12}$$

**Atenção!**

Podemos representar qualquer número natural diferente de zero usando uma fração. Por exemplo: $3 = \frac{3}{1}$.

Então, o inverso do número natural 3 é $\frac{1}{3}$.



- Ao trabalhar com os conteúdos desta página, explore as representações geométricas para que os estudantes produzam significado para esta divisão.
- A questão **4** requer o cálculo das quantidades, que pode ser obtido pelo processo de multiplicar um número natural por uma fração. Se achar conveniente, troque os números da situação e peça que refaçam os cálculos utilizando esses novos números.
- Na questão **5**, analise se os estudantes utilizam o resultado da divisão $\frac{1}{5} : 3$ ou se buscam a resposta a partir da questão **4**, dividindo 177 por 3. Anote na lousa os diferentes procedimentos e converse com eles fazendo comparações e discutindo a importância de cada um deles.
- Na questão **6**, se julgar conveniente, peça aos estudantes que desenhem figuras no caderno para resolvê-la.



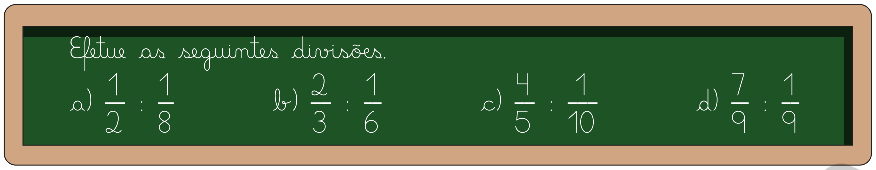


103

- Nesta página, é proposta a divisão de uma fração por outra fração. Verifique se os estudantes fazem analogia com a ideia de dividir uma fração por um número natural e se compreendem o que é o inverso de uma fração. A fim de produzir significados para esta operação, apresente na lousa o processo utilizando as representações geométricas, explore e generalize a ideia de quantas vezes a fração do dividendo cabe na fração do divisor e, depois, sistematize que dividir uma fração por outra fração, com denominador diferente de zero, é multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda.
- Na questão **7**, analise se os estudantes compreendem o que é o inverso de uma fração. Se necessário, retome o processo de multiplicação de duas frações.
- Na atividade **17**, os estudantes terão a oportunidade de comparar a divisão de um número natural por uma fração e de uma fração por um número natural. Explore os processos na lousa utilizando as ideias da turma.
- Aproveite o fato de esta atividade ser proposta em dupla e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente ao *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.
- Existem várias soluções para a atividade **18**. Com a ajuda de alguns estudantes, escreva algumas delas na lousa.
- Para tirar melhor proveito da atividade **19**, peça aos estudantes que criem em uma folha de papel avulsa outras representações geométricas de fração, com alguns itens, utilizando a ideia de quantas vezes a fração do dividendo cabe na do divisor, e deem para um colega resolver. Além disso, complemente a atividade perguntando quantas vezes $\frac{1}{12}$ cabe em $\frac{2}{3}$.

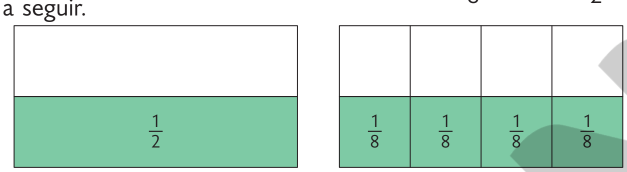
## Divisão de uma fração por outra fração

Um professor propôs aos estudantes a atividade indicada a seguir.




SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Para resolver o item **a**, precisamos saber quantas vezes $\frac{1}{8}$ cabe em $\frac{1}{2}$. Para isso, vamos usar as figuras a seguir.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Analisando as figuras, percebemos que $\frac{1}{8}$ cabe 4 vezes em $\frac{1}{2}$.

Portanto, $\frac{1}{2} : \frac{1}{8} = 4$.

**Questão 7.** De maneira semelhante, calcule em seu caderno o resultado dos itens **b**, **c** e **d**.

Questão 7. Respostas: b) 4; c) 8; d) 7.

Analise um exemplo.

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = \frac{1}{4} \cdot \underbrace{\boxed{\frac{5}{2}}}_{\text{inverso da fração } \frac{2}{5}} = \frac{5}{8}$$

**Atenção!**

A maneira prática de dividir uma fração por outra fração, diferente de zero, é multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda.

### Atividades

Faça as atividades no caderno.

17. Respostas: a) 12; b) 8; c) 6; d) 9; e) 20; f) 7; g) $\frac{1}{4}$; h) $\frac{2}{15}$; i) $\frac{1}{15}$.

**17.** **Junte-se** a um colega, desenhem figuras no caderno e determinem o resultado de cada cálculo.

**a)** $3 : \frac{1}{4}$ **d)** $3 : \frac{1}{3}$ **g)** $\frac{1}{2} : 2$

**b)** $2 : \frac{1}{4}$ **e)** $4 : \frac{1}{5}$ **h)** $\frac{2}{5} : 3$

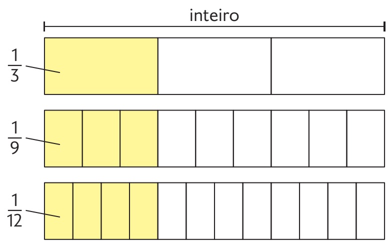
**c)** $2 : \frac{1}{3}$ **f)** $1 : \frac{1}{7}$ **i)** $\frac{1}{3} : 5$

**18.** Escreva no caderno uma divisão de fração por fração cujo resultado seja:

**a)** 5 **b)** 8 **c)** 10

18. Sugestões de respostas: a) $\frac{20}{8} : \frac{10}{20}$; b) $\frac{12}{2} : \frac{3}{4}$; c) $\frac{15}{3} : \frac{2}{4}$.

**19.** Analise as imagens e responda às questões.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Quantas vezes $\frac{1}{9}$ cabe em $\frac{1}{3}$?

**b)** Quantas vezes $\frac{1}{12}$ cabe em $\frac{1}{3}$?

19. Respostas: a) 3 vezes; b) 4 vezes.

**20.** Efetue os cálculos.

a) $4 : \frac{1}{3}$

b) $15 : \frac{2}{3}$

c) $\frac{2}{5} : 3$

d) $\frac{5}{10} : 7$

e) $\frac{2}{5} : \frac{2}{3}$

f) $\frac{1}{6} : \frac{3}{4}$

20. Respostas: a) 12; b) $\frac{45}{2}$; c) $\frac{2}{15}$; d) $\frac{5}{70}$ ou $\frac{1}{14}$; e) $\frac{6}{10}$ ou $\frac{3}{5}$; f) $\frac{4}{18}$ ou $\frac{2}{9}$.

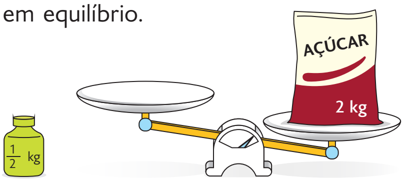
**21.** Faça **estimativas** e associe cada cálculo a um resultado, escrevendo a letra e o número correspondentes.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** | $\frac{1}{3} : 2$ | **1.** | 6 |
| **B.** | $3 : \frac{1}{2}$ | **2.** | $\frac{1}{20}$ |
| **C.** | $\frac{1}{7} : \frac{2}{3}$ | **3.** | $\frac{1}{6}$ |
| **D.** | $\frac{1}{5} : 4$ | **4.** | $\frac{3}{14}$ |

Agora, efetue as operações e verifique se sua resposta está correta.

21. Resposta: A-3; B-1; C-4; D-2.

**22.** Na imagem a seguir, a balança não está em equilíbrio.




HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Quantas peças iguais a que está próxima à balança (de $\frac{1}{2}$ kg) são necessárias para que ela fique em equilíbrio?

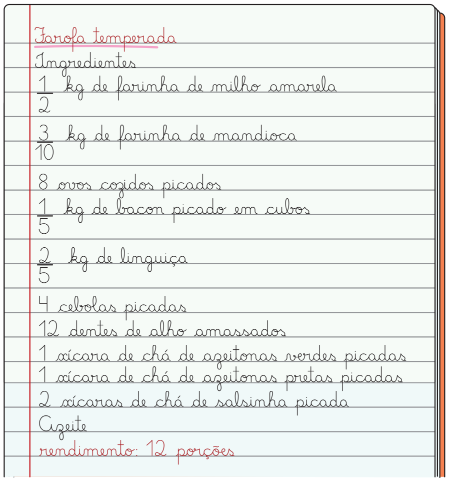
22. Resposta: 4 peças.

**23.** Simone dividiu 3 kg de carne moída em pacotes de $\frac{1}{4}$ kg cada um. Em quantos pacotes essa carne foi dividida?

23. Resposta: 12 pacotes.

**24.** Renato repartiu igualmente $\frac{1}{3}$ das figurinhas que tinha entre seus dois irmãos. Que fração do total de figurinhas cada um deles recebeu? 24. Resposta: $\frac{1}{6}$.

**25.** Leia a seguir uma receita.




HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Com base nas informações dessa receita, escreva no caderno a quantidade de cada ingrediente necessária para preparar:

a) 6 porções.

b) 3 porções.

25. Respostas nas **orientações ao professor**.

**26.** Na lanchonete de Pedro, há uma máquina de suco cujo reservatório está com $\frac{3}{5}$ de sua medida da capacidade. Sabendo que Pedro vende o suco em copos com $\frac{1}{50}$ da capacidade do reservatório da máquina, responda às questões.

a) No máximo, quantos copos de suco podem ser vendidos com o conteúdo que está no reservatório da máquina?

b) Se o reservatório da máquina estivesse completamente cheio, quantos copos de suco, no máximo, poderiam ser vendidos?

c) Sabendo que o reservatório da máquina tem medida de capacidade de 15 L, quantos litros de suco há no reservatório dela?

d) Qual é a medida da capacidade, em litros, de cada copo?

26. Respostas: a) 30 copos; b) 50 copos; c) 9 L; d) $\frac{15}{50}$ L ou $\frac{3}{10}$ L.





- As atividades **20**, **21**, **23** e **24** requerem os cálculos de divisão de fração por número natural e vice-versa. Acompanhe se os estudantes compreenderam os processos e a aplicação contextualizada das atividades **23** e **24**. Se houver dúvidas, retome as explicações das páginas anteriores.

Peça a eles que escrevam no caderno uma divisão para resolver a atividade **23**.

- A atividade **22** traz um contexto associado ao pensamento algébrico. Explore o processo de resolução, verificando se os estudantes usam a ideia de dividir 2 por $\frac{1}{2}$ ou de adicionar as medidas de massa, concluindo que serão necessárias 4 peças.
- A atividade **25** mostra uma aplicação do conteúdo de fração. Nela, os estudantes são convidados a aumentar proporcionalmente uma receita. Complemente a atividade propondo outros itens com outras quantidades de porções.
- Na atividade **26**, organize os estudantes em grupos com até 5 integrantes e peça que conversem entre si, compartilhando as estratégias utilizadas.

## Respostas

**25. a)** $\frac{1}{4}$ kg de farinha de milho amarela; $\frac{3}{20}$ kg de farinha de mandioca; 4 ovos cozidos picados; $\frac{1}{10}$ kg de *bacon* picado em cubos; $\frac{1}{5}$ kg de linguiça; 2 cebolas picadas; 6 dentes de alho amassados; $\frac{1}{2}$ xícara de chá de azeitonas verdes picadas; $\frac{1}{2}$ xícara de chá de azeitonas pretas picadas; 1 xícara de chá de salsinha picada; azeite.

**b)** $\frac{1}{8}$ kg de farinha de milho amarela; $\frac{3}{40}$ kg de farinha de mandioca; 2 ovos cozidos picados; $\frac{1}{20}$ kg de *bacon* picado em cubos; $\frac{1}{10}$ kg de linguiça; 1 cebola picada; 3 dentes de alho amassados; $\frac{1}{4}$ xícara de chá de azeitonas verdes picadas; $\frac{1}{4}$ xícara de chá de azeitonas pretas picadas; $\frac{1}{2}$ xícara de chá de salsinha picada; azeite.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à adição e à subtração de números decimais, assunto possivelmente estudado em anos anteriores. Deixe que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio deles sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Explique aos estudantes os significados de comércio e prestador de serviço, mencionados no texto.
- Os dados apresentados na nota fiscal desta página são fictícios.
- As atividades deste tópico abordam a habilidade **EF07MA12** ao resolver e elaborar problemas que envolvem operações com números racionais.
- As questões **8**, **9** e **10** proporcionam um debate sobre o que é um cupom fiscal, a importância de solicitá-lo no comércio, e traz um alerta sobre quais informações ele deve conter. Nas questões **8** e **9**, argumente com os estudantes a importância dos impostos e como é realizada a aplicação desses recursos, por exemplo, nos projetos sociais que ajudam a melhorar a qualidade de vida de muitos cidadãos, na educação pública e na saúde. Essas questões permitem o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Educação fiscal** e da **Competência geral 7** pelo fato de possibilitar aos estudantes que formulem, negociem e defendam ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitam e promovem os direitos humanos.

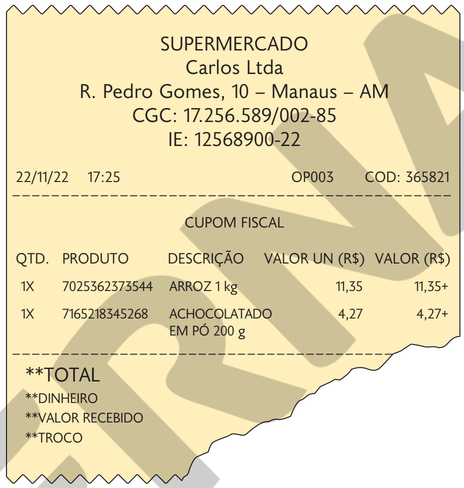
**Metodologias ativas**

Para desenvolver o trabalho com as questões **8** e **9**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## Adição e subtração de números racionais na forma de número decimal

No início desta unidade, vimos uma pessoa imprimindo um cupom fiscal, que, além de discriminar os produtos e seus valores, e caracteriza um documento que certifica o pagamento da compra realizada.

Veja a seguir parte do cupom fiscal que André recebeu ao comprar alguns produtos.




GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Para saber quantos reais ele gastou na compra desses produtos, calculamos 11,35 + 4,27.

No algoritmo usual da adição, escrevemos os números colocando vírgula abaixo de vírgula, como representado a seguir. Para efetuar os cálculos, adicionamos milésimos com milésimos, centésimos com centésimos, décimos com décimos, unidades com unidades, e assim por diante, realizando as trocas quando necessário.

$$\begin{array}{rrrr} & \text{D} & \text{U} & \text{d}\;\text{c} \\ & 1 & 1, & {}^{1}3\;5 \\ + & & 4, & 2\;7 \\ \hline & 1 & 5, & 6\;2 \end{array}$$

Portanto, André gastou R$ 15,62 na compra desses produtos.

Ele pagou a compra com uma cédula de R$ 20,00. Para saber quantos reais recebeu de troco, calculamos 20,00 – 15,62.

No algoritmo usual da subtração, representado a seguir, também escrevemos os números colocando vírgula abaixo de vírgula e, então, subtraímos milésimos de milésimos, centésimos de centésimos, décimos de décimos, unidades de unidades, e assim por diante, realizando as trocas quando necessário.

$$\begin{array}{rrrr} & \text{D} & \text{U} & \text{d}\;\text{c} \\ & {}^{1}\cancel{2} & {}^{9}\cancel{0}, & {}^{9}\cancel{0}\;{}^{1}0 \\ - & 1 & 5, & 6\;2 \\ \hline & 0 & 4, & 3\;8 \end{array}$$

Portanto, André recebeu R$ 4,38 de troco.

**Questão 8.** Em sua opinião, por que devemos pedir cupom fiscal ao efetuar uma compra? Justifique sua resposta no caderno. Questão 8. Resposta pessoal.

**Questão 9.** Faça uma pesquisa para saber quais informações um cupom fiscal deve apresentar e qual é a importância desse documento para os consumidores. Questão 9. Resposta nas **orientações ao professor**.

**Questão 10.** Após a pesquisa realizada na questão anterior, sua opinião em relação à importância de solicitar o cupom fiscal ao realizar uma compra mudou? Converse com os colegas e o professor sobre isso. Questão 10. Resposta pessoal.







**Resposta**

**Questão 9**. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que um cupom fiscal deve conter o nome da empresa, o endereço, o Cadastro Nacional de Pessoas Jurídicas (CNPJ), a data e o horário da compra, os valores e a descrição dos produtos ou serviços. Além disso, eles devem concluir, por exemplo, que o cupom fiscal garante que o produto ou serviço é legal, sendo um documento necessário em caso de troca ou de fiscalização.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**27.** Efetue os cálculos.

**a)** 25,695 + 32,65
**b)** 69,2 − 32,57
**c)** 102,37 + 58,574
**d)** 48,92 − 17,4
**e)** 51,712 − 32,57
**f )** 83,621 + 41,9
**g)** 173,203 + 74,5
**h)** 211,9 − 81,46

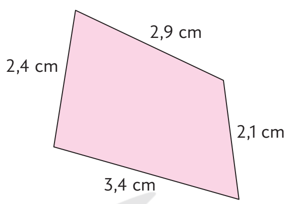
27. Respostas: a) 58,345; b) 36,63; c) 160,944; d) 31,52; e) 19,142; f) 125,521; g) 247,703; h) 130,44.

**28.** Copie os itens no caderno e complete-os substituindo cada ■ pelo número adequado.

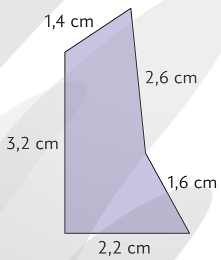
**a)** 24,695 + ■ = 36,256
28. a) Resposta: 24,695 + 11,561 = 36,256.
**b)** 86,32 − ■ = 6,67
28. b) Resposta: 86,32 − 79,65 = 6,67.
**c)** 74,78 − ■ = 22,3
28. c) Resposta: 74,78 − 52,48 = 22,3.
**d)** 53,6 + ■ = 89,37
28. d) Resposta: 53,6 + 35,77 = 89,37.
**e)** 63,19 + ■ = 76,51
28. e) Resposta: 63,19 + 13,32 = 76,51.
**f )** 127,482 − ■ = 68,129
28. f) Resposta: 127,482 − 59,353 = 68,129.

**29.** Calcule a medida do perímetro de cada polígono.

**A.**



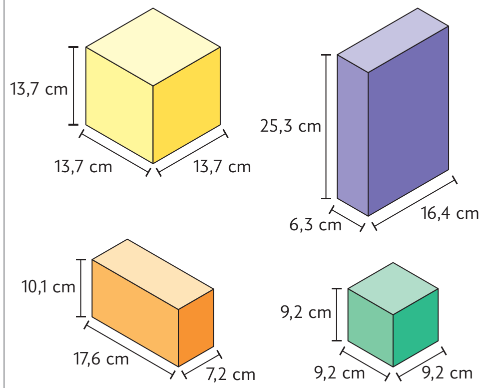

**B.**



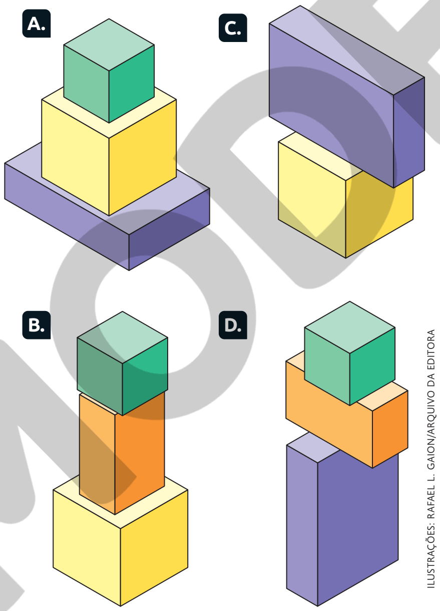

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

29. Respostas: A. 10,8 cm; B. 11 cm.

**30.** Em cada paralelepípedo reto retângulo a seguir estão indicadas as medidas de suas dimensões.




Sabendo que as pilhas representadas nos itens a seguir foram construídas com esses paralelepípedos, efetue os cálculos em seu caderno e determine a medida da altura de cada uma delas.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

30. Respostas: A. 29,2 cm; B. 40,5 cm; C. 30,1 cm; D. 44,6 cm.





- Na atividade **27**, verifique se os estudantes compreendem como utilizar o algoritmo da adição e da subtração com os números racionais na forma de número decimal e se utilizam corretamente e compreendem o significado das trocas envolvidas, como a equivalência entre 1 dezena e 10 unidades.
- Na atividade **28**, analise se os estudantes utilizam tentativa e erro para encontrar os números ou se utilizam a operação inversa da adição e da subtração para a resolução da atividade. Anote as ideias deles na lousa e discuta com eles os processos.
- Na atividade **29**, verifique se os estudantes se lembram de como calcular a medida do perímetro de uma figura. Se for necessário, desenhe outros polígonos na lousa e explique como calcular a medida do perímetro deles.
- A atividade **30**, assim como a atividade **29**, envolve a adição de números racionais na forma de número decimal, no entanto utilizando representações de paralelepípedos retos retângulos. Verifique se os estudantes compreendem como foram montadas as pilhas e se usam essa compreensão para calcular a medida da altura. Converse com eles a respeito do movimento feito com as figuras na construção das pilhas, associando-o à unidade temática **Geometria**.

• Na atividade **31**, já que ela possibilita várias respostas, forme pequenos grupos e desafie os estudantes, com outros resultados, para verificar a imaginação deles com relação às operações de adição e subtração. Anote algumas possibilidades na lousa e discuta com eles o processo de utilização da operação inversa como recurso para resolução desta atividade.

• A atividade **32** apresenta um contexto relacionado aos esportes e que envolve o cálculo da diferença (subtração) de números racionais na forma decimal em metros. Com isso, ela possibilita compreender as relações entre os diferentes campos da Matemática, no caso, **Grandezas e medidas**, desenvolvendo a **Competência específica de Matemática 3**. Se julgar conveniente, complemente a atividade explorando conversões em centímetros de medidas que estavam expressas em metros, por exemplo.

• Antes de propor a resolução dos itens da atividade **33**, apresente na lousa o processo do cálculo mental e explique a importância desse recurso no cotidiano.

• Na atividade **34**, acompanhe se os estudantes compreendem a ideia da divisão como processo de resolução, se transformam 0,25 em fração, se adicionam 0,25 até obter o troco ou se procuram fazer a divisão 5,00 : 0,25 (procedimento que será apresentado nas próximas páginas). Discuta com eles esses processos e ouça a opinião deles sobre as diferentes estratégias de resolução.

**31.** Escreva no caderno uma adição e uma subtração com números decimais, de modo que o resultado de cada uma seja o número apresentado a seguir.

31. Sugestões de resposta: 13,123 + 4,122; 38,303 − 21,058.

$\boxed{17{,}245}$

**32.** O lançamento de dardo é uma modalidade esportiva em que o atleta deve arremessar um dardo com o objetivo de alcançar a maior medida de distância possível. Na tabela estão indicadas as marcas das três primeiras colocadas na final da prova feminina dessa modalidade nos Jogos Olímpicos de Tóquio, no Japão, em 2020.

**Prova feminina de lançamento de dardos – Jogos Olímpicos de Tóquio em 2020**

| Atleta | Melhor lançamento (em metros) |
|---|---|
| Shiying Liu (China) | 66,34 |
| Maria Andrejczyk (Polônia) | 64,61 |
| Kelsey-Lee Barber (Austrália) | 64,56 |

Fonte de pesquisa: Final Womens javelin throw Athletics Results: Tokyo 2020 Olympics. *Marca*. Disponível em: https://www.marca.com/en/olympic-games/tokyo/results/1/athletics/2/women/634/women-s-javelin-throw/13609/final. Acesso em: 23 mar. 2022.

Qual foi a diferença, em metro, entre os melhores lançamentos de:

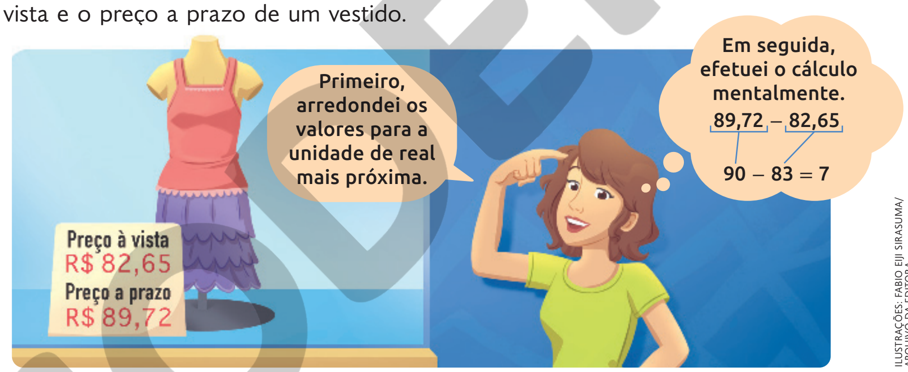
**a)** Shiying Liu e Maria Andrejczyk?

**b)** Shiying Liu e Kelsey-Lee Barber?

**c)** Maria Andrejczyk e Kelsey-Lee Barber?

32. Respostas: a) 1,73 m; b) 1,78 m; c) 0,05 m.

**33.** Verifique como Luísa pensou para calcular mentalmente a diferença entre o preço à vista e o preço a prazo de um vestido.




ILUSTRAÇÕES: FABIO EIJI SIRASUMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Agora, arredonde os valores a seguir para a unidade mais próxima e efetue os cálculos **mentalmente**. 33. Respostas: a) 36; b) 51; c) 121; d) 13; e) 88; f) 16.

**a)** 63,81 − 28,23
**b)** 12,47 + 38,52
**c)** 71,65 + 48,6
**d)** 81,21 − 67,53
**e)** 48,54 + 39,12
**f)** 92,65 − 77,48

**34.** (Obmep-2017) Alvimar pagou uma compra de R$ 3,50 com uma [cédula] de R$ 5,00 e recebeu o troco em moedas de R$ 0,25. Quantas moedas ela recebeu?

**a)** 4 **b)** 5 **c)** 6 **d)** 7 **e)** 8

34. Resposta: Alternativa **c**.

# Multiplicação de números racionais na forma de número decimal

## Multiplicação de um número natural por um número decimal

Clarice e Helena foram juntas à peixaria. Analise a cena.

Para saber quantos reais Clarice vai pagar por 2 kg de sardinha, calculamos $2 \cdot 6{,}38$. Podemos realizar esse cálculo do seguinte modo.


GUILHERME RODRIGUES/ ARQUIVO DA EDITORA

$$2 \cdot 6{,}38 = 6{,}38 + 6{,}38 = \frac{638}{100} + \frac{638}{100} = \frac{1276}{100} = 12{,}76$$

Outro procedimento é desconsiderar a vírgula do número 6,38, fazer a multiplicação e, depois, acrescentar a vírgula ao resultado, como apresentado nos procedimentos a seguir.

Multiplicamos 6,38 por 100 e obtemos o número natural 638. Em seguida, calculamos $2 \cdot 638$.

$$\begin{array}{r} 6\,{}^{1}3\,8 \\ \times \quad 2 \\ \hline 1\,2\,7\,6 \end{array} \longleftarrow 6{,}38 \cdot 100$$

Para compensar a multiplicação $6{,}38 \cdot 100 = 638$, dividimos o resultado por 100, pois a divisão é a operação inversa da multiplicação.

$$\underbrace{1276 : 100}_{\frac{1276}{100}} = 12{,}76$$

Portanto, Clarice vai pagar R$ 12,76 por 2 kg de sardinha.

**Atenção!**

A maneira prática de multiplicar um número decimal por um número natural é inicialmente efetuar o cálculo desconsiderando a vírgula. Depois, a vírgula deve ser reposicionada ao resultado, de modo que a quantidade de casas decimais seja igual à quantidade de casas decimais do fator decimal.

$$\begin{array}{rl} 6{,}{}^{1}3\;8 & \longleftarrow \text{duas casas decimais} \\ \times \quad 2 & \\ \hline 1\,2{,}\,7\,6 & \longleftarrow \text{duas casas decimais} \end{array}$$





- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro. Forme duplas para que eles tentem calcular quantos reais Clarice e Helena vão pagar pela sardinha. Para isso, escreva na lousa as informações. Depois, em uma perspectiva exploratória, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro. Reforce a ideia de posicionamento da vírgula na multiplicação com números na forma decimal.
- As atividades deste tópico abordam a habilidade **EF07MA11**, uma vez que os estudantes compreendam e utilizem a multiplicação de números racionais e suas propriedades operatórias, e a habilidade **EF07MA12**, ao propor a resolução e a elaboração de problemas que envolvem operações com números racionais.

- Na questão **11**, verifique se os estudantes produziram significados para o posicionamento da vírgula na multiplicação com números racionais na forma decimal.
- Nas atividades **35** e **36**, acompanhe os cálculos dos estudantes e, se necessário, retome o posicionamento da vírgula. Após eles realizarem as atividades no caderno, se possível, peça que confiram os cálculos com uma calculadora. Caso identifiquem algum erro, oriente que retomem a resolução.
- A atividade **37** complementa as atividades **35** e **36**, porém em um contexto relacionado às medidas de massa. Explore com os estudantes a aplicação dessa operação em outros contextos, como medidas de comprimentos.

**Algo a mais**

- Leia, no *link* a seguir, o artigo que discorre sobre aspectos e ideias de tarefas que podem ser utilizadas com os estudantes em relação à multiplicação de números decimais.

RIBEIRO, Carlos Miguel. Abordagem aos números decimais e suas operações: a importância de uma “eficaz navegação” entre representações. *Educação e Pesquisa*, v. 37, n. 2, p. 407-422, 2011. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ep/a/hdT7xZYF8WcnBCpDCKcKNRL/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 3 jun. 2022.

## Multiplicação de um número decimal por outro número decimal

Na página anterior, vimos que Helena pediu 2,5 kg de sardinha. Para saber quantos reais ela vai pagar, calculamos 2,5 · 6,38. Esse cálculo pode ser realizado da seguinte maneira.

$$2{,}5 \cdot 6{,}38 = \frac{25}{10} \cdot \frac{638}{100} = \frac{15\,950}{1000} = 15{,}95$$

Outro procedimento é desconsiderar as vírgulas dos números 6,38 e 2,5, fazer a multiplicação e, depois, acrescentar a vírgula ao resultado, como apresentado nos procedimentos a seguir.

Multiplicamos 6,38 por 100 e 2,5 por 10 e obtemos os números naturais 638 e 25.

Em seguida, calculamos 638 · 25.

Para compensar as multiplicações 6,38 · 100 = 638 e 2,5 · 10 = 25, dividimos o resultado por 10 · 100, ou seja, por 1000, pois a divisão é a operação inversa da multiplicação.

$$\begin{array}{r l}
638 & \leftarrow 6{,}38 \cdot 100 \\
\times \quad 25 & \leftarrow 2{,}5 \cdot 10 \\
\hline
3\,{}^{1}190 & \\
+\,1276\phantom{0} & \\
\hline
15950 &
\end{array}$$

$$\underbrace{15\,950 : \overset{10\,\cdot\,100}{1000}}_{\frac{15\,950}{1000}} = 15{,}950 = 15{,}95$$

Portanto, Helena vai pagar R$ 15,95 por 2,5 kg de sardinha.

**Questão 11.** No cálculo anterior, o que você pôde perceber em relação à quantidade de casas decimais do resultado e em relação às casas decimais dos fatores? Responda a essa pergunta em seu caderno. Questão 11. Sugestão de resposta: A quantidade de casas decimais do resultado (15,950) é igual à soma das quantidades de casas decimais dos fatores (6,38 e 2,5), nesse caso, 3.

### Atividades

Faça as atividades no caderno.

**35.** Efetue os cálculos. 35. Respostas: a) 270,4; b) 55,08; c) 321,16; d) 274,056; e) 1,875; f) 70,56; g) 121,475; h) 1,605.

**a)** 4 · 67,6 **c)** 28 · 11,47 **e)** 0,6 · 3,125 **g)** 4,3 · 28,25
**b)** 12 · 4,59 **d)** 12,02 · 22,8 **f )** 7,2 · 9,8 **h)** 0,75 · 2,14

**36.** Efetue os cálculos e escreva no caderno os três próximos números de cada sequência.

**a)** $\boxed{0{,}052} \xrightarrow{\cdot 5} \boxed{0{,}26} \xrightarrow{\cdot 5} \boxed{1{,}3} \xrightarrow{\cdot 5} \boxed{6{,}5}$ ...

36. a) Resposta: 32,5; 162,5; 812,5.

**b)** $\boxed{0{,}3} \xrightarrow{\cdot 4} \boxed{1{,}2} \xrightarrow{\cdot 4} \boxed{4{,}8} \xrightarrow{\cdot 4} \boxed{19{,}2}$ ...

36. b) Resposta: 76,8; 307,2; 1228,8.

**37.** Uma moeda de 25 centavos tem 7,55 g de medida de massa.

Determine a medida da massa de cada pilha a seguir, sabendo que elas são formadas apenas por moedas de 25 centavos. 37. Respostas: A. 52,85 g; B. 98,15 g; C. 75,5 g; D. 113,25 g.

**A.**

7 moedas

**B.**

13 moedas

**C.**

10 moedas

**D.**

15 moedas

ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

110

39. Respostas: A. 8,51 cm² e 12 cm; B. 13,78 cm² e 15,8 cm; C. 8,55 cm² e 12,8 cm; D. 7,2 cm² e 11,6 cm.

**38.** Odair comprou o eletrodoméstico a seguir em prestações iguais, como aparece no **anúncio**.

YOZIK KOSHECHKIN/SHUTTERSTOCK

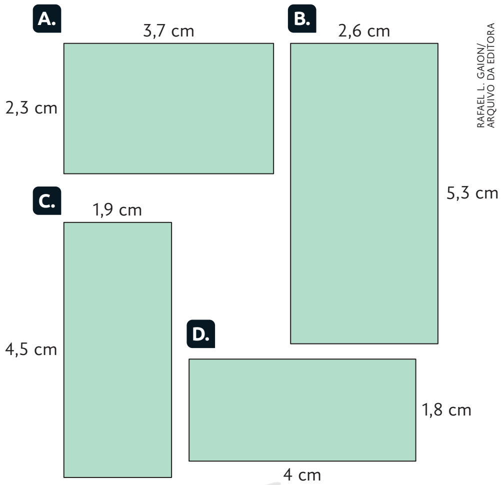

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Micro-ondas.

Calcule o valor total que Odair vai pagar por esse eletrodoméstico.
38. Resposta: R$ 546,75.

**39.** Determine a medida da área, em centímetros quadrados, e a medida do perímetro, em centímetros, de cada retângulo a seguir.






RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**40.** O Autódromo de Interlagos, localizado na cidade de São Paulo, é usado em competições nacionais e internacionais de automobilismo. Uma volta completa nele corresponde a um percurso cuja medida da distância é de aproximadamente 4,31 km.

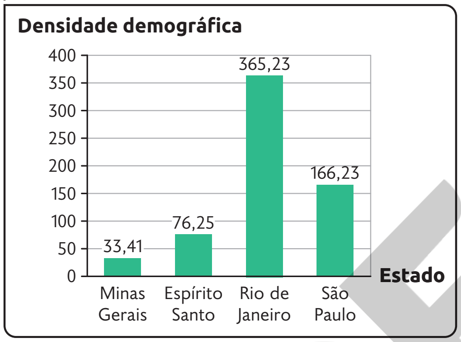
Em uma prova automobilística realizada nesse autódromo, os carros deveriam completar 71 voltas. Qual é a medida da distância total percorrida pelos carros que completaram essa prova?
40. Resposta: Aproximadamente 306 km.

**41.** Mauro abasteceu seu carro com 25,5 L de combustível. Quantos reais ele pagou, sabendo que 1 L de combustível custou R$ 4,78? 41. Resposta: R$ 121,89.

**42.** Dividindo a quantidade de habitantes de um estado por sua medida da área (em km$^2$), obtemos a quantidade média de habitantes por quilômetro quadrado desse estado. A esse quociente chamamos **densidade demográfica**.

O gráfico apresenta a densidade demográfica, em 2010, de cada estado da Região Sudeste, e a tabela traz a medida da área de cada um deles.

**Densidade demográfica de cada estado da Região Sudeste (2010)**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: IBGE. *Cidades e Estados*. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/. Acesso em: 5 jan. 2022.

**Medida da área dos estados da Região Sudeste**

| Estado | Medida da área (em 1 000 km$^2$) |
|---|---|
| Minas Gerais | 586,52 |
| Espírito Santo | 46,10 |
| Rio de Janeiro | 43,78 |
| São Paulo | 248,22 |

Fonte de pesquisa: IBGE. *Cidades e Estados*. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/. Acesso em: 5 jan. 2022.

Em seu caderno, efetue os cálculos e determine a quantidade aproximada de habitantes de cada estado.
42. Resposta: Valores aproximados: Minas Gerais: 19 595 633 habitantes; Espírito Santo: 3 515 125 habitantes; Rio de Janeiro: 15 989 769 habitantes; São Paulo: 41 261 611 habitantes.





- A atividade **38** utiliza a multiplicação de números racionais em uma situação muito presente no cotidiano das pessoas. Para complementá-la, se possível, leve encartes de algumas lojas, forme pequenos grupos e peça aos estudantes que escolham alguns produtos e façam o cálculo.
- Na atividade **39**, verifique se os estudantes conseguem identificar as medidas do comprimento dos lados dos retângulos em centímetros e se já assimilaram o conhecimento dos processos de calcular as medidas da área e do perímetro de um retângulo. Se for preciso, retome com eles as diferenças entre calcular medida de perímetro e medida de área e o significado de cada um desses conceitos.
- Na atividade **40**, além de explorar com eles o processo da multiplicação, converse sobre o formato do contorno da pista, exemplificando o perímetro de uma figura não poligonal. Se necessário, mostre a eles uma foto do Autódromo de Interlagos, que pode ser obtida no *site* indicado a seguir. Disponível em: https://autodromodeinterlagos.com.br/conheca-interlagos/circuito/. Acesso em: 18 jun. 2022.
- Tire proveito do contexto da atividade **41** fazendo uma comparação com os preços de diferentes combustíveis, como gasolina e etanol, que estiverem sendo praticados na época. Caso os preços atuais sejam diferentes do apresentado na atividade, peça que refaçam os cálculos considerando o novo valor.
- Na atividade **42**, se achar conveniente, sugira aos estudantes que realizem uma pesquisa e determinem a densidade demográfica do município e do estado onde moram. Para isso, peça que visitem o *site* do IBGE indicado na fonte do gráfico e da tabela desta atividade. Se julgar conveniente, aproveite e explore outras questões, presentes no censo, que sejam importantes para o desenvolvimento do país. Comente com eles que, geralmente, o censo demográfico realizado pelo IBGE é decenal, mas que em algumas épocas houve mudanças, como em 2020, em que ele foi suspenso em razão da pandemia de COVID-19, sendo o último censo concluído em 2010.

Ao utilizar registros por meio de gráficos e tabelas e um contexto que possibilita aos estudantes compreenderem a aplicação da Matemática, esta atividade aborda a **Competência específica de Matemática 6**.

## Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **42**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas,** nas orientações gerais deste manual.

• Em uma perspectiva exploratória, forme grupos pequenos e verifique a possibilidade de os estudantes resolverem a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, acompanhe a resolução buscando entender as ideias deles e escolha alguns grupos para apresentarem aos colegas suas estratégias. Por fim, considerando as estratégias e resoluções desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro. Explore outras divisões desse tipo para que os estudantes sanem suas dúvidas com relação a esta operação.

# Divisão de números racionais na forma de número decimal

## Divisão de números naturais com quociente decimal

Jair e Ângela são vendedores em uma mesma empresa. Eles viajam com seus carros para visitar os clientes em várias cidades. O carro de Jair percorre 424 km com 32 L de gasolina, enquanto o carro de Ângela percorre 12,8 km com 1 L de gasolina.

Qual vendedor tem o carro que percorre mais quilômetros com 1 L de gasolina?

Para responder a essa questão, precisamos determinar quantos quilômetros o carro de Jair percorre com 1L de gasolina. Para isso, vamos calcular 424 : 32.

**1º.** Não podemos dividir 4 centenas por 32 e obter centenas inteiras como resultado, pois 4 < 32. Então, trocamos 4 centenas por 40 dezenas e adicionamos a 2 dezenas, obtendo 42 dezenas.

$$\begin{array}{ccc|l} C & D & U & \\ 4 & 2 & 4 & \underline{3\ 2} \end{array}$$

**2º.** Dividimos as 42 dezenas por 32. Obtemos 1 dezena e sobram 10 dezenas.

$$\begin{array}{rrr|l} C & D & U & \\ 4 & 2 & 4 & \underline{3\ 2} \\ -3 & 2 & & 1 \\ \hline 1 & 0 & & D \end{array}$$

**3º.** Trocamos 10 dezenas por 100 unidades e adicionamos a 4 unidades. Dividimos as 104 unidades por 32. Obtemos 3 unidades e sobram 8 unidades.

$$\begin{array}{rrr|l} C & D & U & \\ 4 & 2 & 4 & \underline{3\ 2} \\ -3 & 2 & \downarrow & 1\ 3 \\ \hline 1 & 0 & 4 & D\ U \\ - & 9 & 6 & \\ \hline & 0 & 8 & \end{array}$$

**4º.** Trocamos 8 unidades por 80 décimos e colocamos uma vírgula no quociente para separar a parte inteira da parte decimal. Dividimos os 80 décimos por 32. Obtemos 2 décimos e sobram 16 décimos.

$$\begin{array}{rrrr|l} C & D & U & & \\ 4 & 2 & 4 & & \underline{3\ 2} \\ -3 & 2 & & & 1\ 3,\ 2 \\ \hline 1 & 0 & 4 & & D\ U\ \ d \\ - & 9 & 6 & & \\ \hline & 0 & 8 & 0 & \\ & - & 6 & 4 & \\ \hline & & 1 & 6 & \end{array}$$

**5º.** Trocamos 16 décimos por 160 centésimos e dividimos por 32, obtendo 5 centésimos.

Portanto, o carro de Jair percorre 13,25 km com 1 L de gasolina e, assim, concluímos que o carro de Jair percorre mais quilômetros com 1 L de gasolina do que o carro de Ângela.

$$\begin{array}{r|l} \text{C D U} & \\ 4\,2\,4 & 3\,2 \\ \cline{2-2} -3\,2\phantom{\,4} & 1\,3,2\,5 \\ \cline{1-1} 1\,0\,4 & \text{D U d c} \\ -\phantom{1}\,9\,6 & \\ \cline{1-1} 0\,8\,0 & \\ -\phantom{0}\,6\,4 & \\ \cline{1-1} 1\,6\,0 & \\ -1\,6\,0 & \\ \cline{1-1} 0\,0\,0 & \end{array}$$

> Em uma divisão cujo quociente é um número decimal e o resto é zero, dizemos que esse quociente está na forma de um **número decimal exato**.

Em alguns casos, não é possível obter unidades inteiras como quociente. O cálculo 1 : 2 é um exemplo disso. Nesse caso, como a divisão de 1 por 2 não resulta em uma unidade inteira, trocamos 1 unidade por 10 décimos e colocamos um zero e uma vírgula no quociente. Em seguida, continuamos o cálculo normalmente.

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \cline{2-2} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1\,0 & 2 \\ \cline{2-2} & 0, \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1\,0 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 0,5 \end{array}$$

Em alguns casos, um ou mais algarismos da parte decimal do quociente se repetem indefinidamente. Chamamos esse tipo de quociente de **dízima periódica**, como no caso de 5 : 3.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 1 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 1,6 \\ \cline{1-1} 2\,0 & \\ -1\,8 & \\ \cline{1-1} 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 1,6\,6 \\ \cline{1-1} 2\,0 & \\ -1\,8 & \\ \cline{1-1} 2\,0 & \\ -1\,8 & \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$

Ao continuar o cálculo, o resto da divisão 20 : 3 sempre será 2. Por isso, não é possível chegar ao resto zero. Nesse caso, chamamos o algarismo que se repete de **período** da dízima periódica.

**Atenção!**

Podemos indicar uma dízima periódica de duas maneiras diferentes.
- 2,666...
- $2,\overline{6}$

O período também pode ser formado por mais de um algarismo. Por exemplo:
- $134 : 99 = 1,\overline{35} = 1,353535...$



• As atividades deste tópico abordam a habilidade **EF07MA11**, ao compreender e utilizar a divisão de números racionais e suas propriedades operatórias, e a habilidade **EF07MA12**, ao resolver e elaborar problemas que envolvem operações com números racionais.

## Divisão de um número decimal por um número natural

Cecília, ao comprar na promoção um pacote de lápis com 3 unidades por R$ 3,48, deparou-se com a seguinte dúvida: se um pacote contém 3 lápis, quantos reais vai custar cada lápis?

Para saber o preço de cada lápis, calculamos o valor de 3,48 : 3. Podemos realizar esse cálculo do seguinte modo.

**1º** Multiplicamos o dividendo e o divisor por 100 para torná-los números naturais.

$$\underbrace{3{,}48}_{\cdot 100} : \underbrace{3}_{\cdot 100} \;\rightarrow\; 348 : 300$$

**2º** Efetuamos 348 : 300.

```
 C D U
 3 4 8      |3 0 0
−3 0 0       1, 1 6
 0 4 8 0     U  d c
−  3 0 0
   1 8 0 0
 − 1 8 0 0
   0 0 0 0
```

**Atenção!** A divisão de 3,48 por 3 tem o mesmo resultado de 348 dividido por 300. Esse fato pode ser verificado em uma calculadora.

Portanto, cada lápis vai custar R$ 1,16.

## Divisão de um número decimal por outro número decimal

Francisco abasteceu seu carro em um posto cujo preço de 1 litro de etanol é R$ 5,50. Quantos litros de etanol foram colocados no carro, sabendo que foi pago R$ 143,44 pelo abastecimento?

Para saber com quantos litros de etanol Francisco abasteceu seu carro, calculamos 143,44 : 5,5. Podemos efetuar esse cálculo do seguinte modo.

**1º** Multiplicamos o dividendo e o divisor por 100 para torná-los números naturais.

$$\underbrace{143{,}44}_{\cdot 100} : \underbrace{5{,}5}_{\cdot 100} \;\rightarrow\; 14\,344 : 550$$

**2º** Efetuamos 14 344 : 550.

```
 1 4 3 4 4      |5 5 0
−1 1 0 0         2 6, 0 8
 0 3 3 4 4
−  3 3 0 0
   0 0 4 4 0 0
   −   4 4 0 0
       0 0 0 0
```

**Atenção!** A divisão de 143,44 por 5,5 tem o mesmo resultado de 14 344 dividido por 550. Esse fato pode ser verificado em uma calculadora.

Portanto, Francisco abasteceu seu carro com 26,08 L de etanol.







- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes as duas situações desta página, antes de abordá-las no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem resolvê-las. Para isso, escreva na lousa o enunciado de cada problema. Observe se eles fazem analogias com conceitos desenvolvidos no decorrer desta unidade e identifique possíveis dificuldades. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro e sane as dúvidas observadas.
- Se achar conveniente, peça aos estudantes que utilizem uma calculadora e verifiquem que os resultados de 97,65 : 2,5 e 9 765 : 250 são iguais. Explique para eles o processo envolvido nesta conversão e compare, utilizando calculadora, outras divisões neste contexto.

### Sugestão de avaliação

Avalie o aprendizado dos estudantes em relação aos conteúdos estudados até esse momento, propondo a eles a atividade a seguir. Para isso, reproduza-a na lousa e peça que efetuem os cálculos no caderno.

- Ademar faz fretes utilizando sua caminhonete e recebeu uma encomenda para transportar uma carga de 10 080 kg. Sua caminhonete pode transportar no máximo uma carga de 1800 kg em cada viagem.

**a )** No mínimo, quantas viagens Ademar precisa fazer para transportar toda a carga da encomenda?

**b )** Se Ademar transportar o máximo possível nas primeiras viagens, quantos quilogramas ele transportará na última viagem?

**c )** Se Ademar realizar 6 viagens transportando a mesma massa em cada uma delas, quantos quilogramas ele terá transportado em cada viagem?

### Resoluções e comentários

**a )** Dividindo a carga total pela carga máxima que a caminhonete pode transportar, temos:

10 080 : 1800 = 5,6

Portanto, Ademar precisa fazer, no mínimo, 6 viagens.

**b )** Inicialmente, multiplicamos 5 por 1800

5 · 1800 = 9 000

Em seguida, subtraímos de 10 080 o resultado obtido.

10 080 − 9 000 = 1080

Portanto, na última viagem, Ademar transportará 1080 kg.

**c )** Dividindo a carga total pelo total de viagens, temos:

10 080 : 6 = 1680

Portanto, em cada viagem, ele terá transportado 1680 kg.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**43.** Efetue os cálculos.

**a)** 4,8 : 2
**b)** 63,9 : 3
**c)** 93,17 : 11
**d)** 162 : 24
**e)** 211,95 : 15
**f)** 294,75 : 11,25
**g)** 8,421 : 5,614
**h)** 21,876 : 9,115

Ao finalizar esta atividade, se possível, utilize uma calculadora e verifique se os resultados dos cálculos estão corretos.

43. Respostas: a) 2,4; b) 21,3; c) 8,47; d) 6,75; e) 14,13; f) 26,2; g) 1,5; h) 2,4.

**44.** Em um supermercado, uma mesma marca de arroz é vendida em 3 embalagens diferentes, como mostra o quadro.

| **Embalagem** | 1 kg | 2 kg | 5 kg |
|---|---|---|---|
| **Preço (R$)** | R$ 4,18 | R$ 7,58 | R$ 19,60 |

Em qual delas o preço do quilograma do arroz é menor?

44. Resposta: Na embalagem de 2 kg.

**45.** Acompanhe como Anita fez para calcular **mentalmente** 16,8 : 4.

16,8 : 4
(16 + 0,8) : 4
16 : 4 + 0,8 : 4
4 + 0,2
4,2

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

De maneira semelhante, resolva os cálculos a seguir.

**a)** 12,9 : 3
**b)** 15,5 : 5
**c)** 24,3 : 3
**d)** 18,9 : 3

45. Respostas: a) 4,3; b) 3,1; c) 8,1; d) 6,3.

**46.** João é marceneiro e recebeu uma encomenda para confeccionar algumas prateleiras de madeira. Para isso, ele comprou uma tábua com 6,45 m de medida de comprimento. Qual deve ser a medida do comprimento em centímetros de cada pedaço de madeira para que ele consiga fazer 5 prateleiras de mesma medida de comprimento, sem desperdiçar nenhum pedaço? 46. Resposta: 129 cm.

**47.** Com base na nota fiscal representada a seguir, determine a quantidade de cada produto que Elaine comprou na papelaria. 47. Respostas: A: 7; B: 3; C: 4; D: 11; E: 2.

**PAPELARIA**

R. São Pedro, 256 – Jardim Pacaembu – CEP 86063-260 – Londrina - PR
CGC – 01.352.599/0002-13 – Insc. Est. 485 003-9

NOTA FISCAL "Série Única"
1ª VIA
Destinatário
CONTROLE
485369-BR

| Produto | Quantidade | Preço unitário | Total |
|---|---|---|---|
| Lápis | A | R$ 0,82 | R$ 5,74 |
| Régua | B | R$ 1,16 | R$ 3,48 |
| Cola | C | R$ 1,54 | R$ 6,16 |
| Cartolina | D | R$ 0,76 | R$ 8,36 |
| Corretivo líquido | E | R$ 3,17 | R$ 6,34 |
| | | Total a pagar | R$ 30,08 |

SERGIO LIMA /ARQUIVO DA EDITORA

**48.** Rafael comprou um aparelho de som em prestações iguais. Sabendo que o valor de cada prestação é R$ 89,27 e que ele vai pagar R$ 981,97 ao todo, calcule em quantas prestações Rafael parcelou sua compra. 48. Resposta: 11 prestações.





- Nas atividades **43** e **44**, analise se os estudantes entendem o processo de multiplicar o dividendo e o divisor por 10, 100 ou 1000 para torná-los números naturais antes de realizar a divisão. Sane as dúvidas na lousa com a participação ativa dos estudantes e tire proveito do uso da calculadora para que compreendam melhor o processo.
- Inicie a atividade **45** pedindo aos estudantes que analisem o processo de divisão mental feito por Anita. Depois, elabore mais itens e escreva-os na lousa para eles copiarem no caderno, a fim de consolidar o aprendizado desse procedimento de cálculo.
- A atividade **46** apresenta um contexto relacionado à medida de comprimento, envolvendo a conversão de medidas em metros passando a expressá-las em centímetros. Explore com os estudantes a relação dos números racionais com outras unidades temáticas da Matemática, como no caso das **Grandezas e medidas**, favorecendo o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 6**.
- As atividades **47** e **48** apresentam situações contextualizadas para divisão com números racionais na forma decimal. Tire melhor proveito organizando os estudantes em duplas, para que possam conversar e compartilhar as estratégias utilizadas.
- Os dados apresentados na nota fiscal da atividade **47** desta página são fictícios.

- Para iniciar o conteúdo desta página, resgate os conhecimentos prévios dos estudantes sobre potenciação. Explique a eles que a base de uma potência também pode ser um número racional, escrito tanto na forma decimal como na fracionária. Resolva na lousa os exemplos propostos no livro, com a participação ativa dos estudantes.
- As atividades deste tópico abordam a habilidade **EF07MA12** ao resolver e elaborar problemas que envolvem as operações com números racionais.
- Na atividade **49**, acompanhe a resolução feita no caderno pelos estudantes, identifique erros se houver e anote-os na lousa. Depois, peça que confiram os resultados obtidos utilizando uma calculadora.
- A atividade **50** requer o cálculo da medida da área de quadrados. Verifique se os estudantes recordam o processo para calcular a área de um quadrado e, se necessário, apresente na lousa as explicações.
- Tire melhor proveito da atividade de **51** selecionando os problemas e as resoluções mais criativas e que mais colaboram para a aprendizagem da turma, a fim de que eles as apresentem na lousa.

**Metodologias ativas**

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

# Potenciação cuja base é um número racional

Os números racionais podem ser utilizados como base na potenciação. Esses cálculos podem ser feitos de maneira parecida com a utilizada para os inteiros. A seguir, apresentamos alguns exemplos para números racionais na forma decimal.

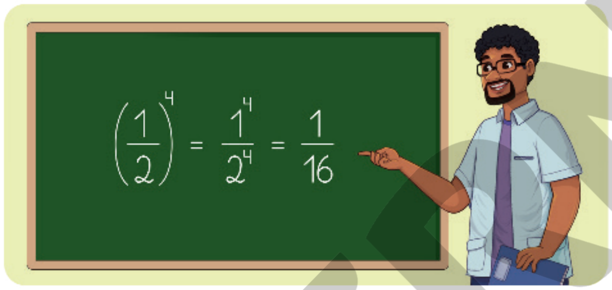
- $(3{,}5)^3 = (3{,}5) \cdot (3{,}5) \cdot (3{,}5) = (12{,}25) \cdot (3{,}5) = 42{,}875$
- $(-0{,}5)^2 = (-0{,}5) \cdot (-0{,}5) = 0{,}25$

Os números racionais escritos na forma de fração também podem ser base para potenciação.

- $\left(\frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{9}{16}\right) \cdot \left(\frac{9}{16}\right) = \frac{81}{256}$

Acompanhe o procedimento do professor Igor para calcular $\left(\frac{1}{2}\right)^4$.

ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA




## Atividades

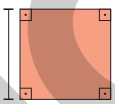
Faça as atividades no caderno.

**49.** Calcule as potências. 49. Respostas: a) 0,0016; b) $\frac{1}{64}$; c) 0,49; d) $\frac{64}{25}$; e) 15,625; f) $-\frac{27}{8}$.

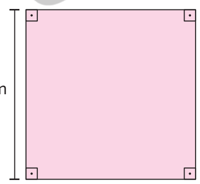
a) $(0{,}2)^4$
c) $(-0{,}7)^2$
e) $(2{,}5)^3$
b) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$
d) $\left(\frac{8}{5}\right)^2$
f) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$

**50.** Para cada item, escreva uma potência para representar a medida da área do quadrado e calcule-a para obter essa medida.

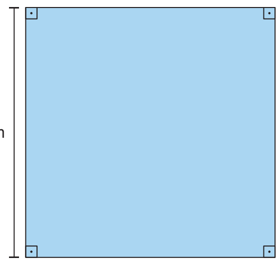
**A.**




**B.**




**C.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

50. Respostas: A. $(0{,}8)^2$, 0,64 m²; B. $\left(\frac{3}{2}\right)^2$, $\frac{9}{4}$ m²; C. $(2{,}2)^2$, 4,84 m².

**51.** Em seu caderno, **elabore** um problema envolvendo o cálculo de uma potência com um número racional na base. Em seguida, troque com um colega para que ele o resolva.
51. Resposta pessoal.

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

2. Professor, professora: Diga aos estudantes que considerem o bolo dividido em partes exatamente iguais, o que, em geral, não ocorre com precisão na realidade.

2. Resposta: $2\frac{1}{2}$.

**1.** Carlos precisa pintar $\frac{3}{7}$ de uma parede. Para isso, ele vai precisar de $\frac{1}{3}$ de uma lata de tinta de 18 L.

**a)** Quantos litros de tinta ele vai usar para pintar essa parede?

**b)** Quantos litros de tinta ele usaria se precisasse pintar a parede inteira?

1. Respostas: a) 6 L; b) 14 L.

**2.** Em uma padaria, havia 4 bolos iguais, cada um dividido em 8 pedaços de mesma medida. Sabendo que José comprou 20 pedaços desses bolos, que número misto representa a quantidade de bolos comprados por ele?

**3.** Na biblioteca de certa escola há 160 livros de Biologia, que correspondem a $\frac{1}{15}$ do total de livros.

**a)** Qual é a quantidade total de livros da biblioteca?

**b)** Qual é a quantidade de livros de História, sabendo que eles correspondem a $\frac{3}{15}$ do total?

**c)** Que fração do total de livros corresponde aos que não são de História nem de Biologia?

**4.** Para cobrir $\frac{3}{5}$ do piso de um estabelecimento, foram utilizadas 324 lajotas. Quantas lajotas foram usadas para cobrir metade desse piso?

3. Respostas: a) 2 400 livros; b) 480 livros; c) $\frac{11}{15}$.

**Atenção!**

Para resolver esta atividade, obtenha frações equivalentes a $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{2}$ com denominador 10.

4. Resposta: 270 lajotas.

**5.** (UFMG-2006) Uma prova de triatlo compreende 3 etapas: natação, ciclismo e corrida.

Em uma dessas provas, dos 170 atletas que iniciaram a competição, 10 abandonaram na etapa de natação; dos que continuaram, $\frac{1}{4}$ desistiu ao longo da etapa de ciclismo; e dos que começaram a última etapa, 20% abandonaram a corrida.

Apenas *N* atletas completaram a prova. Então, é correto afirmar que a soma dos algarismos do número *N* é:

**a)** 16 **b)** 13 **c)** 14 **d)** 15

5. Resposta: Alternativa **d**.

**6.** Luan gastou R$ 112,00 comprando uma calça e uma camiseta.

Sabendo que $\frac{5}{14}$ dessa quantia correspondem ao preço da camiseta, responda às questões a seguir.

**a)** Que fração da quantia gasta por Luan representa o preço da calça?

**b)** Quantos reais Luan pagou pela camiseta? E pela calça?

6. Respostas: a) $\frac{9}{14}$; b) R$ 40,00; R$ 72,00.

**7.** (Obmep-2006) Três candidatos concorreram à eleição de representante de uma turma de escola: João, Rosa e Marcos. João obteve $\frac{2}{7}$ dos votos e Rosa, $\frac{2}{5}$ dos votos. Quem ganhou a eleição? 7. Resposta: Rosa.

**8.** Elias tem 3 recipientes não graduados: o primeiro com $\frac{5}{8}$ da medida da capacidade do segundo e o terceiro com $\frac{3}{8}$ da capacidade do segundo.

Sabendo que o primeiro e o terceiro recipientes estão vazios e que o segundo está cheio de água, como Elias deve proceder para repartir o conteúdo de líquido do segundo recipiente de modo que dois deles fiquem com a mesma quantidade?

8. Resposta: Elias deve encher o primeiro recipiente com a água contida no segundo e depois encher o terceiro com o conteúdo do primeiro. Assim, o segundo e o terceiro recipientes terão a mesma quantidade de água.





### 1, 3 e 4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem problemas envolvendo números racionais na forma fracionária.

### Como proceder

- Caso os estudantes encontrem dificuldade para responder ao item **b** da atividade **1**, desenhe um retângulo na lousa e o divida em 7 partes iguais, destacando 3 delas. Em seguida, peça que determinem a quantidade de tinta necessária para pintar $\frac{1}{7}$ da parede. Se necessário, utilize esse procedimento na atividade **3**, com um retângulo dividido em 15 partes iguais. Na atividade **4**, após obter as frações equivalentes, sugira que determinem a quantidade de lajotas correspondente a $\frac{1}{10}$ do piso.

### 2. Objetivo

- Acompanhar se os estudantes representam uma fração do todo usando número misto.

### Como proceder

- Oriente os estudantes a utilizar a quantidade de pedaços de bolo comprados por José para compor um bolo inteiro.

### 5. Objetivo

- Constatar se os estudantes compreenderam as operações envolvendo números racionais na forma fracionária e decimal.

### Como proceder

- Em caso de dificuldade para determinar a quantidade de atletas que abandonaram a prova na última etapa, oriente-os a escrever o percentual de 20% na forma fracionária ou decimal.

### 6. Objetivo

- Verificar se os estudantes efetuam operações com números racionais na forma fracionária.

### Como proceder

- Em caso de dificuldades, explique a eles que o valor total pago corresponde à fração $\frac{14}{14}$.

### 7. Objetivo

- Constatar se os estudantes comparam números na forma fracionária com denominadores diferentes.

### Como proceder

- Oriente os estudantes a obter frações de denominador 35 equivalentes às frações dadas. Se necessário, mostre-lhes que o total de votos foi 35 e que Marcos recebeu 11 votos.

### 8. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem problemas envolvendo operações com números racionais.

### Como proceder

- Em caso de dificuldade, represente na lousa cada recipiente dividido em 8 partes iguais. Em seguida, mostre aos estudantes que, ao transferir a água do segundo recipiente para os demais, são realizadas subtrações de frações.

### 9. Objetivo

- Constatar se os estudantes compreenderam fração como parte de um inteiro.

### Como proceder

- Caso haja dificuldade, oriente-os a determinar a quantidade de partes em que a jarra foi dividida para, em seguida, representar a fração da quantidade de água da jarra em relação a sua capacidade total.

### 10 e 12. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem problemas envolvendo adição e subtração com números decimais.

### Como proceder

- Ao verificar dificuldades, resolva na lousa uma adição com números decimais utilizando o algoritmo usual. Se necessário, utilize o quadro de ordens para evidenciar a parte inteira e a parte decimal dos números.

### 11 e 13. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem problemas envolvendo divisão com números decimais.

### Como proceder

- Em caso de dificuldade na atividade **11**, sugira que calculem inicialmente em gramas a medida da massa de café torrado e moído. Se necessário, mostre-lhes que 1 t = 1000 kg e que 1 kg = 1000 g. Na atividade **13**, oriente os estudantes a obter um número natural, escrevendo o número 45,48 na forma fracionária e, depois, multiplicando dividendo e divisor por 100, a fim de usá-lo para realizar a divisão.

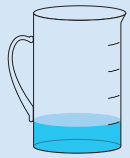
### 14. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem problemas envolvendo operações com números decimais.

### Como proceder

- Acompanhe a resolução dos estudantes. Em caso de dificuldade no item **a**, sugira que utilizem o mesmo procedimento indicado na atividade **12**. Para responder ao item **b**, oriente-os comparar o preço unitário obtido no item **a** com o preço unitário indicado no enunciado.

**9.** Em uma jarra dividida em 5 partes iguais, como mostra a imagem, foi colocada certa quantidade de água.



HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

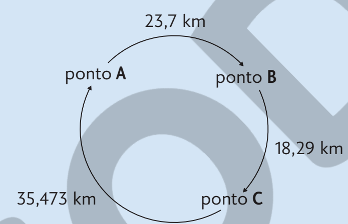
**a)** Que fração da medida da capacidade da jarra corresponde à quantidade de água nela?

**b)** Ao encher um copo com água e despejar nessa jarra, ela passa a ter $\frac{2}{5}$ de sua medida da capacidade. Que fração corresponde à quantidade de água do copo em relação à capacidade da jarra?

**c)** Quantos desses copos cheios de água são necessários para encher essa jarra, considerando a quantidade de água já colocada?

Respostas: a) $\frac{1}{5}$; b) $\frac{1}{5}$; c) 4 copos.

**10.** Felipe participou de uma competição de ciclismo que deveria ser realizada em 3 etapas. O esquema representa a medida da distância de cada uma.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que Felipe completou a prova, qual é a medida da distância em quilômetros que ele percorreu ao todo? 10. Resposta: 77,463 km.

**11.** Certa indústria embalou 2,5 t de café torrado e moído em pacotes cuja medida da massa é 500 g. Quantos pacotes de café foram embalados?

11. Resposta: 5000 pacotes.

**12.** Márcia vai participar de uma maratona. Nos 3 primeiros dias de seu treino, as medidas das distâncias que ela correu foram, respectivamente, 7,5 km, 7,9 km e 7,1 km.

**a)** A medida da distância que Márcia estabeleceu como objetivo foi correr 40 km ao todo nos 5 primeiros dias. Qual é a medida da distância, em quilômetros, que ainda falta para ela cumprir esse objetivo?

**b)** Se Márcia percorrer a mesma medida da distância em cada dia de treino que resta, quantos quilômetros ela percorrerá por dia para cumprir seu objetivo?

12. Respostas: a) 17,5 km; b) 8,75 km.

**13.** Bruno é eletricista e está instalando alguns postes de luz em uma praça. Para isso, vai precisar dividir um fio de 45,48 m de medida de comprimento em 6 partes iguais. Qual será a medida do comprimento, em metros, de cada pedaço de fio?

13. Resposta: 7,58 m.

**14.** Fernanda estava no supermercado no qual faz suas compras quinzenalmente, quando foi anunciada uma promoção no preço da caixa de leite, como representado a seguir.


HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

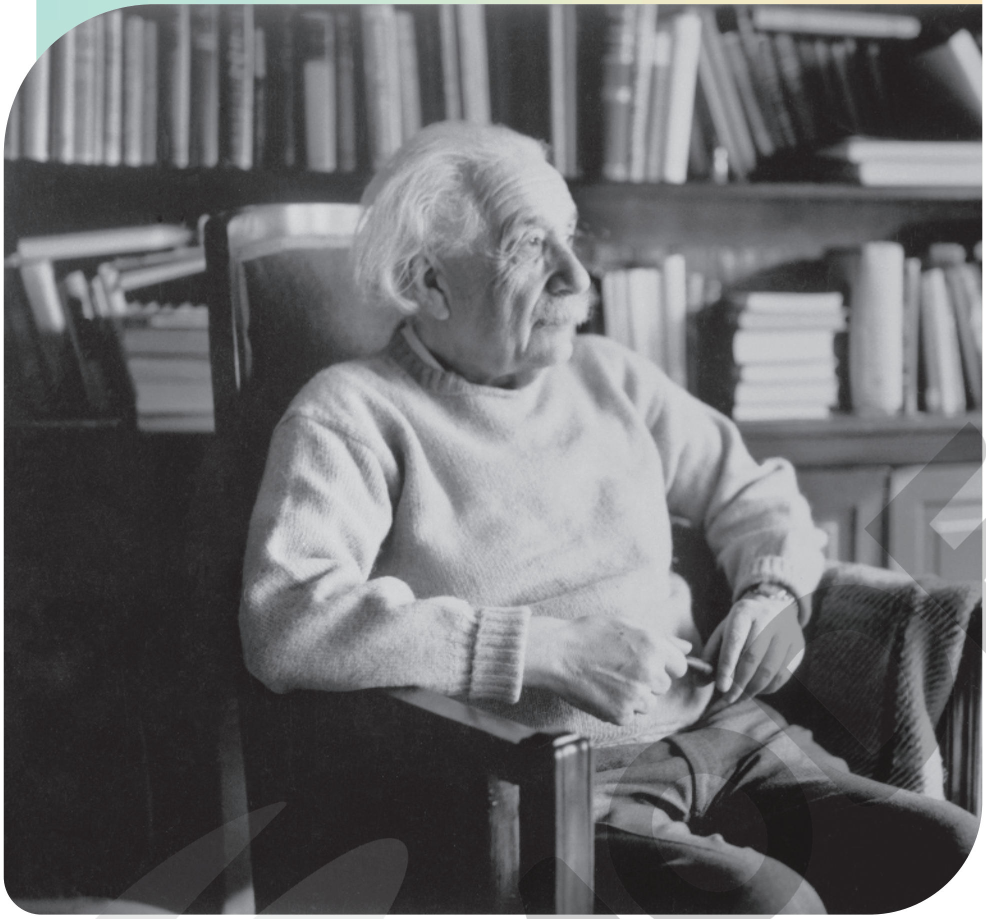
**a)** Se Fernanda comprar a embalagem com 12 caixas de leite, quantos reais ela vai pagar em cada unidade?

**b)** Quantos reais ela vai economizar em cada unidade se, em vez de comprar as caixas unitárias, ela adquirir a embalagem com 12 unidades, oferecida nessa promoção?

14. Respostas: a) R$ 3,98; b) R$ 0,34.

UNIDADE

# 6 Cálculo algébrico


BETTMANN/GETTY IMAGES

Físico alemão Albert Einstein (1879-1955), responsável por desenvolver a equação $E = mc^2$, uma das mais conhecidas no mundo, retratado em 1950.

**Agora vamos estudar...**

- sequências;
- expressões algébricas;
- igualdades;
- fórmulas;
- equações.



- A página de abertura desta unidade traz a figura do físico alemão *Albert Einstein* (1879-1955). Diga aos estudantes que a criação da Teoria da Relatividade Geral revolucionou a história da Física, e a fórmula $E=mc^2$, que apresenta a relação entre energia e massa, tornou-se uma das mais conhecidas da história. Explique ainda que os impactos da Teoria da Relatividade Geral podem ser vistos em tecnologias atuais, como as portas automáticas, fotocopiadoras, transmissão de dados via satélite e aplicações da energia nuclear.

Aproveite as curiosidades apresentadas para despertar o interesse dos estudantes e informe-lhes que nesta unidade estudaremos algumas fórmulas, bem como expressões algébricas, sequências e equações.

**Metodologias ativas**

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**Sugestão de avaliação**

Para avaliar o conhecimento prévio dos estudantes, proponha a eles que resolvam o seguinte desafio: Qual é o número que adicionado ao seu sucessor resulta em 15?

**Resolução e comentários**

Uma maneira de solucionar esse desafio é construindo um quadro, conforme apresentado a seguir.

| Número | Sucessor | Soma |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 9 |
| 6 | 7 | 13 |
| 7 | 8 | 15 |

Portanto, o número desconhecido é 7.

Aproveite o momento e faça o seguinte questionamento: Caso a soma desejada fosse 234, a estratégia seria a mesma utilizada para solucionar o desafio apresentado anteriormente? Ao propor questões como essa, busca-se despertar a curiosidade dos estudantes, apresentando-lhes uma motivação para estudar o cálculo algébrico.

Informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

- Ao trabalhar com esta unidade, é esperado que os estudantes compreendam a ideia de variável para expressar a relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita, desenvolvendo assim a habilidade **EF07MA13**. Além disso, nas atividades aqui propostas, espera-se que os estudantes desenvolvam o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, conforme orienta a **Competência específica de Matemática 2**.

## Objetivos da unidade

- Reconhecer expressões algébricas.
- Calcular o valor numérico de expressões algébricas.
- Simplificar expressões algébricas.
- Identificar expressões algébricas equivalentes.
- Resolver um problema por meio de uma fórmula dada.
- Identificar a fórmula que resolve um problema.
- Determinar termos de sequências.
- Escrever sequência a partir de sua lei de formação.
- Escrever sequência definida por meio de uma lei de recorrência.
- Aplicar propriedades das igualdades.
- Identificar e resolver equações.
- Resolver situações-problema envolvendo equações.

## Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para o desenvolvimento de futuros conceitos matemáticos, como o de funções. Por meio dos conteúdos aqui abordados, pretende-se que os estudantes reconheçam as contribuições que a Matemática oferece para a compreensão de informações e o posicionamento diante delas.

Ao estudar Álgebra, os estudantes desenvolvem habilidades significativas de abstração e de generalização. Além disso, têm contato com uma poderosa ferramenta para resolver problemas, que os auxilia em tomadas de decisões cotidianas.

- Nesta unidade, os estudantes são levados a utilizar diferentes linguagens, conforme orienta a **Competência geral 4**.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes referente a expressões numéricas. Depois, pergunte o que pensam a respeito da diferença entre uma expressão numérica e uma expressão algébrica. Incentive-os a dar suas explicações e a conversar entre si, proporcionando a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio deles sobre o assunto e tornando o estudo mais significativo.

# Expressões algébricas

Uma livraria está com promoção na venda de livros. Verifique como é possível calcular quantos reais seriam gastos na compra de 3 ou 5 livros.


HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

| 3 livros | 5 livros |
|---|---|
| $3 \cdot 12{,}90 = 38{,}70$ | $5 \cdot 12{,}90 = 64{,}50$ |

Portanto, seriam gastos R$ 38,70 na compra de 3 livros e R$ 64,50 na compra de 5 livros.

Para obter o preço a ser pago, foi multiplicado o valor unitário de cada livro pela quantidade de livros a ser comprada. Ao indicar por $x$ a quantidade de livros a ser comprada, pode-se escrever a seguinte **expressão algébrica** para obter o preço total de cada compra.

$$\overbrace{12{,}90}^{\text{preço de cada livro}} \cdot \underbrace{x}_{\text{quantidade de livros a ser comprada}} \text{ ou } 12{,}90x$$

**Atenção!**
Em uma multiplicação de dois fatores em que ao menos um deles é uma letra, normalmente não se utiliza o sinal de multiplicação (× ou ·).

Assim, para saber quantos reais uma pessoa vai pagar pela compra de 8 livros, por exemplo, basta substituir $x$ por 8 e, então, efetuar o cálculo.

$$12{,}90x = 12{,}90 \cdot 8 = 103{,}20$$

Logo, uma pessoa vai pagar R$ 103,20 na compra de 8 livros.

Nesse caso, foi calculado o **valor numérico** da expressão $12{,}90x$, quando $x = 8$.

As expressões nas quais aparecem letras e números são chamadas **expressões algébricas**.

**Atenção!**
O uso de letras para indicar variáveis teve início com o matemático e filósofo francês René Descartes (1596-1650). Ele também foi o responsável pela notação de potências, como $a^3$ e $x^4$.

A seguir, alguns exemplos de expressões algébricas.

- $4x$
- $3a + b$
- $18n + 1$
- $a^3$

Nessas expressões, as letras são chamadas **variáveis**.

**Questão 1.** Considerando que uma pessoa aproveite a promoção de livros, calcule em seu caderno quantos reais ela vai pagar pela compra de:

**a)** 7 livros. Questão 1. a) Resposta: R$ 90,30.
**b)** 10 livros. Questão 1. b) Resposta: R$ 129,00.
**c)** 17 livros. Questão 1. c) Resposta: R$ 219,30.

**Questão 2.** Nessa mesma livraria, há uma promoção de jogos de *videogame*. Sabendo que nessa promoção cada jogo custa R$ 123,90, escreva em seu caderno uma expressão algébrica para obter o preço total a ser pago pela compra de $x$ jogos. Questão 2. Resposta: $123{,}9x$.

**Questão 3.** Utilizando a expressão que você escreveu na questão **2**, calcule a quantia paga na compra de 5 e na compra de 8 jogos e registre em seu caderno.
Questão 3. Resposta: 5 jogos: R$ 619,50; 8 jogos: R$ 991,20.



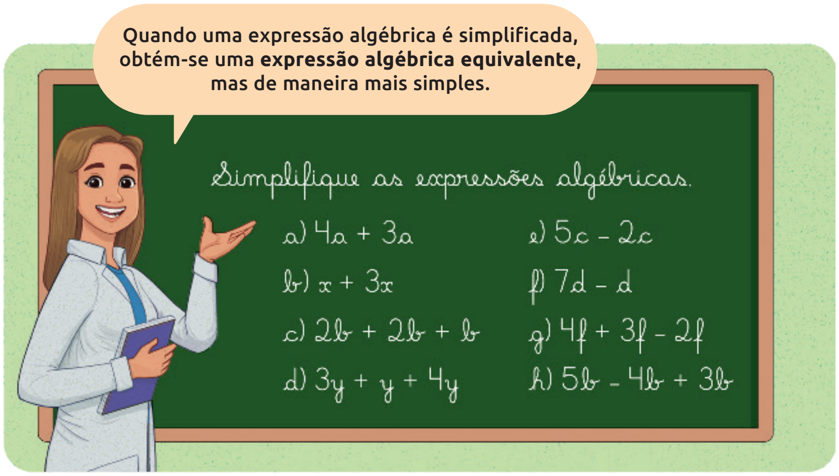




- As questões **1** e **3** possibilitam verificar se os estudantes compreenderam o conceito de valor numérico de uma expressão algébrica. Se julgar necessário, organize-os em trios para que resolvam as questões propostas nesta página, pois, assim, terão a oportunidade de discutir a respeito de procedimentos próprios de resolução ao desenvolvê-las.
- Se julgar necessário, na questão **2**, oriente os estudantes a calcular inicialmente a quantia paga na compra de 2, 3 e 4 jogos. Desse modo, espera-se auxiliá-los na escrita da expressão algébrica em questão.

## Simplificação de expressões algébricas

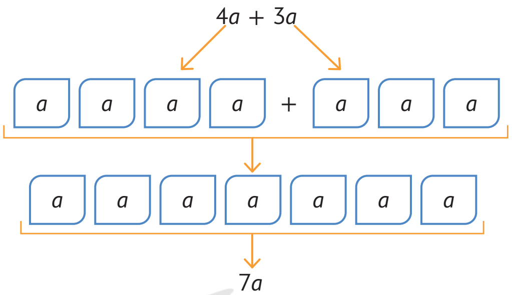
A professora Marcela propôs a seguinte atividade aos estudantes.




ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA

A seguir, apresentamos duas maneiras para simplificar a expressão algébrica do item **a**.

**Utilizando figuras**




**Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição**

$$4a + 3a = (4 + 3)a = 7a$$

Portanto, $4a + 3a = 7a$.

**Questão 4.** Em seu caderno, simplifique as demais expressões algébricas propostas pela professora Marcela. Questão 4. Respostas: b) $4x$; c) $5b$; d) $8y$; e) $3c$; f) $6d$; g) $5f$; h) $4b$.

**Questão 5.** Calcule em seu caderno o valor numérico da expressão

**a)** do item **c**, quando $b = 2$.

**b)** do item **d**, quando $y = 1{,}5$.

**c)** do item **e**, quando $c = 12$.

**d)** do item **g**, quando $f = 2{,}3$.

Questão 5. Respostas: a) 10; b) 12; c) 36; d) 11,5.

Agora, confira como simplificar a expressão $3x + 4y - 1x + 12$.

$$3x + 4y - 1x + 12 = 3x - 1x + 4y + 12 = (3 - 1)x + 4y + 12 = 2x + 4y + 12$$



- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que, em duplas, simplifiquem as expressões apresentadas pela professora Marcela, antes de expor os procedimentos apresentados no livro. Para isso, escreva as expressões algébricas na lousa. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as devidas explicações.
- Ao desenvolver a questão **4**, os estudantes podem utilizar as estratégias que julgarem mais adequadas. Por fim, solicite a alguns deles que exponham suas resoluções para a turma, justificando os procedimentos realizados.
- A questão **5** possibilita, mais uma vez, verificar a compreensão dos estudantes sobre valor numérico de uma expressão algébrica. Se julgar necessário, retome as explicações apresentadas na página anterior.
- Nas atividades em que não é indicada a letra a ser utilizada como variável, os estudantes têm a possibilidade de escolha. Em situações como essa, apresentaremos como resposta uma sugestão de letra, porém os estudantes podem escrever a mesma expressão algébrica utilizando outras letras. Se achar conveniente, diga a eles que é comum o uso de letras associadas ao que ela representa; por exemplo, $c$ para representar o custo de uma roupa, $p$ para representar a quantidade de palitos, $a$ para representar a quantidade de arestas etc.

### Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Ao trabalhar com a atividade **1**, se julgar necessário, oriente os estudantes a atribuir um valor para *n* e determinar o resultado correspondente a cada item. Desse modo, espera-se auxiliá-los na escrita da expressão algébrica solicitada.

• As atividades **2**, **3** e **6** possibilitam o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**. A fim de auxiliar os estudantes a chegar a um tipo de **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), faça questionamentos com o objetivo de aguçar a capacidade de abstração e de **argumentação** deles. Nesse caso, é esperado que os estudantes tenham uma melhor compreensão das abstrações exigidas e argumentações claras e coerentes que a resolução do problema necessita.

• Na atividade **4**, os estudantes devem calcular o valor numérico de algumas expressões algébricas. Aproveite o momento para verificar como eles se saem e, se for preciso, dê as explicações necessárias para que esse conceito seja compreendido por todos.

• Caso os estudantes apresentem alguma dificuldade em escrever a expressão algébrica na atividade **5**, oriente-os a calcular o preço de venda de uma peça de roupa cujo preço de custo é R$ 10,00; R$ 20,00 e R$ 30,00. Assim, espera-se que eles aprendam a regra considerando diversos exemplos de como a conclusão segue da premissa, desenvolvendo, assim, um dos tipos de **raciocínio lógico-matemático**: a indução.

O contexto explorado nesta atividade possibilita o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Educação financeira**. Aproveite essa oportunidade e promova uma roda de conversa sobre empreendedorismo. Incentive os estudantes a fazer comentários a respeito da importância da educação financeira para empreendedores.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **5**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Respostas: a) $\frac{25}{100}n$ ou $\frac{25n}{100}$ ou $0{,}25n$; b) $n + 8$; c) $n - 1$; d) $n : 4$ ou $\frac{1}{4}n$ ou $\frac{n}{4}$ ou $0{,}25n$; e) $n + 1$; f) $\frac{n}{10}$; g) $5n$.

**1.** Sabendo que *n* é um número natural, escreva em seu caderno uma expressão algébrica para cada item.

**a)** 25% desse número.

**b)** 8 unidades a mais do que esse número.

**c)** O antecessor desse número.

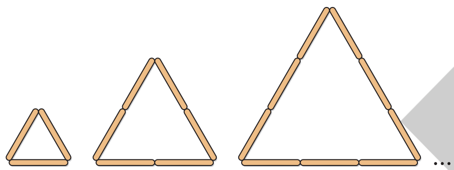
**d)** A quarta parte desse número.

**e)** O sucessor desse número.

**f)** A décima parte desse número.

**g)** O quíntuplo desse número.

**2.** Os triângulos que formam a sequência a seguir foram representados com palitos. A cada novo triângulo foi acrescentado 1 palito em cada lado do triângulo anterior.



1º 2º 3º

RAFAELA PANISSA/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Com base na imagem, determine a quantidade de palitos utilizados para representar o 4º e o 5º triângulos dessa sequência. 2. a) Resposta: 12 e 15 palitos, respectivamente.

**b)** Escreva uma expressão algébrica que expresse a quantidade de palitos necessários para representar um triângulo em uma posição qualquer da sequência. Para isso, denomine *p* o número natural que representa a posição do triângulo. 2. b) Resposta: $3p$.

**c)** Efetue os cálculos e descubra quantos palitos são necessários para representar o:

• 9º triângulo.

• 21º triângulo.

2. c) Respostas: 27 palitos; 63 palitos.

**3.** Escreva no caderno os três próximos termos de cada sequência.

**a)** $a + 1, a + 2, a + 3, a + 5, a + 8, \dots$

**b)** $x + 3, x + 6, x + 12, x + 24, \dots$

**c)** $2y + 8, 3y + 7, 4y + 6, \dots$

3. Respostas nas **orientações ao professor**.

**4.** Substitua as letras de cada sequência da atividade anterior por um número natural menor do que 10 e escreva no caderno a sequência numérica formada.

4. Respostas nas **orientações ao professor**.

**5.** Para vender as roupas de sua loja, Judite acrescenta 28% ao preço de custo.

**a)** Escreva no caderno uma expressão algébrica em que se possa calcular o preço de venda de qualquer peça de roupa da loja.

5. a) Resposta nas **orientações ao professor**.

**b)** Por quantos reais Judite vai vender uma peça de roupa cujo preço de custo é:

• R$ 32,00?

• R$ 25,75?

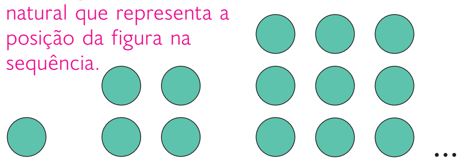
• R$ 20,00?

• R$ 23,50?

5. b) Respostas: R$ 40,96; R$ 32,96; R$ 25,60; R$ 30,08.

**6.** **Junte-se** a um colega e analisem a quantidade de círculos em cada posição da sequência.

6. a) Sugestão de resposta: $n^2$, em que *n* é o número natural que representa a posição da figura na sequência.



1º 2º 3º

HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Escreva uma expressão algébrica que possibilite determinar a quantidade de círculos em uma posição qualquer dessa sequência.

**b)** Quantos círculos há na 35ª posição dessa sequência? E na 52ª posição?

6. b) Sugestão de respostas: 1225 círculos; 2704 círculos.







### Respostas

**3.** Sugestão de respostas:

**a)** $a + 13$, $a + 21$, $a + 34$;

**b)** $x + 48$, $x + 96$, $x + 192$;

**c)** $5y + 5$, $6y + 4$, $7y + 3$.

**4.** Sugestão de respostas:

**a)** Substituindo *a* por 1, obtemos: 2, 3, 4, 6, 9, 13, ...;

**b)** Substituindo *x* por 2, obtemos: 5, 8, 14, 26, 50, 98, ...;

**c)** Substituindo *y* por 3, obtemos: 14, 16, 18, 20, 22, 24, ... .

**5.** Sugestão de resposta:

**a)** $x + \frac{28}{100}x$, em que *x* indica o preço de custo da peça de roupa.

**7.** Leia o diálogo de Daniele e Henrique.


ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Represente com expressões algébricas as falas de Daniele e Henrique.

**b)** Determine os resultados obtidos por Daniele e Henrique, sabendo que ela pensou no número 3 e ele pensou no número 8. 7. b) Resposta: Daniele: 7; Henrique: 6.

**8.** Para descobrir a quantia que Alberto, Carla, Gilberto e Heloisa têm, analise as informações a seguir, sabendo que Lúcio tem *d* reais.

- Alberto tem R$ 20,00 a mais do que Lúcio.
- Carla tem R$ 7,00 a menos do que Alberto.
- Gilberto tem o dobro da quantia de Carla.
- Heloísa tem a metade da quantia de Gilberto.

9. Sugestões de respostas:
a) Um sonho: $\frac{y - 0{,}50}{2} + 0{,}65$ ou $\frac{y + 0{,}80}{2}$;
b) Um pedaço de torta: $2(y - 1) - 1{,}85$ ou $2y + 0{,}15$;
c) Uma fatia de bolo: $2(2y + 0{,}15)$ ou $4y + 0{,}30$;
d) Um biscoito: $\frac{2(y + 1)}{3}$ ou $\frac{2y + 2}{3}$.

**a)** Represente no caderno a quantia de cada pessoa utilizando a variável *d*.

**b)** Sabendo que Lúcio tem R$ 21,00, quantos reais têm as demais pessoas?

8. b) Resposta: Alberto: R$ 41,00; Carla: R$ 34,00; Gilberto: R$ 68,00; Heloísa: R$ 34,00.

**9.** Em uma padaria, 1 L de leite custa *y* reais. Com base no preço de 1 L de leite, podemos escrever uma expressão algébrica para representar os preços de outros produtos dessa padaria.

8. a) Resposta: Lúcio: $d$; Alberto: $d + 20$; Carla: $(d + 20) - 7$ ou $d + 13$; Gilberto: $2(d + 13)$ ou $2d + 26$; Heloísa: $\frac{2(d + 13)}{2}$ ou $d + 13$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Meia dúzia de pães custa R$ 1,00 a mais do que 1 L de leite. $y + 1$ | Uma *minipizza* custa R$ 0,50 a menos do que 1 L de leite. $y - 0{,}50$ | Uma caixinha de suco custa o dobro de meia dúzia de pães. $2(y + 1)$ | Um pão de queijo custa metade de uma *minipizza*. $\frac{y - 0{,}50}{2}$ |

Agora, escreva no caderno outras expressões algébricas para representar o preço de cada produto a seguir dessa padaria.

**Atenção!**

Utilize essas expressões algébricas para representar os preços dos demais produtos.

**a)** Um sonho custa R$ 0,65 a mais do que um pão de queijo.

**b)** Um pedaço de torta custa R$ 1,85 a menos do que uma caixinha de suco.

**c)** Uma fatia de bolo custa o dobro de um pedaço de torta.

**d)** Um biscoito custa a terça parte de uma caixinha de suco.

7. a) Resposta: Indicando por $x$ o número pensado por Daniele, obtemos: $(2x + 2) - 1$. Indicando por $a$ o número pensado por Henrique, obtemos: $\frac{4a - 8}{4}$.





- Nas atividades **7**, **8** e **9**, oriente os estudantes a, inicialmente, atribuir valores para as variáveis. Na atividade **7**, por exemplo, diga-lhes para atribuir valores ao número pensado por Daniele e, em seguida, escrever uma expressão numérica. Assim, espera-se que eles aprendam a regra com base em diversos exemplos de como a conclusão segue da premissa, desenvolvendo, assim, um dos tipos de **raciocínio lógico-matemático**: a indução.

## Atividade a mais

Com suas palavras, descreva as expressões algébricas apresentadas a seguir, de modo semelhante ao que foi feito por Daniele e Henrique na atividade **7**.

**a)** $3x + 5$

**b)** $5x$

**c)** $\left(\frac{x}{2}\right) \cdot 3 + 1$

## Resoluções e comentários

**a)** Pensei em um número, multipliquei por 3 e adicionei 5 unidades ao resultado.

**b)** Pensei em um número e multipliquei-o por 5.

**c)** Sugestão de resposta: Pensei em um número, dividi por 2, multipliquei o quociente obtido por 3 e adicionei 1 unidade ao resultado.

Caso os estudantes apresentem alguma dificuldade na resolução desta atividade, escreva algumas expressões na lousa e, com eles, descreva-as em linguagem materna.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades nas atividades **10**, **13** ou **14**, retome o trabalho com o tópico **Simplificação de expressões algébricas**. Aproveite o momento para verificar se eles compreenderam que ao simplificar uma expressão algébrica obtém-se outra equivalente à inicial.
- Ao trabalhar com a atividade **11**, verifique como os estudantes adicionam as expressões dadas. Se julgar necessário, realize com eles o item **b** desta atividade, destacando os procedimentos efetuados.
- Antes de propor a atividade **12**, questione os estudantes sobre o conceito de perímetro de um polígono. Nesse momento, é esperado que eles saibam que o perímetro de um polígono é o comprimento de seu contorno. Em seguida, peça que resolvam a atividade, cuja resolução proporciona a compreensão das relações entre conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática, conforme descreve a **Competência específica de Matemática 3**.
- Na atividade **15**, oriente os estudantes a, inicialmente, atribuir valores para $x$ e $y$ e escrever as expressões numéricas correspondentes. Assim, espera-se que, de acordo com diversos exemplos, eles consigam obter as expressões algébricas esperadas e desenvolvam o **raciocínio lógico-matemático**, em especial, a indução.

**10.** Associe as expressões algébricas aos seus respectivos itens equivalentes, escrevendo a letra e o número correspondentes. 10. Resposta: a-3; b-1; c-2.

| | |
|---|---|
| **a)** $2x + 4 - x$ | **1)** $3x + 2$ |
| **b)** $4x - x + 2$ | **2)** $3x - 2$ |
| **c)** $5x - 2 - 2x$ | **3)** $x + 4$ |

**11.** A seguir estão representados um número natural, seu antecessor e seu sucessor.

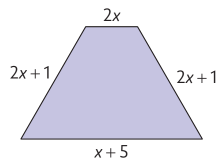
$\boxed{y + 1}$ $\boxed{y - 1}$ $\boxed{y}$

**a)** Escreva em seu caderno as representações em ordem crescente.

**b)** Adicione esses 3 números e, em seguida, simplifique a expressão algébrica obtida.

11. Respostas: a) $y - 1$, $y$, $y + 1$; b) $y - 1 + y + y + 1 = 3y$.

**12.** Examine como Jussara obteve e simplificou a expressão algébrica que representa a medida do perímetro do polígono.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

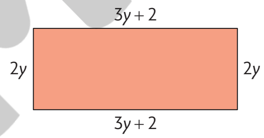
$2(2x + 1) + 2x + x + 5 =$
$= 4x + 2 + 2x + x + 5 =$
$= \underbrace{4x + 2x + x} + \underbrace{2 + 5} =$
$= 7x + 7$

KEITHY MOSTACHI/ ARQUIVO DA EDITORA

12. Respostas: A. $10y + 4$; B. $21b + 7$.

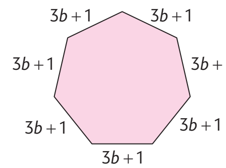
Agora, determine a expressão algébrica que representa a medida do perímetro de cada figura. Em seguida, simplifique a expressão obtida.

**A.**




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**B.**




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**13.** Simplifique as expressões algébricas.

**a)** $x + x + x$

**b)** $2n + 3n + 2$

**c)** $4(7x + 3) - x$

**d)** $m + 1 + (2 - 1)m$

**e)** $\dfrac{6a + 9}{3}$

**f)** $5 + \dfrac{2y + 12}{2}$

**Atenção!**
$\dfrac{6a + 9}{3}$ é equivalente a $\dfrac{6a}{3} + \dfrac{9}{3}$.

13. Respostas: a) $3x$; b) $5n + 2$; c) $27x + 12$; d) $2m + 1$; e) $2a + 3$; f) $y + 11$.

**14.** Escreva uma expressão algébrica que, ao ser simplificada, seja equivalente a:

**a)** $5x$

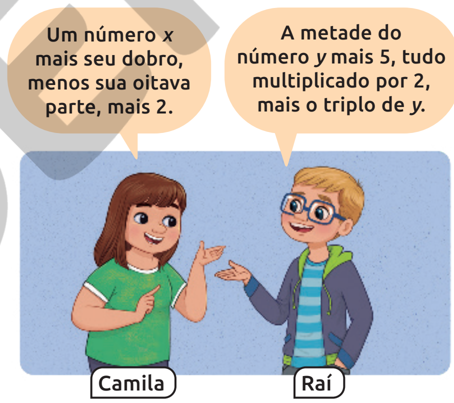
**b)** $2x + 1$

**c)** $\dfrac{y}{2}$

**d)** $\dfrac{4n}{3} + 10$

14. Sugestão de respostas: a) $3x + 2x$; b) $(4x + 2) - (2x + 1)$; c) $y - \frac{y}{2}$; d) $\frac{4n}{3} - 100 + 110$.

**15.** Leia a seguir o diálogo de Camila e Raí.




ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**
Dizemos que $\frac{x}{8}$ é equivalente a $\left(\frac{1}{8}\right)x$.

Agora, escreva no seu caderno uma expressão algébrica para representar a fala de Camila e Raí. Em seguida, simplifique as expressões.

15. Resposta: Camila: $x + 2x - \frac{x}{8} + 2 = \frac{23}{8}x + 2$; Raí: $\left(\frac{y}{2} + 5\right)2 + 3y = 4y + 10$.

# Fórmulas

Para saber a possível frequência cardíaca máxima de uma pessoa adulta quando se exercita, os fisiologistas utilizam a **fórmula** a seguir.

$$B = 220 - i$$

Nessa fórmula, $B$ indica a quantidade de batimentos por minuto (bpm), enquanto $i$ indica a idade em anos.

**Fisiologista:** profissional que estuda as diversas funções dos organismos vivos, como a circulação, a nutrição, a respiração e o crescimento.


DC STUDIO/SHUTTERSTOCK

Médica supervisionando a realização dos exercícios do paciente. Entre as informações apresentadas, é possível ver a quantidade de batimentos por minuto do paciente.



Para determinar a frequência cardíaca máxima que uma pessoa pode atingir ao exercitar-se, deve-se substituir a letra $i$ na fórmula pela idade em anos da pessoa. Analise os cálculos realizados para uma pessoa com 18 anos de idade.

$$B = 220 - i = 220 - 18 = 202$$

Assim, quando uma pessoa com 18 anos se exercita, ela pode ter uma frequência cardíaca máxima de 202 bpm.

As **fórmulas** são sentenças matemáticas que mostram, de maneira resumida, quais cálculos devem ser realizados para chegar a determinado resultado. Nas fórmulas, as letras, ou seja, as **variáveis**, representam números.

**Atenção!**

Na fórmula $B = 220 - i$, estudada nesta página, $B$ e $i$ são as variáveis.

**Questão 6.** Em seu caderno, determine a frequência cardíaca máxima que uma pessoa pode atingir ao exercitar-se, caso ela tenha:

**a)** 25 anos. **b)** 30 anos. **c)** 45 anos. **d)** 67 anos.

Questão 6. Respostas: a) 195 bpm; b) 190 bpm; c) 175 bpm; d) 153 bpm.



- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes referente a fórmulas. Motive-os a dar suas explicações e a conversar entre si, proporcionando a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio deles sobre o assunto e tornando o estudo mais significativo.
- Aproveite o contexto abordado nesta página e proponha uma roda de conversa a respeito do tema contemporâneo transversal **Saúde**. Questione os estudantes a respeito da importância de visitar o médico regularmente, por exemplo. Incentive-os a expor suas opiniões relacionadas a essa questão e a outras que envolvam o assunto trabalhado. Aproveite e verifique a possibilidade de integrar esse bate-papo aos componentes curriculares de **Ciência** e de **Educação Física**, convidando os professores desses componentes a participar das discussões. Solicite a esses professores que tragam mais informações a respeito da frequência cardíaca e da importância de cuidarmos da saúde física e emocional. Nesse bate-papo, ao abordar os assuntos propostos, é esperado que os estudantes compreendam a diversidade humana e reconheçam suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas, conforme orienta a **Competência geral 8**.
- Para complementar o trabalho com a questão **6**, oriente os estudantes a calcular a frequência máxima que eles podem atingir ao se exercitarem. Por fim, solicite que apresentem os procedimentos e o resultado obtido aos colegas de sala.

## Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Desenvolva o trabalho com esta seção utilizando o programa Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha eletrônica, editores de textos, de apresentações, de desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalar o programa, basta acessar o *site* indicado a seguir. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/. Acesso em: 30 abr. 2022.

• Explique aos estudantes que a alça de preenchimento automático é um recurso das planilhas que tem diversos objetivos, como automatizar o preenchimento de números, fórmulas, textos e datas no intervalo de células desejado, com base no reconhecimento de padrões. Se julgar conveniente, antes de trabalhar com as fórmulas na planilha eletrônica, apresente aos estudantes algumas ações com essa ferramenta. Desse modo, espera-se facilitar o trabalho com os cálculos propostos.

• Caso os cálculos apresentem erros, verifique se os estudantes preencheram as informações nas células corretas. Caso os valores estejam em células diferentes, as fórmulas devem ser ajustadas para apresentar o resultado correto.

• Nesta seção, os estudantes têm a oportunidade de adquirir conhecimentos tecnológicos que poderão ser usados para solucionar problemas futuros com eficiência, desenvolvendo, assim, o **pensamento computacional**. Obtenha informações a respeito desse assunto no tópico **Pensamento computacional**, nas orientações gerais deste manual.

### Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## Instrumentos e *softwares*

### Fórmulas na planilha eletrônica

As planilhas eletrônicas, como o Calc, são muito úteis e ajudam as pessoas a agilizar cálculos envolvendo fórmulas. Com base na fórmula apresentada na página **125** e no Calc, podemos obter a possível frequência cardíaca máxima de uma pessoa adulta quando ela se exercita da seguinte maneira.

**1º.** Digite "Idade em anos ($i$)" em **A1** e "Batimentos cardíacos por minuto ($B$)" em **B1**. Em seguida, preencha três valores sequenciais na coluna da variável $i$, considerando que a variável representa a idade de uma pessoa adulta.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | **Idade em anos ($i$)** | **Batimentos cardíacos por minuto ($B$)** | |
| 2 | 20 | | |
| 3 | 21 | | |
| 4 | 22 | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |

Alça de preenchimento automático

**2º.** Selecione esses valores clicando em **A2**, e com o botão pressionado arraste até **A4**. Clique na **Alça de preenchimento automático**, mantendo o botão pressionado, e arraste-a até a linha desejada, podendo ser até a linha **A10**. Desse modo, os demais valores da sequência serão inseridos automaticamente.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | **Idade em anos ($i$)** | **Batimentos cardíacos por minuto ($B$)** | |
| 2 | 20 | | |
| 3 | 21 | | |
| 4 | 22 | | |
| 5 | 23 | | |
| 6 | 24 | | |
| 7 | 25 | | |
| 8 | 26 | | |
| 9 | 27 | | |
| 10 | 28 | | |
| 11 | | | |

**3º.** Como $B = 220 - i$, digite a fórmula **= 220 − A2** na célula **B2** e pressione **Enter**. A frequência cardíaca máxima de uma pessoa com 20 anos ao exercitar-se será exibida nessa célula.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | **Idade em anos ($i$)** | **Batimentos cardíacos por minuto ($B$)** | |
| 2 | 20 | 200 | |
| 3 | 21 | | |
| 4 | 22 | | |
| 5 | 23 | | |
| 6 | 24 | | |
| 7 | 25 | | |
| 8 | 26 | | |
| 9 | 27 | | |
| 10 | 28 | | |
| 11 | | | |

= 220 − A2

**4º.** Novamente, clique na **Alça de preenchimento automático** e arraste-a até a linha **B10**. Com isso, o valor correspondente da variável $B$ é obtido de maneira automática para cada valor correspondente da variável $i$.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | **Idade em anos ($i$)** | **Batimentos cardíacos por minuto ($B$)** | |
| 2 | 20 | 200 | |
| 3 | 21 | 199 | |
| 4 | 22 | 198 | |
| 5 | 23 | 197 | |
| 6 | 24 | 196 | |
| 7 | 25 | 195 | |
| 8 | 26 | 194 | |
| 9 | 27 | 193 | |
| 10 | 28 | 192 | |
| 11 | | | |

RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Professor, professora: Sugira aos estudantes que alterem algum valor de $i$ para verificarem que o valor correspondente de $B$ é atualizado automaticamente.







• Utilizando os conhecimentos adquiridos nesta seção, os estudantes terão a oportunidade de utilizar tecnologias digitais para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, conforme orienta a **Competência específica de Matemática 5**.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**16.** Em certa loja, quando os produtos são vendidos em 3 prestações iguais, há um acréscimo de 15% sobre o preço de etiqueta. O valor de cada prestação corresponde ao preço do produto com acréscimo, dividido em três partes iguais.

**a)** Com base nessas informações, qual das fórmulas a seguir fornece o valor de cada prestação?

**Atenção!**

Na fórmula correta, $p$ representa o valor de cada prestação e $x$ representa o preço de etiqueta do produto.

**A.** $p = \dfrac{15x + 15}{3}$

**B.** $p = \dfrac{3x + 15}{15}$

**C.** $p = \dfrac{x + 0{,}15x}{3}$

**D.** $p = \dfrac{x + 1{,}15x}{3}$

**E.** $p = \dfrac{0{,}15x + 15}{3}$

**b)** Sabendo que nessa loja o preço de etiqueta de determinado produto é R$ 132,00, calcule o valor de cada prestação quando o produto é vendido em 3 prestações iguais.

16. Respostas: a) Alternativa **C**; b) R$ 50,60.

**17.** O lucro mensal de uma fábrica de calçados é dado pela fórmula $y = \dfrac{35x}{2}$, em que $y$ é o lucro em reais, e $x$ é a quantidade de pares de calçados produzidos no mês.

Qual é o lucro mensal dessa fábrica quando ela produz 488 pares de calçados?

17. Resposta: R$ 8 540,00.

**18.** A milha terrestre é uma unidade de medida de comprimento utilizada na Inglaterra e nos Estados Unidos. Dada uma medida em milhas, para encontrar a medida equivalente em metros, utiliza-se a fórmula $y = 1609{,}344x$, em que $x$ é a medida da distância em milhas terrestres, e $y$ é a medida da distância equivalente em metros. Com o auxílio do Calc, escreva as seguintes medidas em metros.

**a)** 0 milha.

**b)** 1 milha.

**c)** 2 milhas.

**d)** 1000 milhas.

18. Respostas: a) 0 m; b) 1609,344 m; c) 3 218,688 m; d) 1609 344 m.

**19.** Amauri desenvolveu uma fórmula em uma planilha eletrônica que multiplica por 7 o número de entrada e subtrai 6 unidades do resultado dessa multiplicação, obtendo, assim, o número de saída.

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | Número de entrada | Número de saída |
| 2 | 8 | 50 |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Escreva no caderno a fórmula utilizada por Amauri na planilha eletrônica. Para isso, use a letra $N$ para representar o número de entrada e $R$ para o número de saída.

**b)** Com base nessa fórmula, calcule com o Calc o valor de $R$ para os seguintes números de entrada.

4 10 5,8 6,2

19. Respostas: a) $R = 7N - 6$; b) **4**: 22; **10**: 64; **5,8**: 34,6; **6,2**: 37,4.





- Nas diversas atividades deste tópico, é esperado que os estudantes utilizem modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas. Além disso, algumas dessas atividades possibilitam o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**. A fim de auxiliar os estudantes a chegar a um tipo de **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), faça questionamentos com o objetivo de aguçar a capacidade de abstração e de **argumentação** deles. Nesse caso, é esperado que eles tenham uma melhor compreensão das abstrações exigidas e argumentações claras e coerentes que a resolução do problema necessita.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades nas atividades **16** e **19**, oriente-os a construir quadros e a atribuir valores ao preço do produto e ao número de entrada, e também a calcular os respectivos valores de parcelas e números de saída. Com isso, espera-se auxiliá-los na obtenção das expressões desejadas.
- A atividade **18** trabalha com o Calc. Aproveite a oportunidade e oriente os estudantes a também resolver a atividade **17** utilizando essa ferramenta. Nesse caso, leve-os ao laboratório de informática para que, em duplas, desenvolvam estratégias de resolução dessas atividades. Por fim, oriente-os a apresentar os procedimentos utilizados para a turma.

Caso julgue necessário, retome o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares*: Fórmulas na planilha eletrônica** e, com os estudantes, escreva outras fórmulas no Calc.

- Ao trabalhar com este tópico e suas atividades, os estudantes são desafiados a determinar se uma sequência foi definida pela sua lei de formação ou por recorrência e utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. Além disso, são levados a reconhecer que o conceito de recursão está presente não apenas na Matemática, mas também na Arte e na Literatura, desenvolvendo as habilidades **EF07MA14** e **EF07MA15**.
- Na questão **7**, é esperado que os estudantes identifiquem a posição dos termos de uma sequência. Se necessário, represente a sequência (4, 6, 8, 10) na lousa. Em seguida, indique o nome dos termos, conforme apresentado a seguir.

2º termo — 3º termo

(4, 6, 8, 10)

1º termo — 4º termo

- Ao trabalhar com a questão **8**, verifique se os estudantes compreenderam que, para obter os termos da sequência definida por $a_n = n + 9$, para todo $n > 0$, devemos substituir $n$ por 1, 2, 3, ... na lei de formação. Caso necessário, apresente-lhes outros exemplos.

**Algo a mais**

ZAHN, Maurício. *Tópicos de Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2020.

Nesse livro, você encontrará informações a respeito de sequência com elementos da natureza.

# Sequências

Uma **sequência** é uma lista ordenada de objetos que podem ser letras, números, palavras, figuras etc. Os objetos que compõem a sequência são chamados **termos** da sequência.

Confira um exemplo a seguir em que é representada uma sequência listando seus termos separados por vírgula.

4, 6, 8, 10, 12, 14, 16.

Pode-se também denotar uma sequência escrevendo seus termos entre parênteses e separados por vírgula.

(4, 6, 8, 10, 12, 14, 16)

**Atenção!**

Ao trabalhar com sequências, a ordem dos termos é de suma importância, pois, por exemplo, (7, 3, −1) e (−1, 3, 7) representam sequências diferentes.

Na sequência apresentada, 4 é o **primeiro termo**, 6 é o **segundo**, 8 é o **terceiro**, e assim por diante. Os termos das sequências podem ser representados por uma letra e um índice. Por exemplo:

- $a_1$: primeiro termo.
- $a_2$: segundo termo.
- $a_3$: terceiro termo.
- $a_4$: quarto termo.

...

- $a_n$: $n$-ésimo termo ($n$ é natural maior do que zero).

Verifique outros exemplos de sequências.

**A.** (amarelo, azul, vermelho)

**B.** (1, 3, 5, 7, 9, 11, ...)

**Atenção!**

As ... na sequência **B** indicam que ela continua infinitamente.

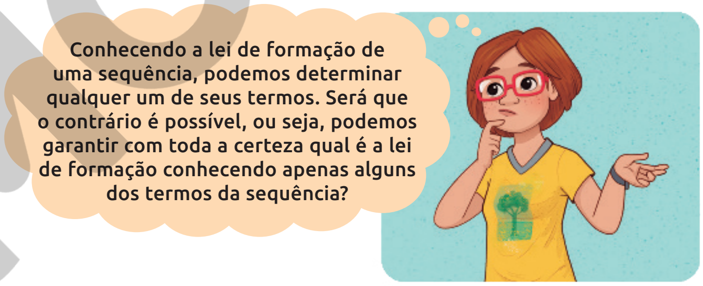
**Questão 7.** Qual é o primeiro termo da sequência A? E o sexto termo da sequência B?

Questão 7. Respostas: Amarelo; 11.

Em certos casos, podemos descrever uma sequência por meio de uma **lei de formação**. Por exemplo, considere a sequência cuja lei de formação é $a_n = 3n + 1$, para todo $n > 0$. Para obter os seus respectivos termos, deve-se substituir os valores de $n$ na lei de formação. Nesse caso, obtemos a seguinte sequência:

(4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ...)

**Questão 8.** Represente em seu caderno a sequência cuja lei de formação é $a_n = n + 9$, para todo $n > 0$. Questão 8. Resposta: (10, 11, 12, 13, 14, ...).




ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA

A resposta é negativa para a pergunta da página anterior. Não há como garantir qual será o próximo termo de uma sequência conhecendo apenas alguns de seus termos.

Por exemplo, considere a sequência (3, 5, 7, ...). Podemos supor que essa seja a sequência dos **números ímpares maiores do que 2 em ordem crescente** e, nesse caso, o próximo termo seria 9. Porém, existem infinitas sequências cujos primeiros termos são 3, 5 e 7, como é o caso da sequência dos **números primos ímpares maiores do que 2 em ordem crescente** – nesse caso, o próximo termo seria 11.

## Sequências definidas por recorrência

Em algumas situações, é possível indicar uma sequência utilizando uma expressão que possibilite calcular um termo da sequência em função dos termos anteriores. Essa expressão é chamada **relação de recorrência**.

Por exemplo, considere uma sequência em que $a_1 = 3$ e que satisfaça a relação $a_n = a_{n-1} + 2$ para todo $n > 1$. Nesse caso, temos:

- $a_1 = 3$
- $a_2 = a_1 + 2 = 3 + 2 = 5$
- $a_3 = a_2 + 2 = 5 + 2 = 7$
- $a_4 = a_3 + 2 = 7 + 2 = 9$
- $a_5 = a_4 + 2 = 9 + 2 = 11$
- $a_6 = a_5 + 2 = 11 + 2 = 13$

Portanto, obtemos a seguinte sequência:

$$(3, 5, 7, 9, 11, 13, ...)$$

A ideia de recorrência (recursividade) não está presente apenas na Matemática, mas também nas Artes e na Literatura, como no poema "Velocidade", de Ronaldo Azeredo, produzido em 1957 e publicado em 1958. As imagens a seguir foram elaboradas, com base nesse poema, por dois estudantes da professora Adélia. Em uma delas a palavra **VELOCIDADE** foi trocada por **MATEMÁTICA** e na outra por **INSPIRAÇÃO**.

M M M M M M M M M M<br>
M M M M M M M M M A<br>
M M M M M M M M A T<br>
M M M M M M M A T E<br>
M M M M M M A T E M<br>
M M M M M A T E M Á<br>
M M M M A T E M Á T<br>
M M M A T E M Á T I<br>
M M A T E M Á T I C<br>
M A T E M Á T I C A

Marcos

I I I I I I I I I I<br>
I I I I I I I I I N<br>
I I I I I I I I N S<br>
I I I I I I I N S P<br>
I I I I I I N S P I<br>
I I I I I N S P I R<br>
I I I I N S P I R A<br>
I I I N S P I R A Ç<br>
I I N S P I R A Ç Ã<br>
I N S P I R A Ç Ã O

Paula

ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Perceba que, nas imagens elaboradas por Marcos e Paula, de baixo para cima, a partir da segunda linha, a próxima é igual à anterior, porém com a última letra excluída e um **M** ou **I**, respectivamente, acrescido à esquerda.

**Questão 9.** Junte-se a um colega e pesquisem outros poemas e obras de arte em que seja possível identificar a ideia de recorrência. Depois, apresentem seus resultados aos colegas.
Questão 9. Resposta pessoal.





- Ao trabalhar com esta página, verifique a possibilidade de apresentar o poema "Velocidade" aos estudantes, encontrado na referência a seguir.

LEITE, Marli Siqueira. *Ronaldo Azeredo*: o mínimo múltiplo (in)comum da poesia concreta. Vitória: Edufes, 2013. p. 75.

- Ao trabalhar com a questão **9**, os estudantes identificarão o conceito de recursão fora da Matemática, desenvolvendo aspectos da habilidade **EF07MA14**. Após todos concluírem suas pesquisas, peça-lhes que apresentem os resultados para a turma. Por fim, solicite que elaborem releituras das obras encontradas.
- Aproveite o fato de a questão **9** ser proposta em dupla e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.
- Exceto quando dito o contrário, nas atividades desta unidade, vamos considerar como válida qualquer lei de formação que descreve os primeiros termos de uma sequência dada.
- As atividades propostas neste tópico possibilitam o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**. A fim de auxiliar os estudantes a chegar a um tipo de **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), faça questionamentos com o objetivo de aguçar a capacidade de abstração e de **argumentação** deles. Nesse caso, é esperado que os estudantes tenham uma melhor compreensão das abstrações exigidas e argumentações claras e coerentes que a resolução do problema necessita.
- Em todas as atividades em que os estudantes devem conjecturar a regra de uma sequência, oriente-os a verificar se ela funciona, testando sua validade para todos os termos apresentados. Na atividade **22** da página **130**, por exemplo, após conjecturar que o item **b** pode descrever a sequência em questão, testamos a validade da expressão substituindo $n$ por 1, 2, 3, 4 e 5. Nesse caso:
  - para $n = 1$, segue que $a_1 = 7 \cdot 1 + 1 = 8$;
  - para $n = 2$, segue que $a_2 = 7 \cdot 2 + 1 = 15$;
  - para $n = 3$, segue que $a_3 = 7 \cdot 3 + 1 = 22$;
  - para $n = 4$, segue que $a_4 = 7 \cdot 4 + 1 = 29$;
  - para $n = 5$, segue que $a_5 = 7 \cdot 5 + 1 = 36$.

Portanto, a expressão funciona para os termos apresentados.

• Na seção **Atividades** deste tópico, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver o **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema. Obtenha informações a respeito desse assunto no tópico **Pensamento computacional**, nas orientações gerais deste manual.

• Nas atividades **20** e **21**, os estudantes devem escrever uma sequência dada e sua lei de formação ou sua relação de recorrência. Caso eles apresentem dificuldades, resolva na lousa, com o auxílio deles, os itens **a** e **c** da atividade **20**. Na atividade **21**, além de escrever a sequência, eles devem classificar se ela foi definida pela sua lei de formação ou por recorrência. A fim de sanar possíveis dúvidas referentes a essa classificação, organize uma roda de conversa para que as definições das sequências da atividade **20** sejam classificadas em lei de formação ou relação de recorrência.

• Na atividade **22**, os estudantes são desafiados a determinar se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes, desenvolvendo, com isso, a habilidade **EF07MA16**. Converse com eles a fim de compreenderem que algumas sequências podem ser definidas tanto por uma lei de formação quanto por recorrência. Se julgar necessário, solicite-lhes que definam, pela lei de formação e por recorrência, a sequência dos números pares em ordem crescente e a sequência dos números ímpares em ordem crescente.

• Na atividade **23**, os estudantes devem perceber a necessidade de substituir *n* por 38 em cada um dos itens. Se julgar conveniente, oriente-os a determinar outros termos das sequências.

• Caso os estudantes apresentem dificuldades ao obter as expressões para descrever as sequências nas atividades **24** e **25**, organize-os em trios e oriente-os a discutir e desenvolver estratégias próprias de resolução. Além disso, se julgar conveniente, proponha a construção de quadros para auxiliá-los nas deduções necessárias.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**20.** Escreva em seu caderno a sequência definida por:

**a)** $a_n = 5n + 2$, para todo $n > 0$, em que $a_1 = 7$. 20. a) Resposta: $(7, 12, 17, 22, 27, \ldots)$.

**b)** $a_n = \frac{n}{2} + 10$, para todo $n > 0$. 20. b) Resposta: $\left(\frac{21}{2}, 11, \frac{23}{2}, 12, \ldots\right)$.

**c)** $a_n = 5a_{n-1} + 1$, para todo $n > 1$, em que $a_1 = 2$. 20. c) Resposta: $(2, 11, 56, 281, \ldots)$.

**d)** $a_n = \frac{2n}{3} + n$, para todo $n > 0$. 20. d) Resposta: $\left(\frac{5}{3}, \frac{10}{3}, \frac{15}{3}, \frac{20}{3}, \ldots\right)$.

**e)** $a_n = a_{n-1} + 2n + 5$, para todo $n > 1$, em que $a_1 = 0$. 20. e) Resposta: $(0, 9, 20, 33, \ldots)$.

**f)** $a_n = 5n$, para todo $n > 2$, em que $a_1 = a_2 = 1$. 20. f) Resposta: $(1, 1, 15, 20, \ldots)$.

Entre as sequências definidas anteriormente, quais foram descritas por meio de uma lei de formação? 20. Resposta: As sequências dos itens **a**, **b**, **d** e **f**.

**21.** Considere a sequência definida por $a_n = 2 \cdot a_{n-1} - 3$, para todo $n > 1$, em que $a_1 = 4$.

**a)** Escreva os 5 primeiros termos dessa sequência. 21. a) Resposta: 4, 5, 7, 11 e 19.

**b)** A sequência foi definida por recorrência ou por meio de uma lei de formação? 21. b) Resposta: Recorrência.

**c)** Se o primeiro termo fosse 3, qual seria a sequência obtida? 21. c) Resposta: $(3, 3, 3, 3, \ldots)$.

**22.** A professora de Paulo apresentou aos estudantes a seguinte sequência:

$$(8, 15, 22, 29, 36, \ldots)$$

Entre as expressões a seguir, quais podem descrever a sequência apresentada pela professora? 22. Resposta: Expressões dos itens **b** e **d**.

**a)** $a_n = 8n$, para todo $n > 0$.

**b)** $a_n = 7n + 1$, para todo $n > 0$.

**c)** $a_n = a_{n+1} + 8$, para todo $n > 1$, em que $a_1 = 8$.

**d)** $a_n = a_{n+1} + 7$, para todo $n > 1$, em que $a_1 = 8$.

**e)** $a_n = a_{n+1} + 7$, para todo $n > 1$, em que $a_1 = 1$.

• O que podemos concluir em relação às expressões indicadas por você?

• Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que, apesar de duas definições aparentemente diferentes, elas representam a mesma sequência.

**23.** Determine o 38º termo da sequência definida por:

**a)** $a_n = 10 + n$, em que $n > 0$.

**b)** $a_n = 2n - 5$, em que $n > 0$.

23. Respostas: a) $a_{38} = 48$; b) $a_{38} = 71$.

**24.** Considerando a sequência dos números ímpares em ordem crescente $(1, 3, 5, \ldots)$, responda às questões.

**a)** A sequência é finita ou infinita?

**b)** Qual é a lei de formação dessa sequência?

**c)** Qual é o 100º termo dessa sequência?

24. Respostas: a) Infinita; b) $a_n = 2n - 1$, para todo $n > 0$; c) 199.

**25.** Defina cada uma das sequências por meio de uma lei de formação ou por recorrência.

**a)** $(16, 17, 18, 19, \ldots)$

25. a) Sugestões de resposta: $a_n = n + 15$, para todo $n > 0$; $a_n = a_{n-1} + 1$, para todo $n > 1$, com $a_1 = 16$.

**b)** $(6, 10, 14, 18, \ldots)$

25. b) Sugestões de resposta: $a_n = 4n + 2$, para todo $n > 0$; $a_n = a_{n-1} + 4$, para todo $n > 1$, com $a_1 = 6$.

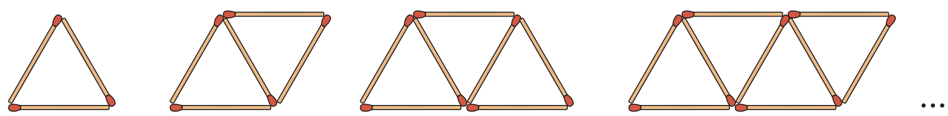






• Após trabalhar com a atividade **25**, solicite aos estudantes que escrevam na lousa as definições dadas por eles para cada uma das sequências. Por fim, solicite-lhes que determinem se as expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes, desenvolvendo, assim, a habilidade **EF07MA16**.

**26.** Analise a sequência de figuras representadas com palitos de fósforo.




HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

26. b) Sugestão de resposta: $a_n = 2n + 1$, para todo $n > 0$, em que $n$ é o número natural que representa a posição da figura na sequência.

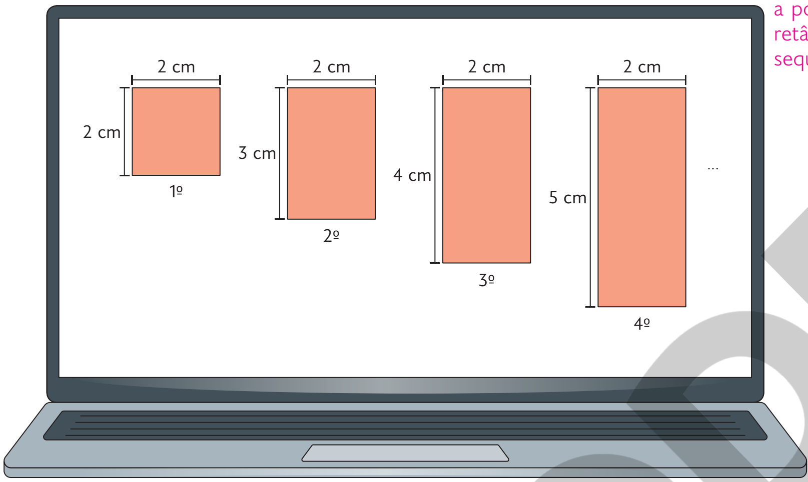
a) Quantos palitos de fósforo são necessários para representar a 2ª figura dessa sequência? E a 4ª figura? 26. a) Respostas: 5 palitos para representar a 2ª figura e 9 palitos para a 4ª figura.

b) Escreva no caderno uma expressão que represente a quantidade de palitos necessárias para uma figura em posição qualquer da sequência.

c) Quantos palitos de fósforo são necessários para representar a 9ª figura da sequência? E a 25ª figura? 26. c) Sugestão de respostas: 19 palitos para a 9ª figura e 51 palitos para a 25ª figura.

**27.** Com um programa de computador, Antônio construiu a seguinte sequência de retângulos.

27. b) Sugestão de resposta: $a_n = 2(n + 1)$, para todo $n > 0$, em que $n$ é o número natural que representa a posição do retângulo na sequência.




RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Com base nessa sequência, qual é a medida da área do 2º retângulo? E do 4º retângulo? 27. a) Respostas: 6 cm² para o 2º retângulo e 10 cm² para o 4º retângulo.

b) Escreva uma expressão que represente a medida da área, em centímetros quadrados, de um retângulo em uma posição qualquer da sequência.

c) Quanto mede a área do 525º retângulo dessa sequência? 27. c) Sugestão de resposta: 1052 cm².

**28.** A professora de Conceição e de Jorge solicitou aos estudantes que escrevessem a lei de formação da sequência dos números pares em ordem crescente. A seguir estão apresentadas as leis de formação por Conceição e Jorge.

- Conceição: $a_n = 2n - 2$, para $n > 0$.
- Jorge: $a_n = 2(n - 1)$, para $n > 0$.

Ao analisar a resposta deles, quem escreveu a lei de formação corretamente? Justifique sua resposta. 28. Resposta: Ambos escreveram a lei de formação corretamente, pois as expressões escritas por Conceição e Jorge são equivalentes.





- Caso os estudantes apresentem dificuldades ao resolver o item **b** das atividades **26** e **27**, dê orientações semelhantes às descritas no comentário referente às atividades **24** e **25** da página anterior.
- A atividade **27** proporciona a compreensão das relações entre conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática, conforme descreve a **Competência específica de Matemática 3**.
- Na atividade **28**, os estudantes são desafiados a determinar se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes, desenvolvendo assim a habilidade **EF07MA16**. Caso julgar necessário, retome o trabalho com o tópico **Simplificação de expressões algébricas**.

## Sugestão de avaliação

Para avaliar o conhecimento a respeito de sequência, proponha aos estudantes que resolvam o seguinte problema.

Considere a sequência (6, 10, 14, 18, ...).

**a )** Qual é o próximo termo dessa sequência?

**b )** Defina essa sequência por recorrência ou por meio de sua lei de formação.

### Resoluções e comentários

**a )** Ao analisarmos a sequência, uma possível regularidade notada é que, do segundo termo em diante, o próximo é igual ao anterior adicionado a 4 unidades. Nesse caso, o próximo termo da sequência é 22, pois $18 + 4 = 22$.

**b )** De acordo com a regularidade notada no item **a**, podemos escrever a seguinte expressão:

$$a_n = a_{n-1} + 4, \text{ para } n > 1.$$

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

• O contexto desta página se relaciona com as **culturas juvenis** dos livros. Alguém da turma se interessa por livros? Qual é o autor preferido? Eles têm o hábito da leitura? Participam de algum clube de leitura? Envolva a sala na discussão, desperte o interesse dos estudantes e converse sobre o tema. Obtenha informações a respeito desse assunto no tópico **Culturas juvenis**, nas orientações gerais deste manual.

• Caso os estudantes apresentem dificuldades na questão **10**, realize uma leitura conjunta do problema apresentado na página, registrando, na lousa, as informações pertinentes.

• A questão **11** tem por objetivo verificar se os estudantes compreenderam o conceito de igualdade. Se jugar pertinente, apresente-lhes outros exemplos, destacando que ambos os termos de cada uma das igualdades apresentam resultados iguais.

# Igualdades

Tobias e Teobaldo participam de um clube de leitura. Durante o ano de 2023, Tobias leu 2 livros por mês, enquanto Teobaldo leu 6 livros a cada bimestre.

BEN MOLYNEUX/SHUTTERSTOCK

Menino lendo um livro.

**Questão 10.** Quais cálculos devem ser efetuados para determinar a quantidade de livros lidos por Tobias no ano de 2023? E para determinar a quantidade de livros lidos por Teobaldo? Questão 10. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes efetuem multiplicações para determinar as quantidades de livros lidos pelas personagens do problema.

Realizando os cálculos necessários, concluímos que, em 2023, Tobias e Teobaldo leram 24 livros cada um. Nesse caso, podemos escrever a seguinte **igualdade**.

$$\underbrace{12 \cdot 2}_{1^{\underline{o}}\ \text{membro}} \underbrace{=}_{\text{igual}} \underbrace{4 \cdot 6}_{2^{\underline{o}}\ \text{membro}}$$ (lê-se: 12 vezes 2 é igual a 4 vezes 6)

Só foi possível escrever essa igualdade pelo fato de as operações $12 \cdot 2$ e $4 \cdot 6$ apresentarem resultados iguais. A seguir, apresentamos outros exemplos de igualdades.

- $5 = 12 - 7$
- $-3{,}5 = 20 - 23{,}5$
- $12 : 4 = 1 \cdot 3$
- $25 = 2 \cdot 5 + 15$
- $63 - 100 = -2 - 35$
- $1 + 2 \cdot 3 = 6 + 5 - 4$

**Atenção!**

Em uma igualdade, o valor do 1º membro é igual ao do 2º membro.

Em anos anteriores, foram estudadas as seguintes propriedades de uma igualdade.

**Propriedade 1:** Ao adicionar ou subtrair um mesmo número em ambos os membros de uma igualdade, a relação de igualdade se mantém.

**Propriedade 2:** Ao multiplicar ou dividir ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número positivo, a relação de igualdade se mantém.

A **propriedade 2** pode ser estendida para números negativos, ou seja, ao multiplicar ou dividir ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número diferente de zero (positivo ou negativo), a relação de igualdade se mantém. A seguir, apresentamos dois exemplos.

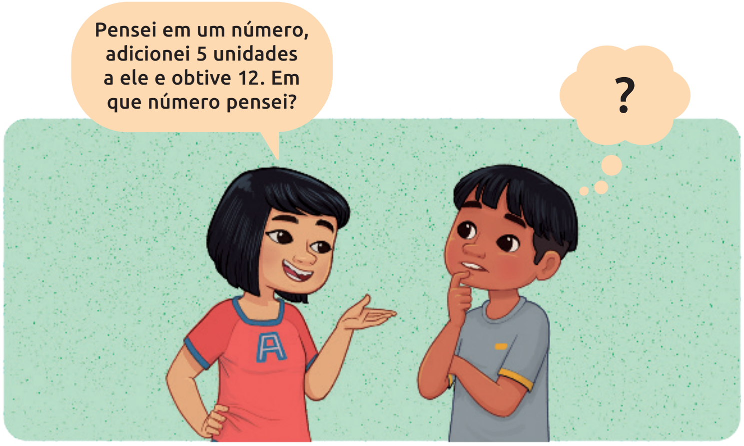
$$\begin{aligned} 5 \cdot 10 &= 45 + 5 \\ -3 \cdot (5 \cdot 10) &= -3 \cdot (45 + 5) \\ -150 &= -150 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 &= 10 + 2 \\ \frac{12}{-2} &= \frac{10 + 2}{-2} \\ -6 &= -6 \end{aligned}$$

**Questão 11.** Escreva em seu caderno duas igualdades. Depois, compartilhe com um colega para verificar se essas igualdades são verdadeiras. Questão 11. Resposta pessoal.

# Equações

Marília e Rodrigo estão brincando de desafios matemáticos. O desafio que Marília propôs está indicado a seguir.




ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA

Para responder à pergunta de Marília, podemos escrever uma **equação**.

**Equação** é uma sentença matemática expressa por uma igualdade em que há pelo menos uma letra, chamada **incógnita**, a qual representa um número desconhecido. Em uma equação, cada lado em relação ao sinal de igual é chamado **membro**.

A seguir, apresentamos um exemplo de equação com a indicação de seus elementos.

$$\underbrace{3\overset{\text{incógnita}}{\boxed{x}} + 4}_{1^{\underline{o}}\ \text{membro}} = \underbrace{19}_{2^{\underline{o}}\ \text{membro}}$$

**Atenção!**

Fique atento! A variável pode assumir diversos valores, enquanto a incógnita tem um valor fixo.

Resolver uma equação é determinar o valor da incógnita, ou seja, obter sua **solução**.

Agora, vamos denominar $x$ o número que Marília pensou para, então, escrever a seguinte equação.

$$x + 5 = 12$$

Para resolvê-la, ou seja, para determinar o valor da incógnita $x$, procedemos da seguinte maneira.

$$x + 5 = 12$$
$$x + 5 - 5 = 12 - 5 \leftarrow \text{subtraímos 5 unidades de ambos os membros}$$
$$x = 7$$

Portanto, o número em que Marília pensou é 7.





- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem responder à pergunta de Marília. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Neste tópico, os estudantes vão resolver e elaborar problemas que podem ser representados por equações polinomiais do 1º grau, fazendo uso das propriedades da igualdade, desenvolvendo, assim, a habilidade **EF07MA18**.

• Sempre que os estudantes resolverem uma equação, principalmente no primeiro contato, instigue-os a verificar se a solução obtida está correta. Diante disso, se em algum momento julgar necessário, retome as verificações expostas nesta página.

Na vez de Rodrigo, ele propôs o seguinte desafio.




Para responder à pergunta de Rodrigo, podemos também escrever uma equação. Nesse caso, o número desconhecido será indicado por *n*. Com isso, obtemos a seguinte equação.

$$2n - 8 = 18$$

Para resolvê-la, procedemos da seguinte maneira.

$$2n - 8 = 18$$
$$2n - 8 + 8 = 18 + 8 \leftarrow \text{adicionamos 8 unidades em ambos os membros}$$
$$2n = 26$$
$$\frac{2n}{2} = \frac{26}{2} \leftarrow \text{ambos os membros são divididos por 2}$$
$$n = 13$$

Portanto, o número em que Rodrigo pensou é 13.

Para verificar se a solução obtida está correta, podemos substituir a incógnita da equação pelo valor obtido. Assim, é possível verificar se as equações resolvidas neste tópico estão corretas.

• Substituindo $x$ por 7 em $x + 5 = 12$, obtemos:

$$7 + 5 = 12$$
$$12 = 12 \leftarrow \text{a relação de igualdade se mantém}$$

• Substituindo $n$ por 13 em $2n - 8 = 18$, obtemos:

$$2 \cdot 13 - 8 = 18$$
$$18 = 18 \leftarrow \text{a relação de igualdade se mantém}$$

Como a relação de igualdade se mantém em ambas as equações, as resoluções estão corretas.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

32. Respostas: a) $x = 5$; b) $x = 18$; c) $x = 20$; d) $x = 5$; e) $x = 42$; f) $x = 18$; g) $x = 10$; h) $x = 6$.

30. Respostas na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

**29.** Entre as sentenças a seguir, quais são equações? 29. Resposta: Alternativas **a**, **c** e **d**.

a) $x - 2 = 3$
b) $3y + 17$
c) $18b - 36 = 0$
d) $m^2 - 3 = 12$
e) $8 - 3 = 5$
f) $4x > 12$

**30.** Resolva as equações em seu caderno.

a) $x + 14 = 25$
b) $3x + 3 = 9$
c) $4x = 24$
d) $5x - 7 = 38$
e) $6x + 2 = 50$
f) $7x - 47 = 2$

**31.** Ao triplicar a quantia que Leonardo tem em reais e subtrair R\$ 18,00, ele obterá a quantia de R\$ 15,60. Em reais, qual é a quantia que Leonardo tem?
31. Resposta: R\$ 11,20.

**32.** Podemos resolver **mentalmente** as equações $x + 8 = 12$ e $2x = 14$ da seguinte maneira.

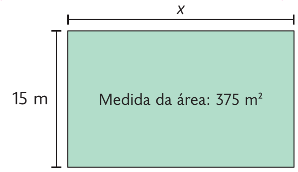
$x + 8 = 12$
Interpretamos essa equação assim:
Qual é o número que adicionado a 8 resulta em 12?
É o número 4, pois $4 + 8 = 12$.
Portanto, $x = 4$.

$2x = 14$
Interpretamos essa equação assim:
Qual é o número que, ao ser multiplicado por 2, resulta em 14?
É o número 7, pois $2 \cdot 7 = 14$.
Portanto, $x = 7$.

Com base na informação apresentada, resolva **mentalmente** as seguintes equações.

a) $x + 15 = 20$
b) $x - 6 = 12$
c) $x + 11 = 31$
d) $3x = 15$
e) $x - 8 = 34$
f) $4x = 72$
g) $7x - 10 = 60$
h) $2x + 1 = 13$

**33.** A figura a seguir representa um terreno retangular. Com base nas indicações, determine a medida do comprimento do terreno em metros.
33. Resposta: $x = 25$; Medida do comprimento: 25 m.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**34.** Analise os elementos a seguir.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | – | 3 | 12 | + |
| · | *n* | 15 | = | 9 |

a) Com base nesses elementos, Silas montou a seguinte equação.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | · | *n* | – | 12 | = | 15 |

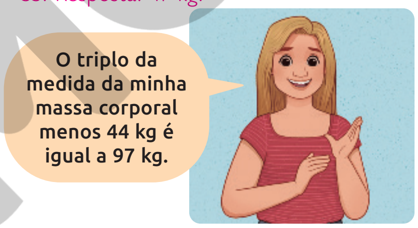
Qual é o valor de *n*?
34. a) Resposta: $n = 1$.

b) **Junte-se** a um colega e, com os elementos apresentados anteriormente, escrevam uma equação cujo valor de *n* seja:

- 7.
- maior do que 12.
- menor do que 7.
- maior do que 7 e menor do que 13.

34. b) Sugestão de respostas: $3 \cdot n - 9 = 12$; $n - 9 = 5$; $5 \cdot n = 15$; $n - 3 = 9$.

**35.** Leia o que Jéssica está dizendo e determine a medida da massa corporal dela.
35. Resposta: 47 kg.




ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA



- Após trabalhar com a atividade **29**, solicite a cada um dos estudantes que escreva na lousa uma equação do 1º grau com uma incógnita. Depois, de maneira coletiva, verifique se todas as expressões escritas são de fato equações e realize, caso necessário, as devidas correções.
- Oriente os estudantes a verificarem se as soluções obtidas por eles na atividade **30** estão corretas. Após todos resolverem a atividade, peça a alguns deles que apresentem suas soluções e os procedimentos utilizados para resolver os itens propostos.
- Caso os estudantes apresentem dificuldade em escrever as equações correspondentes aos problemas das atividades **31** e **35**, oriente-os a construir quadros e a atribuir valores para a quantia que Leonardo tem e para a medida da massa de Jéssica. Assim, espera-se que, com base em diversos exemplos, eles consigam obter as equações esperadas e desenvolvam o **raciocínio lógico-matemático**, em especial, a indução.
- Para o desenvolvimento da atividade **32**, os estudantes podem utilizar a estratégia que julgarem mais adequada. Após todos resolverem a atividade, solicite a alguns deles que apresentem suas estratégias de resolução – opte por aqueles que desenvolveram estratégias diferentes. Com isso, o repertório de resolução dos estudantes é ampliado, bem como as estratégias de cálculo mental.
- Durante o desenvolvimento da atividade **33**, verifique se os estudantes se recordam de que a medida da área de um retângulo é obtida multiplicando-se as medidas de suas dimensões.
- Após todos solucionarem a atividade **34**, proponha um bate-papo para que as duplas exponham as estratégias utilizadas para escrever as equações solicitadas no item **b**.

• Na atividade **36**, diga aos estudantes que na 1ª equação foi usada a propriedade associativa da adição e, na 2ª equação, a propriedade distributiva da multiplicação. Após todos obterem as soluções desejadas, peça-lhes que digam quais propriedades das igualdades foram aplicadas para solucionar as equações.

• Organize os estudantes em grupos para que realizem a atividade de **37**. Desse modo, eles poderão conversar a respeito das simplificações necessárias e desenvolver estratégias próprias de resolução.

• Ao trabalhar com as atividades **38**, **39** e **40**, se julgar necessário, oriente a construção de quadros para organização das ideias. Na atividade **38**, por exemplo, é possível fazer o seguinte quadro.

| Quantia de Márcia em reais $x$ | Quantia de Nivaldo em reais $2x$ | Total |
|---|---|---|
| 1 | $2 \cdot 1 = 2$ | $1 + 2 = 3$ |
| 20 | $2 \cdot 20 = 40$ | $20 + 40 = 60$ |
| 32 | $2 \cdot 32 = 64$ | $32 + 64 = 96$ |

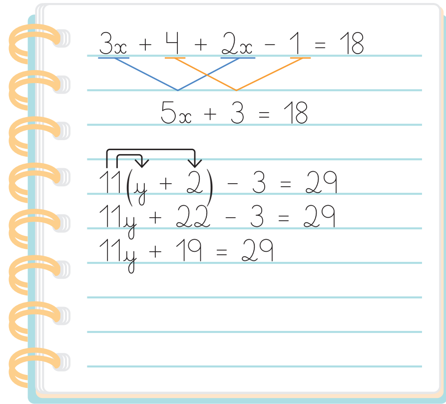
Nesse caso, espera-se auxiliá-los no entendimento do comportamento das grandezas envolvidas nos problemas.

• A fim de complementar o trabalho com a atividade **41**, peça aos estudantes que representem algumas figuras geométricas espaciais no caderno. Em seguida, diga-lhes para verificar se a relação apresentada é válida para essas figuras. Por fim, solicite a alguns deles que exponham suas representações na lousa e digam se a relação apresentada é válida ou não, justificando suas conclusões. Essa atividade proporciona a compreensão das relações entre conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática, conforme descreve a **Competência específica de Matemática 3**.

• Na atividade **42**, verifique se os estudantes conseguiram resolver a equação obtendo como resposta $x = 15$.

• Ao trabalhar com atividade **42**, os estudantes enfrentam situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões, desenvolvendo assim aspectos da **Competência específica de Matemática 6**. Além disso, eles exercitam a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, conforme orientam as **Competências gerais 2** e **9**.

**36.** Antes de resolver as equações $3x + 4 + 2x - 1 = 18$ e $11(y + 2) - 3 = 29$, Marcos fez uma simplificação.



KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

Termine de resolver as equações no caderno e obtenha os valores de $x$ e $y$.

36. Resposta: $x = 3$; $y = \frac{10}{11}$.

**37.** Simplifique cada equação e obtenha sua solução.

a) $4y - y - 2 = 34$

b) $2x + 2 + 3x - 4 = 1$

c) $5(y + 2y) + 2 = 12$

d) $3(x - 1) + 2(x + 4) = 20$

37. Respostas: a) $y = 12$; b) $x = \frac{3}{5}$; c) $y = \frac{2}{3}$; d) $x = 3$.

**38.** Leia o problema apresentado a seguir.

> Márcia tem certa quantia em reais. Nivaldo tem o dobro da quantia de Márcia. Sabendo que juntos eles têm R$ 105,00, quantos reais Márcia tem? E Nivaldo?

a) Entre as equações a seguir, qual permite obter a solução desse problema?

**A.** $x + x = 105$

**B.** $x - 2x = 105$

**C.** $x + 2x = 105$

**D.** $x + 105 = 2x$

b) Resolva a equação escolhida no item **a** e determine a resposta do problema.

38. Respostas: a) Alternativa **C**; b) $x = 35$; Márcia: R$ 35,00; Nivaldo: R$ 70,00.

**39.** Um número $p$ mais seu sucessor é igual a 79. Represente em seu caderno essa situação usando uma equação para, depois, resolver.

39. Resposta: $p + (p + 1) = 79$; $p = 39$.

**40.** Simone, Jaqueline e Mauro são primos. Os números que representam suas idades são consecutivos. Sabendo que a soma das idades dos três é 39, qual é a idade de cada um deles?

40. Resposta: Jaqueline: 14 anos; Simone: 13 anos; Mauro: 12 anos.

**Atenção!**

Jaqueline é a mais velha e Mauro é o mais novo.

**41.** Nos prismas e nas pirâmides, a quantidade de vértices ($V$) mais a quantidade de faces ($F$) é igual à quantidade de arestas ($A$) mais 2. Podemos representar essa relação pela seguinte fórmula.

$$V + F = A + 2$$

41. Respostas: a) 8 faces; 12 vértices; b) Prisma de base hexagonal.

Em certo prisma, a quantidade de vértices é 4 unidades a mais do que a quantidade de faces. Sabendo que esse prisma tem 18 arestas, responda às questões.

a) Quantas faces tem esse prisma? E quantos vértices?

b) Qual é o nome desse prisma?

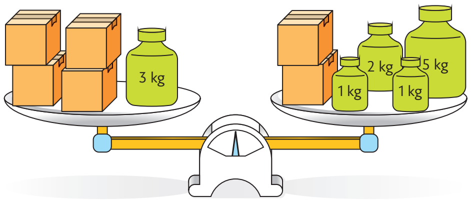
**42.** Escreva o enunciado de um problema cuja solução seja dada pela equação a seguir.

$$6x - 2 = 88$$

Depois, compartilhe o problema escrito com um colega para que resolva e, então, verifique se a resposta obtida está correta. 42. Resposta pessoal.

# Estudando mais equações

A balança representada a seguir está em equilíbrio, ou seja, a massa dos objetos que estão em um prato tem medida igual à massa dos objetos que estão no outro.




RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Em uma balança desse tipo, podemos acrescentar ou retirar objetos com medidas de massa iguais nos dois pratos sem que ela perca o equilíbrio.

Sabendo que as caixas nessa balança têm a mesma medida de massa, qual é a medida da massa de cada caixa?

Para responder a essa pergunta, vamos indicar a medida da massa de cada caixa por $x$ e escrever uma equação.

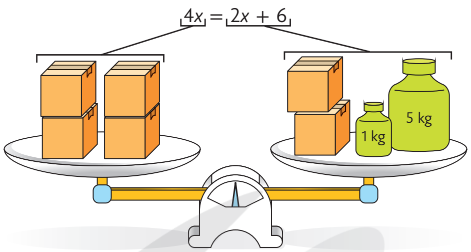
$$4x + 3 = 2x + 9$$

Feito isso, é momento de resolver essa equação.

**1º** Inicialmente, é necessário retirar 3 kg de cada prato da balança. Na equação, são subtraídas 3 unidades de cada membro.

$$4x + 3 - 3 = 2x + 9 - 3$$

$$4x = 2x + 6$$

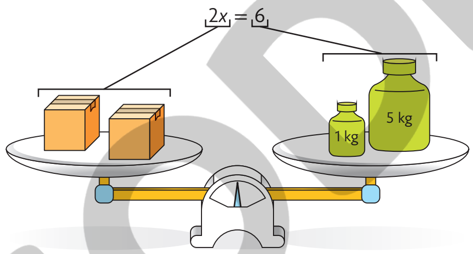



Balança ao final do 1º passo.

**2º** Em seguida, deve-se retirar 2 caixas de cada prato da balança. Na equação, são subtraídos $2x$ de cada membro.

$$4x - 2x = 2x + 6 - 2x$$

$$2x = 6$$




Balança ao final do 2º passo.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Na balança do 2º passo, 2 caixas juntas correspondem a 6 kg. Assim, para obter a medida da massa de uma caixa, deve-se dividir 6 kg por 2. Na equação, deve-se dividir cada membro por 2.

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Portanto, a massa de cada caixa mede 3 kg.





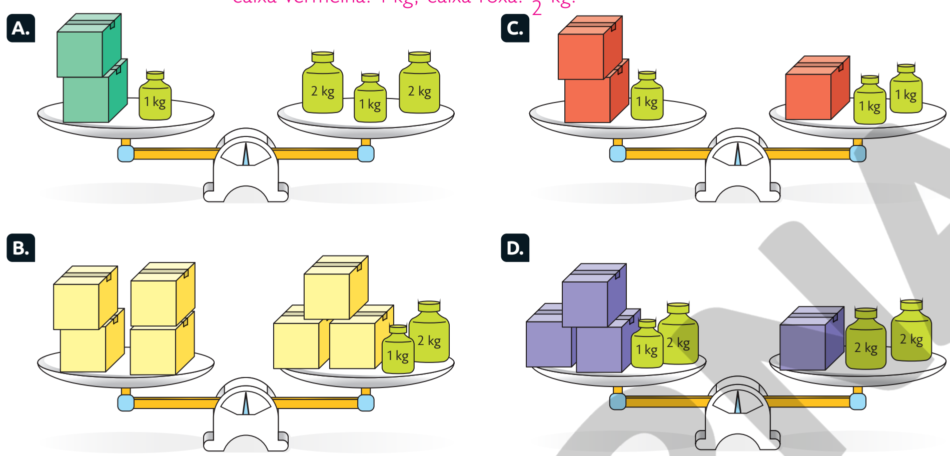
- Avalie a conveniência de resolver às atividades deste tópico utilizando resolução de problemas. Mais informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.

- Ao trabalhar com as atividades **43**, **44** e **45** verifique se os estudantes aplicam corretamente as propriedades das igualdades. Permita que usem as estratégias que julgarem mais adequadas e, por fim, solicite-lhes que exponham suas soluções para a turma. Se julgar necessário, retome o trabalho com os tópicos **Igualdades**, **Equações** e **Estudando mais equações**.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**43.** Nas balanças em equilíbrio representadas a seguir, caixas de mesma cor têm medidas de massa iguais. 43. Respostas: a) **C-F**; **B-E**; **D-G**; **A-H**; b) Caixa verde: 2 kg; caixa amarela: 3 kg; caixa vermelha: 1 kg; caixa roxa: $\frac{1}{2}$ kg.






**a)** Associe cada balança à respectiva equação representada a seguir. Para isso, escreva o par de letras correspondentes.

**E.** $4x = 3x + 3$

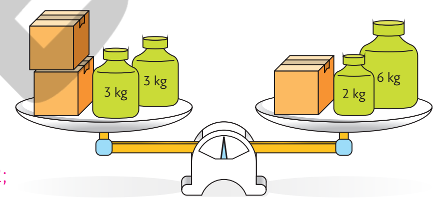
**F.** $2y + 1 = y + 2$

**G.** $3a + 3 = a + 4$

**H.** $2b + 1 = 5$

**b)** Resolva as equações e determine a medida da massa de cada caixa.

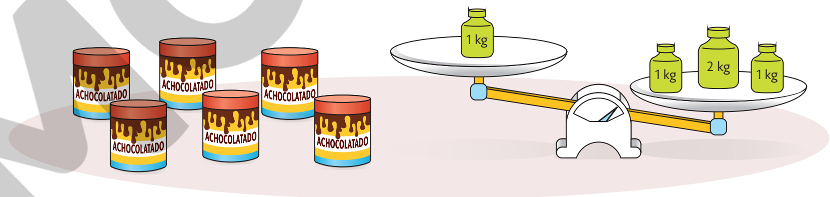
**44.** Analise a representação da balança em equilíbrio. Sabendo que as caixas têm a mesma medida de massa, escreva e resolva no caderno uma equação que permita calcular a medida da massa de cada caixa. 44. Resposta: $2x + 3 + 3 = x + 6 + 2$; $x = 2$; 2 kg.








**45.** A balança representada a seguir não está em equilíbrio. Para equilibrá-la, nessa situação, deve-se colocar 5 latas de achocolatado no prato da esquerda e 1 lata no prato da direita.






Sabendo que todas as latas de achocolatado têm massas com mesma medida, qual é a medida da massa de cada lata em quilogramas? 45. Resposta: 0,75 kg.



138

**46.** Resolva no caderno as equações a seguir.

**a)** $2x + 4 = 28$

**b)** $3x - 7 = 2x + 1$

**c)** $4x - 1 = x + 11$

**d)** $2 + 5x = 2x + 10$

**e)** $9x - 2 = 7x + 4$

**f)** $4x - 2x + 1 = x + 1$

46. Respostas: a) $x = 12$; b) $x = 8$; c) $x = 4$; d) $x = \frac{8}{3}$; e) $x = 3$; f) $x = 0$.

**47.** Associe cada problema à equação que permite resolvê-lo escrevendo a letra e o número correspondentes. Depois, escreva em seu caderno e resolva as equações para, então, obter a resposta de cada um deles.

**A.** Daqui a 9 anos Josiane vai completar 27 anos. Quantos anos Josiane tem hoje?

**B.** A quantia em reais que tenho mais R$ 2,00 multiplicada por 3 é igual a R$ 144,00. Quantos reais tenho?

**C.** Ao multiplicar por 2 a diferença entre a quantidade de canetas que Nair tem e 3 unidades, obtêm-se 6 canetas. Quantas canetas Nair tem?

**D.** O triplo da quantidade de peixes de meu aquário menos 3 peixes é igual a 2 vezes a quantidade de peixes do aquário mais 1 peixe. Quantos peixes tem meu aquário?

**1.** $(x + 2) \cdot 3 = 144$

**2.** $(x - 3) \cdot 2 = 6$

**3.** $x + 9 = 27$

**4.** $3x - 3 = 2 \cdot (x + 1)$

47. Respostas: A-3, B-1, C-2, D-4; A. 18 anos; B. R$ 46,00; C. 6 canetas; D. 5 peixes.

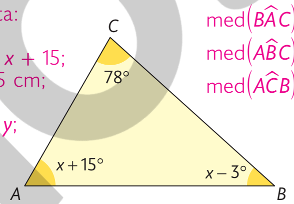
**48.** Uma prestadora de serviços telefônicos cobra R$ 24,90 pelo plano de ligações locais, com direito a 200 minutos por mês, além de um valor fixo por minuto excedente. Sabendo que em um mês Renato usou 453 minutos e pagou R$ 45,14, quanto ele pagou por minuto excedente? 48. Resposta: R$ 0,08.

**49.** Com base na fala de Marisa e Andrei, escreva no caderno uma equação para cada fala e, em seguida, resolva essas equações.


ILUSTRAÇÕES: ANDRÉ AGUIAR/ ARQUIVO DA EDITORA

**50.** Escreva no caderno uma equação e determine a medida de cada ângulo interno do triângulo a seguir. 50. Resposta: $2x + 90° = 180°$; $med(B\hat{A}C) = 60°$; $med(A\hat{B}C) = 42°$; $med(A\hat{C}B) = 78°$.

49. Resposta: Marisa: $2x - 140 = x + 15$; $x = 155$; 155 cm; Andrei: $5y = 124 + y$; $y = 31$; 31 figurinhas.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.



- Ao trabalhar com a atividade **46**, organize os estudantes em grupos para que elaborem estratégias de resolução. Proponha que conversem sobre as propriedades das igualdades aplicadas e, por fim, que apresentem para os colegas as soluções e os procedimentos usados.
- Nas atividades **47**, **48** e **49**, se julgar conveniente, oriente os estudantes a utilizar quadros ou esquemas para auxiliá-los na escrita das equações correspondentes. Na atividade **47**, por exemplo, eles podem utilizar esses recursos para auxiliá-los nos itens propostos.

> No item **A**, eles podem construir o esquema a seguir, em que $x$ indica a idade de Josiane.

$$\overset{+9}{\overbrace{x \qquad 27}}$$

> No item **B**, eles podem construir o esquema a seguir, em que $x$ indica a quantia em reais que a personagem tem.

$$\overset{\cdot 3}{\overbrace{(x + 2) \qquad 144}}$$

- Ao trabalhar com a atividade **50**, verifique se os estudantes percebem que ao adicionar as medidas dos ângulos internos do triângulo o resultado obtido deve ser 180°. Caso apresentem dificuldade, mostre-lhes alguns exemplos. Para isso, desenhe na lousa alguns triângulos e indique as medidas de seus ângulos internos.

- Na atividade **51**, caso julgue necessário, leve os estudantes a perceber que, para obter a resposta do item **d**, eles devem igualar cada uma das pontuações obtidas à expressão algébrica escolhida por eles no item **c**, ou seja, fazer: $24 = 4x - 2(15 - x)$ e $36 = 4x - 2(15 - x)$.
- Caso os estudantes apresentem dificuldade na atividade **52**, oriente-os a construir esquemas para auxiliá-los na resolução. Se julgar conveniente, organize-os em trios para que discutam estratégias de resolução.
- Ao trabalhar com a atividade **53**, verifique se os estudantes se recordam de que o perímetro de um polígono é o comprimento de seu contorno. Caso julgue necessário, a fim de que se lembrem disso, proponha a eles o cálculo da medida do perímetro de alguns polígonos, entre eles, retângulos.
- Na atividade **54**, para resolver o item **a**, verifique se os estudantes perceberam que a quantia a ser paga pelo aluguel do veículo era dada inicialmente pela expressão algébrica $5x$, em que $x$ indica a quantia que cada amigo vai pagar. Com a desistência de 2 pessoas e o aumento de R$ 75,00 na quantia paga por pessoa, podemos indicar a quantia a ser paga pelo aluguel do veículo por $3(x + 75)$. Como $5x$ é igual a $3(x + 75)$, escrevemos a equação $5x = 3(x + 75)$ e a resolvemos. O resultado é a quantia a ser paga por pessoa inicialmente, ou seja, R$ 112,50.

**Metodologias ativas**

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**51.** Júlia e Isadora estão disputando um jogo de perguntas e respostas. Nesse jogo, para cada resposta certa, ganham-se 4 pontos, e, para cada resposta errada, perdem-se 2 pontos. Em cada rodada são feitas 15 perguntas.

A seguir está indicada a quantidade de respostas certas e erradas de Júlia e Isadora em 2 rodadas.

| 1ª rodada | | |
|---|---|---|
| **Jogadora** | **Acertou** | **Errou** |
| Júlia | 8 | 7 |
| Isadora | 6 | 9 |

| 2ª rodada | | |
|---|---|---|
| **Jogadora** | **Acertou** | **Errou** |
| Júlia | 5 | 10 |
| Isadora | 7 | 8 |

**a)** Quantos pontos Júlia e Isadora fizeram na 1ª rodada?

**b)** Quantos pontos Júlia e Isadora fizeram na 2ª rodada?

**c)** Entre as expressões algébricas a seguir, qual permite obter a quantidade de pontos de um jogador em uma rodada, sabendo que $x$ representa a quantidade de respostas certas?

**I)** $4x + 2x$

**II)** $4x - 2(15 - x)$

**III)** $4x - 2(15 + x)$

**IV)** $4x - 2 \cdot 15 - 2x$

**d)** Em certa rodada, Júlia obteve 24 pontos e Isadora, 36 pontos. Quantos acertos cada uma delas teve nessa rodada?

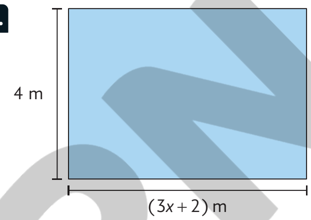
51. Respostas: a) Júlia: 18 pontos; Isadora: 6 pontos; b) Júlia: 0 ponto; Isadora: 12 pontos; c) **II**; d) Júlia: 9 acertos; Isadora: 11 acertos.

52. Resposta: Sexta-feira: 57 sorvetes; sábado: 72 sorvetes; domingo: 144 sorvetes.

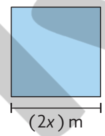
**52.** Na sexta-feira, uma sorveteria vendeu $y$ sorvetes. No sábado, vendeu 15 sorvetes a mais do que havia vendido na sexta-feira e, no domingo, o dobro da quantidade de sorvetes que havia vendido no sábado. Sabendo que essa sorveteria vendeu 273 sorvetes nesses 3 dias, determine a quantidade de sorvetes vendidos em cada dia.

**53.** A medida do perímetro do retângulo **A** é igual ao dobro da medida do perímetro do quadrado **B**.

**A.**




**B.**






53. Resposta: Retângulo: 22,4 $m^2$; quadrado: 5,76 $m^2$.

Qual é a medida da área de cada figura em metros quadrados?

**54.** Vanderlei e 4 amigos alugaram um veículo para uma viagem e decidiram dividir igualmente a quantia do aluguel. No dia da viagem, 2 pessoas não puderam ir. Por esse motivo, cada uma das pessoas restantes pagou R$ 75,00 a mais do que o combinado inicialmente.

**a)** Quantos reais cada pessoa pagaria inicialmente?

**b)** Por quantos reais o veículo foi alugado?

54. Respostas: a) R$ 112,50; b) R$ 562,50.

**Atenção!**

Ao escrever a equação, considere que $x$ corresponde ao pagamento combinado para cada um inicialmente e $x + 75$ corresponde ao pagamento efetivo de cada um no final da situação.

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Resposta: $\frac{3}{8}x + 180$.

**1.** Usando $x$ como variável, escreva em uma folha de papel avulsa uma expressão algébrica que represente três oitavos de um número mais 180.

**2.** Roberto comprou 2 caixinhas de leite e 1 pacote de café e pagou com uma cédula de R$ 50,00. Indicando por $p$ e $c$ o preço da caixinha de leite e do pacote de café, respectivamente, escreva uma expressão algébrica que represente a quantia que Roberto deve receber de troco.

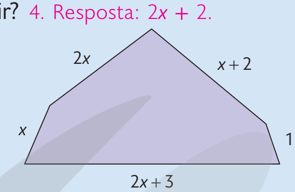
2. Resposta: $50 - 2p - c$ ou $50 - (2p + c)$.

**3.** As expressões algébricas $2(n + 1) + 1$, $2n - 1$ e $2n + 1$ representam números ímpares consecutivos, sendo $n$ um número natural maior do que ou igual a 1.

**a)** Em uma folha de papel avulsa, escreva esses números em ordem decrescente.

**b)** Adicione esses números e simplifique a expressão algébrica obtida.

**4.** Qual é a medida do comprimento do lado de um triângulo equilátero cuja medida do perímetro é igual à medida do perímetro do polígono a seguir? 4. Resposta: $2x + 2$.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**5.** Na área da saúde são utilizados alguns índices internacionais para avaliar a obesidade de uma pessoa. Dois índices muito comuns são: o Índice de Massa Corporal (IMC) e o Índice de Adiposidade Corporal (IAC).

Para determinar o IMC ($i$) de uma pessoa, podemos utilizar a fórmula $i = \frac{m}{h^2}$, em que $m$ e $h$ indicam, respectivamente, a medida da massa, em quilogramas, e da altura, em metros, de uma pessoa.

Analise as categorias de avaliação consideradas pelo IMC a seguir. Dependendo da categoria em que a pessoa se encontra, outros testes e outros exames podem ser necessários.

**Categorias do IMC**

| Categoria | Valor do IMC |
|---|---|
| Abaixo do peso | abaixo de 18,5 |
| Peso normal | de 18,5 a 24,9 |
| Sobrepeso | de 25,0 a 29,9 |
| Obesidade de grau I | de 30,0 a 34,9 |
| Obesidade de grau II | de 35,0 a 39,9 |
| Obesidade de grau III | acima de 40,0 |

Fonte: CALCULADORA de *IMC*. Associação Brasileira para o Estudo da Obesidade e Síndrome Metabólica (*Abeso*). Disponível em: https://abeso.org.br/obesidade-e-sindrome-metabolica/calculadora-imc/. Acesso em: 16 fev. 2022.

Com uma **calculadora** e aproximando os resultados a números com uma casa decimal, determine o Índice de Massa Corporal (IMC) com as medidas indicadas a seguir para, depois, classificar os resultados obtidos de acordo com as categorias apresentadas.

**a)** 72 kg e 1,82 m
**b)** 55 kg e 1,74 m
**c)** 81 kg e 1,90 m
**d)** 79 kg e 1,69 m

5. Respostas: a) 21,7; peso normal; b) 18,2; abaixo do peso; c) 22,4; peso normal; d) 27,7; sobrepeso.

3. Respostas: a) $2(n + 1) + 1$; $2n + 1$; $2n - 1$; b) $2(n + 1) + 1 + 2n + 1 + 2n - 1 = 6n + 3$.





### 1 e 2. Objetivo

- Avaliar a aprendizagem do estudante ao representar uma sentença matemática por meio de uma expressão algébrica.

### Como proceder

- Caso os estudantes encontrem dificuldade, atribua na lousa alguns números para a variável. Depois, peça-lhes que generalizem os resultados utilizando a variável indicada em cada atividade.

### 3 e 4. Objetivos

- Acompanhar o desenvolvimento do estudante diante de operações com expressões algébricas.
- Analisar como os estudantes lidam com equações.

### Como proceder

- Em caso de dificuldade no item **a** da atividade **3**, sugira aos estudantes que atribuam alguns números naturais para a variável. No item **b**, oriente-os a aplicar a propriedade distributiva na expressão algébrica 2(n+1) e, em seguida, a adicionar os termos semelhantes. Na atividade **4**, lembre-os de que, em um triângulo equilátero, todos os lados têm mesma medida de comprimento. Em caso de dificuldade, oriente-os a indicar a medida do comprimento do lado do triângulo por $y$ e, se necessário, explique-lhes que, para dividir uma expressão algébrica por um número natural diferente de zero, divide-se cada um de seus termos por esse número natural.

### 5 e 6. Objetivos

- Avaliar se os estudantes compreenderam como usar uma fórmula para obter um valor numérico.
- Comparar números racionais na forma decimal.

### Como proceder

- Em caso de dificuldade dos estudantes na atividade **5**, escreva na lousa uma medida de massa e outra de altura. Em seguida, utilize-as para calcular com eles o IMC, comparando o resultado obtido com a tabela de referência. Já na atividade **6** da página seguinte, se julgar necessário, calcule na lousa a medida de temperatura requerida no item **a**.

### 7 e 8. Objetivo

- Acompanhar a capacidade do estudante em modelar um problema por meio de uma equação polinomial do 1º grau e resolvê-la.

### Como proceder

- Ao verificar dificuldade, sugira aos estudantes que representem o termo desconhecido por uma incógnita. Na atividade **7**, uma possibilidade é partir do final, invertendo as operações indicadas. Na atividade **8**, sugira que indiquem a idade da mãe e da filha após *x* anos, para, em seguida, montar a equação.

### 9. Objetivo

- Avaliar o desenvolvimento dos estudantes diante de problemas envolvendo equação polinomial do 1º grau.

### Como proceder

- Em caso de dificuldade para resolver os itens **a** e **b**, na lousa, mostre aos estudantes como efetuar as multiplicações requeridas. No item **c**, sugira que indiquem o preço de cada garrafa de óleo por uma incógnita, escrevam uma equação para representar a compra de Marina e a resolvam.

### 10. Objetivo

- Constatar se os estudantes compreenderam como obter uma sequência numérica com base na sua lei de formação.

### Como proceder

- Em caso de dificuldade, faça questionamentos que incentivem os estudantes a compreender a necessidade de substituir *n* por 1, 2, 3, 4, 5, … na lei de formação da sequência.

### 11. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem problemas envolvendo equações polinomiais do 1º grau.

### Como proceder

- Se necessário, oriente os estudantes a calcular a medida do perímetro do triângulo, adicionando as expressões algébricas. Verifique se, após determinar o valor de *x*, eles calculam o valor numérico das expressões algébricas que indicam a medida do comprimento de cada lado do triângulo.

**6.** A escala Fahrenheit é a escala de temperatura mais utilizada nos países de língua inglesa. Para converter uma medida de temperatura *F* em graus Fahrenheit (°F) em uma medida de temperatura *C* em graus Celsius (°C), utiliza-se a seguinte fórmula:

$$\boxed{C = \frac{5(F - 32)}{9}}$$

Transforme em graus Celsius as seguintes medidas dadas em graus Fahrenheit: 6. Respostas: a) 0 °C; b) 100 °C; c) −20 °C; d) 40 °C.

**a)** 32 °F

**b)** 212 °F

**c)** −4 °F

**d)** 104 °F

**7.** Rafael disse a Vânia: “Pense em um número. Triplique o número em que você pensou. Adicione 6 ao resultado e divida o novo resultado por 3. Quanto deu?”. Vânia respondeu: “11”. E, logo na sequência, Rafael revelou o número em que Vânia tinha pensado. Qual era esse número?
7. Resposta: 9.

**8.** Uma mãe tem 33 anos e sua filha, 14 anos. Daqui a quantos anos a mãe terá o dobro da idade da filha?
8. Resposta: Daqui a 5 anos.

**9.** Marina foi ao supermercado e comprou 5 pacotes de açúcar, 4 caixinhas de leite e 4 garrafas de óleo, totalizando R$ 88,97. Sabendo que um pacote de açúcar custou R$ 7,49 e uma caixinha de leite custou R$ 3,99 quanto Marina pagou:

**a)** pelos pacotes de açúcar?

**b)** pelas caixinhas de leite?

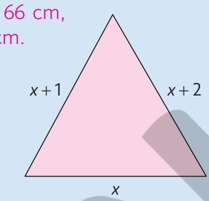
**c)** pelas garrafas de óleo?

**d)** em cada garrafa de óleo?

**10.** Escreva em uma folha de papel avulsa a sequência definida por $a_n = 10n - 7$, com $n > 0$. Essa sequência foi definida por meio de uma lei de formação ou de uma recorrência? 10. Respostas: (3, 13, 23, 33, 43, ...); lei de formação.

**11.** Verifique o triângulo.

11. Resposta: 66 cm, 67 cm e 68 cm.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que o perímetro desse triângulo mede 201 cm, determine a medida do comprimento de cada um de seus lados.

**12.** O volume de um tijolo em formato de paralelepípedo reto retângulo mede 1452 cm³. Sabendo que duas de suas dimensões medem 11 cm e 6 cm, determine a medida da outra dimensão desse tijolo. 12. Resposta: 22 cm.

**13.** Cíntia, Débora e Solange colecionam canetas. Solange tem 4 canetas a mais do que Débora, e Cíntia tem 3 canetas a menos do que Solange. Sabendo que juntas elas têm 161 canetas, quantas canetas cada uma delas tem? 13. Resposta: Solange: 56; Débora: 52; Cíntia: 53.

**14.** Em uma partida de basquetebol, um time acertou uma quantidade *x* de arremessos que vale 1 ponto. Valendo 2 pontos, acertou o dobro dessa quantidade mais 2 arremessos. E valendo 3 pontos, acertou 10 arremessos a menos do que o de 2 pontos. Sabendo que ao todo foram 54 arremessos que pontuaram, quantos pontos o time fez nessa partida?
14. Resposta: 112 pontos.

9. Respostas: a) R$ 37,45; b) R$ 15,96; c) R$ 35,56; d) R$ 8,89.





### 12, 13 e 14. Objetivo

- Acompanhar a capacidade do estudante em modelar um problema por meio de uma equação polinomial do 1º grau e resolvê-la.

### Como proceder

- Na atividade **12**, lembre-os como se calcula o volume de um paralelepípedo reto retângulo. Na atividade **13**, sugira que representem a quantidade de canetas de Débora e de Cíntia em função da quantidade de canetas de Solange e, na atividade **14**, oriente-os a obter inicialmente a expressão algébrica que representa a quantidade *x* de arremessos por quantidade de ponto.

UNIDADE

# 7 Figuras geométricas planas e ângulos

MAX CAB/SHUTTERSTOCK

O *patchwork* (do inglês *patch*, que significa "peça ou remendo"; e *work*, "trabalho") é a arte de unir pedacinhos de tecidos com diferentes formatos, como triangulares e quadrangulares.



## Agora vamos estudar...

- ângulos;
- algumas propriedades das retas paralelas cortadas por uma transversal;
- polígonos;
- triângulos;
- circunferência.



- Ao desenvolver esta página de abertura, faça questionamentos como: Qual é a relação entre a foto apresentada e os conteúdos expostos no título da unidade? Vocês sabem o que é um *patchwork*? Os formatos dos pedaços de tecidos são parecidos com alguma figura geométrica que você conhece? Se sim, qual? Peça a eles que compartilhem suas respostas com a turma, intervindo se necessário. Em seguida, explique aos estudantes que *patchwork* é considerada uma das primeiras manifestações artísticas femininas e teve origem na necessidade de usar as sobras dos tecidos usados na confecção de roupas.

### Metodologias ativas

Ao desenvolver esta página de abertura, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

### Sugestão de avaliação

Para avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados ao longo desta unidade, proponha a eles os seguintes problemas:

**a )** Qual é o nome de um polígono de três lados? Quantos ângulos internos esse polígono tem?

**b )** Um triângulo retângulo tem um dos ângulos internos medindo 45°. Classifique cada um dos ângulos internos desse triângulo de acordo com sua medida.

### Resoluções e comentários

**a )** O polígono que tem três lados é o triângulo. Todo triângulo tem 3 ângulos internos.

**b )** Inicialmente, determinaremos as medidas dos ângulos desconhecidos. Como o triângulo é retângulo, um de seus ângulos internos mede 90°. Utilizando o fato de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° e indicando a medida do terceiro ângulo interno do triângulo por $x$, temos:

$$x + 90° + 45° = 180° \Rightarrow x = 45°$$

Portanto, os ângulos internos desse triângulo medem 45°, 45° e 90°. Assim, os ângulos cuja medida é 45° são agudos, pois têm medida maior do que 0° e menor do que 90°. Já o ângulo cuja medida é 90° é reto.

Informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Objetivos da unidade

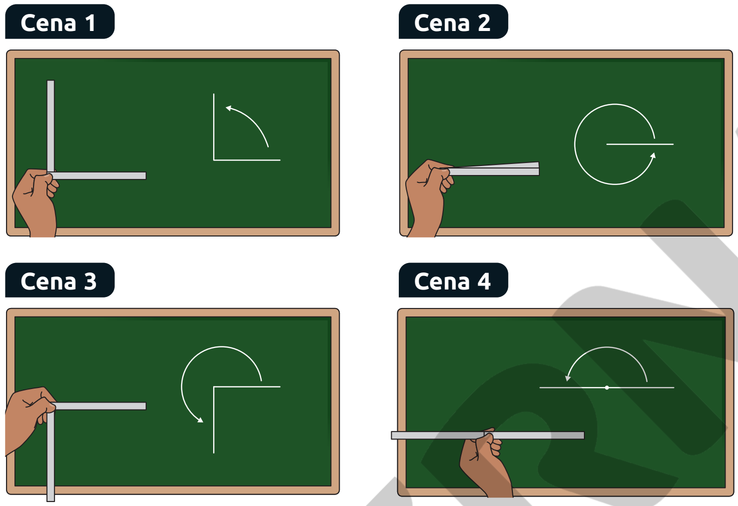
- Medir ângulos usando o transferidor.
- Classificar um ângulo em reto, raso, obtuso ou agudo.
- Determinar a medida do complementar e do suplementar de um ângulo.
- Identificar ângulos opostos pelo vértice.
- Identificar, em duas retas paralelas cortadas por uma transversal, pares de ângulos correspondentes, alternos internos, alternos externos e opostos pelo vértice.
- Nomear um polígono de acordo com a quantidade de lados.
- Classificar triângulos de acordo com a medida do comprimento dos lados e dos ângulos internos.
- Determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono.
- Reconhecer um polígono regular.
- Identificar polígonos nas faces de uma figura geométrica espacial.
- Construir polígono regular usando régua e transferidor.
- Identificar raio, corda e diâmetro de uma circunferência.
- Calcular a medida do comprimento de uma circunferência.
- Identificar a relação entre raio e diâmetro de uma circunferência.
- Construir circunferências usando régua e compasso.

## Justificativas

Os conteúdos abordados ao longo desta unidade são ferramentas necessárias na descrição e na **inter-relação** humana com o espaço de vivência. Além disso, o estudo de alguns dos conteúdos propostos possibilitará o desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade dos estudantes.

# Ângulos

Utilizando duas tiras de papel, um pedaço de borracha e uma tachinha, uma professora de Matemática do 7º ano construiu um objeto e o levou para a sala de aula. Com esse objeto, ela realizou alguns movimentos e representou-os na lousa.



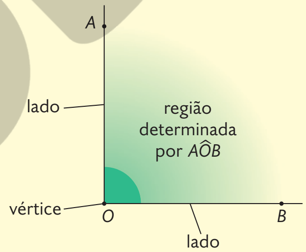

RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Nessas cenas, cada registro que a professora fez na lousa para representar os movimentos corresponde a um **ângulo**.

Na cena **1**, o ângulo que a professora representou corresponde a um giro de um quarto de volta para a esquerda.

**Ângulo** é a figura geométrica formada por duas semirretas com a mesma origem. Como as semirretas formam dois ângulos e precisamos definir a qual ângulo estamos nos referindo, destacamos com um pequeno arco apenas uma das regiões.

Um ângulo pode ser representado da seguinte maneira.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- Os **lados** desse ângulo são as semirretas $OA$ e $OB$.
- O **vértice** é o ponto $O$.
- Esse ângulo pode ser nomeado por $\hat{O}$, $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$.







- Antes de iniciar o conteúdo desta página, é necessário verificar os conhecimentos prévios que os estudantes têm a respeito de ângulos, assunto já estudado em anos anteriores. Permita a eles que compartilhem com a turma suas opiniões, tendo a oportunidade de resgatar esses conhecimentos e de tornar o estudo mais significativo.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**1.** Volte à página **144** e identifique em qual cena a professora desenhou um ângulo que representa os seguintes giros para a esquerda.

**a)** Meia-volta. **b)** Três quartos de volta. **c)** Uma volta completa.

1. Respostas: a) Cena **4**; b) Cena **3**; c) Cena **2**.

**2.** Os ângulos podem ser identificados em diversas situações do dia a dia. Analise na imagem apresentada dois ângulos indicados.

Escreva no caderno quatro lugares ou objetos nos quais você pode identificar ângulos.

2. Resposta pessoal.

ILUSTRAÇÃO DE HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: DUDAREV MIKHAIL/SHUTTERSTOCK

**3.** Um dos parafusos da placa que indica a localização do evento de Matemática da escola se soltou. Para que todos encontrem o local correto, Jessé colocou o parafuso novamente e ajustou a posição da placa.

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

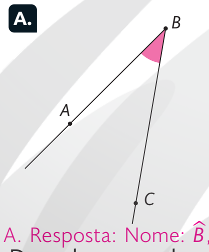
**a)** Para ajustar a posição da placa, Jessé realizou o menor giro possível. A que fração de uma volta corresponde esse giro? 3. a) Resposta: $\frac{1}{4}$ de volta.

**b)** Desenhe em seu caderno uma placa com uma seta semelhante à da cena apresentada, mas que esteja apontando para algum outro lado que não tenha aparecido nas cenas. 3. b) Resposta pessoal.

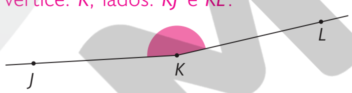
**c)** Considerando a posição da placa na 1ª cena como a posição inicial, o giro que a placa com a seta vai realizar, com base na placa que você desenhou, corresponde a que fração de uma volta? 3. c) Resposta pessoal.

**4.** Escreva no caderno o nome, o vértice e os lados de cada ângulo.

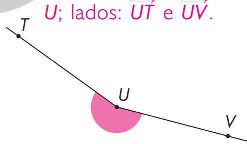
**A.**




**B.** 4. B. Resposta: Nome: $\hat{K}$, $J\hat{K}L$ ou $L\hat{K}J$; vértice: $K$; lados: $\overrightarrow{KJ}$ e $\overrightarrow{KL}$.




**C.** 4. C. Resposta: Nome: $\hat{U}$, $T\hat{U}V$ ou $V\hat{U}T$; vértice: $U$; lados: $\overrightarrow{UT}$ e $\overrightarrow{UV}$.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

4. A. Resposta: Nome: $\hat{B}$, $A\hat{B}C$ ou $C\hat{B}A$; vértice: $B$; lados: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.

**5.** Desenhe no caderno um ângulo $A\hat{O}B$ e um $B\hat{O}C$.

5. Resposta pessoal.





### Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Ao realizar a atividade **1**, proponha aos estudantes que confeccionem o instrumento utilizado pela professora. Nessa produção, alerte-os de eventuais riscos para garantir a integridade física deles, dos professores e das demais pessoas envolvidas no processo educacional. Se considerar o processo de construção arriscado em algum momento, ofereça ajuda a quem estiver com dificuldade, manipulando os objetos mais propensos a machucar, como as tachinhas. Com o instrumento em mãos, oriente-os a representar os ângulos correspondentes às cenas 2, 3 e 4, identificando qual deles representa os giros indicados na atividade.
- A fim de complementar o trabalho com a atividade **2**, peça aos estudantes que indiquem outros ângulos na foto da bicicleta.
- Organize uma leitura conjunta da tirinha da atividade **3**. Aproveite o momento para incentivar o desenvolvimento da **leitura inferencial**. É necessário verificar se eles compreendem o contexto, a sequência das imagens e como elas estão relacionadas. Por fim, possibilite que resolvam os itens propostos.
- Na atividade **4**, os estudantes devem nomear os ângulos indicados. Aproveite o momento para relembrá-los dos elementos que constituem um ângulo, a saber: lados e vértices. Em seguida, escolha alguns estudantes para escrever suas respostas na lousa. Nesse momento, é interessante que as diferentes maneiras de nomear o ângulo sejam apresentadas.
- Se julgar oportuno, na atividade **5**, oriente os estudantes a marcar os pontos $A$, $B$, $C$ e $O$, e, em seguida, traçar as semirretas $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{OC}$, obtendo, assim, a representação dos ângulos solicitados.

- Antes de iniciar o conteúdo desta página, faça as seguintes perguntas aos estudantes: Como é possível medir um ângulo? Como é possível verificar se a medida de um ângulo é maior do que a de outro? Qual é a unidade utilizada para medir ângulos? Permita a eles que compartilhem com a turma suas explicações, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de tornar o estudo mais significativo.
- Explique aos estudantes que em alguns transferidores há duas graduações, sendo uma no sentido horário e outra no anti-horário.
- Aproveite o momento para conversar com os estudantes sobre fatos históricos envolvendo o sistema numérico usado na Mesopotâmia, relacionando-o com ângulo.

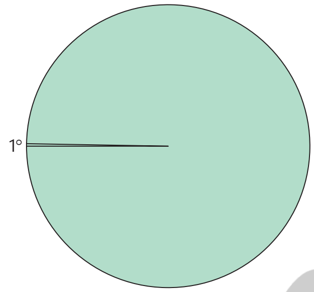
De acordo com os historiadores matemáticos Carl Boyer e Uta Merzbach, a Mesopotâmia adotou um sistema numérico de base 60, em lugar do Sistema Numérico Decimal. Segundo os pesquisadores, há algumas possíveis razões que levaram esses povos a utilizarem esse sistema numérico, como motivações astronômicas e a combinação dos sistemas mais antigos de base 10 e de base 6. No entanto, o motivo de maior aceitação, segundo eles, é que a base 60 foi voluntariamente adotada em estreita relação com a metrologia, em que uma grandeza de 60 unidades poderia ser facilmente subdividida em meios, terços, quartos, quintos, sextos, décimos, doze avos, quinze avos, vigésimos e trigésimos. Assim, presume-se que a divisão do círculo está relacionada ao sistema de base 60, visto que 360 é um múltiplo de 60. Essas informações encontram-se no livro *História da Matemática*, desses autores.

## Medindo ângulos

Para medirmos ângulos, utilizamos uma unidade de medida chamada grau, que indicamos pelo símbolo °.

A ideia de medir ângulos surgiu na Mesopotâmia, região onde hoje se situa o Iraque, com base na divisão de um círculo em 360 partes iguais. Cada parte é associada ao ângulo de 1 grau (1°).

Um dos instrumentos utilizados para medir a abertura de um ângulo, isto é, determinar sua medida, é o transferidor.

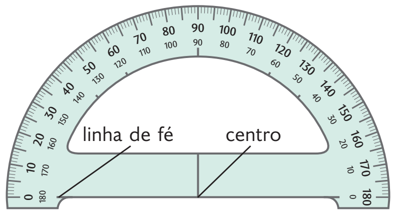



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

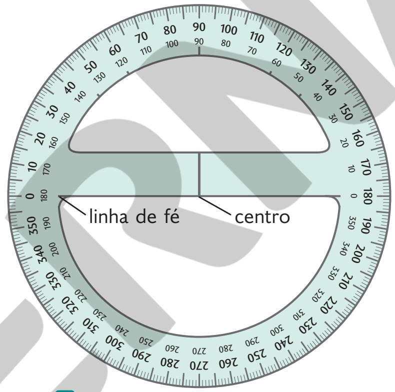
O giro de uma volta completa corresponde a um ângulo de 360°.

A seguir estão representados dois modelos diferentes de transferidor.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA



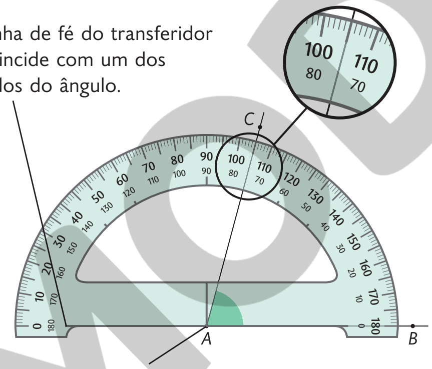

Transferidor de 180° meia volta.




SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Transferidor de 360° (volta inteira).

Na imagem está apresentado o procedimento de medição de um ângulo usando um transferidor.

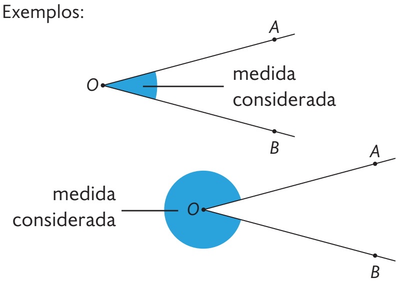



RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

Para determinar qual medida do ângulo estamos considerando em cada situação, fazemos um pequeno "arco" na abertura correspondente.

Exemplos:




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

O ângulo $B\hat{A}C$ mede 75° (lê-se: setenta e cinco graus). Essa medida pode ser indicada como $med\left(B\hat{A}C\right) = 75°$ ou $med\left(\hat{A}\right) = 75°$.

## Classificação dos ângulos

Podemos classificar os ângulos de acordo com sua medida.

- **Reto**: ângulo cuja medida é 90°.
- **Agudo**: ângulo cuja medida é maior do que 0° e menor do que 90°.
- **Raso**: ângulo cuja medida é 180°.
- **Obtuso**: ângulo cuja medida é maior do que 90° e menor do que 180°.

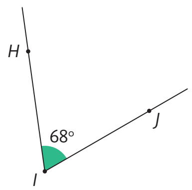
Analise alguns exemplos e suas classificações.

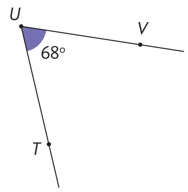
| $\text{med}(A\hat{B}C) = 90°$ | $\text{med}(K\hat{L}M) = 56°$ | $\text{med}(R\hat{S}T) = 180°$ | $\text{med}(X\hat{Y}Z) = 110°$ |
|---|---|---|---|
| $A\hat{B}C$ é reto. | $K\hat{L}M$ é agudo. | $R\hat{S}T$ é raso. | $X\hat{Y}Z$ é obtuso. |

**Questão 1.** No caderno, com o auxílio de um transferidor, construa os ângulos $A\hat{B}C$, $K\hat{L}M$, $R\hat{S}T$ e $X\hat{Y}Z$ citados anteriormente. Questão 1. Respostas na seção **Resoluções**.

## Ângulos congruentes

Ângulos com medidas iguais são chamados **ângulos congruentes**. Usamos o símbolo ≅ para indicar a congruência dos ângulos, conforme está representado nas imagens.



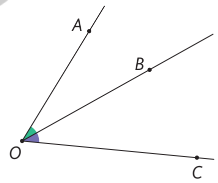

Nesse caso, $\text{med}(H\hat{I}J) = \text{med}(T\hat{U}V) = 68°$, ou seja, os ângulos são congruentes. Assim, indicamos $H\hat{I}J \cong T\hat{U}V$.

## Ângulos adjacentes

Quando dois ângulos têm um lado em comum e as regiões determinadas por eles não têm pontos em comum, dizemos que eles são adjacentes.

Na imagem apresentada, verificamos que $\overrightarrow{OC}$ é comum aos ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$, e nenhum ponto da região de $A\hat{O}B$ é comum à região $B\hat{O}C$. Sendo assim, esses ângulos são adjacentes.

Nesse mesmo exemplo, $\overrightarrow{OB}$ é comum aos ângulos $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}C$, mas existe pelo menos um ponto na região determinada pelo ângulo $B\hat{O}C$ que também faz parte da região determinada pelo ângulo $A\hat{O}C$. Portanto, eles não são adjacentes.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA



- Ao realizar a questão **1**, verifique a possibilidade de organizar os estudantes em trios para que elaborem a estratégia de construção de ângulos utilizando o transferidor.
- Antes de iniciar o tópico **Ângulos congruentes**, peça aos estudantes que digam o que entendem por congruentes. É possível que eles relacionem esse termo a segmentos congruentes. Utilize essa ideia para apresentar o conceito de ângulos congruentes.

147

• A atividade **6** aborda medições de ângulos com o transferidor. Utilize-a para verificar se os estudantes compreenderam o uso desse instrumento. Caso necessário, elabore alguns ângulos na lousa e, com o auxílio dos estudantes, meça esses ângulos utilizando o transferidor.

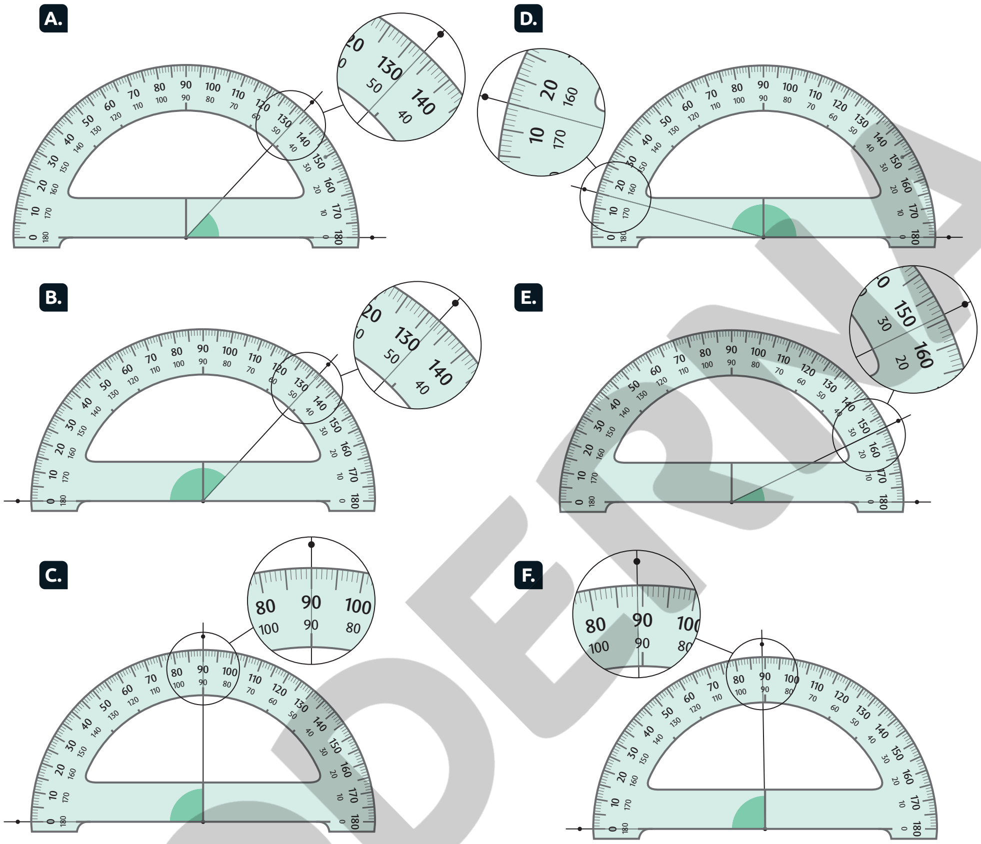
• Na atividade **7**, os estudantes devem classificar os ângulos da atividade anterior em reto, agudo ou obtuso. Se necessário, oriente-os a consultar essas definições no tópico **Classificação dos ângulos**.

• A atividade **8** possibilita retomar a ideia de ângulo enquanto giro. Após todos os estudantes finalizarem a atividade, converse com eles sobre as mudanças de direção do robô no caminho 3. Instigue-os a perceber que, para executar cada uma dessas mudanças de direção, o robô deu um giro de um quarto de volta. Por fim, desafie-os a classificar tanto os ângulos correspondentes às mudanças de direção do caminho 1 quanto suas medidas.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

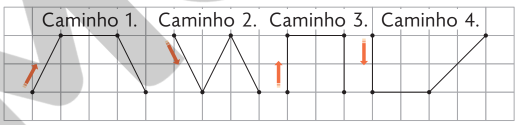
**6.** De acordo com os transferidores, determine qual é a medida da abertura de cada um dos ângulos a seguir. 6. Resposta: A: 47°; B: 132,5°; C: 90°; D: 165°; E: 26°; F: 89°.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**7.** Classifique cada ângulo representado na atividade **6** em reto, agudo ou obtuso.
7. Respostas: A. Agudo; B. Obtuso; C. Reto; D. Obtuso; E. Agudo; F. Agudo.

**8.** Uma equipe de tecnologia projetou um robô e registrou seus movimentos com as representações a seguir, indicando a vista superior, em malha quadriculada, de alguns caminhos percorridos por ele.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**
As setas indicam o movimento inicial feito pelo robô.

Qual dos caminhos representados mostra que o robô mudou de direção apenas em ângulo reto? 8. Resposta: Caminho **3**.

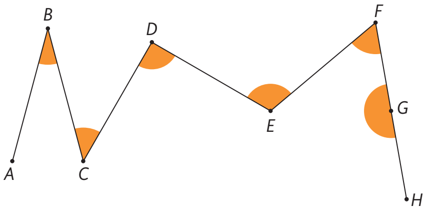






148

**9.** Com o auxílio de um transferidor, meça os ângulos indicados na imagem.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**10.** Considerando os ângulos indicados na atividade anterior, responda às questões.

**a)** Qual ângulo é reto?

**b)** Quais são agudos?

**c)** Qual é obtuso?

**d)** Qual é raso?

10. Respostas: a) $C\hat{D}E$; b) $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$ e $E\hat{F}G$; c) $D\hat{E}F$; d) $F\hat{G}H$.

**11.** Utilizando um transferidor, construa no caderno um ângulo: 11. Respostas na seção **Resoluções**.

**a)** de 62°.

**c)** reto.

**b)** de 112°.

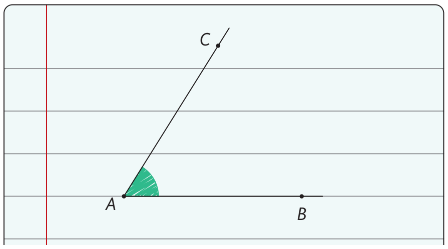
**d)** raso.

**12.** Surfistas californianos, cansados de passar os dias esperando por boas ondas, colocaram rodinhas de patins em uma madeira que lembrava uma prancha. Foi aí que surgiu o *skate*, no final de 1950, na Califórnia, nos Estados Unidos. Desde então, o esporte evoluiu, assim como as manobras que fazem parte dele, incluindo o *Frontside* 180° *Flip*. Nessa manobra, tanto o skatista quanto o *skate* dão um giro de 180°.

**a)** O giro realizado pelo skatista na manobra *Frontside* 180° *Flip* corresponde a que fração de uma volta? E o giro realizado pelo *skate*? 12. a) Resposta: Meia-volta; meia-volta.

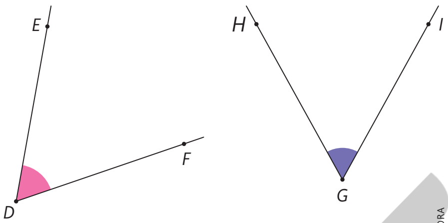
**b)** **Junte-se** a um colega e realizem uma pesquisa sobre outras manobras realizadas por skatistas, anotando as informações que acharem mais interessantes e aquelas relacionadas a ângulos. 12. b) Resposta pessoal.

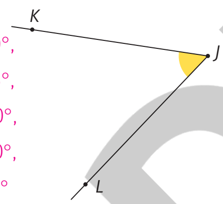
**13.** Gabriel construiu o ângulo a seguir em seu caderno.




RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Com um transferidor, identifique qual dos ângulos a seguir é congruente ao que Gabriel construiu. 13. Resposta: $H\hat{G}I$.

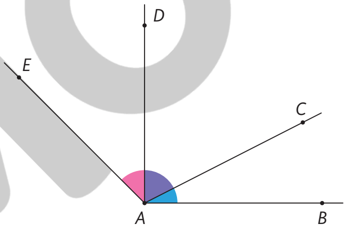



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

9. Resposta: $med(\hat{B}) = 30°$, $med(\hat{C}) = 45°$, $med(\hat{D}) = 90°$, $med(\hat{E}) = 110°$, $med(\hat{F}) = 60°$ e $med(\hat{G}) = 180°$.

**14.** Analise os três ângulos destacados a seguir. 14. Resposta: $B\hat{A}C$ e $C\hat{A}D$; $C\hat{A}D$ e $D\hat{A}E$; $B\hat{A}D$ e $D\hat{A}E$; $C\hat{A}E$ e $B\hat{A}C$.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, determine os pares de ângulos adjacentes.





- Ao realizar as atividades **9** e **10**, peça aos estudantes que estimem as medidas dos ângulos e, de acordo com elas, classifiquem cada um desses ângulos em agudo, obtuso, reto ou raso. Após realizarem as medições, peça a eles que verifiquem se suas classificações estão corretas.

Durante o desenvolvimento da atividade **9** é necessário verificar se os estudantes posicionam o transferidor corretamente e conseguem ler a medida do ângulo.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **11**, retome as discussões propostas ao realizar a questão **1**. Além disso, caso julgue pertinente, organize-os em trios para que compartilhem experiências. Caso deseje complementar essa atividade, questione-os sobre qual dos ângulos construídos é agudo e qual é obtuso.

- Aproveite a atividade **12** para promover um bate-papo sobre a **cultura juvenil** do *skate*. Pergunte: Alguém da turma anda ou já andou de *skate*? Você conhece algum atleta de *skate* profissional? Que outros esportes de rua você conhece? Envolva a sala na discussão, buscando despertar o ânimo dos estudantes e, assim, promover uma conversa sobre o tema. Para obter informações sobre **Culturas juvenis**, consulte as orientações gerais deste manual. Com base nessa dinâmica é possível abordar o tema contemporâneo transversal **Saúde**, discutindo benefícios ao se praticar alguma atividade física.

Ao desenvolver o item **b**, explique aos estudantes a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Com isso, abordam-se aspectos das **Competências gerais 1**, **4** e **9** e da **Competência específica de Matemática 8**, ao promover discussões sobre questões de natureza social, valorizando a diversidade de opiniões. Se achar pertinente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Para obter informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, consulte as orientações gerais deste manual.

## Metodologias ativas

Para desenvolver a atividade **12**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

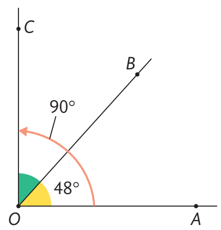
- Ao realizar a atividade **13**, se julgar pertinente, proponha aos estudantes que determinem os ângulos congruentes sem realizar medições. Na sequência, permita que resolvam a atividade e verifiquem suas estimativas.

- A atividade **14** envolve a ideia de ângulo adjacente. Antes de iniciá-la, pergunte aos estudantes o que são ângulos adjacentes. Se achar pertinente, peça a eles que pesquisem a definição da palavra adjacente no dicionário e, em seguida, relacionem o resultado obtido ao conceito de ângulos adjacentes.

• A questão **2** possibilita verificar se os estudantes compreenderam o conceito de ângulo complementar e de ângulo suplementar corretamente. Se necessário, retome as explicações expostas na página e apresente a eles outros exemplos para que compreendam os conceitos estudados.

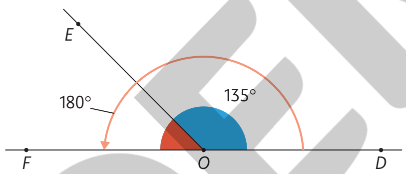
## Ângulos complementares e ângulos suplementares

Na imagem está representado o ângulo $A\hat{O}B$. Com base na semirreta $OA$, construímos um ângulo $A\hat{O}C$ medindo 90°.




Como a soma das medidas de $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ é 90°, dizemos que $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são **ângulos complementares**. Dizemos também que $B\hat{O}C$ é o **complemento** de $A\hat{O}B$ ou que $B\hat{O}C$ é o **complementar** de $A\hat{O}B$, e vice-versa.

Nesta outra imagem está representado o ângulo $D\hat{O}E$. Partindo da semirreta $OD$, construímos um ângulo $D\hat{O}F$ medindo 180°.








Como a soma das medidas de $D\hat{O}E$ e $E\hat{O}F$ é 180°, dizemos que $D\hat{O}E$ e $E\hat{O}F$ são **ângulos suplementares**. Dizemos também que $E\hat{O}F$ é o **suplemento** de $D\hat{O}E$ ou que $E\hat{O}F$ é o **suplementar** de $D\hat{O}E$, e vice-versa.

Podemos obter as medidas dos ângulos $B\hat{O}C$ e $E\hat{O}F$ realizando os cálculos a seguir.

- $\text{med}\left(B\hat{O}C\right) = \text{med}\left(A\hat{O}C\right) - \text{med}\left(A\hat{O}B\right) = 90° - 48° = 42°$
- $\text{med}\left(E\hat{O}F\right) = \text{med}\left(D\hat{O}F\right) - \text{med}\left(D\hat{O}E\right) = 180° - 135° = 45°$

Dois ângulos são:
- **complementares** quando a soma de suas medidas é 90°;
- **suplementares** quando a soma de suas medidas é 180°.

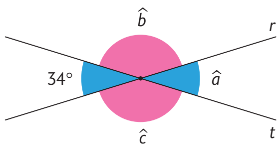
**Questão 2.** Calcule **mentalmente** e registre no caderno a medida do ângulo:

**a)** complementar de 72°.
Questão 2. a) Resposta: 18°.

**b)** suplementar de 72°.
Questão 2. b) Resposta: 108°.

## Ângulos opostos pelo vértice

As retas $r$ e $t$ a seguir são concorrentes. Ao se cruzarem, elas formam quatro ângulos.



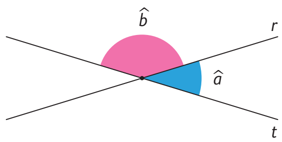

**Atenção!**

Daqui em diante, indicaremos a medida de um ângulo com uma letra minúscula com circunflexo.

Podemos obter a medida $\widehat{a}$ sem utilizar transferidor com os seguintes procedimentos.

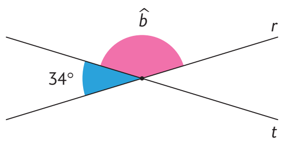
Os ângulos de medidas $\widehat{b}$ e $\widehat{a}$, nesse caso, são suplementares.

$$\widehat{b} + \widehat{a} = 180°$$




Os ângulos de medidas $\widehat{b}$ e 34° também são suplementares.

$$\widehat{b} + 34° = 180°$$




Dessas duas igualdades, temos que $\widehat{b} + \widehat{a}$ é igual a $\widehat{b} + 34°$, então:

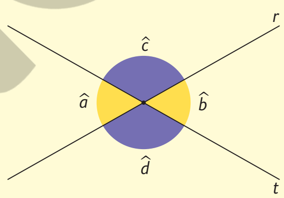
$$\widehat{b} + \widehat{a} = \widehat{b} + 34°$$
$$\cancel{\widehat{b}} + \widehat{a} - \cancel{\widehat{b}} = \cancel{\widehat{b}} + 34° - \cancel{\widehat{b}}$$
$$\widehat{a} = 34°$$

Portanto, $\widehat{a} = 34°$.

**Questão 3.** Converse com seus colegas a fim de obter uma maneira de determinar a medida $\widehat{c}$ sem utilizar o transferidor. Questão 3. Resposta pessoal.

Nesta imagem, os pares de ângulos de medidas $\widehat{a}$ e $\widehat{b}$, $\widehat{c}$ e $\widehat{d}$ são chamados **opostos pelo vértice**.

Dois ângulos opostos pelo vértice têm **medidas iguais**. Assim, nesta imagem, temos $\widehat{a} = \widehat{b}$ e $\widehat{c} = \widehat{d}$.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA





- Antes de iniciar o conteúdo desta página, é necessário verificar o conhecimento prévio dos estudantes relacionado a ângulos opostos pelo vértice, assunto que já foi estudado em anos anteriores. Peça a eles que compartilhem com a turma suas explicações, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de sistematizar o que compartilharem.
- Na questão **3**, se necessário, chame a atenção dos estudantes para o fato de que $\widehat{a} + \widehat{b} = 180°$. Em seguida, instigue-os a perceber que os ângulos de medidas $\widehat{c}$ e $\widehat{b}$ são opostos pelo vértice. Por fim, possibilite que determinem a medida desejada.

Aproveite o fato de nessa questão ser proposto um diálogo entre os estudantes e explique a eles a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros. Com isso, abordam-se aspectos da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**, ao promover discussões que levam à busca de soluções de problemas, valorizando a diversidade de opiniões.

- Na atividade **15**, caso não haja transferidor para todos os estudantes, reúna-os em grupos para que realizem esta atividade. Sempre que necessário, auxilie-os no posicionamento correto do transferidor para realizar as medições.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **16**, instigue-os, por meio de questionamentos, a perceber que, ao dobrar e desdobrar o pedaço de cartolina, marcam-se três ângulos: um de 40° e outros dois congruentes. Além disso, como a cartolina tem formato retangular, a soma das medidas desses três ângulos é 90°. Por fim, possibilite que resolvam a atividade.
- Busca-se com a atividade **17** constatar se os estudantes compreenderam os conceitos de ângulo complementar e de ângulo suplementar. É necessário verificar também se eles efetuam os cálculos corretamente. Se necessário, complete algumas das células do quadro com eles.
- A atividade **18** propõe a abordagem do conceito de ângulos complementares em um contexto algébrico. Se julgar conveniente, oriente os estudantes a escrever no caderno a expressão algébrica que relaciona $\hat{a}$ e $\hat{b}$ como dois ângulos complementares, ou seja, $\hat{a} + \hat{b} = 90°$. Durante o desenvolvimento dessa atividade, explique aos estudantes a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Com isso, abordam-se aspectos das **Competências gerais 1**, **4** e **9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar pertinente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Para obter informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, consulte as orientações gerais deste manual.

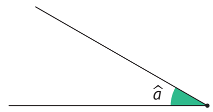
## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**15.** Utilizando um transferidor, meça os ângulos apresentados. Depois, para cada um deles, escreva a medida de seu complemento e a medida de seu suplemento.

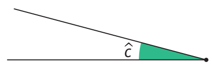
**A.**

15. A. Resposta: $\hat{a} = 30°$; medida do complemento: 60°; medida do suplemento: 150°.

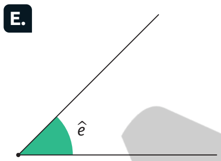



**C.**

15. C. Resposta: $\hat{c} = 15°$; medida do complemento: 75°; medida do suplemento: 165°.

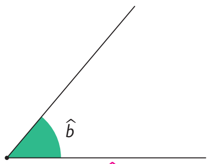



**E.**



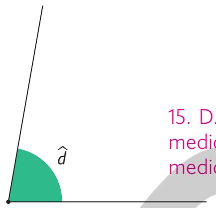

15. E. Resposta: $\hat{e} = 45°$; medida do complemento: 45°; medida do suplemento: 135°.

**B.**




15. B. Resposta: $\hat{b} = 50°$; medida do complemento: 40°; medida do suplemento: 130°.

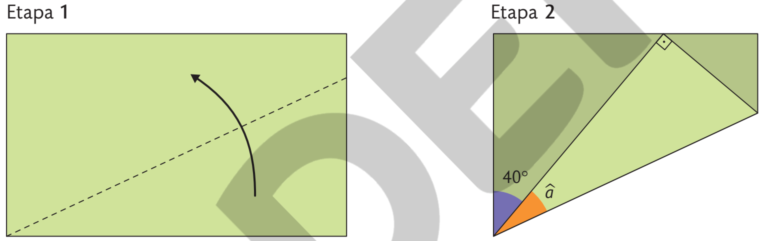
**D.**




15. D. Resposta: $\hat{d} = 80°$; medida do complemento: 10°; medida do suplemento: 100°.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**16.** Carolina dobrou um pedaço de cartolina em formato de retângulo, conforme a imagem.




ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Determine a medida $\hat{a}$ do ângulo indicado. 16. a) Resposta: $\hat{a} = 25°$.

b) Qual é a medida do complemento e a do suplemento do ângulo de medida $\hat{a}$?
16. b) Resposta: Medida do complemento: 65°; medida do suplemento: 155°.

**17.** Copie o quadro no caderno substituindo as letras pelas medidas adequadas.

| ângulo | 6° | 31° | *E* | *G* | 136° |
|---|---|---|---|---|---|
| **complemento** | *A* | *C* | 18° | *H* | |
| **suplemento** | *B* | *D* | *F* | 91° | *I* |

17. Resposta na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

**18.** **Junte-se** a um colega e resolvam esta atividade no caderno. Sabendo que os ângulos de medidas $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são complementares e que $\hat{a} = 2\hat{b}$, obtenha a medida de cada um deles.
18. Resposta: $\hat{a} = 60°$ e $\hat{b} = 30°$.



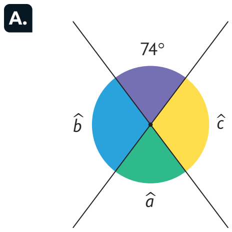


### Metodologias ativas

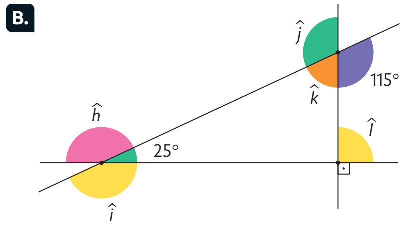
Para desenvolver as atividades **16** e **18**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**19.** Sem utilizar transferidor ou outro instrumento, determine as medidas indicadas nas imagens a seguir.
19. A. Resposta: $\hat{a} = 74°$, $\hat{b} = 106°$ e $\hat{c} = 106°$.

**A.**



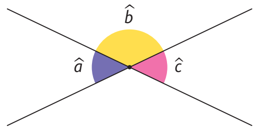

**B.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

19. B. Resposta: $\hat{h} = 155°$, $\hat{i} = 155°$, $\hat{j} = 115°$, $\hat{k} = 65°$ e $\hat{l} = 90°$.

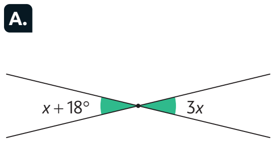
**20.** Na imagem apresentada, a soma das medidas $\hat{a}$ e $\hat{c}$ é 102°. Qual é a medida $\hat{b}$?
20. Resposta: $\hat{b} = 129°$.



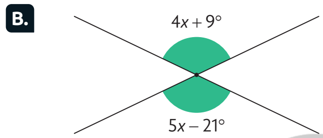

RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**21.** Efetue os cálculos e determine o valor de $x$ e as medidas dos ângulos.
21. Respostas: A. $x = 9°$; medidas dos ângulos: 27°; B. $x = 30°$; medidas dos ângulos: 129°.

**A.**

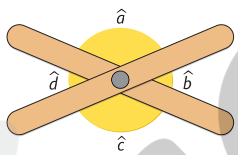



**B.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**22.** Utilizando dois palitos de sorvete e uma tachinha, Marcela construiu o seguinte instrumento.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Na imagem, podemos identificar dois pares de ângulos opostos pelo vértice. Considerando esses pares, copie as afirmações a seguir no caderno substituindo o ■ pela medida adequada. 22. a) Resposta: $\hat{c}$; $\hat{b}$.

- O ângulo de medida $\hat{a}$ é oposto pelo vértice do ângulo de medida ■.
- O ângulo de medida $\hat{d}$ é oposto pelo vértice do ângulo de medida ■.

**b)** De acordo com a abertura dos palitos, a soma das medidas $\hat{a}$ e $\hat{b}$ sofre variação? Converse com os colegas a respeito do motivo dessa ocorrência.
22. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que não, pois os ângulos de medidas $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são suplementares, ou seja, a soma dessas medidas é sempre 180°.





- Ao realizar as atividades **19** e **20**, se julgar necessário, lembre os estudantes de que dois ângulos são suplementares quando a soma de suas medidas é 180°.

## Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a atividade **20**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

- Para solucionar a atividade **21**, os estudantes podem escrever equações de primeiro grau. Ao analisar a situação, obtém-se:

$$\hat{a} + \hat{c} = 102° \text{ e } \hat{a} + \hat{b} = 180°$$

Como $\hat{a} = \hat{c}$ (ângulos opostos pelo vértice), obtemos o valor de $\hat{a}$ e, consequentemente, o valor de $\hat{b}$, que é o desejado.

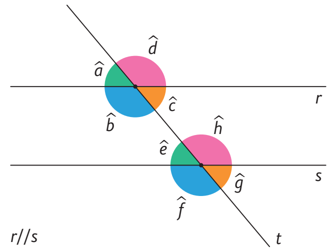
- Verifique a possibilidade de providenciar palitos de sorvete e tachinhas para que os estudantes tenham em mãos o instrumento apresentado na atividade **22**. Desse modo, espera-se auxiliá-los na obtenção das respostas dos itens propostos.

Aproveite o fato de o item **b** propor uma conversa entre colegas para orientá-los sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Com isso, abordam-se aspectos das **Competências gerais 1**, **4** e **9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar pertinente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

- Antes de iniciar o conteúdo desta página, pergunte aos estudantes o que são retas paralelas. Pergunte também a respeito da palavra transversal, instigando-os a pensar em que contextos eles a utilizaram ou leram. Se necessário, consulte o significado desse termo em um dicionário, relacionando-o com a ideia de reta transversal.
- Para complementar o trabalho com a questão **4**, organize os estudantes em grupos e disponibilize, para cada um deles, uma malha quadriculada. Em seguida, peça aos grupos que representem, na malha, duas retas paralelas cortadas por uma transversal e destaquem os 8 ângulos formados, colorindo os correspondentes com uma mesma cor. Na sequência, oriente-os a medir os pares de ângulos correspondentes e a verificar se são ou não congruentes. Durante essa dinâmica, verifique como os estudantes manuseiam o transferidor, orientando-os se necessário.
- Se necessário, explique aos estudantes que a linha tracejada na imagem representa uma reta imaginária que é paralela à reta $s$.

# Retas paralelas cortadas por uma transversal

Na imagem a seguir, as retas $r$ e $s$ são paralelas e são cruzadas por uma reta transversal, formando vários ângulos.




**Atenção!**

A notação $r//s$ indica que as retas $r$ e $s$ são paralelas.

Os pares de ângulos indicados com a mesma cor nessa imagem são denominados **ângulos correspondentes.** Questão 4. Respostas: a) 50°; b) 130°; c) 50°; d) 130°; Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que os pares de medidas obtidos são iguais.

**Questão 4.** Utilizando um transferidor, faça as medições dos ângulos e escreva no caderno os seguintes pares de medidas.

**a)** $\hat{a}$ e $\hat{e}$

**b)** $\hat{b}$ e $\hat{f}$

**c)** $\hat{c}$ e $\hat{g}$

**d)** $\hat{d}$ e $\hat{h}$

> Os pares de medidas que você obteve são iguais ou diferentes?

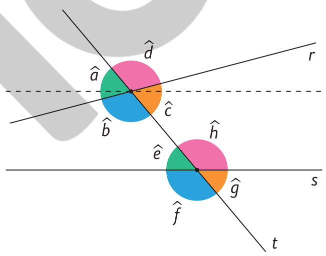
Na imagem anterior, os ângulos são formados por uma reta transversal que cruza retas paralelas. Nela, os pares de ângulos de medidas $\hat{a}$ e $\hat{e}$, $\hat{b}$ e $\hat{f}$, $\hat{c}$ e $\hat{g}$, $\hat{d}$ e $\hat{h}$ são **ângulos correspondentes**.

Dois ângulos correspondentes têm medidas iguais quando são formados por retas paralelas e uma transversal. Assim, na imagem anterior, temos:

$\hat{a} = \hat{e}$ $\qquad$ $\hat{c} = \hat{g}$

$\hat{b} = \hat{f}$ $\qquad$ $\hat{d} = \hat{h}$

Quando as retas não são paralelas, não podemos estabelecer ângulos correspondentes com medidas iguais.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

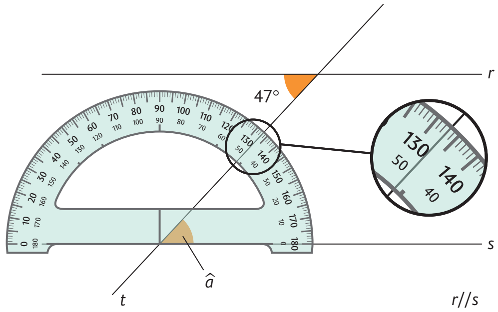
Na imagem por exemplo, as retas $r$ e $s$ não são paralelas. Assim:

$\hat{a} \neq \hat{e}$ $\qquad$ $\hat{c} \neq \hat{g}$

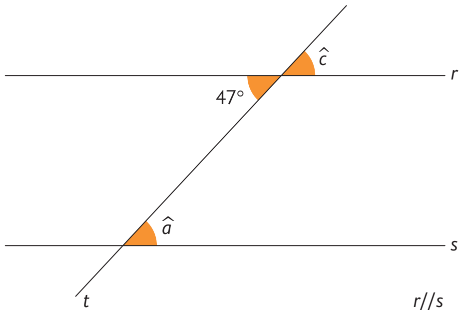
$\hat{b} \neq \hat{f}$ $\qquad$ $\hat{d} \neq \hat{h}$

Utilizando um transferidor, podemos verificar que a medida $\hat{a}$ na imagem ao lado é 47°.

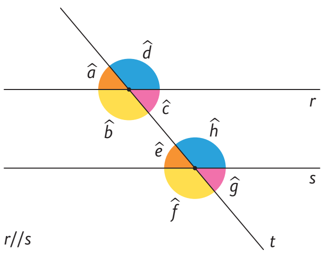
Também podemos determinar a medida $\hat{a}$ sem fazer medições. Para isso, vamos indicar na imagem o ângulo de medida $\hat{c}$. Temos $\hat{c} = 47°$, pois $\hat{c}$ e 47° são medidas de ângulos opostos pelo vértice. Como os ângulos de medidas $\hat{c}$ e $\hat{a}$ são correspondentes, temos $\hat{a} = \hat{c} = 47°$.




RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA




Na imagem a seguir, os ângulos são formados por uma reta transversal que cruza retas paralelas. Nela, os pares de ângulos de medidas $\hat{b}$ e $\hat{h}$, $\hat{c}$ e $\hat{e}$ são chamados **ângulos alternos internos**, e os ângulos de medidas $\hat{d}$ e $\hat{f}$, $\hat{a}$ e $\hat{g}$, **ângulos alternos externos**.




**Atenção!**

Os pares de ângulos alternos internos ou alternos externos têm medidas iguais quando são formados por retas paralelas e uma transversal. Assim, na imagem ao lado, temos:

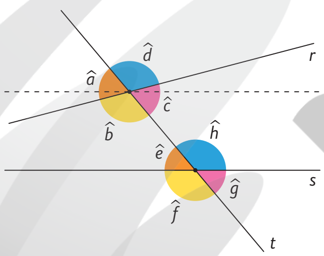
- medida dos ângulos **alternos internos**:

  $\hat{b} = \hat{h}$ $\quad$ $\hat{c} = \hat{e}$

- medida dos ângulos **alternos externos**:

  $\hat{d} = \hat{f}$ $\quad$ $\hat{a} = \hat{g}$

Quando as retas não são paralelas, não podemos estabelecer ângulos alternos com medidas iguais.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

Nesta imagem, por exemplo, as retas *r* e *s* não são paralelas. Assim:

$\hat{b} \neq \hat{h}$ $\quad$ $\hat{d} \neq \hat{f}$

$\hat{c} \neq \hat{e}$ $\quad$ $\hat{a} \neq \hat{g}$





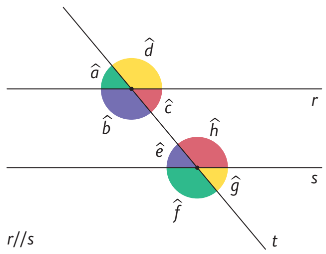
- Se necessário, explique aos estudantes que a linha tracejada na imagem representa uma reta imaginária que é paralela à reta *s*.

• Caso os estudantes apresentem dificuldade na questão **5**, organize-os em trios para que analisem os procedimentos apresentados no livro, troquem ideias e informações e desenvolvam estratégias para mostrar que os demais ângulos colaterais são suplementares.

Na imagem, os ângulos são formados por uma reta transversal que cruza as retas paralelas. Nela, os pares de ângulos de medidas $\hat{a}$ e $\hat{f}$, por exemplo, são chamados **ângulos colaterais externos**, e os ângulos de medidas $\hat{c}$ e $\hat{h}$, por exemplo, são chamados **ângulos colaterais internos**.

A seguir, vamos verificar a relação entre esses pares de ângulos.

Questão 5. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes usem procedimentos semelhantes para concluir que os pares de ângulos colaterais são suplementares.




RAFAEL L. GAION/
ARQUIVO DA EDITORA

- Os ângulos de medidas $\hat{a}$ e $\hat{e}$ são correspondentes assim $\hat{a} = \hat{e}$. Além disso, os ângulos de medidas $\hat{e}$ e $\hat{f}$ são suplementares, ou seja, $\hat{e} + \hat{f} = 180°$. Portanto, concluímos que $\hat{a} + \hat{f} = 180°$.
- Os ângulos de medidas $\hat{d}$ e $\hat{h}$ são correspondentes assim $\hat{d} = \hat{h}$. Além disso, os ângulos de medidas $\hat{d}$ e $\hat{c}$ são suplementares, ou seja, $\hat{d} + \hat{c} = 180°$. Portanto, concluímos que $\hat{c} + \hat{h} = 180°$.

Assim, demonstramos que o par de ângulos colaterais externos de medidas $\hat{a}$ e $\hat{f}$ e o par de ângulos colaterais internos de medidas $\hat{c}$ e $\hat{h}$ são suplementares.

**Questão 5.** Em seu caderno, use procedimento semelhante ao apresentado para os demais pares de ângulos colaterais indicados na imagem e conclua que eles também são suplementares.

Os pares de ângulos colaterais internos ou colaterais externos são suplementares quando são formados por retas paralelas e uma transversal. Assim, na imagem anterior temos:

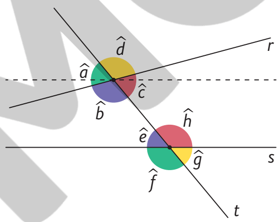
- medidas dos ângulos **colaterais internos**:

$\hat{b} + \hat{e} = 180°$ $\qquad$ $\hat{c} + \hat{h} = 180°$

- medidas dos ângulos **colaterais externos**:

$\hat{a} + \hat{f} = 180°$ $\qquad$ $\hat{d} + \hat{g} = 180°$

Quando as retas não são paralelas, não podemos estabelecer ângulos colaterais suplementares.




GUSTAVO CONTI/
ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

Nesta imagem, por exemplo, as retas $r$ e $s$ não são paralelas. Assim:

$\hat{b} + \hat{e} \neq 180°$ $\qquad$ $\hat{a} + \hat{f} \neq 180°$

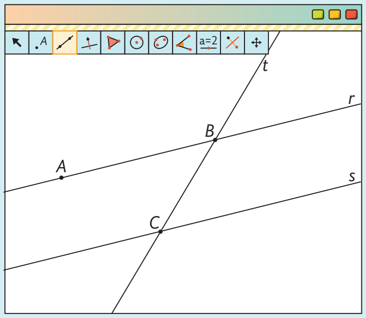
$\hat{c} + \hat{h} \neq 180°$ $\qquad$ $\hat{d} + \hat{g} \neq 180°$

## Instrumentos e *softwares*

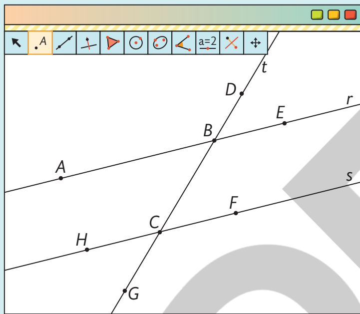
### Ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal com o GeoGebra

Com as orientações do professor e o passo a passo a seguir, vamos verificar algumas relações entre as medidas dos ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal.

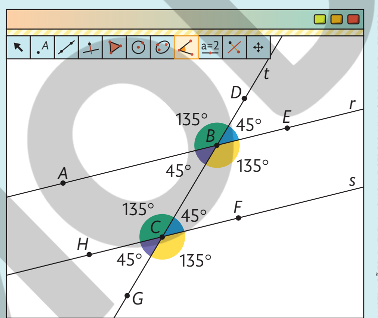
**1º.** Com a ferramenta **Reta**, marque dois pontos *A* e *B* para traçar a reta *r*. Depois, usando a ferramenta **Reta Paralela**, marque um ponto *C* não pertencente à reta *r*. Em seguida, clique na reta *r* para traçar a reta *s*. Por fim, novamente com a ferramenta **Reta**, clique em *B* e *C* para traçar uma reta *t* transversal à *r* e *s*.




**2º.** Com a ferramenta **Ponto**, clique sobre as retas e marque os pontos *D*, *E*, *F*, *G* e *H*, como na imagem.




**3º.** Com a ferramenta **Ângulo**, clique em *E*, *B* e *D*, nessa ordem, para medir o ângulo $E\hat{B}D$. De maneira semelhante, meça os demais ângulos, como na imagem. Deixe ângulos correspondentes com mesma cor clicando com o botão direito, escolhendo a opção **Configurações** e selecionando a aba **Cor**.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Faça o teste: com a ferramenta **Mover**, clique e arraste os pontos *A*, *B* ou *C* e verifique se os ângulos correspondentes permanecem congruentes.





- Os passos apresentados nesta seção correspondem ao GeoGebra, *software* que representa conceitos de Geometria e Álgebra. Nele, é possível realizar diversas construções geométricas usando pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção. Utilizado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 22 abr. 2022.

Caso essa seção seja realizada no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estão com o *software* instalado. Uma alternativa é utilizar a versão *on-line*, disponível no mesmo *site*.

- Explique aos estudantes que o GeoGebra considera o sentido anti-horário dos cliques para definir o ângulo e a sua medida.
- O trabalho desenvolvido ao longo desta página contempla aspectos da habilidade **EF07MA23**, visto que possibilita a verificação de relações entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
- Antes de realizar as construções, oriente os estudantes a ocultar os eixos e a malha. Diga que, para ocultar os eixos, é necessário clicar com o botão direito na **Janela de Visualização** e desmarcar a opção **Exibir Eixos**. Já para ocultar a malha, deve-se clicar com o botão direito na **Janela de Visualização**, clicar em **Exibir Malha** e selecionar a opção **Sem Malha**.
- Caso os pontos fiquem em posições que dificultem as medições dos ângulos, oriente os estudantes a movê-los, clicando com a ferramenta **Mover** no ponto e arrastando-o sobre a reta.

### Metodologias ativas

Ao desenvolver a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

- Ao abordar a verificação de relações entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, as atividades desta seção contemplam a habilidade **EF07MA23**.
- Busca-se, com a atividade **23**, verificar se os estudantes reconhecem pares de ângulos congruentes em retas paralelas cortadas por uma transversal. Se necessário, explique a eles que o termo “alterno” está relacionado à reta transversal e os termos “internos” e “externos” estão associados às retas paralelas.
- Ao realizar a atividade **24** com os estudantes, questione a veracidade dos demais itens. Por exemplo, o item **a** é verdadeiro, pois os ângulos de medidas $\hat{b}$ e 115° são correspondentes. Dessa maneira, peça a eles que apresentem justificativas para os itens verdadeiros.
- As retas paralelas e transversais da atividade **25** estão representadas de maneira não convencional. Com isso, alguns estudantes podem ter dificuldade durante a resolução. Nesse caso, oriente-os a escrever no caderno os pares de ângulos congruentes para, em seguida, determinar suas medidas.
- Na atividade **26**, verifique como os estudantes escrevem e resolvem as equações correspondentes. Se necessário, oriente-os a resolver a atividade em trios, para que troquem ideias e desenvolvam estratégias.

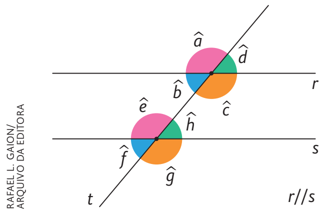
## Atividades

Faça as atividades no caderno.

23. a) Sugestões de respostas: $\hat{a}$ e $\hat{e}$; $\hat{b}$ e $\hat{f}$; $\hat{c}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{h}$.
23. b) Sugestões de resposta: $\hat{a}$ e $\hat{c}$; $\hat{b}$ e $\hat{d}$; $\hat{e}$ e $\hat{g}$; $\hat{f}$ e $\hat{h}$.
23. c) Sugestões de resposta: $\hat{b}$ e $\hat{h}$; $\hat{c}$ e $\hat{e}$.
23. d) Sugestões de resposta: $\hat{a}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{f}$.

**23.** De acordo com a figura geométrica a seguir, escreva no caderno as letras que indicam as medidas de dois pares de ângulos:

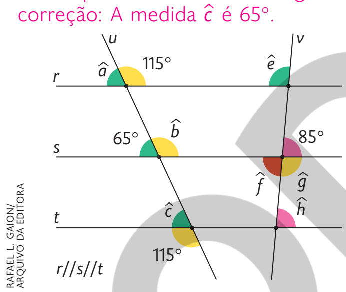
**a)** correspondentes.
**b)** opostos pelo vértice.
**c)** alternos internos.
**d)** alternos externos.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**24.** Em relação à figura geométrica a seguir, apenas uma das afirmações é falsa. Identifique-a e reescreva-a corrigida no caderno.

24. Resposta: Alternativa **d**; Sugestão de correção: A medida $\hat{c}$ é 65°.

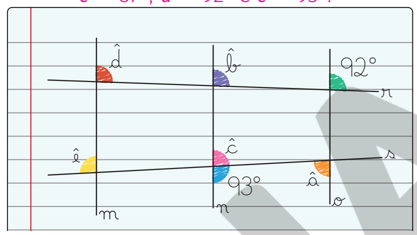



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** A medida $\hat{b}$ é 115°.
**b)** Os ângulos de medidas $\hat{e}$ e $\hat{h}$ são suplementares.
**c)** Os ângulos de medidas $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são correspondentes.
**d)** A medida $\hat{c}$ é 60°.
**e)** Os ângulos de medidas $\hat{f}$ e $\hat{g}$ juntos formam um ângulo de 180°.

**25.** Utilizando esquadros e um transferidor, Flávia construiu a figura geométrica a seguir.

25. Resposta: $\hat{a}$ = 87°, $\hat{b}$ = 92°, $\hat{c}$ = 87°, $\hat{d}$ = 92° e $\hat{e}$ = 93°.

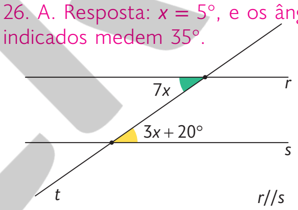



HELOÍSA PINTARELLI E SÉRGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

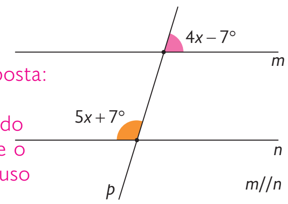
Determine as medidas $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$ e $\hat{e}$, sabendo que as retas *m*, *n* e *o* são paralelas.

**26.** Efetue os cálculos em seu caderno e obtenha o valor de *x* e as medidas dos ângulos indicados.

**A.** 26. A. Resposta: $x$ = 5°, e os ângulos indicados medem 35°.

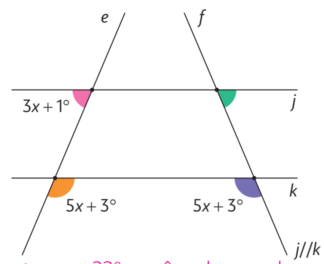



**B.**




26. B. Resposta: $x$ = 20°, o ângulo agudo mede 73° e o ângulo obtuso mede 107°.

**C.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

26. C. Resposta: $x$ = 22°, os ângulos agudos medem 67° e os ângulos obtusos 113°.

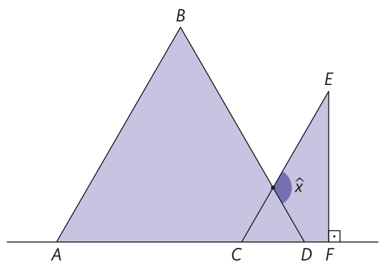
**27.** Duas retas paralelas cortadas por uma transversal formam um par de ângulos alternos internos cujas medidas são $2x + 30°$ e $4x - 20°$.

**a)** Qual é o valor de $x$?

**b)** Determine as medidas de cada ângulo.

27. Respostas: a) 25°; b) 80°.

**28.** Na imagem, o triângulo $ABD$ é equilátero, e o segmento $AB$ é paralelo ao segmento $CE$.






Qual é a medida $\hat{x}$? 28. Resposta: Alternativa **e.**

**a)** 80°

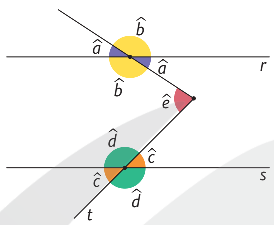
**b)** 90°

**c)** 100°

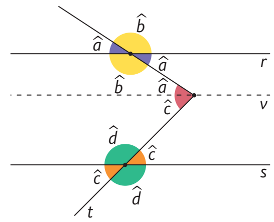
**d)** 110°

**e)** 120°

**29.** Na imagem, as retas $r$ e $s$ são paralelas.




Podemos calcular a medida $\hat{e}$ sem usar o transferidor. Para isso, traçamos arbitrariamente uma reta $v$ paralela à reta $r$ e à reta $s$ passando pelo vértice do ângulo. Assim, $\hat{e} = \hat{a} + \hat{c}$.

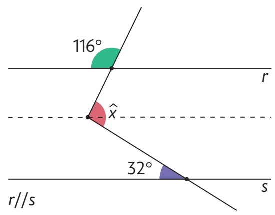



**Atenção!**

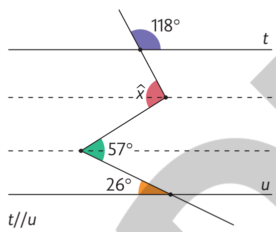
A reta $v$ é tracejada, pois representa uma reta imaginária.

Agora, determine, no caderno, a medida $\hat{x}$ para cada item.

**A.**



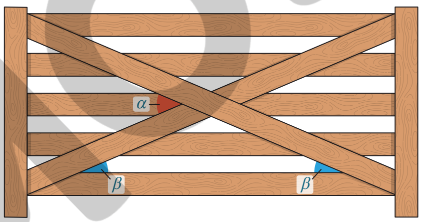

**B.**






29. Respostas: A. $\hat{x} = 96°$; B. $\hat{x} = 93°$.

**30.** Amanda vai construir um portão de madeira semelhante à representação a seguir.





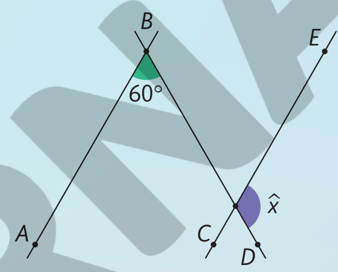

Todas as madeiras horizontais do portão são paralelas. Sabendo que $\beta$ mede 23°, determine a medida de $\alpha$.

30. Resposta: $\alpha$ mede 46°.





- Ao realizar a atividade **27**, se necessário, auxilie os estudantes em relação aos procedimentos algébricos, visto que ela envolve conhecimentos da unidade temática **Álgebra**.
- Na atividade **28**, verifique se os estudantes sabem que um triângulo equilátero tem todos os ângulos internos congruentes. Depois, se necessário, peça a eles que construam o esquema apresentado a seguir em que $med(A\hat{B}D) = 60°$, pois é ângulo interno do triângulo equilátero.






Em seguida, aplicando as relações entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, obtém-se a medida desejada.

- Na atividade **29**, enfatize que a reta tracejada é, por construção, paralela às demais. Desse modo, tem-se as relações entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, possibilitando a obtenção da medida desconhecida.
- Na atividade **30**, sugira aos estudantes que representem o portão considerando as madeiras como retas. Além disso, caso julgue necessário, oriente-os a traçar uma reta imaginária paralela às horizontais passando pelo vértice do ângulo $\alpha$.

• A atividade **31** trabalha a ideia de ângulos colaterais. Se necessário, utilize a definição do termo “colateral” para enfatizar que os pares de ângulos colaterais estão em um mesmo lado da reta transversal. Explique aos estudantes que os termos “internos” e “externos” estão relacionados às retas paralelas. Ao final da atividade, sintetize para a turma que a soma das medidas de um par de ângulos colaterais é igual a 180°, ou seja, esses ângulos são suplementares.

• Ao realizar a atividade **32**, questione os estudantes a respeito da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo. Se julgar pertinente, organize-os em duplas para que solucionem o problema.

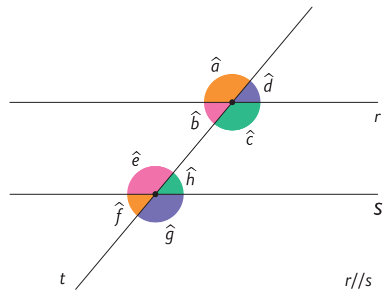
• Na atividade **33**, verifique se os estudantes percebem que se as retas fossem paralelas, os ângulos em destaque seriam colaterais externos, ou seja, a soma de suas medidas seria igual a 180°. Aproveite essa atividade para desenvolver com os estudantes a ideia de redução ao absurdo, quando se parte de uma premissa e se chega a uma contradição.

• Na atividade **34**, alguns estudantes podem argumentar que os ângulos são iguais levando em consideração apenas a representação geométrica. Se isso acontecer, explique a eles que a figura auxilia na compreensão da situação, mas é necessário usar os conceitos matemáticos para realizar as análises necessárias.

• Na atividade **35**, sugira aos estudantes que, por meio de desenhos, estabeleçam relações entre os pares de ângulos que estão sendo comparados em cada item, utilizando uma das retas transversais indicadas. Para ampliar o desenvolvimento com esta atividade, peça aos estudantes que justifiquem o porquê de os demais itens serem falsos.

**31.** A figura geométrica a seguir é formada por uma reta transversal que corta duas retas paralelas. Cada par de ângulos colaterais internos e de ângulos colaterais externos estão destacados com a mesma cor. Com base nessas informações, resolva o que se pede nos itens.

31. Respostas: a) 180°; 180°; b) 180°; c) 180°; 180°; d) 180°; e) Suplementares.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Calcule $\hat{b} + \hat{e}$ e $\hat{c} + \hat{h}$.

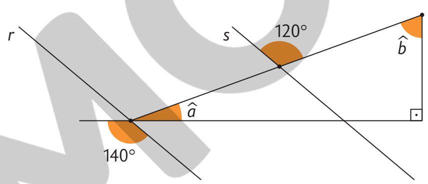
**b)** Qual é a soma das medidas de cada par de ângulos colaterais internos?

**c)** Calcule $\hat{a} + \hat{f}$ e $\hat{d} + \hat{g}$.

**d)** Qual é a soma das medidas de cada par de ângulos colaterais externos?

**e)** Os ângulos colaterais internos e colaterais externos são complementares ou suplementares?

**32.** Na imagem, as retas *r* e *s* são paralelas.



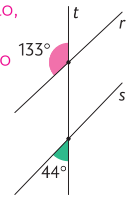

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Quais são as medidas $\hat{a}$ e $\hat{b}$?

32. Resposta: $\hat{a} = 20°$ e $\hat{b} = 70°$.

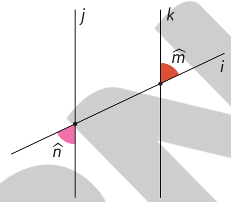
**33.** As retas *r* e *s* na figura geométrica a seguir podem ser paralelas? Justifique sua resposta.

33. Resposta: Não, pois os ângulos indicados não são suplementares.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**34.** A seguir, as retas *j* e *k* são paralelas cortadas pela transversal *i*.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Determine a afirmação verdadeira.

**a)** os ângulos de medidas $\hat{m}$ e $\hat{n}$ são complementares.

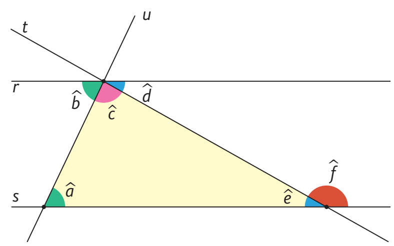
**b)** os ângulos de medidas $\hat{m}$ e $\hat{n}$ são suplementares.

**c)** os ângulos de medidas $\hat{m}$ e $\hat{n}$ são iguais.

**d)** os ângulos de medidas $\hat{m}$ e $\hat{n}$ são adjacentes.

34. Resposta: Alternativa **c.**

**35.** Na figura geométrica a seguir, as retas *r* e *s* são paralelas cortadas pelas transversais *t* e *u*.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos afirmar que:

**a)** $\hat{f} = \hat{b} + \hat{c}$

**b)** $\hat{a} = \hat{e}$

**c)** $\hat{c} + \hat{d} = \hat{e} + \hat{f}$

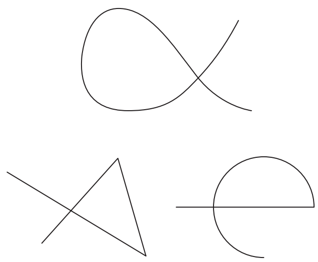
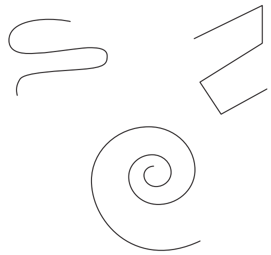
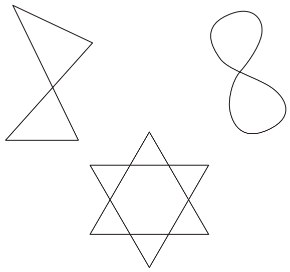
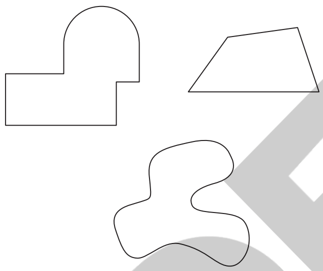
**d)** $\hat{f} = \hat{d}$

35. Resposta: Alternativa **a.**

## Polígonos

Você provavelmente já estudou polígonos, seus elementos e algumas de suas características. Neste momento, vamos estudar também os seus ângulos internos.

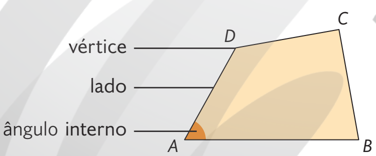
Considere algumas linhas em um plano. Tais linhas podem ser abertas ou fechadas, cruzando-se ou não.

| Linhas | Que se cruzam (não simples) | Que não se cruzam (simples) |
| --- | --- | --- |
| **Abertas** |  |  |
| **Fechadas** |  |  |

Uma linha do plano fechada, formada apenas por segmentos de reta que não se cruzam, de maneira que dois segmentos consecutivos não são parte de uma mesma reta, é chamada **polígono**. Cada segmento de reta é um **lado** do polígono.

A região interna a um polígono é a região plana delimitada por ele. Um polígono e sua região interna determinam uma **região poligonal**. No entanto, exceto quando dito o contrário, também vamos usar a palavra polígono para nos referir à região poligonal correspondente, ou seja, à figura geométrica plana formada por seus lados (contorno) e sua região interna.

A seguir, alguns elementos de um polígono foram destacados.




- Vértices: $A$, $B$, $C$ e $D$.
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$.
- Ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ e $\hat{D}$.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA





- Antes de iniciar o conteúdo desta página, é necessário verificar o conhecimento prévio dos estudantes relacionado a polígonos. Peça a eles que compartilhem com a turma suas explicações, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de tornar o estudo mais significativo.



161

## Atividade a mais

Copie as frases no caderno substituindo as letras maiúsculas em destaque por palavras ou números adequados.

**a )** O pentágono tem **A** lados, **B** vértices e **C** ângulos internos.

**b )** O **D** tem 7 lados, **E** vértices e **F** ângulos internos.

**c )** O **G** tem **H** lados, 10 vértices e **I** ângulos internos.

### Resoluções e comentários

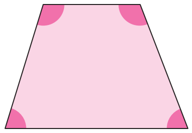
**a )** Neste item, espera-se que os estudantes associem o prefixo "penta" à quantidade de lados, de vértices e de ângulos internos do polígono. A frase correta é:
O pentágono tem 5 lados, 5 vértices e 5 ângulos internos.

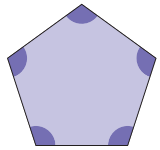
**b )** Neste item, espera-se que os estudantes identifiquem que as informações referem-se ao polígono de 7 lados, ou seja, ao heptágono. A frase correta é:
O heptágono tem 7 lados, 7 vértices e 7 ângulos internos.

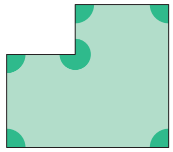
**c )** Neste item, espera-se que os estudantes identifiquem que as informações referem-se ao polígono de 10 lados, ou seja, ao decágono. A frase correta é:
O decágono tem 10 lados, 10 vértices e 10 ângulos internos.

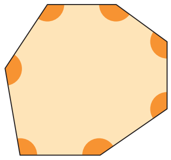
Podemos nomear um polígono conforme a quantidade de lados que ele tem. Exemplos:

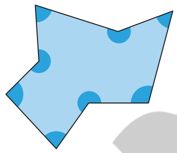
| Quantidade de lados do polígono | Nome do polígono |
|---|---|
| 3 | triângulo |
| 4 | quadrilátero |
| 5 | pentágono |
| 6 | hexágono |
| 7 | heptágono |
| 8 | octógono |
| 9 | eneágono |
| 10 | decágono |
| 11 | undecágono |
| 12 | dodecágono |

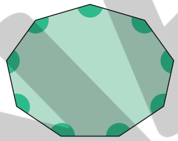

Quadrilátero.


Pentágono.


Hexágono.


Heptágono.

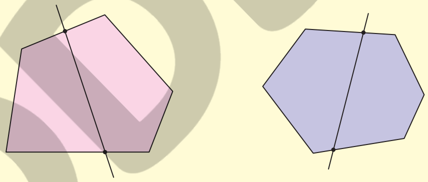

Octógono.


Eneágono.

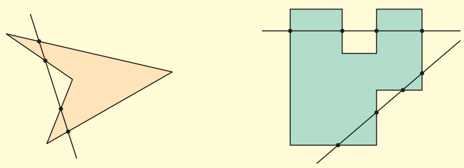
Os polígonos que têm todos os lados com a mesma medida de comprimento e todos os ângulos internos com a mesma medida são denominados **polígonos regulares**.

Os polígonos também podem ser classificados em **convexos** ou **não convexos**.

- Um polígono é convexo quando qualquer reta que passa por seu interior corta seus lados em somente dois pontos. Analise dois exemplos.



- Um polígono é não convexo quando existe pelo menos uma reta que passa por seu interior cortando seus lados em mais de dois pontos. Analise dois exemplos.



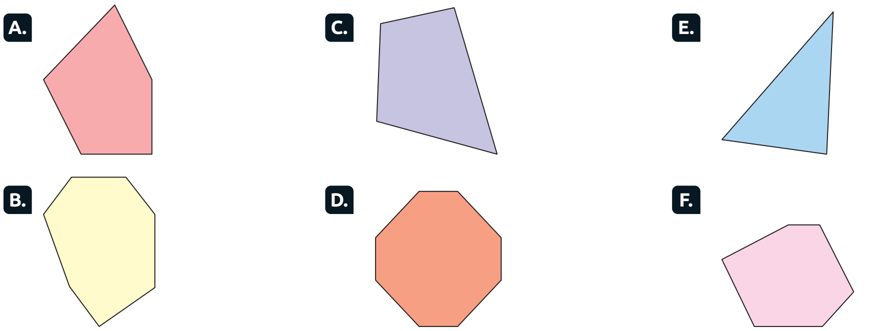
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

38. C. Resposta: Lados: $\overline{LM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NO}$ e $\overline{LO}$; vértices: $L$, $M$, $N$, e $O$; ângulos internos: $\hat{L}$, $\hat{M}$, $\hat{N}$ e $\hat{O}$.

**36.** Classifique os polígonos a seguir conforme a quantidade de lados.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

36. Respostas: A. Pentágono; B. Heptágono; C. Quadrilátero; D. Octógono; E. Triângulo; F. Hexágono.

**37.** Muitos artistas utilizam figuras geométricas planas como fonte de inspiração para compor suas obras. Entre eles, podemos citar o holandês Piet Mondrian (1872-1944) e o brasileiro Luiz Sacilotto (1924-2003), um dos principais artistas do abstracionismo no Brasil. Analise a seguir duas obras desses artistas. Depois, identifique polígonos em cada uma delas e classifique-os conforme a quantidade de lados.

**Abstracionismo:** ou arte abstrata, é conhecido por não se preocupar em representar seres ou objetos com formatos reais. No abstracionismo geométrico, comumente usam-se figuras geométricas, linhas e cores para compor a obra.

**A.**

LUIZ SACILOTTO/ACERVO DO ARTISTA

Concreção 8601, de Luiz Sacilotto. Têmpera vinílica sobre tela, 90 cm × 90 cm, 1986.

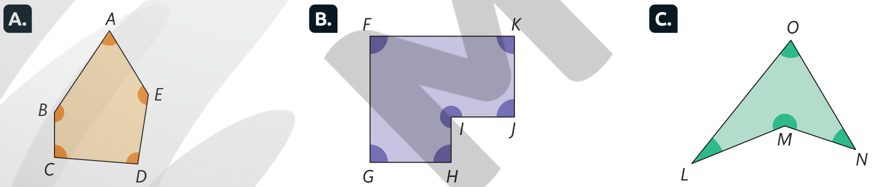
**B.**

MUSEU DE BELAS ARTES DE ZURIQUE, SUÍÇA

Composição II com vermelho, azul e amarelo, de Piet Mondrian. Óleo sobre tela, 46 cm × 46 cm, 1929.

37. Respostas: A. Triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos; B. Quadriláteros.

**38.** No caderno, nomeie os lados, vértices e ângulos internos dos polígonos a seguir.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

38. A. Resposta: Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{AE}$; vértices: $A$, $B$, $C$, $D$ e $E$; ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ e $\hat{E}$.

38. B. Resposta: Lados: $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$ e $\overline{KF}$; vértices: $F$, $G$, $H$, $I$, $J$ e $K$; ângulos internos: $\hat{F}$, $\hat{G}$, $\hat{H}$, $\hat{I}$, $\hat{J}$ e $\hat{K}$.





- Ao realizar a atividade **36**, chame a atenção dos estudantes para a relação entre o prefixo do nome de cada polígono e a sua quantidade de lados e de ângulos internos.
- Na atividade **37**, alguns estudantes podem incluir quadrados e retângulos na classificação. Caso isso aconteça, explique a eles que os quadriláteros são uma maneira mais ampla de classificar os polígonos que têm quatro lados. Utilize essa atividade também para desenvolver o tema contemporâneo transversal **Diversidade cultural**, abordando as diferentes culturas expressas por meio da arte. Para um estudo mais detalhado sobre as obras e os artistas apresentados, converse com o professor do componente curricular de **Arte** e, juntos, promovam um debate com a turma, evidenciando, por exemplo, as características de cada uma dessas obras. Com isso, abordam-se aspectos da **Competência geral 3** e da **Competência específica de Matemática 3.**

### Metodologias ativas

Para desenvolver a atividade **37**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Busca-se, com a atividade **38**, evidenciar os elementos de um polígono e nomeá-los. Se necessário, lembre os estudantes de que já foi estudado como nomear ângulos em tópicos anteriores. Complemente essa atividade perguntando a eles quais polígonos apresentados não são convexos. Em caso de dificuldade, reproduza a figura **B** na lousa e mostre aos estudantes porque esse polígono não é convexo.

• Na atividade **39**, se necessário, sugira aos estudantes que desenhem as figuras no caderno e tracem algumas retas cortando o contorno da figura. Em seguida, eles devem analisar se é possível traçar alguma reta que corte o contorno do polígono em mais de dois pontos.

• Na atividade **40**, espera-se que os estudantes percebam que a menor quantidade de lados para obter um polígono é 3. Se necessário, pergunte a eles se é possível desenhar um polígono com 1 lado, com 2 lados e com 3 lados.

• Para complementar a atividade **41**, organize os estudantes em grupos, confeccione a representação de alguns polígonos em folhas de papel e distribua para a turma. Feito isso, solicite aos estudantes que nomeiem os polígonos de acordo com a quantidade de lados. Em seguida, com uma tesoura de pontas arredondadas, peça a eles que dividam esse polígono em outros polígonos. Por fim, oriente-os a trocar os polígonos obtidos com os outros grupos para que sejam nomeados de acordo com a quantidade de lados.

Durante as divisões das representações, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física deles, dos professores e das demais pessoas envolvidas no processo educacional.

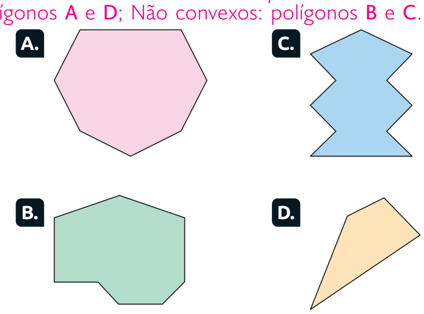
• Na atividade **42**, é possível que alguns estudantes classifiquem o polígono **B** como sendo regular. Se isso acontecer, peça a eles que analisem os ângulos desse polígono. Ao final da atividade, explique a eles que, em um polígono regular, os lados são congruentes e os ângulos internos são congruentes.

• A atividade **43** envolve maior nível de abstração, visto que exige do estudante a mobilização de características de prismas e pirâmides sem o suporte de representações. Com isso, se julgar oportuno, leve para a sala de aula alguns objetos que lembram essas figuras geométricas espaciais para que, em caso de dificuldade, eles possam manipulá-las.

• Ao realizar a atividade **44**, se julgar necessário, faça uma análise conjunta das imagens. Em seguida, com os estudantes, represente na lousa os polígonos que formam cada um dos mosaicos. Por fim, deixe que eles os classifiquem.

43. Respostas: a) Triângulos e quadriláteros; b) Triângulos e quadrilátero.

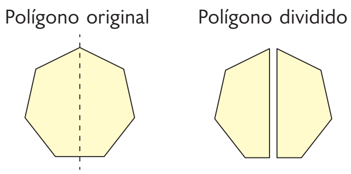
**39.** Classifique os polígonos em convexos ou não convexos. 39. Resposta: Convexos: polígonos **A** e **D**; Não convexos: polígonos **B** e **C**.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**40.** Qual é a menor quantidade de lados de um polígono? 40. Resposta: 3 lados.

**41.** O polígono a seguir foi dividido em outros dois.



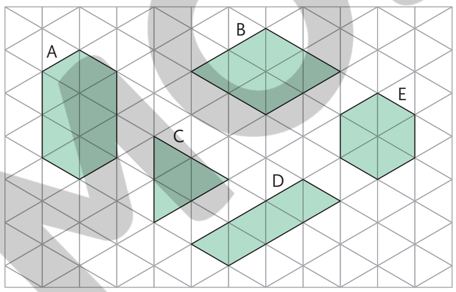

RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Classifique o polígono original, antes de ser dividido, de acordo com a quantidade de lados.

**b)** Agora, classifique os polígonos obtidos após a divisão de acordo com a quantidade de lados.

41. Respostas: a) Heptágono; b) Pentágonos.

**42.** Alguns polígonos foram desenhados em uma malha formada por triângulos regulares.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Quais desses polígonos são regulares?
42. Resposta: Polígonos **C** e **E**.

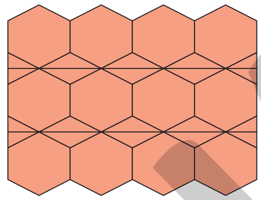
**43.** Quais polígonos formam as faces de:

**a)** um prisma de base triangular?

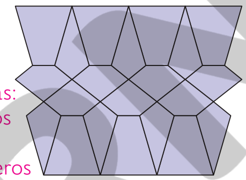
**b)** uma pirâmide de base quadrada?

**44.** Classifique, em relação à quantidade de lados, os polígonos que formam os mosaicos a seguir.

**A.**



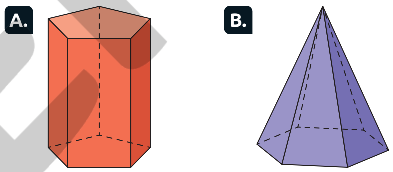
**B.**



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

44. Respostas: A. Hexágonos e triângulos; B. Quadriláteros e pentágonos.

**45.** Analise o prisma **A** e a pirâmide **B**.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Com base nas figuras que você analisou, indique a afirmação verdadeira.

**a)** As faces laterais do prisma **A** são pentágonos, e as bases, triângulos.

**b)** As duas figuras geométricas espaciais têm faces que são pentágonos.

**c)** Nenhuma das figuras geométricas espaciais tem faces hexagonais.

**d)** Podemos nomear os polígonos que formam as faces e a base da pirâmide de **B** de triângulos e hexágono, respectivamente.

**e)** As faces e as bases do prisma **A** são polígonos com a mesma quantidade de lados.

45. Resposta: Alternativa **d**.







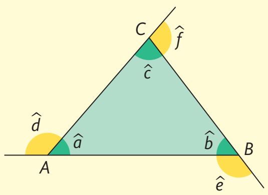
• Em caso de dificuldade na atividade **45**, organize os estudantes em grupos para que analisem e conversem a respeito das afirmações expostas. Além disso, solicite a eles que justifiquem o motivo das afirmações serem falsas. Por fim, organize um bate-papo para que as conclusões sejam expostas.

# Triângulos

Você já deve ter estudado anteriormente que o triângulo é o polígono com a menor quantidade de lados. Agora, vamos conhecer outros elementos e propriedades a respeito dele.

Triângulo é um polígono que tem 3 lados e, consequentemente, 3 vértices, 3 ângulos internos e 3 ângulos externos.

Na imagem, está representado um triângulo e alguns de seus elementos.




- Nome: triângulo $ABC$ ou $\triangle ABC$.
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$.
- Vértices: $A$, $B$ e $C$.
- Medidas dos ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$.
- Medidas dos ângulos externos: $\hat{d}$, $\hat{e}$ e $\hat{f}$.

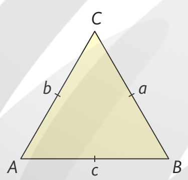
Nesse triângulo, o lado $\overline{BC}$ é chamado **lado oposto** ao ângulo de medida $\hat{a}$ e, do mesmo modo, o ângulo de medida $\hat{a}$ é chamado **ângulo oposto** ao lado $\overline{BC}$.

Os triângulos podem ser classificados conforme as medidas dos comprimentos dos lados e a medida dos seus ângulos internos.

- Classificação de triângulos de acordo com as medidas dos lados.

**Equilátero**

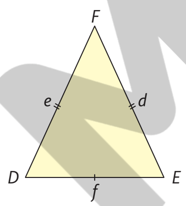
Triângulo que tem todos os lados com medidas de comprimento iguais.




$a = b = c$.

**Isósceles**

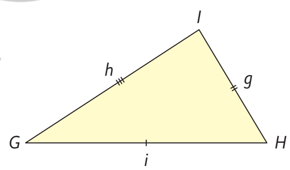
Triângulo que tem pelo menos 2 lados com medidas de comprimento iguais.




$e = d$.

**Escaleno**

Triângulo que tem os 3 lados com medidas de comprimento diferentes.




$i \neq g$, $g \neq h$ e $i \neq h$.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA





**Sugestão de avaliação**

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, faça na lousa um quadrilátero convexo não regular, um pentágono não convexo e um hexágono convexo não regular. Feito isso, peça a eles que:

**a )** classifiquem os polígonos de acordo com a sua quantidade de lados;

**b )** escrevam o nome do polígono não convexo.

**Resoluções e comentários**

**a )** Ao classificar os polígonos de acordo com a quantidade de lados, temos: quadrilátero, pentágono e hexágono.

**b )** Verifique se eles reconhecem quando um polígono é não convexo. Se necessário, na lousa, trace uma reta sobre o pentágono, de modo que ela corte o contorno desse polígono em mais de dois pontos.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionados aos lados e aos ângulos de triângulos. Permita a eles que compartilhem com a turma suas explicações, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de tornar o estudo mais significativo.
- Explique aos estudantes que o triângulo equilátero é também isósceles, pois tem 2 lados com mesma medida de comprimento.



165

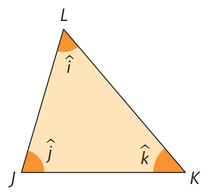
- Se necessário, lembre os estudantes de que um ângulo é agudo quando sua medida é maior do que 0° e menor do que 90°; é reto quando sua medida é 90°; é obtuso quando sua medida é maior do que 90° e menor do que 180°.

Para ilustrar a rigidez dos triângulos apresentada nesta página, providencie palitos de sorvete e tachinhas e leve esses materiais para a sala de aula. Organize os estudantes em grupos e peça a eles que construam representações de triângulos e de quadriláteros. Em seguida, eles devem tentar deformar a construção em formato de triângulo e a construção em formato de quadrilátero para verificar a rigidez dos objetos representados. Desse modo, desenvolve-se aspectos da habilidade **EF07MA25**.

Classificação de triângulos conforme as medidas dos ângulos internos.

**Acutângulo**

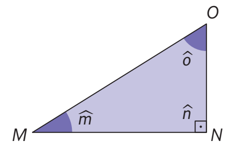
Triângulo que tem os 3 ângulos internos agudos.




$0° < \hat{j} < 90°$, $0° < \hat{k} < 90°$ e $0° < \hat{i} < 90°$

**Retângulo**

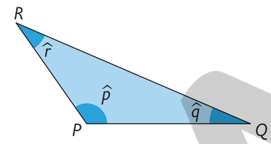
Triângulo que tem 1 ângulo interno reto.




$\hat{n} = 90°$

**Obtusângulo**

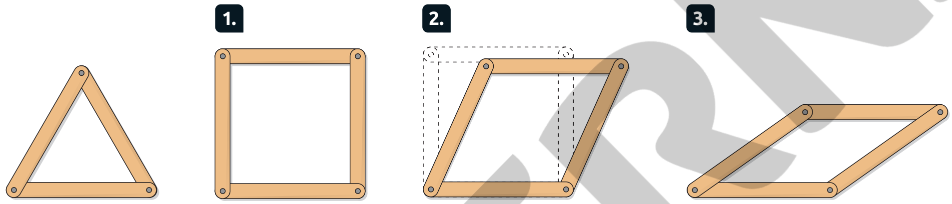
Triângulo que tem 1 ângulo interno obtuso.




$90° < p < 180°$

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Analise, agora, algumas construções com palitos de sorvete e tachinhas.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION E RAFAELA PANISSA/ARQUIVO DA EDITORA

A construção com formato triangular é a única que não permite ser deformada. Essa característica é conhecida como **rigidez do triângulo**.

Com os demais formatos, é possível obter outras construções mantendo a quantidade e as medidas do comprimento dos lados e variando as medidas dos ângulos internos.

**Atenção!**

A característica de rigidez do triângulo é motivo pelo qual as estruturas triangulares são usadas, por exemplo, em objetos do dia a dia e em construções.

Imagens não proporcionais entre si.

STEVE WOODS/SHUTTERSTOCK

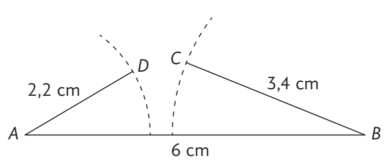
Triângulo de sinalização.

PENG_CH/SHUTTERSTOCK

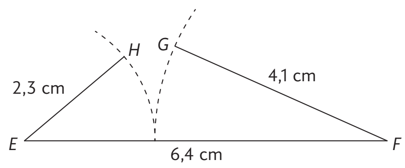
Estrutura de madeira de uma cobertura.

Imagine três segmentos de reta com as suas respectivas medidas de comprimento. Será que podemos construir um triângulo usando as medidas de comprimento desses segmentos como medidas dos lados? A seguir, estudaremos a **condição de existência dos triângulos** para descobrir a resposta a essa pergunta.

Nas imagens, estão apresentados dois exemplos de construções impossíveis.

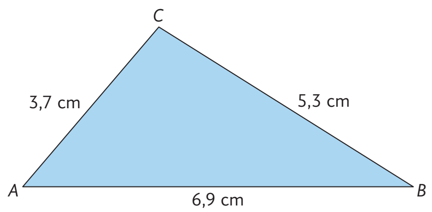



$$6 > \underbrace{2{,}2 + 3{,}4}_{5{,}6}$$



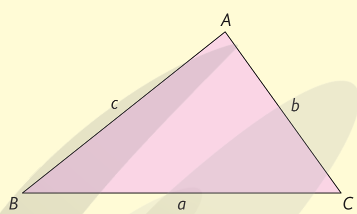

$$6{,}4 = \underbrace{2{,}3 + 4{,}1}_{6{,}4}$$

Agora, a imagem mostra o exemplo de uma construção possível de triângulo.




- $6{,}9 < \underbrace{3{,}7 + 5{,}3}_{9}$
- $3{,}7 < \underbrace{6{,}9 + 5{,}3}_{12{,}2}$
- $5{,}3 < \underbrace{6{,}9 + 3{,}7}_{10{,}6}$

Para a construção de um triângulo ser possível, a medida do comprimento de cada lado dele precisa ser menor do que a soma das medidas do comprimento dos outros dois. Assim, se considerarmos três segmentos de reta tais que um tem medida de comprimento maior do que a soma da medida do comprimento dos outros dois, não podemos formar um triângulo com essas medidas de comprimento de segmentos de reta.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Em termos gerais, para ser possível a construção de um triângulo com seus lados medindo $a$, $b$ e $c$ de comprimento, a condição de existência precisa ser satisfeita.

- $a < b + c$
- $b < a + c$
- $c < a + b$

Ou seja, se essas sentenças são verdadeiras, o triângulo pode ser construído com essas medidas.

**Questão 6.** Escreva no seu caderno um número representando uma medida de comprimento em centímetros. Depois, **junte-se** a dois colegas, reúnam a medida de cada um formando três medidas e, com uma calculadora, verifique se é possível construir um triângulo com elas.

Questão 6. Resposta pessoal.





- Na questão **6**, é proposta uma questão para trabalhar a desigualdade triangular. Avalie a possibilidade de levar para a sala de aula régua, canudinhos e tesouras com pontas arredondadas, de modo que os estudantes possam verificar empiricamente essa propriedade, com base nas medidas que eles indicarem.

Aproveite que a questão **6** deve ser feita em grupo e explique aos estudantes a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Com isso, abordam-se aspectos das **Competências gerais 1, 4** e **9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se julgar pertinente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Para obter informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, consulte as orientações gerais deste manual.

- Se julgar necessário, explique aos estudantes que, para obter uma abertura de 4 cm no compasso, é necessário posicionar, na régua, uma das pontas na marca do zero, e a outra na marca do 4 cm.
- Leve uma régua e um compasso para a sala de aula e faça na lousa diferentes triângulos.
- Esta seção contempla aspectos da habilidade **EF07MA24**, ao trabalhar a construção de triângulos utilizando régua e compasso.

**Metodologias ativas**

Ao desenvolver a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

---

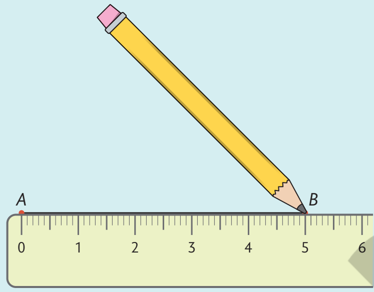
Ao trabalhar com essa seção, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos no processo educacional.

## Instrumentos e *softwares*

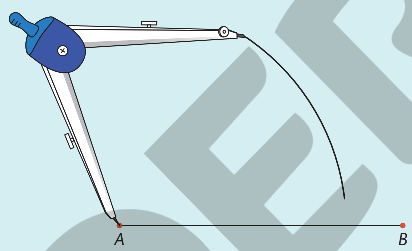
### Construindo triângulo com régua e compasso

Com as orientações do professor e o passo a passo a seguir, construa um triângulo cujas medidas dos comprimentos dos lados são 5 cm, 4 cm e 3 cm.

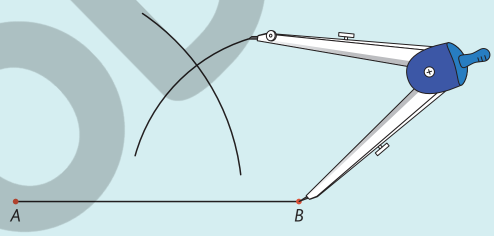
**1º** Trace um segmento de reta *AB* com uma das medidas de comprimento, nesse caso, 5 cm.




**2º** Com a ponta-seca do compasso em *A* e abertura de 4 cm, trace um arco de circunferência.

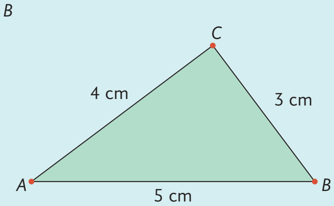



**3º** Com a ponta-seca do compasso em *B* e abertura de 3 cm, trace um arco de circunferência. O ponto em que os arcos se cruzam é o vértice *C* do triângulo.




ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**4º** Com a régua, trace os segmentos *BC* e *AC* e obtenha o triângulo ABC. Por fim, apague as marcas dos arcos.



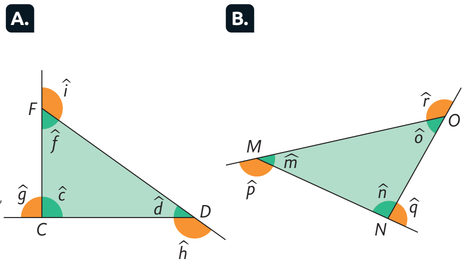

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

46. Respostas: A. Vértices: *C*, *D*, *F*; medida dos ângulos internos: $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{f}$; medida dos ângulos externos: $\hat{g}$, $\hat{h}$, $\hat{i}$. B. Vértices: *M*, *N*, *O*; medida dos ângulos internos: $\hat{m}$, $\hat{n}$, $\hat{o}$. medida dos ângulos externos: $\hat{p}$, $\hat{q}$, $\hat{r}$.

**46.** Nomeie os vértices, as medidas dos ângulos internos e as dos ângulos externos de cada triângulo.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**47.** Copie no caderno cada item substituindo o ■ pela palavra adequada.

**a)** Em um triângulo, o ponto comum de cada 2 lados é chamado ■.

**b)** O triângulo é um polígono formado por ■ segmentos de reta.

**c)** Qualquer polígono de 3 lados é chamado ■.

**d)** Um triângulo tem ■ vértices.

47. Respostas: a) vértice; b) três; c) triângulo; d) três.

**48.** **Junte-se** a um colega e respondam às seguintes questões.

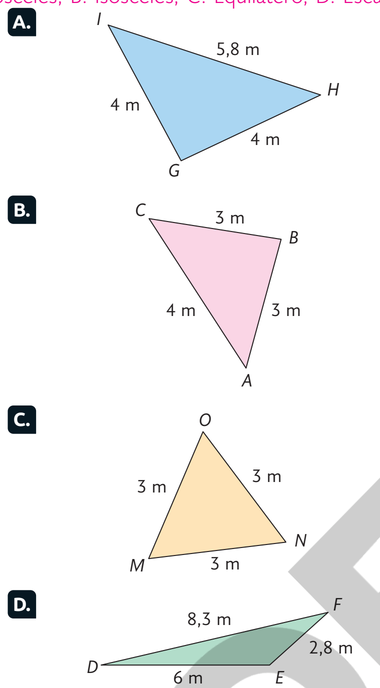
**a)** Quando um triângulo é chamado isósceles?

**b)** Quais são as medidas de comprimento dos outros dois lados de um triângulo equilátero, sabendo que um deles mede 5 cm de comprimento? 48. b) Resposta: 5 cm.

**c)** A soma das medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo escaleno é 15 cm. Quais são as possíveis medidas de comprimento inteiras para os lados dele?

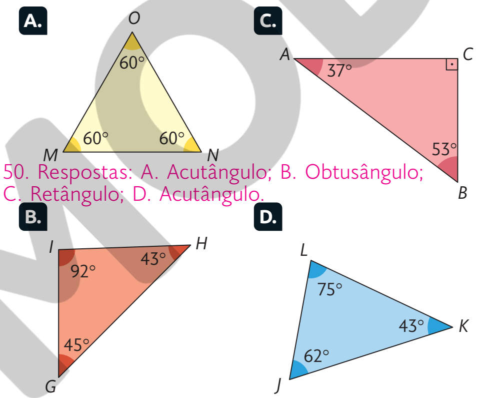
**d)** Como é classificado, quanto às medidas dos lados, um triângulo com os lados medindo 3 cm, 5 cm e 5 cm de comprimento?

**49.** Classifique os triângulos representados a seguir conforme a medida do comprimento dos seus lados. 49. Respostas: A. Isósceles; B. Isósceles; C. Equilátero; D. Escaleno.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**50.** Classifique cada triângulo a seguir em acutângulo, retângulo ou obtusângulo.




50. Respostas: A. Acutângulo; B. Obtusângulo; C. Retângulo; D. Acutângulo.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

48. a) Resposta: Quando tem pelo menos dois lados com medidas iguais.
48. c) Sugestão de resposta: 6 cm, 5 cm e 4 cm.
48. d) Resposta: Isósceles.





- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **46**, retome o trabalho com o tópico **Triângulos**, em especial com os elementos desta figura geométrica.
- Após os estudantes realizarem as atividades **47**, **48** e **49**, organize um bate-papo buscando explorar as características e as propriedades de um triângulo e suas classificações quanto às medidas dos comprimentos de seus lados. Permita-lhes compartilhar suas opiniões com a turma, intervindo quando necessário.

Aproveite que a atividade **48** foi proposta para ser feita em duplas e enfatize a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Com isso, abordam-se aspectos das **Competências gerais 1**, **4** e **9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se considerar pertinente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Para obter informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, consulte as orientações gerais deste manual.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **50**, com questionamentos, lembre-os de que um triângulo é retângulo quando tem um ângulo reto, obtusângulo quando tem um ângulo obtuso e acutângulo quando tem os 3 ângulos internos agudos.

• As atividades **51** e **52** contemplam a habilidade **EF07MA26**, visto que desafiam os estudantes a descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, sendo conhecidas as medidas de comprimento de seus lados. Essas atividades possibilitam o desenvolvimento com o **pensamento computacional** – obtenha informações a esse respeito no tópico **Pensamento computacional**, nas orientações gerais deste manual –, com as **Competências gerais 1** e **5**, ao fazer uso dos conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo digital e por fazer uso de tecnologias digitais de forma crítica e reflexiva para resolver problema, e de aspectos da **Competência específica de Matemática 6**, por meio da exploração de situações-problema cujas respostas devem ser expressas em fluxogramas.

• As atividades **53**, **54** e **55** contemplam aspectos da habilidade **EF07MA25**, ao abordar o reconhecimento da rigidez de triângulos.

• Ao realizar a atividade **53**, verifique a possibilidade de representar o portão usando tarraxas e palitos de sorvete. Faça duas representações: uma com a madeira transversal adicionada e a outra, apenas com as madeiras horizontais e verticais. Em seguida, manipule-as a fim de verificar sua rigidez.

• Nas atividades **54**, **55** e **56**, os estudantes devem verificar a condição de existência de um triângulo. Se julgar necessário, retome as desigualdades que devem ser satisfeitas e exponha alguns exemplos na lousa.

• Na atividade **57**, os estudantes devem analisar as medidas dos comprimentos indicadas, a fim de determinar a menor e a maior medida possíveis para $x$. Aproveite esta atividade para verificar se os estudantes compreenderam que a soma das medidas de dois lados de um triângulo é sempre maior do que a medida de comprimento do terceiro lado.

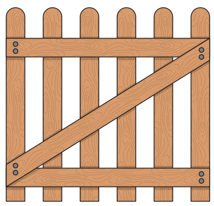
51. Resposta na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

**51.** Em seu caderno, escreva um algoritmo apresentando o passo a passo da construção de um triângulo qualquer, dada a medida de comprimento dos três lados, usando os mesmos procedimentos indicados na seção **Instrumentos e *softwares*** da página **168**. Por último, represente-o por meio de um fluxograma.

**52.** Usando os mesmos passos da seção **Instrumentos e *softwares*** da página **168**, construa um triângulo cujos comprimentos dos lados medem 7 cm, 6 cm e 5 cm. Em seguida, organize em um fluxograma os procedimentos que você realizou para fazer essa construção.

- Agora, meça com um transferidor os ângulos internos do triângulo construído e verifique se ele é acutângulo, retângulo ou obtusângulo. 52. Resposta na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

**53.** Igor fortaleceu o portão de sua horta colocando uma madeira na transversal, como a representação a seguir.



HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

Por que a madeira colocada por Igor fortaleceu o portão?

53. Sugestão de resposta: A madeira colocada no portão formou alguns triângulos, que são figuras rígidas.

**54.** Considere um serralheiro que dispõe de várias barras de ferro cujas medidas são 9 m, 12 m e 3 m de comprimento. Cite algumas combinações de três dessas barras que tornam possível construir um triângulo.

54. Sugestões de resposta: 9 m, 9 m, 9 m; 3 m, 3 m, 3 m; 12 m, 12 m, 12 m; 9 m, 9 m, 12 m.

**55.** Para confeccionar uma maquete, Paula pretende montar a estrutura do telhado de uma casa em formato de triângulo. Para isso, ela dispõe de 3 palitos cujas medidas de comprimento são 7 cm, 5 cm e 2 cm, respectivamente. É possível usá-los para construir essa figura geométrica? Por quê?

55. Resposta: Não, pois a medida de um dos lados do triângulo é igual à soma das medidas dos outros dois ($7 = 5 + 2$).

**56.** Quais dos quadros a seguir apresentam 3 medidas de comprimento com as quais é possível construir um triângulo?

**A.** 8 cm, 3 cm e 5 cm.

**B.** 7,2 cm, 2,8 cm e 12 cm.

**C.** 6 cm, 4,2 cm e 3,5 cm.

**D.** 5,5 cm, 2 cm e 4,8 cm.

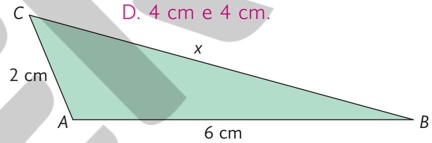
**E.** 6,8 cm, 6,2 cm e 12 cm.

56. Resposta: Alternativas **C**, **D** e **E**.

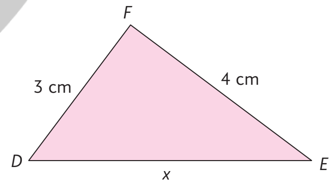
**57.** Escreva no caderno a menor e a maior medida de comprimento inteira possíveis para $x$ em cada um dos triângulos a seguir.

57. Respostas: A. 5 cm e 7 cm; B. 2 cm e 6 cm; C. 3 cm e 7 cm; D. 4 cm e 4 cm.

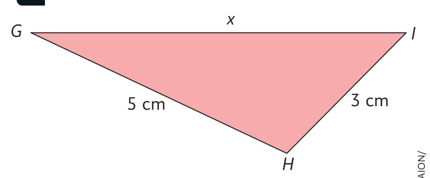
**A.**



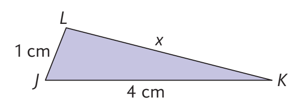

**B.**




**C.**



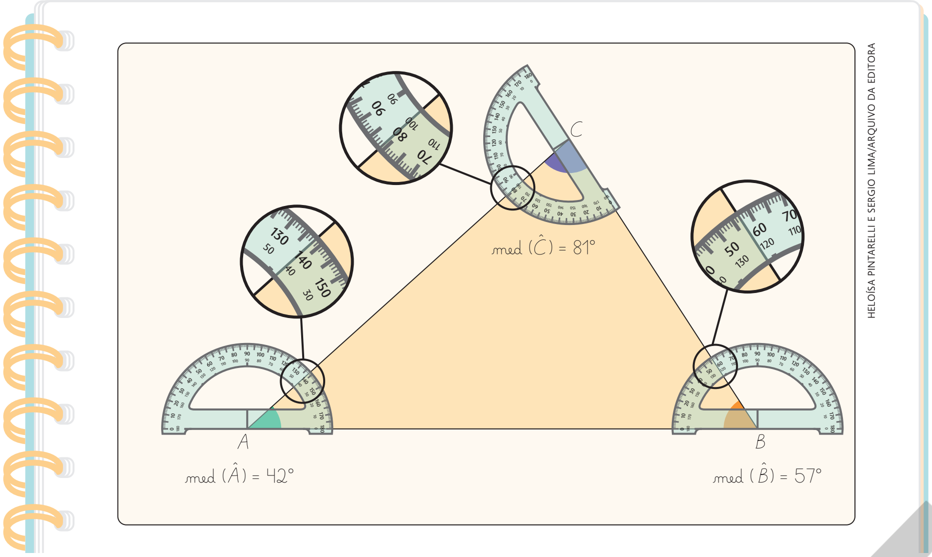

**D.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

# Ângulos internos em polígonos convexos

Daniela desenhou um triângulo, marcou seus ângulos internos com cores diferentes e mediu cada um deles.




HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

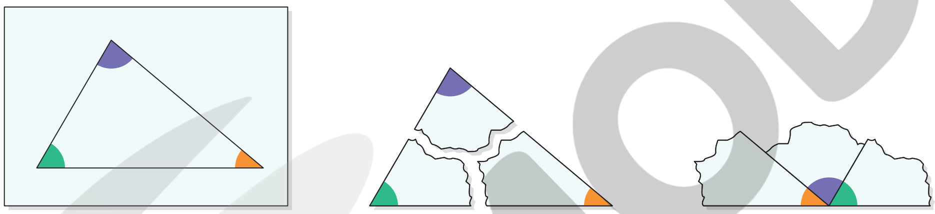
KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

Em seguida, Daniela adicionou as medidas obtidas nesse triângulo.

$$\triangle ABC\text{: med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = 42° + 57° + 81° = 180°$$

Note que, ao adicionarmos as medidas dos ângulos internos do triângulo apresentado, obtemos 180°. Isso ocorre em qualquer triângulo.

Agora, vamos realizar a atividade a seguir.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Primeiro, construímos um triângulo qualquer em uma folha de papel, destacamos seus ângulos internos e o recortamos.

Separamos o triângulo em 3 partes, cada uma com um de seus ângulos internos.

Encaixamos essas partes lado a lado e concluímos que os três ângulos internos juntos formam um ângulo de 180°.

Portanto, concluímos na prática que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

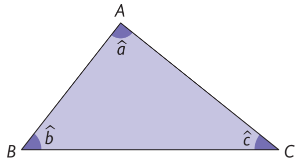




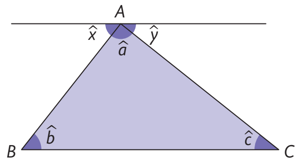
- Antes de iniciar o conteúdo desta página, é necessário verificar o conhecimento prévio dos estudantes relacionado a ângulos internos nos polígonos. Permita a eles que compartilhem suas opiniões com a turma, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de tornar o estudo mais significativo.
- Sugira aos estudantes que realizem concretamente a atividade apresentada na página. O objetivo não é apresentá-la como prova, mas favorecer a observação prática da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo.

• O conteúdo desenvolvido nesta página auxilia no desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**. A fim de auxiliar os estudantes no desenvolvimento desse tipo de raciocínio (dedução, indução, abdução ou raciocínio por analogia), faça questionamentos incentivando a capacidade de abstração e de **argumentação** deles. Nesse caso, é esperado que os estudantes tenham uma melhor compreensão das abstrações exigidas e argumentações claras e coerentes que a resolução do problema necessita.

Agora, vamos **demonstrar** que essa propriedade é válida para todos os triângulos. Considere o triângulo *ABC* a seguir e a medida de cada ângulo interno sendo $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$.




Traçando uma reta paralela ao lado $\overline{BC}$ que passa pelo vértice *A*, obtemos os ângulos de medida $\hat{x}$ e $\hat{y}$, indicados a seguir.




Nesse caso, $\hat{x} = \hat{b}$ e $\hat{y} = \hat{c}$, pois são as medidas dos ângulos alternos internos. Assim:

$$\hat{x} + \hat{a} + \hat{y} = 180°$$

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$$

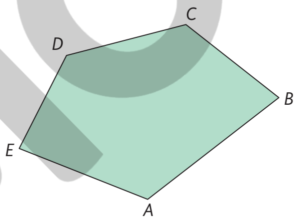
Esse procedimento pode ser feito para qualquer triângulo e chegaremos à mesma conclusão. Assim, a propriedade vale sempre. Com isso, concluímos que a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°.

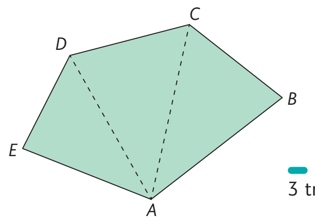
Para obtermos a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo, podemos dividi-lo em triângulos não sobrepostos, ligando alguns de seus vértices não consecutivos. Depois, multiplicamos por 180° a quantidade de triângulos obtidos. Como exemplo, vamos aplicar esse procedimento no pentágono convexo a seguir.

**Atenção!**

Ao decompor um polígono convexo em triângulos, os vértices dos triângulos devem coincidir com os do polígono.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA




3 triângulos.

$3 \times 180° = 540°$

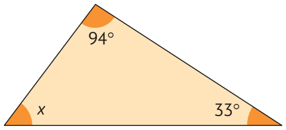
Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono é 540°.

## Atividades

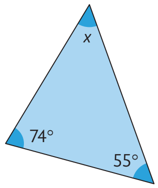
Faça as atividades no caderno.

**58.** Calcule **mentalmente** e indique em quais dos triângulos a seguir o ângulo $x$ mede 51°. 58. Resposta: Alternativas **B** e **D.**

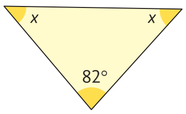
**A.**



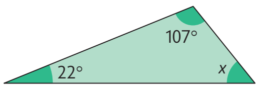

**B.**




**C.**



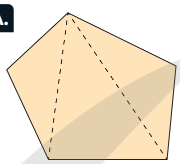

**D.**



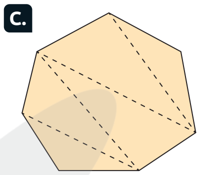

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**59.** Os polígonos a seguir estão divididos em triângulos. Calcule a soma das medidas dos ângulos internos de cada um deles.

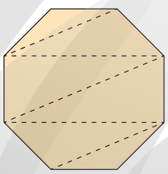
**A.**



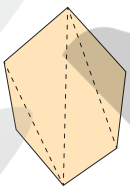
**C.**



**B.**



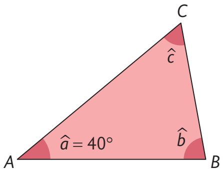
**D.**



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

59. Respostas: A. 540°; B. 1080°; C. 900°; D. 720°.

**60.** Determine as medidas de $\hat{b}$ e $\hat{c}$ no triângulo a seguir, sabendo que $\hat{b}$ é o dobro de $\hat{a}$.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

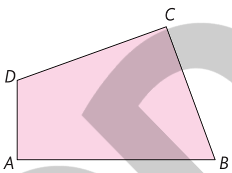
60. Resposta: $\hat{b} = 80°$ e $\hat{c} = 60°$.

**61.** Douglas desenhou um polígono de acordo com os seguintes comandos.

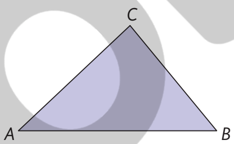
Trace um segmento de reta:
- $AB$ de 3,5 cm;
- $BC$ de 3,3 cm formando um ângulo $A\hat{B}C$ de 60°;
- de $A$ até $C$.

Realize as medições necessárias e verifique qual dos polígonos a seguir Douglas desenhou. 61. Resposta: Polígono **C.**

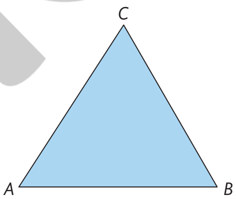
**A.**




**B.**




**C.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA



- Na atividade **58**, se julgar necessário, instigue os estudantes, por meio de questionamentos, a compreender que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Caso apresentem dificuldades em escrever e resolver as equações, apresente a eles alguns exemplos na lousa, retomando as propriedades das igualdades já estudadas.
- Ao realizar a atividade **59**, verifique se os estudantes compreenderam que a soma das medidas dos ângulos internos é igual à quantidade de triângulos em que o polígono foi dividido multiplicado por 180°. Se necessário, organize-os em trios para que troquem ideias e desenvolvam estratégias.
- Na atividade **60**, se necessário, oriente os estudantes a obter, inicialmente, a medida de $\hat{b}$, para em seguida calcular a medida de $\hat{c}$.
- Na atividade **61**, os estudantes devem realizar medições para verificar qual polígono satisfaz aos comandos indicados. Oriente-os a utilizar régua e transferidor para medir, respectivamente, o comprimento de cada lado dos polígonos e o ângulo indicado.

• Antes de realizar a atividade **62**, questione os estudantes sobre o conceito de polígonos regulares. Permita a eles que compartilhem com a turma seus conhecimentos e certifique-se de que todos identificam esse tipo de polígono.

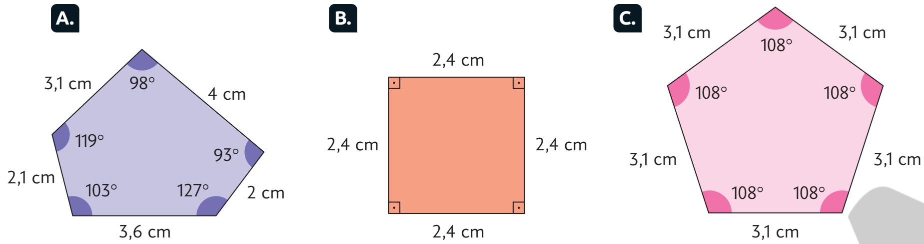
• Na atividade **63**, espera-se que os estudantes percebam que a vista de cima de um alvéolo lembra um polígono regular de 6 lados, ou seja, um hexágono. Ao trabalhar com o item **b**, sugira, se necessário, aos estudantes que representem um hexágono no caderno e, em seguida, decomponha-o em triângulos não sobrepostos, de maneira que os vértices dos triângulos coincidam com os do hexágono.

Aproveite essa atividade para sugerir aos estudantes que pesquisem por que as abelhas constroem os alvéolos nesse formato para, então, compartilhar seus achados com a turma. Com isso, é possível relacionar **Matemática** com o componente curricular de **Ciências**.

• Para que os estudantes realizem as análises necessárias à resolução das atividades **64** e **65**, oriente-os a utilizar, quando julgarem necessário, instrumentos de medida.

Aproveite que a atividade **64** deve ser realizada em dupla para enfatizar a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e as limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Com isso, abordam-se aspectos das **Competências gerais 1**, **4** e **9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar pertinente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

**62.** De acordo com as medidas indicadas em cada polígono, determine quais são os polígonos regulares.
62. Resposta: Alternativas **B** e **C**.





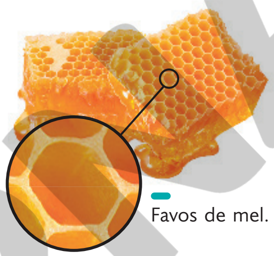

**63.** Existem elementos que lembram polígonos tanto nas construções como na natureza. Na natureza, um exemplo são os alvéolos construídos pelas abelhas.

**a)** A vista de cima de cada alvéolo lembra um polígono regular. Qual é o nome dele?

**b)** Qual é a soma das medidas dos ângulos internos do polígono que você citou no item **a**?

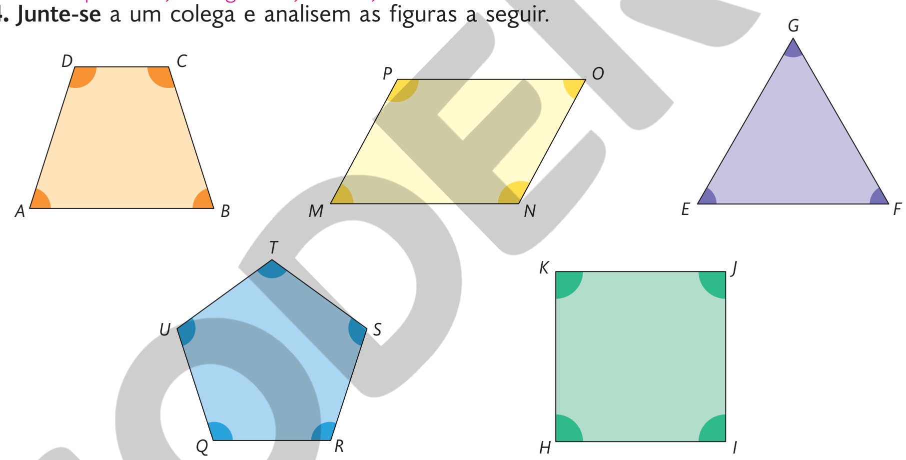
**c)** Qual é a medida de cada ângulo interno dele?

63. Respostas: a) Hexágono; b) 720°; c) 120°.


Favos de mel.



**64.** **Junte-se** a um colega e analisem as figuras a seguir.






Quais das afirmações a seguir são verdadeiras? 64. Resposta: Alternativas **b** e **d**.

**a)** Os polígonos *ABCD* e *MNOP* são regulares.

**b)** A soma das medidas dos ângulos internos do polígono *HIJK* é igual à do *MNOP*.

**c)** A soma das medidas dos ângulos internos do polígono *QRSTU* é quatro vezes a soma das medidas dos ângulos internos do polígono *EFG*.

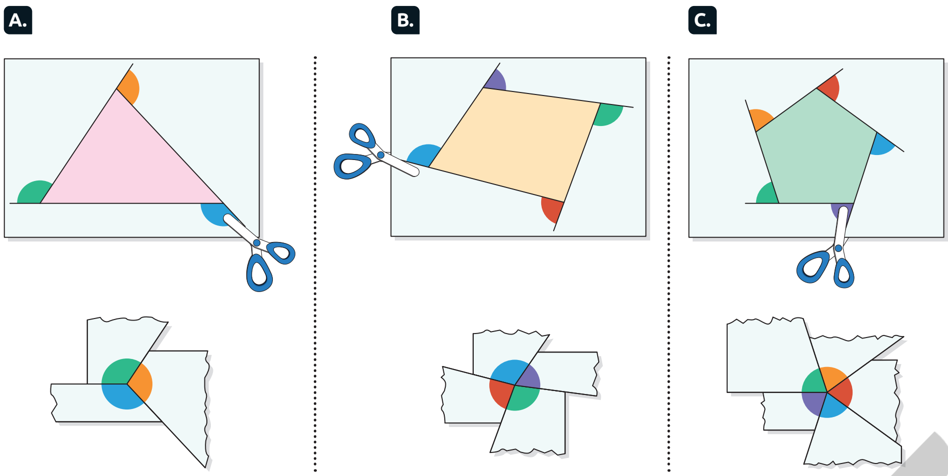
**d)** A soma das medidas dos ângulos internos do polígono *HIJK* é 360°.

**65.** Considerando as afirmações da atividade **64**, reescrevam no caderno as falsas, corrigindo-as.
65. Sugestão de respostas: a) Os polígonos *ABCD* e *MNOP* não são regulares; c) A soma das medidas dos ângulos internos do polígono *QRSTU* é três vezes a soma das medidas dos ângulos internos do polígono *EFG*.

# Ângulos externos em polígonos convexos

Analise experimentalmente a soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo, conforme os procedimentos a seguir.

Nas imagens, estão representados os ângulos externos de cada polígono sendo recortados e, em seguida, encaixados.

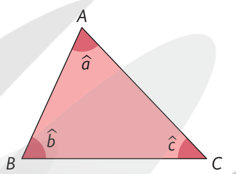



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

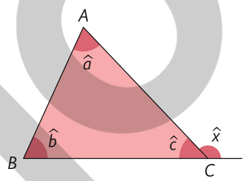
**Questão 7.** De acordo com as imagens, o que podemos notar em relação à soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo? Questão 7. Sugestão de resposta: A soma é 360°.

A soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo é sempre 360°.

Agora, vamos estudar outra propriedade envolvendo os ângulos internos e externos em um triângulo. Para isso, considere um triângulo *ABC* qualquer. Prolongando o lado $\overline{BC}$, determinamos um ângulo externo cuja medida será indicada por $\hat{x}$.




Triângulo *ABC*.




Lado $\overline{BC}$ prolongado e ângulo externo $\hat{x}$.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Os ângulos de medida $\hat{c}$ e $\hat{x}$ são adjacentes, pois têm apenas o lado $\overline{AC}$ comum. Pela construção feita, esses ângulos são suplementares. Então, $\hat{c} + \hat{x} = 180°$ ou, ainda, $\hat{c} = 180° - \hat{x}$.





- Antes de iniciar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado aos ângulos externos de um polígono. Permita a eles que compartilhem suas explicações com a turma, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de tornar o estudo mais significativo.
- Aproveite para distinguir ângulos externos e internos de um polígono, utilizando como base as imagens desta página.
- A questão **7** instiga os estudantes a perceber que a soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo é 360°. Avalie a possibilidade de mostrar essa propriedade empiricamente em sala de aula, conforme apresentado nesta página. Explique aos estudantes que essa apresentação não é uma demonstração matemática, mas serve de ilustração.

175

• Antes de apresentar a situação desta página, verifique se os estudantes já conhecem o conceito de ângulos internos e ângulos externos em polígonos regulares. Deixe que eles exponham suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de tornar o estudo mais significativo.

Além disso, como a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo é 180°, então $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$. Substituindo $\hat{c}$ por $180° - \hat{x}$ nessa igualdade, obtemos:

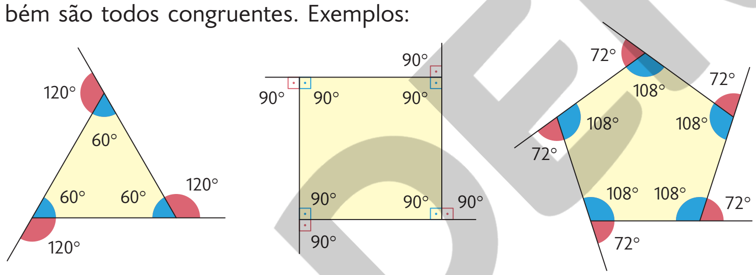
$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$$
$$\hat{a} + \hat{b} + \underbrace{180° - \hat{x}}_{\hat{c}} = 180°$$
$$\hat{a} + \hat{b} + 180° - \hat{x} - 180° = 180° - 180°$$
$$\hat{a} + \hat{b} - \hat{x} = 0$$
$$\underbrace{\hat{x}}_{\text{medida do ângulo externo ao ângulo de medida } \hat{c}} = \underbrace{\hat{a} + \hat{b}}_{\text{medidas dos ângulos internos não adjacentes ao ângulo de medida } \hat{x}}$$

Esse procedimento pode ser feito com qualquer vértice do triângulo e chegaremos à mesma relação entre as medidas dos ângulos. Assim, mostramos a validade da propriedade a seguir.

Em um triângulo, a medida de um ângulo externo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

## Ângulos internos e ângulos externos em polígonos regulares

Como visto anteriormente, polígonos regulares têm lados com medidas iguais e ângulos internos congruentes. Como consequência, os ângulos externos de um polígono regular também são todos congruentes. Exemplos:




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

Cada ângulo interno e seu ângulo externo adjacente são suplementares.

Para calcular a medida do ângulo externo de um polígono, dividimos 360° pela quantidade de lados dele.

Para calcular a medida do ângulo interno, subtraímos a medida do ângulo externo de 180°.

Exemplos:

- Cálculo da medida do ângulo externo do octógono regular.

$$\frac{\overbrace{360°}^{\text{soma das medidas dos ângulos externos de um polígono}}}{\underbrace{8}_{\text{quantidade de lados do octógono}}} = 45°$$

Portanto, cada ângulo externo do octógono regular mede 45°.

- Cálculo da medida do ângulo interno do decágono regular.

$$180° - \underbrace{\left(\frac{360°}{10}\right)}_{\text{medida de um ângulo externo do dodecágono regular}} = 180° - 36° = 144°$$

Portanto, cada ângulo interno do decágono regular mede 144°.

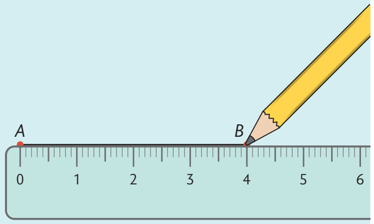
## Instrumentos e *softwares*

### Construindo polígono regular com régua e transferidor

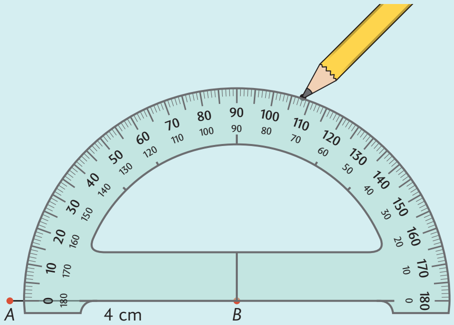
Com as orientações do professor e o passo a passo a seguir, podemos construir um pentágono regular *ABCDE* cujos lados medem 4 cm de comprimento.

**1º.** Calcule a medida do ângulo interno do pentágono regular, nesse caso, 108°.

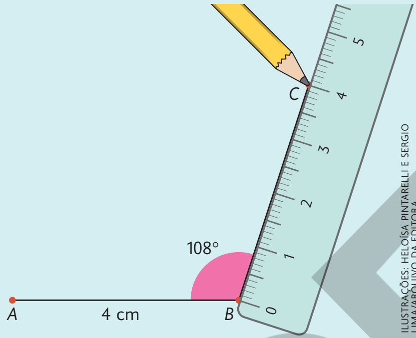
**2º.** Com a régua, trace o lado $\overline{AB}$ com 4 cm.




**3º.** Posicione o centro do transferidor em *B* e a linha de fé com $\overline{AB}$ e marque 108°.

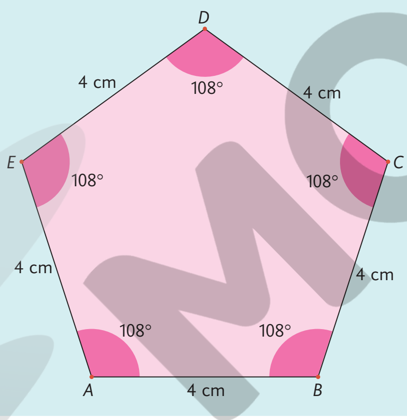



**4º.** Com a régua alinhada nessa marca, trace o lado $\overline{BC}$ com 4 cm partindo de *B*.




ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**5º.** Repita os dois passos anteriores mais duas vezes: a primeira posicionando o transferidor em *C* para traçar o lado $\overline{CD}$ e a segunda em *D* para compor o lado $\overline{DE}$. Por fim, trace o lado $\overline{AE}$.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA





**Metodologias ativas**

Ao desenvolver a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

**Algo a mais**

Para complementar e aprofundar o estudo sobre construções com régua e compasso, consulte:

WAGNER, Eduardo. *Uma introdução às construções geométricas*. Disponível em: https://impa.br/wp-content/uploads/2017/05/apostila_constr_-geomet.pdf. Acesso em: 2 jun. 2022.

- Antes de iniciar as atividades **66** e **67**, questione os estudantes sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo. Aproveite o momento para verificar se todos concluem que essa soma é 180°.
- A atividade **68** retoma as relações entre os ângulos definidos por retas paralelas cortadas por uma transversal, já estudadas anteriormente. Com base nessa atividade, acompanhe a aprendizagem dos estudantes a respeito desse assunto. Além disso, ela envolve conhecimentos algébricos, ao utilizar uma incógnita para representar a medida de um ângulo. Com isso, é possível relacionar as unidades temáticas **Geometria** e **Álgebra**.
- Na atividade 69, os estudantes podem determinar as medidas $\hat{x}$ e $\hat{y}$ usando a medida do ângulo de uma volta. Inicialmente, oriente-os a determinar a medida de cada ângulo interno do hexágono regular e do quadrado. Ao explorar medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, vinculadas à construção de mosaicos, contempla-se a habilidade **EF07MA27**.

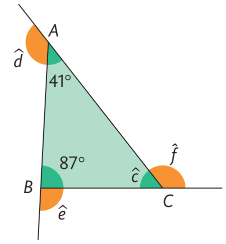
## Atividades

Faça as atividades no caderno.

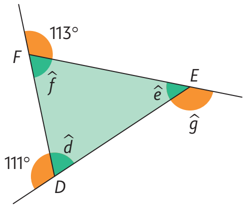
**66.** Determine a medida desconhecida de cada ângulo em destaque nos triângulos.

66. Respostas: A. $\hat{c} = 52°$, $\hat{d} = 139°$, $\hat{e} = 93°$, $\hat{f} = 128°$; B. $\hat{d} = 69°$, $\hat{e} = 44°$, $\hat{f} = 67°$, $\hat{g} = 136°$.

**A.**



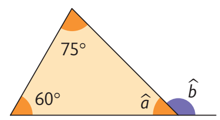

**B.**



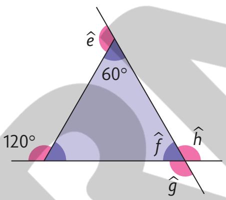

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**67.** Em cada triângulo, determine as medidas dos ângulos indicados por letras.

**A.**

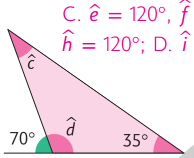



**C.**

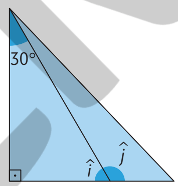



67. Respostas: A. $\hat{a} = 45°$; $\hat{b} = 135°$; B. $\hat{c} = 35°$, $\hat{d} = 110°$; C. $\hat{e} = 120°$, $\hat{f} = 60°$, $\hat{g} = 120°$, $\hat{h} = 120°$; D. $\hat{i} = 60°$, $\hat{j} = 120°$.

**B.**



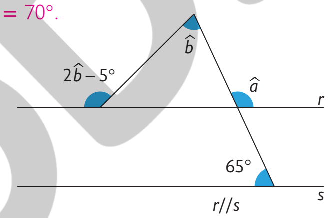

**D.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**68.** Determine as medidas $\hat{a}$ e $\hat{b}$, conforme as informações da imagem.

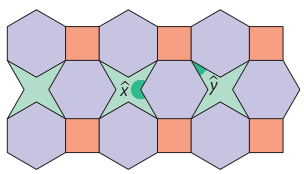
68. Resposta: $\hat{a} = 115°$ e $\hat{b} = 70°$.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**69.** No mosaico a seguir, os hexágonos e quadriláteros são regulares. Usando uma calculadora, determine as medidas $\hat{x}$ e $\hat{y}$.

69. Resposta: $\hat{x} = 240°$ e $\hat{y} = 30°$.



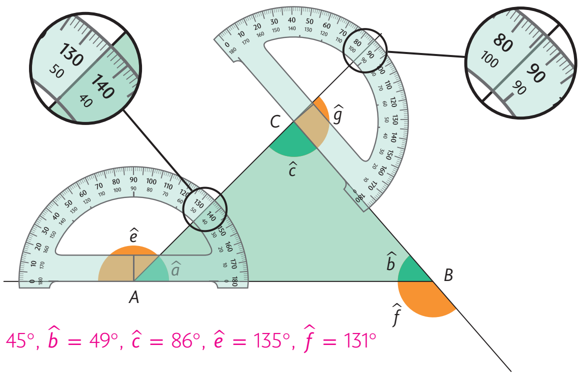

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**70.** Usando os mesmos procedimentos apresentados na seção **Instrumentos e *softwares*** da página **177** construa um quadrado *ABCD* com comprimento dos lados medindo 4 cm e um pentágono regular *EFGHI* com comprimento dos lados medindo 3 cm. Depois, descreva por escrito e por meio de um fluxograma, em seu caderno, os procedimentos que você utilizou nessa construção. 70. Resposta na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

**71.** A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular é 720°. Determine a medida de cada um desses ângulos. 71. Resposta: 120°.

**72.** Determine a medida de cada ângulo interno e de cada ângulo externo do triângulo.

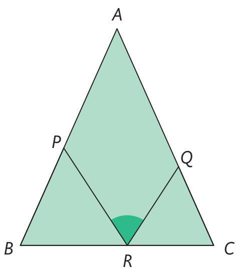





72. Resposta: $\hat{a} = 45°$, $\hat{b} = 49°$, $\hat{c} = 86°$, $\hat{e} = 135°$, $\hat{f} = 131°$ e $\hat{g} = 94°$.

**73.** Na figura, $AB = AC$, $BP = BR$, $CQ = CR$ e a medida do ângulo $A\hat{Q}R$ é 123°.






**Atenção!**

Em um triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes.

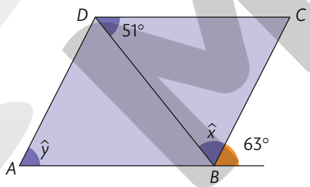
O ângulo $P\hat{R}Q$ mede:

**a)** 48°. **b)** 57°. **c)** 66°. **d)** 68°. **e)** 123°.

73. Resposta: Alternativa **c**.

**74.** Calcule, em seu caderno, as medidas dos ângulos indicados por letras no paralelogramo.
74. Resposta: $\hat{x} = 66°$ e $\hat{y} = 63°$.










## Metodologias ativas

Para desenvolver a atividade **74**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

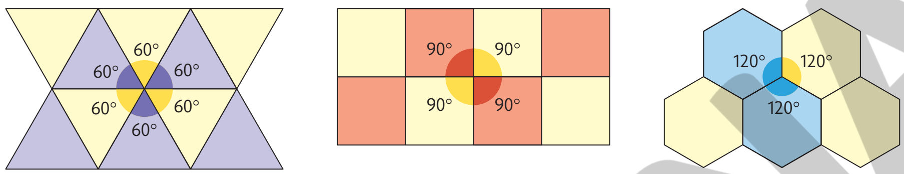
- A atividade **70** contempla a habilidade **EF07MA28**, visto que desafia os estudantes a descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de polígonos regulares, sendo conhecidas as medidas dos comprimentos de seus lados. Essas atividades possibilitam o desenvolvimento com o **pensamento computacional** – cujas informações podem ser obtidas nas orientações gerais deste manual –, com as **Competências gerais 1** e **5**, ao fazer uso de conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo digital e de tecnologias digitais de maneira crítica e reflexiva para, então, resolver problemas, e de aspectos da **Competência específica de Matemática 6**, ao explorar situações-problema cujas respostas devem ser expressas por meio de fluxogramas.
- Ao realizar a atividade **71**, se necessário, oriente os estudantes a, inicialmente, determinar qual polígono convexo tem a soma das medidas dos ângulos internos igual a 720°. Para isso, eles podem construir polígonos com base na composição de triângulos não sobrepostos, tais que os vértices dos triângulos coincidam com os do polígono.
- Ao realizar a atividade **72**, verifique se os estudantes realizam corretamente a leitura das medidas indicadas no transferidor. Se necessário, retome o trabalho com o uso desse instrumento.
- Na atividade **73**, sugira aos estudantes que reproduzam a figura no caderno dando destaque aos ângulos congruentes. Em seguida, eles devem usar essas informações para descobrir a medida dos ângulos internos dos triângulos *CQR* e *BPR*, que serão úteis para obter a medida do ângulo destacado.
- Na atividade **74**, lembre os estudantes de que, em um paralelogramo, os lados são dois a dois paralelos. Assim, a diagonal desse polígono é transversal a duas retas paralelas.

- Leia o enunciado da atividade **75** com os estudantes e, em seguida, oriente-os a identificar e a nomear os polígonos que compõem cada mosaico. Ao abordar o cálculo de medidas de ângulos internos de polígonos regulares vinculadas à construção de mosaicos, sem o uso de fórmulas e estabelecendo relações entre ângulos internos e externos, contempla-se a habilidade **EF07MA27**.

**75.** Um mosaico pode ser caracterizado como uma superfície composta de ladrilhos ou pequenas peças de diversas cores e formatos, colocadas lado a lado sem sobreposição. Eles podem ser encontrados em objetos artesanais, como bandejas, jarras, porta-retratos e espelhos, e em decorações de paredes e pisos.

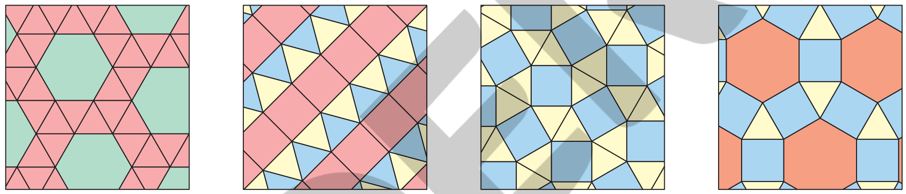
Existem apenas três tipos de mosaicos regulares e uniformes, ou seja, tendo apenas peças com formato de polígonos regulares idênticos, combinados a cada vértice. As peças deles têm formato de triângulos equiláteros, quadrados ou hexágonos regulares. Nesses casos, as medidas dos ângulos internos compõem 360°.

Triângulos equiláteros | Quadrados | Hexágonos regulares

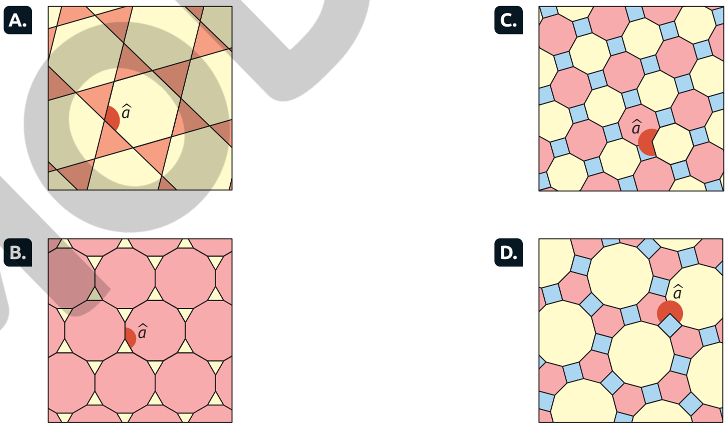



$6 \cdot 60° = 360°$ | $4 \cdot 90° = 360°$ | $3 \cdot 120° = 360°$

Outro padrão de mosaico que pode ser criado são os chamados semirregulares, pois apresentam peças com formato de polígonos regulares, mas não necessariamente idênticas. A seguir são apresentados alguns mosaicos semirregulares.



Agora, em seu caderno, determine a medida $\hat{a}$ nos próximos quatro tipos de mosaicos semirregulares apresentados.




75. Respostas: A. $\hat{a} = 120°$; B. $\hat{a} = 150°$; C. $\hat{a} = 225°$; D. $\hat{a} = 270°$.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

# Circunferência

O aspecto visual e as características das formas circulares foram e ainda são fontes de inspiração para várias áreas, como Engenharia, Artes e Arquitetura.

PABLO PORCIUNCULA/AFP

Ponte Laguna Garzon, no Uruguai, em 2021.

Uma linha fechada, em um plano, formada por pontos equidistantes de um ponto fixo (centro) é chamada **circunferência**.

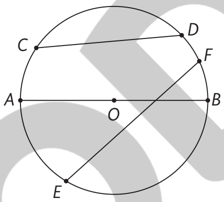
**Atenção!**

A circunferência é o lugar geométrico – conjunto de pontos do plano que têm uma mesma propriedade – de todos os pontos de um plano que estão localizados a uma mesma medida de distância de um ponto fixo.

**Equidistante:** que apresenta a mesma distância.

Na circunferência ao lado, podemos identificar:

- o centro $O$;
- os raios $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$;
- as cordas $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$;
- o diâmetro $\overline{AB}$.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- O **raio** da circunferência é qualquer segmento de reta que une o centro da circunferência a um de seus pontos.
- A **corda** da circunferência é qualquer segmento de reta que une dois pontos distintos dela.
- O **diâmetro** da circunferência é qualquer corda que passa pelo centro da circunferência.
- A medida do comprimento do diâmetro é o dobro da medida do comprimento do raio.



- Antes de iniciar o conteúdo desta página, é necessário verificar o conhecimento dos estudantes relacionado à circunferência. Permita a eles compartilharem com a turma suas explicações, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de tornar o estudo mais significativo.

- Ao desenvolver esta página com os estudantes, eles têm a oportunidade de estabelecer o número $\pi$ como a razão entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do comprimento de seu diâmetro, desenvolvendo, assim, a habilidade **EF07MA33**.
- Complemente o trabalho com a questão **8** lendo para os estudantes o texto a seguir, que apresenta algumas informações históricas a respeito do descobrimento do número $\pi$.

**Um texto a mais**

[...]

Na matemática, é a Arquimedes que devemos os primeiros grandes avanços na pista do número $\pi$. Antes dele, outros haviam se interessado pelo círculo, mas muitas vezes seus esforços careciam de rigor. Basta lembrarmos de *Os nove capítulos*: lá encontrávamos campos circulares de 10 bu de diâmetro com circunferência de 30 bu. Dados dessa natureza redundam em afirmar que o número $\pi$ é igual a 3. No papiro de Ahmes, a resolução aproximada da quadratura do círculo equivale a considerar que $\pi$ tem valor de cerca de 3,16.

Já Arquimedes entende que é difícil e mesmo impossível calcular um valor exato de $\pi$. Ele também terá, assim, de se contentar com estimativas, mas sua abordagem se distingue em dois pontos. Primeiro, ao passo que seus antecessores talvez considerassem dispor de um método exato, o cientista siciliano tem perfeita consciência de contar apenas com valores aproximados. Depois, ele vai calcular a diferença entre suas estimativas e o verdadeiro valor de $\pi$, desenvolvendo em seguida métodos que permitiam reduzir cada vez mais essa defasagem.

Com seus cálculos, ele acaba concluindo que o valor buscado está compreendido entre dois números que, escritos no nosso atual sistema decimal, ficam aproximadamente entre 3,1408 e 3,1428...

[...]

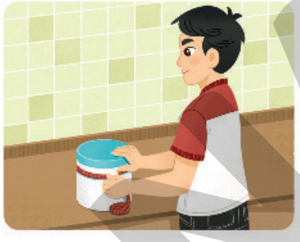
LAUNAY, Mickaël. *A fascinante história da matemática. Da pré-história aos dias de hoje*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2019. p. 85.

## Comprimento da circunferência

A medida do comprimento de uma circunferência é a mesma de seu contorno. Assim, para medir o comprimento da borda de um objeto com formato circular, como uma lata em forma de cilindro, podemos usar uma fita métrica e obter a medida aproximada do comprimento da circunferência desse objeto.

Existe uma relação entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do comprimento de seu diâmetro. A razão entre eles é um número próximo de 3,14, que é uma aproximação do número $\pi$ (lê-se **pi**).

$$\pi = \frac{\overbrace{C}^{\text{medida do comprimento da circunferência}}}{\underbrace{d}_{\text{medida do comprimento do diâmetro}}} \text{ ou } C = d \cdot \pi$$



GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Essa razão é a mesma para todas as circunferências. No quadro, estão apresentadas medidas aproximadas obtidas de alguns objetos.

Imagens não proporcionais entre si.

| Objeto |  ROMAN SIGAEV/SHUTTERSTOCK CD. |  VOVANTARAKAN/SHUTTERSTOCK Prato. |  OSENKA 91/SHUTTERSTOCK Tampa de pote. |
|---|---|---|---|
| Medida aproximada do comprimento da circunferência ($C$) | 37,7 cm | 70 cm | 30 cm |
| Medida aproximada do comprimento do diâmetro ($d$) | 12 cm | 22 cm | 9,6 cm |
| Razão aproximada $\frac{C}{d}$ | 3,14 | 3,18 | 3,12 |

**Questão 8.** Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.) foi um matemático, filósofo, físico, engenheiro, inventor e astrônomo grego. Em seus estudos, ele concluiu que o número $\pi$ estava entre $\frac{223}{71}$ e $\frac{22}{7}$. Considerando a conclusão de Arquimedes, determine uma aproximação para $\pi$ com duas casas decimais. Questão 8. Resposta: 3,14.

Temos que $\pi = 3{,}14159265...$, porém utilizaremos apenas duas casas decimais e vamos considerar $\pi = 3{,}14$.

Sendo $d = 2 \cdot r$, em que $d$ é o diâmetro e $r$ é o raio, podemos ter:

$$C = \underbrace{d}_{2 \cdot r} \cdot \pi \Rightarrow C = 2 \cdot r \cdot \pi$$







**Algo a mais**

- Para fatos históricos sobre Geometria, consulte o livro indicado a seguir.

EVES, Howard. *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula:* Geometria. São Paulo: Atual, 1994.

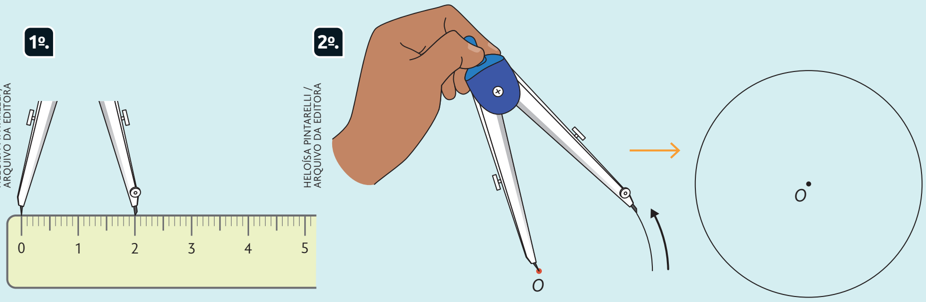
## Instrumentos e *softwares*

### Construindo circunferência com régua e compasso

Com as orientações do professor e o passo a passo a seguir, vamos construir uma circunferência com 2 cm de medida de raio.

**1º.** Com o auxílio da régua, marque a abertura do compasso igual à medida do raio, nesse caso, 2 cm.

**2º.** Fixe a ponta-seca do compasso em um ponto *O* qualquer e, mantendo a abertura, gire-o uma volta completa.




HELOÍSA PINTARELLI / ARQUIVO DA EDITORA

HELOÍSA PINTARELLI / ARQUIVO DA EDITORA

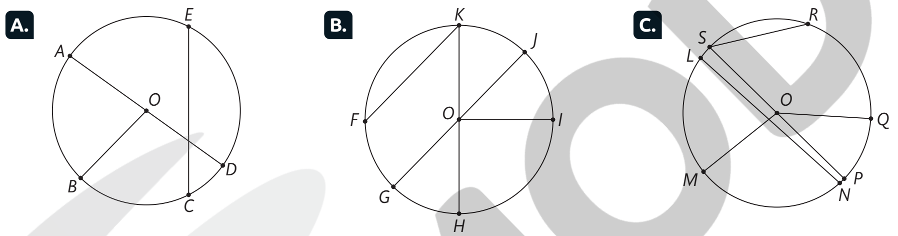
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

76. Respostas. A. raios: $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OD}$; cordas: $\overline{CE}$ e $\overline{AD}$; diâmetro: $\overline{AD}$. B. raios: $\overline{OG}$, $\overline{OH}$, $\overline{OI}$, $\overline{OJ}$ e $\overline{OK}$; cordas: $\overline{FK}$, $\overline{GJ}$ e $\overline{HK}$; diâmetros: $\overline{HK}$ e $\overline{GJ}$. C. raios: $\overline{OM}$, $\overline{OP}$, $\overline{OQ}$, e $\overline{OS}$; cordas: $\overline{SP}$, $\overline{SR}$ e $\overline{LN}$; diâmetro: $\overline{SP}$.

**76.** Em cada item, estão traçados alguns segmentos de reta nas circunferências. Sabendo que em cada circunferência o ponto *O* é seu centro, identifique em seu caderno os raios, as cordas e os diâmetros traçados nelas.



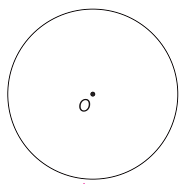

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**77.** Analise a circunferência de centro *O*.

a) Com o auxílio de uma régua, determine a medida do comprimento do raio e a medida do comprimento do diâmetro dessa circunferência.
77. a) Resposta: Medida do comprimento do raio: 1,5 cm, medida do comprimento do diâmetro: 3 cm.

b) Qual é a relação entre essas medidas?
77. b) Resposta: A medida do diâmetro é o dobro da medida do raio.

c) Essa relação ocorre em qualquer circunferência? Justifique sua resposta.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

77. c) Resposta: Sim, pois em qualquer circunferência o diâmetro é uma corda que passa pelo centro. Como o raio é qualquer segmento de reta que une o centro da circunferência a um de seus pontos, a medida do diâmetro é o dobro da medida do raio.



### Metodologias ativas

Ao desenvolver a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

- Busca-se, com a atividade **76**, verificar se os estudantes identificam os elementos de uma circunferência. Se necessário, retome os conceitos de raio, diâmetro e corda. Ao final da atividade, é necessário verificar se eles compreenderam que o diâmetro é um caso particular de uma corda, visto que passa pelo centro da circunferência, sendo a corda com a maior medida de comprimento. Questione-os também sobre a relação entre diâmetro e raio.
- Na atividade **77**, oriente os estudantes a posicionar a régua corretamente, de modo que o zero coincida com uma das extremidades do segmento a ser medido. Para ampliar o desenvolvimento com a atividade do item **c**, sugira aos estudantes que desenhem diferentes circunferências e, em seguida, meçam o comprimento do raio e do diâmetro. Com isso, contemplam-se aspectos da habilidade **EF07MA22**. Com essa atividade, faça uma síntese da relação entre diâmetro e corda e entre raio e diâmetro.

- Nas atividades **78** e **79**, verifique como os estudantes manuseiam o compasso. Caso necessário, retome a seção **Instrumentos e *softwares*: Construindo circunferências com régua e compasso**.

Ao construir as circunferências solicitadas, os estudantes desenvolvem aspectos da habilidade **EF07MA22**.

- A atividade **80** desafia os estudantes a resolver um problema que envolve objetos equidistantes, conforme indicado na habilidade **EF07MA22**. Para que eles resolvam a atividade, disponibilize malhas quadriculadas – aquelas cujo comprimento de lado dos quadradinhos mede 0,5 cm – e peça a eles que reproduzam a figura e o ponto apresentado. Em seguida, converse com eles sobre a circunferência como lugar geométrico. Por fim, eles devem resolver o problema.
- A atividade **81** aborda a relação entre a medida do comprimento da circunferência e de seu diâmetro, inclusive de maneira experimental, instigando os estudantes a perceber que essa relação se aproxima de $\pi$. Ao fazer isso, contempla-se a habilidade **EF07MA33**. Ao realizar essa atividade, disponibilize barbante e régua em quantidade suficiente para que eles possam contornar o objeto circular utilizando o cordão e, em seguida, medir o comprimento do contorno utilizando a régua.
- Ao trabalhar com a atividade **82**, verifique se os estudantes aplicam corretamente a fórmula $C = 2\pi r$. Caso apresentem dificuldade na atividade, retome o trabalho com o tópico **Comprimento da circunferência**.
- Na atividade **83**, os estudantes devem compor uma produção artística usando circunferências, como orienta a habilidade **EF07MA22**. Aproveite o momento para propor ao professor do componente curricular de **Arte** que converse com os estudantes sobre artistas que usavam figuras geométricas em suas obras.

**78.** Construa no caderno uma circunferência com:

**a)** raio $\overline{OA}$ medindo 3 cm.
**b)** raio $\overline{BC}$ medindo 6 cm.
**c)** diâmetro $\overline{EF}$ medindo 5,4 cm.
**d)** diâmetro $\overline{GH}$ medindo 4 cm.

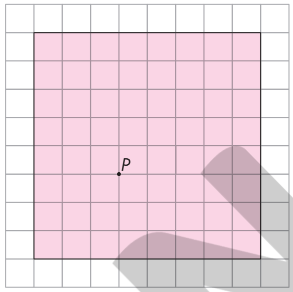
78. Resposta na seção **Resoluções**.

**79.** Construa uma circunferência com diâmetro medindo 5 cm. Em seguida, usando o mesmo centro, construa outra circunferência com raio medindo 8 cm.

79. Resposta na seção **Resoluções**.

**80.** Considere o quadrado cujo comprimento do lado mede 4 cm e o ponto *P* em seu interior, ambos representados na malha quadriculada.

Quantos pontos que estão sobre os lados desse quadrado estão a exatamente 2 cm do ponto *P*? 80. Resposta: 4 pontos.



TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

**81.** Escolha 3 objetos circulares, meça o comprimento da circunferência e do diâmetro deles. Depois, com uma calculadora, determine a razão entre as medidas. Para realizar os registros, copie e complete o quadro a seguir no caderno, substituindo cada ■ pelas informações que você coletou.

| Objeto | Medida do comprimento da circunferência (*C*) | Medida do diâmetro (*d*) | Razão $\frac{C}{d}$ |
|---|---|---|---|
| ■ | ■ | ■ | ■ |
| ■ | ■ | ■ | ■ |
| ■ | ■ | ■ | ■ |

- As razões $\frac{C}{d}$ calculadas estão próximas do valor do número $\pi$?

81. Respostas pessoais.

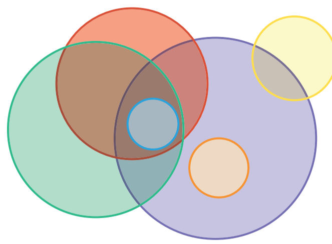
**82.** O comprimento de uma circunferência mede 79,76 cm. Podemos afirmar que o raio da circunferência mede aproximadamente: 82. Resposta: Alternativa **b**.

**a)** 12 cm. **b)** 12,7 cm. **c)** 13 cm. **d)** 13,22 cm. **e)** 13,5 cm.

**83.** Utilizando um programa de computador, Rômulo fez uma composição artística utilizando circunferências.

Agora é sua vez! Com o auxílio de um compasso, faça uma composição artística utilizando circunferências. Por fim, pinte-a.

83. Resposta pessoal.


TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA





## Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Desenhe em uma folha de papel avulsa um ângulo $A\hat{O}B$.

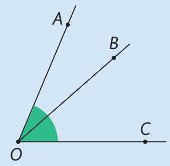
**a)** Qual é o vértice do ângulo $A\hat{O}B$?

**b)** Quais são os seus lados?

**c)** O ângulo $A\hat{O}B$ é agudo, reto, obtuso ou raso?

1. Respostas: a) *O*; b) Semirretas *OA* e *OB*; c) Resposta pessoal.

**2.** Considerando os ângulos representados na figura, indique quais afirmações a seguir são verdadeiras.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** A medida do ângulo $A\hat{O}B$ é maior do que o ângulo $A\hat{O}C$.

**b)** A medida do ângulo $B\hat{O}C$ é menor do que o ângulo $A\hat{O}C$.

**c)** O ângulo $A\hat{O}B$ é agudo.

**d)** A medida do ângulo $A\hat{O}C$ é maior do que 180°.

**e)** A medida do ângulo $B\hat{O}C$ é menor do que 90°.

2. Resposta: Alternativas **b**, **c** e **e**.

**3. Junte-se** a um colega e resolvam os itens a seguir.

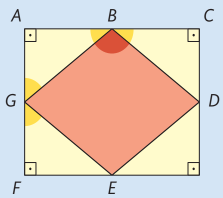
**a)** Se o ângulo $\hat{A}$ mede *x*, e seu suplementar mede o triplo, qual é a medida de $\hat{A}$ e a de seu complementar?

**b)** O ângulo $\hat{B}$ é suplementar de $\hat{C}$. Sabendo que $\text{med}(\hat{B}) = x + 32°$ e $\text{med}(\hat{C}) = 3x$, qual é a medida dos ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$?

**c)** Os ângulos $\hat{D}$ e $\hat{F}$ são complementares. A medida de $\hat{F}$ é cinco vezes a medida de $\hat{D}$. Qual é a medida do ângulo suplementar de $\hat{D}$?

3. Respostas: a) 45° e 45°; b) 69° e 111°; c) 165°.

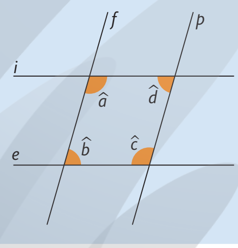
**4.** Pedro fez o desenho representado a seguir.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que $\text{med}(A\hat{G}B) = 50°$ e que $\text{med}(A\hat{B}G) = \text{med}(C\hat{B}D)$, qual é a medida do ângulo $G\hat{B}D$? 4. Resposta: 100°.

**5.** Na imagem apresentada, as retas *i* e *e* são paralelas, assim como *f* e *p*.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Indique quais são os ângulos da imagem com mesma medida.

**b)** Calcule as medidas dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$, sabendo que o maior ângulo entre as retas *e* e *p* mede 106°.

5. Respostas: a) $\hat{a}$ e $\hat{c}$, $\hat{b}$ e $\hat{d}$; b) $\hat{a} = 106°$, $\hat{b} = 74°$, $\hat{c} = 106°$, $\hat{d} = 74°$.





### 1. Objetivo

- Avaliar se o estudante reconhece um ângulo e seus elementos.

### Como proceder

- Se necessário, desenhe na lousa um ângulo agudo, um reto, um obtuso e um raso e peça aos estudantes que classifiquem cada um e identifiquem vértice e lados.

### 2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam corretamente, por meio de comparação, o ângulo de maior medida.

### Como proceder

- Em cada item, se necessário, evidencie a abertura dos ângulos que estão sendo comparados, para que o estudante perceba o que tem maior medida.

### 3 e 4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes compreenderam corretamente os conceitos de ângulos complementares e suplementares.

### Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldade, proponha a eles que consultem a página **150** para relembrar as definições de ângulos complementares e suplementares. Para determinar o ângulo requerido em cada item da atividade **3**, oriente-os a escrever e a resolver uma equação. Na atividade **4**, verifique se eles percebem que o ângulo requerido é suplementar à soma das medidas dos ângulos $A\hat{B}G$ e $C\hat{B}D$.

### 5. Objetivo

- Avaliar se os estudantes reconhecem pares de ângulos correspondentes em retas paralelas cortadas por uma reta transversal.

### Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldade, faça o desenho na lousa e mostre a eles que o ângulo medindo $\hat{d}$ é oposto pelo vértice ao ângulo correspondente ao de medida $\hat{b}$, e que o ângulo medindo $\hat{a}$ é oposto pelo vértice ao ângulo correspondente ao de medida $\hat{c}$. Em seguida, oriente-os a usar o conceito de ângulo suplementar para calcular a medida de cada um deles.

### 6, 7 e 8. Objetivo

- Avaliar se o estudante consegue determinar as medidas dos ângulos internos de um polígono.

### Como proceder

- Se necessário, lembre os estudantes de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Caso apresentem dificuldade nos itens **B** e **C** da atividade **6**, oriente-os a decompor cada polígono em triângulos não sobrepostos, cujos vértices coincidem com os do polígono, para, em seguida, relacionar a quantidade de triângulos com a soma das medidas dos ângulos internos. Essa mesma estratégia pode ser utilizada na atividade **7**. Se necessário, explique a eles que em um polígono regular os ângulos internos têm mesma medida.

### 9. Objetivos

- Constatar se o estudante compreendeu como calcular a medida de um ângulo externo.

### Como proceder

- Verifique se os estudantes calculam corretamente a medida de cada ângulo interno de um polígono regular. Caso eles apresentem dificuldade, retome na lousa os procedimentos indicados para a atividade **7**. Para calcular a medida do ângulo externo em cada item, mostre a eles, quando necessário, que a soma da medida de um ângulo interno com seu externo é 180°, ou seja, esses ângulos são suplementares.

### 10. Objetivo

- Acompanhar se o estudante compreendeu a distinção entre diâmetro, raio e corda de uma circunferência.

### Como proceder

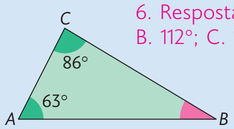
- Caso os estudantes apresentem dificuldade, oriente-os a consultar as definições desses elementos na página **181**. Explique a eles que, por definição, o diâmetro é um caso particular de uma corda, por conter o centro da circunferência.

---

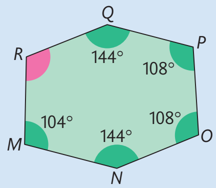
**6.** Sem realizar medições, determine em cada polígono a medida do ângulo destacados em rosa.

6. Respostas: A. 31°; B. 112°; C. 124°.

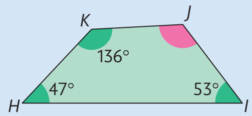
**A.**




**B.**

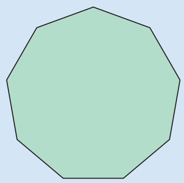



**C.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**7.** Considere o eneágono regular.



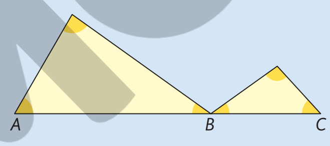
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Qual é a soma das medidas dos ângulos internos desse eneágono?
7. a) Resposta: 1260°.

**b)** Qual é a medida de cada ângulo interno desse eneágono?
7. b) Resposta: 140°.

**c)** Escreva em uma folha de papel avulsa as estratégias que você utilizou para responder aos itens **a** e **b**.

**8.** Na figura a seguir, os pontos $A$, $B$ e $C$ estão na mesma reta.

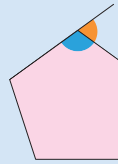



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

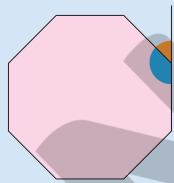
Determine a soma das medidas dos ângulos destacados. 8. Resposta: 360°.

**9.** Sem realizar medições, determine a medida do ângulo externo de cada polígono regular.

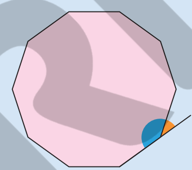
**A.**



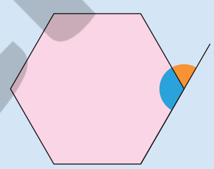
**B.**



**C.**



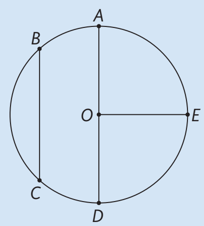
**D.**



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

9. Respostas: A. 72°; B. 45°; C. 36°; D. 60°.

**10.** Considere a circunferência de centro $O$ apresentada a seguir.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, classifique em raio, corda ou diâmetro o: 10. Respostas: a) Raio; b) Corda; c) Diâmetro.

**a)** $\overline{OE}$.   **b)** $\overline{BC}$.   **c)** $\overline{AD}$.

7. c) Resposta pessoal. Sugestão de resposta: No item **a**, decompus o eneágono em 7 triângulos não sobrepostos e multipliquei 180° por essa quantidade. No item **b**, dividi a medida obtida no item **a** por 9, pois o eneágono é regular.

UNIDADE

# 8 Grandezas e medidas


JOSE LUIS STEPHENS/ALAMY/FOTOARENA

Usina hidrelétrica de Itaipu, empreendimento binacional desenvolvido por Brasil e Paraguai. Instalada no rio Paraná na década de 1980, comporta 29 bilhões de metros cúbicos de medida do volume de água em seu nível máximo normal.

## Agora vamos estudar...

- algumas grandezas e suas respectivas medidas;
- o Sistema Internacional de Unidades (SI);
- medidas de área;
- medidas de volume.



- Ao trabalhar com a página de abertura, incentive os estudantes a estabelecer relação entre a construção retratada na foto e o conteúdo referente a grandezas e medidas. Diga-lhes que a usina binacional de Itaipu fornece cerca de 72% da energia elétrica consumida no Paraguai e de 17% da consumida no Brasil.
- Aproveite o momento e avalie a possibilidade de visitar uma usina hidrelétrica da região em que os estudantes moram, se houver. Para isso, providencie antecipadamente, junto à direção da escola, a autorização dos pais. Outra sugestão é fazer uma visita virtual à Itaipu, que é oferecida gratuitamente para instituições de ensino. Obtenha informações a respeito de como essa visita virtual pode ser feita acessando o *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.itaipu.gov.br/turismo/visita-tecnica-institucional. Acesso em: 10 jun. 2022.

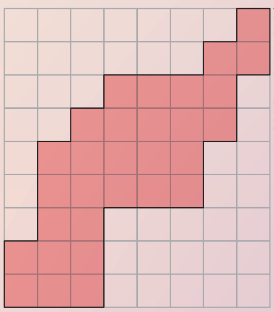
### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

### Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, proponha-lhes a seguinte atividade, reproduzindo-a na lousa e pedindo-lhes que efetuem os cálculos no caderno.

- Na figura apresentada, a área de cada quadradinho mede 1 $cm^2$. Determine a medida da área da figura composta pelos quadradinhos pintados de vermelho.


JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

### Resolução e comentários

Como a área de cada quadradinho mede 1 $cm^2$ e há 30 quadradinhos pintados de vermelho, temos:

$$30 \cdot 1 = 30$$

Portanto, a área da figura composta pelos quadradinhos pintados de vermelho mede 30 $cm^2$.

## Objetivos da unidade

- Reconhecer as grandezas área e volume.
- Reconhecer o Sistema Internacional de Unidades (SI).
- Identificar e utilizar unidades de medida de área e volume.
- Reconhecer o metro quadrado ($m^2$) como unidade de medida de área padrão.
- Reconhecer os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado ($m^2$).
- Calcular medidas de área do retângulo, do paralelogramo, triângulo e trapézio.
- Calcular medidas de área de figuras planas que podem ser decompostas em triângulos e quadriláteros.
- Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
- Reconhecer o metro cúbico ($m^3$) como unidade de medida padrão do volume.
- Reconhecer submúltiplos do metro cúbico ($m^3$).
- Calcular medidas de volume do paralelepípedo reto retângulo.
- Resolver e elaborar problemas de cálculo envolvendo medida de volume.

## Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para aprofundar o trabalho com as grandezas área e volume. Eles devem explorar o cálculo da medida da área de triângulos e quadriláteros, bem como a medida de volume de blocos retangulares envolvendo as unidades de medida metro cúbico, centímetro cúbico e decímetro cúbico. Com o estudo desta unidade, espera-se propiciar aos estudantes a oportunidade de eles perceberem que essas grandezas e suas respectivas unidades de medida estão presentes em inúmeras situações, tanto na vida cotidiana quanto nas diferentes áreas de conhecimento.

# Grandezas

Não é de hoje que situações envolvendo medidas de grandezas são essenciais no cotidiano das pessoas. A seguir são apresentadas algumas medidas necessárias em atividades diárias.

Medida de comprimento

YAVDAT/SHUTTERSTOCK

Marceneiro medindo o comprimento de uma tábua.

Medida de capacidade

RUSTY CANUCK/SHUTTERSTOCK

Cozinheira medindo a quantidade de leite necessária para o preparo de uma receita.

Medida de massa

RIDO/SHUTTERSTOCK

Pediatra medindo a massa de um bebê.

Medida de temperatura

DC STUDIO/SHUTTERSTOCK

Médico medindo a temperatura de um paciente.

**Questão 1.** Escreva em seu caderno outras atividades cotidianas em que são usadas medidas.

Questão 1. Sugestões de resposta: Para medir a duração de intervalo de tempo de uma viagem, a medida da área de um terreno ou a medida do comprimento de um tecido.

Grandeza é tudo aquilo que pode ser medido, como comprimento, capacidade, massa, temperatura e velocidade.





- O trabalho com as atividades desta unidade desenvolvem a habilidade **EF07MA29** ao levar os estudantes a resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes referente às medidas de comprimento. Peça a eles que deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio.
- Na questão **1**, peça a alguns estudantes que digam algumas das atividades que responderam e escreva-as na lousa. Em seguida, questione-os verificando se escreveram outras atividades além dessas.

**Questão 2.** Escreva em seu caderno outros exemplos de grandezas.

Questão 2. Sugestões de resposta: Área; volume; tempo.

Uma grandeza pode ser classificada em **discreta** ou **contínua**. A **grandeza discreta** é aquela cuja medida é sempre um número inteiro, como a quantidade de carros em um estacionamento e a quantidade de jogadores de um time de futebol.

A **grandeza contínua** é aquela que admite como medida um número qualquer, como a altura de uma pessoa e a duração de intervalo de tempo de uma corrida de atletismo.

Para representar a medida de uma grandeza, podemos usar um número seguido de uma unidade de medida. Nesse caso, esse número é resultante do processo de medição, ou seja, a medida da grandeza. Exemplos:

- 300 m
  medida de comprimento
- 250 mL
  medida de capacidade
- 4,5 kg
  medida de massa
- 24 h
  medida de tempo

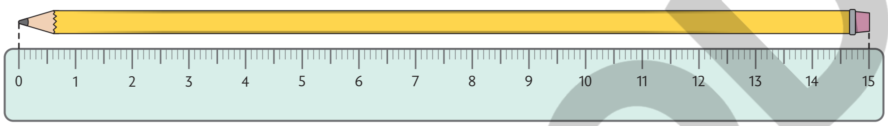
Os números 300; 4,5; 250 e 24 são as medidas das grandezas, enquanto m, kg, mL e h são as unidades de medida utilizadas para expressar a medida dessas grandezas.

Entende-se por medir a ação de **comparar** uma grandeza com outra de mesma espécie, em que uma delas é escolhida como unidade de medida, como dois comprimentos ou duas massas.

**Atenção!**

Também é possível comparar duas grandezas de mesma espécie sem efetuar a medição delas. Por exemplo, para comparar a altura de duas pessoas sem realizar medições, podemos colocar uma de costas para a outra e analisar qual delas é a mais alta.

Lucas mediu o comprimento de um lápis, como representado na imagem.




SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Lucas escolheu o centímetro (cm) como unidade de medida e comparou o comprimento do lápis com o da medida de 1 cm. Nessa comparação, o comprimento cuja medida é 1 cm cabe 15 vezes no comprimento do lápis. Portanto, o comprimento do lápis de Lucas mede 15 cm.

Em medições empíricas, a medida obtida é sempre um valor aproximado, em que a precisão do resultado depende do instrumento de medida utilizado.

**Questão 3.** Determine, com uma régua em centímetro, a medida do comprimento da linha apresentada a seguir. Questão 3. Resposta: 12 cm.

JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA



- Na questão **2**, peça a alguns estudantes que citem as grandezas que escreveram e compare-as com a resposta do restante da turma.
- Se não houver régua suficiente para todos os estudantes na questão **3**, organize-os em grupos a fim de medirem o comprimento da linha.

Para aprimorar o trabalho com essa questão, peça aos estudantes que desenhem em uma folha de papel avulsa linhas com outras medidas de comprimento e a troquem com um colega para determinar a medida de comprimento. Depois, oriente-os a conferir se o colega as mediu corretamente.

## Algo a mais

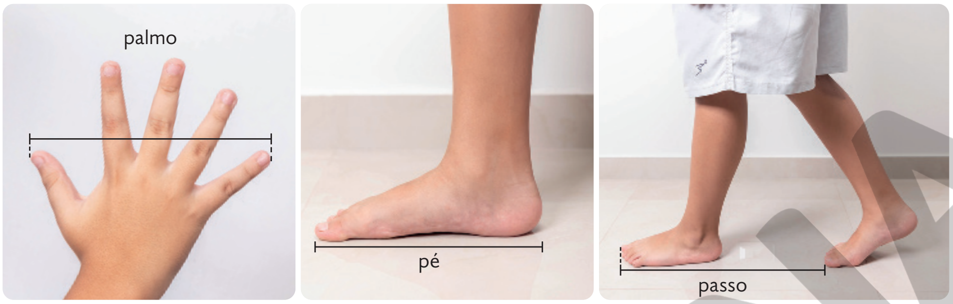
- Para informações sobre a história das grandezas e medidas, consulte o livro a seguir.

SILVA, Irineu da. *História dos pesos e medidas*. São Paulo: EdUFSCar, 2021.

Nesse livro, o autor discorre a respeito da evolução da Metrologia, ressaltando as relações humanas com as grandezas e medidas ao longo do tempo.

# Sistema Internacional de Unidades (SI)

Em determinadas épocas, cada grupo social tinha o próprio sistema de unidades de medida, sendo algumas delas baseadas em partes do corpo do rei. Para compreender melhor, estão representadas nas imagens as indicações de algumas delas com base no corpo de Henrique.




FOTOS: JANAINA OLIVEIRA/ASC IMAGENS

Imagens não proporcionais entre si.


Com a integração entre pessoas de diferentes regiões e países e por causa do avanço da ciência e do comércio, essas unidades acabaram tornando as relações de bases econômicas e científicas muito complexas, além da dificuldade pela imprecisão dos critérios.

Para resolver a situação, a França aprovou em 1790 a unificação dos pesos e das medidas, sendo o metro a unidade de base para comprimento e o quilograma, para a massa. Com o passar dos anos, esse sistema passou a ser adotado por outros países e novas unidades de base para outras grandezas foram acrescentadas, formando o atual **Sistema Internacional de Unidades (SI)**. No quadro a seguir estão apresentadas unidades de medida de base utilizadas no SI.

| Grandeza | Unidades de base | |
|---|---|---|
| | Nome | Símbolo |
| Comprimento | metro | m |
| Massa | quilograma | kg |
| Tempo | segundo | s |
| Intensidade de corrente elétrica | ampère | A |
| Temperatura termodinâmica | kelvin | K |
| Quantidade de matéria | mol | mol |
| Intensidade luminosa | candela | cd |

**Questão 4.** Algumas unidades de medidas já tiveram sua definição modificada. **Junte-se** a um colega e faça uma pesquisa a respeito da necessidade da última mudança da definição do quilograma, ocorrida em 2019. Questão 4. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que a massa do Protótipo Internacional do Quilograma, definição anterior dessa unidade de medida, sofria variações.

**Atenção!**

A pesquisa proposta na questão **4** pode ser feita em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

Além das unidades apresentadas, há as unidades derivadas, que são formadas pelas relações entre as unidades de base. Existem também as unidades de medidas suplementares, que têm unidades especiais.

Por exemplo, a unidade de medida da grandeza velocidade "metro por segundo" é derivada, pois é formada pela relação entre as unidades de base metro e segundo. Por esse motivo, o símbolo utilizado é m/s. Já a unidade de medida de capacidade "mililitro", cujo símbolo é mL, é uma unidade suplementar, pois não é derivada das unidades de base.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**1.** Relacione uma grandeza (comprimento, massa, capacidade, temperatura, tempo e velocidade) com uma situação cotidiana indicada nos itens.
As legendas das fotos não foram inseridas para não comprometer a realização da atividade.

**A.**


DANIEL JEDZURA/SHUTTERSTOCK

**D.**

BEAR FOTOS/SHUTTERSTOCK

**B.**


FELIPE QUEIROZ/SHUTTERSTOCK

**E.**

AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK

**C.**

M. UNAL OZMEN/SHUTTERSTOCK

**F.**

PROSTOCK-STUDIO/SHUTTERSTOCK

1. Resposta: A. Temperatura; B. Velocidade; C. Capacidade; D. Massa; E. Tempo; F. Comprimento.



• A questão **4** explora práticas de pesquisa relacionadas à história da matemática. Complemente essa questão pedindo aos estudantes que pesquisem também outras unidades de medida que tiveram sua definição modificada, como o metro.

Aproveite o fato de a questão **4** ser proposta para realizar em duplas e ressalte a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, da não existência de preconceitos e da compreensão e aceitação das necessidades e das limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Desse modo, promove-se o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 8** e da **Competência geral 9**. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

• Para obter melhor proveito da atividade **1**, leve para sala de aula algumas revistas e jornais e peça aos estudantes que identifiquem e recortem cenas de situações que se relacionem com as grandezas comprimento, massa, capacidade, temperatura, tempo e velocidade. Depois, avalie a conveniência de montar um painel com os recortes que eles obtiverem.

### Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **2**, oriente os estudantes na escrita de uma medida para cada grandeza apresentada, de modo a consolidarem a aprendizagem de que essas grandezas podem ser contínuas ou discretas.
- Na atividade **3**, peça a alguns estudantes que citem os instrumentos de medida que responderam nos itens e anote-os na lousa. Depois, estabeleça uma conversa com toda a turma, verificando se escreveram instrumentos diferentes dos anotados na lousa.
- Avalie a possibilidade de realizar na prática uma situação parecida com a apresentada na atividade **4**. Para isso, leve para a sala de aula uma balança de dois pratos e alguns objetos com medidas de massa diferentes. Coloque a balança sobre uma mesa, um dos objetos em cada prato e questione os estudantes a respeito de qual desses objetos tem massa com maior medida. Além disso, use dois objetos com medidas de massa iguais e verifique se eles perceberam que, nesse caso, a balança se mantém em equilíbrio.
- Na atividade **5**, organize os estudantes em duplas e peça-lhes que meçam com o palmo uma mesma carteira e anotem tais medidas. Depois, questione se os dois integrantes da dupla obtiveram medidas iguais e leve-os a perceber que, por se tratar de uma unidade de medida não padronizada, as medidas obtidas possivelmente sejam diferentes.

Diga que por muito tempo as pessoas costumavam usar partes do corpo como unidades de medidas e que isso causava confusão, pois as medidas não eram precisas. Por isso, foi necessário o estabelecimento de unidades de medida padrão, como o metro e o quilograma.

- Tire melhor proveito da atividade **6** propondo aos estudantes que completem o quadro com base em outros animais, como um gato ou uma girafa, e oriente-os a estimar as medidas de altura, massa, tempo médio de vida e velocidade média de corrida. Em seguida, leve-os ao laboratório de informática, ou use livros e revistas, e peça-lhes que pesquisem essas medidas, verificando se as estimativas feitas ficaram semelhantes às medidas reais.
- Na atividade **7**, explique aos estudantes que as unidades de medida apresentadas nos itens não são unidades baseadas no SI, mas múltiplos e submúltiplos. Além disso, escreva, na lousa, outros submúltiplos referentes a cada grandeza, como milésimos de segundo, miligrama e milímetro.

**2.** Classifique as grandezas a seguir em discreta ou contínua.

**a)** Tempo de duração de uma partida de futebol.
**b)** Quantidade de convidados para uma festa.
**c)** Quantidade de animais de uma fazenda.
**d)** Salário mensal recebido por um trabalhador.
**e)** Quantidade de suco em uma jarra.
**f )** Massa de uma embalagem com café.
**g)** Capacidade de um copo.
**h)** Comprimento de uma mesa.
**i )** Quantidade de computadores em uma empresa.

**3.** Escreva em seu caderno o nome de um instrumento de medida utilizado para medir a grandeza:

**a)** tempo.
**b)** capacidade.
**c)** temperatura.
**d)** massa.
**e)** comprimento.

3. Sugestão de respostas: a) Cronômetro; b) Recipiente de 1 L; c) Termômetro; d) Balança de dois pratos; e) Trena.

**4.** Analise a imagem a seguir e indique qual é a fruta com massa de maior medida: a melancia ou o melhão.

4. Resposta: Melancia.

RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**5.** As informações a seguir mostram o resultado obtido por Ana, Fred e Lucas ao medir o comprimento da lousa com o palmo.

| Estudante | Resultado |
|---|---|
| Ana | 7 palmos |
| Fred | 8 palmos |
| Lucas | 6 palmos |

Qual deles tem o palmo com maior medida de comprimento? Escreva uma justificativa em seu caderno.

**6.** Copie a ficha técnica a seguir em seu caderno. Depois, com os números apresentados e por meio de **estimativas**, complete-a.

| 25 | 60 | 350 | 1,7 |
|---|---|---|---|

| Ficha técnica de um cavalo adulto | | |
|---|---|---|
| **Grandeza** | **Medida** | **Unidade de medida** |
| Altura | | m |
| Massa | | kg |
| Tempo médio de vida | | anos |
| Velocidade média de corrida | | km/h |

6. Resposta na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

**7.** Escreva em seu caderno as medidas apresentadas utilizando uma unidade de base do SI.

**a)** 2 min
**b)** 2 h
**c)** 500 g
**d)** 7,02 t
**e)** 180 cm
**f )** 13,5 km

7. Respostas: a) 120 s; b) 7200 s; c) 0,5 kg; d) 7020 kg; e) 1,8 m; f) 13 500 m.

**Atenção!**

| | |
|---|---|
| 1 min = 60 s | 1 h = 60 min |
| 1000 g = 1 kg | 100 cm = 1 m |
| 1 t = 1000 kg | 1 km = 1000 m |

2. Respostas: a) Contínua; b) Discreta; c) Discreta; d) Contínua; e) Contínua; f) Contínua; g) Contínua; h) Contínua; i) Discreta.


5. Resposta: Lucas, pois foi o que utilizou menos palmos para medir o comprimento da lousa.

## Medidas de área

Em algumas situações cotidianas, é necessário medir áreas. Por exemplo, para determinar a quantidade de lajotas necessárias em um revestimento de piso, é preciso obter a medida da área desse piso.

Para medir áreas, devemos estabelecer uma unidade de medida de área.

Analise alguns exemplos.




ILUSTRAÇÕES: RODRIGO CORDEIRO, RAFAEL L. GAION E JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Para medir as áreas dessas figuras, foram usados , e , que são unidades de medidas não padronizadas. No entanto, existe uma unidade de medida padronizada para expressar medidas de área: o **metro quadrado** ($m^2$).

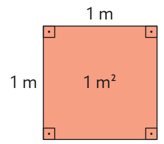




- Antes de apresentar o conteúdo desta página, indique, por meio de questionamentos, algumas situações em que são utilizadas as unidades de medida de área. Crie oportunidades para tornar o estudo mais significativo, permitindo que eles conversem e resgatem os conhecimentos prévios.

- Na questão **5**, proponha aos estudantes a transformação de $1\,m^2$ em outras unidades de medida de área, como $km^2$ e $hm^2$.

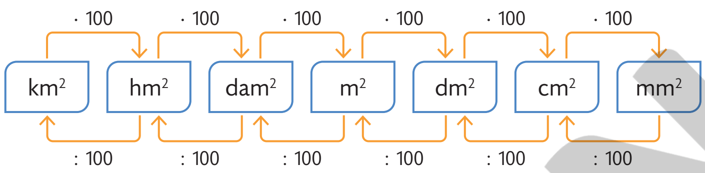
Um metro quadrado ($1\ m^2$) corresponde à medida da área de um quadrado cujo comprimento do lado mede 1 m.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Há ainda os **múltiplos** do metro quadrado, geralmente usados para expressar medidas de grandes áreas, como a de uma fazenda, e os **submúltiplos** do metro quadrado, que geralmente são utilizados para medir pequenas áreas, como a da superfície de um lenço de tecido.

O esquema apresenta a relação entre o metro quadrado e seus múltiplos: **decâmetro quadrado** ($dam^2$), **hectômetro quadrado** ($hm^2$) e **quilômetro quadrado** ($km^2$) – e submúltiplos – **decímetro quadrado** ($dm^2$), **centímetro quadrado** ($cm^2$) e **milímetro quadrado** ($mm^2$).




Vamos usar duas maneiras de transformar a medida da área do quadrado apresentado no início desta página para centímetros quadrados.

- Utilizando a relação 1 m = 100 cm.

$$\boxed{1\ m^2 = (1\ m)^2 = (100\ cm)^2 = 100^2\ cm^2 = 10\,000\ cm^2}$$

- Utilizando o esquema.

**1º.** Transformando metros quadrados em decímetros quadrados. Para isso, efetuamos uma multiplicação por 100.

**2º.** Transformando decímetros quadrados em centímetros quadrados. Para isso, efetuamos uma multiplicação por 100.

**Atenção!**

Para transformar metros quadrados em centímetros quadrados, basta multiplicar por 100 duas vezes, ou seja, $100 \cdot 100 = 10\,000$.

Portanto:

· 100

$$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\,000\ cm^2$$

· 100

ou

· 10 000

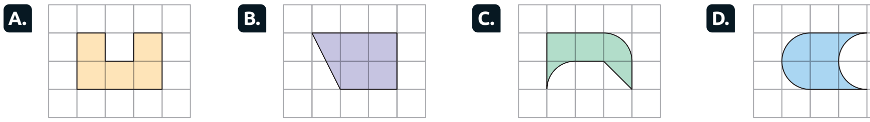
$$1\ m^2 = 10\,000\ cm^2$$

**Questão 5.** Escreva em seu caderno $1\ m^2$ em decâmetro quadrado.
Questão 5. Resposta: $0{,}01\ dam^2$.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

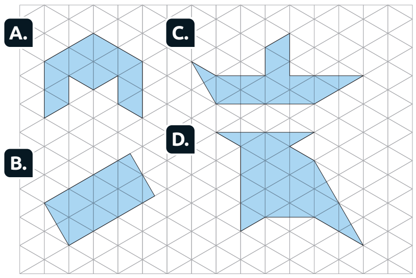
**8.** Considerando o quadradinho da malha como unidade, determine a medida de área de cada uma das figuras.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

8. Respostas: A. 5 quadradinhos; B. 5 quadradinhos; C. 3,5 quadradinhos; D. 4 quadradinhos.

**9.** Algumas figuras foram representadas na malha triangular.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

9. Respostas:
a) **A**: 14 triângulos;
**B**: 14 triângulos;
**C**: 13,5 triângulos;
**D**: 22 triângulos;
b) **C**; **D**; c) **A** e **B**.

**a)** Considerando o triângulo da malha como unidade de medida, meça a área de cada uma das figuras.

**b)** Qual figura tem a menor medida de área? E qual tem a maior?

**c)** Quais figuras têm áreas de mesma medida?

**10.** Quantos decímetros quadrados cabem em um metro quadrado?
10. Resposta: 100 $dm^2$.

**11.** O **hectare** é uma unidade de medida de área utilizada para medir superfícies agrárias e equivale a 10 000 $m^2$. Qual é a medida em hectare da área de um sítio de 185 000 $m^2$?
11. Resposta: 18,5 hectares.

**12.** Qual múltiplo do metro quadrado apresentado no esquema da página anterior equivale a um hectare?
12. Resposta: Hectômetro quadrado ($hm^2$).

**13.** Indique qual unidade de medida de área é mais adequada para expressar a medida:

**a)** da área de um terreno residencial.

**b)** da extensão territorial de um país.

**c)** da área da tela de um *smartphone*.

**d)** da área da superfície de um botão de roupa.

**e)** da área de um campo de futebol profissional.

**f)** da área construída de um apartamento.

13. Respostas: a) $m^2$; b) $km^2$; c) $cm^2$; d) $mm^2$; e) $dam^2$; f) $m^2$.

**14.** Em uma malha quadriculada, escreva uma medida de área utilizando o quadradinho da malha como unidade de medida. Em seguida, troque a malha com um colega e peça a ele que construa duas figuras geométricas planas diferentes cuja área tenha a medida indicada por você. Depois, verifique se as figuras desenhadas estão de acordo com o que você solicitou. 14. Resposta pessoal.



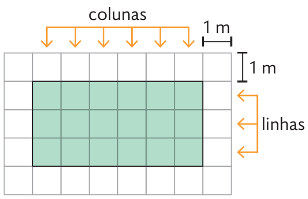


- As atividades **8** e **9** exploram o cálculo de medida de área usando como unidade de medida o quadradinho e o triângulo da malha. Tire melhor proveito do trabalho com essas atividades, distribuindo malha quadriculada e triangular aos estudantes e pedindo-lhes que desenhem nelas diferentes figuras. Em seguida, oriente-os a trocar as figuras com um colega para medir a área delas. Ao final, eles devem conferir se o colega calculou corretamente.
- A atividade **10** explora a relação entre o metro quadrado e um de seus submúltiplos. Complemente a atividade fazendo uma experimentação. Para isso, construa com os estudantes um quadrado com área medindo 1 $m^2$ utilizando jornais, papel reciclado, papelão etc. Em seguida, sobreponha a esse quadrado outros quadrados cujo comprimento dos lados meça 1 dm. Desse modo, os estudantes podem perceber, na prática, quantos dos quadrados menores foram necessários para cobrir o quadrado maior.
- As atividades **11** e **12** abordam a unidade de medida hectare. Diga aos estudantes que existem outras unidades de medida agrárias, como o alqueire paulista, o alqueire mineiro e o are. Peça-lhes que façam uma pesquisa de modo a obter as equivalências dessas unidades de medida agrárias padronizando-as pelo SI.
- Tire melhor proveito da atividade **13** elaborando outros itens e escrevendo-os na lousa. Depois, proponha uma conversa com toda a turma pedindo-lhes que digam qual é a unidade de medida mais adequada para expressar a medida desses outros itens.
- Complemente a atividade **14** distribuindo malhas triangulares aos estudantes e solicitando-lhes que considerem o triângulo como unidade de medida e peçam ao colega para construir figuras geométricas planas com medida de área predeterminada.

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que resolvam a situação apresentada no subtópico **Medida da área do triângulo** antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a medida da área da sala de Roberto antes da explicação teórica. Depois, apresente as explicações que constam no livro.
- Os conteúdos abordados desta página até a página **199**, e as atividades das páginas **200** a **203**, desenvolvem as habilidades **EF07MA31** e **EF07MA32**, ao estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e quadriláteros e ao resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e triângulos.

## Medida da área do retângulo

Roberto decidiu revestir o piso da sala de sua casa, que tem formato retangular, cujas medidas das dimensões são 6 m por 3 m, com lajotas de 1 m por 1 m. Como é possível determinar a quantidade necessária de lajotas? Uma das maneiras é representar o formato da sala em uma malha quadriculada e, em seguida, efetuar uma multiplicação.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

$$\underbrace{6}_{\text{quantidade de lajotas por linha}} \cdot \overbrace{3}^{\text{quantidade de linhas}} = \underbrace{18}_{\text{total de lajotas}}$$

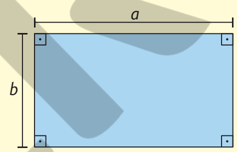
ou

$$\underbrace{3}_{\text{quantidade de lajotas por coluna}} \cdot \overbrace{6}^{\text{quantidade de colunas}} = \underbrace{18}_{\text{total de lajotas}}$$

De acordo com esses cálculos, serão necessárias 18 lajotas. Sabendo disso, podemos determinar a medida da área da sala da casa de Roberto. Como a área de cada lajota mede 1 m$^2$, concluímos que a área da sala mede 18 m$^2$.

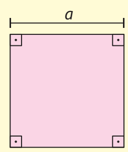
Para calcular a medida da área $A$ de um retângulo, basta multiplicar a medida de seu comprimento pela medida de sua largura.

$$A = \underbrace{a}_{\text{medida do comprimento}} \cdot \underbrace{b}_{\text{medida da largura}}$$




Como o quadrado é um caso particular do retângulo, em que os lados têm comprimentos de mesma medida, obtemos:

$$\boxed{A = a \cdot a = a^2}$$




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Nesse caso, $A$ e $a$ indicam, respectivamente, a medida da área e do comprimento do lado do quadrado.

## Equivalência entre medidas de área

Existem figuras que podem ser decompostas em retângulos. Para calcular a medida da área de uma dessas figuras, podemos determinar a medida da área de cada um dos retângulos que a compõe e, em seguida, adicionar as medidas obtidas. Para compreender melhor, vamos mostrar como é possível calcular a medida da área da figura apresentada na próxima página.

Figura inicial

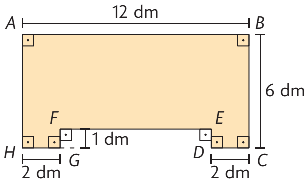
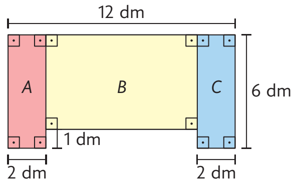



Figura decomposta em retângulos




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- Inicialmente, foi realizada a decomposição dessa figura em retângulos.
- Os retângulos *A* e *C* têm dimensões medindo 2 dm e 6 dm. Nesse caso, a medida da área de cada um deles é:

$$A_{\text{retângulo } A} = 2\,\text{dm} \cdot 6\,\text{dm} = 12\,\text{dm}^2$$

$$A_{\text{retângulo } C} = 2\,\text{dm} \cdot 6\,\text{dm} = 12\,\text{dm}^2$$

- Já o retângulo *B* tem dimensões medindo 8 dm (12 − 2 − 2) e 5 dm (6 − 1). Nesse caso, sua área mede:

$$A_{\text{retângulo } B} = 8\,\text{dm} \cdot 5\,\text{dm} = 40\,\text{dm}^2$$

- Por fim, foram adicionadas as medidas obtidas.

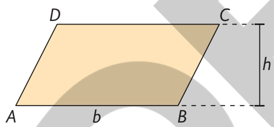
$$A_{\text{figura}} = A_{\text{retângulo } A} + A_{\text{retângulo } C} + A_{\text{retângulo } B}$$

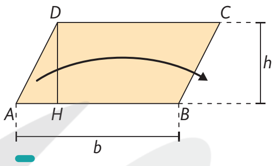
$$A_{\text{figura}} = 12\,\text{dm}^2 + 12\,\text{dm}^2 + 40\,\text{dm}^2 = 64\,\text{dm}^2$$

Portanto, a área da figura mede $64\,\text{dm}^2$.

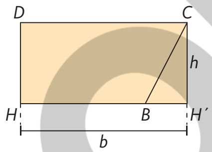
## Medida da área do paralelogramo

Vamos calcular a medida da área do paralelogramo *ABCD*, cujo comprimento da base mede *b* e cuja altura mede *h*. Para isso, inicialmente, realizamos a decomposição do paralelogramo para obter um triângulo retângulo. Em seguida, fazemos uma recomposição, sem perda e sobreposição, formando um retângulo.




Decomposição do paralelogramo.




Recomposição do paralelogramo para obter o retângulo *HH'CD*.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, a medida da área do paralelogramo *ABCD* obtida é igual à medida da área do retângulo *HH'CD*.

Para calcular a medida da área *A* de um paralelogramo em que o comprimento da base mede *b* e a altura mede *h*, fazemos:

$$A = b \cdot h$$





- Antes de apresentar a situação desta página, verifique se os estudantes já sabem calcular a medida da área do paralelogramo. Deixe que eles exponham suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio deles sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

• Antes de apresentar a situação desta página, verifique se os estudantes já sabem calcular a medida da área do triângulo. Oportunize o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, permitindo que eles exponham suas explicações e conversem entre si, a fim de explorar o conteúdo de modo significativo.

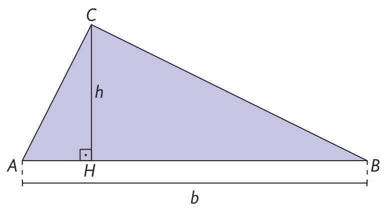
Vamos calcular, por exemplo, a medida da área de um paralelogramo cujo comprimento da base mede 9 cm e cuja altura mede 4 cm.

$$A = b \cdot h = 9\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm} = 36\ \text{cm}^2$$

Portanto, a área desse paralelogramo mede 36 $\text{cm}^2$.

## Medida da área do triângulo

Considere o triângulo *ABC*.

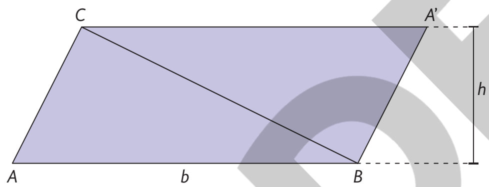



**Atenção!**

A **altura** de um triângulo é um segmento de reta que liga um vértice ao lado oposto (ou ao seu prolongamento), formando, assim, um ângulo reto. Nesse caso, esse lado oposto é chamado **base** do triângulo. Um triângulo tem três alturas, cada uma relativa a determinado lado.

Ao considerar que a base desse triângulo seja o lado $\overline{AB}$, o comprimento da base do triângulo *ABC* nesse caso mede *b* e o comprimento da altura mede *h*. Com isso, vamos determinar a medida da área desse triângulo.

Para isso, inicialmente, consideramos um novo triângulo igual ao *ABC* e, consequentemente, com mesma medida de área. Em seguida, utilizando esses triângulos, sem perda e sobreposição, realizamos uma composição para obter o paralelogramo *ABA'C*.




ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

No paralelogramo *ABA'C*, *b* é a medida do comprimento da base e *h* é a medida da altura.

Assim, a medida da área do triângulo *ABC* é igual à metade da medida da área do paralelogramo *ABA'C*.

Para calcular a medida da área *A* de um triângulo, em que o comprimento da base mede *b* e o comprimento da altura mede *h*, basta fazer:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

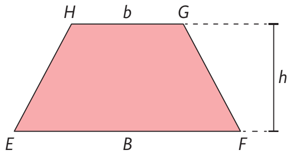
Vamos calcular, por exemplo, a medida da área de um triângulo cujo comprimento da base mede 5 cm e cuja altura mede 2 cm.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm}}{2} = 5\,\text{cm}^2$$

Portanto, a área desse triângulo mede 5 $\text{cm}^2$.

# Medida da área do trapézio

Considere o trapézio *EFGH*.

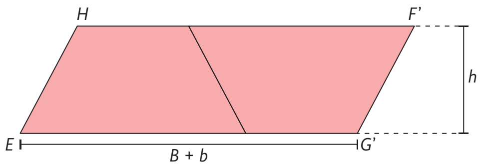



**Atenção!**

Os lados paralelos do trapézio são chamados **bases**, sendo um deles a **base maior** e o outro, a **base menor**.

Nesse trapézio, $h$ é a medida da altura, $B$ é a medida do comprimento da base maior e $b$ é a medida do comprimento da base menor. Com isso, vamos determinar a medida da área dessa figura.

Para isso, inicialmente, consideramos um novo trapézio igual ao *EFGH* e, consequentemente, de mesma medida de área. Em seguida, utilizando essas figuras, sem perda e sobreposição, realizamos uma composição para obter o paralelogramo *EG'F'H*.




ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

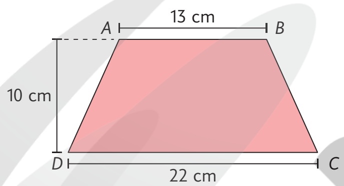
No paralelogramo *EG'F'H*, $(B + b)$ é a medida do comprimento da base e $h$ é a medida da altura.

Assim, a medida da área do trapézio *EFGH* é igual à metade da medida da área do paralelogramo *EG'F'H*.

Para calcular a medida da área $A$ de um trapézio cuja altura mede $h$, o comprimento da base maior mede $B$ e o da base menor mede $b$, efetuamos:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Vamos calcular, agora, a medida da área do trapézio representado a seguir.




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

Nesse trapézio, a altura mede 10 cm, a base menor, 13 cm e a base maior, 22 cm.

$$A = \frac{(22\ \text{cm} + 13\ \text{cm}) \cdot 10\ \text{cm}}{2} = \frac{35\ \text{cm} \cdot 10\ \text{cm}}{2} = \frac{350\ \text{cm}^2}{2} = 175\ \text{cm}^2$$

Portanto, a área desse trapézio mede 175 $\text{cm}^2$.



- Antes de apresentar a situação desta página, verifique se os estudantes já sabem calcular a medida da área do trapézio. Ouça com atenção as explicações deles e permita que conversem entre si, a fim de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.





199

• Na atividade **15**, desenhe na lousa outros retângulos para que os estudantes possam calcular a medida de área dessas figuras. Para isso, oriente-os a efetuar os cálculos no caderno.

Além disso, verifique se os estudantes compreendem que os retângulos com medidas de comprimento de lado iguais também são chamados quadrados, pois todos os quadrados são retângulos, mas nem todos os retângulos são quadrados.

• Analise se os estudantes perceberam que, na atividade **16**, estamos calculando somente a medida de área do piso (fundo) da piscina. Explique que as medidas da profundidade dessas piscinas podem variar de uma extremidade a outra, mas sugira que efetuem os cálculos para determinar quantos azulejos seriam necessários para revestir as paredes laterais da piscina considerando que ela tenha profundidade medindo 3 m em toda sua extensão.

• Na atividade **17**, distribua aos estudantes malha quadriculada com quadradinhos cujo comprimento dos lados meça 1 cm para construírem os retângulos. Avalie a conveniência de tirar melhor proveito dessa atividade pedindo-lhes que construam mais retângulos além dos solicitados nos itens.

• Na atividade **18** desta página e nas atividades **19**, **20** e **23** da página seguinte, os estudantes devem calcular medidas de área por meio da decomposição da figura em polígonos, como quadrados, retângulos e triângulos. Para complementar o trabalho com essas atividades, organize os estudantes em duplas para que compartilhem as estratégias utilizadas e verificar se o colega fez decomposições diferentes. Desse modo, aborda-se a habilidade **EF07MA32**, ao resolver problemas de cálculo de medida de área de figuras planas por meio da decomposição em polígonos.

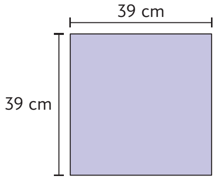
Na atividade **19**, se achar conveniente, explique aos estudantes que, para calcular as medidas de área das regiões, além da decomposição, eles podem calcular a medida da área total (região **1** e região **2**), multiplicando 12 por 16,9 e subtraindo do resultado a medida da área da região **2**, que pode ser obtida pelo cálculo da potência $8^2$.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

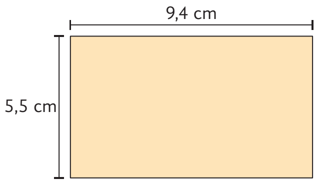
**15.** Calcule a medida da área de cada um dos retângulos representados a seguir.

**A.**

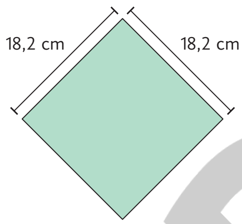



15. Respostas:
A. 1521 cm²;
B. 51,7 cm²;
C. 331,24 cm².

**B.**




**C.**






**16.** O piso de uma piscina olímpica tem formato retangular cuja largura e comprimento medem, respectivamente, 25 m e 50 m. Quantos metros quadrados de azulejos serão necessários para revestir o piso dessa piscina?

16. Resposta: 1250 m².

**17.** Em uma malha quadriculada, construa um retângulo cuja área meça:

**a)** 17 cm².

**b)** 25 cm².

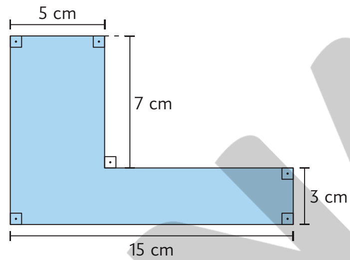
**c)** 72 cm², em que o comprimento meça 8 cm.

**d)** mais do que 64 cm².

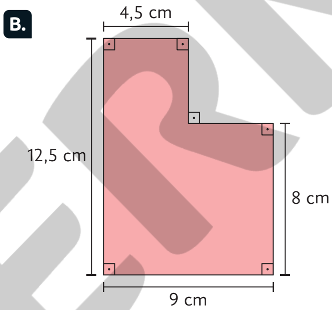
17. Respostas na seção **Resoluções**.

**18.** Os polígonos representados a seguir podem ser decompostos em retângulos. Calcule a medida da área de cada um desses polígonos.

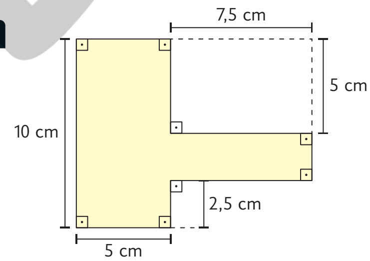
**A.**



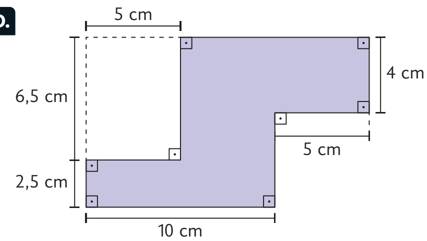

**B.**




**C.**



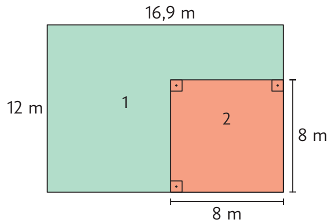

**D.**






18. Respostas: A. 80 cm²; B. 92,25 cm²; C. 68,75 cm²; D. 77,5 cm².

**19.** Para a construção de uma área de lazer em um terreno retangular, Marcela planejou uma divisão do terreno como representado a seguir.

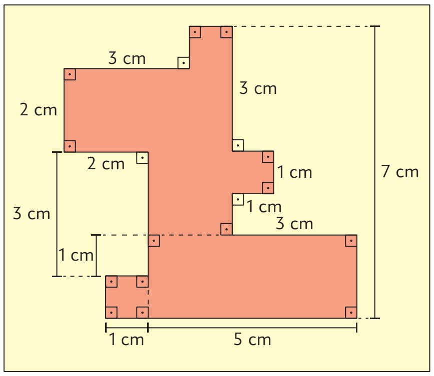



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida da área da região 1? E da região 2?

19. Respostas: Região **1**: 138,8 m²; região **2**: 64 m².

**20.** Antônio vai revestir uma parede com lajotas, como a representada a seguir.




JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Representação da lajota que será utilizada por Antônio.

De acordo com as medidas em centímetros indicadas na imagem, determine a medida da área da figura presente em cada uma das lajotas.

20. Resposta: 25 cm².

**21.** Qual figura tem a maior medida de área: um retângulo cujas dimensões medem 2 cm e 5 cm ou um quadrado cujo comprimento do lado mede 48 mm?

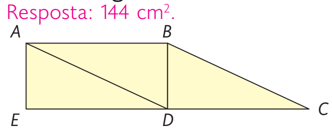
21. Resposta: O quadrado cujo comprimento do lado mede 48 mm.

**22.** Determine a medida do comprimento da base de um paralelogramo cuja área mede 84 dm² e cuja altura mede 7 dm.

22. Resposta: 12 dm.

**23.** Na figura a seguir, *ABCD* é um paralelogramo, *ABDE* é um retângulo e *D* é um ponto de $\overline{CE}$. Determine a medida da área da figura *ABCE*, sabendo que a área do retângulo *ABDE* mede 96 cm².

23. Resposta: 144 cm².

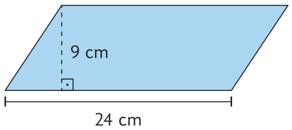



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

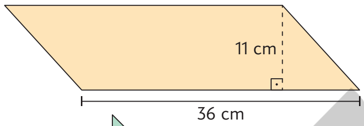
Na figura, $DC = AB$.

**24.** Calcule a medida da área de cada paralelogramo.

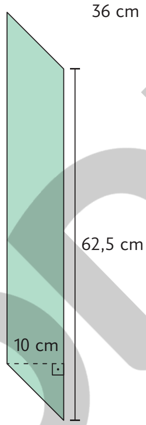
**A.**



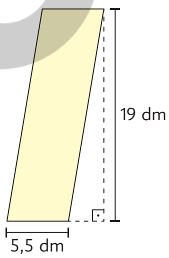

**B.**




**C.**




**D.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

24. Respostas: A. 216 cm²; B. 396 cm²; C. 625 cm²; D. 104,5 dm².



- Na atividade **21**, oriente os estudantes a escrever as medidas apresentadas em uma mesma unidade de medida, transformando as medidas expressas em centímetros em medidas expressas em milímetros, ou vice-versa. Para isso, lembre-os de que 1 cm = 10 mm. Tire melhor proveito do trabalho com essa atividade pedindo-lhes que determinem qual das figuras teria maior medida de área se o comprimento do lado do quadrado medisse 30 mm.
- Verifique se os estudantes apresentam alguma dificuldade na atividade **22** e, caso necessário, oriente-os a dividir a medida da área pela medida da altura. Complemente o trabalho com essa atividade escrevendo na lousa a expressão algébrica que possibilita determinar a medida do comprimento da base ($84 = b \cdot 7$). Elabore e escreva na lousa outra situação envolvendo um paralelogramo que tenha medidas da área e do comprimento da base, mas com a medida da altura desconhecida. Peça aos estudantes que efetuem os cálculos no caderno.
- Na atividade **24**, desenhe na lousa outros paralelogramos com dimensões de diferentes medidas e peça aos estudantes que calculem a medida da área deles, efetuando os cálculos necessários no caderno.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **23**, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

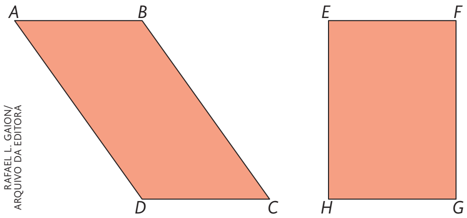
• Aprimore o trabalho com a atividade **25**. Determine medidas para as dimensões do retângulo e do paralelogramo de modo que os estudantes efetuem os cálculos e percebam que as medidas de área das duas figuras são iguais.

• Na atividade **26**, questione os estudantes a respeito de quantos metros quadrados faltam no terreno **A** para que ele atenda à condição estipulada e verifique se eles obtiveram a resposta 4 m².

• Ao elaborar e resolver problemas envolvendo a medida da área de um paralelogramo na atividade **27** e a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e triângulos na atividade **29**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade **EF07MA32**. Nesse caso, por enfrentar situações-problema incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões, os estudantes desenvolvem aspectos da **Competência específica de Matemática 6** e por exercitar a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, o trabalho com as **Competências gerais 2** e **9** é favorecido.

• Na atividade **28**, desenhe na lousa outros triângulos com dimensões de diferentes medidas e peça aos estudantes que calculem a medida da área deles, efetuando os cálculos necessários no caderno.

**25.** O paralelogramo e o retângulo representados a seguir têm alturas de mesma medida. Além disso, tem-se $DC = HG$. O que é possível afirmar em relação às medidas das áreas dessas figuras? Justifique sua resposta.

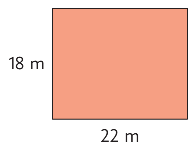



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

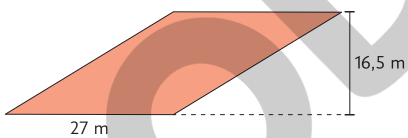
**26.** Marta e Gilberto pretendem comprar um terreno cuja área mede no mínimo 400 m². A seguir estão representados dois terrenos em formato de paralelogramo que um corretor apresentou para eles.

26. Resposta: Eles devem escolher o terreno **B**, pois é o único que atende à condição estipulada, ou seja, é o único com medida de área maior do que 400 m².

Terreno **A**




Terreno **B**



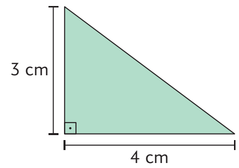

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Entre os terrenos apresentados, qual Marta e Gilberto devem escolher? Justifique sua resposta.

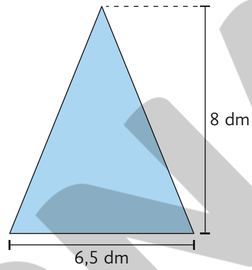
**27. Elabore** um problema envolvendo a medida da área de um paralelogramo e o entregue para um colega resolver. Depois, verifique se o problema foi resolvido corretamente. 27. Resposta pessoal.

**28.** Calcule a medida da área de cada triângulo.

**A.**

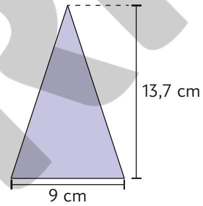



**B.**

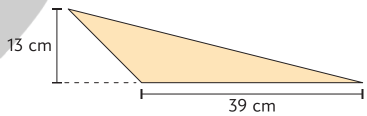



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

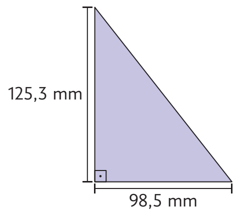
**C.**




**D.**




**E.**



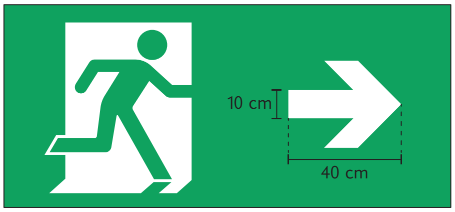

JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

28. Respostas:
A. 6 cm²;
B. 26 dm²;
C. 61,65 cm²;
D. 253,5 cm²;
E. 6171,025 mm².

**29. Elabore** um problema envolvendo a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e triângulos. Em seguida, dê para um colega resolver e verifique se a resposta obtida está correta. 29. Resposta pessoal.

25. Resposta: As medidas das áreas são iguais. Indicando por $A_1$ e $A_2$ a medida da área do paralelogramo e do retângulo, respectivamente, e por $h$ a medida da altura dessas figuras, temos: $A_1 = h \cdot DC$ e $A_2 = h \cdot GH$. Como $DC = HG$, segue que $A_1 = h \cdot DC = h \cdot GH = A_2$.

**30.** A placa de sinalização representada a seguir é utilizada em edificações para indicar saídas de emergência.



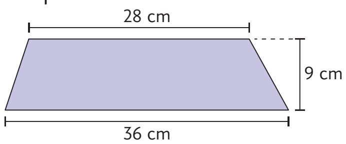

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Com base nas medidas indicadas, é possível determinar a medida da área da seta? Justifique sua resposta.

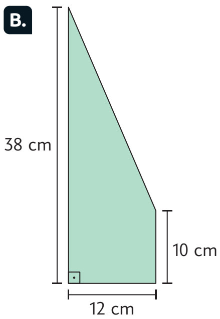
30. Resposta nas **orientações ao professor**.

**31.** Faça o cálculo da medida da área de cada trapézio.

**A.**



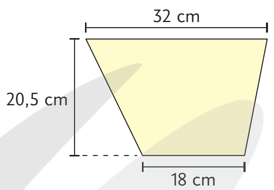

**B.**




31. Respostas:
A. 288 cm²;
B. 288 cm²;
C. 512,5 cm².

31. Respostas:
a) **C**; b) **A** e **B**.

**C.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Compare os resultados que você obteve nos cálculos e responda aos itens.

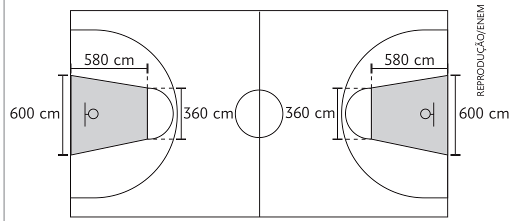
**a)** Qual deles tem maior medida de área?

**b)** Quais deles têm medidas de áreas iguais?

**32.** **Elabore** um problema envolvendo a medida da área de um trapézio e peça a um colega que o resolva. Depois, verifique se ele foi resolvido corretamente.

32. Resposta pessoal.

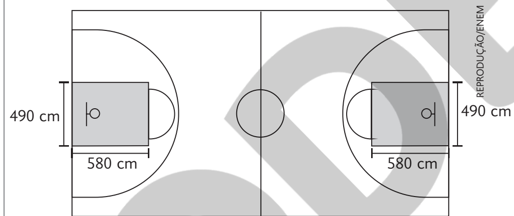
**33.** (Enem–2015) O esquema **I** mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.




REPRODUÇÃO/ENEM

Esquema **I**: área restritiva antes de 2010.

Visando atender às orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passaram a ser retângulos, como mostra o esquema **II**.




REPRODUÇÃO/ENEM

Esquema **II**: área restritiva a partir de 2010.

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a): 33. Resposta: Alternativa **a**.

**a)** aumento de 5 800 cm².

**b)** aumento de 75 400 cm².

**c)** aumento de 214 600 cm².

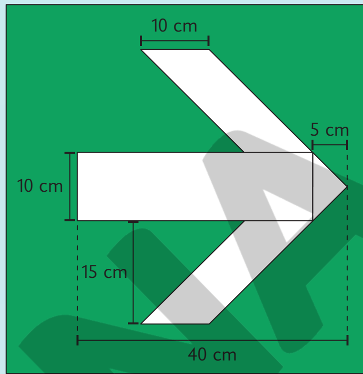
**d)** diminuição de 63 800 cm².

**e)** diminuição de 272 600 cm².

33. Professor, professora: Explique aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não foi inserida a palavra medida na atividade **33**. Nesse caso, eles devem considerar que o termo área indica a medida da área da figura.



• Para obter melhor proveito da atividade **30**, proponha as medidas que faltam e peça aos estudantes que decomponham a seta em retângulo, paralelogramos e triângulos e calculem a medida da área dela. Uma sugestão é apresentada a seguir.




HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

• Na atividade **31**, desenhe na lousa outros trapézios com dimensões de diferentes medidas e peça aos estudantes que calculem a medida da área dessas figuras, efetuando os cálculos necessários no caderno.

• Ao elaborar e resolver problemas envolvendo a medida da área de um trapézio na atividade **32**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade **EF07MA32**. Nesse caso, por trabalharem com situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões, os estudantes desenvolvem aspectos da **Competência específica de Matemática 6** e por exercitar a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, o trabalho com as **Competências gerais 2** e **9** é favorecido.

• Na atividade **33**, faça uma articulação com o componente curricular de **Educação Física**. Para isso, converse antecipadamente com o professor desse componente e planejem uma aula em conjunto, visando apresentar mais informações aos estudantes a respeito do basquetebol. Pergunte, por exemplo, se eles praticam esse esporte, se conhecem alguém que o pratica e se sabem suas regras. Algumas informações podem ser obtidas no *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.esportelandia.com.br/basquete/tudo-sobre-basquete/. Acesso em: 13 jun. 2022.

O contexto dessa atividade pode ser relacionado com as **culturas juvenis** ao tratar de um esporte praticado mundialmente e que faz parte do dia a dia de muitas pessoas. Obtenha informações sobre o tópico **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.

Avalie a possibilidade de resolver a atividade **33** utilizando resolução de problemas. Obtenha informações no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.

**30.** Não. Espera-se que os estudantes percebam a possibilidade de decompor a seta em retângulos, paralelogramos e triângulos, porém as medidas apresentadas não são suficientes para determinar, por exemplo, a medida do comprimento da base e a da altura dos paralelogramos que compõem a "ponta" da seta.

**Resposta**

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes sobre medidas de volume. Deixe-os dar suas explicações e conversar entre si, proporcionando-lhes a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio.

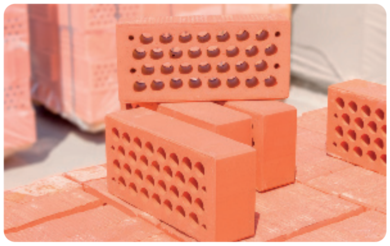
• As questões e as atividades deste tópico desenvolvem a habilidade **EF07MA30**, uma vez que os estudantes vão resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).

• A questão **6** desta página e a questão **7** da próxima página exploram a noção do cálculo de medida de volume considerando cubos como unidades de medida. Peça aos estudantes que escrevam, também, a medida de volume das pilhas da questão, considerando 3 cubos como unidade de medida (obtendo a resposta 4 para o item **A**, 5 para o item **B** e 7 para o item **C**).

## Noções de volume

Um tijolo, uma bola de futebol, um monte de areia e um livro são objetos tridimensionais que ocupam uma porção do espaço.

ANMBPH/SHUTTERSTOCK



Tijolos.

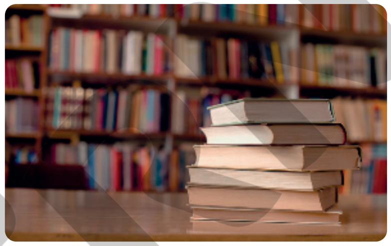
KOBNA THAKAMOL/SHUTTERSTOCK

Monte de areia.

TOP SELLER/SHUTTERSTOCK

Bola de futebol.

JOVAN BARAJEVAC/SHUTTERSTOCK



Pilha de livros.

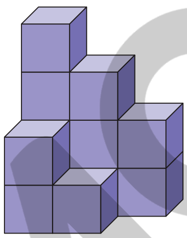


Aos objetos tridimensionais e às figuras geométricas espaciais, podemos associar o **volume**, que é uma grandeza, assim como comprimento, área, massa ou temperatura.

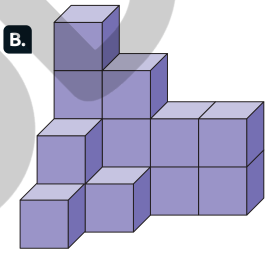
Logo, o volume de um objeto pode ser medido, o que depende de suas dimensões, e não da massa. Para medir a grandeza volume, é necessário estabelecer uma unidade de medida.

Considere as pilhas de cubo a seguir.

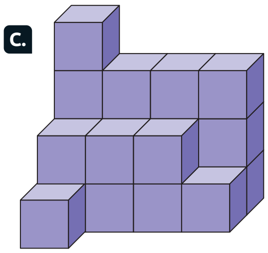
**A.**



**B.**



**C.**

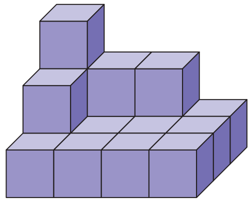


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Questão 6.** Sabendo que não há cubos ocultos atrás da pilha, escreva em seu caderno a quantidade de cubos que há em cada uma delas.
Questão 6. Respostas: A. 12 cubos; B. 15 cubos; C. 21 cubos.

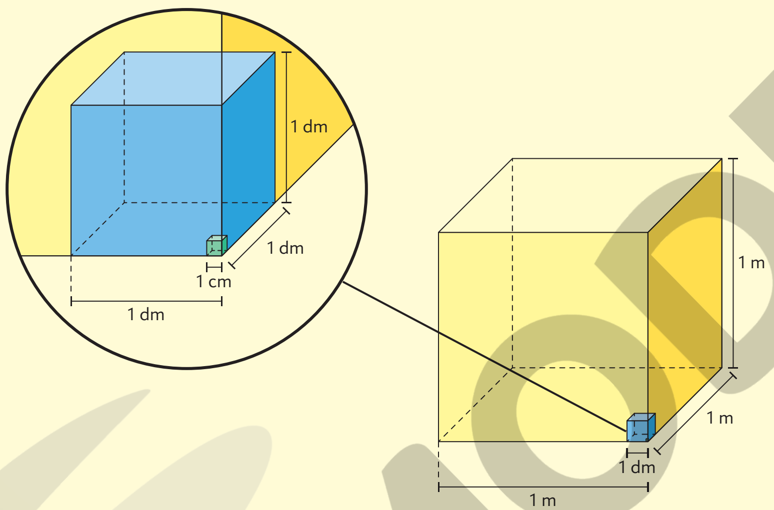
Considerando o cubo como unidade de medida, a quantidade de cubos que compõe cada pilha corresponde à medida de seu volume. Nesse caso, a unidade de medida adotada é não padronizada.

**Questão 7.** Sabendo que não há cubos ocultos atrás da pilha, escreva em seu caderno a medida do volume da pilha a seguir, considerando o cubo como unidade de medida.
Questão 7. Resposta: 17 cubos.



Também é possível usar unidades de medidas padronizadas para medir volumes, como o **metro cúbico** ($m^3$), o **decímetro cúbico** ($dm^3$) e o **centímetro cúbico** ($cm^3$).

- Um metro cúbico (1 $m^3$) corresponde à medida do volume de um cubo cujo comprimento das arestas mede 1 m.
- Um decímetro cúbico (1 $dm^3$) corresponde à medida do volume de um cubo cujo comprimento das arestas mede 1 dm.
- Um centímetro cúbico (1 $cm^3$) corresponde à medida do volume de um cubo cujo comprimento das arestas mede 1 cm.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



**Questão 8.** Responda às questões em seu caderno.

**a)** Imagine um recipiente cúbico cujas dimensões internas medem 1 m. Quantos cubos de 1 $dm^3$ cabem nesse recipiente? Questão 8. a) Resposta: 1000 cubos.

**b)** Imagine um recipiente cúbico cujas dimensões internas medem 1 dm. Quantos cubos de 1 $cm^3$ cabem nesse recipiente? Questão 8. b) Resposta: 1000 cubos.



- Na questão **8**, oriente os estudantes a recorrerem às imagens apresentadas nesta página para responder aos itens **a** e **b**.

• A fim de aproveitar melhor as atividades **34**, **35** e **36**, organize os estudantes em grupos e distribua o material dourado, orientando-os a considerar cada cubo como unidade de medida de volume e a fazer empilhamentos iguais aos apresentados nas atividades, de modo que possam perceber, na prática, as noções das medidas de volume.

Ao elaborar e resolver uma questão envolvendo o contexto da atividade **36**, os estudantes desenvolvem aspectos da **Competência específica de Matemática 6** por enfrentar situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões. Além disso, por exercitar a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, o trabalho com as **Competências gerais 2** e **9** é favorecido.

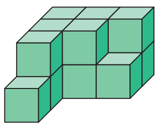
## Atividades

Faça as atividades no caderno.

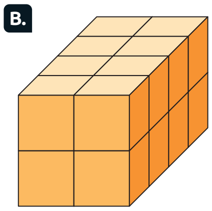
34. Respostas: A. 14 cubos; B. 16 cubos; C. 55 cubos; D. 18 cubos.

**34.** Sabendo que não há cubos ocultos atrás da pilha, determine a medida de volume de cada uma delas considerando o cubo como unidade de medida.

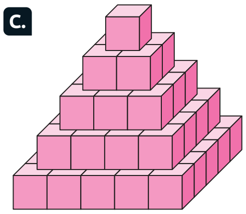
**A.**



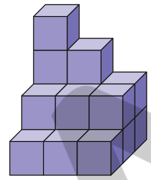
**B.**



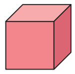
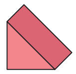
**C.**



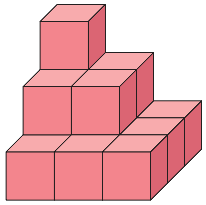
**D.**



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

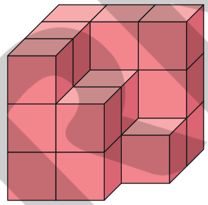
**35.** Sabendo que o volume do  mede 1 $cm^3$ e o do  mede 0,5 $cm^3$, determine a medida do volume de cada um dos empilhamentos.

**A.**

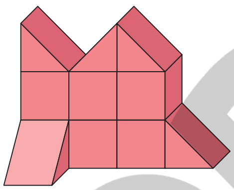


35. Respostas:
A. 14 $cm^3$;
B. 8,5 $cm^3$;
C. 20 $cm^3$;
D. 48 $cm^3$.

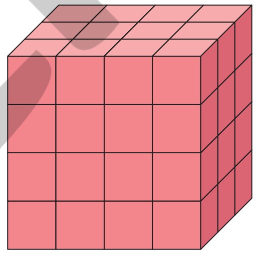
**C.**



**B.**



**D.**



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO (CUBINHO E PRISMA) E RAFAEL L. GAION (DEMAIS ILUSTRAÇÕES)/ARQUIVO DA EDITORA



**36.** Bia organizou os pequenos cubos representados na imagem **1** e obteve o empilhamento apresentado na imagem **2**.

Imagem **1**

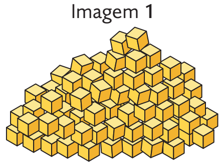
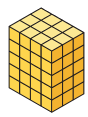


Imagem **2**



ILUSTRAÇÕES: RAFAELA PANISSA/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Quantos são os pequenos cubos organizados por Bia?

**b)** Bia reorganizou os cubos. Porém, dessa vez, ela os empilhou em camadas contendo 4 pequenos cubos. Quantas camadas há nesse novo empilhamento?

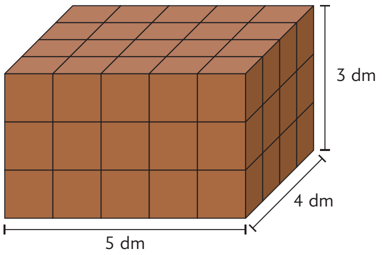
**c)** Os empilhamentos feitos por Bia têm a mesma medida de volume? Justifique sua resposta.

**d)** De acordo com os pequenos cubos usados por Bia, **elabore** uma questão e dê para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

36. Respostas: a) 60 cubinhos; b) 15 camadas; c) Sim, pois a quantidade de pequenos cubos utilizada é a mesma em ambos os empilhamentos; d) Resposta pessoal.

# Medida do volume do paralelepípedo reto retângulo

O paralelepípedo reto retângulo a seguir foi representado com peças iguais de madeira.




**Atenção!**

As peças de madeira têm formato de cubo cujo comprimento da aresta mede 1 dm.

**Questão 9.** Qual é a medida do volume de madeira em decímetro cúbico utilizado na construção desse paralelepípedo? Questão 9. Resposta: 60 $dm^3$.

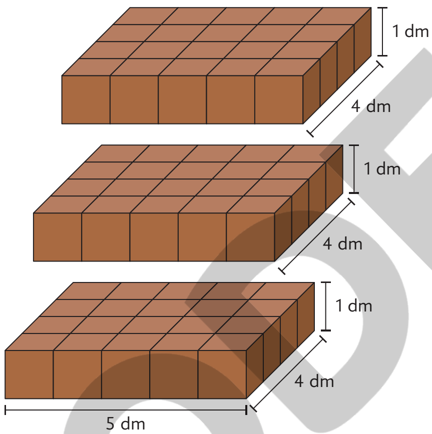
Para calcular a medida do volume desse paralelepípedo, podemos adicionar as medidas dos volumes das peças de madeira em formato cúbico. Para isso, inicialmente, determinamos a quantidade de peças usadas.

Em cada camada que compõe o paralelepípedo há 5 fileiras com 4 peças em cada uma. Como são 3 camadas, devemos fazer:

quantidade de fileiras — quantidade de camadas

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

quantidade de peças por fileira — total de peças



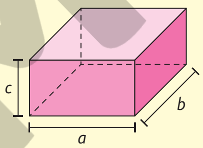

Como o volume de cada peça de madeira mede 1 $dm^3$, para calcular a medida do volume do paralelepípedo, efetuamos:

$$60 \cdot 1\ dm^3 = 60\ dm^3$$

Portanto, o volume desse paralelepípedo mede 60 $dm^3$.

Para calcular a medida do volume $V$ de um paralelepípedo reto retângulo em que as dimensões medem $a$, $b$ e $c$, efetuamos:

$$V = a \cdot b \cdot c$$




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA





- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que respondam à questão **9** apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, tentem calcular a medida de volume de madeira utilizada na construção do paralelepípedo em decímetro cúbico. Depois, apresente as explicações que constam no livro.



207

- Na atividade **37**, desenhe na lousa outros paralelepípedos retos retângulos com dimensões de diferentes medidas e peça aos estudantes que calculem a medida do volume deles, efetuando os cálculos necessários no caderno.
- A atividade **38** possibilita abordar o tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia** ao explorar um contexto sobre o leite longa vida (UHT). Converse com os estudantes e explique-lhes que UHT significa *ultra high temperature* (temperatura ultra alta, em português) e que consiste em uma técnica na qual a esterilização do leite é feita por meio de um aquecimento até uma medida de temperatura de pelo menos 135 °C e, imediatamente, passa por um rápido resfriamento até a temperatura ambiente.
- Desse modo, ao propiciar a valorização da diversidade de saberes e apropriar-se de conhecimentos e experiências, é favorecido o desenvolvimento da **Competência geral 6**.

**Um texto a mais**

- Leia o texto a seguir para os estudantes a respeito do início da tecnologia UHT.

**Há quanto tempo existe a tecnologia UHT?**

A invenção do tratamento de esterilização de alta temperatura como meio de preservação dos alimentos começou na França, no começo do século 19. O alimento era embalado em recipientes de aço revestidos de estanho que depois eram colocados em câmaras pressurizadas (autoclaves), nas quais eram aquecidos de 110°C a 125°C, de 30 a 40 minutos. Este processo é denominado "esterilização em contêiner". No final da década de 1950, com base nessa tecnologia anterior de conservação de alimentos, a Tetra Pak Processing Systems (Alfa Laval, na época) foi pioneira em seu próprio processo UHT contínuo. Ao usar temperaturas mais altas e tempos mais curtos, ela obteve o mesmo efeito ao matar microorganismos, ao mesmo tempo que apresentava mudanças de sabor e cor do leite mais suaves. [...]

TETRA Pak. *Perguntas frequentes sobre leite longa vida*. Disponível em: https://www.tetrapak.com/pt-br/solutions/aseptic-solutions/uht-faq. Acesso em: 14 jun. 2022.

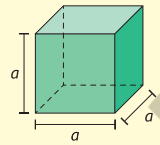
Nos casos apresentados, mostramos que a fórmula do volume do paralelepípedo reto retângulo é verdadeira quando $a$, $b$ e $c$ são números inteiros. Entretanto, essa fórmula também é válida quando as medidas são números racionais. Por exemplo, se as dimensões do paralelepípedo medem $\frac{1}{2}$ cm, $\frac{1}{5}$ cm e $\frac{1}{5}$ cm, temos:

$$V = \frac{1}{2}\text{ cm} \cdot \frac{1}{3}\text{ cm} \cdot \frac{1}{5}\text{ cm} = \frac{1}{30}\text{ cm}^3$$

O cubo é um caso particular de um paralelepípedo reto retângulo em que a medida do comprimento das arestas mede $a$.

Assim, para calcular a medida do volume $V$ de um cubo, efetuamos:

$$\boxed{V = a \cdot a \cdot a = a^3}$$




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

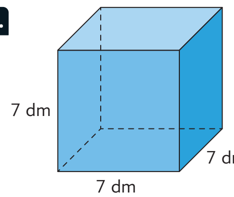
## Atividades

Faça as atividades no caderno.

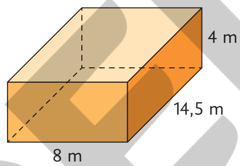
37. Respostas: A. 343 dm³; B. 3 276 cm³; C. 464 m³; D. 3 220 cm³; E. 571,787 dm³; F. 1 240,62 cm³.

**37.** Calcule a medida de volume de cada paralelepípedo reto retângulo representado.

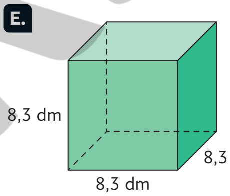
**A.**



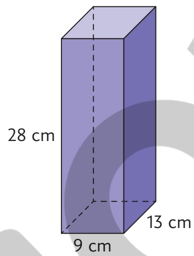

**C.**



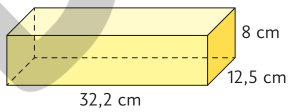

**E.**



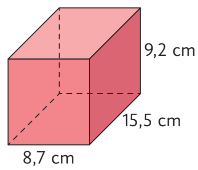

**B.**




**D.**




**F.**




Imagens não proporcionais entre si.

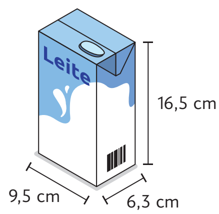
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION (ITENS A, B, C E D) E JACQUELINE AMADIO (ITENS E E F)/ARQUIVO DA EDITORA

**38.** O leite longa vida (UHT) é processado em temperatura ultra-alta para eliminar todos os microrganismos, a fim de que ele dure mais tempo após ser envasado em certo tipo de embalagem.

Analise um modelo de embalagem do leite longa vida cujo formato é de um paralelepípedo reto retângulo.

Qual é a medida do volume dessa embalagem?

38. Resposta: 987,525 cm³.




HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

208

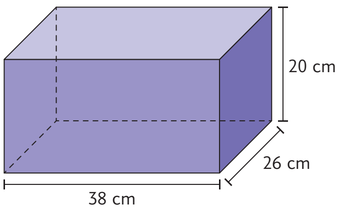


**Metodologias ativas**

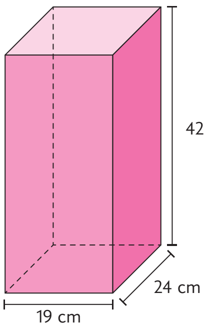
Para desenvolver o trabalho com a atividade **38**, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**39.** Faça uma **estimativa** de qual paralelepípedo reto retângulo tem a maior medida de volume. Depois, calcule a medida do volume de cada um e verifique se sua estimativa está correta.

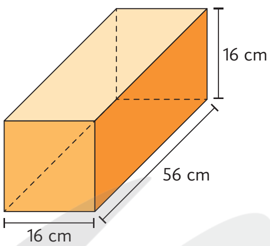
**A.**



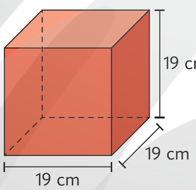

**B.**




**C.**



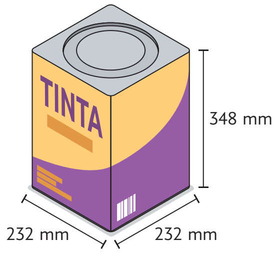

**D.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

39. Respostas: A. 19760 $cm^3$; B. 19152 $cm^3$; C. 14336 $cm^3$; D. 6859 $cm^3$.

**40.** Para calcular o volume de areia em algumas regiões, é usado um recipiente de lata com formato de paralelepípedo reto retângulo, conforme representado a seguir.




HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida do volume desse recipiente? 40. Resposta: 18730752 $mm^3$.

**41.** Uma piscina olímpica tem formato de paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões internas medem 25 m, 50 m e 2 m. Quantos litros de água serão necessários para encher completamente essa piscina? 41. Resposta: 2500000 L.

**Atenção!**
$1\ m^3 = 1000\ L$

**42.** Antônio e Jairo desenharam cubos usando um programa de computador. A medida do comprimento das arestas do cubo desenhado por Jairo é igual ao dobro da medida do comprimento das arestas do cubo desenhado por Antônio, que é 5 cm. A medida do volume do cubo desenhado por Jairo é quantas vezes maior do que o do cubo desenhado por Antônio? 42. Resposta: 8 vezes.

**43.** Ao multiplicar as medidas das três dimensões de um tijolo maciço com formato de paralelepípedo reto retângulo, obtém-se a medida:

**a)** do comprimento do tijolo.
**b)** da área do tijolo.
**c)** da massa do tijolo.
**d)** do volume do tijolo.

43. Resposta: Alternativa **d**.





- As atividades **39**, **40** e **41** exploram o cálculo de medida de volume de paralelepípedos retos retângulos. Aprimore o trabalho com essas atividades resolvendo algumas delas na lousa ou pedindo aos estudantes que efetuem os cálculos com o auxílio de uma calculadora.

Na atividade **41**, oriente os estudantes a considerar que a piscina tem a mesma medida de profundidade (2 m) de uma extremidade a outra.

- Na atividade **42**, para sanar possíveis dúvidas, desenhe na lousa um cubo com arestas cujos comprimentos meçam 1 cm e um cubo com arestas cujos comprimentos meçam 2 cm e obtenha a medida do volume de cada um deles, de modo a formalizar o aprendizado de que, para obter a medida do volume de um cubo, elevamos a medida de comprimento de suas arestas ao cubo. Assim, essa atividade favorece a oportunidade de desenvolver com os estudantes o **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema recorrendo aos elementos obtidos nos processos anteriores.

Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.

- Complemente o trabalho com a atividade **43**, solicitando aos estudantes que digam o que seria necessário para calcular as medidas do comprimento, da área superficial e da massa do tijolo e verifique o aprendizado deles em relação a essas grandezas.



## Atividade a mais

Complemente o trabalho com as atividades desta página, reproduzindo na lousa a atividade a seguir e pedindo aos estudantes que efetuem os cálculos no caderno. Caso necessário, explique a eles que $1000\ cm^3 = 1\ L$.

- Jéssica tem um aquário cujas dimensões internas medem 42 cm, 25 cm e 35 cm. Se ela colocar 35 L de água no aquário, a água vai transbordar? Justifique sua resposta.

### Resolução e comentários

Calculando a medida do volume desse aquário, obtemos:

$42 \cdot 25 \cdot 35 = 36750$

Desse modo, o volume desse aquário mede $36750\ cm^3$.

Em seguida, convertemos essa medida em litros:

$36750 : 1000 = 36{,}75$

Portanto, a água não vai transbordar, pois o aquário tem medida de capacidade maior do que 35 L.

• Tire melhor proveito da atividade de **44** desenhando na lousa outros paralelepípedos retos retângulos e solicite aos estudantes que calculem a medida de volume de cada um deles no caderno. Inclua paralelepípedos retos retângulos que tenham a mesma medida de volume, mas dimensões com diferentes medidas e peça aos estudantes que os identifiquem.

• Caso os estudantes tenham dúvidas na atividade **45**, oriente-os a calcular as medidas de volume do objeto e de cada uma das caixas.

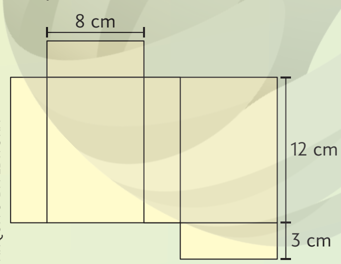
• Na atividade **46**, oriente os estudantes a calcular as medidas de volume e a compará-las utilizando a mesma unidade de medida. Caso necessário, retome as explicações da página **205**.

• Ao elaborar e resolver um problema envolvendo o volume do paralelepípedo reto retângulo apresentado na atividade **47**, os estudantes desenvolvem aspectos da **Competência específica de Matemática 6** por enfrentar situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões. Além disso, por exercitar a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, o trabalho com as **Competências gerais 2** e **9** é favorecido.

## Sugestão de avaliação

Avalie o aprendizado dos estudantes em relação aos conteúdos desta unidade, propondo-lhes a atividade a seguir.

• Analise a planificação e calcule a medida da área dessa planificação, em centímetros quadrados, e a medida do volume, em centímetros cúbicos, do paralelepípedo reto retângulo que se obtém ao montar essa planificação.

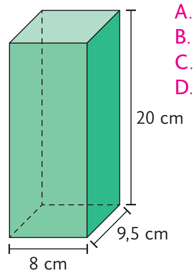



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

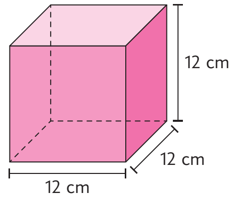
**44.** Considere os paralelepípedos reto retângulos.

44. Resposta: A. $1520\ cm^3$; B. $1728\ cm^3$; C. $1728\ cm^3$; D. $1742{,}4\ cm^3$.

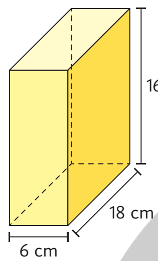
**A.**




**B.**

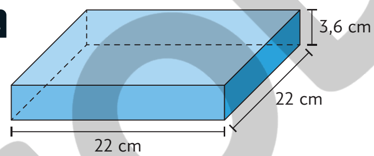



**C.**




46. Resposta: Paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões medem 1,2 dm, 2,5 dm e 8,3 dm.

**D.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Efetue no caderno o cálculo da medida do volume de cada um desses paralelepípedos e, em seguida, responda às questões. 44. Respostas: a) **D**; **A**; b) **B** e **C**.

**a)** Qual deles tem a maior medida de volume? Qual tem a menor medida de volume?

**b)** Quais deles têm a mesma medida de volume?

**45.** (Enem–2017) Um casal realiza sua mudança de domicílio e necessita colocar numa caixa de papelão um objeto cúbico, de 80 cm de aresta, que não pode ser desmontado. Eles têm à disposição cinco caixas, com diferentes dimensões, conforme descrito:

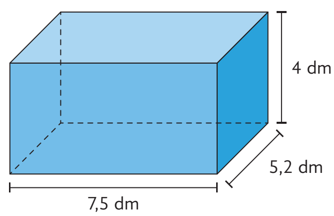
• Caixa **1**: 86 cm × 86 cm × 86 cm.
• Caixa **2**: 75 cm × 82 cm × 90 cm.
• Caixa **3**: 85 cm × 82 cm × 90 cm.
• Caixa **4**: 82 cm × 95 cm × 82 cm.
• Caixa **5**: 80 cm × 95 cm × 85 cm.

O casal precisa escolher uma caixa na qual o objeto caiba, de modo que sobre o menor espaço livre em seu interior.
A caixa escolhida pelo casal deve ser a de número: 45. Resposta: Alternativa **c**.

**a)** 1.
**b)** 2.
**c)** 3.
**d)** 4.
**e)** 5.

**46.** Qual figura geométrica espacial tem volume de maior medida: um paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões medem 1,2 dm, 2,5 dm e 8,3 dm ou um cubo cujo comprimento das arestas mede 25,2 cm?

**47.** **Elabore** em seu caderno um problema envolvendo o volume do paralelepípedo reto retângulo representado a seguir.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, troque o problema que você elaborou com o de um colega. Você resolverá o dele, e ele, o seu. Por fim, verifique se o seu problema foi resolvido corretamente. 47. Resposta pessoal.

45. Professor, professora: Explique aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não foram inseridos os termos comprimento e medida na atividade **45**. Comente que o comprimento da aresta do objeto cúbico mede 80 cm.







### Resolução e comentários

Calculando a medida da área, temos:

$2 \cdot (12 \cdot 8) + 2 \cdot (8 \cdot 3) + 2 \cdot (12 \cdot 3) =$
$= 192 + 48 + 72 = 312$

Desse modo, a área dessa planificação mede $312\ cm^2$.

Calculando a medida do volume, temos:

$3 \cdot 8 \cdot 12 = 288$

Assim, o volume do paralelepípedo reto retângulo obtido pela montagem dessa planificação mede $288\ cm^3$.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

2. Respostas: a) 2,5 m² = 250 dm²; b) 110 000 mm² = 0,11 m²; c) 105 000 m² = 10,5 hm²; d) 0,000048 km² = 48 m²; e) 40 250 cm² = 4,025 m²; f) 40 250 cm² = 4 025 000 mm²

**1.** Escreva o nome da grandeza que pode ser medida por:

**a)** um recipiente de um litro graduado.

**b)** um cronômetro.

**c)** uma fita métrica.

**d)** uma balança digital.

**e)** um metro articulado.

**f)** uma balança de dois pratos.

**g)** uma trena.

**2.** Copie as sentenças a seguir substituindo cada ■ pelo número adequado.

**a)** $2{,}5\ m^2 = ■\ dm^2$.

**b)** $110\,000\ mm^2 = ■\ m^2$.

**c)** $105\,000\ m^2 = ■\ hm^2$.

**d)** $0{,}000048\ km^2 = ■\ m^2$.

**e)** $40\,250\ cm^2 = ■\ m^2$.

**f)** $40\,250\ cm^2 = ■\ mm^2$.

**3.** Durante a manhã de certo dia, o termômetro de uma cidade registrou uma medida de temperatura de −3,2 °C. À tarde, nesse mesmo dia, esse termômetro registrou a medida de temperatura de −1 °C.

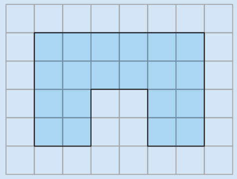
**a)** Durante esse intervalo de tempo, a medida de temperatura aumentou ou diminuiu?

**b)** Qual é a unidade de medida de temperatura no **SI**? Ela foi utilizada para expressar as medidas de temperatura nesta atividade?

3. Respostas: a) Aumentou; b) kelvin (K); Não.

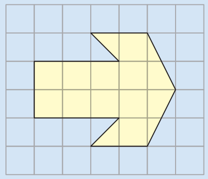
**4.** Calcule a medida da área de cada figura a seguir utilizando o quadrado da malha como unidade de medida.

**A.**

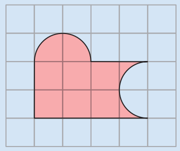


4. Respostas: A. 20 quadradinhos; B. 13 quadradinhos; C. 8 quadradinhos.

**B.**

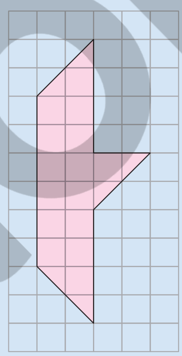


**C.**



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**5.** A figura geométrica plana a seguir foi construída em uma malha quadriculada cujo comprimento do lado de cada quadradinho mede 1 cm. Em uma folha de papel avulsa, calcule a medida da área dessa figura em centímetros quadrados. 5. Resposta: 18 cm².



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

1. Respostas: a) Capacidade; b) Tempo; c) Comprimento; d) Massa; e) Comprimento; f) Massa; g) Comprimento.





### 1. Objetivo

- Constatar se os estudantes associam adequadamente o instrumento de medida à grandeza.

### Como proceder

- Para cada grandeza, se necessário, dê exemplo de uma situação cotidiana que contribua para estabelecer relação entre o instrumento e a grandeza. No item **a**, por exemplo, pode-se medir a medida da capacidade de água, em litros, que cabe em um recipiente.

### 2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes compreenderam como transformar unidades de medida de área.

### Como proceder

- Retome, se necessário, o esquema da página **194** que relaciona o metro quadrado com seus múltiplos e submúltiplos. Em seguida, resolva o item **a** na lousa.

### 3. Objetivo

- Constatar se os estudantes reconhecem unidades de medida de temperatura e se comparam medidas de temperatura.

### Como proceder

- No item **a**, oriente os estudantes a representar as medidas de temperatura inicial e final em uma reta numérica e, em seguida, verificar se houve aumento ou diminuição na medida de temperatura. Para responder ao item **b**, se necessário, retome os conteúdos da página **190**.

### 4 e 5. Objetivo

- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes sobre medida de área de figuras planas em uma malha quadriculada.

### Como proceder

- Para obter a medida da área na atividade **4**, os estudantes podem contar a quantidade de quadradinhos que compõe a figura. Nos itens **B** e **C**, sugira que decomponham a figura e, em seguida, recomponham-na formando retângulos. Na atividade **5**, oriente-os a obter, inicialmente, a medida da área da figura em quadradinhos, depois a calcular a medida da área, em centímetro quadrado, de um quadradinho da malha e, por fim, relacionar essas medidas.

## 6. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida da área de retângulos e de paralelogramos não retângulos.

### Como proceder

• Em caso de dificuldade no item **C**, oriente os estudantes a compor a figura, formando um retângulo com medidas de dimensões 30 cm e 41 cm e, depois, retirar desse retângulo a parte acrescentada. Outra possibilidade é decompor a figura em retângulos não sobrepostos, calcular a medida da área de cada parte e, em seguida, adicioná-las.

## 7. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida da área de triângulos e de retângulos.

### Como proceder

• Ao perceber dificuldade, oriente os estudantes a decompor a figura em retângulos e triângulos e, em seguida, a calcular as medidas das áreas.

## 8. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida da área de um trapézio.

### Como proceder

• Em caso de dificuldade no cálculo da área, desenhe o trapézio na lousa e indique a base maior, a base menor e sua altura.

## 9 e 10. Objetivo

• Conferir se os estudantes calculam a medida de volume de um cubo.

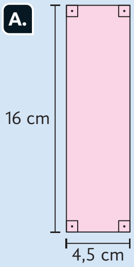
### Como proceder

• Desenhe a figura da atividade **9** na lousa ou leve para a sala de aula cubinhos do material dourado e a reproduza. Em seguida, sugira aos estudantes que completem essa figura de modo a obter o menor cubo. Outra possibilidade é orientá-los a analisar a quantidade de cubinhos do empilhamento nas três dimensões e utilizá-la para calcular a medida do volume do cubo. Na atividade **10**, verifique se eles calculam o volume do cubo adequadamente. Ao constatar dificuldade nos cálculos, retome as explicações da página **208**.

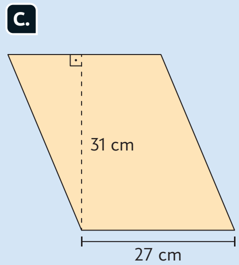
**6.** Calcule a medida da área das figuras representadas a seguir.

**Atenção!**
A figura **C** representa um paralelogramo.

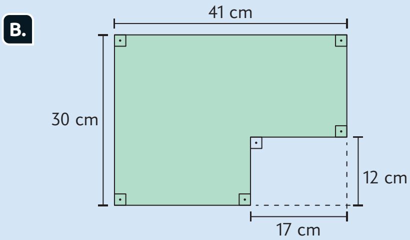
**A.**




**C.**



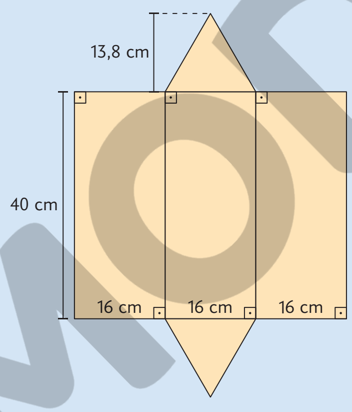

**B.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

6. Respostas: A. 72 cm²; B. 1026 cm²; C. 837 cm².

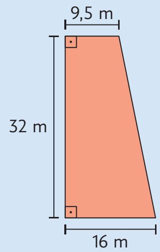
**7.** Juliana confeccionou uma caixa em formato de prisma de base triangular. Analise o molde utilizado por ela.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Quantos centímetros quadrados de cartolina ela utilizou?
7. Resposta: 2140,8 cm².

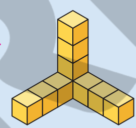
**8.** A imagem a seguir representa um terreno em formato de trapézio.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida da área desse terreno?
8. Resposta: 408 m².

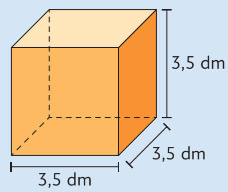
**9.** Pedro está empilhando pequenos cubos do material dourado. A seguir, estão representados os cubos que ele já empilhou.
9. Resposta: 54 cubinhos.



RAFAELA PANISSA/ARQUIVO DA EDITORA

Pedro pretende obter um empilhamento em formato cúbico. No mínimo, quantos cubos ele ainda precisa colocar nesse empilhamento?

**10.** Determine a medida do volume do cubo a seguir.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

10. Resposta: 42,875 dm³.

**11.** Antônio planeja construir um reservatório de água com formato de paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões internas medem 3 m, 2 m e 1,5 m. Qual é a medida do volume desse reservatório?
11. Resposta: 9 m³.



212

## 11. Objetivo

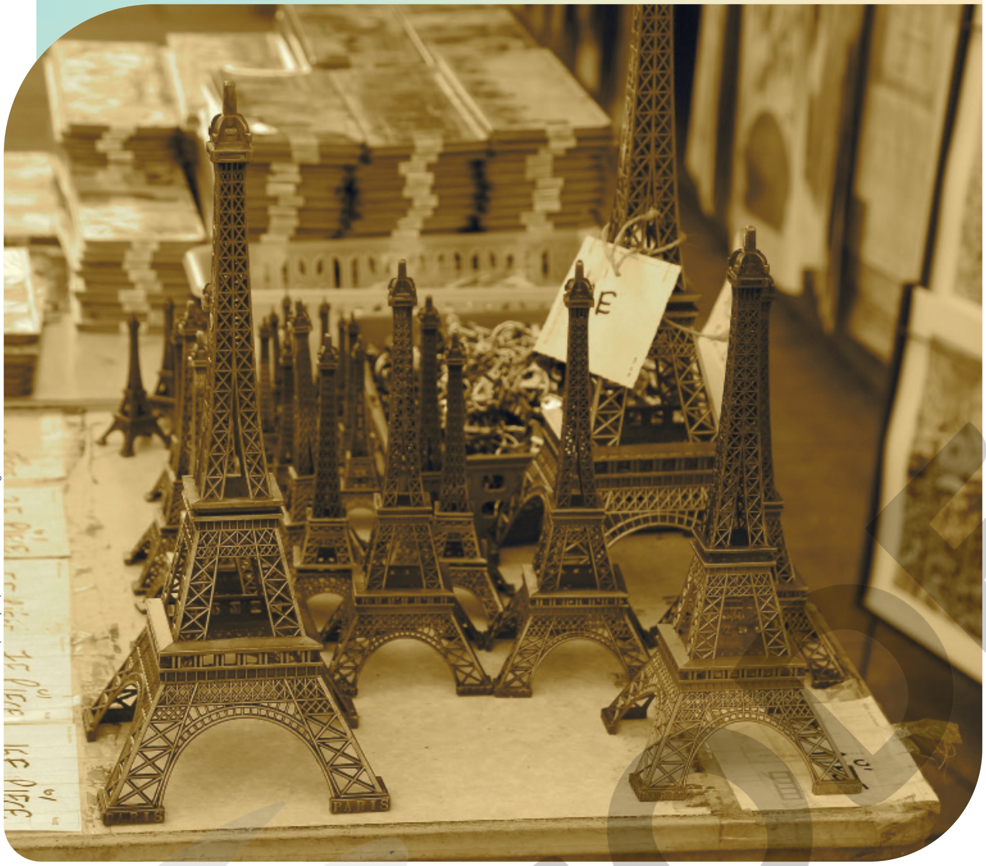
• Verificar se os estudantes calculam a medida de volume de um paralelepípedo reto retângulo.

### Como proceder

• Em caso de dificuldade, sugira aos estudantes que desenhem na folha de papel avulsa o paralelepípedo reto retângulo e, se necessário, retome as explicações da página **207**.

UNIDADE

# 9 Proporção



SUJATA JANA/EYEEM/GETTY IMAGES

Exemplares de souvenir em miniatura da Torre Eiffel, as quais são lembranças turísticas referentes à cidade de Paris, na França.



**Agora vamos estudar...**

- grandezas diretamente e inversamente proporcionais;
- regra de três e grandezas diretamente proporcionais;
- regra de três e grandezas inversamente proporcionais.



- A página de abertura desta unidade apresenta uma imagem com miniaturas da Torre Eiffel, uma das construções mais emblemáticas da França, localizada na cidade de Paris. A Torre Eiffel foi construída no século XIX, em celebração ao centenário da Revolução Francesa (1789). É feita de ferro, mede cerca de 300 m de altura e tem sido um dos pontos turísticos mais visitados do mundo.

Comente com os estudantes que é uma prática comum a venda de miniaturas de construções de grande relevância e pergunte se eles têm ou já tiveram miniaturas de construções ou carros, por exemplo, levando-os a estabelecer relação com os conteúdos a serem estudados na unidade.

Pergunte a eles se conhecem outras construções notáveis ao redor do mundo, como as pirâmides do Egito, a Torre de Pisa, na Itália, ou a grande muralha da China.

**Metodologias ativas**

Ao desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. É possível obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**Sugestão de avaliação**

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, proponha-lhes o seguinte problema:

Considerando que a Torre Eiffel mede 300 m e que uma miniatura dessa construção tem medida de altura 2 000 vezes menor, qual é a medida da altura dessa miniatura em centímetros?

**Resolução e comentários**

Inicialmente, convertemos a medida da altura que está em metros em uma medida expressa em centímetros. Como 1 m = 100 cm, temos:

$300 \cdot 100 = 30\,000$

Chamando $x$ a medida da altura da miniatura, segue que $2\,000x = 30\,000$.

Dividindo ambos os lados da igualdade por 2 000, temos:

$\frac{2\,000x}{2\,000} = \frac{30\,000}{2\,000}$

$x = 15$

Portanto, cada miniatura tem 15 cm de medida de altura.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Objetivos da unidade

- Efetuar cálculos envolvendo grandezas diretamente proporcionais.
- Identificar grandezas não proporcionais.
- Efetuar cálculos envolvendo grandezas inversamente proporcionais.
- Obter razões entre duas grandezas.
- Reconhecer grandezas inversamente proporcionais.
- Usar regra de três para resolver situações-problema com grandezas diretamente proporcionais.
- Utilizar regra de três para resolver situações-problema com grandezas inversamente proporcionais.
- Resolver e elaborar situações-problema.

## Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para os estudantes aprofundarem o trabalho com as noções de proporcionalidade, conceito presente em muitas situações cotidianas. A proporcionalidade é explorada de maneira contextualizada, a fim de levá-los a diferenciar grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, além de identificar grandezas que não são proporcionais.

O desenvolvimento do trabalho com regra de três visa propor resolução e elaboração de situações-problema que envolvam grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

# Grandezas diretamente proporcionais

Jorge foi almoçar em um restaurante que cobra R$ 4,80 a cada 100 g de alimento vendido. Sabendo que ele colocou em seu prato exatamente 500 g de alimento, quantos reais ele pagou por essa quantidade?

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Para obter o preço que Jorge pagou, podemos organizar as informações da seguinte maneira:

| Quantidade de alimento (em g) | Preço (em R$) |
|---|---|
| 100 | 4,80 |
| 500 | ? |

$\cdot 5$ $\qquad$ $\cdot 5$

Como o preço está relacionado diretamente à quantidade de alimento, e 500 g de alimento correspondem a 5 vezes 100 g, o valor a ser pago também deve ser multiplicado por 5, ou seja:

$$4{,}80 \cdot 5 = 24$$

Assim, Jorge pagou R$ 24,00 por essa quantidade de alimento.

Nessa situação, podemos observar que o preço a ser pago varia de acordo com a quantidade de alimento: se a quantidade aumentar 5 vezes, então o preço a ser pago também aumentará 5 vezes; se diminuir pela metade, então o preço a ser pago também vai diminuir pela metade; e assim por diante. Assim, podemos dizer que a quantidade de alimento e o preço a ser pago são **grandezas diretamente proporcionais**.

**Atenção!**
Na situação apresentada, as grandezas envolvidas são **quantidade de alimento** (em g) e **preço** (em R$).

Existem casos, porém, em que duas grandezas não são proporcionais entre si.

Por exemplo, as grandezas idade e altura de uma pessoa não são proporcionais entre si: uma pessoa cuja medida da altura é 1,30 m com 9 anos de idade não terá altura medindo 2,60 m quando tiver 18 anos de idade.

**Questão 1.** Cite oralmente, com a ajuda dos **colegas**, outros exemplos de duas grandezas que são diretamente proporcionais entre si. Questão 1. Sugestão de resposta: A quantidade de pães comprados em uma padaria e o valor, em reais, a ser pago; a quantidade de calças produzidas em uma fábrica e a quantidade de funcionários para confeccioná-las, entre outras.







- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro para que, em duplas, eles tentem calcular quantos reais Jorge pagou por 500 g de alimento. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

- A questão **1** permite o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 2** por incentivar a curiosidade e o espírito de investigação, e da capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender grandezas que são proporcionais entre si.

## Grandezas inversamente proporcionais

Mateus contratou 4 operários para construir sua casa. Esses operários levarão 210 dias para terminar a construção.

Mantendo o mesmo ritmo de trabalho, quantos dias 8 operários levariam para construir a mesma casa?

Para responder a essa pergunta, podemos organizar os dados da seguinte maneira:

| Quantidade de operários | Medida de tempo (em dias) |
| --- | --- |
| 4 | 210 |
| 8 | ? |

$4 \xrightarrow{\cdot 2} 8$ e $210 \xrightarrow{:2} ?$

A quantidade de operários dobrou, ou seja, foi multiplicada por 2. Nesse caso, se eles mantiverem o mesmo ritmo de trabalho, a medida de tempo gasta para terminar a construção será reduzida pela metade, ou seja, será dividida por 2.

$$210 \boxed{: 2} = 105$$

Assim, 8 operários levarão 105 dias para terminar essa construção.

Nessa situação, podemos observar que a medida do tempo gasta para terminar a construção depende da quantidade de operários: se a quantidade de operários triplicar, a medida de tempo gasta para a construção diminuirá pela terça parte; se a quantidade de operários diminuir pela metade, a medida de tempo gasta para a construção será o dobro; e assim por diante. Portanto, podemos dizer que a quantidade de operários e a medida de tempo gasta para construir a casa são **grandezas inversamente proporcionais**.

**Questão 2.** Cite oralmente, com a ajuda dos **colegas**, outros exemplos de duas grandezas que são inversamente proporcionais entre si.

Questão 2. Sugestão de resposta: A medida da velocidade média de um automóvel (km) e a medida do tempo (h) para chegar ao destino desejado; a quantidade de costureiros para confeccionar determinada quantidade de roupas e a medida do tempo (h) necessária para concluir a encomenda, entre outras.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**1.** O dono de uma lanchonete organizou o preço de venda de 1 a 5 salgados.

| Quantidade de salgados | Preço (em R$) |
| --- | --- |
| 1 | 4,30 |
| 2 | 8,60 |
| 3 | 12,90 |
| 4 | 17,20 |
| 5 | 21,50 |

**a)** Calcule o preço de: 1. Resposta: a) R$ 64,50; R$ 120,40.

- 15 salgados.
- 28 salgados.

**b)** O preço e a quantidade de salgados são grandezas diretamente proporcionais? Por quê? 1. b) Resposta: Sim. Sugestão de resposta: Duplicando a quantidade de salgados, o preço também duplicará; triplicando a quantidade de salgados, o preço também triplicará; reduzindo a quantidade de salgados à metade, o preço também será reduzido à metade; e assim por diante.



- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro para que, em grupos previamente determinados, eles determinem quantos dias 8 operários levariam para construir a casa. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- A questão **2** permite o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 2** por incentivar a curiosidade e o espírito de investigação, e a capacidade de produzir argumentos convincentes recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender grandezas que são inversamente proporcionais entre si. Após os estudantes citarem grandezas inversamente proporcionais entre si, oriente-os a verificar se elas realmente são inversamente proporcionais, atribuindo valores para elas.

### Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações referentes a essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- As tarefas propostas nesta unidade desenvolvem a habilidade **EF07MA17** por levar os estudantes a resolver e a elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando expressões algébricas para apresentar a relação entre elas.
- Ao responderem ao item **b** da atividade **1**, verifique se os estudantes identificam por meio de cálculos que se referem às grandezas diretamente proporcionais.

### Algo a mais

- No artigo citado a seguir, é explorada a aplicação de proporcionalidade no estudo de áreas. Em particular, o objetivo deste trabalho é desenvolver, por meio do ensino de proporcionalidade, a compreensão das relações quantitativas do trabalho agrícola e sua aplicação em áreas cultiváveis.

PARRA, Francisco Roberto. *Aplicação de proporção no estudo de áreas cultiváveis*. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. Paraná, 2013. v. II. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_artigo_francisco_roberto_parra.pdf. Acesso em: 20 jun. 2022.

• As atividades **2** e **4** possibilitam trabalhar com grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Caso os estudantes tenham dificuldade para resolvê-las, no caso da atividade **2**, instigue-os a montar em um quadro, como apresentado na atividade **1** da página anterior. Já na atividade **4**, explique aos estudantes que a quantidade de dias foi reduzida pela metade, ou seja, foi dividida por 2. Então, Juliano precisa dobrar a quantidade de colheitadeiras, isto é, multiplicar 3 por 2. Nesse caso, alugando o dobro de colheitadeiras, o tempo gasto para concluir toda a colheita será reduzido pela metade, quer dizer, será dividido por 2.

• A atividade **3** possibilita uma articulação com o componente curricular de **Ciências**. Diga aos estudantes o quanto é importante acompanhar a medida da massa corporal para prevenir doenças. Incentive-os a pensar em uma alimentação balanceada para obter uma vida saudável. Tal proposta favorece o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Alimentação e nutrição**. Diga aos estudantes que a massa corporal é influenciada por diversos fatores relacionados à saúde, como alimentação e exercícios. Esta atividade aborda também a **Competência geral 8** ao relacionar a importância de conhecer-se, apreciar-se e cuidar da saúde física.

**Metodologias ativas**

Para desenvolver as atividades **3** e **6**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**2.** Em uma indústria, certa máquina produz 250 peças por hora. Em quantas horas essa mesma máquina vai produzir 1 500 peças? 2. Resposta: 6 horas.

**3.** A seguir está indicada a medida da massa corporal de Isabel em algumas idades.

| Idade (em anos) | Medida da massa corporal (em kg) |
|---|---|
| 2 | 13 |
| 10 | 30 |
| 12 | 40 |
| 14 | 52 |

**a)** Com base nas informações, é possível saber a medida da massa corporal que Isabel terá aos 16 anos?

**b)** As grandezas idade e medida da massa corporal são proporcionais?

3. Respostas: a) Não; b) Não.

**4.** Para colher o trigo que plantou, Juliano alugou 3 colheitadeiras que, juntas, vão concluir toda a colheita em 8 dias. Quantas colheitadeiras Juliano precisaria alugar para realizar a mesma colheita em 4 dias, mantendo o mesmo ritmo de trabalho?

4. Resposta: 6 colheitadeiras.

**5.** Para obter 1 kg de carne de marisco, é necessário recolher cerca de 15 kg de mariscos. De acordo com essa informação, temos:

| Carne (em kg) | Mariscos (em kg) |
|---|---|
| 1 | 15 |
| 2 | 30 |
| 3 | 45 |
| 4 | 60 |
| 5 | 75 |
| 6 | 90 |
| 7 | 105 |
| 8 | 120 |

Nessa situação, a medida de massa de carne obtida varia de acordo com a medida da massa de mariscos recolhida: obtém-se 1 kg de carne a cada 15 kg de mariscos, 2 kg de carne a cada 30 kg de mariscos, e assim por diante.

Com base nas informações, podemos escrever as seguintes frações e simplificá-las.

$\dfrac{2^{\,:2}}{30_{\,:2}} = \dfrac{1}{15}$ $\dfrac{3^{\,:3}}{45_{\,:3}} = \dfrac{1}{15}$ $\dfrac{4^{\,:4}}{60_{\,:4}} = \dfrac{1}{15}$

Note que a fração irredutível obtida nas simplificações é a mesma em todos os casos.

Dizemos que $\frac{1}{15}$ ou 1 : 15 é a **razão** entre as duas grandezas apresentadas. Uma das maneiras de ler essa razão é **1 está para 15**.

Leia as informações a seguir e obtenha a razão entre as grandezas apresentadas em cada item.

**a)** Em um vestibular, 350 candidatos fizeram inscrição para o curso de Matemática, que oferece 50 vagas. Obtenha a razão entre a quantidade de candidatos e a quantidade de vagas.

**b)** Na turma de Cristina, a cada 10 estudantes, 5 são meninas. Obtenha a razão entre a quantidade de meninas e a quantidade de estudantes dessa turma.

**c)** Em uma padaria, a cada 10 pães vendidos, 8 são pães de leite. Obtenha a razão entre a quantidade de pães de leite e a quantidade de pães vendidos.

**6.** Certa torneira pingando desperdiça 46 L de água por dia. Em 30 dias, quantos litros de água serão desperdiçados por essa torneira? 6. Resposta: 1380 L.

5. Sugestões de respostas: a) $\frac{350}{50}$ ou $\frac{7}{1}$ ou 350 : 50 ou 7 : 1; b) $\frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2}$ ou 5 : 10 ou 1 : 2; c) $\frac{8}{10}$ ou $\frac{4}{5}$ ou 8 : 10 ou 4 : 5.

216



• Na atividade **5**, explique aos estudantes que temos, nessa situação, a razão **1 está para 15**, ou seja, para obter 1 kg de carne de marisco é necessário recolher cerca de 15 kg desses animais. Se considerarmos que com 15 kg recolhidos obtém-se 1 kg de carne, então temos a razão **15 está para 1**.

• Na atividade **6**, leve os estudantes a refletir sobre o desperdício de água. Tal proposta favorece o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Educação ambiental**. Peça aos estudantes que façam uma reflexão e produzam, em conjunto, alguns cartazes com informações relacionadas à economia de água e os divulguem na escola. A produção de cartazes em grupo desenvolve a **Competência geral 4** por levar os estudantes a se expressarem, a partilhar informações e a produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo, e também a **Competência geral 9** por exercitar a empatia, o diálogo e a resolução de conflitos.

# Regra de três e grandezas diretamente proporcionais

A **regra de três** é outra maneira de resolver situações-problema que envolvem grandezas proporcionais. A seguir, vamos apresentar uma situação e como resolvê-la usando a regra de três.

O carro de Joana percorre, em média, 100 km com 7 L de combustível. Para percorrer 400 km, esse mesmo carro gasta, em média, 28 L de combustível.

De acordo com essas informações, temos:

| Medida da distância (em km) | Quantidade de combustível (em L) |
|---|---|
| 100 | 7 |
| $\cdot 4$ ↓ | $\cdot 4$ ↓ |
| 400 | 28 |

Nessa situação, quadruplicando a medida da distância percorrida, a quantidade de combustível também quadruplicará; triplicando a medida da distância percorrida, a quantidade de combustível também triplicará; reduzindo a medida da distância percorrida à metade, a quantidade de combustível também será reduzida à metade; e assim por diante. Dessa maneira, a medida da distância percorrida e a quantidade de combustível gasta são grandezas diretamente proporcionais.

Como são grandezas diretamente proporcionais, temos:

$$\frac{100}{400} = \frac{1}{4} \text{ e } \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

A fração irredutível obtida nas simplificações é a mesma, então as frações são equivalentes e, assim, podemos escrever a seguinte **proporção**:

$$\frac{100}{400} = \frac{7}{28}$$

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Uma das maneiras de ler essa proporção é: **100 está para 400** assim como **7 está para 28**.

Podemos multiplicar os dois membros da proporção inicialmente por 28 e, em seguida, por 400, sem ela se alterar.

**1º** $\frac{100}{400} \cdot 28 = \frac{7}{\cancel{28}} \cdot \cancel{28}$  **2º** $\frac{100}{\cancel{400}} \cdot 28 \cdot \cancel{400} = 7 \cdot 400$  **3º** $\underbrace{100 \cdot 28}_{2\,800} = \underbrace{7 \cdot 400}_{2\,800}$

De maneira prática, essas multiplicações equivalem a multiplicar o numerador de uma fração pelo denominador da outra.

$$\frac{100}{400} = \frac{7}{28}$$

$$7 \cdot 400 = 2\,800 \qquad 100 \cdot 28 = 2\,800$$

Assim, $7 \cdot 400 = 100 \cdot 28$.





- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, para que, em duplas, eles tentem calcular quantos quilômetros o carro de Joana percorre, em média, com 42 L. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

## Sugestão de avaliação

Para avaliar o aprendizado dos estudantes com relação aos conteúdos estudados até esse momento, sugira a atividade a seguir, escrevendo-a na lousa para que eles possam copiar.

- Escreva a razão entre as grandezas apresentadas em cada item.

**a )** Em uma empresa com 40 funcionários, 28 utilizam transporte público para ir à empresa.

**b )** Em uma eleição, havia 160 candidatos a vereador concorrendo a 20 vagas.

**c )** Em uma sala de aula, dos 45 estudantes, 23 são meninas.

### Resoluções e comentários

**a )** Podemos representar a quantidade de funcionários que utilizam transporte público pela fração $\frac{28}{40}$ ou, na forma simplificada, $\frac{7}{10}$, ou seja, 7 a cada 10 funcionários da empresa utilizam transporte público.

**b )** É possível indicar a quantidade de candidatos que concorre à vaga para vereador pela fração $\frac{20}{160}$ ou, na forma simplificada, $\frac{1}{8}$, isto é, 1 a cada 8 candidatos concorre à vaga para vereador.

**c )** Podemos simbolizar a quantidade de estudantes em uma sala de aula pela fração $\frac{23}{45}$, ou seja, 23 a cada 45 estudantes são meninas.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

• Na teoria apresentada nesta página, verifique se os estudantes percebem que, ao substituir $x$ por 600 na igualdade $\frac{100}{x} = \frac{7}{42}$, é possível verificar que ela é verdadeira, pois as frações $\frac{100}{600}$ e $\frac{7}{42}$ são equivalentes (a fração irredutível correspondente a elas é $\frac{1}{6}$).

**Atividade a mais**

Para complementar o trabalho com os conteúdos desta página proponha aos estudantes a tarefa a seguir.

• Calcule quantos quilômetros o carro de Joana percorre, em média, com as seguintes quantidades de combustível.

**a)** 21 L
**b)** 35 L
**c)** 49 L
**d)** 56 L

**Resoluções e comentários**

**a)** $\frac{100}{x} = \frac{7}{21}$

$7 \cdot x = 100 \cdot 21$

$\frac{7x}{7} = \frac{2\,100}{7}$

$x = 300$

Portanto, com 21 L, o carro de Joana percorre 300 km.

**b)** $\frac{100}{x} = \frac{7}{35}$

$7 \cdot x = 100 \cdot 35$

$\frac{7x}{7} = \frac{3\,500}{7}$

$x = 500$

Portanto, com 35 L, o carro de Joana percorre 500 km.

**c)** $\frac{100}{x} = \frac{7}{49}$

$7 \cdot x = 100 \cdot 49$

$\frac{7x}{7} = \frac{4\,900}{7}$

$x = 700$

Portanto, com 49 L, o carro de Joana percorre 700 km.

**d)** $\frac{100}{x} = \frac{7}{56}$

$7 \cdot x = 100 \cdot 56$

$\frac{7x}{7} = \frac{5\,600}{7}$

$x = 800$

Portanto, com 56 L, o carro de Joana percorre 800 km.

Podemos calcular quantos quilômetros o carro de Joana percorre, em média, com 42 L de combustível. Para isso, vamos denominar $x$ a medida da distância que o carro percorre com 42 L de combustível. Assim, temos:

| Medida da distância (em km) | Quantidade de combustível (em L) |
|---|---|
| 100 | 7 |
| $x$ | 42 |

Como a distância percorrida e a quantidade de combustível gasta são grandezas diretamente proporcionais, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{100}{x} = \frac{7}{42}$$

Resolvemos essa proporção e obtemos o valor de $x$.

**Atenção!**

Na proporção ao lado, o produto de $x$ e 7 é igual ao produto de 100 e 42.

$$\frac{100}{x} = \frac{7}{42}$$

$$7 \cdot x = 100 \cdot 42$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{4\,200}{7}$$

$$x = 600$$

Os dois membros da equação foram divididos pelo mesmo número, nesse caso, por 7, para que em um dos membros ficasse apenas $x$.

Assim, o carro de Joana percorre, em média, 600 km com 42 L de combustível.

Agora, analise outra situação.

Um pai dividiu uma herança de R$ 64900,00 entre seus dois filhos de 35 e 24 anos de idade. A herança foi dividida em partes diretamente proporcionais às suas idades. Sabendo disso, quantos reais cada filho recebeu?

Como a herança foi dividida em partes diretamente proporcionais às idades, adicionamos as idades dos filhos ($35 + 24 = 59$), que corresponde ao total da herança, em reais. Depois, organizamos as informações para calcular quantos reais o filho mais velho recebeu.

**Filho mais velho**

| Idade (em anos) | Herança (em R$) |
|---|---|
| 59 | 64900 |
| 35 | $x$ |

$$\frac{59}{35} = \frac{64\,900}{x}$$

$$59x = 64\,900 \cdot 35$$

$$\frac{59x}{59} = \frac{2\,271\,500}{59}$$

$$x = 38\,500$$

Portanto, o filho mais velho recebeu R$ 38500,00 de herança.

**Questão 3.** Agora, em seu caderno, de maneira semelhante, calcule quantos reais o filho mais novo recebeu. Questão 3. Resposta: R$ 26400,00.





• Na questão **3**, verifique se os estudantes realizaram os cálculos de maneira semelhante ao mostrado na página, visto que a questão pode ser resolvida de outras maneiras.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**7.** Determine o valor de $x$ de modo que os números da coluna **A** sejam diretamente proporcionais aos números da coluna **B**. 7. Respostas: a) $x = 12$; b) $x = 10$

a)

| A | B |
|---|---|
| 3 | 2 |
| $x$ | 8 |

b)

| A | B |
|---|---|
| 5 | $x$ |
| 3 | 6 |

**8.** Efetue os cálculos e determine o valor de $x$ nas proporções a seguir.

a) $\frac{2}{3} = \frac{6}{x}$

b) $\frac{4}{5} = \frac{x}{15}$

c) $\frac{x}{12} = \frac{4}{8}$

d) $\frac{7}{x} = \frac{1}{2}$

e) $\frac{x}{9} = \frac{14}{18}$

f) $\frac{8}{x} = \frac{24}{12}$

g) $\frac{64}{32} = \frac{16}{x}$

h) $\frac{25}{215} = \frac{x}{43}$

8. Respostas: a) $x = 9$; b) $x = 12$; c) $x = 6$; d) $x = 14$; e) $x = 7$; f) $x = 4$; g) $x = 8$; h) $x = 5$.

**9.** Misturando 5 L de tinta branca com 4 L de tinta azul, Renato obteve determinada tonalidade de tinta. Quantos litros de tinta azul ele deve misturar a 30 L de tinta branca para obter a mesma tonalidade da primeira mistura?

9. Resposta: 24 L.

**Atenção!**

| Tinta branca (em L) | Tinta azul (em L) |
|---|---|
| 5 | 4 |
| 30 | $x$ |

**10.** Com 3 latas de leite condensado, Camila prepara 130 docinhos. Quantas latas de leite condensado ela vai precisar para fazer uma encomenda de 650 docinhos iguais a esse? 10. Resposta: 15 latas de leite condensado.

**Atenção!**

| Quantidade de latas de leite condensado | Quantidade de docinhos |
|---|---|
| 3 | 130 |
| $x$ | 650 |

**11.** Uma bomba puxa 30 L de água a cada 15 s. Quantos litros de água essa mesma bomba puxa em 1 min?

11. Resposta: 120 L.

**12.** Fábio comprou um pedaço de queijo com 300 g e pagou R$ 6,50. Quantos gramas desse mesmo queijo ele poderá comprar com R$ 26,00? 12. Resposta: 1200 g.

**13.** Dois amigos, de 10 e 12 anos de idade, repartirão entre si 121 figurinhas em partes diretamente proporcionais a suas idades. Quantas figurinhas o amigo mais novo vai receber?

13. Resposta: 55 figurinhas.

**14.** O café é uma fruta originária da Etiópia, na África. Porém foram os árabes que propagaram a cultura do café pelo mundo. A palavra "café" originou-se do termo árabe *qahwa*, que significa vinho, por isso, na Europa, o café era conhecido como "vinho da Arábia".

Sabendo que 30 kg de café cru em grãos rendem 26 kg de café torrado, quantos quilogramas de café cru serão necessários para obter 208 kg de café torrado?

14. Resposta: 240 kg.

**15.** Carla, Sílvia e Gustavo compraram uma empresa em sociedade. Cada um participou, respectivamente, com as seguintes quantias em dinheiro: R$ 10000,00, R$ 20000,00 e R$ 30000,00. No balanço do final do ano, foi verificado que a empresa teve lucro de R$ 12000,00, o qual foi repartido entre os sócios em partes diretamente proporcionais às quantias investidas. Quantos reais cada sócio recebeu?

**16.** Leia a frase a seguir.

Uma máquina produz 10000 peças em 4 h.

De acordo com essa frase, **elabore** uma pergunta em que seja possível resolver uma situação-problema por meio de grandezas diretamente proporcionais. Depois, apresente sua pergunta a um colega e verifique se ele a responde corretamente. 16. Resposta pessoal.

15. Resposta: Carla: R$ 2000,00; Silvia: R$ 4000,00; Gustavo: R$ 6000,00.



• As atividades **7** e **8** trabalham o conteúdo de maneira não contextualizada. Certifique-se de que os estudantes compreenderam a estrutura e perceberam o que é essencial em sua formulação.

• As atividades **9**, **10**, **11**, **12**, **13**, **14**, **15** e **16** trabalham com regra de três simples e grandezas diretamente proporcionais. Diga aos estudantes que, ao interpretar um problema envolvendo grandezas proporcionais, a construção de um quadro, como o quadro apresentado na atividade **7**, é um procedimento que facilita e ajuda a organização das informações e, consequentemente, sua resolução.

Se julgar conveniente, na atividade **10**, peça aos estudantes que escolham outro ingrediente e realizem a atividade de maneira semelhante à apresentada. Depois, solicite-lhes que compartilhem com os colegas os resultados obtidos.

Na atividade **11**, lembre os estudantes de que 1 min = 60 s.

Na atividade **14**, aproveite a oportunidade para articulação com aspectos culturais, e para abordar aspectos da **Competência geral 1.** Sugira aos estudantes uma pesquisa sobre como o café foi introduzido no país e a apreciação dos brasileiros por essa bebida.

• A atividade **16** aborda a habilidade **EF07MA17** ao preparar os estudantes para resolver e elaborar um questionamento a partir de uma frase em que seja possível resolver uma situação-problema por meio de grandezas diretamente proporcionais. Além disso, com esta atividade o estudante trabalha situações-problema, incluindo e expressando suas respostas e sintetizando suas conclusões, abordando, assim, a **Competência específica de Matemática 6**. E por exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, aborda também a **Competência geral 9**.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro para que, em duplas, eles tentem calcular quantos pintores seriam necessários para realizar o serviço em 3 dias. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

**Sugestão de avaliação**

Para avaliar o aprendizado dos estudantes com relação aos conteúdos estudados, recomende a atividade a seguir, escrevendo-a na lousa e pedindo a eles que a copiem no caderno.

• Em um canil, certa quantidade de ração alimenta 20 cães durante 5 dias.

**a )** Essa mesma quantidade de ração é suficiente para alimentar 4 cães durante quantos dias?

**b )** Quantos cães é possível alimentar com a mesma quantidade de ração durante 10 dias?

**Resoluções e comentários**

**a )** Essa mesma quantidade de ração é suficiente para alimentar 4 cães durante 25 dias.

$\frac{20}{4} = \frac{5}{x}$

Por serem grandezas inversamente proporcionais, invertemos uma das frações e escrevemos a proporção.

$\frac{20}{4} = \frac{x}{5}$

$4 \cdot x = 20 \cdot 5$

$\frac{4x}{4} = \frac{100}{4}$

$x = 25$

**b )** Durante 10 dias é possível alimentar 10 cães com essa mesma quantidade de ração.

$\frac{20}{x} = \frac{5}{10}$

Por serem grandezas inversamente proporcionais, trocamos uma das frações e anotamos a proporção.

$\frac{x}{20} = \frac{5}{10}$

$10 \cdot x = 20 \cdot 5$

$\frac{10x}{10} = \frac{100}{10}$

$x = 10$

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

# Regra de três e grandezas inversamente proporcionais

Para fazer determinado serviço, 2 pintores levam 12 dias. Trabalhando no mesmo ritmo, 4 pintores levam 6 dias para fazer o mesmo serviço. Assim, temos:

| Quantidade de pintores | Medida de tempo (em dias) |
| --- | --- |
| 2 | 12 |
| 4 | 6 |

$$2 \xrightarrow{\cdot 2} 4 \qquad 12 \xrightarrow{:2} 6$$

Essas grandezas são inversamente proporcionais, pois, quando dobramos a quantidade de pintores (de 2 para 4), a quantidade de dias reduz-se pela metade (de 12 para 6). Nessa situação, temos:

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ e } \frac{12}{6} = \frac{2}{1}$$

Como a fração irredutível obtida nas simplificações não é a mesma, concluímos que as frações não são equivalentes. De fato, essas frações não poderiam ser equivalentes, pois, se fossem, as grandezas seriam diretamente proporcionais.

Contudo, se invertemos uma das frações, obtemos uma proporção.

$$\frac{2}{4} = \frac{6}{12}, \text{ pois } \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ e } \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ ou } \frac{4}{2} = \frac{12}{6}, \text{ pois } \frac{4}{2} = 2 \text{ e } \frac{12}{6} = 2$$

Desse modo, obtemos uma proporção tal que, multiplicando o numerador de uma fração pelo denominador da outra, obtemos o mesmo resultado.

$$\frac{2}{4} = \frac{6}{12} \qquad 6 \cdot 4 = 24 \qquad 2 \cdot 12 = 24$$

ou

$$\frac{4}{2} = \frac{12}{6} \qquad 12 \cdot 2 = 24 \qquad 4 \cdot 6 = 24$$

É possível calcular quantos pintores deveriam ser contratados para realizar o mesmo serviço em 3 dias, mantendo o mesmo ritmo de trabalho, usando procedimento semelhante.

Para resolvermos essa situação, vamos chamar de $x$ a quantidade de pintores que deveria ser contratada.

| Quantidade de pintores | Medida de tempo (em dias) |
| --- | --- |
| 2 | 12 |
| $x$ | 3 |

Como a quantidade de pintores e a medida de tempo gasto para fazer o serviço são grandezas inversamente proporcionais, invertemos uma das frações e escrevemos a proporção.

$$\frac{2}{x} = \frac{3}{12}$$

Resolvemos, então, usando a regra de três e obtemos o valor de $x$.

$$\frac{2}{x} = \frac{3}{12}$$
$$3 \cdot x = 2 \cdot 12$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$$
$$x = 8$$

Os dois membros da equação foram divididos pelo mesmo número, nesse caso, por 3, para que em um dos membros ficasse apenas $x$.

Assim, deveriam ser contratados 8 pintores para realizar o mesmo serviço em 3 dias.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**17.** Determine o valor de $x$ de modo que os números da coluna **A** sejam inversamente proporcionais aos números da coluna **B**. 17. Respostas: a) $x = 4$; b) $x = 3$.

**a)**

| A | B |
|---|---|
| $x$ | 12 |
| 6 | 8 |

**b)**

| A | B |
|---|---|
| 9 | 8 |
| 24 | $x$ |

**18.** Lendo 12 páginas por dia, Regina conseguiu terminar de ler um livro em 28 dias.

**a)** Mantendo o mesmo ritmo de leitura, quantas páginas Regina deveria ter lido por dia, para que tivesse concluído a leitura do livro em 16 dias?

**b)** Quantas páginas esse livro tem?

18. Respostas: a) 21 páginas; b) 336 páginas.

**Atenção!**

| Quantidade de páginas lidas por dia | Medida de tempo (em dias) |
|---|---|
| 12 | 28 |
| $x$ | 16 |

**19.** Com certa quantidade de ração, Joaquim alimenta 40 cabeças de gado durante 7 dias. Durante quantos dias essa mesma quantidade de ração será suficiente para alimentar 70 cabeças de gado?

19. Resposta: 4 dias.

**Atenção!**

| Quantidade de cabeças de gado | Quantidade de dias |
|---|---|
| 40 | 7 |
| 70 | $x$ |

**20.** Cléber fez o percurso entre duas cidades em 6 h, com medida de velocidade média de 75 km/h. Que medida da velocidade média ele deveria manter para fazer o mesmo percurso em 5 h? 20. Resposta: 90 km/h.

**21.** Para retirar o entulho de uma construção, um caminhão com medida de capacidade de 500 L fez 24 viagens. Se fosse utilizado um caminhão com medida de capacidade de 600 L, quantas viagens seriam necessárias?

21. Resposta: 20 viagens.

**22.** A água potável levada a um acampamento com 45 pessoas é suficiente para 7 dias. Caso fossem 18 pessoas a mais no acampamento, essa mesma quantidade de água seria suficiente para quantos dias? 22. Resposta: 5 dias.

**23.** **Elabore** uma atividade cujas grandezas estejam no quadro a seguir. Em seguida, dê para um colega resolver. Por fim, verifique se a resposta está correta.

23. Resposta pessoal.

**Atenção!**

| Quantidade de máquinas | Quantidade de dias |
|---|---|
| 4 | 25 |
| 10 | $x$ |





- Verifique se os estudantes percebem que, ao substituir $x$ por 8 na igualdade $\frac{2}{x} = \frac{3}{12}$, podemos verificar que ela é verdadeira, pois $\frac{2}{8}$ e $\frac{3}{12}$ são frações equivalentes (a fração irredutível correspondente a elas é $\frac{1}{4}$).
- A atividade **17** trabalha o conteúdo de maneira não contextualizada. Verifique se os estudantes compreenderam a estrutura e perceberam o que é essencial em sua formulação.
- As atividades **18**, **19**, **20**, **21**, **22** e **23** trabalham com regra de três simples e grandezas inversamente proporcionais. Verifique se os estudantes entendem por que é necessário fazer a inversão da razão ao calcular grandezas inversamente proporcionais e mostre a utilidade de um quadro, como o apresentado na atividade **17**, para facilitar a organização das informações e, consequentemente, a sua resolução.
- A atividade **23** aborda a habilidade **EF07MA17** ao propor a resolução e elaboração de uma tarefa com base em grandezas apresentadas em um quadro, na qual seja possível resolver uma situação-problema por meio de grandezas inversamente proporcionais. Ainda, essa atividade busca levar o estudante a enfrentar situações-problema, incluindo e expressando suas respostas, e sintetizando suas conclusões, abordando, dessa maneira, a **Competência específica de Matemática 6**. E por exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, aborda também a **Competência geral 9**.

### Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações referentes a essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## 1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais.

## Como proceder

- Ao constatar dificuldade, sugira que verifiquem se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Depois, oriente-os a determinar o valor gasto com o abastecimento de gasolina usando a regra de três.

## 2. Objetivo

- Analisar se os estudantes estão aptos a resolver problemas envolvendo grandezas de espécies diferentes diretamente proporcionais.

## Como proceder

- Em caso de dificuldade, evidencie que uma densidade demográfica de 58,19 hab./km$^2$ indica que no Paraná residem, em média, aproximadamente 58 habitantes por km$^2$.

## 3. Objetivo

- Averiguar se os estudantes obtêm um valor a partir de uma relação envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

## Como proceder

- Se houver dificuldade, lembre os estudantes de como utilizar a regra de três quando as grandezas são diretamente proporcionais e quando são inversamente proporcionais.

## 4. Objetivo

- Verificar se os estudantes resolvem problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.

## Como proceder

- Caso haja dificuldade, sugira que verifiquem se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Depois, oriente-os a determinar a medida da velocidade média utilizando a regra de três.

## 5. Objetivo

- Avaliar se os estudantes são capazes de resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais.

## Como proceder

- Em caso de dificuldade, oriente os estudantes a desenhar um quadro com três linhas e duas colunas. Na primeira linha de uma coluna, eles devem representar a grandeza valor monetário em reais, e na mesma linha da segunda coluna, a grandeza valor monetário em dólares. Em seguida, eles devem escrever no quadro a relação 9072 reais correspondem a 1800 dólares.

## 6. Objetivo

- Verificar se os estudantes resolvem problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.

## Como proceder

- Havendo dificuldade, escreva na lousa a razão por peça de tecido entre a quantidade de camisetas de tamanho P e a quantidade de camisetas de tamanho M, que será $\frac{28}{35}$.

---

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Débora abasteceu seu carro bicombustível com 39 L de gasolina a R$ 7,26 o litro. O litro do etanol custava R$ 5,14.

Com o mesmo valor gasto para abastecer o carro com gasolina, Débora abasteceria seu carro com aproximadamente quantos litros de etanol? 1. Resposta: Aproximadamente 55 L.

**2.** **Densidade demográfica** é a quantidade média de habitantes de um lugar por quilômetro quadrado. Se dissermos, por exemplo, que a densidade demográfica de um lugar é 23 hab./km$^2$, queremos dizer que nesse local há, em média, 23 habitantes para cada quilômetro quadrado.

A tabela a seguir registra dados sobre a população e a densidade demográfica dos estados da Região Sul do Brasil, de acordo com a projeção estimada pelo IBGE em 2021.

**População e densidade demográfica dos estados da Região Sul (em 2021)**

| Estado | População | Densidade demográfica (em hab./km$^2$) |
|---|---|---|
| Paraná | 11 597 484 | 58,19 |
| Santa Catarina | 7 338 473 | 76,66 |
| Rio Grande do Sul | 11 466 630 | 40,7 |

Fonte de pesquisa: IBGE. *Cidades e Estados*. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/html. Acesso em: 17 mar. 2022.

De acordo com essas informações, determine a medida da área total aproximada dos estados da Região Sul, em 2021.

2. Resposta: Paraná: 199 304 km$^2$, Santa Catarina: 95 728 km$^2$; Rio Grande do Sul: 281 735 km$^2$.

**3.** Determine um valor para $x$ de modo que os números da coluna **A** sejam, em relação aos números da coluna **B**:

**a)** diretamente proporcionais.

**b)** inversamente proporcionais.

| A | B |
|---|---|
| 6 | 10 |
| $x$ | 12 |

3. Respostas: a) $x = 7{,}2$; b) $x = 5$.

**4.** Seja para passeio, exercícios físicos ou locomoção, andar de bicicleta pode ser um modo muito prazeroso de prevenir problemas de saúde, manter o bem-estar, a qualidade de vida e ainda preservar o meio ambiente.

Pensando nesses benefícios, Bruna anda frequentemente de bicicleta. Certo dia, ela fez um percurso em 3 h com uma medida de velocidade média de 12 km/h. Para fazer o mesmo percurso em 2 h, Bruna deve andar com qual velocidade média?

4. Resposta: 18 km/h.

**5.** Para comprar 1800 dólares em certo dia, Guilherme gastou R$ 9072,00. Considerando o mesmo dia, quantos:

**a)** reais ele gastará para comprar 2 500 dólares?

**b)** dólares ele compraria com R$ 14 112,00?

5. Respostas: a) R$ 12 600,00; b) 2 800 dólares.

**6.** Com uma peça de tecido Jaqueline faz 28 camisetas P longa ou 35 de tamanho M de modelo *baby look*. Sabendo que Jaqueline já fez 25 das camisetas de tamanho M, determine a quantidade de camisetas de tamanho P que é possível produzir com o que sobrou da peça de tecido.

6. Resposta: Jaqueline conseguirá fazer 8 camisetas de tamanho P.

UNIDADE

# 10 Porcentagem


BILLION PHOTOS/SHUTTERSTOCK

Parte do painel de uma bolsa de valores, com informações sobre algumas ações e títulos em negociação, entre elas o preço e a porcentagem que indica a variação do valor no dia.



## Agora vamos estudar...

- o conceito de porcentagem;
- a relação entre fração e porcentagem;
- situações que envolvem o uso e o cálculo de porcentagem.



- A página de abertura desta unidade apresenta a imagem de parte do painel de dados de uma bolsa de valores, um ambiente onde se negociam ativos financeiros. Com o passar dos anos, as negociações começaram a ser executadas em ambientes *on-line*, democratizando o acesso à renda variável e popularizando o mercado de ações. Na bolsa de valores, são comprados e vendidos ativos financeiros de várias categorias. Ações de uma empresa são uma delas. Quando uma pessoa compra uma ação, ela acaba por ser proprietária de uma pequena parte da corporação, tornando-se acionista e podendo se beneficiar de parte dos resultados que ela obtiver. Existem muitas bolsas de valores no mundo, como a Nyse e a Nasdaq, ambas localizadas na cidade de Nova York, nos Estados Unidos, e a B3, localizada na cidade de São Paulo, no Brasil.

Em seguida, explore com os estudantes, de maneira superficial, como esse ambiente funciona. Após esse momento, leia a página de abertura e comece o trabalho com porcentagem.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

### Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, proponha-lhes o seguinte problema: Uma TV, que custa R$ 1200,00, estava em promoção com um desconto de 10%. Como ela não foi vendida, a loja decidiu dar um novo desconto de 5%. Considerando esses dois descontos sucessivos, qual será o preço a ser pago por essa televisão?

### Resolução e comentários

Como 10% de 1200 é 120, então $1200 - 120 = 1080$, segue que o preço da TV ao considerar o primeiro desconto é R$ 1080,00. Por outro lado, ao calcular 5% de 1080, temos como resultado 54. Assim, $1080 - 54 = 1026$. Portanto, o preço da TV com o segundo desconto aplicado é R$ 1026,00.

Mais informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Objetivos da unidade

- Compreender o conceito de porcentagem.
- Representar um mesmo número na forma de fração decimal, número decimal e porcentagem.
- Compreender porcentagem como uma razão.
- Escrever frações na forma de porcentagem.
- Relacionar uma fração a uma porcentagem.
- Escrever um número decimal na forma de porcentagem.
- Calcular porcentagem de uma quantidade e em relação a um acréscimo e a um desconto.
- Compreender porcentagem como uma grandeza diretamente proporcional.
- Usar regra de três para resolver problemas que envolvem porcentagem.
- Resolver e elaborar situações-problemas envolvendo porcentagem com as ideias de acréscimo e desconto.

## Justificativas

Porcentagem é um conteúdo matemático de grande relevância para a aprendizagem dos estudantes, pois está presente nos mais variados contextos do cotidiano, como em situações associadas ao comércio, para calcular acréscimos e descontos, além de interpretar dados estatísticos veiculados pela mídia. Nesta unidade, a porcentagem é apresentada de forma contextualizada, estando relacionada a ocasiões que podem ser enfrentadas pelos estudantes, o que propicia a realização de cálculos de porcentagens de uma quantidade, a compreensão das diferentes representações de uma porcentagem. Além disso, os estudantes são incentivados a representar porcentagens na forma decimal, na forma de fração e a usar a regra de três para calculá-las.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à porcentagem. Permita que resgatem o conhecimento prévio deles sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Nesta página, é apresentada a noção de porcentagem e a representação decimal e fracionária a fim de sistematizar que a porcentagem envolve a ideia de parte de um todo dividido em 100 partes iguais.

# Estudando porcentagem

## Porcentagem de uma quantidade

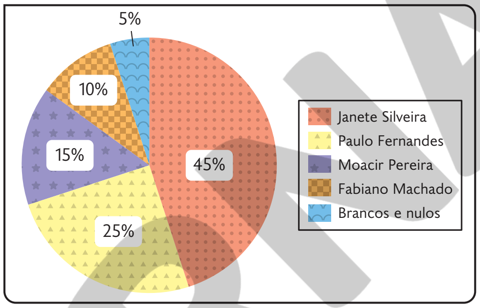
A seguir, são apresentadas três situações relacionadas com **porcentagem**, sendo que a primeira envolve votos em uma eleição, e as outras duas, respectivamente, **desconto** e **acréscimo**.

### Situação 1

Em certa cidade, 5000 eleitores votaram para preencher o cargo de prefeito. Verifique no gráfico o resultado dessa eleição.

De cada 100 eleitores, 45 votaram em Janete Silveira. A relação 45 em cada 100 pode ser representada por uma fração cujo denominador é igual a 100, ou seja, pela fração decimal $\frac{45}{100}$. Essa relação também pode ser representada pelo número decimal 0,45 e por 45% (lê-se quarenta e cinco por cento).

**Resultado das eleição para prefeito – novembro de 2023**






Fonte de pesquisa: dados da prefeitura.





**Porcentagem** é uma fração de denominador 100. Quando indicamos 35%, por exemplo, estamos considerando a fração decimal $\frac{35}{100}$.

**Questão 1.** Junte-se a um colega e pesquisem como surgiu o cálculo de porcentagens. Em seguida, anotem no caderno as informações mais relevantes sobre o assunto.

Questão 1. Resposta na seção **Resoluções**.

**Atenção!**

A pesquisa proposta na questão **1** pode ser feita em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

Analisando o gráfico, percebemos que Janete Silveira ganhou a eleição obtendo 45% do total de votos. Para determinar a quantidade de votos que ela recebeu, precisamos calcular 45% de 5000.

Nessa situação, 5000 representa o total de eleitores que votaram, ou seja, o todo, que corresponde a 100%. Para obter 45% de 5000, efetuamos o seguinte cálculo:

$$45\% \text{ de } 5\,000 \rightarrow \frac{45}{100} \cdot 5\,000 = 0{,}45 \cdot 5\,000 = 2\,250$$

Portanto, Janete Silveira obteve 2250 votos.

**Questão 2.** Calcule no caderno a quantidade de votos que Paulo Fernandes obteve.

Questão 2. Resposta: 1250 votos.

224

- Com relação à **Situação 1**, ao explicar como se pode calcular a quantidade de votos de Janete, avalie a possibilidade de mostrar aos estudantes, por meio de cálculos, se possível, com auxílio do material dourado, que podemos inicialmente dividir o todo (5000 votos) em 100 partes iguais, obtendo 50, que representa 1%. Por meio desta relação, também é possível concluir que, se 500 representam 10%, então 2500 representam 50%, de modo a auxiliá-los na realização do cálculo mental em várias situações. Por fim, para obter a quantidade de votos correspondente a 45%, ou seja, 2250 votos, eles podem transformar os 45% na forma decimal e multiplicar por 5000.
- Os nomes dos candidatos e os dados do gráfico apresentados nesta página são fictícios.
- Na questão **1**, os estudantes têm a oportunidade de pesquisar o surgimento do conteúdo de porcentagem e comparar seu uso atualmente. É importante socializar os principais resultados com todos eles.
- Na questão **2**, verifique se os estudantes aplicaram o conhecimento prévio deles, se fizeram o cálculo mental ou se usaram a forma decimal.

## Situação 2

Uma loja está vendendo alguns produtos com 30% de **desconto** na compra à vista.

Imagens não proporcionais entre si.

SERGIY KUZMIN/SHUTTERSTOCK

Televisor. R$ 1440,00

FLEUR_DE_PAPIER/SHUTTERSTOCK

*Tablet*. R$ 1500,00

SASHKIN/SHUTTERSTOCK

Máquina de lavar roupas. R$ 1600,00

Qual é o preço à vista do televisor?

Podemos responder a essa questão, calculando inicialmente 30% de R$ 1440,00 para obter o valor do desconto.

Calcular 30% de 1440 equivale a efetuar $\frac{30}{100} \cdot 1440 = 432$. Portanto, 30% de R$ 1440,00 é igual a R$ 432,00.

Por fim, subtraímos, do preço do televisor, o valor do desconto, e obtemos o preço dele à vista.

**Atenção!**

Note que podemos calcular 30% de 1440 efetuando $0{,}3 \cdot 1440$, pois $\frac{30}{100} = 0{,}3$.

$$1440 - 432 = 1008, \text{ ou seja, R\$ } 1008{,}00.$$

Outra maneira de obter essa resposta é calcular 70% de R$ 1440,00, pois o valor do televisor sem o desconto corresponde a 100%, o desconto é de 30% e 100% − 30% = 70%.

Calcular 70% de 1440 equivale a efetuar $\frac{70}{100} \cdot 1440 = 1008$. Sendo assim, 70% de R$ 1440,00 é igual a R$ 1008,00.

Portanto, o preço do televisor à vista é R$ 1008,00.

**Questão 3.** Quantos reais custa o *tablet* à vista? E a máquina de lavar roupas? Efetue os cálculos necessários em seu caderno. Questão 3. Resposta: R$ 1050,00; R$ 1120,00.

**Atenção!**

Os cálculos podem ser realizados em uma calculadora.

## Situação 3

Em fevereiro, Edgar recebeu um salário de R$ 1890,00. No mês seguinte, ele teve um aumento salarial, com um **acréscimo** de 8,5% em relação ao mês anterior. Com esse acréscimo, Edgar passou a receber quantos reais de salário?

Para saber o novo salário de Edgar, inicialmente calculamos o valor do acréscimo, que corresponde a 8,5% de R$ 1890,00.

Calcular 8,5% de 1890 é o mesmo que efetuar $\frac{8{,}5}{100} \cdot 1890 = 160{,}65$. Portanto, 8,5% de R$ 1890,00 é igual a R$ 165,65.





- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes as situações **2** e **3**, apresentadas nesta página, antes de abordá-las no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular o preço à vista do televisor e o acréscimo ao salário de Edgar. Para isso, escreva na lousa os enunciados. Depois, considerando as estratégias e resoluções desenvolvidas por eles para obter o desconto e o acréscimo, sistematize na lousa as explicações encontradas no livro.
- Se julgar conveniente, proponha a resolução da questão **3** em duplas ou em trios e, depois, valide com todos as estratégias de resolução.
- As situações **2** e **3** estão diretamente relacionadas a contextos presentes no cotidiano dos estudantes ou de seus familiares. É importante abordar outras situações semelhantes para que eles possam vivenciá-las. Se possível, leve para a sala de aula encartes de mercadorias de várias lojas que apresentam preços à vista ou a prazo. Em seguida, peça-lhes que, em pequenos grupos, elaborem e resolvam problemas com base em um produto escolhido por eles. Socialize com os estudantes os resultados obtidos, anotando na lousa os casos mais curiosos. Discuta com eles as taxas percentuais cobradas pelos lojistas no final do prazo, crie um ambiente para que possam conversar sobre o uso consciente do dinheiro, a fim de se tornarem adultos que saibam controlar seus gastos, associando as situações ao tema contemporâneo transversal **Educação financeira**. Depois, sistematize na lousa como o livro apresenta a maneira de calcular acréscimos e descontos.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as situações **2** e **3** apresentadas nesta página, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• As atividades desta unidade desenvolvem a habilidade **EF07MA02**, ao propor aos estudantes que resolvam e elaborem problemas que envolvem porcentagens, abordando acréscimos e decréscimos simples, por meio de estratégias pessoais, como cálculo mental ou o uso da calculadora.

• A questão **4** aborda o cálculo de acréscimo, relacionado ao aumento do salário de Edgar. Verifique as estratégias e resoluções desenvolvidas pelos estudantes para obter o resultado dessa questão. Depois, escolha um deles para ir até a lousa e apresentar aos colegas como obteve a resposta da questão.

• O trabalho relacionado à fração e porcentagem permite que os estudantes compreendam a equivalência entre frações, nesse caso, com o denominador igual a 100. Após uma conversa com eles sobre fração e porcentagem, apresente na lousa o modo como $\frac{4}{5}$ foi transformado em $\frac{80}{100} = 80\%$.

• Na atividade **1**, os estudantes são incentivados a analisar duas figuras e a identificar a razão entre parte e todo. Aproveite a atividade e oriente-os a produzir o significado para as representações de fração decimal, número decimal e porcentagem indicada pelo símbolo %.

• A atividade **2** trabalha o cálculo de porcentagem de uma quantidade. Analise a maneira como os estudantes realizaram os cálculos. Anote na lousa os diferentes procedimentos realizados por eles para a resolução do mesmo item, conferindo, por exemplo, se fizeram cálculo mental e se transformaram a porcentagem na forma decimal e a multiplicaram. Se possível, peça a eles que utilizem uma calculadora para conferir os cálculos que fizeram.

• Na atividade **3**, todos os itens apresentam frações próprias com denominadores que favorecem o uso de frações equivalentes com denominadores iguais a 100. Tire melhor proveito da situação e apresente outras frações para que os estudantes compreendam a importância das diferentes representações.

Por fim, adicionamos o valor do acréscimo à quantia recebida em fevereiro e obtemos o novo salário de Edgar.

$$1890 + 160{,}65 = 2\,050{,}65, \text{ ou seja, R\$ } 2050{,}65.$$

Agora, analisaremos outra maneira de obter essa resposta. Para isso, vamos considerar que o salário de fevereiro corresponde a 100%. Como o acréscimo é de 8,5%, para determinar o salário de março, calculamos 108,5% de R$ 1890,00, pois 100% + 8,5% = 108,5%.

Calcular 108,5% de 1890 é o mesmo que efetuar $\frac{108{,}5}{100} \cdot 1890 = 2\,050{,}65$. Sendo assim, 108,5% de R$ 1890,00 é igual a R$ 2050,65.

Portanto, Edgar passou a receber R$ 2050,65 de salário.

**Questão 4.** Responda no caderno: se houvesse um acréscimo de 10,5% ao salário de Edgar em fevereiro, quanto ele receberia no mês seguinte? Questão 4. Resposta: R$ 2088,45.

## Fração e porcentagem

Neste tópico, vamos analisar uma maneira de transformar frações em porcentagens. Para isso, considere a fração $\frac{5}{25}$. Sabemos que:

$$\frac{5}{25} = 5 : 25 = 0{,}2$$

Como $100\% = \frac{100}{100} = 1$, utilizando regra de três, determinamos a porcentagem correspondente a 0,2.

| Número decimal | Porcentagem |
|---|---|
| 0,2 | $x$ |
| 1 | 100 |

$$\frac{0{,}2}{1} = \frac{x}{100} \Rightarrow 1 \cdot x = 100 \cdot 0{,}2 \Rightarrow x = 20$$

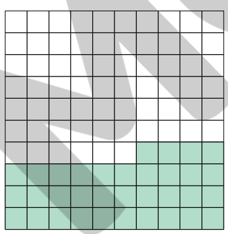
Logo, 0,2 = 20%. Portanto, $\frac{5}{25} = 20\%$.

## Atividades

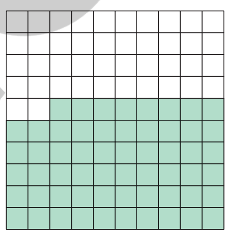
Faça as atividades no caderno.

**1.** Cada figura foi dividida em quadrados iguais. Escreva no caderno a fração decimal, o número decimal e a porcentagem que representam as partes coloridas de verde em cada figura.

**A.**



**B.**



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

1. Respostas: A. $\frac{34}{100}$; 0,34 e 34%; B. $\frac{58}{100}$; 0,58 e 58%.

**2.** Efetue os cálculos a seguir.

**a)** 10% de 1050 L.
**b)** 25% de 800 mL.
**c)** 40% de 2200 mm.
**d)** 60% de 525 cm.
**e)** 75% de 1000 km.
**f)** 90% de 480 t.

2. Respostas: a) 105 L; b) 200 mL; c) 880 mm; d) 315 cm; e) 750 km; f) 432 t.

**3.** Escreva as frações na forma de porcentagem.

**a)** $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{1}{5}$ **d)** $\frac{1}{2}$ **e)** $\frac{3}{5}$

3. Respostas: a) 25%; b) 40%; c) 20%; d) 50%; e) 60%.







### Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

4. Resposta: a) Loja **A**: R$ 864,00; Loja **B**: R$ 833,00; Loja **B**.

**4.** Para economizar, Gisele prefere efetuar o pagamento de suas compras à vista quando possível. Ela quer comprar um *smartphone* e está fazendo uma pesquisa de preços. Após visitar duas lojas, ela encontrou os seguintes valores para o mesmo modelo de aparelho.

Loja **A**


Loja **B**


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

Imagens não proporcionais entre si.

**a)** Quantos reais custa o *smartphone* à vista em cada loja? Em qual delas esse preço é menor?

**b)** Você acha mais vantajoso fazer compras à vista ou a prazo?

4. b) Resposta pessoal.

**c)** Converse com seus colegas e, com ajuda do professor, faça uma lista com os benefícios de fazer compras à vista ou a prazo.

4. c) Resposta nas **orientações ao professor**.

**d)** Após conversar com seus colegas, você mudou de opinião a respeito de sua resposta ao item **b**? Justifique seu posicionamento.

4. d) Resposta pessoal.

**5.** Um caderno em certa papelaria custa R$ 18,00. Na compra de três desses cadernos, são oferecidas duas opções.

- 1ª opção: adquirir dois cadernos ao preço da etiqueta cada um e o terceiro com 20% de desconto.
- 2ª opção: obter desconto de 10% no preço total dos três cadernos.

**a)** Qual opção oferece o menor preço na compra dos 3 cadernos?

**b)** Qual é a diferença de preço entre a 1ª e a 2ª opção?

**c)** Em sua opinião, é importante analisar as opções oferecidas pela loja antes de realizar o pagamento? Justifique sua resposta.

5. Respostas: a) 2ª opção; b) R$ 1,80; c) Resposta pessoal.

**6.** Fernando quer comprar uma moto e verificou as seguintes opções nos classificados de um *site*.

6. a) Respostas: O valor em reais da entrada da moto **A** é R$ 9401,00 e da moto **B**, R$ 6855,00; b) Na moto **A**.

Moto **A**


Moto **B**


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Qual é o valor, em reais, da entrada de cada moto?

**b)** Em qual das motos Fernando vai pagar prestações de menor valor?

7. Resposta: a) 40%; b) Manhã: 1422 estudantes; tarde: 1264 estudantes; noite: 474 estudantes.

**7.** Uma escola tem 3160 estudantes distribuídos em três períodos, conforme o quadro a seguir.

| Período | Porcentagem |
|---|---|
| Manhã | 45% |
| Tarde | ■ |
| Noite | 15% |

**a)** Qual é a porcentagem de estudantes no período da tarde?

**b)** Determine a quantidade de estudantes em cada período.

**8.** (Obmep–2017) Em uma festa havia somente 3 mulheres, e 99% dos convidados eram homens. Quantos homens devem deixar a festa para que a porcentagem de homens passe a ser igual a 98% do total de participantes?

**a)** 3 **b)** 30 **c)** 100 **d)** 150 **e)** 297

8. Resposta: Alternativa **d**.





**Metodologias ativas**

Para desenvolver o trabalho com as atividades **4**, **5** e **6**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**Resposta**

**4. c)** Espera-se que os estudantes concluam que o pagamento à vista pode gerar desconto e facilitar a organização financeira, evitando o endividamento e o compromisso de realizar o pagamento de parcelas de tempos em tempos. O pagamento a prazo dá ao consumidor a oportunidade de comprar o produto sem necessariamente ter a quantia total, e pode ser vantajoso para as pessoas se organizarem melhor financeiramente.

- As atividades **4** e **5** apresentam contextos presentes no cotidiano dos estudantes. Aproveite essas atividades e converse com eles sobre o consumo responsável e a importância de realizar uma pesquisa de preços antes de efetuar uma compra. Além disso, essas atividades em pequenos grupos promovem reflexões sobre as vantagens de fazer compras à vista ou a prazo e de analisar condições de pagamentos, proporcionando o desenvolvimento da empatia, do diálogo, da cooperação e do respeito ao outro, assuntos relacionados às **Competências gerais 7** e **9** e também ao tema contemporâneo transversal **Educação financeira**. Para aprimorar o trabalho com descontos, apresente, na lousa, os diferentes modos de resolução dessas atividades.
- A atividade **6** compara dois preços que requerem cálculos com porcentagens diferentes e análise das condições de pagamento. Para tirar melhor proveito dessa situação, discuta com os estudantes a questão de pagar uma prestação de menor valor por mais tempo e de pagar uma prestação de maior valor por menos tempo. Assim como as atividades anteriores, esta é referente ao tema contemporâneo transversal **Educação financeira**
- A atividade **7** propõe aos estudantes que compreendam que o total de um valor equivale a 100%. Além disso, requer o cálculo das porcentagens de uma quantidade (números de estudantes de uma escola). Instigue-os sobre o modo de realizar este cálculo.
- A atividade **8** indica que 3 mulheres correspondem a 1% das pessoas que estão na festa, permitindo calcular que os 99% dos homens correspondem a 297 pessoas. Na nova situação, diminuir 1% dos homens significa que as 3 mulheres correspondem a 2% do total de pessoas e os 98% dos homens correspondem a 147 pessoas. Para concluir, efetue 297 − 147 = 150. Se achar conveniente, explore as diferentes maneiras de resolver esta atividade.

- As atividades **9**, **10** e **11** envolvem análise, reflexão e cálculo mental para realizar decomposição e composição de números, descontos, acréscimos e decisão para compras à vista ou a prazo. As atividades **9** e **11** requerem o cálculo mental para obter descontos. Para isso, incentive o registro dos processos de resolução, e, depois, anote na lousa algumas decomposições e composições feitas por alguns deles, para que possam comparar com as dos colegas. A atividade **10** envolve o cálculo de acréscimo de quantidades. Verifique os processos utilizados pelos estudantes, permita que os comparem entre eles e explique o cuidado que se deve ter ao realizar compras a prazo, devido aos acréscimos. Na atividade **11**, eles podem conferir os resultados com o uso de uma calculadora. Avalie a necessidade de providenciar e levar algumas calculadoras para a sala de aula. Discuta com eles a importância dos descontos para a organização financeira de uma família.
- A atividade **12** propõe aos estudantes a elaboração do enunciado de um problema envolvendo um contexto de acréscimo ou desconto com porcentagem. Esse tipo de estrutura de atividade permite aos estudantes que realizem investigações, desenvolvendo o uso da criatividade e da imaginação, colaborando também para o desenvolvimento do respeito mútuo ao resolver e corrigir o problema um do outro, por meio de estratégias pessoais, cálculo mental e uso de calculadora, desenvolvendo assim as **Competências gerais 7** e **9**, além da habilidade **EF07MA02**.

## Atividade a mais

Para complementar o trabalho desta página, proponha aos estudantes a atividade a seguir, reproduzindo-a na lousa para que eles a copiem no caderno.

Em uma indústria, trabalham 1270 funcionários, dos quais 60% são homens.

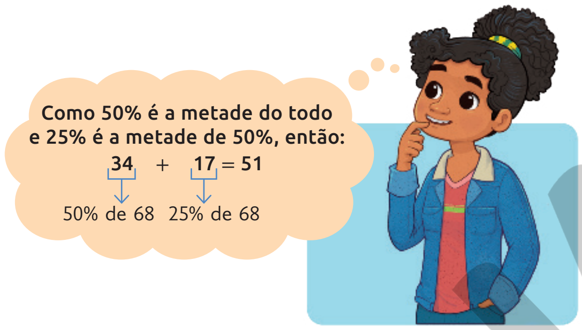
**a )** Quantos homens trabalham nessa indústria? E quantas mulheres?

**b )** Que porcentagem de mulheres que trabalham nessa indústria essa quantidade representa?

**9.** No Dia do Estudante, uma livraria ofereceu 75% de desconto em livros de literatura. Janaína separou o livro representado a seguir para comprar nesse estabelecimento. Analise como ela pensou para calcular mentalmente o valor do desconto.

HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

Preço à vista: R$ 68,00




ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, o desconto será de R$ 51,00.

Usando esse procedimento, calcule **mentalmente** o valor do desconto na compra, nessa livraria, de um livro de literatura que custe:

**a)** R$ 48,00. **b)** R$ 52,00. **c)** R$ 84,00. **d)** R$ 30,00.

9. Respostas: a) R$ 36,00; b) R$ 39,00; c) R$ 63,00; d) R$ 22,50.

**10.** O preço à vista de dois produtos em uma loja de eletrodomésticos está discriminado nas imagens a seguir.

PPART/SHUTTERSTOCK

Preço à vista: R$ 399,00

COOL PHOTO GIRL/ SHUTTERSTOCK

Preço à vista: R$ 470,00

Imagens não proporcionais entre si.

Calcule no caderno o preço de cada produto na venda a prazo, sabendo que eles sofrem um acréscimo de 14% em relação ao valor à vista.

10. Resposta: O preço do fogão será R$ 454,86 e o do micro-ondas, R$ 535,80.

**11.** Uma loja de produtos eletrônicos oferece 25% de desconto nas compras com pagamento à vista. Pedro comprou um jogo de *videogame* cujo preço sem desconto é de R$ 96,00.

**a)** Sabendo que Pedro comprou o jogo à vista, calcule **mentalmente** o preço pago por ele.

**b)** Com auxílio de uma calculadora, verifique se a resposta obtida por você no item **a** está correta. 11. Respostas: a) R$ 72,00; b) Resposta pessoal.

**12.** **Elabore** um problema envolvendo desconto ou acréscimo com porcentagem no enunciado, em contexto de compra e venda. Em seguida, **junte-se** a um colega e resolvam o problema um do outro. Depois, verifiquem se responderam a eles corretamente.

12. Resposta pessoal.







## Resoluções e comentários

**a )** Podemos resolver esta atividade de várias maneiras. A seguir, apresentamos uma sugestão de resolução.

Para obter o número de homens, pode-se transformar 60% na fração $\frac{60}{100}$, depois na escrita decimal $\frac{60}{100} = 0{,}6$, e multiplicar pela quantidade de homens, ou seja, $0{,}6 \times 1270 = 762$. Para determinar a quantidade de mulheres, basta subtrair a quantidade de funcionários da indústria da quantidade de homens, ou seja, $1270 - 762 = 508$.

Portanto, nessa indústria trabalham 762 homens e 508 mulheres.

**b )** Se o todo é representado por 100%, calculamos $100\% - 60\% = 40\%$, obtendo a porcentagem de 40%, que representa a quantidade de mulheres.

228

## Porcentagem e regra de três

Outra maneira de resolver situações-problema que envolvem porcentagens é usando a regra de três. Considere o preço de um refrigerador em uma loja de eletrodomésticos durante uma promoção.


ILUSTRAÇÕES DE ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA. FOTO: ANY THINGS/SHUTTERSTOCK



Qual é a porcentagem de desconto no preço desse refrigerador em promoção?

Para resolver essa situação, inicialmente calculamos o valor do desconto, em reais, subtraindo R$ 1870,00 de R$ 2 200,00.

$$\text{R\$ } 2\,200{,}00 - \text{R\$ } 1870{,}00 = \text{R\$ } 330{,}00$$

Agora vamos chamar de $x$ a porcentagem que corresponde ao desconto. Nesse caso, temos:

| Porcentagem | Valor (em R$) |
|---|---|
| 100 | 2 200 |
| $x$ | 330 |

**Atenção!**
O preço do refrigerador sem o desconto corresponde a 100%.

Temos a seguinte proporção: $\frac{100}{x} = \frac{2\,200}{330}$.

Então:

$$\frac{100}{x} = \frac{2\,200}{330}$$

$$2\,200 \cdot x = 100 \cdot 330$$

$$\frac{2\,200x}{2\,200} = \frac{33\,000}{2\,200}$$

$$x = 15$$

Os dois membros da equação foram divididos pelo mesmo número (nesse caso, 2 200), para que em um dos membros ficasse apenas $x$.

Logo, a porcentagem de desconto no preço do refrigerador é 15%.



- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em grupos, eles calculem a porcentagem de desconto no preço da geladeira. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro, ou seja, a estratégia da regra de três, contando com a participação dos estudantes. Incentive-os a verificar que, neste caso, estamos calculando uma taxa percentual equivalente ao desconto, que é um valor em reais.
- Aproveite esta estratégia para auxiliar os estudantes no cálculo de grandezas diretamente proporcionais, como a porcentagem, mas também nas grandezas inversamente proporcionais. Ao trabalhar os cálculos de porcentagens com o uso de regra de três, é importante que os estudantes entendam porcentagem como uma razão, um caso particular de proporção. Explore com eles o que são grandezas diretamente proporcionais e por que podemos considerar a porcentagem como uma delas. Explique que, nesse caso, a variação de uma grandeza implica outra na mesma proporção, favorecendo o desenvolvimento do pensamento proporcional de modo que possam compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática, como a unidade temática **Números**, associando a **Competência específica de Matemática 3** a esta abordagem.
- Ao efetuar os cálculos, faz-se o uso da regra de três, envolvendo o conceito de equação, porém o objetivo é apresentar mais uma estratégia para resolver problemas de porcentagens, pois, o foco não deve estar no algoritmo da equação. No entanto, analise como os estudantes lidam com a incógnita e tire proveito disso nas discussões.
- Aproveite a situação do desconto da geladeira para falar da importância de aproveitar descontos promocionais em uma compra, além de saber calcular as taxas percentuais para poder comparar valores entre produtos, oportunizando o trabalho com o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.

**Metodologias ativas**

Para desenvolver o trabalho com a situação explorada nesta página, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Ao trabalhar com as atividades **13** e **14**, verifique se os estudantes percebem que, para resolvê-las, precisam descobrir a taxa percentual, e que, nesse caso, o uso da regra de três é a estratégia mais adequada. Se necessário, com a participação deles, mostre como são escritas as razões e as proporções.
- Na atividade **13**, por envolver produtos essenciais para uma família, é importante discutir o valor do desconto relacionado à taxa percentual, para que possam fazer as comparações, a fim de evitar gastos desnecessários, abordando o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.
- Na atividade **15**, os estudantes precisam interpretar que o valor de R$ 14538,00 equivale ao todo, ou seja, 100%, e que o valor de R$ 290,00 equivale à taxa percentual a ser determinada. Verifique se utilizam a regra de três e como escrevem as razões e a proporção ou se buscam a solução por meio do cálculo mental. Não despreze o uso do cálculo mental, mas diga a eles que a regra de três pode auxiliar os cálculos em diferentes situações.
- Na atividade **16**, o objetivo é fazer os estudantes compararem um preço cheio com outro em que é proposto um desconto de 35%. Enfatize a importância de realizar o cálculo para tomar as decisões e que, nesse caso, a taxa de desconto é atrativa para a compra. Ao realizar o cálculo do desconto, eles perceberão que a conclusão da Jéssica não é a mais adequada e que é preciso ficar atento a essas situações que apelam ao consumo, levando a uma conclusão falsa. Esta atividade oportuniza o trabalho com o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**, além de apresentar um contexto relacionado às **culturas juvenis**, abordando o uso do instrumento *ring ligth* para gravar vídeos em uma rede social. Explore aspectos relacionados a essa cultura e aborde temáticas envolvendo os jovens como consumidores e criadores de culturas e aborde temáticas envolvendo os principalmente questões ligadas ao uso de redes sociais devido ao acesso à internet. Obtenha informações a respeito deste assunto no tópico **Culturas juvenis**, nas orientações gerais deste manual.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**13.** Para cada produto apresentado, calcule a porcentagem correspondente ao desconto oferecido em relação ao preço inicial.

**A.**

STEPHEN VANHORN/SHUTTERSTOCK

De: R$ 105,00
Por: R$ 94,50

Batedeira.

**B.**

ROMAN SAMOKHIN/SHUTTERSTOCK

Imagens não proporcionais entre si.

De: R$ 630,00
Por: R$ 504,00

Fogão.

13. Respostas: A. 10%; B. 20%.

**14.** Em um vestibular, foram aprovados 2610 dos 29000 candidatos inscritos. Qual foi a porcentagem dos reprovados?

14. Resposta: 91%.

**15.** Jáder é vendedor em uma loja de roupas e recebe comissão sobre tudo o que vende. No mês de maio, ele vendeu um total de R$ 14538,00 e recebeu uma comissão de R$ 290,76.

a) De quantos por cento é a comissão que Jáder recebe em relação ao valor que vendeu?

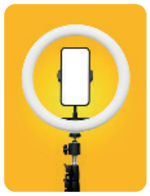
b) Sabendo que, além da comissão, Jáder tem um salário fixo de R$ 1490,00, determine quantos reais ele recebeu ao todo em maio.

15. Respostas: a) 2%; b) R$ 1780,76.

16. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que não, pois o produto custaria R$ 260,00 com 35% de desconto na loja **2**, ou seja, o mesmo preço da loja **1**.

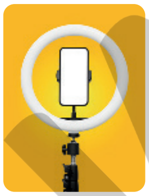
**16.** Para gravar vídeos em sua rede social, Jéssica pesquisou em duas lojas diferentes o preço de um mesmo modelo de iluminador *ring light*.

Loja **1**



R$ 260,00

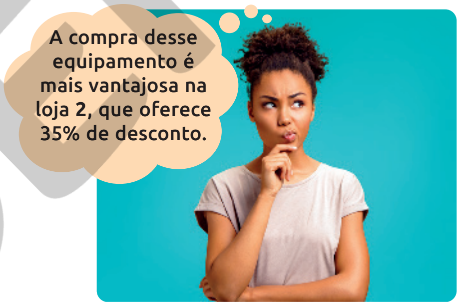
Loja **2**



FOTOS: KHURUZERO/SHUTTERSTOCK

R$ 400,00
No pagamento à vista, ganhe 35% de desconto.

Leia o que Jéssica concluiu após analisar o preço nas duas lojas.




ROMARIO IEN/SHUTTERSTOCK

- Você concorda com Jéssica? Justifique sua resposta.

**17.** Estudantes e professores têm desconto de 20% sobre o preço de um minicurso. Sabendo que o estudante Lucas pagou R$ 33,00, o valor do minicurso sem o desconto é:

a) R$ 39,60.
b) R$ 41,00.
c) R$ 41,15.
d) R$ 41,25.
e) R$ 41,75.

17. Resposta: Alternativa **d**.

230





- A proposta da atividade **17** é relacionada para a compreensão de que R$ 33,00 é o preço com o desconto. Portanto, equivale a 80% do todo, e o valor desconhecido a ser calculado equivale a 100%. Peça aos estudantes que realizem o cálculo e verifique seus procedimentos, converse com eles e questione-os acerca de suas ideias. Em caso de estratégias inadequadas, solicite contraexemplos para que percebam os seus equívocos e possam sanar suas dúvidas.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **13** e **16**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**18.** A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) indica que a população do Brasil era de aproximadamente 205 milhões de habitantes em 2015, dos quais cerca de 31 milhões do total residiam na zona rural.

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9127-pesquisa-nacional-por-amostra-de-domicilios.html?=&t=resultados. Acesso em: 16 mar. 2022.

**a)** Aproximadamente, quantos por cento da população brasileira residia na zona rural em 2015?

**b)** Aproximadamente, quantos habitantes não residiam na zona rural em 2015? Eles representavam aproximadamente quantos por cento da população brasileira em 2015?

**Atenção!**
Arredonde as porcentagens obtidas para a unidade mais próxima.

**19.** Em uma escola, estudam 558 meninos. Essa quantidade corresponde a 45% do total de estudantes.

18. Respostas: a) Aproximadamente 15%; b) Aproximadamente 174 milhões de habitantes; aproximadamente 85%.

| Quantidade de estudantes | Porcentagem |
|---|---|
| 558 | 45 |
| $x$ | 100 |

**Atenção!**
O total de estudantes corresponde a 100%.

**a)** Quantos estudantes estudam ao todo nessa escola?

**b)** Quantas meninas estudam nessa escola?

19. Respostas: a) 1240 estudantes; b) 682 meninas.

20. Respostas: a) Aproximadamente 97%; b) Microcomputador; aproximadamente 46%; c) Aproximadamente 41601000 de domicílios; aproximadamente 61%.

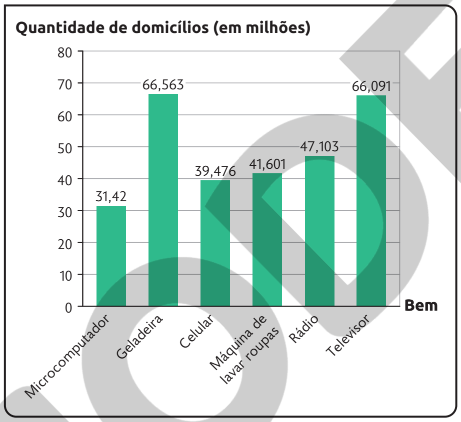
**20.** No gráfico, está representada a quantidade aproximada de domicílios brasileiros nos quais havia alguns bens em 2015. Segundo o IBGE, existiam cerca de 68 milhões de domicílios no Brasil em 2015. Analisando essa informação e as quantidades apresentadas no gráfico, responda às questões a seguir no caderno.

**a)** Em quantos por cento dos domicílios, aproximadamente, havia televisor em 2015?

**b)** Qual dos bens apresentados no gráfico estava presente em menos domicílios? Em aproximadamente quantos por cento deles?

**c)** Em aproximadamente quantos domicílios havia máquina de lavar roupas em 2015? Essa quantidade representava aproximadamente quantos por cento deles?

**Quantidade de domicílios brasileiros em que existiam alguns bens em 2015**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9127-pesquisa-nacional-por-amostra-de-domicilios.html?=&t=resultados. Acesso em: 16 mar. 2022.

**21.** Após um acréscimo, um computador passou a custar R$ 1936,00, o equivalente a 121% do preço anterior. Quantos reais ele custava antes do acréscimo?

21. Resposta: R$ 1600,00.

**Atenção!**
O preço do computador antes do acréscimo corresponde a 100%.





- A atividade **18** aborda o cálculo de taxas percentuais, para o qual uma das estratégias para a solução é o uso da regra de três. Os estudantes precisam reconhecer que os 205 milhões equivalem a 100%. Apresente a eles informações de um contexto que pode ser ampliado, mostrando outras épocas, para que os estudantes calculem e percebam o êxodo rural. Esta atividade sugere o arredondamento das porcentagens. Após a resolução dela, aproveite para complementá-la com outros exemplos e proponha aos estudantes a realização dos arredondamentos, conversando com eles sobre as possibilidades.
- Na atividade **19**, é apresentado aos estudantes um quadro com as razões, deixando evidente que a solução requer o valor correspondente a 100%. Após obter esse valor, peça que organizem outro quadro, como o apresentado, para o cálculo da quantidade de meninos e de meninas.
- Na atividade **20**, informe aos estudantes que os valores apresentados no gráfico foram aproximados para facilitar os cálculos. Segundo o IBGE, em 2015, dos aproximadamente 68000000 de domicílios no Brasil, 46,2% tinham microcomputador; 97,9% tinham geladeira; 58,0% tinham celulares; 61,1% tinham máquina de lavar roupas; 69,2% tinham rádio e 97,1% tinham televisor. Esta atividade traz informações contextualizadas e registradas em um gráfico de barras, sintetizando a leitura, a análise de dados e as conclusões acerca deste assunto, abordando a **Competência específica de Matemática 6**.
- A atividade **21** apresenta uma quantidade em que está inserido um acréscimo, ou seja, que no valor de R$ 1936,00 contém um acréscimo de 21%, equivalendo a 121%. A incógnita da atividade, nesse caso, é o 100% que pode ser calculada utilizando a regra de três. Por se tratar de situações de acréscimo em compra de produtos, leve os estudantes a uma reflexão acerca das condições financeiras, abordando o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.

## Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **21**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## Um pouco mais sobre porcentagem

A seguir é apresentada outra maneira de resolver situações-problema que envolvem porcentagens.

Na ilustração a seguir, está representado o preço de uma camiseta em uma loja, sem e com desconto.


HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Para determinar a porcentagem de desconto que essa loja está oferecendo, inicialmente calculamos o desconto, em reais, subtraindo R$ 36,00 de R$ 48,00.

$$48 - 36 = 12, \text{ ou seja, R\$ } 12{,}00.$$

Em seguida representamos por meio de uma fração a relação entre o valor do desconto e o preço sem o desconto.

R$ 12,00 em R$ 48,00 pode ser representado por $\frac{12}{48}$.

Depois, transformamos a fração obtida em um número decimal. Como $\frac{12}{48} = 12 : 48$, calculamos o resultado da divisão de 12 por 48.

$$\begin{array}{rl} 1\ 2\ 0 & \underline{|\ 4\ 8\ } \\ \underline{-\ 9\ 6} & \ \ 0,\ 2\ 5 \\ 2\ 4\ 0 & \\ \underline{-\ 2\ 4\ 0} & \\ 0 & \end{array}$$

**Atenção!**

O cálculo 12 : 48 também pode ser realizado em uma calculadora.

Assim, $\frac{12}{48} = 12 : 48 = 0{,}25 = \frac{25}{100}$, que é igual a 25%.

Portanto, o desconto oferecido por essa loja é de 25%.

**Questão 5.** No caderno, calcule o valor do desconto no preço de um tênis que está sendo vendido de R$ 140,00 por R$ 112,00. Questão 5. Resposta: R$ 28,00.

**Questão 6.** Determine, em seu caderno, a porcentagem do desconto dado na questão anterior. Questão 6. Resposta: 20%.







- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em grupos, eles calculem quantos por cento de desconto a loja está oferecendo na camiseta. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro. Se julgar conveniente, proponha que o cálculo também seja feito em uma calculadora. Verifique possíveis dificuldades dos estudantes ao realizarem divisões cujo quociente seja um número na forma decimal. Auxilie-os, caso haja dúvidas, e, se necessário, apresente na lousa outras frações para que obtenham o quociente.
- Se achar conveniente, diga aos estudantes que a fração $\frac{12}{48}$ também poderia ser registrada na forma de porcentagem, escrevendo uma fração decimal equivalente a ela, cujo denominador é igual a 100, isto é:

$$\frac{12}{48} \overset{:12}{=} \frac{1}{4} \overset{\times 25}{=} \frac{25}{100}$$

- Este contexto apresenta uma promoção que envolve o cálculo da porcentagem, dando aos estudantes oportunidade de refletir sobre as promoções feitas pelo comércio, como, muitas vezes, os preços promocionais são obtidos. Essa discussão pode ser relacionada ao consumo desnecessário, abordando o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**. Aproveite a situação para conhecer a opinião dos estudantes sobre o consumo deles e de seus familiares.
- Na questão **5**, os estudantes precisam descobrir o desconto subtraindo R$ 112,00 de R$ 140,00. Verifique o raciocínio deles e auxilie-os se necessário.
- Na questão **6**, é preciso identificar o valor equivalente a 100% para representar a fração e, depois, efetuar a divisão. No desenvolvimento dessa questão, repare se os estudantes estão tomando R$ 112,00 como denominador da fração para obter a porcentagem. Caso isso aconteça, anote na lousa as duas frações, $\frac{28}{112}$ e $\frac{28}{140}$, depois compare os quocientes e as porcentagens. Permita que expressem suas ideias e, ao final, sistematize o modo de calcular taxas percentuais usando frações.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a situação apresentada nesta página, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**22.** Responda às questões a seguir. 22. Respostas: a) 30%; b) 20%.

**a)** 156 L correspondem a quantos por cento de 520 L?

**b)** 46 kg correspondem a quantos por cento de 230 kg?

**23.** Um conjunto de sofás custava R$ 1400,00 e teve um acréscimo de R$ 209,85.

**a)** De quantos por cento foi o acréscimo?

**b)** Após um mês, o conjunto de sofás teve um desconto de 15%. Após esse desconto, o preço dele passou a custar quantos reais?

23. Respostas: a) Aproximadamente 15%; b) R$ 1368,37.

**24.** A seguir estão indicadas algumas das despesas mensais de Eduardo.

- Transporte: R$ 220,00.
- Aluguel: R$ 880,00.
- Alimentação: R$ 495,00.

KEITHY MOSTACHI/ ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que seu salário mensal é R$ 2750,00, determine a porcentagem do salário de Eduardo correspondente a cada despesa.

24. Resposta: Transporte: 8%; aluguel: 32%; alimentação: 18%.

**25.** Considerando a importância da reciclagem, surgiu a coleta seletiva de lixo, que, entre outras vantagens, facilita a separação de materiais renováveis e não renováveis e reduz o impacto ambiental causado pelo descarte dos resíduos.

Dados do Compromisso Empresarial para Reciclagem (Cempre), coletados em 2018, registram que, dos 5570 municípios brasileiros, somente 1227 têm coleta seletiva de lixo.

Fonte de pesquisa. CEMPRE. *Ciclosoft 2014*. Disponível em: https://cempre.org.br/pesquisa-ciclosoft/. Acesso em: 17 mar. 2022.

**a)** Considerando esses dados, aproximadamente quantos por cento dos municípios brasileiros não tinham coleta seletiva de lixo em 2018?

25. a) Resposta: Aproximadamente 78%.

**b)** Entreviste algumas pessoas de sua comunidade ou pesquise em *sites* e livros para obter mais informações a respeito da coleta seletiva. Após essa ação, avalie sua opinião a respeito da coleta seletiva e apresente-a aos colegas, argumentando com objetivo de defender suas ideias. 25. b) Resposta pessoal.

**c)** Analisando o resultado de sua entrevista ou pesquisa do item anterior e comparando com suas ideias sobre o assunto, sua opinião anterior a respeito da coleta seletiva mudou? Converse com os colegas e o professor. 25. c) Resposta pessoal.

**26.** (Obmep–2006) Um trabalho de Matemática tem 30 questões de aritmética e 50 de geometria. Júlia acertou 70% das questões de aritmética e 80% do total de questões. Qual o percentual das questões de geometria que ela acertou?

**a)** 43%
**b)** 54%
**c)** 58%
**d)** 75%
**e)** 86%

26. Resposta: Alternativa **e**.





- As atividades **22** e **23** abordam o cálculo envolvendo porcentagem de quantidades. Incentive os estudantes a usar a fração para obter a porcentagem. No item **b** da atividade **23**, os estudantes precisam compreender que o desconto é após o acréscimo, ou seja, que a fração deve ter como denominador o novo valor do sofá. Para tirar melhor proveito desta situação, propicie condições para que eles percebam que adicionar uma porcentagem a um valor não é o mesmo que subtrair a mesma porcentagem do novo valor. O contexto da atividade **23** também propicia condições de abordar o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.
- O contexto da atividade **24** propicia o cálculo de porcentagem das despesas mensais, comum às pessoas, exceto o aluguel para quem tem casa própria. Os estudantes têm a oportunidade de verificar que estas despesas ultrapassam 50% do salário de Eduardo. Questione-os sobre outras despesas que são mensais em uma residência e que não aparecem nesta atividade, levando-os a uma reflexão sobre as despesas extras que podem surgir nas contas familiares em alguns momentos.
- A atividade **25** traz o contexto da coleta seletiva do lixo, promovendo novas práticas sociais e de produção e consumo, aspectos importantes para a conscientização individual e coletiva para reduzir o impacto ambiental, abordando o tema contemporâneo transversal **Educação ambiental**. Explique aos estudantes que coleta seletiva de lixo é a coleta de resíduos para reciclagem. Nessa coleta é recolhido resíduo produzido que seja de materiais recicláveis, como plástico, papel, papelão, vidro e metal. O cálculo da porcentagem permite que os estudantes descubram que 80% das cidades não têm esse tipo de coleta. Se achar conveniente, proponha um debate sobre a importância da coleta seletiva para que os estudantes expressem suas opiniões. No item **b** desta atividade, é solicitado aos estudantes que realizem uma pesquisa com pessoas, livros e *sites*, possibilitando a eles que reflitam sobre suas ações com relação aos materiais recicláveis e possíveis mudanças nas ações cotidianas ligadas ao meio ambiente e ao consumo, abordando também as **Competências específicas de Matemática 4** e **6**.
- Verifique a possibilidade de usar a resolução de problemas para desenvolver o trabalho com a atividade **26**. Mais informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.

### Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **23** e **25**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• A atividade **27** solicita aos estudantes que pesquisem outras fontes de energia e que compartilhem as informações obtidas, promovendo a conscientização de questões de urgência social e sustentáveis, abordando a **Competência específica de Matemática 7** e a **Competência geral 7**.

Apresente aos estudantes algumas vantagens da utilização das usinas eólicas: não poluem o ar; o combustível usado é um recurso natural renovável; não produzem lixo que causa danos ao meio ambiente; e na construção dessas usinas, não é necessário o alagamento de regiões para represar água.

Ainda nesta atividade, incentive os estudantes a desenvolver a **leitura inferencial**. Para isso, realize questionamentos como os apresentados, relacionando as informações do enunciado da atividade. Permita aos estudantes que troquem opiniões e exercitem a capacidade de **argumentação**.

## Metodologias ativas

• Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**.

Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**27.** Muito tem se falado sobre o aquecimento global e as atitudes necessárias para diminuir a liberação de gás carbônico na atmosfera, a fim de ajudar na preservação da vida no planeta.

A energia eólica (que provém do vento), por exemplo, é uma tecnologia que pode contribuir com essa causa, pois constitui uma fonte limpa de energia que usa como recurso o vento, gratuito e abundante.

No Brasil, a produção de energia eólica vem crescendo e, em 2020, já representava a terceira maior fonte de energia, ficando atrás apenas da hidráulica e da térmica. No mundo, também tem aumentado a cada ano a capacidade de produção desse tipo de energia, tendo atingido aproximadamente 743 000 megawatts em 2020, de acordo com o relatório da Global Wind Report (GWR).

No entanto, também existem fatores negativos em relação às usinas eólicas. Entre eles, destacam-se os impactos socioambientais, como poluição sonora e visual.

A tabela a seguir apresenta a evolução da capacidade de produção de energia eólica em alguns países em 2019 e em 2020, em megawatt (MW).

**Variação da capacidade de produção, em megawatt, de energia eólica em alguns países entre 2019 e 2020**

| País | Ano | |
|---|---|---|
| | 2019 | 2020 |
| China | 236 320 | 288 320 |
| Estados Unidos | 135 436 | 164 275 |
| Alemanha | 61 404 | 6 285 |
| Índia | 37 506 | 38 625 |
| França | 16 643 | 17 946 |
| Brasil | 15 452 | 17 750 |

Fontes de pesquisa: GWR. Disponível em: https://gwec.net/wp-content/uploads/2021/03/GWEC-Global-Wind-Report-2021.pdf.
ONS lança gráfico mostrando evolução da geração eólica. ***ONS***. Disponível em: http://www.ons.org.br/Paginas/Noticias/20201006_ONS-lan%C3%A7a-infogr%C3%A1fico-mostrando-evolu%C3%A7%C3%A3o-da-gera%C3%A7%C3%A3o-e%C3%B3lica.aspx. Acessos em: 17 mar. 2022.



**a)** Com base nas informações do texto, cite algumas vantagens e desvantagens da produção de energia eólica no mundo.

**b)** Considerando a produção em megawatt indicada na tabela, China, Estados Unidos, Alemanha, Índia e França, juntos, foram responsáveis por aproximadamente quantos por cento da capacidade de produção em 2020? E o Brasil? 27. b) Resposta: 69,4%; 2,4%.

**c)** **Junte-se** a um colega e pesquisem outras fontes de energia elétrica, anotando as informações que acharem mais interessantes e aquelas relacionadas à Matemática. Levando-as em consideração, escrevam no caderno um texto a respeito do assunto. Depois, compartilhem com outros colegas as suas conclusões. 27. c) Resposta pessoal.

27. a) Sugestão de resposta: Uma vantagem: a redução na emissão de gás carbônico na atmosfera; uma desvantagem: a poluição sonora para as pessoas do entorno.



## Sugestão de avaliação

Para avaliar o aprendizado dos estudantes, proponha a atividade a seguir.

• Em certa turma de uma escola, há 30 estudantes. Sabendo que $\frac{3}{5}$ dos estudantes dessa turma estudam Inglês, 20% estudam Espanhol e o restante dos estudantes estudam Francês, analise as afirmativas a seguir e identifique a alternativa correta.

I. O número de estudantes que estuda Inglês é o triplo do número de estudantes que estuda Espanhol.

II. 60% dos estudantes estudam Inglês.

III. O número de estudantes que estudam Espanhol é igual ao número dos que estudam Francês.

**a )** Somente a afirmativa I é falsa.
**b )** Somente a afirmativa III é falsa.
**c )** Somente a afirmativa II é falsa.
**d )** Somente a afirmativa I é verdadeira.
**e )** Todas as afirmativas estão corretas.

### Resolução e comentários

Para a resolução desta atividade é necessário transformar a fração decimal em porcentagem, ou seja, $\frac{3}{5} = 0{,}6 = \frac{60}{100} = 60\%$. Assim, 60% dos estudantes estudam Inglês, 20% estudam Espanhol e 20% estudam Francês.

Ao calcular as porcentagens, os estudantes vão verificar que 18 estudantes estudam Inglês, 6 estudam Espanhol e 6 estudam Francês. Ao analisar os itens I, II e III, percebe-se que todos são verdadeiros.

Portanto, a alternativa correta é a **e**.

Mais informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Efetue os cálculos a seguir.

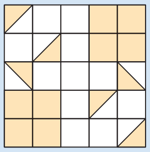
**a)** 15% de 95 kg.
**b)** 20% de 840 g.
**c)** 35% de 1520 L.
**d)** 42% de 1300 mL.

1. Respostas:
a) 14,25 kg;
b) 168 g;
c) 532 L;
d) 546 mL.

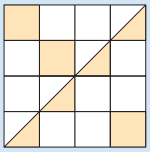
**2.** Cada figura a seguir foi dividida em quadrados iguais. Escreva em uma folha de papel avulsa quantos por cento de cada uma representam as partes coloridas de laranja.



**A.**



**B.**



2. Respostas: A. 44%; B. Aproximadamente 31%.

**3.** Um terreno com 400 $m^2$ tem 150 $m^2$ de área construída. Qual é a porcentagem que corresponde à medida da área do terreno que não está construída? 3. Resposta: 62,5%.

**4.** Analise as porcentagens correspondentes a alguns dos gastos mensais da família de Reginaldo.



- Aluguel: 30%.
- Alimentação: 25%.
- Saúde: 12%.
- Transporte: 15%.
- Outros: 18%.

Sabendo que a família de Reginaldo tem um gasto mensal de R$ 2700,00 calcule em uma folha de papel avulsa o valor de cada gasto em reais.

4. Resposta: Aluguel: R$ 810,00; alimentação: R$ 675,00; saúde: R$ 324,00; transporte: R$ 405,00; outros: R$ 486,00.

**5.** Em uma sala de aula, a cada 8 estudantes, 3 são meninos. Qual é a porcentagem de meninos nessa turma?
5. Resposta: 37,5%.

**6.** Um copo de leite desnatado contém 260 miligramas de cálcio, o que representa 32,5% do valor diário recomendado por profissionais da saúde. Com base na recomendação, a quantidade de cálcio a ser ingerida diariamente, em miligramas, é:

**a)** 760. **b)** 780. **c)** 800. **d)** 820. **e)** 840.

6. Resposta: Alternativa **c**.

**7.** Rubens tinha um salário de R$ 1500,00 e recebeu um aumento de 12%. Calcule quantos reais ele passou a receber após o aumento.
7. Resposta: R$ 1680,00.

**8.** Qual porcentagem de 150 corresponde a 60% de 80? 8. Resposta: 32%.

**9.** Uma indústria produz certo biscoito com a seguinte composição de massa.

| Composição de certo biscoito | |
|---|---|
| **Componente** | **Porcentagem** |
| Carboidratos | 71% |
| Gorduras | 16% |
| Proteínas | 9,8% |
| Outros | 3,2% |

Fonte de pesquisa: registros do setor de produção da empresa em janeiro de 2023.

Quantos gramas de cada componente há em um pacote de 200 g desse biscoito?

**10.** Em uma loja, o gerente alterou para R$ 700,00 o preço de um colchão que custava R$ 560,00.

**a)** O preço do colchão sofreu um acréscimo de quantos por cento?

**b)** Para retornar ao valor original, o preço do colchão deve receber que porcentagem de desconto?

10. Respostas: a) 25%; b) 20%.

9. Resposta: Carboidratos: 142 g; gorduras: 32 g; proteínas: 19,6 g; outros: 6,4 g.





### 1 a 6. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam porcentagens de uma quantidade.

### Como proceder

- Caso tenham dificuldades nas atividades **1** e **2**, retome com eles as três situações exploradas nas páginas **224** a **226**. Na atividade **2**, oriente-os a escrever uma fração para representar as partes coloridas das figuras e, em seguida, escrever a porcentagem correspondente.
- Se os estudantes tiverem dúvida na atividade **3**, explique na lousa como calcular a porcentagem correspondente à medida da área do terreno que está construída, de modo que eles façam o mesmo para a medida da área não construída.
- Na atividade **4**, caso tenham dúvida, altere a quantia com que Reginaldo contribui e faça os cálculos na lousa para que eles possam compreender os procedimentos a serem feitos.
- Nas atividades **5** e **6**, organize-os em duplas para que possam conversar e compartilhar as estratégias utilizadas.

### 7 a 10. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam porcentagens usando a regra de três.

### Como proceder

- Caso tenham dificuldade nas atividades **7**, **8** e **10** modifique os números do enunciado e resolva as atividades na lousa para que eles possam compreender os procedimentos que devem realizar.
- Se houver dúvidas na atividade **9**, calcule na lousa a porcentagem de um dos componentes de modo que eles possam acompanhar os cálculos e motive-os a fazer os demais.

- Os dados apresentados na tabela desta página são fictícios.

### 11 a 13. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam porcentagens usando a regra de três ou utilizam estratégias pessoais.

### Como proceder

• Caso tenham dificuldades na realização das atividades **11** a **13**, retome as explicações apresentadas na página **232**. Na atividade **13**, se houver dúvidas, elabore outras perguntas como: Se o tanque do carro de Cláudio está com 20 L de gasolina, quantos litros de etanol ele deve abastecer?

### 14. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam porcentagens maiores que 100%.

### Como proceder

• Caso os estudantes tenham dúvida na realização desta atividade, explique que o salário anterior de Valdemar correspondia a 100%.

### 15 e 16. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam porcentagens de uma quantidade determinada por outra porcentagem.

### Como proceder

• Caso os estudantes tenham dificuldade, organize-os em duplas para que conversem e compartilhem as estratégias utilizadas.

• Na atividade **16**, analise se eles perceberam que, como 24 estudantes (60%) praticam esportes e na turma há 22 meninos, no mínimo, 2 meninas praticam esportes, pois $24 - 22 = 2$.

### 17 a 19. Objetivo

• Avaliar se os estudantes resolvem situações-problema utilizando cálculo de porcentagem.

### Como proceder

• Caso os estudantes tenham dificuldade na atividade **17**, oriente-os a obter o preço por grama do chocolate antes e após a redução da medida da massa da barra de chocolate.

• Na atividade **18**, caso tenham dúvidas para escrever a equação, retome algumas atividades estudadas na unidade **6**.

**11.** Luana tem R$ 965,00 e quer comprar um televisor que custa R$ 1100,00. Pagando à vista, ela receberá 13% de desconto. A quantia que ela tem é suficiente para comprar o televisor à vista? Quantos reais vão faltar ou sobrar? 11. Resposta: Sim. Sobrarão R$ 8,00.

**12.** Em um congresso de odontologia, a proporção é de 11 mulheres para cada 9 homens. Qual é a porcentagem de mulheres nesse congresso?
12. Resposta: 55%.

**13.** Ao abastecer seu carro, Cláudio tem o hábito de misturar etanol e gasolina. A mistura consiste em acrescentar 30% de etanol à quantidade de litros de gasolina.

**a)** Sabendo que Cláudio abasteceu seu carro com 30 L de gasolina, quantos litros de etanol deve ser adicionado para corresponder a 30% da quantidade de gasolina?

**b)** Certa vez, Cláudio foi ao posto e acrescentou 6 L de etanol à quantidade de gasolina. Com quantos litros de gasolina ele abasteceu seu carro?

13. Respostas: a) 9 L; b) 20 L.

**14.** Após um aumento, Valdemar passou a receber 105% do salário anterior. Sabendo que ele ganhava R$ 2 300,00 antes do aumento, ele passou a receber quantos reais de salário?
14. Resposta: R$ 2 415,00.

**15.** Em um clube, 50% dos associados têm entre 18 e 30 anos. Sabendo que 30% dos associados dessa faixa etária praticam natação, que porcentagem deles tem entre 18 e 30 anos e praticam natação? 15. Resposta: 15%.

**16.** Em uma turma há 22 meninos e 18 meninas, dos quais 60% praticam algum esporte. No mínimo quantas meninas praticam algum esporte?
16. Resposta: 2 meninas.

**17.** (Obmep–2006) Um fabricante de chocolate cobrava R$ 5,00 por uma barra de 250 gramas. Recentemente, a massa da barra foi reduzida para 200 gramas, mas seu preço continuou R$ 5,00. Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?

**a)** 10%
**b)** 15%
**c)** 20%
**d)** 25%
**e)** 30%

17. Resposta: Alternativa **d**.

**18.** Uma loja de bicicletas oferece duas opções de pagamento.

- 1ª opção: à vista, com 15% de desconto;
- 2ª opção: parcelado, com entrada de R$ 150,00 e o restante dividido em 5 parcelas iguais e sem acréscimo.

Pedro comprou uma bicicleta nessa loja por R$ 599,00.

**a)** Escreva uma equação para representar a compra de Pedro na 2ª opção de pagamento, em que $p$ é o valor da parcela. Depois, resolva-a e determine o valor de $p$.

**b)** Qual é o preço à vista dessa bicicleta? Quantos reais a mais é pago ao comprá-la a prazo?

**19.** A taxa do condomínio de Suzana custa R$ 480,00, com vencimento no dia 5. Caso ela pague até a data de vencimento, há um desconto de 6,25% e, em caso de pagamento depois dessa data, é cobrada uma multa de 2% mais juros de 0,025% por dia de atraso. Calcule em uma folha de papel avulsa o valor da taxa de condomínio se Suzana realizar o pagamento no dia:

**a)** 2.
**b)** 5.
**c)** 6.
**d)** 10.

19. Respostas: a) R$ 450,00; b) R$ 450,00; c) R$ 489,72; d) R$ 490,20.

18. Respostas: a) $5p + 150 = 599$; R$ 89,80; b) R$ 509,15; R$ 89,85.

236



• Na atividade **19**, se os estudantes tiverem dificuldades, peça para efetuarem os cálculos usando uma calculadora, orientando-os a digitar as teclas corretamente.

UNIDADE

# 11 Estatística e probabilidade


ZENTILIA/SHUTTERSTOCK



Bolas utilizadas em sorteios de jogos, como em loterias, nos quais não é possível prever com certeza o resultado, mas é possível calcular a probabilidade de ocorrência dele.

## Agora vamos estudar...

- tabelas e gráficos;
- média aritmética e amplitude;
- média ponderada;
- pesquisa estatística;
- probabilidade.



- Para que os estudantes relacionem o trabalho com esta página de abertura aos conteúdos que serão estudados na unidade, explore com eles algumas situações do dia a dia em que seja possível calcular a probabilidade de acontecer eventos. Caso os estudantes apresentem dificuldade em citar alguma situação, dê exemplos para norteá-los, como a chance de um time de futebol vencer uma partida ou a possibilidade de chover em um certo dia de acordo com a previsão do tempo.

### Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

### Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão estudados ao longo desta unidade, proponha a eles o problema a seguir.

- Uma urna contém 10 bolas numeradas com os seguintes números: 1, 3, 4, 8, 12, 25, 27, 31, 33 e 40. Quando sortear ao acaso uma delas, quais serão as chances de a bola apresentar um número ímpar? Quais serão as chances de ela apresentar um número par?

### Resolução e comentários

Os números ímpares são: 1, 3, 25, 27, 31 e 33. Assim, as chances de a bola sorteada apresentar um número ímpar serão 6 em 10, ou seja, $\frac{6}{10}$, que pode ser reduzida à fração $\frac{3}{5}$, equivalente a 60%. Do mesmo modo, é possível saber sobre os números pares, que são 4, 8, 12 e 40. Nesse caso, as chances de a bola apresentar um número par serão 4 em 10, que ou seja, $\frac{4}{10}$, que pode ser reduzida à fração $\frac{2}{5}$ equivalente a 40%.

## Objetivos da unidade

- Identificar e interpretar dados em tabelas e gráficos.
- Calcular média aritmética e média ponderada.
- Calcular a amplitude de um conjunto de dados.
- Identificar pesquisas amostrais e censitárias.
- Planejar e realizar pesquisa estatística.
- Identificar a quantidade de casos possíveis de determinado evento.
- Calcular probabilidades e identificá-las na forma de fração e de porcentagem.
- Reconhecer que em um experimento o conjunto de todos os resultados possíveis é chamado espaço amostral.
- Resolver situações-problema envolvendo probabilidades.

## Justificativas

Os conteúdos estudados ao longo desta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o trabalho com Estatística e Probabilidade. Além disso, este estudo busca instigá-los a perceber a aplicação da Matemática em situações reais do cotidiano.

As atividades de Estatística evidenciam diversas maneiras pelas quais as informações podem ser apresentadas, o que instiga os estudantes a perceber que é mais fácil e rápido interpretar informações quando elas estão organizadas em tabelas ou gráficos. Além disso, é explorado o *software* Calc como recurso para construção de gráficos. As atividades de probabilidade vão além de eventos com moedas e dados e propõem experimento aleatório utilizando o *software* Calc.

Esta unidade permite aos estudantes que compreendam as relações entre conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática e de outras áreas de conhecimento na busca de soluções de diferentes situações-problemas, favorecendo a relação com à **Competência específica de Matemática 3**.

# Tabelas e gráficos

Uma mesma informação pode ser apresentada em textos, tabelas, gráficos etc. Dependendo dos dados e da maneira como são expressos, podemos interpretá-los mais facilmente. A seguir, as informações sobre um mesmo assunto estão apresentadas de três maneiras diferentes.

### Em um texto

De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), de 2017 a 2021 a estimativa da população brasileira passou de aproximadamente 207 milhões para 213 milhões.

Fonte de pesquisa: *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística* (IBGE). Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9109-projecao-da-populacao.html?=&t=resultados. Acesso em: 22 mar. 2022.

### Em uma tabela

**Estimativa da população brasileira de 2017 a 2021**

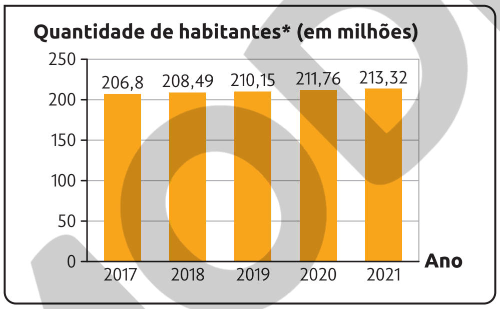
| Ano | Quantidade de habitantes* |
|---|---|
| 2017 | 206 800 000 |
| 2018 | 208 490 000 |
| 2019 | 210 150 000 |
| 2020 | 211 760 000 |
| 2021 | 213 320 000 |

* Valores aproximados para a dezena de milhar.

Fonte de pesquisa: *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística* (IBGE). Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9109-projecao-da-populacao.html?=&t=resultados. Acesso em: 22 mar. 2022.

### Em um gráfico

**Estimativa da população brasileira de 2017 a 2021**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

* Valores aproximados para a dezena de milhar.

**Atenção!**
O gráfico apresentado é chamado **gráfico de colunas**.

Fonte de pesquisa: *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística* (IBGE). Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9109-projecao-da-populacao.html?=&t=resultados. Acesso em: 22 mar. 2022.

As tabelas e os gráficos devem apresentar **título** e **fonte**. O título evidencia o assunto e a fonte indica a origem dos dados ou das informações.

Tanto na tabela quanto no gráfico desta página, o título é "Estimativa da população brasileira de 2017 a 2021" e a fonte é "IBGE. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9109-projecao-da-populacao.html?=&t=resultados. Acesso em: 22 mar. 2022".

238



- Antes de iniciar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado às tabelas e aos gráficos. Permita a eles compartilharem com a turma as suas explicações, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio referente ao assunto e de tornar o estudo mais significativo.
- Com as atividades de tabelas e gráficos, os estudantes adquirem conhecimentos para resolver situações-problemas de múltiplos contextos, favorecendo a exposição de suas opiniões, a tomada de decisões, a argumentação sobre suas conclusões e o compartilhamento de informações e ideias. Isto é, na Matemática, é possível usar diferentes representações e linguagens, o que favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 6** e das **Competências gerais 4** e **10**.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Respostas: a) *A*: 18,7; *B*: 52,7; *C*: 13,3; *D*: 13;
b) Pequim; Rio de Janeiro; c) 34 bilhões de dólares.

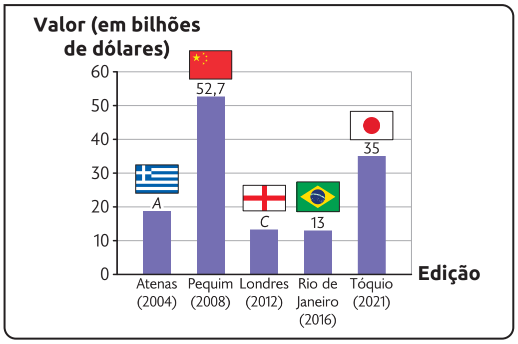
**1.** A tabela e o gráfico apresentam as mesmas informações.

**Custo estimado de sediar alguns jogos olímpicos de verão**

| Edição | Valor (em bilhões de dólares) |
|---|---|
| Atenas (2004) | 18,7 |
| Pequim (2008) | *B* |
| Londres (2012) | 13,3 |
| Rio de Janeiro (2016) | *D* |
| Tóquio (2021) | 35 |

Fonte de pesquisa: *Council on Foreign Relations*. Disponível em: https://www.cfr.org/backgrounder/economics-hosting-olympic-games. Acesso em: 21 mar. 2022.

**Custo estimado de sediar alguns jogos olímpicos de verão**




HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: *Council on Foreign Relations*. Disponível em: https://www.cfr.org/backgrounder/economics-hosting-olympic-games. Acesso em: 21 mar. 2022.

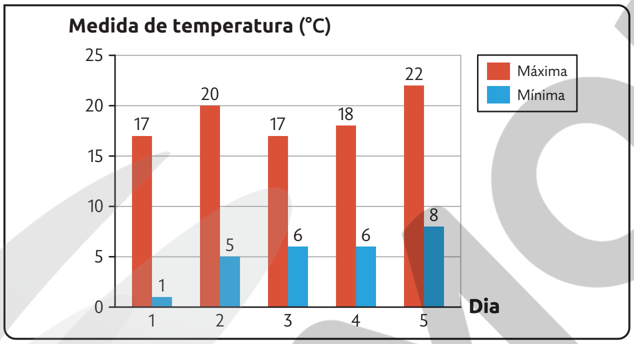
**a)** Com base nas informações, que valor cada letra representa?

**b)** Das edições citadas, qual gastou a maior quantia em dólares? E a menor quantia?

**c)** Qual é a diferença, em dólares, entre o valor gasto nas edições de Atenas e de Pequim?

**2.** Analise o **gráfico de colunas duplas** e responda às questões.

**Medidas de temperaturas máximas e mínimas aproximadas em Chapecó nos 5 primeiros dias de julho de 2021**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: *Instituto Nacional de Meteorologia (Inmet)*. Disponível em: https://tempo.inmet.gov.br/. Acesso em: 21 mar. 2021.

**a)** Em qual dia foi registrada a menor medida de temperatura? Quantos graus Celsius?

**b)** Quais dias apresentaram a mesma medida de temperatura máxima?

**c)** Em que dia houve a maior diferença entre as medidas de temperaturas máxima e mínima registradas? De quantos graus Celsius foi essa diferença?

2. Respostas: a) 1; 1 °C; b) 1 e 3; c) 1; 16 °C.







- A atividade **1** solicita aos estudantes que interpretem dados comparando uma tabela e um gráfico. Aproveite o momento para conversar com eles sobre a importância dos Jogos Olímpicos, comentando que, entre outros motivos, foram criados com a finalidade de usar o esporte como instrumento para a promoção da união, do respeito e da paz.
- Explique aos estudantes que as bandeiras que aparecem no gráfico são dos países sedes desses Jogos Olímpicos, no caso, Grécia, China, Inglaterra, Brasil e Japão.
- Na atividade **2**, explique aos estudantes a importância da legenda tanto para leitura quanto para interpretação dos dados em gráficos com colunas duplas ou mais. Além disso, analise o procedimento que utilizam para calcular a diferença entre as medidas de temperaturas máxima e mínima (tirar, comparar ou completar), auxiliando-os caso seja necessário.

### Metodologias ativas

Ao desenvolver as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Na atividade **3**, explique que os Jogos Pan-americanos são competições esportivas em que os atletas participantes representam os países do continente americano, que são realizados a cada 4 anos e contam com várias modalidades esportivas. Além disso, explique ao estudantes que outros países não apresentados no gráfico podem participar destes jogos.

• No gráfico apresentado na atividade **4**, o consumo de água de cada mês foi representado por um ponto. Para ampliar o desenvolvimento com esta atividade, busque complementá-la com outras questões, como: Ao longo do primeiro semestre o consumo de água da casa de Rodrigo aumentou ou diminuiu?; Que fatores podem ter influenciado isso? Explore com eles também o fato de a tarifa de água ser cobrada em metro cúbico e, se achar pertinente, converta em litros, associando à unidade temática **Grandezas e medidas**.

Após os estudantes responderem ao item **d**, organize-os em grupos e promova um debate sobre a resposta deles para a questão proposta. Além disso, peça a eles que compartilhem suas opiniões e registrem no caderno suas conclusões. Para que todos os estudantes da turma conheçam a resposta dos colegas, proponha uma apresentação oral e incentive a produção de argumentos convincentes com base no conhecimento matemático. Com isso, a atividade associa seu conteúdo ao tema contemporâneo transversal **Educação para o consumo** e favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 2**.

• Os dados apresentados na tabela e no gráfico da atividade **4** desta página são fictícios.

## Metodologias ativas

Para desenvolver a atividade **4**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

**3.** No gráfico estão apresentados os países que mais conquistaram medalhas no Pan-Americano de 2019, realizado em Lima, no Peru, e a quantidade de medalhas de cada um deles.

3. Respostas: a) 171 medalhas; b) Estados Unidos; 293 medalhas; c) México e Canadá; d) 2 medalhas; e) 22 medalhas.

**a)** Qual é a quantidade total de medalhas conquistadas pelo Brasil no Pan-Americano de 2019?

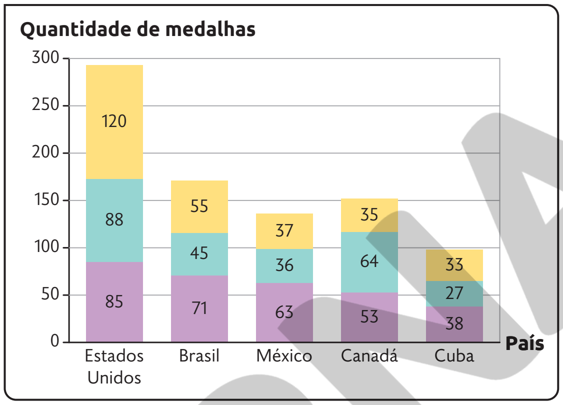
**b)** Qual país conquistou mais medalhas nessa edição do Pan-Americano? Quantas medalhas?

**c)** Quais países conquistaram entre 100 e 160 medalhas?

**d)** Quantas medalhas de ouro o Canadá conquistou a mais do que Cuba?

**e)** Quantas medalhas de bronze o México conquistou a menos do que os Estados Unidos?

**Países que mais conquistaram medalhas no Pan-Americano de 2019**




Fonte de pesquisa: *Globo Esporte*. Disponível em: https://interativos.ge.globo.com/jogos-pan-americanos/quadro-de-medalhas/quadro-de-medalhas. Acesso em: 21 mar. 2022.



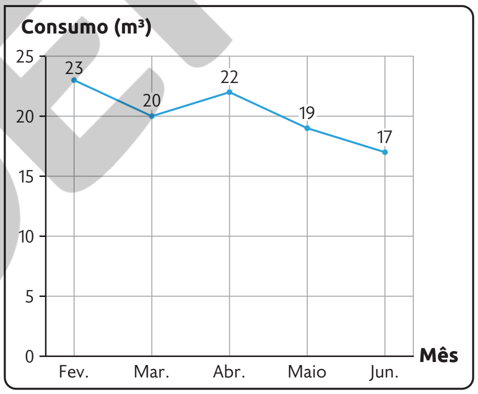
**4.** Na tabela está representado o consumo de água da casa de Rodrigo em 5 meses consecutivos. Com base nas informações da tabela, podemos construir o **gráfico de linha** ao lado.

**Consumo de água na casa de Rodrigo – 2023**

| Mês | Consumo ($m^3$) |
|---|---|
| Fevereiro | 23 |
| Março | 20 |
| Abril | 22 |
| Maio | 19 |
| Junho | 17 |

Fonte de pesquisa: registros de Rodrigo.

**Consumo de água na casa de Rodrigo – 2023**




Fonte de pesquisa: registros de Rodrigo.





**a)** Em que mês citado houve o maior consumo de água na casa de Rodrigo? Quantos metros cúbicos?

**b)** Quantos metros cúbicos de água foram consumidos nesses 5 meses?

**c)** Quantos metros cúbicos de água a menos foram registrados no mês de menor consumo em relação ao de maior consumo?

**d)** Você acha importante economizar água? Quais atitudes você e sua família têm no dia a dia para economizar água?

4. Respostas: a) Fevereiro; 23 $m^3$; b) 101 $m^3$; c) 6 $m^3$; d) Resposta pessoal.

**5.** No gráfico de linhas está representada a produção aproximada de maçã no Brasil de 2015 a 2020.

**a)** Em qual desses anos houve a maior produção de maçãs? Aproximadamente, quantas toneladas?

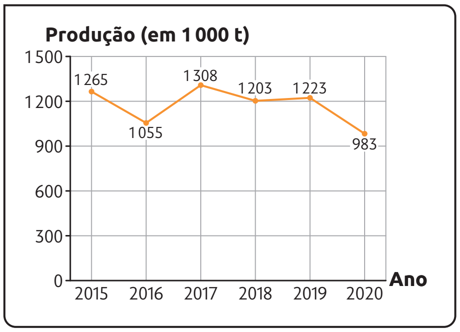
**b)** Entre os anos de 2019 e 2020 aumentou ou diminuiu a produção? Qual foi a diferença, em toneladas, entre essas produções?

**c)** Entre quais dois anos consecutivos houve o maior aumento de produção? Qual foi a diferença, em toneladas, entre essas produções?

**d)** Entre quais dois anos consecutivos houve o menor aumento na produção?

**e)** Em quais anos apresentados a produção foi superior à de 2018?

**Produção aproximada de maçã no Brasil – 2015 a 2020**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)*. Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/home/pimpfbr/brasil. Acesso em: 21 mar. 2022.

5. Respostas: a) 2017; aproximadamente 1 308 000 t; b) Diminuiu; aproximadamente 240 000 t; c) 2016 e 2017; aproximadamente 253 000 t; d) 2018 e 2019; e) 2015, 2017 e 2019.

**6.** Quando ligamos um eletrodoméstico ou acendemos o fogo para aquecer um alimento, estamos consumindo energia.

Essa energia é obtida de fontes renováveis – como o vento, o Sol e alguns combustíveis – e de fontes não renováveis – como o gás natural e o petróleo. Atualmente, existe uma grande preocupação com o esgotamento das fontes energéticas não renováveis, pois o consumo de energia no mundo é cada vez maior.

No **gráfico de setores** está representado o consumo mundial aproximado de energia em 2019 conforme a fonte utilizada.

**a)** Qual foi a fonte de energia mais consumida no mundo em 2019? 6. a) Resposta: Petróleo e derivados.

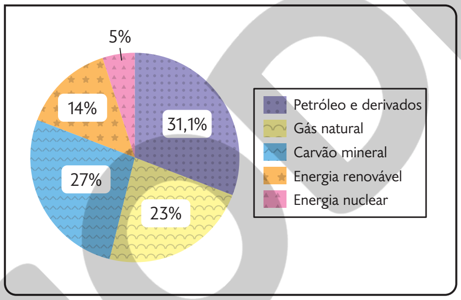
**b)** Aproximadamente quantos por cento de carvão mineral foram consumidos a mais do que gás natural nesse ano? 6. b) Resposta: Aproximadamente 4%.

**c)** Qual foi a porcentagem aproximada do consumo de energia renovável e energia nuclear juntas? 6. c) Resposta: Aproximadamente 19%.

**d)** Em sua opinião, é importante reduzirmos o consumo de energia? Justifique sua resposta. 6. d) Resposta pessoal.

**e)** Converse com seus familiares sobre as atitudes tomadas para economizar energia e os hábitos que podem ser mudados para que a economia de energia seja maior.

**Consumo mundial aproximado de energia – 2019**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: *Empresa de Pesquisa Energética*. Disponível em: https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica#ENERGETICA. Acesso em: 21 mar. 2022.

**Atenção!**

O gráfico de setores é utilizado para apresentar a relação entre as partes e o todo.

6. e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes citem ações como: apagar as luzes quando não houver pessoas nos ambientes, reduzir o tempo no banho, fazer uso da bicicleta como meio de transporte, preferir fontes de energia renováveis.





- Na atividade **5**, explique aos estudantes que o gráfico de linhas geralmente é usado para mostrar tendências ao longo de um período (anos, meses, dias etc.). Caso tenham dúvidas, oriente-os a interpretar informações do eixo horizontal e do vertical, verificando os crescimentos e os decrescimentos do gráfico.
- Na atividade **6**, explique aos estudantes que o gráfico de setores é utilizado para mostrar proporções de um todo, quando se tem 100% das informações. Esta atividade possibilita aos estudantes interpretar e analisar informações, desenvolvendo, assim, a habilidade **EF07MA37**.

No item **d**, ao pedir a opinião dos estudantes, converse com eles sobre o **pluralismo de ideias** e a importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema. Incentive-os a compartilhar com a turma suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo e agindo individual e coletivamente em relação a princípios sustentáveis relacionados às fontes renováveis e não renováveis. Desse modo, favorece-se o desenvolvimento das **Competências gerais 9** e **10**.

## Atividade a mais

Para complementar as atividades desta página, proponha aos estudantes a atividade a seguir.

- Peça a cada estudante que leve para a aula uma fatura de água e uma de energia elétrica. Em geral, as faturas apresentam histórico de consumo dos últimos meses. Caso algum estudante não leve, forme pequenos grupos com os que levaram. Em seguida, oriente a construção de dois gráficos de linhas no caderno, sendo um um para representar o consumo de água e outro para representar o consumo de energia elétrica, ambos referentes aos últimos meses. Depois, peça a eles que respondam às seguintes questões.

**a )** Em qual mês houve maior consumo de água? E o menor?

**b )** Em qual mês houve maior consumo de energia elétrica? E o menor?

### Resoluções e comentários

**a )** As respostas dependem do consumo apresentado em cada fatura. Auxilie os estudantes na identificação das informações.

**b )** As respostas dependem do consumo apresentado em cada fatura. Auxilie os estudantes na identificação das informações.

• É possível desenvolver o trabalho com esta seção usando o programa Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha eletrônica, editores de textos, de apresentações, de desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalar o programa, é necessário acessar o *site* a seguir. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/. Acesso em: 21 jun. 2022.

• Durante o 3º passo, caso deseje alterar a quantidade de casas decimais que aparecem no gráfico, é possível utilizar o menu **Formato de porcentagem...**, desmarcar a opção **Formato de origem** e selecionar a opção que apresenta as casas decimais e na opção **Casas decimais:** selecionar a opção desejada.

• Explique aos estudantes que, por padrão, o programa não exibe os valores nos setores. Em alguns casos, devido a arredondamentos nas casas decimais, a soma total pode ser diferente de 100%. Nesse caso, se necessário, oriente-os a aumentar a quantidade de casas decimais na opção **Formato de porcentagem**.

• Sugira aos estudantes que alterem algum valor da coluna **B**, correspondente à quantidade de municípios, e verifiquem que o gráfico é atualizado automaticamente.

## Metodologias ativas

Ao desenvolver a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## Algo a mais

• No livro indicado a seguir, o consagrado economista Charles Wheelan explica que, com os dados certos e as ferramentas estatísticas adequadas, é possível responder muitas perguntas relevantes e resolver situações reais.

WHEELAN, Charles. *Estatística*: O que é, para que serve, como funciona. São Paulo: Zahar, 2016.

## Instrumentos e *softwares*

### Gráfico de setores no Calc

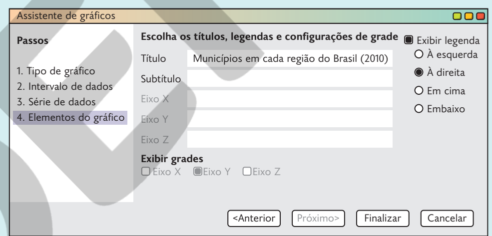
As planilhas eletrônicas, como o Calc, podem nos auxiliar nas construções de tabelas e gráficos de diferentes tipos. Siga as orientações do professor e os passos a seguir para construir um **gráfico de setores** no Calc.

**1º** Registre os dados conforme apresentado ao lado. Selecione as células com os dados clicando em **A1** e mantendo o botão pressionado para arrastar até a célula **B6**.

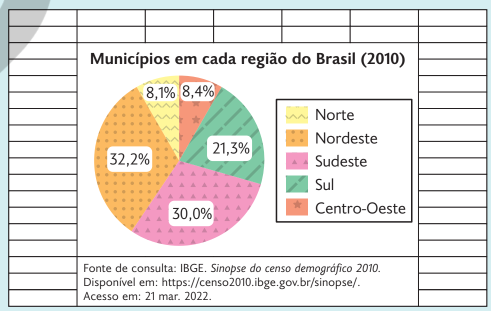
| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Região | Quantidade de municípios | |
| 2 | Norte | 449 | |
| 3 | Nordeste | 1 794 | |
| 4 | Sudeste | 1 668 | |
| 5 | Sul | 1 188 | |
| 6 | Centro-Oeste | 466 | |
| 7 | | | |

SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

**2º** Clique no menu **Inserir** e selecione a opção **Gráfico** ou clique diretamente no botão **Inserir Gráfico**. Na janela **Assistente de gráficos**, selecione **Tipo de gráfico** e escolha ***Pizza***. Ainda nessa janela, selecione **Elementos do gráfico** e preencha o campo com o título. Deixe a opção **Exibir legenda** habilitada e clique em **Finalizar**.


**3º** Para exibir os valores dos setores, dê um clique duplo no gráfico, em seguida, clique com o botão direito sobre um setor e escolha **Inserir rótulo de dados**. Depois, clique com o botão direito, escolha **Formatar rótulo de dados** e altere os atributos de texto para **Valor como porcentagem**. Como não há um campo para inserir a fonte de pesquisa, digite a informação em uma célula abaixo do gráfico. Analise o gráfico após outros ajustes.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Para construir um gráfico de **colunas** ou de **linhas**, siga os mesmos passos anteriores, com uma diferença do passo 2: em **Tipo de gráfico**, escolha **Coluna**, **Barra** ou **Linha**.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**7.** A emissão de dióxido de carbono ($CO_2$), ou simplesmente gás carbônico, ocorre em muitos momentos que já fazem parte do nosso cotidiano, como nos gases emitidos pelos escapamentos dos automóveis. A tabela apresenta a emissão aproximada de $CO_2$ no mundo em 2019, por tipo de combustível.

**Emissão aproximada de $CO_2$ no mundo por fonte de energia – 2019**

| Combustível | Emissão (em %) |
|---|---|
| Carvão | 44 |
| Gás natural | 21 |
| Petróleo | 34 |
| Outros | 1 |

Fonte de pesquisa: *IEA*. Disponível em: https://www.iea.org/data-and-statistics/data-browser?country=WORLD&fuel=CO2%20emissions&indicator=CO2BySource. Acesso em: 21 mar. 2022.

**a)** Que fonte de energia gerou a maior produção de $CO_2$ nesse ano? 7. a) Resposta: Carvão.

**b)** Qual é a diferença, em porcentagem, entre a emissão aproximada de $CO_2$ por petróleo e a emissão por gás natural? 7. b) Resposta: Aproximadamente 13%.

**c)** Escreva no caderno algumas questões a respeito da tabela e dê para um colega resolver. Em seguida, verifique se as respostas estão corretas. 7. c) Resposta pessoal.

**d)** Utilizando o Calc, organize as informações apresentadas em uma tabela e em um gráfico de setores. Lembrem-se de que tanto a tabela quanto o gráfico devem ter título e fonte. 7. d) Respostas na seção **Resoluções**.

**e)** Em sua opinião, porque é importante reduzirmos a emissão de $CO_2$? Justifique sua resposta. 7. e) Resposta pessoal.

**f)** Faça uma pesquisa sobre as consequências da emissão de gás carbônico em excesso na atmosfera e quais atitudes podem ser tomadas para reduzir a emissão de $CO_2$. 7. f) Resposta na seção **Resoluções**.

**g)** Após realizar a pesquisa, sua opinião dada no item **e** mudou? Justifique sua resposta. 7. g) Resposta pessoal.

**8.** A Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores no Brasil (Anfavea) relatou queda na produção de veículos em 2020 em relação ao ano anterior. Na tabela está indicada a produção de automóveis por tipo de combustível em 2020.

**Produção de automóveis por tipo de combustível – 2020**

| Combustível | Quantidade |
|---|---|
| Gasolina | 237394 |
| *Flex fuel* | 1336702 |
| *Diesel* | 33239 |

Fonte de pesquisa: *ANFAVEA. Anuário*. Disponível em: https://anfavea.com.br/anuario2021/anuario.pdf. Acesso em: 21 mar. 2022.

**a)** De acordo com a tabela, qual foi o total de automóveis produzidos em 2020?

**b)** Quantos por cento da produção de automóveis de 2020 corresponde àqueles movidos a *diesel*?

**c)** Qual é a diferença entre a produção de automóveis *flex fuel* e movidos a gasolina nesse ano? Essa quantidade corresponde a quantos por cento da produção de automóveis de 2020?

**d)** **Junte-se** a um colega e, com o auxílio do Calc, construam um gráfico de setores para representar os dados dessa tabela.

8. Respostas: a) 1607335 automóveis; b) Aproximadamente 2%; c) 1099308 automóveis; aproximadamente 68%; d) Resposta na seção **Resoluções**.





**Metodologias ativas**

Para desenvolver a atividade **7**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- A atividade **8** também solicita a construção de um gráfico de setores usando o *software* Calc, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF07MA37**.

- A atividade **7** apresenta uma tabela com quantidades aproximadas de gás carbônico ($CO_2$) emitidos no mundo por tipos diferentes de combustível. Explore com o professor do componente curricular de **Ciências**, possíveis ações para diminuir a emissão desse gás e, consequentemente, os problemas gerados pelo excesso de $CO_2$ na atmosfera. Assim, desenvolve-se o tema contemporâneo transversal **Educação ambiental**.

Os itens **c**, **e**, **f** e **g** permitem aos estudantes apresentar os seus argumentos com base em dados reais, negociar e defender suas ideias, seus pontos de vistas e se conscientizar sobre a questão socioambiental e o consumo responsável, abordando a **Competência geral 7**. O item **d** requer a construção de um gráfico de setores utilizando o *software* Calc. Para isso, os estudantes devem analisar e interpretar os dados corretamente e compreender o processo de construção do gráfico, desenvolvendo a habilidade **EF07MA37**.

Ainda nesta atividade, incentive os estudantes a desenvolver a **leitura inferencial**. Para isso, realize questionamentos como os apresentados, relacionando o texto do enunciado aos possíveis conhecimentos prévios deles. Permita a eles que troquem opiniões e exercitem a capacidade de **argumentação**. Se necessário, disponibilize mais informações sobre o assunto, para que possam aprofundar seus conhecimentos e ter mais subsídios para se posicionar perante os colegas.

Nos itens **e** e **g**, ao pedir a opinião dos estudantes, converse com eles sobre o **pluralismo de ideias** e a importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema e embasar suas opiniões. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo. Desse modo, promove-se a **Competência geral 9**.

• Antes de iniciar o conteúdo desta página, em uma perspectiva exploratória (por meio de questionamentos), procure resgatar o conhecimento prévio dos estudantes sobre média aritmética e amplitude. Para isso, apresente o quadro com as notas de Ricardo na lousa e pergunte como obter a média dessas notas. Depois, apresente as explicações do livro.

• Na questão **1**, os estudantes são apresentados a um contexto significativo, no caso, notas escolares, o que permite a compreensão do cálculo da média aritmética e a comparação entre duas amplitudes. Sistematize com eles que a média aritmética é uma medida de posição central que representa um conjunto de dados e que for a amplitude é a diferença entre o maior elemento desse conjunto e o menor. Explique também que, quanto menor for a amplitude, menor será a variação dos dados e, de modo análogo, quanto maior for a amplitude, maior será a variação. Desse modo, desenvolve-se a habilidade **EF07MA35**.

# Média aritmética

No quadro estão indicadas as notas que Ricardo tirou no 1º bimestre do 7º ano.

| Componente curricular | Nota |
|---|---|
| Português | 9,0 |
| Matemática | 8,0 |
| História | 8,5 |
| Geografia | 7,5 |
| Inglês | 8,5 |
| Educação física | 7,5 |
| Ciências | 7,0 |

Calculamos a **média aritmética** de Ricardo nesse bimestre adicionando as notas e, em seguida, dividindo a soma obtida pela quantidade de notas.

$$\frac{\overbrace{9 + 8 + 8,5 + 7,5 + 8,5 + 7,5 + 7}^{\text{adição das notas}}}{\underbrace{7}_{\text{quantidade de notas}}} = \frac{56}{7} = 8$$

Portanto, a média aritmética das notas do 1º bimestre de Ricardo foi 8,0.

**Média aritmética** de um conjunto de valores, ou simplesmente **média**, é a soma dos valores dados dividida pela quantidade deles. A média aritmética é uma medida de posição que busca representar resumidamente um conjunto de dados.

A diferença entre o maior e o menor valor em um conjunto de dados chama-se **amplitude**. De acordo com as notas organizadas no quadro, a menor nota é 7 e a maior é 9. Assim, a amplitude é 2, pois: 9 − 7 = 2.

**Questão 1.** Se a nota de Ricardo em Geografia fosse 8,5 e em Ciências fosse 6, a média nesse bimestre seria maior, menor ou igual? E a amplitude? Questão 1. Respostas: Igual; maior.

Agora, analise as notas de Júlio nesse bimestre.

| Componente curricular | Nota |
|---|---|
| Português | 5,0 |
| Matemática | 9,5 |
| História | 4,5 |
| Geografia | 4,0 |
| Inglês | 7,0 |
| Educação física | 9 |
| Ciências | 10 |

Júlio obteve notas altas em Matemática, Educação física e Ciências, mas em História e em Geografia suas notas foram baixas.

Agora, vamos calcular a média e a amplitude das notas de Júlio nesse bimestre.

- Média

$$\frac{5 + 9{,}5 + 4{,}5 + 4 + 7 + 9 + 10}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

- Amplitude

$$10 - 4 = 6$$

Ao analisarmos as medidas obtidas, concluímos que a amplitude das notas de Ricardo é menor do que a amplitude das notas de Júlio. Nesse caso, podemos afirmar que as notas de Ricardo são mais homogêneas – apresentam menos dispersão – e estão mais próximas da média, quando comparadas com as notas de Júlio.

## Média ponderada

Em uma seleção de emprego, os candidatos participaram de duas etapas: avaliação curricular e entrevista. A nota da avaliação curricular tinha peso 4, e a nota da entrevista tinha peso 6.

Vamos calcular a média das notas de Marília, que participou dessa seleção, obtendo nota 8 na avaliação curricular e nota 9 na entrevista.

$$\frac{\overbrace{8}^{\text{nota na avaliação curricular}} \cdot \overbrace{4}^{\text{peso da avaliação curricular}} + \overbrace{9}^{\text{nota na entrevista}} \cdot \overbrace{6}^{\text{peso da entrevista}}}{\underbrace{4 + 6}_{\text{adição dos pesos}}} = \frac{86}{10} = 8{,}6$$

A média calculada é chamada **média ponderada**. No cálculo, cada um dos valores recebe um peso, diferentemente do que ocorre na média aritmética, cujos valores têm pesos iguais.

Portanto, a média das notas de Marília foi 8,6.

> **Média ponderada** de um conjunto de valores é o resultado da divisão em que o dividendo é a soma dos produtos obtidos com os valores e cada peso correspondente, e o divisor é a soma dos pesos.

**Questão 2.** Ana também fez essa seleção de emprego e obteve nota 10 na avaliação curricular e nota 7 na entrevista. Calcule no caderno qual foi a nota média de Ana? Questão 2. Resposta: 8,2.



- Na questão **2**, se julgar necessário, sugira aos estudantes que calculem a média propondo outras notas que Ana poderia ter obtido, como nota 9 na avaliação curricular e nota 8 na entrevista (obtendo nota média 8,4, nesse caso).





245

- É possível desenvolver esta seção utilizando o *software* Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha eletrônica, editores de textos, de apresentações, de desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalar o programa, é necessário acessar o *site* indicado a seguir. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/. Acesso em: 21 jun. 2022.
- Oriente os estudantes a verificar se os valores foram digitados corretamente nos campos indicados, para que as expressões funcionem corretamente.

Explique aos estudantes que, para adicionar mais dados ao conjunto, é necessário alterar as fórmulas de modo que elas incluam todos os valores.

- Se necessário, explique aos estudantes que também é possível calcular a média ao adicionar os valores e dividir a soma obtida pela quantidade de valores, nesse caso, 8. Para isso, deve-se usar a fórmula **=SOMA(A1:H1)/8**. Além disso, sugira que cliquem nos botões **Excluir casa decimal** e **Adicionar casa decimal** para alterar as quantidades de casas decimais do resultado, se for preciso.
- Certifique-se de que os estudantes digitaram as fórmulas com a acentuação.
- Se necessário, sugira aos estudantes que utilizem o **Assistente de funções** do Calc. Para isso, oriente-os a clicar no botão com o símbolo $f_x$ próximo à **Linha de entrada** e digitar, no campo **Pesquisar**, o nome da função desejada, por exemplo, "Média". Após selecionar a função e clicar no botão **Próximo**, deve-se digitar ou selecionar o intervalo no campo apropriado e clicar em **OK**.

## Metodologias ativas

Ao desenvolver a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

## Instrumentos e *softwares*

### Média aritmética no Calc

Siga as orientações do professor e os passos a seguir para calcular a média aritmética do seguinte conjunto de dados.

23 32 84 56 55 43 18 26

**1º** Copie os valores para a planilha. No exemplo, vamos registrar na linha **1**, mais especificamente no intervalo **A1:H1**.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 23 | 32 | 84 | 56 | 55 | 43 | 18 | 26 | |
| 2 | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | |

**2º** Na célula **A3**, digite o texto "Média". Em seguida, na célula **B3**, digite a fórmula **=MÉDIA(A1:H1)** e pressione **Enter**.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 23 | 32 | 84 | 56 | 55 | 43 | 18 | 26 | |
| 2 | | | | | | | | | |
| 3 | Média | **42,125** | = MÉDIA(A1:H1) | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | |

Agora, vamos identificar o menor e o maior valor desse conjunto de dados.

- Nas células **A4** e **A5**, digite os textos "Menor" e "Maior", respectivamente. Depois, nas células **B4** e **B5**, digite as fórmulas **=MÍNIMO(A1:H1)** e **=MÁXIMO(A1:H1)**, respectivamente, e pressione **Enter**.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 23 | 32 | 84 | 56 | 55 | 43 | 18 | 26 | |
| 2 | | | | | | | | | |
| 3 | Média | **42,125** | = MÉDIA(A1:H1) | | | | | | |
| 4 | Menor | **18** | = MÍNIMO(A1:H1) | | | | | | |
| 5 | Maior | **84** | = MÁXIMO(A1:H1) | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | |

Faça o teste: modifique os valores e verifique que o programa apresenta os novos resultados automaticamente.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

10. Respostas: a) Loja **A**: média: R$ 130,00; amplitude: R$ 85,00; loja **B**: média: aproximadamente R$ 131,00; amplitude: R$ 72,00; b) A loja **B**, pois as receitas têm uma menor amplitude, quando comparada com as receitas da loja **A**.

**9.** O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é o indicador inflacionário oficial no Brasil. Na tabela está indicado o IPCA mensal do último quadrimestre de 2021.

**IPCA mensal do último quadrimestre de 2021**

| Mês | IPCA (%) |
|---|---|
| Setembro | 1,16 |
| Outubro | 1,25 |
| Novembro | 0,95 |
| Dezembro | 0,73 |

Fonte de pesquisa: *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)*. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos.html. Acesso em: 21 mar. 2022.

a) Qual desses meses apresentou o maior IPCA? E qual teve o menor IPCA?

b) Calcule no caderno a média aritmética mensal aproximada do IPCA nesse quadrimestre. 9. Respostas: a) Outubro; dezembro; b) Aproximadamente 1,02%.

**10.** O quadro mostra a receita em reais obtida por duas lojas com a venda de hortaliças e verduras orgânicas ao longo de uma semana.

| Dia | segunda-feira | terça-feira | quarta-feira | quinta-feira | sexta-feira | sábado |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Loja A** | R$ 95,00 | R$ 100,00 | R$ 130,00 | R$ 105,00 | R$ 170,00 | R$ 180,00 |
| **Loja B** | R$ 130,00 | R$ 124,00 | R$ 110,00 | R$ 98,00 | R$ 170,00 | R$ 156,00 |

a) Calcule no caderno a média diária e a amplitude da receita de cada uma dessas lojas nessa semana.

b) Qual das lojas teve a receita mais homogênea nessa semana? Justifique sua resposta.

**11.** As notas do 1º, 2º, 3º e 4º bimestres de Matemática obtidas por Rui foram, respectivamente, 5, 7, 8 e 7.

a) Determine a média aritmética das notas de Rui.

b) Qual é a média ponderada das notas de Rui, sendo os pesos das notas do 1º, 2º, 3º e 4º bimestres, respectivamente, 1, 2, 3 e 4.

c) Nessa escola, a nota média anual para um estudante ser aprovado é 7,0. Nesse caso, Rui seria aprovado pela média aritmética? E pela média ponderada?

11. Respostas: a) 6,75; b) 7,1; c) Não; sim.

**12.** Uma empresa realizou uma pesquisa de satisfação com 600 clientes. As notas dos entrevistados correspondiam a um número inteiro de 1 a 5. O resultado da pesquisa está indicado ao lado.

| Nota | Quantidade de entrevistados |
|---|---|
| 1 | 32 |
| 2 | 81 |
| 3 | 100 |
| 4 | 195 |
| 5 | 192 |

a) Qual nota recebeu mais indicações? E qual recebeu menos indicações?

b) **Junte-se** a um colega e, com o auxílio do Calc, determinem a média de satisfação dos entrevistados em relação à empresa.

12. Respostas: a) 4; 1; b) Aproximadamente 3,723.





• Na atividade **10**, explore com os estudantes a relação entre a média aritmética e a amplitude. É necessário verificar se eles compreenderam que a média é uma medida central, ou seja, que no conjunto de dados podem existir valores bem acima e outros bem abaixo da média.

• Na atividade **11**, analise se os estudantes não confundem os procedimentos para calcular as médias aritméticas e ponderadas. Se julgar necessário, retome as explicações das páginas **244** e **245**.

• Na atividade **12**, os estudantes precisam identificar as notas com mais ou menos indicações. Se julgar necessário, retome as explicações da seção **Instrumentos e *softwares*** da página anterior.

• Na atividade **9**, é apresentado em um quadro o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) em um quadrimestre para que os estudantes calculem a média aritmética, desenvolvendo, assim, a habilidade **EF07MA35**.

Para ampliar o desenvolvimento com esta atividade, leia o texto do boxe **Um texto a mais** disponível a seguir. Depois, converse com eles sobre as consequências da inflação alta. Assim, os estudantes podem compreender que a Matemática é uma ciência fruto das necessidades e das preocupações humanas e que alicerça a resolução de problemas de diferentes contextos, abordando a **Competência específica de Matemática 1**.

### Um texto a mais

A inflação gera incertezas importantes na economia, desestimulando o investimento e, assim, prejudicando o crescimento econômico. Os preços relativos ficam distorcidos, gerando várias ineficiências na economia. As pessoas e as firmas perdem noção dos preços relativos e, assim, fica difícil avaliar se algo está barato ou caro. A inflação afeta particularmente as camadas menos favorecidas da população, pois essas têm menos acesso a instrumentos financeiros para se defender da inflação.

[...]

Banco Central do Brasil. *O que é inflação*. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/oqueinflacao. Acesso em: 21 jun. 2022.

• Ao explorar o conteúdo desta página, converse com os estudantes sobre a seriedade de uma pesquisa para fins de projeções futuras em diferentes áreas, como da saúde e das finanças. Explique a eles que, com o acesso à internet e o uso de mídias e redes sociais, algumas pessoas têm divulgado *fake news*, que são informações deturpadas causadoras de danos à sociedade. Permita-lhes compartilhar se já identificaram alguma *fake news* e o que fizeram para verificar a veracidade da informação. Se necessário, esclareça que, nesses casos, é importante consultar a fonte, o lugar onde está publicada e quem a escreveu ou disse; conversar com pessoas e profissionais que entendam do assunto, verificando se as notícias são atuais; procurar diferentes fontes e analisar se as informações batem.

• Na questão **3**, ouça os estudantes que se prontificarem a contar se já participaram de alguma pesquisa. Caso algum tenha participado, peça a ele que comente a respeito dessa experiência a fim de contribuir para a compreensão sobre a realização dos procedimentos necessários.

# Pesquisa estatística

Para conhecer algumas características e atributos de certa população, como os hábitos alimentares, a quantidade de integrantes da família, a quantidade de filhos, o lazer favorito, a idade, entre outras informações, podemos aplicar uma **pesquisa estatística**.

Para realizar uma pesquisa estatística, é necessário fazer alguns planejamentos e estipular parâmetros, como definir se vai ser uma **pesquisa censitária**, ou seja, realizada com toda a população, ou uma **pesquisa amostral**, que considera apenas uma parte da população.

Podemos exemplificar esse conceito considerando os funcionários de uma fábrica, em que todos devem votar sobre qual melhoria eles consideram mais importante ser realizada no refeitório. Nesse caso, é possível que todos os funcionários da fábrica votem, ou seja, toda a população estipulada, realizando, assim, uma pesquisa censitária. No entanto, havendo alguma situação que impossibilite a participação de todos os funcionários, como por questões de tempo e custo, é solicitado que apenas alguns deles votem, fazendo uma pesquisa amostral, mas de modo que se obtenha uma previsão da melhoria no refeitório preferida por todos os funcionários da fábrica.

FIZKES/SHUTTERSTOCK

Funcionária de uma empresa sendo entrevistada.

**Questão 3.** Você já participou de uma pesquisa? Conte para os colegas e o professor como foi essa experiência. Questão 3. Resposta pessoal.

Para realizar uma pesquisa, podemos aplicar as seguintes etapas.

**1º.** **Definição do tema e elaboração do questionário**: nessa etapa deve-se definir o assunto que será pesquisado. Com o assunto definido, é elaborado um questionário. Além disso, também é definido qual será o público-alvo, ou seja, quem serão os entrevistados, a quantidade de pessoas entrevistadas e outros detalhes, como local e horário, por exemplo, das entrevistas.

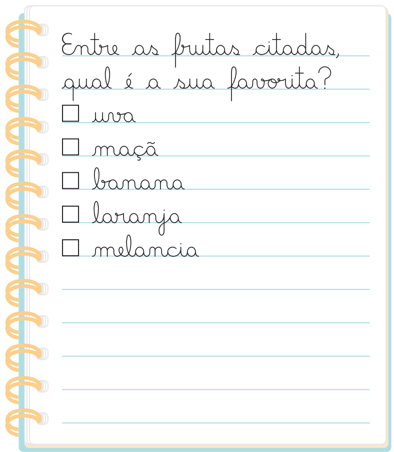
**2º.** **Coleta de dados**: é nessa etapa da pesquisa que os dados são obtidos por meio do questionário definido inicialmente.

**3º.** **Organização dos dados**: após coletados, os dados devem ser organizados usando alguns recursos, como tabelas e gráficos, a fim de que possam ser interpretados, possibilitando em algumas situações a percepção de tendências.

**4º.** **Apresentação e divulgação dos dados**: nessa etapa os resultados da pesquisa podem ser divulgados às pessoas interessadas por meio de recursos como relatórios, cartazes, *sites* ou panfletos. Na apresentação, busca-se responder a alguns questionamentos e também sintetizar as conclusões.

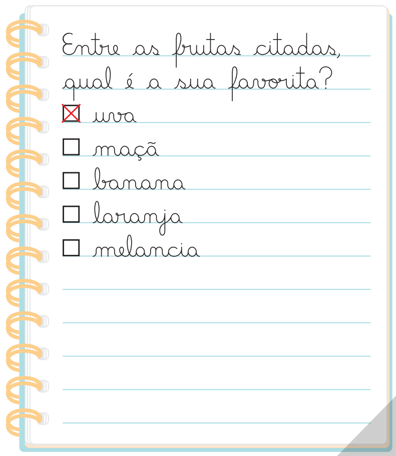
Adilson realizou uma pesquisa com todos os estudantes da sua turma para saber qual era a fruta preferida de cada um deles. Para isso, ele seguiu as etapas apresentadas na página anterior.

**1º.** **Inicialmente, Adilson construiu o questionário.**




KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

**2º.** **Em seguida, pediu aos estudantes da turma que respondessem ao questionário, optando por apenas uma fruta cada um deles.**

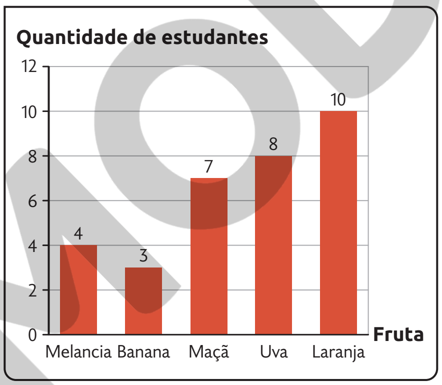



KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

**3º.** **Após coletar os dados, ele fez as contagens e construiu um gráfico.**


KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

**Frutas preferidas pelos colegas da turma de Adilson – novembro de 2023**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: registros de Adilson.





- Durante o trabalho com o conteúdo deste tópico, proponha aos estudantes que deem exemplos de situações em que a pesquisa pode ser censitária ou amostral, desenvolvendo, assim, a habilidade **EF07MA36**.
- Os dados apresentados no gráfico desta página e da página seguinte são fictícios.



249

- Na atividade **13**, é necessário verificar se os estudantes compreenderam a diferença entre uma pesquisa censitária e uma amostral e que a comunicação dos resultados de uma pesquisa pode ser feita utilizando tabelas ou diferentes tipos de gráficos. Caso tenham dificuldade em organizar os dados em um gráfico de setores no Calc, retome as explicações da seção **Instrumentos e *softwares*** da página **242**.
- Busca-se, com a atividade **14**, verificar se os estudantes entenderam o que é uma pesquisa amostral e em que situação ela pode ser utilizada. Para ampliar o desenvolvimento com esta atividade, promova uma conversa com os estudantes, pedindo a eles que citem outras situações nas quais a pesquisa pode ser amostral.

Aproveite o contexto do item **c** e pergunte aos estudantes se eles gostam de ir ao cinema e de qual gênero de filme preferem. Desse modo, envolvem-se aspectos relacionados às **culturas juvenis**. Para obter informações sobre o tópico **culturas juvenis**, consulte as orientações gerais deste manual.

## Sugestão de avaliação

Para avaliar a aprendizagem dos estudantes em relação aos conteúdos abordados, proponha a eles a atividade a seguir, escrevendo-a na lousa e orientando-os a copiarem no caderno.

- A tabela indica a quantidade de estudantes por ano escolar em certa escola em 2023. Sabendo que essa escola tem ao todo 9 turmas de **6º** ano, 8 turmas de **7º** ano, 7 turmas de **8º** ano e 6 turmas de **9º** ano, responda às questões.

**Quantidade de estudantes por ano escolar em certa escola – 2023**

| Turmas | Quantidade de estudantes por ano escolar |
|---|---|
| 6º ano | 162 |
| 7º ano | 138 |
| 8º ano | 150 |
| 9º ano | 150 |

Fonte de pesquisa: Direção da escola.

**a )** Quantos estudantes tem essa escola ao todo?

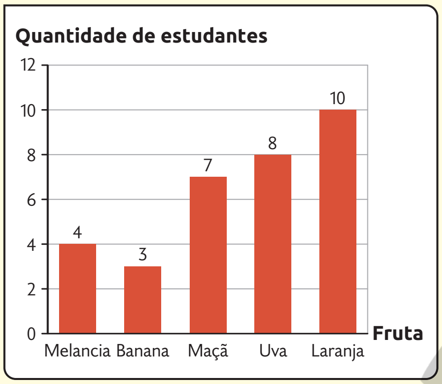
**b )** Qual é a média de estudantes por turma na escola?

**4º.** Adilson fez um cartaz e nele expôs o gráfico e suas conclusões em um mural na sala de aula.

RAFAEL L. GAION E KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a fruta preferida da turma?

**Frutas preferidas pelos colegas da turma de Adilson – novembro de 2023**




Fonte de pesquisa: registros de Adilson.

Entrevistei 32 estudantes. Entre as frutas, banana foi a menos votada, enquanto laranja foi a de maior preferência.

13. a) Sugestão de resposta: Uma pesquisa censitária é realizada com toda a população, enquanto uma pesquisa amostral é feita com uma parte da população.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. a) Resposta: A população são todos os eleitores desse estado, e a amostra corresponde aos 35 225 eleitores entrevistados.

**13.** Com base na pesquisa realizada por Adilson na página **249**, resolva os itens a seguir.

**a)** Com suas palavras, o que diferencia uma pesquisa censitária e uma pesquisa amostral?

**b)** A pesquisa realizada por Adilson foi censitária ou amostral? Por que Adilson fez essa opção? 13. b) Respostas: Censitária. Porque era possível entrevistar todos os colegas da turma.

**c)** Quais recursos estatísticos Adilson utilizou para apresentar o resultado da pesquisa? 13. c) Resposta: Gráfico e texto com dados estatísticos.

**d)** Do total de votos, qual foi a porcentagem referente à fruta menos votada? 13. d) Resposta: Aproximadamente 9,38%.

**e)** Utilizando o Calc, organize as informações obtidas por Adilson em um gráfico de setores. 13. e) Resposta na seção **Resoluções**.

**14.** Identifique a população e a amostra em cada tema de pesquisa a seguir.

**a)** Para realizar uma pesquisa acerca da intenção de voto para governador de um estado cuja quantidade de eleitores é 345 500 pessoas, foram entrevistados 35 225 eleitores.

**b)** Para saber se os estudantes da escola aprovam a merenda servida, a direção entrevistou 450 dos seus 1 320 estudantes. 14. b) Resposta: A população são todos os estudantes da escola, e a amostra corresponde aos 450 estudantes entrevistados.

**c)** Para saber se os espectadores gostaram do filme a que assistiram, um cinema sorteou 85 entre os 120 números de poltronas e entrevistou as respectivas pessoas. 14. c) Resposta: A população são todos os ocupantes das poltronas, e a amostra corresponde aos 85 ocupantes entrevistados.

250





## Resoluções e comentários

**a )** Adicionando as quantidades de estudantes por ano escolar, temos:

$$162 + 138 + 150 + 150 = 600$$

Portanto, ao todo, essa escola tem 600 estudantes.

**b )** Inicialmente, calculamos o total de turmas na escola:

$$9 + 8 + 7 + 6 = 30$$

Em seguida, dividimos o total de estudantes pelo total de turmas:

$$\frac{600}{30} = 20$$

Portanto, por turma, a média é 20 estudantes.

Para obter informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, consulte as orientações gerais deste manual.

- Os dados apresentados na tabela do boxe **Sugestão de avaliação** são fictícios.

**15.** Escreva no caderno o tipo de pesquisa mais adequado para cada temática.

**a)** Domicílios brasileiros com acesso à internet.

**b)** Preferência dos consumidores por determinada marca de produto.

**c)** População rural e urbana de um município.

**d)** Aprovação do presidente de um país.

15. Respostas:
a) Censitária; b) Amostral;
c) Censitária; d) Amostral.

**16.** Uma empresa de calçados de determinada marca realizou uma pesquisa entre seus funcionários e aplicou a seguinte pergunta: Qual é a marca de calçados de sua preferência? Você considera o resultado dessa pesquisa confiável? Justifique sua resposta no caderno.

16. Resposta: Não, pois a população pesquisada são os funcionários da empresa dona da marca.

**17.** Buscando avaliar o nível de satisfação dos moradores com o serviço de coleta de lixo, a prefeitura realizou uma pesquisa no município e aplicou o seguinte questionário.

17. a) Resposta: Não, pois os adultos têm a maior percepção referente à qualidade do serviço de coleta de lixo.

Questionário

Na sua rua a coleta de lixo é periódica?

Sim (   )    Não (   )

Na sua rua ocorre a coleta de lixo reciclável?

Sim (   )    Não (   )

Como você avalia o serviço de coleta de lixo do seu bairro?

Ótimo (   )    Regular (   )

Bom (   )    Ruim (   )

KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

**Junte-se** a um colega e simulem o planejamento e a realização dessa pesquisa no bairro em que moram. Após concluírem o planejamento, respondam às questões.

**a)** Crianças até 8 anos devem ser entrevistadas?

**b)** Em que local as entrevistas poderão ser realizadas? Justifique sua resposta.

**c)** Todas as pessoas do bairro serão entrevistadas?

**d)** A pesquisa é censitária ou amostral? 17. d) Resposta: Amostral.

**e)** Quantos moradores serão entrevistados? 17. e) Resposta pessoal.

**18.** **Junte-se** a dois colegas e, sob a orientação do professor, realizem uma pesquisa estatística. Não se esqueçam de seguir cada uma das etapas apresentadas anteriormente.

- Definição do tema e elaboração do questionário.
- Coleta de dados.
- Organização e interpretação dos dados.
- Apresentação e divulgação dos dados.

Após a realização de todas as etapas, **elaborem** um relatório com o tema da pesquisa, apresentando nele as tabelas e os gráficos utilizados, além de compor as principais conclusões em relação ao tema pesquisado. 18. Resposta pessoal.

17. b) Sugestão de resposta: Nas residências, por se tratar de um serviço público oferecido no bairro.
17. c) Resposta: Não, pois pode demandar muito tempo entrevistar todos os moradores.





- Na atividade **15**, elabore outras temáticas e escreva-as na lousa para que os estudantes identifiquem qual tipo de pesquisa seria mais adequada. Algumas sugestões são: quantidade de moradores por domicílio em um município; filme preferido dos assinantes de uma plataforma de filmes etc.
- Para ampliar o desenvolvimento com a atividade **16**, explique aos estudantes que uma pesquisa amostral não pode ser tendenciosa e que a amostra deve ser representativa da população, visto que só assim serão obtidos resultados confiáveis que, de fato, vão colaborar para tomadas de decisão. Assim, ao instigar os estudantes a pensarem com responsabilidade a respeito de princípios éticos e democráticos, abordam-se aspectos da **Competência geral 10**.
- Aproveite que as atividades **17** e **18** devem ser realizadas em dupla ou trio e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e as limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar pertinente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Para obter informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, consulte as orientações gerais deste manual.
- As atividades **17** e **18** se complementam, visto que envolvem questões associadas a planejar, a realizar e a comunicar resultados de pesquisas referentes a temas sociais, desenvolvendo, assim, a habilidade **EF07MA36**.
- Busca-se com a atividade **18** propiciar aos estudantes que organizem uma pesquisa com dados quantitativos, para, então, encontrar meios de comunicar o que foi pesquisado, utilizando recursos e argumentos convincentes, em um trabalho cooperativo com seus pares, favorecendo, assim, o desenvolvimento das **Competências específicas de Matemática 4** e **8**. Para ampliar o desenvolvimento dessa atividade, permita que escolham um tema de seus interesses para realizar a pesquisa e, ao final, oriente-os a expor em um mural da escola os resultados obtidos de modo que todos os estudantes tenham acesso aos trabalhos feitos pelos colegas.

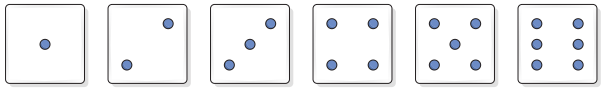
• Para que os estudantes produzam significados em relação aos conceitos de espaço amostral e experimento aleatório, verifique a possibilidade de levar vários dados para a sala de aula. Proponha aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em pequenos grupos, realizem o experimento e construam um quadro com os resultados dos lançamentos. Peça a alguns grupos que compartilhem os quadros construídos com a turma e, então, discuta com eles por que esses lançamentos se caracterizam como um experimento aleatório. Depois, apresente a eles as explicações do livro.

• Os dados apresentados no gráfico desta página são fictícios.

• Na questão **4**, auxilie os estudantes na interpretação do gráfico. Após responderem a essa questão, explique a eles que o cálculo de uma probabilidade é dado pela razão entre o número de elementos do evento e o número de elementos do espaço amostral e que, por ser uma razão entre parte e todo, pode ser representada na forma de porcentagem.

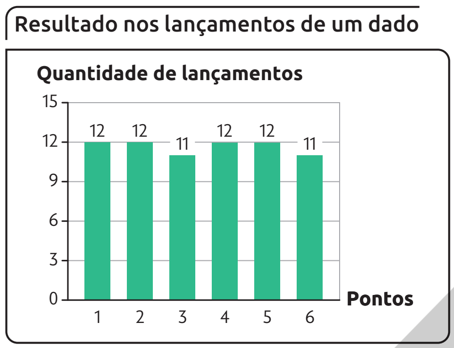
# Probabilidade

Sara realizou um experimento, ou seja, lançou um dado várias vezes e anotou os resultados. Nesse caso, os possíveis resultados são 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 pontos, e todos têm as mesmas chances de acontecer, isto é, são **igualmente prováveis**. Em um experimento, o conjunto de todos os resultados possíveis é chamado **espaço amostral**.



RAFAELA PANISSA/ARQUIVO DA EDITORA

Para registrar o resultado desse experimento, Sara construiu o seguinte gráfico de colunas.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: experimento de Sara realizado em fevereiro de 2022.

**Atenção!**

Em um experimento, o espaço amostral é indicado pelo símbolo $\Omega$ (lê-se "ômega"). No caso apresentado, o espaço amostral no lançamento de um dado de 6 faces é $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$.

**Questão 4.** Em seu caderno, determine quantos lançamentos Sara fez nesse experimento.
Questão 4. Resposta: 70 lançamentos.

Nos lançamentos, há seis resultados possíveis, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 pontos, todos com as mesmas chances de ocorrer. Dessa forma, quanto mais lançamentos acontecerem, mais a quantidade de resultados de cada uma das faces vai se aproximar. De acordo com o gráfico, perceba que a quantidade de resultados de cada um dos pontos se aproxima.

Ao lançar esse dado, qual é a chance de ocorrer o evento "obter 3 pontos na face voltada para cima"?

Para responder, verificamos quantas vezes a face com 3 pontos aparece no dado. Nesse dado, 3 pontos aparece 1 vez. Como o dado tem 6 faces, há 1 chance em 6 de 3 pontos estar na face voltada para cima, ou seja, $\frac{1}{6}$. A **probabilidade** de aparecer 3 pontos na face voltada para cima nesse lançamento é 1 em 6 ou $\frac{1}{6}$.

Outra maneira de representar a probabilidade da ocorrência de um evento é usando porcentagem. Nesse caso, temos: $\frac{1}{6} \simeq 0{,}17 = \frac{17}{100} = 17\%$.

Portanto, a probabilidade de obter 3 pontos no lançamento de um dado é de $\frac{1}{6}$ ou aproximadamente 17%.

Ainda utilizando o dado de 6 faces, também podemos calcular a probabilidade de obtermos um número de pontos menor do que 5 na face voltada para cima.

Nesse caso, como cada um dos resultados tem a mesma chance de ocorrer e em 4 deles temos um número de pontos menor do que 5, há 4 chances em 6 de obter um número de pontos menor do que 5, isto é: $\frac{4}{6} \simeq 0{,}66 = \frac{66}{100} = 66\%$.

Portanto, a probabilidade de obter um número de pontos menor do que 5 na face voltada para cima é de $\frac{4}{6}$ ou aproximadamente 66%.

## Instrumentos e *softwares*

### Experimento aleatório no Calc

O Calc também pode ser utilizado para fazer um experimento aleatório. Siga os passos a seguir para realizar 15 sorteios com números de 1 a 10.

**1º** Na célula **A1**, digite:
**=ALEATÓRIOENTRE(1;10)**
Depois, e pressione **Enter**. No exemplo a seguir, foi sorteado o número 2.

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | 2 | = ALEATÓRIOENTRE(1;10) |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| 11 | | |
| 12 | | |
| 13 | | |
| 14 | | |
| 15 | | |
| 16 | | |
| 17 | | |

**2º** Para repetir o sorteio nas células seguintes, clique na **Alça de preenchimento automático**, mantendo o botão pressionado, e arraste até a linha **A15**. Os demais números sorteados serão exibidos.

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | 2 | |
| 2 | 7 | |
| 3 | 5 | |
| 4 | 10 | |
| 5 | 7 | |
| 6 | 2 | |
| 7 | 3 | |
| 8 | 7 | |
| 9 | 4 | |
| 10 | 3 | |
| 11 | 5 | |
| 12 | 1 | |
| 13 | 2 | |
| 14 | 5 | |
| 15 | 9 | Alça de preenchimento automático |
| 16 | | |
| 17 | | |

**3º** Podemos utilizar uma fórmula para obter a frequência de um número nos sorteios, por exemplo, o número 5. Para isso, digite numa célula de outra coluna a fórmula **=CONT.SE(A1:A15;5)** e pressione **Enter**. No exemplo, o número 5 foi sorteado 3 vezes: nas células **A3**, **A11** e **A14**.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | 3 | = CONT.SE(A1:A15;5) | |
| | | | |
| | | | |

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Faça o teste: clique em **Dados**, **Calcular** e escolha **Recalcular** ou pressione a tecla **F9**, que o programa vai fazer os sorteios novamente.





• Na seção **Instrumentos e *softwares***, peça aos estudantes que comparem os resultados obtidos para que, assim, verifiquem que os resultados dos sorteios e a frequência do número 5 são diferentes. É necessário verificar se eles perceberam que, ao realizar os sorteios novamente, a contagem da frequência do número 5 é atualizada automaticamente.

**Metodologias ativas**

Ao desenvolver a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Para obter mais informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

• Na atividade **19**, se possível, leve algumas moedas para a sala de aula e realize alguns lançamentos com ajuda dos estudantes. Durante essa dinâmica, peça a eles que identifiquem o espaço amostral ao lançar uma moeda e verifique se eles respondem que é $\Omega = \{\text{cara, coroa}\}$.

• Na atividade **20**, são propostos a identificação do espaço amostral e o cálculo da probabilidade de eventos que envolvem números ímpares, primos e com dois algarismos. Caso necessário, retome com eles o que são números primos (conteúdo estudado na unidade **1** deste volume). Para ampliar o desenvolvimento com esta atividade, peça aos estudantes que elaborem outros itens e troquem com um colega para resolver. Ao final, eles devem verificar se o colega resolveu corretamente.

• Na atividade **21**, leve para a sala de aula alguns dados ou peça aos estudantes que os construam a fim de realizar na prática os lançamentos indicados. Para isso, reproduza e entregue a eles o molde de um dado de seis faces, orientando-os a recortar e montar. Na realização dessa dinâmica, chame a atenção dos estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Por propiciar a realização de experimento aleatório, simulações e cálculo de probabilidade, essa atividade desenvolve a habilidade **EF07MA34**.

• Para realizar a atividade **22**, providencie antecipadamente cartões nas cores branca e preta numerados de 1 a 3. Feito isso, organize os estudantes em grupos e distribua para cada grupo três cartões brancos e três cartões pretos para que eles possam realizar sorteios dos cartões e obter a resposta da atividade de modo prático.

• A atividade **23** envolve a realização de um experimento aleatório usando o *software* Calc, o que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA34**. Além disso, esta atividade pode ser relacionada à **Competência específica de Matemática 5**, no que tange ao uso de ferramentas de tecnologias digitais para a resolução de um problema. Caso seja necessário, retome as explicações da seção **Instrumentos e *softwares*** da página anterior.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**19.** Lia lançou uma moeda e verificou a face voltada para cima.

**a)** Quantos são os resultados possíveis?

**b)** Qual é a probabilidade de Lia obter cara na face voltada para cima?

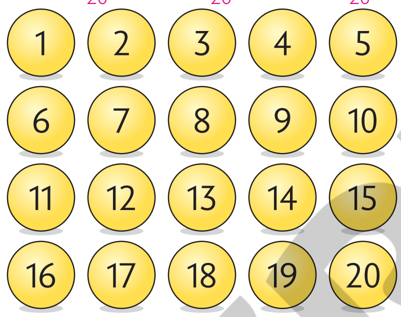
19. Respostas: a) 2; b) $\frac{1}{2}$ ou 50%.


Coroa. Cara.



**20.** Para realizar um sorteio, Renato colocou em uma urna as bolas a seguir. Depois, ele retirou ao acaso uma bola.

20. Respostas: a) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$; b) $\frac{1}{20}$ ou 5%; c) $\frac{10}{20}$ ou 50%; d) $\frac{11}{20}$ ou 55%; e) $\frac{8}{20}$ ou 40%.






21. c) Resposta: Espera-se obter aproximadamente 200 resultados com pontuação 3 e 200 resultados com pontuação 5.

**a)** Descreva o espaço amostral desse experimento.

**b)** Qual é a probabilidade de sair o número 12?

**c)** Qual é a probabilidade de o número sorteado ser ímpar?

**d)** Qual é a probabilidadde de o número sorteado ter dois algarismos?

**e)** Calcule a probabilidade de o número sorteado ser primo.

**21.** **Junte-se** a três colegas e lance, cada um, um dado de seis faces 10 vezes. Anotem no caderno os resultados obtidos. Em seguida, respondam às questões.

**a)** Quantos foram os lançamentos do grupo? 21. a) Resposta: 40.

**b)** Em quantos resultados obtiveram pontuação 3? E em quantos obtiveram pontuação 6?

21. b) Resposta pessoal.

**c)** Se realizarmos 1 200 lançamentos desse dado, quantos resultados com pontuação 3 e quantos com pontuação 5 se espera obter?

**22.** (Obmep-2010) Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?

**a)** $\frac{3}{5}$ **b)** $\frac{5}{9}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{2}{3}$ **e)** $\frac{3}{4}$

22. Resposta: Alternativa **b**.

**23.** Utilizando os mesmos procedimentos apresentados na seção **Instrumentos e *softwares*** da página **253**, realize 20 sorteios com números de 0 até 50. Depois, calcule a porcentagem de vezes que o número 7 foi sorteado. 23. Resposta pessoal.







### Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Para obter informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, consulte as orientações gerais deste manual.

## O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Analise a tabela.

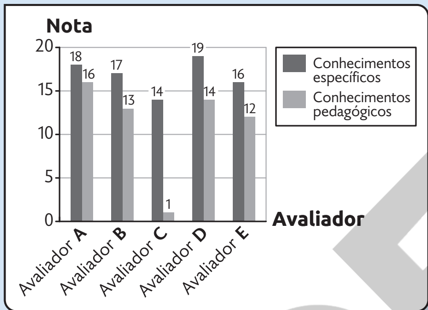
| Porcentagem de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental com aprendizado adequado | | |
|---|---|---|
| **Ano** | **Língua Portuguesa** | **Matemática** |
| 2011 | 27% | 16,9% |
| 2013 | 28,7% | 16,4% |
| 2015 | 33,9% | 18,2% |
| 2017 | 39,5% | 21,5% |
| 2019 | 31,4% | 24,4% |

Fonte de pesquisa: *Todos pela educação*. Disponível em: https://todospelaeducacao.org.br/wordpress/wp-content/uploads/2021/09/relatorio-de-aprendizagem.pdf. Acesso em: 22 mar. 2022.

Em qual desses anos ocorreu a menor porcentagem de estudantes com aprendizado adequado em Matemática? E em Português? 1. Respostas: 2013; 2011.

**2.** (Enem-2013) As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por 5 membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribui duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.

**Notas (em pontos)**




REPRODUÇÃO/ENEM

Fonte de pesquisa: notas da banca avaliadora.

Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor nota atribuídas ao professor. A nova média, em relação à média anterior, é:

a) 0,25 ponto maior.
b) 1,00 ponto maior.
c) 1,00 ponto menor.
d) 1,25 ponto maior.
e) 2,00 pontos menor.

2. Resposta: Alternativa **b**.

**3.** O gráfico apresenta o resultado final de uma eleição para prefeito de certo município em que votaram 11900 eleitores.

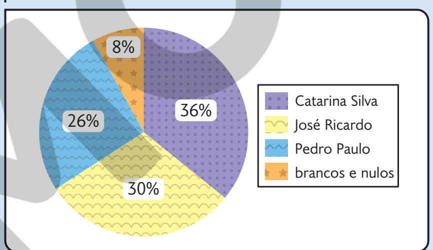
a) Quantos votos a candidata eleita obteve?

b) Qual é a diferença entre a quantidade de votos obtidos por José Ricardo e Pedro Paulo?

c) Qual foi a quantidade de votos brancos e nulos?

3. Respostas: a) 4284; b) 476; c) 952.

**Resultado final da eleição para prefeito – novembro de 2020**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: registros da prefeitura.





### 1. Objetivo

• Avaliar se os estudantes leem e interpretam corretamente informações expressas em tabelas.

### Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dificuldade, explore algumas informações da tabela com eles, questionando-os, por exemplo, sobre o percentual de estudantes com aprendizado adequado em Matemática em 2019 e em que ano o percentual em Língua Portuguesa foi 33,9%. Explique aos estudantes que uma das cinco metas estipuladas pelo instituto "Todos pela Educação" é ter todo estudante com aprendizado adequado ao seu ano.

### 2. Objetivo

• Constatar se os estudantes calculam corretamente a média aritmética de um conjunto de dados.

### Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dificuldade, oriente-os a obter a soma das notas antes e depois da inclusão do novo critério, dividindo cada uma delas pela respectiva quantidade de notas.

### 3. Objetivo

• Avaliar se os estudantes leem e interpretam corretamente informações expressas em um gráfico de setores.

### Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dificuldade, analise a necessidade de verificar a legenda do gráfico para relacionar o nome do candidato ao seu percentual de voto. Para calcular a quantidade de votos de cada candidato, sugira que escrevam o percentual na forma fracionária com denominador 100 e, em seguida, efetuem as operações.

• Os dados apresentados nos gráficos das atividades **2** e **3** desta página são fictícios.

## 4. Objetivo

• Avaliar se os estudantes leem e interpretam corretamente informações expressas em tabelas de dupla entrada e se calculam a média aritmética e a amplitude de um conjunto de dados.

### Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dificuldade, oriente-os a analisar separadamente as médias salariais de cada empresa e, depois, a determinar qual é a maior. No item **c**, se necessário, retome as explicações da página **244**.

• Os dados apresentados no gráfico da atividade **4** desta página são fictícios.

## 5. Objetivos

• Constatar se os estudantes reconhecem todas as ocorrências possíveis em um experimento aleatório e se efetuam cálculos de probabilidades corretamente.

### Como proceder

• Verifique se os estudantes reconhecem as informações do quadro como a descrição de todas as ocorrências possíveis desse experimento, ou seja, a descrição do espaço amostral. Se necessário, utilize a lousa para evidenciar algumas dessas ocorrências, como **1A**, **5D** e **3E**. Além disso, analise se eles percebem que a quantidade de casos possíveis pode ser obtida multiplicando a quantidade de possibilidades em cada dado. Nos itens **b**, **c** e **d**, oriente-os a identificar a quantidade de casos favoráveis em cada evento e, em seguida, a calcular a probabilidade de ocorrência de cada um, que é dada pela razão entre a quantidade de casos favoráveis e a quantidade de casos possíveis.

**4.** Na tabela estão apresentados os salários dos diretores de duas empresas do ramo de alimentação.

**Salário dos diretores da empresa – dezembro de 2023**

| Cargo | Salário (em R$) | |
|---|---|---|
| | Empresa A | Empresa B |
| Diretor de *marketing* | 8500,00 | 9200,00 |
| Diretor executivo | 10200,00 | 9900,00 |
| Diretor financeiro | 9600,00 | 9500,00 |

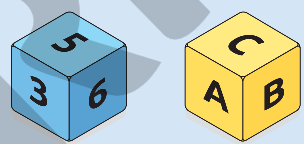
Fonte de pesquisa: dados do setor financeiro das empresas **A** e **B**.

**a)** Qual é o cargo de direção com menor salário na empresa **A**? E o de maior salário nessa empresa?

**b)** Calcule em uma folha de papel avulsa a média salarial dos diretores de cada empresa. Qual empresa apresenta maior média salarial?

**c)** Calcule a amplitude dos salários de cada empresa.

**5.** Na imagem, está a representação de 2 dados. Em cada face de um deles há os números de 1 a 6, e, em cada face do outro, as letras de **A** a **F**.




Lançando esses dados simultaneamente, podemos obter várias possibilidades nas faces voltadas para cima, como mostra o quadro a seguir.

4. Respostas: a) Diretor de *marketing*; diretor executivo; b) Empresa **A**: aproximadamente R$ 9433,33; empresa **B**: aproximadamente R$ 9533,33; empresa **B**; c) Empresa **A**: R$ 1700,00; empresa **B**: R$ 700,00.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1A | 1B | 1C | 1D | 1E | 1F |
| 2 | 2A | 2B | 2C | 2D | 2E | 2F |
| 3 | 3A | 3B | 3C | 3D | 3E | 3F |
| 4 | 4A | 4B | 4C | 4D | 4E | 4F |
| 5 | 5A | 5B | 5C | 5D | 5E | 5F |
| 6 | 6A | 6B | 6C | 6D | 6E | 6F |

ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Qual é a quantidade de resultados possíveis no lançamento desses dados?

**b)** Qual é a probabilidade de obtermos um número par e a letra **C** em um lançamento?

**c)** Qual é a probabilidade de obtermos um número ímpar e uma vogal em um lançamento?

**d)** Qual é a probabilidade de obtermos um número primo e uma consoante em um lançamento?

5. Respostas: a) 36; b) $\frac{3}{36}$ ou $\frac{1}{12}$ ou aproximadamente 8%; c) $\frac{6}{36}$ ou $\frac{1}{6}$ ou aproximadamente 17%; d) $\frac{12}{36}$ ou $\frac{1}{3}$ ou aproximadamente 33%.

UNIDADE

# 12 Transformações de figuras

SERG_DIBROVA/SHUTTERSTOCK



Bebê olhando sua imagem refletida no espelho.

## Agora vamos estudar...

- simetria axial;
- transformação de reflexão;
- transformação de rotação;
- simetria de rotação;
- transformação de translação;
- plano cartesiano;
- transformações no plano cartesiano.



- A página de abertura desta unidade apresenta um bebê olhando seu reflexo no espelho, situação que remete a uma transformação de reflexão. Verifique se os estudantes conseguem associar a foto da abertura aos conteúdos que serão estudados na unidade. Para isso, proponha que analisem as características do reflexo no espelho e leve-os a concluir que esse objeto mostra uma imagem do bebê idêntica a ele.

Depois, comente que, se o espelho é côncavo ou convexo, por exemplo, é possível que a imagem seja distorcida, como ocorre nos retrovisores de alguns caminhões e ônibus. Diga aos estudantes que o reflexo obtido, nesses casos, não é simétrico à pessoa ou ao objeto original, pois não será idêntico ao que está sendo refletido.

### Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

### Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes a respeito dos conteúdos que serão estudados na unidade, proponha-lhes a seguinte atividade.

- Em uma folha de papel avulsa, desenhe dois exemplos de letras do alfabeto que possam ser divididas em duas partes por uma reta imaginária, de modo essas partes se sobreponham se as “dobrarmos” ao longo dessa reta.

### Resolução e comentários

Entre as letras do alfabeto, os estudantes podem desenhar: A, B, C, D, E, H, I, M, O, S, T, U, V, W X e Z.

Comente com eles que algumas letras do alfabeto podem ser divididas, de mais de uma maneira, em duas partes que se sobrepõem identicamente. Mostre a eles a letra H e a letra X para exemplificar essa situação.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

## Objetivos da unidade

- Identificar figuras que têm simetria axial.
- Reconhecer e construir figuras obtidas de simetrias de reflexão, de rotação e de translação.
- Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
- Identificar a transformação de polígonos representados no plano cartesiano.

## Justificativas

Com os conteúdos desta unidade, os estudantes são incentivados a identificar e analisar simetrias axiais por reflexão, em relação a um eixo; por rotação, em relação a um ponto e medida de ângulo; e por translação, dada certa medida de distância, direção e sentido. Além disso, é apresentado aos estudantes como reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras, com base nas transformações de reflexão, rotação e translação.

Busca-se, com o estudo dessas diferentes simetrias, que os estudantes compreendam conceitos de semelhança e congruência de figuras, identificando se duas figuras têm ou não mesmo formato e tamanho, independentemente da posição que ocupam no plano.

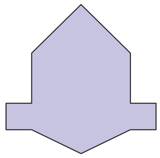
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes a respeito de simetria axial. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto, tornando o estudo mais significativo.
- A questão **1** tem por objetivo identificar se os estudantes são capazes de reconhecer simetria axial nas figuras geométricas apresentadas.

Para obter melhor proveito, verifique se os estudantes perceberam que, se o eixo *e* estivesse na vertical, a figura **B** teria simetria axial; e, se o eixo *e* estivesse na horizontal, a figura **C** não teria simetria axial. Já a figura **A** teria simetria axial se o eixo *e* estivesse tanto na vertical quanto na horizontal.

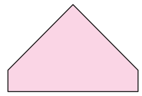
# Simetria axial

Você já estudou simetria? Para você, quando uma figura tem simetria? Neste tópico, vamos estudar a simetria axial. Considere as figuras a seguir.

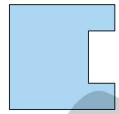
**A.**



**B.**

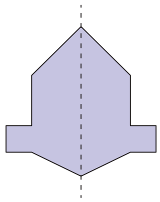


**C.**

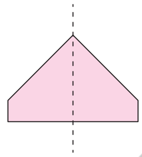


Imagine uma reta vertical passando sobre cada uma das figuras consideradas.

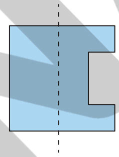
**A.**



**B.**



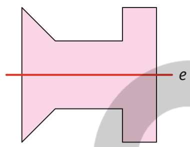
**C.**

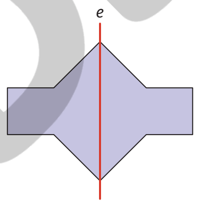


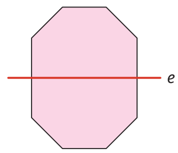
Entre as figuras apresentadas, algumas delas – figuras **A** e **B** – apresentam o mesmo conjunto de pontos apenas refletidos em ambos os lados da reta, ou seja, as duas partes se sobrepõem se as "dobrarmos" ao longo da reta.

Dizemos que as figuras **A** e **B** têm **simetria axial** em relação à reta vertical que, nesse caso, recebe o nome de **eixo de simetria**.

Outros exemplos de figuras que têm simetria axial em relação ao eixo traçado aparecem nas imagens a seguir.

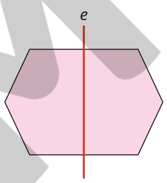


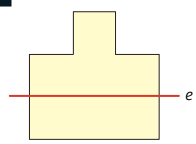




**Questão 1.** Quais das figuras a seguir têm simetria axial em relação ao eixo *e*?

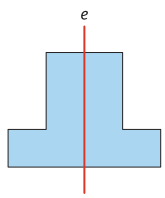
**A.**




**B.**




**C.**






Questão 1. Resposta: Figuras **A** e **C**.







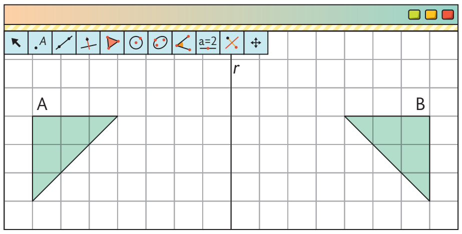
258

# Transformação de reflexão

Com um programa de computador, Bernardo construiu a figura **A** e a reta *r*. Em seguida, utilizando uma das ferramentas, ele construiu a figura **B**, refletindo a figura **A** em relação à reta *r*.

Para construir a figura **B**, Bernardo aplicou na figura **A** uma **transformação de reflexão** em relação à reta *r* (**eixo**). Nesse caso, dizemos que as figuras **A** e **B** são **simétricas por reflexão** em relação ao eixo *r*.

Analise outros exemplos.

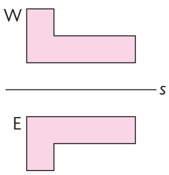



RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

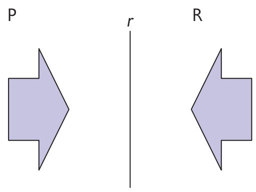
**Atenção!**

A figura obtida ao aplicarmos uma transformação em dada figura chama-se **imagem** da figura inicial.

A figura **W** é a imagem da figura **E** pela transformação de reflexão em relação ao eixo *s*.




A figura **R** é a imagem da figura **P** pela transformação de reflexão em relação ao eixo *r*.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

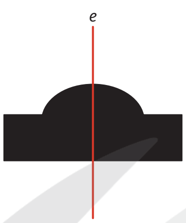
A imagem de uma figura pela transformação de reflexão é idêntica à figura original.

## Atividades

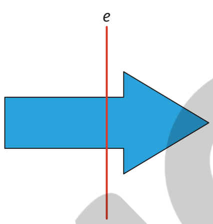
Faça as atividades no caderno.

**1.** Em quais das figuras a linha *e* representa um eixo de simetria?

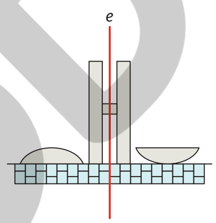
**A.**



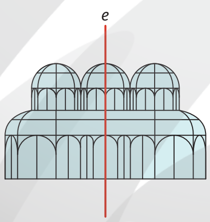

**C.**



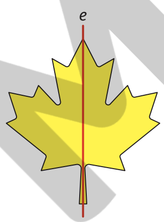

**E.**



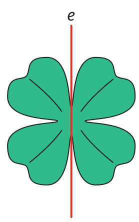

**B.**




**D.**




**F.**




ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

1. Resposta: Figuras A; B; D e F.



- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes a respeito de transformação de reflexão. Incentive-os a dar suas explicações e a conversar entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e, tornando o estudo mais significativo.

### Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **1**, os estudantes devem ser capazes de identificar em quais figuras o eixo *e* representa um eixo de simetria. Para aproveitar melhor o contexto da atividade, peça aos estudantes que justifiquem o motivo de as figuras **C** e **E** não terem o eixo *e* como eixo de simetria.



259

• A atividade **2** tem por objetivo identificar se os estudantes reconhecem eixos de simetria em figuras, obtendo simetrias axiais.

Para obter melhor proveito da atividade, proponha que, em grupos previamente determinados, os estudantes desenhem outra figura na malha quadriculada que apresente apenas um eixo de simetria, verificando se eles são capazes de construir figuras que têm simetria axial.

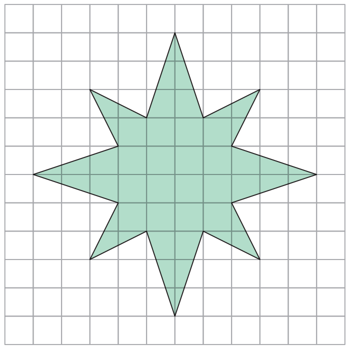
Aproveite o fato de a atividade **2** ser proposta em grupo/dupla e ressalte a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz; abordando, assim, aspectos da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente ao *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

• A atividade **3** tem por objetivo identificar se os estudantes reconhecem simetria axial nas representações dos algarismos. Caso os estudantes apresentem dificuldade em resolver esta atividade, retome a atividade proposta na **Sugestão de avaliação**, na página **257**, e mostre na lousa letras do alfabeto que têm um eixo de simetria (letra A, por exemplo) e letras do alfabeto que têm mais de um eixo de simetria (letra X, por exemplo).

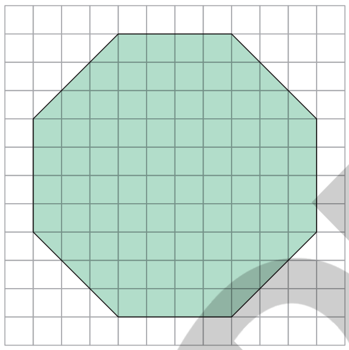
• As atividades **4** e **5** têm por objetivo identificar se os estudantes reconhecem figuras simétricas por reflexão em relação a um eixo. Para tirar melhor proveito nas duas atividades, peça aos estudantes que justifiquem suas respostas e proponham maneiras de as figuras das alternativas **A** e **C** da atividade **5** também serem simétricas por reflexão.

**2. Junte-se** a um colega, desenhem as figuras planas a seguir em uma malha quadriculada e tracem todos os eixos de simetria de cada uma delas.

**A.**



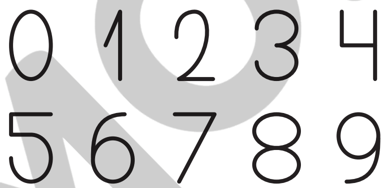
**B.**



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

2. Resposta nas **orientações ao professor**.

**3.** Considere as seguintes representações dos algarismos.



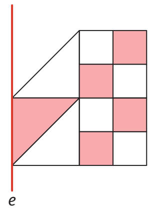

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Quais têm eixo de simetria?

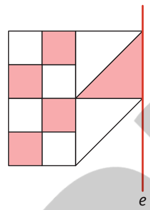
**b)** Quais têm mais de um eixo de simetria?

3. Resposta: a) 0, 3 e 8; b) 0 e 8.

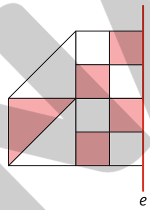
**4.** Analise a representação de parte de um mosaico. Em quais das alternativas a seguir, a imagem completa-o de modo que ele seja simétrico em relação ao eixo *e*?



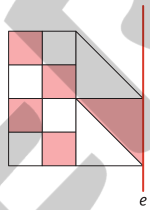

**A.**



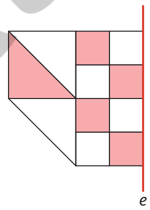

**C.**




**B.**




**D.**

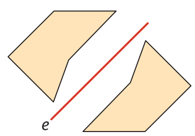



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

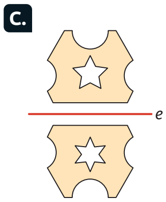
4. Resposta: Alternativa **B**.

**5.** Em quais alternativas a seguir há figuras simétricas por reflexão em relação ao eixo *e*?

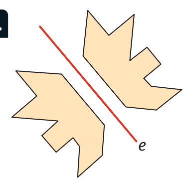
**A.**



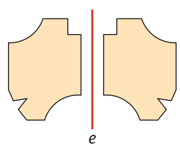

**C.**




**B.**




**D.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

5. Resposta: Alternativas **B** e **D**.

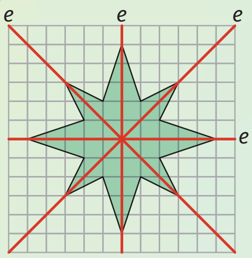


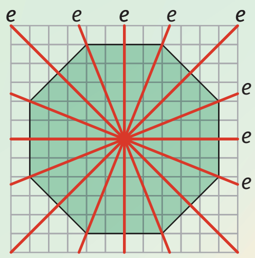




**Resposta**

**2.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**6.** A arte das mulheres do povo Sotho, em Lesoto e regiões vizinhas na África do Sul, pode ser vista em pinturas nas paredes de suas casas. Cada desenho usado como padrão tem, frequentemente, formatos geométricos, como o quadrado da figura **1**. Os desenhos obtidos com esses padrões apresentam características de simetria axial. Com a figura simétrica a esse padrão em relação a um eixo vertical (figura **2**) e depois a um eixo horizontal (figura **3**), obtém-se um **tema**. Reproduzindo esse desenho, compõe-se o chamado **litema**, que formará a composição da pintura.




Figura **1**: Padrão. Este é um dos mais populares.

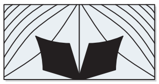


Figura **2**: Formada pelo padrão e sua figura simétrica por reflexão em relação a um eixo vertical.

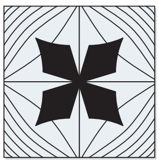


Figura **3**: Formada pela figura **2** e sua figura simétrica por reflexão em relação a um eixo horizontal. Este tema, obtido com o padrão da figura **1**, é conhecido como Likhole.

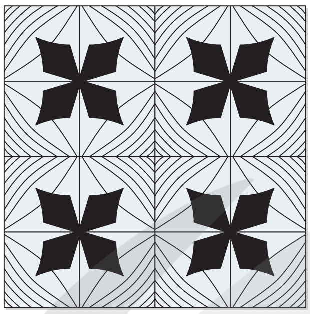


Figura **4**: Composição dos temas Likhole, formando um dos litemas mais populares.

ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantos eixos de simetria há no padrão representado na figura **1**? E no padrão da figura **3**?

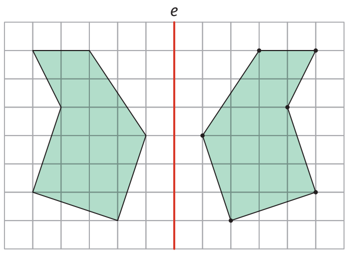
b) **Junte-se** a um colega e criem o desenho de um litema com um padrão geométrico.

6. Respostas: a) 1 eixo; 4 eixos; b) Resposta pessoal.

**7.** Verifique como Rui desenhou figuras simétricas em relação a um eixo em uma malha quadriculada.

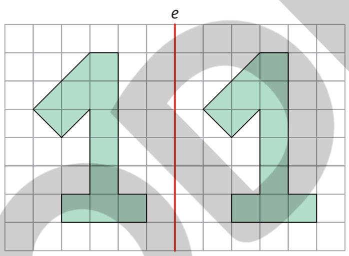
**1º.** Na malha, ele desenhou uma figura e traçou um eixo *e*. Para cada vértice, ele obteve os pontos simétricos em relação a esse eixo.

**2º.** Por fim, Rui uniu os pontos e pintou a figura obtida.

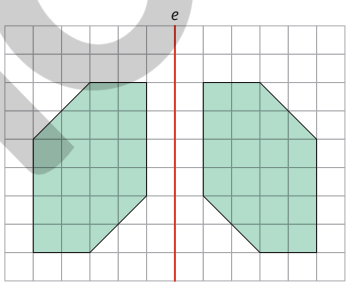



Utilizando o mesmo processo de Rui, Rogério desenhou figuras em duas malhas quadriculadas. Em qual delas ele cometeu algum erro ao tentar desenhar figuras simétricas por reflexão em relação ao eixo *e*?

**A.**




**B.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

7. Resposta: O erro está na figura **A**.



## Metodologias ativas

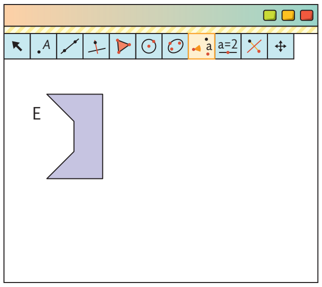
Ao desenvolver o trabalho com a atividade **6**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

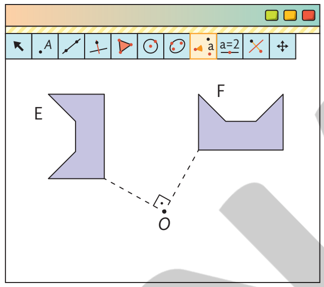
- A atividade **6** desenvolve aspectos da habilidade **EF07MA21** ao tratar de simetrias de reflexão e da arte das mulheres de Sotho. Além disso, possibilita o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Diversidade cultural**. Verifique a possibilidade de, com o professor do componente curricular de **Arte**, solicitar aos estudantes que pesquisem a respeito das pinturas nas paredes das casas das mulheres de Sotho e criem litemas inspirados nas pesquisas que fizerem.
- Aproveite o fato de o item **b** da atividade **6** ser proposto em grupos e ressalte a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Com isso, são favorecidos aspectos da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente ao *bullying*. Obtenha mais informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.
- Após a atividade **6**, avalie a possibilidade de iniciar o desenvolvimento do trabalho com a seção **Projeto em ação**, da página **279**.
- A atividade **7** propõe aos estudantes que analisem transformações de reflexão, a fim de identificar possíveis erros cometidos na hora de construir figuras simétricas por reflexão. Para tirar melhor proveito da atividade, providencie, antecipadamente, malha quadriculada aos estudantes. Peça a eles que se organizem em duplas e que desenhem, cada um, uma figura e um eixo para, depois, trocar com o colega da dupla, a fim de que ele desenhe figuras simétricas por reflexão em relação ao eixo. Ao final, peça aos estudantes que verifiquem se o colega conseguiu desenhar corretamente a figura simétrica.

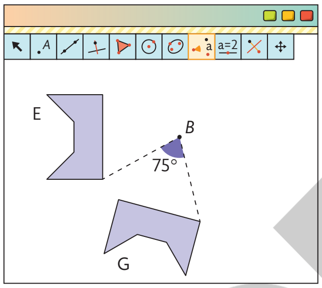
• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes a respeito de transformação de rotação e de simetria de rotação. Motive-os a expressar suas explicações e a conversar entre si, o que promove o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto, tornando o estudo mais significativo.

## Transformação de rotação

Você se lembra do programa utilizado por Bernardo no tópico **Transformação de reflexão**? Usando-o novamente, ele construiu a figura **E**. Em seguida, com uma das ferramentas do programa, produziu as figuras **F** e **G** rotacionando a figura **E**.




RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

A imagem de uma figura pela transformação de rotação é idêntica à figura original.





Para construir a figura **F**, Bernardo aplicou na figura **E** uma **transformação de rotação** de 90°, no sentido horário, em torno do ponto *O*. Na construção da figura **G**, ele também aplicou uma **transformação de rotação** na figura **E**, porém de 75° no sentido anti-horário, em torno do ponto *B*.

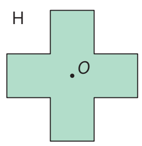
Nesse caso, dizemos que as figuras:

- **E** e **F** são **simétricas por rotação** em torno do ponto *O*.
- **E** e **G** são **simétricas por rotação** em torno do ponto *B*.

## Simetria de rotação

Dizemos que uma figura tem **simetria de rotação** se ela permanecer a mesma após ser rotacionada em determinado ângulo e sentido em relação a um ponto.

A figura **H**, por exemplo, tem simetria de rotação, pois, ao ser rotacionada em 90°, no sentido anti-horário, em relação ao ponto *O*, permanece a mesma.



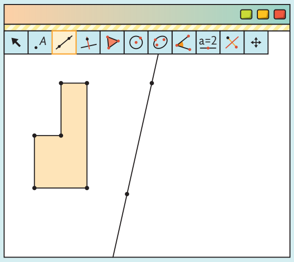

RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

## Instrumentos e *softwares*

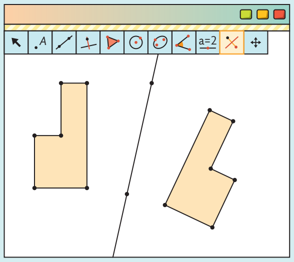
### Transformação de reflexão e de rotação no GeoGebra

Com o GeoGebra, é possível construir figuras utilizando transformações de reflexão ou de rotação. Execute o passo a passo a seguir.

**1º** Com a ferramenta **Polígono**, construa um polígono qualquer. Depois, com a ferramenta **Reta**, clique em dois pontos distintos para traçar uma reta.



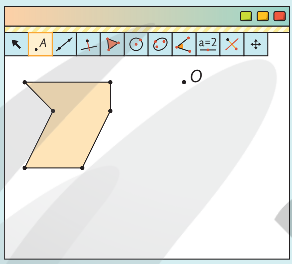
**2º** Com a ferramenta **Reflexão em Relação a uma Reta**, clique no polígono e, depois, na reta.



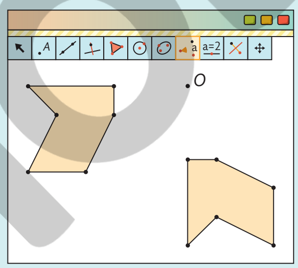
Faça o teste: com a ferramenta **Mover**, mude a posição dos vértices do polígono e dos pontos da reta e verifique que a transformação é mantida.

Podemos obter uma figura simétrica por rotação em torno de um ponto com base nas seguintes instruções.

**1º** Com a ferramenta **Polígono**, construa um polígono qualquer. Depois, com a ferramenta **Ponto**, clique e marque um ponto aleatório.




**2º** Com a ferramenta **Rotação em Torno de um Ponto**, clique no polígono e, depois, no ponto. No campo **Ângulo** da janela que será exibida, digite a medida do ângulo, em graus, e escolha o sentido – por exemplo, 90° no sentido anti-horário – e clique em **OK**.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Faça o teste: com a ferramenta **Mover**, mude a posição do ponto *O*, feito no passo 1 da construção, e verifique que a transformação é mantida.





- Se possível, peça aos estudantes que realizem as construções descritas nesta página, a fim de que aprendam como produzir figuras no GeoGebra utilizando transformação de reflexão ou de rotação, desenvolvendo, assim, aspectos da habilidade **EF07MA21**.
- É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o GeoGebra, um *software* dinâmico de Matemática que representa conceitos de **Geometria** e **Álgebra**. Nesse programa, podemos realizar diversas construções geométricas utilizando pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção.
- Utilizado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 22 jun. 2022. Caso esta seção seja realizada no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estejam com o *software* instalado. Uma alternativa é utilizar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.
- Antes de realizar as construções, para ocultar os eixos, oriente os estudantes a clicar com o botão direito na **Janela de Visualização** e a deixar a opção **Exibir Eixos** desmarcada. Para ocultar a malha, oriente-os a clicar novamente com o botão direito na **Janela de Visualização** e, em seguida, clicar em **Exibir Malha** e selecionar a opção **Sem Malha**.

### Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha mais informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- As atividades **8** e **10** têm por objetivo identificar se os estudantes reconhecem figuras simétricas por rotação em torno de um ponto *O*. Caso tenham dificuldade em resolver estas atividades, verifique se entenderam que a imagem da figura deve ser idêntica à figura original ao realizar a transformação de rotação e que a distância de um ponto da figura ao ponto *O* também deve permanecer a mesma na imagem da figura. Se julgar pertinente, apresente um exemplo na lousa.
- Caso não haja transferidor para todos os estudantes realizarem a atividade **9**, reúna-os em grupos para que façam a atividade.
- As atividades **9** e **11** têm por objetivo que os estudantes usem instrumentos de desenho e *software* de geometria dinâmica, respectivamente, para identificar a medida do ângulo determinado de uma transformação de rotação e construir figuras utilizando transformações de reflexão e de rotação, contemplando aspectos da habilidade **EF07MA21**.
- A utilização do GeoGebra para resolver a atividade **11** possibilita o desenvolvimento da **Competência geral 5**. Além disso, a **Competência específica de Matemática 5** é contemplada, uma vez que se aplica a tecnologia digital para resolver a atividade proposta.

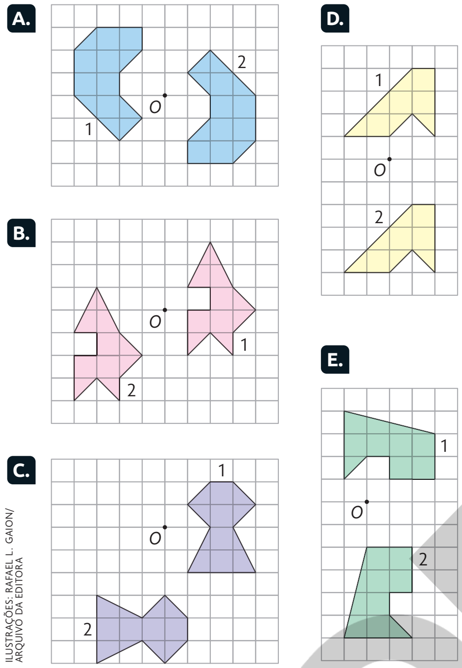
### Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha mais informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

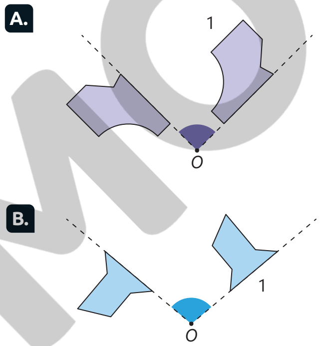
**8.** Em qual das malhas quadriculadas a figura **2** é simétrica à figura **1** por rotação em torno do ponto *O*?




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

8. Resposta: Alternativa A.

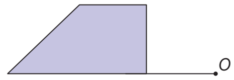
**9.** Com o auxílio de um transferidor, meça em cada item o ângulo de rotação que a figura **1** sofreu em relação ao ponto *O*, no sentido anti-horário.



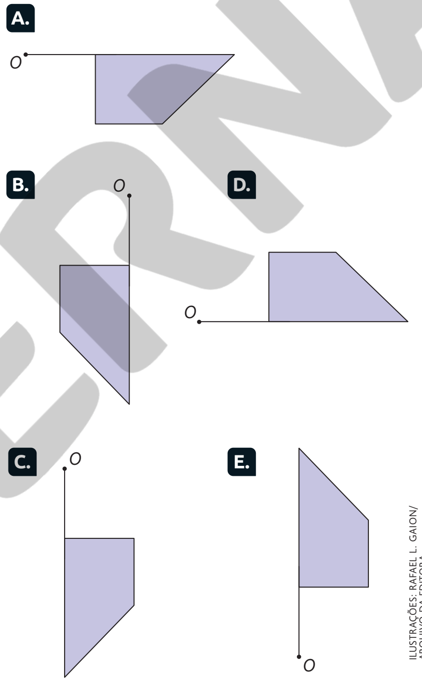

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

9. Respostas: A. 90°; B. 100°.

**10.** Analise a figura apresentada.



Qual das figuras a seguir é simétrica por rotação a essa dada figura, após uma rotação de 90°, no sentido horário, em torno do ponto *O*?




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

10. Resposta: Alternativa E.

**11.** Utilizando o GeoGebra, construa um polígono qualquer, trace uma reta e marque um ponto exterior a ele. Depois, construa um polígono simétrico ao inicial por reflexão em relação à reta. Em seguida, obtenha um polígono simétrico ao inicial por rotação em torno do ponto marcado. Nesse caso, a rotação deve ser de 85° no sentido horário.

11. Resposta pessoal.

**12.** Além de verificar a presença de simetria em fotos da natureza ou de lugares e objetos do dia a dia, podemos identificar também sua influência nas obras de arte de alguns artistas, como o caso do holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972).

Em uma viagem para a Espanha, ele visitou o Palácio de Alhambra, na cidade de Granada. Essa construção, de origem árabe, tem paredes cobertas por mosaicos geométricos, o que despertou o interesse de Escher pela arte das figuras geométricas que se repetem e se refletem.

Analise uma das criações do artista e verifique a presença de simetria nela.





*Serpentes*, de Maurits Cornelis Escher. Xilogravura, 44,7 cm × 49,8 cm, 1969.

12. a) Sugestão de resposta: As paredes cobertas por mosaicos geométricos do Palácio na Alhambra, na cidade de Granada, na Espanha.

**a)** O que despertou o interesse de Escher pela arte das figuras geométricas que se repetem e se refletem?

**b)** Que tipo de simetria está presente na criação de Escher apresentada?
12. b) Resposta: Simetria de rotação.

**c)** **Junte-se** a um colega e pesquisem outras obras de Escher, anotando as informações que acharem mais interessantes e as que estiverem relacionadas à simetria. Com base nas informações coletadas, escrevam no caderno um texto a respeito do assunto, dando exemplos de suas obras. 12. c) Resposta pessoal.

**d)** No mínimo, em quantos graus em torno do centro a obra *Serpentes* pode ser rotacionada de modo que ela permaneça a mesma?
12. d) Respostas: 120°.



• A atividade **12** tem por objetivo que os estudantes reconheçam figuras obtidas de simetrias nas obras de M. C. *Escher*, o que possibilita o desenvolvimento da habilidade **EF07MA21**.

Para tirar melhor proveito da atividade, verifique a possibilidade de os estudantes escolherem outra obra de *Escher* e analisarem em quantos graus ela pode ser rotacionada, em torno de seu centro, de modo que permaneça a mesma.

Aproveite o fato de o item **c** da atividade **12** ser proposto em dupla e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Com isso, abordam-se aspectos da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente ao *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

Nesta atividade, explore também a relação com o componente curricular de **Arte**. Para isso, solicite aos estudantes que acessem o *site* oficial de M. C. *Escher* para obter outras informações sobre ele e suas obras. Disponível em: https://mcescher.com/. Acesso em: 22 jun. 2022. A fim de que todos os estudantes da turma tenham acesso aos trabalhos produzidos, proponha uma exposição deles em um painel, desenvolvendo, assim, aspectos da **Competência geral 3**. Essa proposta possibilita conhecer um pouco mais a respeito de xilogravuras e obras de arte que utilizam figuras geométricas em suas composições.

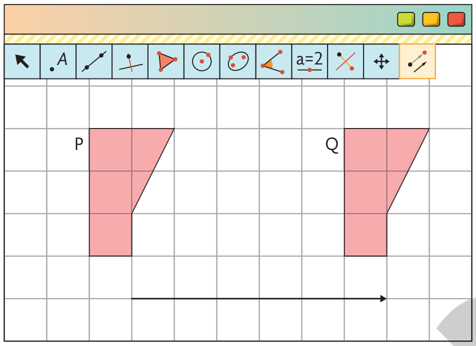
## Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **12**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes a respeito de transformação de translação. Incentive-os a dar suas explicações e a conversar entre si, o que oportuniza resgatar o conhecimento prévio deles sobre o assunto, tornando o estudo mais significativo.

## Transformação de translação

Com o mesmo programa utilizado nos tópicos anteriores, Bernardo construiu, inicialmente, a figura **P** e, em seguida, a figura **Q**, transladando a primeira.




RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Para construir a figura **Q**, Bernardo aplicou na figura **P** uma **transformação de translação** na direção horizontal, 6 unidades para a direita. Nesse caso, dizemos que as figuras **P** e **Q** são **simétricas por translação**.

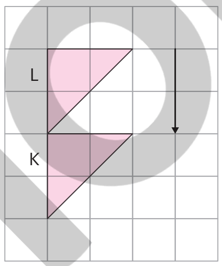
**Atenção!**

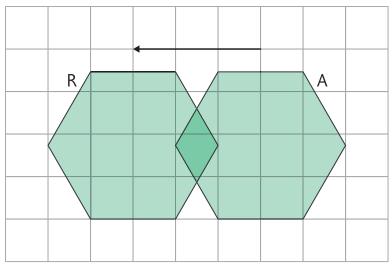
Na tela do programa que Bernardo está usando, a seta indica a direção, o sentido e a medida da distância em que a figura foi transladada.

Analise outros exemplos.

A figura **K** é a imagem da figura **L** pela transformação de translação na direção vertical, 2 unidades para baixo.

A figura **R** é a imagem da figura **A** pela transformação de translação na direção horizontal, 3 unidades para a esquerda.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atenção!**

A imagem de uma figura pela transformação de translação é idêntica à figura original.

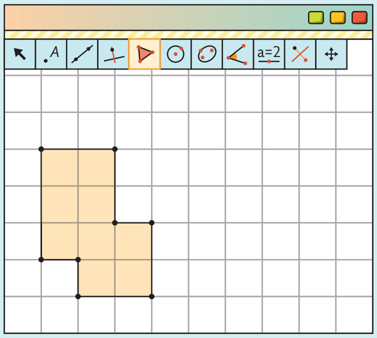
## Instrumentos e *softwares*

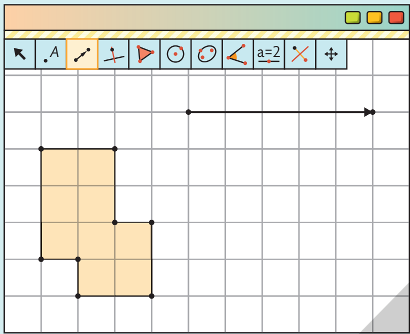
### Transformação de translação no GeoGebra

Podemos construir figuras utilizando transformações de translação com o GeoGebra. Para isso, execute o passo a passo a seguir.

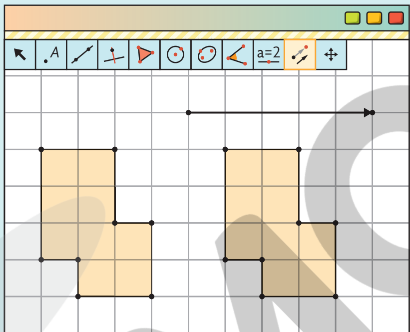
**1º.** Com a ferramenta **Polígono**, construa um polígono qualquer.

**2º.** Com a ferramenta **Vetor**, clique em dois pontos distintos para delimitar as extremidades da seta, que será a referência para a medida da distância, a direção e o sentido da translação, no exemplo, 5 unidades da malha, na horizontal e para a direita.





**3º.** Com a ferramenta **Translação por um Vetor**, clique no polígono e, depois, na seta.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Faça o teste: com a ferramenta **Mover**, mude a posição dos vértices do polígono ou das extremidades da seta construídos nos passos **1** e **2** para verificar que a transformação é mantida.





### Sugestão de avaliação

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos explorados até o momento, entregue a eles o desenho de uma figura geométrica plana em uma malha quadriculada e peça a eles que obtenham a imagem dessa figura por meio da transformação de translação, de acordo com a medida da distância, a direção e o sentido estipulados por você.

### Resolução e comentários

Espera-se que os estudantes sejam capazes de realizar a transformação de translação para obter a imagem da figura dada. Caso apresentem dificuldade na hora de resolver a avaliação, retome com eles a explicação presente na página **266** ou, então, mostre um exemplo na lousa.

Mais informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

- Se possível, peça aos estudantes que realizem as construções descritas nesta página, a fim de que aprendam a construir figuras no GeoGebra utilizando transformação de translação. Com isso, pretende-se desenvolver aspectos da habilidade **EF07MA21**.
- É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o GeoGebra, um *software* dinâmico de Matemática que representa conceitos de **Geometria** e **Álgebra**. Nesse programa, podemos realizar diversas construções geométricas utilizando pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção.
- Utilizado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 22 jun. 2022. Caso a seção seja realizada no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estejam com o *software* instalado. Uma alternativa é usar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.
- Antes de realizar as construções, para ocultar os eixos, oriente os estudantes a clicar com o botão direito na **Janela de Visualização** e a deixar a opção **Exibir Eixos** desmarcada. Para a malha, oriente-os a clicar novamente com o botão direito na **Janela de Visualização** e, em seguida, clicar em **Exibir Malha** e selecionar a opção **Malha Principal**.

### Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- As atividades **13**, **14** e **15** têm por objetivo que os estudantes apliquem o conceito de transformação de translação para identificar e desenhar figuras simétricas por translação. Caso apresentem dificuldade na resolução destas atividades, verifique a possibilidade de mostrar a eles, na lousa, alguns exemplos de figuras simétricas por translação, de modo análogo às figuras que aparecem na atividade **14**.
- As atividades **16** e **17** têm por objetivo que os estudantes utilizem *software* de geometria dinâmica para construir polígonos e seus simétricos por uma transformação de translação, contemplando aspectos da habilidade **EF07MA21**.

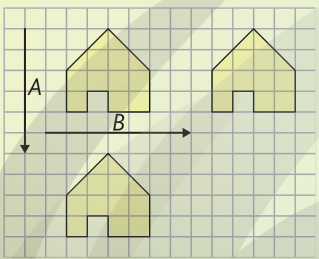
O uso do GeoGebra para resolver as atividades **16** e **17** possibilita o desenvolvimento da **Competência geral 5**. Além disso, a **Competência específica de Matemática 5** é contemplada, uma vez que se utiliza a tecnologia digital para resolver as atividades propostas.

### Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

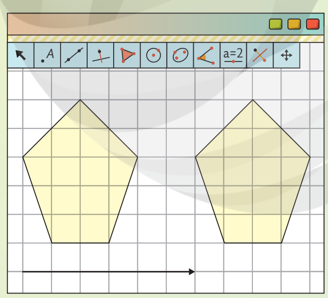
### Respostas

**15.**




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**17.** Sugestão de resposta:

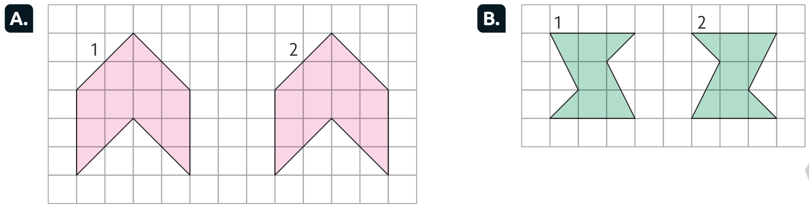


SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**13.** Identifique em qual item a figura **2** é a imagem da figura **1** por translação.

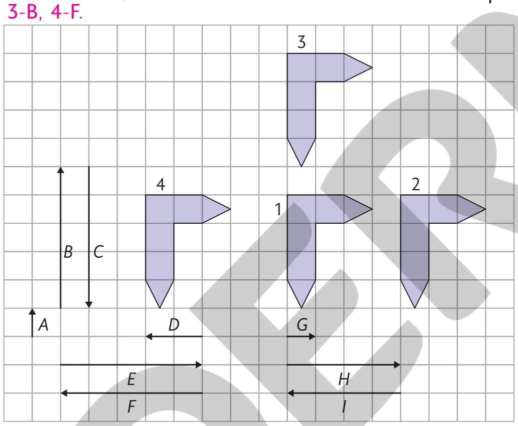



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

13. Resposta: Item A.

**14.** As figuras **2**, **3** e **4** na malha quadriculada são imagens da figura **1** por translação. Associe cada uma delas à seta que indica a direção, o sentido e a medida da distância de cada figura transladada. Para isso, escreva o número e a letra correspondentes.

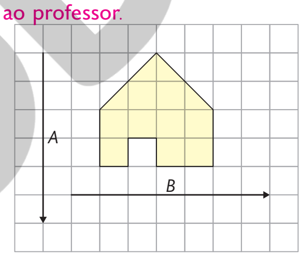
14. Resposta: 2-H, 3-B, 4-F.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**15.** Em uma malha quadriculada, copie a figura apresentada. Em seguida, obtenha as simétricas a ela por translação de acordo com as setas **A** e **B**, respectivamente.

15. Resposta nas **orientações ao professor**.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**16.** Utilizando o GeoGebra, construa um polígono qualquer e seu simétrico por translação na direção, no sentido e na medida da distância que desejar.

16. Resposta pessoal.

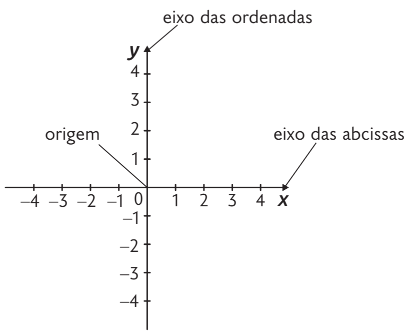
**17.** No GeoGebra, construa um pentágono qualquer. Depois, obtenha uma figura simétrica a ele transladando-o 6 unidades da malha horizontalmente para a direita.

17. Resposta nas **orientações ao professor**.

# Plano cartesiano

Neste tópico, vamos estudar o **plano cartesiano**, que recebe esse nome em homenagem ao matemático e filósofo francês René Descartes (1596-1650).

O plano cartesiano é formado de duas retas numeradas e perpendiculares. A reta horizontal é o **eixo das abscissas**, e a vertical é o **eixo das ordenadas**. O ponto de interseção entre os eixos é denominado **origem** do plano cartesiano.





MUSEU DO LOUVRE, PARIS, FRANÇA

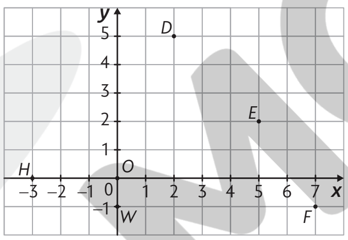
René Descartes, de Frans Hals. Óleo sobre tela, 77,5 cm × 68,5 cm, 1649.



Podemos representar cada um dos pontos do plano como um **par ordenado** de números $A(x, y)$. O primeiro valor indica a posição do ponto $A$ em relação ao eixo das abscissas, e o segundo indica a posição em relação ao eixo das ordenadas. Juntos, os valores $x$ e $y$ são chamados **coordenadas** do ponto $A$.

No plano cartesiano representado na imagem, temos, por exemplo:

- $D(2, 5)$.
- $E(5, 2)$.
- $F(7, -1)$.




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Questão 2.** Escreva no caderno as coordenadas dos pontos $H$, $O$ e $W$.

Questão 2. Resposta: $H(-3, 0)$, $O(0, 0)$ e $W(0, -1)$.



- A questão **2** tem por objetivo verificar se os estudantes aprenderam como escrever a localização de pontos no plano cartesiano. Para obter melhor proveito desta atividade, providencie folhas de malha quadriculada e distribua aos estudantes. Depois, peça-lhes que copiem o plano cartesiano desta questão na malha quadriculada e, na sequência, proponha a eles que localizem pontos do plano com base nas coordenadas que você informar oralmente.

## Um texto a mais

Depois de trabalhar o plano cartesiano, leia para os estudantes o texto a seguir, que conta uma das lendas de como René Descartes teve a ideia para a criação do plano cartesiano.

> [...] Outra lenda, parecida com a história da queda da maçã de Isaac Newton, dá conta de que o estalo inicial da geometria analítica teria ocorrido a Descartes ao observar uma mosca que caminhava pelo forro de seu quarto, junto a um dos cantos. Teria chamado a sua atenção que o caminho da mosca sobre o forro poderia ser descrito se, e somente se, a relação ligando as distâncias dela às paredes adjacentes fosse conhecida. [...]

EVES, *Howard. Introdução à história da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. p. 389.

## Algo a mais

No livro *Fazendo arte com a matemática*, as autoras apresentam maneiras de aprender **Matemática** com base na **Arte**, dissociando-se do meio tradicional de ensinar tal área do conhecimento e propondo um novo modo de olhar para a **Matemática** e a **Arte**, conectando-as.

- FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. *Fazendo arte com a matemática*. 2. ed. São Paulo: Penso, 2015.

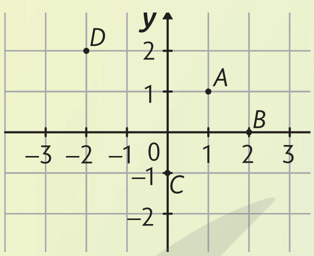
• A atividade **18** tem por objetivo orientar os estudantes acerca dos procedimentos de construção de um plano cartesiano em uma malha quadriculada e depois a localização de alguns pontos nele.

Para tirar melhor proveito desta atividade, peça a alguns estudantes que indiquem coordenadas de pontos que podem ser representados nesse plano cartesiano e que são diferentes dos pontos já apresentados na atividade. Depois, peça a todos que representem esses pontos no plano cartesiano construído.

• As atividades **19** e **20** têm por objetivo que os estudantes explorem a localização de pontos no plano cartesiano e a localização de pontos simétricos em relação ao eixo *x* e ao eixo *y*. Caso os estudantes apresentem dificuldade ao localizar pontos simétricos em relação a um dos eixos do plano cartesiano, retome com eles o conceito de transformação de reflexão e, se julgar pertinente, mostre alguns exemplos na lousa.

**Resposta**

**18.**




RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

**Atividade a mais**

• Dado um ponto *P* em um plano cartesiano com coordenadas (8, –3), determine as coordenadas do ponto *Q* e do ponto *R*, simétricos ao ponto *P*, em relação ao eixo *x* e em relação ao eixo *y*, respectivamente.

**Resolução e comentários**

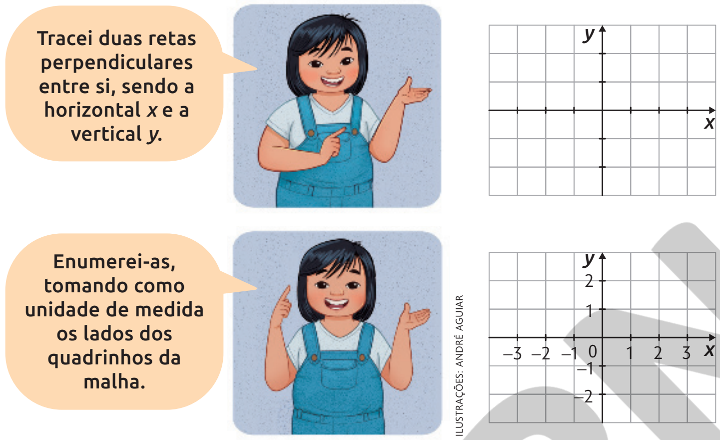
*Q*(8, 3); *R*(–8, –3)

Esta atividade tem por objetivo que os estudantes reconheçam que, em um plano cartesiano, um ponto *Q*, simétrico a um ponto *P* em relação ao eixo *x*, terá a mesma abscissa e a ordenada com um número oposto à ordenada do ponto *P*. Já um ponto *R*, simétrico a um ponto *P* em relação ao eixo *y*, terá como abscissa um número oposto à abscissa do ponto *P* e mesma ordenada. Caso os estudantes tenham dificuldade na resolução da atividade, apresente a eles um exemplo na lousa.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**18.** Patrícia construiu um plano cartesiano em uma malha quadriculada e explicou seu procedimento.




ILUSTRAÇÕES: ANDRÉ AGUIAR

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

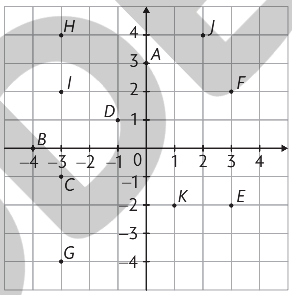
Em uma malha quadriculada, construa também um plano cartesiano e indique nele os pontos a seguir.

*A*(1,1) *B*(2,0) *C*(0, –1) *D*(– 2, 2)

18. Respostas nas **orientações ao professor**.

**19.** Na imagem, aparecem alguns pontos representados no plano cartesiano.

19. Respostas: a) *A*(0, 3), *B*(–4, 0), *C*(–3, –1), *D*(–1, 1), *E*(3, –2), *F*(3, 2), *G*(–3, –4), *H*(–3, 4), *I*(–3, 2), *J*(2, 4) e *K*(1, – 2); b) *G* e *H*, *E* e *F*; *I* e *F*.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Determine as coordenadas dos pontos indicados.

**b)** Quais pontos são simétricos por reflexão em relação ao eixo *x*? E em relação ao eixo *y*?

**20.** Leia as informações a seguir e determine as coordenadas dos pontos *A*, *B*, *C* e *D*.

• O ponto *A* tem ordenada 8 e abscissa –6.

• A abscissa do ponto *B* é igual à metade da abscissa de *A*, e a ordenada é igual a –1.

• O ponto *C* é simétrico ao ponto *B* por reflexão em relação ao eixo *y*.

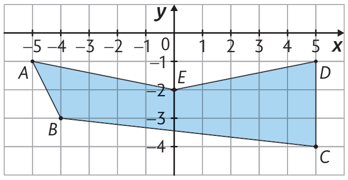
• O ponto *D* é simétrico ao ponto *C* por translação na direção vertical, 7 unidades para cima.

20. Resposta: *A*(–6, 8), *B*(–3, –1), *C*(3, –1) e *D*(3, 6).

270

**21.** Analise o plano cartesiano com a representação do pentágono *ABCDE*.

21. Resposta: a) $A(-5, -1)$, $B(-4, -3)$, $C(5, -4)$, $D(5, -1)$ e $E(0, -2)$; b) $A'(-5, 1)$, $B'(-4, 3)$, $C'(5, 4)$, $D'(5, 1)$ e $E'(0, 2)$.

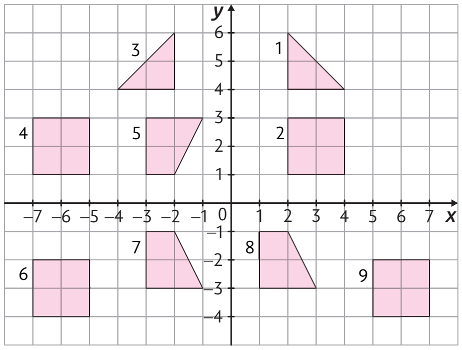



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva as coordenadas dos vértices do pentágono.

b) Quais são as coordenadas dos vértices do pentágono simétrico ao pentágono *ABCDE* por reflexão em relação ao eixo *x*?

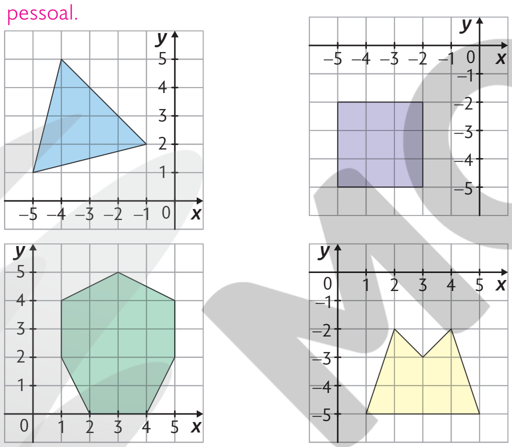
**22.** Alguns polígonos estão representados no plano cartesiano a seguir.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Quais polígonos são simétricos por reflexão em relação ao eixo *x*? E em relação ao eixo *y*? 22. Respostas: Em relação ao eixo *x*: 5 e 7; Em relação ao eixo *y*: 3 e 1, 6 e 9.

**23.** Com base nas imagens a seguir, **elabore** um problema. Depois, entregue-o a um colega para que ele o resolva. Por fim, verifique se o colega resolveu o problema corretamente. 23. Resposta pessoal.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA





- As atividades **21**, **22** e **23** têm como objetivo que os estudantes explorem o simétrico de figuras em relação aos eixos do plano cartesiano. Com isso, estarão desenvolvendo a habilidade **EF07MA20**.

Para obter melhor proveito destas atividades, verifique se os estudantes percebem padrões nas coordenadas de pontos simétricos em relação ao eixo *x* e em relação ao eixo *y*, assim como foi proposto na seção **Atividades a mais**, na página anterior deste manual.

• A questão **3** tem por objetivo que os estudantes retomem a escrita de coordenadas de pontos representados no plano cartesiano, neste caso, as coordenadas dos vértices do pentágono *ABCDE*.

Caso os estudantes apresentem dificuldade em responder a esta questão, retome oralmente com eles que o primeiro valor indica a posição do ponto em relação ao eixo *x* e o segundo, a posição do ponto em relação ao eixo *y*.

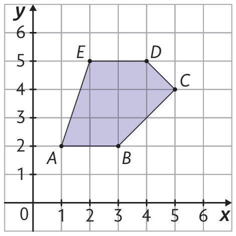
• As questões **4** e **5** têm por objetivo que os estudantes explorem a transformação de polígonos no plano cartesiano, obtendo polígonos simétricos em relação à origem e desenvolvendo, assim, aspectos das habilidades **EF07MA19** e **EF07MA20**.

Para tirar melhor proveito dessas questões, peça aos estudantes que expliquem de que modo construíram o pentágono no plano cartesiano e como obtiveram as coordenadas dos vértices do pentágono simétrico em relação à origem. Caso eles apresentem dificuldade em resolver essas questões, dê um exemplo análogo ao solicitado nelas, construindo outro polígono em vez do pentágono.

# Transformações no plano cartesiano

Considere o polígono *ABCDE* no plano cartesiano.

Questão 3. Resposta: $A(1, 2)$, $B(3, 2)$, $C(5, 4)$, $D(4, 5)$ e $E(2, 5)$.

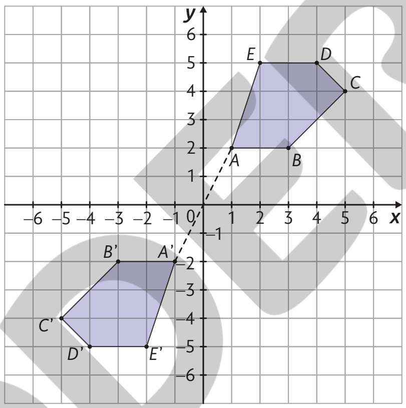



**Questão 3.** Escreva no caderno as coordenadas dos vértices do polígono *ABCDE*.

Ao multiplicarmos as coordenadas de cada um dos vértices desse polígono por –1, obtemos os seguintes pontos.

• $A'(-1, -2)$ • $B'(-3, -2)$ • $C'(-5, -4)$ • $D'(-4, -5)$ • $E'(-2, -5)$

Representando os polígonos *ABCDE* e *A'B'C'D'E'* em um mesmo plano cartesiano, obtemos:




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



O polígono *A'B'C'D'E'* é a imagem do polígono *ABCDE* pela transformação de rotação de 180° em relação à origem do plano cartesiano. Nesse caso, dizemos que os polígonos *ABCDE* e *A'B'C'D'E'* são **simétricos em relação à origem do plano cartesiano**.

Para obter o simétrico de um polígono **A** em relação à origem do plano cartesiano, basta multiplicar as coordenadas dos vértices desse polígono por –1.

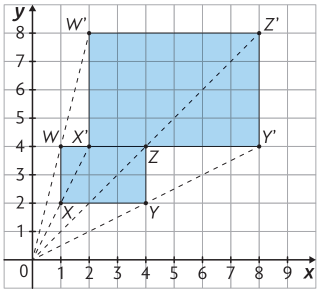
**Questão 4.** Em um plano cartesiano, construa um pentágono A. Em seguida, construa o simétrico dele em relação à origem do plano cartesiano. Questão 4. Resposta pessoal.

**Questão 5.** Quais são as coordenadas dos vértices do pentágono A que você construiu na questão 4? E do simétrico dele em relação à origem do plano cartesiano?
Questão 5. A resposta depende do pentágono construído na questão **4**.

Considere o retângulo *XYZW*, cujas coordenadas dos vértices são *X*(1, 2), *Y*(4, 2), *Z*(4, 4) e *W*(1, 4). Ao multiplicarmos as coordenadas dos vértices desse retângulo por 2, obtemos os seguintes pontos.

- *X'*(2, 4)
- *Y'*(8, 4)
- *Z'*(8, 8)
- *W'*(2, 8)

Os retângulos *XYZW* e *X'Y'Z'W'* foram construídos em um mesmo plano cartesiano.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

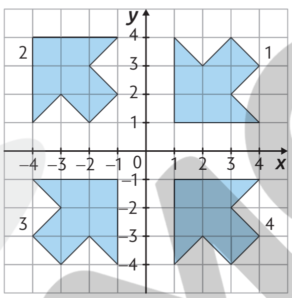
Note que os retângulos *XYZW* e *X'Y'Z'W'* apresentam o mesmo formato, ângulos correspondentes congruentes e lados correspondentes proporcionais – a medida do comprimento de cada lado do retângulo *X'Y'Z'W'* é igual ao dobro da medida do comprimento do lado correspondente no retângulo *XYZW*. Nesse caso, o retângulo *X'Y'Z'W'* é uma **ampliação** do retângulo *XYZW*.

**Questão 6.** Em um plano cartesiano, construa o polígono *EFGHI*, cujas coordenadas dos vértices são *E*(1, 2), *F*(3, 4), *G*(4, 3), *H*(4, 1) e *I*(1, 1). Em seguida, multiplique cada coordenada por −2, obtendo os pontos *E'*, *F'*, *G'*, *H'* e *I'*. Por fim, construa o polígono *E'F'G'H'I'*. O polígono construído é uma ampliação ou uma redução do polígono *EFGHI*? Justifique sua resposta em seu caderno. Questão 6. Respostas nas **orientações ao professor**.

## Atividades

Faça as atividades no caderno.

**24.** Analise os polígonos no plano cartesiano a seguir.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Qual polígono pode ser obtido multiplicando as coordenadas dos vértices do polígono 1 por −1? 24. a) Resposta: Polígono 3.

**b)** Multiplicando por −1 as coordenadas dos vértices do polígono **4**, podemos obter o polígono 2? Por quê? 24. b) Resposta: Não, pois, ao multiplicarmos as coordenadas dos vértices de um polígono por −1, obtemos seu simétrico em relação à origem do plano cartesiano, e os polígonos **2** e **4** não têm essa característica.



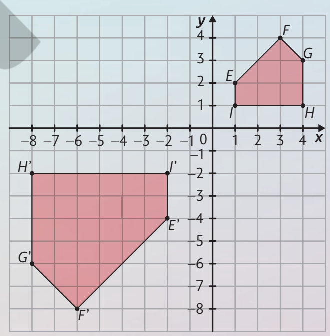
- A questão **6** e a atividade **24** desta página e as atividades **25**, **26** e **27** da página seguinte têm por objetivo que os estudantes explorem a transformação de polígonos no plano cartesiano e polígonos simétricos em relação à origem, desenvolvendo, assim, aspectos das habilidades **EF07MA19** e **EF07MA20**.

Providencie malha quadriculada, com antecedência, para os estudantes resolverem a questão **6** e a atividade **25**.

Para tirar melhor proveito destas atividades, peça aos estudantes que escolham uma delas e façam as construções indicadas no seu enunciado utilizando o GeoGebra.

### Resposta

**Questão 6.** O polígono construído é uma ampliação, pois os comprimentos dos lados do polígono *E'F'G'H'I'* medem o dobro dos comprimentos dos lados do polígono *EFGHI*.

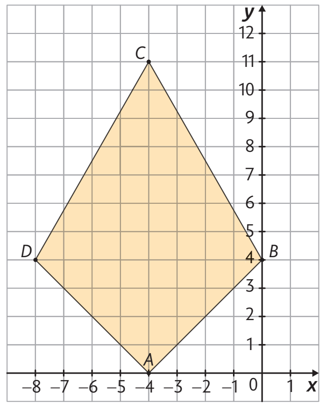



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

## Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

**25.** Em uma malha quadriculada, construa um plano cartesiano e represente o quadrilátero *ABCD*.





Na sequência, multiplique as coordenadas dos vértices de *ABCD* por −2, obtendo os pontos *A*', *B*', *C*' e *D*'. Por fim, construa o polígono *A*'*B*'*C*'*D*'. O polígono *ABCD* é uma ampliação ou uma redução do polígono *A*'*B*'*C*'*D*'? Justifique sua resposta.

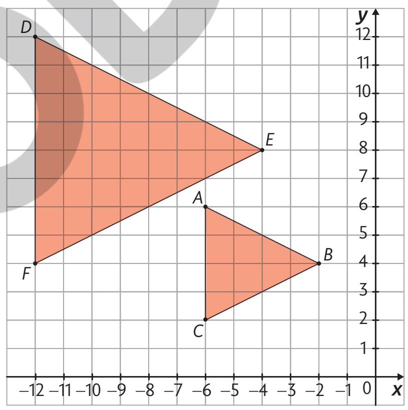
25. Resposta na seção **Resoluções**.

**26.** Em um plano cartesiano, Fátima representou um retângulo cujas coordenadas dos vértices são (5, −5), (5, −8), (13, −8) e (13, −5).

a) Se as coordenadas dos pontos desse retângulo fossem multiplicadas por −3, quais seriam as coordenadas dos vértices do novo retângulo? Ele seria uma ampliação ou uma redução da figura desenhada por Fátima? 26. a) Resposta: (−15, 15), (−15, 24), (−39, 24) e (−39, 15); ampliação.

b) Determine as coordenadas dos vértices do retângulo simétrico ao retângulo representado por Fátima em relação à origem do plano cartesiano.
26. b) Resposta: (−5, 5), (−5, 8), (−13, 8) e (−13, 5).

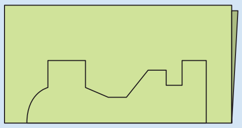
**27.** Por qual número as coordenadas dos vértices do triângulo *ABC* foram multiplicadas para obter o triângulo *DEF*? 27. Resposta: Foram multiplicadas por 2.



## O que eu estudei?

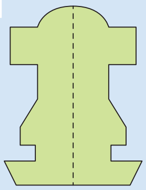
Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Gabriela dobrou uma folha de papel ao meio, marcando bem o vinco. Com a folha ainda dobrada, ela fez o desenho apresentado a seguir.

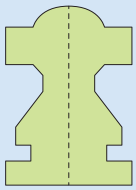


Com uma tesoura, Gabriela recortou sobre as linhas do desenho. Qual figura foi obtida ao desdobrar a folha de papel com o desenho? 1. Resposta: Alternativa **D**.

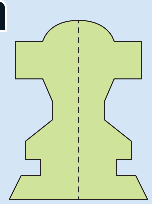
**A.**



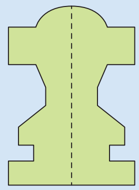
**B.**



**C.**



**D.**

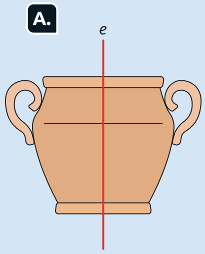


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

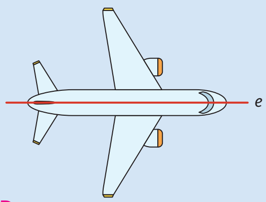
**2.** Em quais desenhos o eixo *e* não é eixo de simetria?

Imagens não proporcionais entre si.

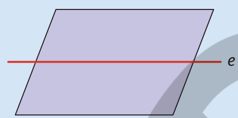
**A.**



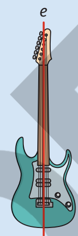

**B.**




**C.**




**D.**




ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

2. Resposta: Itens **C** e **D**.

**3.** Quais letras a seguir não têm simetria axial? 3. Resposta: Letras **F** e **L**.

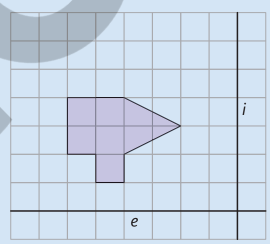
**T L F E H**

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

**4.** Reproduza a figura a seguir em uma malha quadriculada. Depois, obtenha a simétrica a ela por reflexão em relação ao:

- eixo *i*.
- eixo *e*.

4. Respostas na seção **Resoluções**.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA





### 1. Objetivo

- Avaliar a aprendizagem dos estudantes em relação à simetria axial.

### Como proceder

- Ao constatar alguma dificuldade durante a resolução desta atividade, pegue uma folha de papel A4, dobre-a ao meio e faça um desenho em uma das partes dobradas. Depois, com uma tesoura, recorte a figura seguindo o contorno do desenho que você construiu. Com isso, mostre aos estudantes que o vinco da dobra representa um eixo de simetria.

### 2 e 3. Objetivo

- Verificar se os estudantes reconhecem figuras com simetria axial.

### Como proceder

- Acompanhe a resolução dos estudantes. Ao verificar dificuldade nestas atividades, questione-os sobre quais imagens da atividade **2** vão sobrepor quando dobradas no eixo de simetria e quais letras da atividade **3** podem ser dobradas, de modo que uma das partes se sobreponha à outra. Se necessário, desenhe a letra T na lousa, selecione um estudante e peça-lhe que trace o eixo de simetria dessa letra.

### 4. Objetivo

- Avaliar se o estudante é capaz de desenhar a figura simétrica em uma malha quadriculada, sendo dados a figura e o eixo de simetria nessa malha.

### Como proceder

- Acompanhe a resolução dos estudantes. Se apresentarem dificuldade, diga-lhes que a figura simétrica corresponde à imagem da figura original. Além disso, oriente-os a compor, inicialmente, os vértices da figura simétrica, para, em seguida, traçar os segmentos de reta que ligam esses vértices. Após a construção da figura simétrica, sugira que dobrem a malha quadriculada no eixo de simetria e verifiquem se as figuras se sobrepõem.

## 5. Objetivos

- Verificar se os estudantes reconhecem figuras simétricas por translação.

## Como proceder

- Oriente os estudantes a analisar cada uma das figuras representadas na malha quadriculada. Em seguida, pergunte a eles quais pares de figuras podem coincidir se uma delas for transladada de modo a se sobrepor à outra.

## 6. Objetivo

- Avaliar a aprendizagem dos estudantes a respeito de transformações no plano.

## Como proceder

- Ao constatar dificuldades, oriente os estudantes na representação escrita das coordenadas dos vértices de *ABCDE* e de *FGHIJ*. Depois, peça-lhes que estabeleçam uma relação entre as coordenadas de dois vértices correspondentes a esses polígonos, como os vértices *E* e *J*. Verifique se eles percebem que *FGHIJ* é uma ampliação de *ABCDE*, rotacionado 180° em torno da origem. Após obterem o fator de multiplicação no item **b**, mostre na lousa que $-2 = -1 \cdot 2$, ou seja, o número $-1$ corresponde à rotação de 180° em torno da origem e o número 2 corresponde à ampliação. Em seguida, verifique se eles percebem que no item **c** há apenas a ampliação.

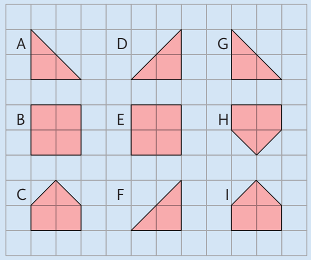
## 7. Objetivo

- Avaliar se os estudantes compreenderam que rotacionar um polígono no plano cartesiano 180° em torno da origem corresponde a multiplicar as coordenadas de seus vértices por $-1$.

## Como proceder

- Acompanhe a solução dos estudantes e, ao verificar dificuldade, questione-os sobre o fator de multiplicação ao realizar uma rotação de 180° em torno da origem. Se necessário, escreva na lousa as coordenadas do ponto simétrico *B* em relação à origem. Em seguida, peça-lhes que estabeleçam uma relação entre as coordenadas de *B* e do seu simétrico.

**5.** Algumas figuras foram representadas na malha quadriculada.

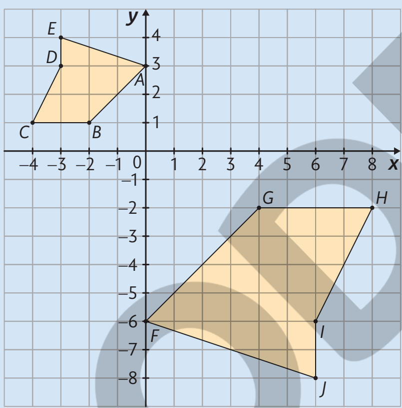



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Quais pares de polígonos são simétricos por translação?

5. Resposta: **A** e **G**; **C** e **I**; **B** e **E**; **D** e **F**.

**6.** Em um programa de computador, Francisco construiu o pentágono *ABCDE*. Depois, ele multiplicou as coordenadas dos vértices da figura por um número inteiro e obteve as coordenadas dos vértices do pentágono *FGHIJ*.



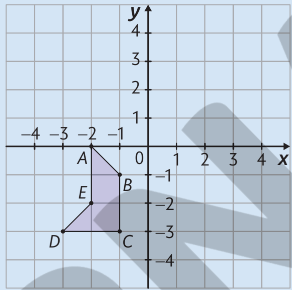

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Por qual número Francisco multiplicou as coordenadas dos vértices do pentágono *ABCDE* para obter as coordenadas dos vértices do pentágono *FGHIJ*?

**b)** O pentágono *FGHIJ* é uma redução ou ampliação do pentágono *ABCDE*?

**c)** Quais seriam as coordenadas dos vértices do novo pentágono se Francisco tivesse feito a multiplicação dos vértices do pentágono *ABCDE* por 2?

**7.** Analise o polígono *ABCDE* desenhado em um plano cartesiano.



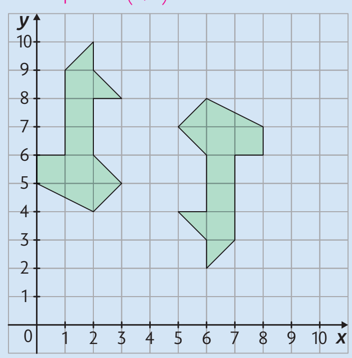

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Quais são as coordenadas dos vértices desse polígono?

**b)** Ao fazer uma rotação desse polígono de 180° em torno da origem do plano cartesiano, quais são as coordenadas dos vértices do polígono obtido?

**8.** As figuras representadas no plano cartesiano a seguir são simétricas por rotação em torno do ponto *O*, que não está indicado na imagem. Quais são as coordenadas do ponto *O*?

8. Resposta: (4, 6).




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

6. Respostas: a) $-2$; b) Ampliação; c) (0, 6), $(-4, 2)$, $(-8, 2)$, $(-6, 6)$ e $(-6, 8)$.

7. Resposta: a) $A(-2, 0)$; $B(-1, -1)$; $C(-1, -3)$; $D(-3, -3)$; $E(-2, -2)$; b) $A'(2, 0)$; $B'(1, 1)$; $C'(1, 3)$; $D'(3, 3)$; $E'(2, 2)$.







## 8. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam as coordenadas do centro de rotação de uma figura.

## Como proceder

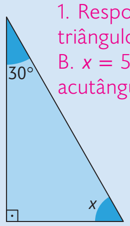
- Acompanhe a solução dos estudantes e, ao verificar dificuldade, sugira que identifiquem os pares de pontos simétricos e, em seguida, imaginem segmentos de reta ligando esses pontos. O ponto de interseção desses segmentos corresponde ao centro de rotação da figura.

# O que eu aprendi?

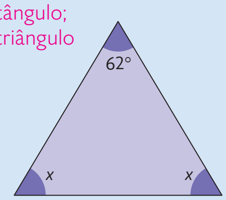
Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

**1.** Determine o valor de $x$ em cada triângulo. Em seguida, classifique cada triângulo de acordo com a medida dos seus ângulos internos.

**A.**




**B.**

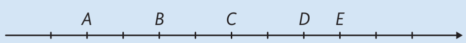



1. Respostas: A. $x = 60°$; triângulo retângulo; B. $x = 59°$; triângulo acutângulo.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

**2.** Associe um número a uma letra na reta numérica de acordo com as dicas.

- Todas as letras indicadas na reta numérica representam um número inteiro.
- A distância entre dois pontos consecutivos da reta mede 5 unidades.
- Os pontos **B** e **D** estão localizados a uma mesma medida de distância da origem.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

2. Resposta: $A$: $-20$, $B$: $-10$, $C$: 0, $D$: 10 e $E$: 15.

**3.** Natália e Miguel fizeram uma torta para seus amigos. Chegando à casa deles, Natália comeu $\frac{1}{6}$, Miguel comeu $\frac{1}{5}$, e seus amigos comeram $\frac{1}{3}$ da torta. Que fração representa:

**a)** a quantidade da torta que foi comida?

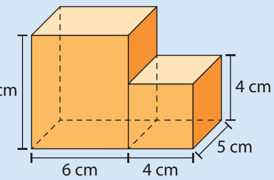
**b)** a parte da torta que Miguel comeu a mais do que Natália?

**c)** a quantidade que sobrou de torta?

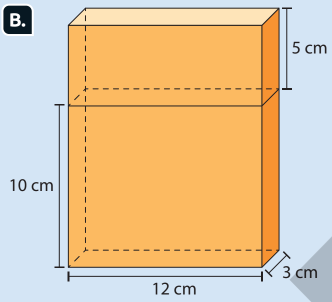
3. Respostas: a) $\frac{21}{30}$; b) $\frac{1}{30}$; c) $\frac{9}{30}$ ou $\frac{3}{10}$.

**4.** As figuras geométricas espaciais representadas nos itens a seguir são formadas por paralelepípedos retos retângulos. Determine a medida do volume de cada uma delas.

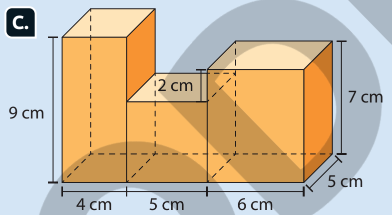
**A.**




**B.**



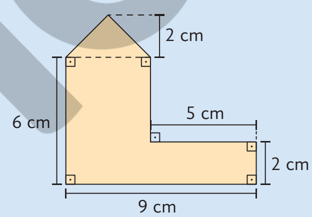

**C.**




ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

4. Respostas: A. 290 $cm^3$ B. 540 $cm^3$ C. 515 $cm^3$.

**5.** Calcule a medida da área da figura a seguir. 5. Resposta: 38 $cm^2$.




RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA





## 1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam a medida dos ângulos internos desconhecidos do triângulo e se classificam os triângulos de acordo com a medida de seus ângulos internos.

## Como proceder

- Verifique se os estudantes compreendem que, para obter a medida desconhecida de um ângulo interno do triângulo, é preciso reconhecer que a medida da soma dos ângulos internos é igual a 180°.

## 2. Objetivo

- Verificar se os estudantes associam números inteiros a uma letra correspondente na reta numérica.

## Como proceder

- Os estudantes precisam compreender que os pontos **B** e **D** são simétricos, além dos pontos **A** e **E**. Portanto, o ponto **C** é a origem da reta numérica. Verifique também se eles perceberam que a medida da distância entre duas marcações consecutivas na reta é sempre a mesma, ou seja, 5 unidades.

## 3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes realizam operações envolvendo frações com denominadores diferentes.

## Como proceder

- Caso tenham dificuldade, desenhe na lousa figuras que representem as frações apresentadas. Analise se eles recordam que, para realizar uma adição ou uma subtração envolvendo frações com denominadores diferentes, primeiro é preciso tirar o mínimo múltiplo comum ou tornar cada fração equivalente, com denominadores iguais, para depois realizar os cálculos.

## 4. Objetivo

- Verificar se os estudantes calculam o volume de paralelepípedos reto retângulos.

## Como proceder

- Analise se os estudantes compreendem que, para o cálculo do volume das figuras geométricas espaciais, é necessário decompor as figuras, as quais, neste caso, podem ser separadas em paralelepípedos retos retângulos. Depois disso, é preciso adicionar os volumes dos paralelepípedos, a fim de obter o volume total das figuras apresentadas.

## 5. Objetivo

- Constatar se os estudantes calculam área de figuras geométricas planas.

## Como proceder

- Verifique se os estudantes decompõem a figura em um triângulo e dois retângulos e se identificam as medidas necessárias para o cálculo da área de cada uma. Analise também se, depois, eles realizam a adição da área de cada uma das figuras para obter a área total. Analise o modo como fazem a decomposição.

277

### 6 e 7. Objetivo

- Avaliar se os estudantes obtêm uma sequência numérica com base em uma lei de formação.

### Como proceder

- Na atividade **6**, analise se os estudantes entendem como substituir *n* por um número e se compreendem quais são os termos das sequências. Na atividade **7**, verifique se percebem que existe uma relação de recorrência na formação da sequência e que, para calcular o próximo termo, é necessário saber qual é o anterior.

### 8. Objetivo

- Obter a lei de formação que expressa a quantidade de círculos de cada termo da sequência.

### Como proceder

- Verifique se os estudantes constroem a sequência numérica correspondente aos termos e se percebem quantos círculos terá a próxima figura. Para obter a expressão algébrica, oriente-os a organizar uma tabela e a analisar a regularidade da quantidade de círculos, a fim de perceberem que a regra é o dobro do número do termo adicionado 1 unidade.

### 9. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem problemas que envolvem relação de proporcionalidade.

### Como proceder

- Analise se os estudantes percebem que as grandezas são diretamente proporcionais e se utilizam na resolução a regra de três simples.

### 10. Objetivo

- Constatar se os estudantes resolvem problema de porcentagem envolvendo acréscimo.

### Como proceder

- Verifique se os estudantes reconhecem que R$ 649,60 equivale a 112%. Explique que isso não significa descontar 12% do valor.

**6.** Em cada item, escreva a sequência cuja lei de formação é:

**a)** $a_n = n + 3$, para todo $n > 0$.
6. a) Resposta: (4, 5, 6, 7, 8, ...).

**b)** $a_n = 2(n - 1) + 7$, para todo $n > 0$.
6. b) Resposta: (7, 9, 11, 13, 15, ...).

**c)** $a_n = 5n$, para todo $n > 0$.
6. c) Resposta: (5, 10, 15, 20, 25, ...).

**7.** Armando escreveu uma sequência definida da seguinte maneira:

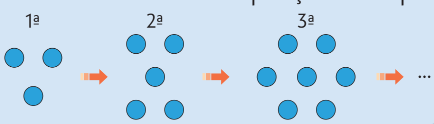
$$a_n = 2a_{n-1} + 10, \text{ em que } a_1 = 12$$

**a)** A sequência foi definida por recorrência ou por meio de uma lei de formação? Justifique sua resposta. 7. a) Resposta: A sequência foi definida por recorrência, pois, utilizando essa expressão, podemos calcular um termo da sequência em função dos termos anteriores.

**b)** Escreva os 7 primeiros termos da sequência definida por Armando.

**8.** Analise a quantidade de círculos em cada posição da sequência.

8. c) Sugestão de resposta: $2n + 1$, em que $n > 0$ indica a posição do termo na sequência.




HELOISA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Quantos círculos foram necessários para representar cada uma das três primeiras posições dessa sequência? 8. a) Resposta: 3, 5 e 7 círculos.

**b)** Desenhe os círculos da próxima posição dessa sequência.
8. b) Resposta na seção **Resoluções**.

**c)** Escreva a lei de formação que expresse a quantidade de círculos necessários para uma posição qualquer dessa sequência.

**d)** Usando a lei de formação que você escreveu no item **c**, determine quantos círculos são necessários para representar as seguintes posições dessa sequência.

- 9ª posição.
- 15ª posição.
- 17ª posição.
- 20ª posição.

8. d) Resposta na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

**9.** Em uma promoção no teatro, a cada 20 convites comprados, 3 são sorteados. Se forem comprados 140 convites, quantos serão sorteados? 9. Resposta: 21 convites.

**10.** Um guarda-roupa teve um aumento de 12% no preço e passou a custar R$ 649,60. Qual era o preço desse guarda-roupa antes do acréscimo? 10. Resposta: R$ 580,00.

**11.** O quadro ao lado apresenta a quantia, em reais, vendida por três colaboradores de uma loja em três dias de certa semana.

| Colaborador | Quantia (R$) | | |
|---|---|---|---|
| | Segunda-feira | Terça-feira | Quarta-feira |
| **Matheus** | 300 | 1500 | 750 |
| **Talita** | 400 | 2000 | 100 |
| **Felipe** | 290 | 1950 | 830 |

**a)** Qual desses colaboradores apresentou a maior média de venda nesses três dias?

**b)** Qual foi a quantia média diária vendida por ele nesse período?

11. Respostas: a) Felipe; b) Aproximadamente R$ 1023,33.

**12.** Sueli é costureira e guardou em uma caixa 40 botões iguais: 35 coloridos e 5 pretos.

**a)** Qual é a probabilidade de Sueli retirar da caixa aleatoriamente um botão:

- preto?
- colorido?

**b)** Sueli retirou 2 botões pretos e 8 coloridos, que não retornaram para a caixa. Qual é a probabilidade de ela retirar aleatoriamente um botão colorido entre os que ainda restaram na caixa? 12. b) Resposta: $\frac{27}{30} = \frac{9}{10}$ ou 0,9 ou 90%.

7. b) Resposta: $a_1 = 12$, $a_2 = 34$, $a_3 = 78$, $a_4 = 166$, $a_5 = 342$, $a_6 = 694$ e $a_7 = 1398$.



12. a) Respostas: $\frac{5}{40} = \frac{1}{8}$ ou 0,125 ou 12,5%; $\frac{35}{40} = \frac{7}{8}$ ou 0,875 ou 87,5%.





### 11. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam média aritmética.

### Como proceder

- Analise se os estudantes identificam que o problema apresenta a média aritmética. Comente a importância da média aritmética no cálculo envolvendo estimativas.

### 12. Objetivo

- Avaliar se os estudantes compreendem probabilidade.

### Como proceder

- No item **a**, analise se os estudantes compreendem que a probabilidade é calculada pela razão entre a quantidade de botões pretos (5) pelo total de botões (40), procedendo da mesma maneira com os botões coloridos.

# Projeto em ação

## Mulheres incríveis

Ao longo da história, áreas relacionadas às ciências exatas, como a Matemática, não eram destinadas ao universo feminino. Por isso, em comparação aos homens, há poucos registros históricos de mulheres que apresentaram contribuições a essas áreas.

Ainda hoje, dados da Unesco (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura, em tradução para o português) apontam que cerca de 30% dos cientistas do mundo são mulheres, indicando baixa quantidade de jovens meninas que ingressam em carreiras de desenvolvimento de pesquisas científicas.

**Bate-papo inicial** Bate-papo inicial: Respostas nas **orientações ao professor**.

- Em sua opinião, o que justifica a quantidade reduzida de mulheres nessas áreas?
- Qual seria uma possível solução para a mudança desse cenário?

Analise a tirinha a seguir.



© CIENTIRINHAS

MERLIN, Marco. Cientirinhas #9. *Dragões de garagem*, 14 mar. 2016. Disponível em: http://dragoesdegaragem.com/cientirinhas/cientirinhas-9/. Acesso em: 4 jun. 2022.





**Objetivos**

- Usar a pesquisa como instrumento de construção de conhecimento.
- Pesquisar mulheres que foram atuantes na Matemática.
- Conhecer mulheres que importantes para a evolução da Matemática.
- Reconhecer o papel da mulher na ciência e na sociedade.
- Coletar e registrar informações com base em textos e recursos visuais.

- **Tempo estimado**: entre 4 e 6 semanas.
- **Momentos para começar:** página **72** – Questão **1**, envolvendo o contexto que motivou o surgimento das frações, em que possivelmente muitas mulheres contribuíram. Na página **261** – Atividade **6**, envolvendo o contexto da arte das mulheres do povo Sotho, em Lesoto e em regiões vizinhas na África do Sul.
- Os conteúdos e as noções abordados nesta seção possibilitam a articulação com os componentes curriculares de **Língua Portuguesa** e **História**. Durante o andamento do projeto, sempre que julgar pertinente e necessário, convide os respectivos professores para colaborar com o desenvolvimento do conteúdo por meio de trabalhos.
- Antes de iniciar esta seção, apresente aos estudantes o tema e os objetivos do trabalho a ser desenvolvido. Se julgar pertinente, assista com eles ao filme **Estrelas além do tempo**, de Theodore Melfi, baseado em fatos reais e que conta a história de três cientistas afrodescendentes que trabalharam na Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço (NASA), na década de 1960, e colaboraram para a corrida espacial americana: Katherine Johnson, Dorothy Vaughan e Mary Jackson.

- Durante todo o desenvolvimento do projeto, promova com os estudantes momentos de reflexões, revisão e correção do que já foi realizado, de modo a proporcionar um processo de avaliação contínuo.
- Busca-se com as questões do **Bate-papo inicial** o levantamento de hipóteses, a exploração do conhecimento prévio e a verificação da opinião dos estudantes a respeito do tema estudado.
- Solicite aos estudantes que registrem as respostas para que, depois, possam comparar os seus conhecimentos e suas opiniões iniciais com o que aprenderam ao final deste trabalho.

**Respostas** **Bate-papo inicial**

**Primeira a terceira questões:** Respostas pessoais.

- Primeiro, proponha aos estudantes a leitura coletiva do texto. Feito isso, promova um momento de conversa e permita a eles que compartilhem com a turma seus conhecimentos em relação às informações abordadas. Em seguida, prossiga do mesmo modo com a leitura e análise da tirinha apresentada.

• As questões propostas nesta página podem ser respondidas tanto oralmente quanto por escrito.

**Respostas – Questões relacionadas à tirinha**

**1.** Resposta pessoal.

**2.** Desafiou o Taliban, arriscando a própria vida, ao lutar pelo acesso à educação das meninas paquistanesas.

**3.** Resposta pessoal.

• Antes de iniciar o tópico **Mão na massa**, organize os estudantes em duplas e verifique se eles entenderam o tema da pesquisa. Explique a eles que vão pesquisar e conhecer a biografia de várias mulheres e, depois, cada dupla escolherá uma ou mais mulheres para fazer o registro da pesquisa sobre a vida delas.

• O trabalho com esta seção desenvolve a **Competência geral 1**, ao valorizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social e cultural, para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa e democrática. Além disso, aborda a **Competência específica de Matemática 7**, visto que desenvolve um projeto de modo cooperativo, abordando questões sociais e solidárias.

• Oriente os estudantes na busca de informações, disponibilizando referências e oferecendo melhores condições de desenvolvimento da pesquisa. Se achar necessário, auxilie-os na escolha das mulheres sobre as quais vão pesquisar. A seguir, são sugeridos alguns nomes.

> Hipátia de Alexandria (entre 350 e 370-415);

> Rosvita de Gandersheim (935-1002);

> Marie Sophie Germain (1776-1831);

> Sofia Vasilevna Korvin-Krukovsky (1850-1891);

> Amalie Emmy Noether (1882–1935);

> Maria Laura Mouzinho Leite Lopes (1917-2013);

> Marília Chaves Peixoto (1924-1961);

> Elza Furtado Gomide (1925-2013);

> Augusta Ada Byron King (1815-1852);

> Maryam Mirzakhani (1977-2017).

• Se houver necessidade, pode-se realizar um sorteio para definir sobre qual ou quais mulheres cada dupla vai pesquisar.

Respostas das questões 1 a 3 nas orientações ao professor.

**1.** Você já tinha ouvido falar sobre alguma das mulheres citadas na tirinha?

**2.** De acordo com as informações apresentadas na tirinha, o que Malala Yousafzay fez de importante?

**3.** Converse com os colegas sobre a importância das ações dessas mulheres para a sociedade.

## Mão na massa

Muitas mulheres contribuíram de maneira significativa para a evolução da Matemática, mas seus nomes raramente são citados nos livros de História. Pensando nisso, a proposta deste projeto é dar visibilidade às realizações de algumas mulheres que desempenharam – e desempenham – papéis importantes no desenvolvimento da ciência e da tecnologia. Assim, mais pessoas podem conhecer os feitos de diferentes mulheres pesquisadoras e, com isso, valorizar a presença feminina no desenvolvimento da Matemática.

Vocês vão fazer pesquisas em duplas sobre o protagonismo de mulheres na Matemática e em áreas correlatadas, buscando identificar suas ações no desenvolvimento de estudos, teorias e aplicações. As informações coletadas devem ser apresentadas em um álbum sanfonado.

As pesquisas devem incluir tanto as contribuições de mulheres ao longo da história quanto as contribuições de mulheres cientistas, matemáticas ou engenheiras na atualidade.

A divulgação desse trabalho se dará por meio de uma exposição, disponibilizada para a comunidade escolar e aberta para a comunidade em geral.

### 1º passo Planejamento

#### Organização das duplas e direcionamento das pesquisas

Organizem-se em duplas e decidam que tipos de recursos serão usados para a pesquisa, que pode ter como tema alguma dessas sugestões: “Meninas e mulheres na Ciência”, “Mulheres que fizeram e fazem história na Matemática” e “As mulheres que desempenharam e desempenham um importante papel na Ciência e na Tecnologia”.

Em seguida, decidam e padronizem o tipo e as medidas das dimensões do papel que receberá os registros de pesquisa, pois esses papéis formarão as páginas do álbum no decorrer da atividade. A ideia é apresentar em cada página do álbum as informações obtidas sobre uma mulher pesquisada. Sendo assim, é importante definir nomes de diferentes mulheres para cada dupla investigar.

Definam entre vocês se cada dupla ficará responsável pela produção de uma ou mais páginas do álbum, levando em conta a quantidade de duplas formadas e a quantidade de mulheres que são objeto das pesquisas. Vale lembrar que, quanto mais páginas o álbum tiver, mais informações serão transmitidas ao público que vai apreciar o trabalho finalizado.

Por fim, estabeleçam as tarefas de cada membro da dupla, indicando o responsável pela escrita, pesquisa de fotos e ilustrações, por exemplo.

## 2º passo Execução

### Realização das pesquisas e montagem das páginas

Vocês farão algumas anotações no decorrer de suas investigações para, em seguida, compor um pequeno texto com as informações obtidas mais relevantes. Descrevam brevemente a mulher pesquisada e destaquem a sua importância, como no desenvolvimento de teorias e aplicações. Incluam no texto referências a alguns trabalhos dela que propiciaram avanços na Matemática. A seguir, apresentamos um texto de referência.

"Hertha Marks Ayrton foi matemática, engenheira e inventora. Nasceu em 1854, em uma família muito pobre. Ela deu visibilidade à presença de mulheres na ciência ao ministrar palestras e publicar artigos seus sobre a eletricidade. Hertha inventou uma haste que irradiava uma luz limpa, brilhante e silenciosa, na época em que eram usados, na iluminação pública, arcos elétricos, que piscavam e sibilavam. Em suas demonstrações, as pessoas ficaram surpresas ao ver uma mulher manejando um equipamento que parecia ser tão perigoso. Com isso, Hertha desmistificou a ideia de que as mulheres fossem incapazes de lidar com máquinas perigosas e de inventar coisas".


BIBLIOTECA DO CONGRESSO, WASHINGTON, D.C., EUA

Retrato de Hertha Marks Ayrton (1854-1923).

Vocês podem enriquecer o trabalho incluindo nele a foto da mulher pesquisada e informações extras, como curiosidades, ilustrações, entre outros recursos visuais.

### Montagem do álbum

Com as páginas prontas, é hora de confeccionar o álbum. Utilizem um papel mais "firme", como o papel-cartão ou o papelão, para colar as páginas. A montagem do álbum deve ocorrer conforme o modelo representado na imagem da página seguinte.





- Auxilie os estudantes na elaboração dos textos com base no material coletado. Além disso, explique a eles como identificar as partes mais importantes do conteúdo pesquisado, chamando a atenção para o fato de que não se trata de uma cópia, e sim de uma síntese de um conjunto de informações.
- Com as páginas concluídas, as duplas deverão trocar os textos com outra dupla para realizar correções de possíveis erros.
- Na montagem do álbum, se necessário, faça intervenções e auxilie-os na confecção da capa pra finalizar o trabalho. Além disso, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos.

**Algo a mais**

- Avalie a possibilidade de apresentar aos estudantes o livro a seguir, pois é repleto de ilustrações que poderão inspirá-los na confecção das páginas:

IGNOTOFSKY, Rachel. *As cientistas*: 50 mulheres que mudaram o mundo, de. São Paulo: Blucher, 2017.

Nesse livro, a autora chama a atenção da sociedade para as contribuições de cinquenta mulheres notáveis para os campos da ciência, da tecnologia, da engenharia e da matemática. Tratam-se de mulheres desde o mundo antigo até o contemporâneo. Além disso, apresenta infográficos sobre equipamentos de laboratório, taxas de mulheres que trabalham atualmente em campos da ciência e um glossário científico ilustrado.

• Os estudantes vão expor o trabalho à comunidade com o intuito de dar visibilidade aos nomes, aos trabalhos e às contribuições das mulheres incríveis que estão apresentadas no álbum. Assim, desenvolve-se o tema contemporâneo transversal **Vida familiar e social**.

• É relevante que no momento da **Avaliação** os estudantes possam refletir sobre a atividade como um todo. Incentive-os a identificar o que foi significativo durante todo o trabalho, bem como a receptividade e o impacto tanto neles quanto na comunidade.

**Respostas**

**1.** Resposta pessoal.

**2.** Resposta pessoal.

**3.** Resposta pessoal.

**4.** Resposta pessoal.


FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Por fim, definam um título para o álbum e decidam como será a capa dele.

## 3º passo Divulgação

### Exposição do álbum

É hora de divulgar o trabalho de vocês! Ele será apresentado aos estudantes, professores e funcionários da escola, incluindo seus colegas e familiares, com o intuito de informá-los e trazer curiosidades sobre mulheres que merecem destaque na história da Matemática e de áreas afins, porque lutaram para estudar e dar continuidade à carreira como pesquisadoras, mesmo com todos os preconceitos e imposições da sociedade.

Definam, com o professor e com a direção da escola, a melhor data e a melhor maneira de divulgar o álbum produzido pela turma. Os convites podem ser formais ou feitos pelas mídias sociais da escola. Para a exposição, prefiram um local amplo e acessível, no qual seja possível colocar o álbum aberto em mesas. É importante que os visitantes possam circular em torno dele.

No dia escolhido, expliquem o objetivo da atividade e digam como o trabalho foi planejado e executado. Aproveitem esse momento para incentivar as pessoas a se aproximar da ciência, que se faz presente em todos os aspectos das nossas vidas.

## Avaliação

Conversem sobre o que acharam das práticas desenvolvidas ao longo do projeto, desde a apresentação e o planejamento até a divulgação do álbum. Conversem sobre os pontos de que mais gostaram e indiquem o que fariam de modo diferente. A seguir estão algumas questões para orientar essa conversa.

Respostas das questões 1 a 4 nas **orientações ao professor**.

**1.** Como foi seu desempenho no trabalho em dupla? Você se dedicou à pesquisa proposta? Participou efetivamente das atividades?

**2.** Você respeitou os seus colegas de turma? Ajudou quando alguém apresentou dificuldades?

**3.** Do que você mais gostou durante a sua participação no projeto? O que mudaria ou faria de outro modo?

**4.** Reflita e converse com o professor e os colegas sobre a importância do que aprendeu com a atividade executada.





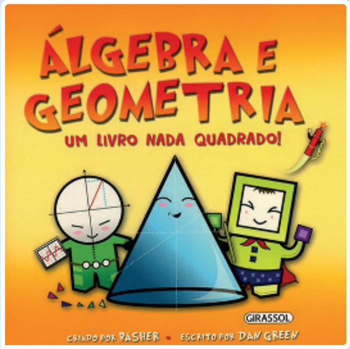
282

# Sugestões complementares

## Livros

### Álgebra e geometria: um livro nada quadrado!

Esse livro traz conhecimentos de álgebra e geometria de maneira simples e resumida, a fim de desvendar a matemática existente no dia a dia.




REPRODUÇÃO/EDITORA GIRASSOL

*Álgebra e geometria: um livro nada quadrado!*, de Dan Green. São Paulo: Girassol, 2011.

### Contos e Contas

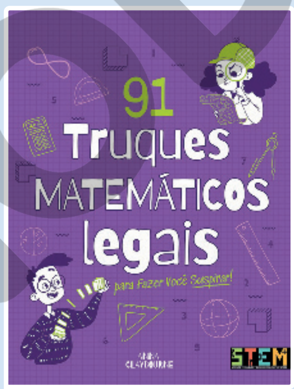
Esse livro contém vinte e quatro contos interligados com a Matemática. A maior parte termina com uma questão matemática que propõe ao leitor refletir sobre cada um deles, possibilitando o desenvolvimento do seu próprio conhecimento matemático.


REPRODUÇÃO/EDITORA DIALÉTICA LITERÁRIA

*Contos e contas*, de Ledo Vaccaro Machado. São Paulo: Dialética Literária, 2022.

### 91 truques matemáticos legais para fazer você suspirar!

Nesse livro, você encontrará fatos surpreendentes, atividades fabulosas e truques extraordinários na abordagem de assuntos como Geometria, Estatística e Medição, tudo sob uma ótica totalmente nova. Descubra o quanto a matemática pode ser fascinante!




REPRODUÇÃO/EDITORA PÉ DA LETRA

*91 truques matemáticos legais para fazer você suspirar!*, de Anna Claybourne. São Paulo: Pé da Letra, 2021.



• Nesta seção, são apresentadas sugestões de livros, filmes, *sites*, vídeos e *podcasts*, de modo a incentivar nos estudantes a apreciação pela leitura e a busca por informações em outras fontes que não sejam apenas o livro didático.

• Verifique antecipadamente se a biblioteca da escola dispõe dos livros apresentados e, se possível, oriente os estudantes a emprestá-los para fazer a leitura. Além disso, leve-os ao laboratório de informática, caso haja, e permita que acessem os *sites* e os vídeos, além de incentivá-los a ouvir os *podcasts*. Essas práticas contribuem para o enriquecimento cultural e social deles.

### O grande livro de enigmas de Sherlock Holmes: uma coleção de enigmas para confundir até mesmo o maior detetive de todos

Nesse livro, você entrará no emocionante e divertido mundo de Sherlock Holmes, sendo desafiado a passar pelos engenhosos desafios colocados nessa coleção. Nele, há mais de 130 mistérios únicos e fascinantes, alguns deles envolvendo enigmas e abrangendo jogos com as palavras e princípios matemáticos.




*O grande livro de enigmas de Sherlock Holmes*: uma coleção de enigmas para confundir até mesmo o maior detetive de todos, de Dr. Gareth Moore. São Paulo: Pé da Letra, 2021.




### Pense em um número: uma viagem fascinante ao mundo dos números

Nesse livro, são apresentados jogos e curiosidades que envolvem o sistema de numeração decimal, potências, raízes e expressões numéricas, bem como assuntos relacionados à Geometria.

*Pense em um número: uma viagem fascinante ao mundo dos números*, de Johnny Ball. São Paulo: Caramelo, 2009.

### Uma senhora toma chá...: como a estatística revolucionou a ciência no século XX

Esse livro revela como a Estatística transformou e deu credibilidade aos métodos de pesquisa e investigação científica nos diversos campos do saber.




*Uma senhora toma chá...: como a estatística revolucionou a ciência no século XX*, de David Salsburg. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.







284

## Filmes

### Está tudo [nos] números

Nesse documentário, é explorada a credibilidade de estatísticas e algoritmos, além de apontar como eles interferem em nossas vidas.


REPRODUÇÃO/2K-12 STUDIOS

*Está tudo [nos] números*. Direção de Daniel McCabe (I). EUA, Reino Unido e Irlanda do Norte, 2019 (52 min).


REPRODUÇÃO/PRESSMAN FILM

### O homem que viu o infinito

Esse filme conta a história de um gênio que cresceu numa região pobre da Índia e que não tinha formação acadêmica, mas descobriu conceitos impressionantes nas áreas de análise matemática, teoria dos números e séries infinitas. No ano de 1913, um grande matemático inglês recebeu seus trabalhos e ficou impressionado com a inteligência do indiano, assim o convidou para se instalar na Universidade de Cambridge.

*O homem que viu o infinito*. Direção de Matt Brown. EUA e Reino Unido: Edward R. Pressman Film; Xeitgeist Entertainment Group; Animus Films, 2016 (109 min).

### *X* + *Y*

Nesse filme, podemos conhecer a história de um menino que tem dificuldades para se aproximar das pessoas ao seu redor, mas tem facilidade com números. Durante as aulas, um professor descobre seu talento para a Matemática e o leva para a Olimpíada Internacional de Matemática da Grã-Bretanha. Lá, Nathan constrói relacionamentos complexos enquanto é confrontado pela irracional natureza do amor.


REPRODUÇÃO/BBC FILMS

*X* + *Y*, Direção de Morgan Matthews. Reino Unido e Irlanda do Norte: Compton Ross e Laura Hastings-Smith, 2014 (111 min).







285

## Locais de visita

- *Museu da Matemática UFMG*. Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Campus Pampulha. Av. Antônio Carlos, 6627. Belo Horizonte, MG. Contato: museudamatematicaufmg@gmail.com.

O Museu da Matemática UFMG oferece um espaço para explorar elementos da matemática recreativa, como quebra-cabeças geométricos, jogos de tabuleiro, mágicas, enigmas aritméticos, dobradura de papel, paradoxos, desafios, ou simplesmente a matemática com um toque de curiosidade. Assim, o espaço proporciona uma experiência divertida e de descontração aos visitantes, além de oferecer uma exposição sobre Matemática e Arte e diversas oficinas.

- *Museu do Amanhã*. Praça Mauá, 1, Centro. Rio de Janeiro, RJ. Contato: contato@museudoamanha.org.br.

O Museu do Amanhã é um museu de ciências diferente. Ele mostra como poderemos viver e criar os próximos 50 anos. Uma jornada rumo a futuros possíveis baseada em grandes perguntas que a humanidade sempre fez: De onde viemos? Quem somos? Onde estamos? Para onde vamos? Como queremos ir? É um museu para ampliar nosso conhecimento e transformar nosso modo de pensar e agir. Orientado por valores éticos de sustentabilidade e convivência, essenciais para a nossa civilização, o museu busca promover a inovação, divulgar os avanços da ciência e publicar os sinais vitais do planeta.

## *Sites*

- *IBGE*. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/pt/inicio.html. Acesso em: 6 jul. 2022.

Esse *site* contém diversas informações estatísticas sobre o Brasil, incluindo dados a respeito da população, da economia, dos estados, dos municípios e outros.

- *Portal do Professor*. Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/9712/geometria/sobre.htm. Acesso em: 12 mar. 2022.

Nesse *site*, são apresentadas atividades que envolvem figuras geométricas espaciais fazendo uma conexão entre as formas geométricas e as construções arquitetônicas das cidades.

- *Simetria*. Disponível em: https://seara.ufc.br/pt/secoes-especiais-de-ciencia-e-tecnologia/secoes-especiais-fisica/simetria/. Acesso em: 14 mar. 2022.

Esse *site* apresenta uma feira de ciências que expõe figuras planas simétricas. Além disso, mostra o conceito e as propriedades de simetria e como são intensamente usados pela Física, a Química e a Biologia. As seções do *site* informam utilidades técnicas da simetria. Depois de lê-las, você passará a ver as simetrias que nos rodeiam com outros olhos, descobrindo detalhes e conexões que antes passavam despercebidas.

## *Podcasts*

- MULHERES na Matemática: Hipátia de Alexandria. *Spotify*, nov. 2020. Disponível em: https://open.spotify.com/episode/5IArD39RsGMdTapbnuFltb. Acesso em: 12 mar. 2022.

O *podcast* Mulheres na Matemática é um projeto de pesquisa do GESTEC que conta com a participação de pesquisadoras e alunas da instituição, além de colaboradores externos. Nesse episódio, você conhecerá a primeira mulher a ser considerada matemática reconhecida pela história. Hipátia de Alexandria nasceu em 370 d.C. e uma de suas grandes contribuições foi a invenção do hidrômetro. Ela estudou em Atenas, na Grécia, e foi professora na cidade egípcia onde nasceu. Era conhecida por tratar todos os seus alunos igualmente. Escreveu manuscritos e comentários a respeito de trabalhos de matemáticos muito importantes.

# Respostas

## O que eu já sei?

**1.** *A*: 0,61; *B*: 1,247; *C*: 1,489; *D*: 2,38; *E*: 2,92; *F*: 3; *G*: 3,36.
a) 3,36; 0,61.
b) 1,489 > 1,247; 2,38 < 2,92; 3,5 > 3,36

**2.** a) 600
b) 60 000
c) 60
d) 6

**3.** a) Sim.
b) 50
c) Subtrair 20.

**4.** a) R$ 780,00
b) R$ 690,00
c) R$ 740,00

**5.** a) Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32 e 36; Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 e 54; Múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64 e 72.
b) mmc(4, 6): 12;
mmc(4, 8): 8;
mmc(6, 8): 24.

**6.** a) Prismas: **A**, **C** e **E**; Pirâmides: **B**, **D** e **F**; A. Prisma de base triangular; B. Pirâmide de base pentagonal; C. Prisma de base quadrada; D. Pirâmide de base quadrada; E. Prisma de base pentagonal; F. Pirâmide de base triangular.
b) 7 faces, 10 vértices e 15 arestas.
c) Pirâmide de base triangular; Prisma de base pentagonal.

**7.** A. 10%; $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$; 0,1;
B. 50%; $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$; 0,5.

**8.** a) R$ 0,29
b) R$ 0,31
c) R$ 2,03
d) R$ 1,94

**9.** a) R$ 90,00
b) R$ 450,00

**10.** A. Quadrilátero; B. Pentágono; C. Triângulo; D. Hexágono; E. Quadrilátero; F. Triângulo.
a) Hexágono.
b) Pentágono.
c) Triângulo.

**11.** A. 21 cm²; B. 11,5 cm².

**12.** a) Bolinha vermelha, azul, verde ou laranja.
b) • azul: $\frac{6}{30} = \frac{2}{10}$ ou 0,2, ou seja, tem 20%;
• verde: $\frac{12}{30} = \frac{4}{10}$ ou 0,4, ou seja, tem 40%;
• laranja: $\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ ou 0,1, ou seja, tem 10%.

**13.** a) 2017
b) 2019
c) 2018; 206 toneladas.

## Unidade 1 Múltiplos e divisores de um número

### Atividades

**1.** a) 8, 12, 800 e 122.
b) 800
c) 15, 95, 800 e 45.

**2.** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12.

**3.** 1975

**4.** a) 0, 2, 4, 6 ou 8.
b) 2, 5 ou 8.
c) 0 ou 5.
d) 0
e) Não há valor para *X* que torne o número divisível por 100.

**5.** a) 1
b) O próprio número.
c) Dois.

**6.** a) Sugestões de resposta: 342, 754 e 254.
b) Sugestões de resposta: 234, 732 e 534.
c) Sugestões de resposta: 235, 725 e 345.
d) Sugestões de resposta: 42, 324 e 372.
e) Sugestões de resposta: 24, 352 e 752.
f) Sugestões de resposta: 27, 234 e 423.

**7.** a) Os grupos podem ter 2, 4, 5, 8, 10 ou 20 estudantes.
b) Os grupos podem ter 3, 5, 9, ou 15 estudantes.
c) Os grupos podem ter 2, 5, 10 ou 25 estudantes.

**8.** Resposta no final da seção **Respostas**.

**9.** a) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45 e 48.
b) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50.
c) 8, 16, 24, 32, 40 e 48.
d) 10, 20, 30, 40 e 50.

**11.** 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149.

**12.** a) Falsa.
b) Falsa.
c) Verdadeira.
d) Verdadeira.

**13.** a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
b) $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$
c) $11 \cdot 11$

**14.** a) 2, 3, 5, 11, 13 e 23.
b) 2 e 3.

**15.** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23.





• Nesta seção, são apresentas as respostas do livro do estudante. Porém, em alguns casos específicos, em atividades abertas ou nas que não cabem na seção, como as que contêm imagens, quadros, tabelas ou esquemas, elas aparecem apenas nas orientações ao professor ou na seção **Resoluções**, a qual encontra-se disponível nas orientações gerais deste manual.

**16.** a) 235
b) Não é possível.
c) 352
Sim. 523 é primo.

**17.** a) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30.
b) 1 e 2.
c) 25

**18.** a) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45 e 48.
b) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 e 45.
c) 15, 30 e 45.
d) 15

**19.** a) 60
b) 18
c) 300
d) 72
e) 48
f) 360
g) 3
h) 4
i) 1
j) 10
k) 2
l) 16

**20.** a) 6
b) 15
c) 65
d) 154
e) 205
f) 14
g) 143
h) 55
i) 91
j) 703

**22.** a) 20
b) 42
c) 72
d) 110
e) 156
f) 210
g) 272
h) 342
i) 420
j) 506

**24.** a) 9
b) 35
c) 24
d) 20
e) 15
f) 36
g) 30
h) 42
i) 40
j) 48

**26.** 36 estudantes.

**27.** Depois de 24 horas.

**28.** Depois de 120 segundos.

**29.** a) 15 e 45.
b) Sugestão de resposta: 3 e 5.

**31.** 42

**32.** a) 20 horas.
b) 6 cm
c) 27 de março.

**33.** 37 fones.

**34.** 25 e 50.

**35.** 24 horas.

**36.** 6 doces.

**37.** 55 ímãs.

**38.** 301 bolinhas.

**39.** 2

**40.** 1 hora.

**41.** 20 caixas.

**O que eu estudei?**

**1.** a) 13 e 17.
b) 37, 41, 43 e 47.
c) 29 e 31.

**2.** a) 14
b) 194

**3.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 11 | 50 | 13 | 39 | 18 |

**4.** a) 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52 e 56.
b) 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 e 63.
c) 0, 28 e 56.
d) 28
e) 1
f) São números primos entre si.

**5.** 421

**6.** 14 pilhas de fichas.

**7.** a) A cada 60 dias.
b) A cada 90 dias.
c) A cada 180 dias.
d) A cada 36 dias.

**8.** 4 arranjos.

## Unidade 2 Os números inteiros

**Atividades**

**1.** A. Maringá (PR);
B. Manaus (AM);
C. Vacaria (RS).

**2.** a) Termômetro **C**; termômetro **A**.
b) Termômetro **A** e −7 °C, termômetro **B** e 7 °C, termômetro **C** e 25 °C, termômetro **D** e 0 °C.

**3.** a) Termômetros **B** e **F**.
b) **A**, **C**, **D** e **E**; **B** e **F**.

**4.** a) Janeiro, fevereiro e dezembro.
b) Agosto; 23,6 °C.
c) Maio, junho, julho, agosto, setembro e outubro.

**6.** a) Positivo: 25/09, 27/09 e 28/09, negativo: 26/09 e 29/09.
b) 29/09
c) Compra com cartão de débito.
d) R$ 2,75

**7.** a) −10 920 m
b) Aproximadamente 8 611 m.
c) −395 m
d) Aproximadamente 2 993 m.
e) 5 895 m

**8.** a) *A*: 200; *B*: 300; *C*: 350; *D*: −100; *E*: −150; *F*: −250; *G*: −350.
b) −120: entre −150 e −100; 290: entre 250 e 300; 25: entre 0 e 50; −230: entre −250 e −200; −320: entre −350 e −300.

**9.** *A*: 65; *B*: 18; *C*: −34; *D*: −46; *E*: −80.

**10.** a) *A*: −9; *B*: −7; *C*: −3; *D*: 3; *E*: 6; *F*: 10.
b) *A* dista 9 unidades de medida de *O*; *C* dista 3 unidades de medida de *O*; *D* dista 3 unidades de medida de *O*; *E* dista 6 unidades de medida de *O*; *F* dista 10 unidades de medida de *O*.







288

**11.** a ) Monte Aconcágua, Monte Elbrus, Monte Everest e Monte Branco.
b) Lago Assal e Mar Morto.
c ) Monte Everest; Mar Morto.

**12.** a ) Terra, Vênus e Mercúrio.
b) Marte.
c ) –200 °C; Negativa.
d) Vênus; 464 °C.
e) Vênus: *A*; Mercúrio: *B*; Terra: *C*; Marte: *D*; Júpiter: *E*; Saturno: *F*; Urano: *G*; Netuno: *H*.

**13.** b) 4; –12.
c ) –8, –10, –12, 9 e 11.
d) 10, –4, –7, 12, –11, 6, 8 e –9.

**14.** *A*: –9; *B*: –6; *C*: –3; *D*: 0; *E*: 3; *F*: 7.

**15.** a ) 5 d) 16 g) 33
b) 8 e) 2
c) 11 f ) 19

**16.** a ) 6 unidades.
b) *C*
c ) *F* e *G*.
d) *D*
e) *A*; 30 unidades.

**17.** a ) *A*: 4 unidades; *B*: 7 unidades; *C*: 4 unidades; *D*: 7 unidades.
b) *A* e *C*, *B* e *D*.

**18.** a ) 2, 1, 0 e 1.
b) –2, –1, 0, 1 e 2.

**19.** a ) –3 e) 15
b) 2 f ) –56
c) 32 g) 1
d) –9 h) –10

**20.** a ) 298 e –298.
b) –98 e 98.
c) 70 e –70.
d) 986 e –986.

**21.** *A*: 15; *B*: –7; *C*: –19; *D*: 79; *E*: 25; *F*: –31; *G*: 44.

**22.** a ) 7 c ) 5 e –5.
b) 3 e 3. d) 15 e 9.

**23.** a ) –21 c ) –9
b) –7 d) –75 e 75.

**24.** a ) *P*: 1, *Q*: 5, *R*: 7, *S*: 9.
b) $P_1$: – 1, $Q_1$: – 5, $R_1$: – 7, $S_1$: – 9.

**25.** –18 °C, –12 °C, –5 °C, –1 °C, 0 °C, 1 °C, 7 °C, 16 °C.

**26.** a ) *A*: –38; *B*: –26; *C*: –10; *D*: –7; *E*: 5; *F*: 30 e *G*: 38.
b) 38, –38.
c ) menores do que zero: –38, –26, –10 e –7; maiores do que –15 e menores do que 15: –10, –7 e 5; maiores do que –20: –10, –7, 5, 30 e 38.

**27.** a ) 5 > 2
b) –7 > –9
c ) –1 < 0
d) –53 < 53
e) 1 > –15
f ) –158 < –157
g) 11 > –11
h) –170 < 5

**28.** a ) –9, –7, –3 e –1.
b) –1 e 1.
c ) –7

**29.** a ) Maior valor: 2, menor valor: –1.
b) Maior valor: –23; menor valor: –34.
c ) Maior valor: –2; menor valor: –6.
d) Maior valor: 6; menor valor: –9.
e) Maior valor: –3; menor valor: –7.
f ) Maior valor: 4; menor valor: –11.

**30.** a ) –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3.
b) –11, –10, –9, –8, –7, –6.
c ) –3, –2, –1, 1, 2, 3.

**31.** a ) Aproximadamente 6 °C, aproximadamente –57 °C.
b) Aproximadamente –45 °C.
c ) Aproximadamente entre 7 200 m e 9 200 m.
d) Negativa.

**32.** a ) 16/07; 23/07.
b) 25/07
c ) Resposta no final da seção **Respostas**.

**33.** Sport (PE); Cuiabá (MT).

**34.** a ) 4 anos.
b) 9 a.C., 7 a.C., 3 a.C., 2 a.C., 1 a.C., 1 d.C., 2 d.C., 4 d.C.

**35.** a ) (+8) + (–3) = +5
b) (–12) + (+9) = –3
c ) (–5) + (–6) = –11
d) (–3) + (+7) = +4
e) (–3) + (+3) = 0
f ) (+7) + (–12) = –5

**36.** a ) R$ 590,00
b) R$ 1080,00

**37.** R$ 306,00

**38.** a ) –4 e) –35
b) +18 f ) –17
c ) –3 g) +55
d) –17 h) –53

**39.** a ) (–12) + (+8) = –4 e (+8) + (–12) = –4.
b) (–31) + (–6) = –37 e (–6) + (–31) = –37.
c ) (–9) + (+21) = +12 e (+21) + (–9) = +12.
d) (+12) + (–19) = –7 e (–19) + (+12) = –7.

**40.** a ) (+30) + (–12) = +18
b) (+30) + (–12) = +18
c ) (–17) + (–1) = –18
d) (–17) + (–1) = –18
e) (+7) + (–25) = –18
f ) (+7) + (–25) = –18
g) (+52) + (–34) = +18
h) (+52) + (–34) = +18





289

**41.** a) −3
b) +2
c) −7
d) +14
e) +6
f) −59
g) +44
h) +11
i) −3

**42.** a) **B**
b) **A**
c) Nenhuma das pilhas.
d) **C**

**43.** a) Milena: +2; Adriano: +4; César: −1.
b) Adriano.

**44.** Quadrado **B**.

**46.** a) (+7) − (+3) = +4
b) (+9) − (+7) = +2
c) (+2) − (+5) = −3
d) (+11) − (+6) = +5

**47.** a) +8; +18.
b) +7
c) −2; +14.
d) −6; −1.
e) −9; −7.
f) +5

**48.** a) −15
b) +23
c) +28
d) +15
e) +2
f) −9
g) −7
h) +8
i) −11
j) +4
k) −5
l) 0

**49.** a) (−4) + (+2) = −2
b) (−3) − (−7) = (+4)
c) (+3) − (+3) = 0
d) (+8) − (−7) = +15
e) (−8) + (+10) = +2
f) (+10) − (+6) = +4

**50.** a) 11 °C; −4 °C.
b) 15 °C

**51.** A. −17, −8, +1; B. +35, +47, +59; C. −34, −40, −46; D. −2, −9, −16.

**52.** a) +24
b) −55
c) −26
d) +19
e) +81
f) +10

**53.** a) A. −2; B. +36; C. −12.
b) Expressão **B**.

**54.** a) −209 m, −125 m, 1010 m, 2798 m, 3504 m, 8172 m.
b) (+8172 m) − (−209 m) = = 8281 m

**55.** −3 °C

**56.** a) (−9) − (+14) + (−5) = −28
b) (+32) + (−9) − (+14) = = +9 ou (−9) + (+32) − (+14) = +9.
c) (+32) − (−9) + (−5) = = +36 ou (−5) − (−9) + + (+32) = +36.

**57.** −5

**59.** −13

**60.** a) −110
b) −12
c) −16
d) −100
e) +48
f) +80
g) +10100
h) +60

**61.** **A** e **H**; **B** e **G**; **C** e **I**; **D** e **L**; **E** e **J**; **F** e **K**.

**62.** A. *A*: 6, *B*: −4, *C*: −6, *D*: −20, *E*: 30, *F*: 60.
B. *A*: 9, *B*: −21, *C*: −63, *D*: −63, *E*: 63, *F*: 126.
C. *A*: −4, *B*: −6, *C*: 8, *D*: −30, *E*: 40, *F*: 120.

**63.** *A*: 15; *B*: 1; *C*: 9; *D*: 25.

**64.** a) Termômetro **B**.
b) 6 °C

**65.** Sugestão de respostas:
a) (−2) · (+6) e (+4) · (−3).
b) (−4) · (+9) e (+12) · (−3).
c) (−20) · (+1) e (+2) · (−10).

**66.** Aproximadamente −3800 m.

**67.** *A*: −99, *B*: 10, *C*: −990.

**68.** a) Resposta no final da seção **Respostas**.
b) Resposta no final da seção **Respostas**.

**69.** a) −38
b) 9
c) −5
d) −15 e −42.

**70.** Sugestões de respostas:
a) −3, −2, −1, 0, 1, ...
b) 0, 1, −1, −2, −3, ...
c) −5, −6, −7, −8, ...
d) 2, 3, 4, 5, ...
e) 3, 4, 5, 6, ...
f) −10, −11, −12, −13, ...

**71.** R$ 222,00

**72.** a) +22
b) −120
c) −180
d) −460
e) −140
f) −60
g) +84

**74.** A. 160; B. −260; C. −180.

**75.** a) −5, −5.
b) −6, −6.
c) −6, −6, −9.
d) −72, 8, −72.
e) −21, 3, −7, −21.
f) Sugestão de resposta: −24, 8, −3, −3, 8, −24.

**76.** a) −8
b) −7
c) −5
d) +9
e) +4
f) +13
g) +6
h) −6

**77.** a) −1
b) 1
c) −6

**78.** a) −36
b) −8
c) +63

**79.** *A*: −3; *B*: 4.

**80.** −6 °C

**82.** a) −3
b) −32768
c) −16384
d) 1

**83.** a) Negativa.
b) Positiva.
c) Positiva.

**84.** a) −36
b) 36
c) −125
d) −125
e) 16
f) −16

**85.** a) $(-4)^3 < (-4)^6$
b) $(-4)^6 = 4^6$
c) $3^5 < 3^7$
d) $5^4 > -50^4$

**86.** A. −729; B. −6; C. −256, D. 169; E. −4096; F. 1. Em ordem crescente: −4096, −729, −256, −6, 1, 169.

**88.** a) −2
b) −16
c) −528
d) 54
e) −5
f) 49
g) 225

**89.** O resultado de Júlia é o correto, pois ela efetuou $(-5)^4$, enquanto Fernando efetuou $-5^4$, ou seja, representam multiplicações diferentes e têm resultados diferentes. Isso aconteceu porque Fernando não digitou os parênteses para indicar que a base da potência é −5, e não 5.

## O que eu estudei?

**1.** a) 0 e 6.
b) $\frac{3}{4}$ e 6.
c) −30,5, −29 e $-\frac{7}{5}$.
d) −29, 0 e 6.
e) −29.

**2.** *A*, *E* e *C*.

**3.** a) 7 e −7.
b) Um; 0.
c) −11, −10, −9 e −8.
d) 50
e) 37; −12.

**4.** a) −2 °C
b) R$ 395,00

**5.** a) −5
b) −31
c) −16
d) Negativa.

**6.** −R$ 10,00

# Unidade 3 Frações

## Atividades

**1.** A. $\frac{7}{10}$; B. $\frac{3}{4}$.

**2.** a) $\frac{1}{32}$
b) $\frac{2}{32}$ ou $\frac{1}{16}$.
c) $\frac{28}{32}$ ou $\frac{7}{8}$.

**3.** a) 9 partes iguais.
b) $\frac{3}{9}$ ou $\frac{1}{3}$.
c) $\frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3}$.

**4.** a) 71 carros.
b) $\frac{12}{71}$
c) $\frac{18}{32}$ ou $\frac{9}{16}$.

**5.** a) 11 balas.
b) $\frac{19}{45}$
c) $\frac{11}{15}$

**6.** $\frac{5}{8}$

**7.** $\frac{15}{50}$ ou $\frac{3}{10}$.

**8.** d

**9.** 10 dias.

**10.** a) R$ 34,00
b) R$ 17,00

**11.** a) 20 m
b) 9 L
c) 7 maçãs.
d) 20 kg
e) 6 páginas.
f) R$ 7,00

**12.** 28 gols.

**13.** a) R$ 1440,00
b) R$ 960,00

**14.** 400 L

**15.** a) 49 selos; 81 selos.
b) 32 selos.
c) 130 selos.

**16.** a) 285 camisas.
b) R$ 16 200,00
c) R$ 2 700,00; R$ 4 050,00.

**17.** Aproximadamente 40 anos.

**19.** A. $\frac{7}{12}$; B. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; C. $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$; D. $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

**20.** a) $\frac{7}{27}$
b) $\frac{5}{13}$
c) $\frac{3}{8}$
d) $\frac{1}{6}$

**21.** $\frac{6}{30} = \frac{2}{10} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$

**22.** a) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}$.
b) $\frac{7}{2}, \frac{7}{3}, \frac{7}{4}$.
c) $\frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}$.
d) $\frac{5}{2}, \frac{15}{4}, \frac{22}{5}$.
e) $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}$.
f) $\frac{18}{2}, \frac{27}{3}, \frac{36}{4}$.

**23.** Thiago.

**24.** a) $\frac{13}{16} > \frac{6}{8}$
b) $\frac{8}{9} < \frac{5}{3}$

**25.** $\frac{4}{25} < \frac{1}{5} < \frac{11}{50} < \frac{7}{20}$

**26.** a) Não é possível.
b) O mais utilizado é o transporte público.
d) A maior fração é $\frac{5}{12}$. Portanto, o meio de transporte mais usado para chegar ao trabalho nessa empresa é o transporte público.

**27.** a) $\frac{145}{211} > \frac{139}{211}$
b) $\frac{13}{30} < \frac{11}{24}$

• Resposta no final da seção **Respostas**.

## O que eu estudei?

**1.** a) Recém-nascidos: $\frac{3}{4}$; Adultos $\frac{1}{3}$; Idosos: $\frac{1}{4}$.
b) Idoso.

**2.** a) 35 gols.
b) $\frac{15}{35}$ ou $\frac{3}{7}$.

**3.** A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{1}{4}$; C. $\frac{7}{9}$; D. $\frac{3}{8}$.

**4.** a) $\frac{1}{5} < \frac{2}{7}$
b) $\frac{3}{8} < \frac{4}{5}$
c) $\frac{4}{7} = \frac{8}{14}$
d) $\frac{9}{5} > \frac{5}{6}$
e) $\frac{4}{13} < \frac{5}{10}$
f) $\frac{6}{9} = \frac{10}{15}$

**5.** a) R$ 1620,00
b) R$ 1440,00







291

6. c

7. a) 3 040 L e 570 L.
b) 2 090 L

8. A. 150 mL
B. 300 mL
C. 480 mL

## Unidade 4 Os números racionais

### Atividades

1. a) 1 e 2.
b) 5 e 6.
c) 0 e 1.
d) −1 e 0.
e) −9 e −8.
f) 3 e 4.

2. *A*: −4; *B*: −1,5; *C*: $-\frac{1}{2}$; *D*: 0,2; *E*: $\frac{4}{3}$; *F*: 2,6; *G*: $\frac{7}{2}$.

4. *D*

5. a) 0,1
b) −0,25
c) 0,625
d) 1,75
e) 0,5625
f) −0,875

6. a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{3}{4}$
c) $\frac{3}{2}$
d) $-\frac{5}{2}$
e) $\frac{1}{8}$
f) $\frac{24}{5}$

7. c

9. 7 e −7; 2,8 e −2,8; 1,2 e −1,2.

10. a) 1
b) −8
c) −3,4
d) 7,8
e) $\frac{3}{4}$
f) $-\frac{5}{2}$

11. a) −0,5 e 0,5.
b) −2,1 e 2,1.
c) −5,9 e 5,9.
d) −7,3 e 7,3.

12. a) −6,8

13. Armando: 2; Maria: 5; Pedro: −25.

14. a) $6{,}7 > 6$
b) $-5{,}4 < 5{,}4$
c) $-9{,}8 < 0$
d) $\frac{1}{3} > 0$
e) $-4{,}4 < \frac{12}{7}$
f) $0 < 12{,}5$

15. Resposta no final da seção **Respostas**.

16. a) $\frac{3}{2} > 0{,}8$
b) $\frac{1}{2} < 0{,}7$
c) $-2{,}5 > -\frac{7}{2}$
d) $-1{,}6 < -\frac{4}{5}$

17. *A*: −5,7; *B*: $-\frac{12}{5}$; *C*: −0,6; *D*: $\frac{5}{2}$; *E*: 5,9.

18. Guilherme.

19. a) Em dezembro; em agosto.
b) Menor.
c) R$ 405,50; R$ 378,10; R$ 364,30; R$ 269,00; R$ 237,00; R$ 148,90; R$ 148,00; R$ 135,50; R$ 100,00; R$ 78,90; R$ 58,00; R$ 49,00.

20. Equipe **B**.

21. Cliente **1**.

22. Barbante azul.

### O que eu estudei?

1. Resposta no final da seção **Respostas**.
• 123,05; 10,1; 7,9; 7,3; 4,9; 2,5; 2,3; 1,75; 0,9; 0,4; 0,2; 0,12.

2. $\frac{5}{2} = 2{,}5$; $-\frac{3}{4} = -0{,}75$; $\frac{3}{4} = 0{,}75$; $0{,}875 = \frac{7}{8}$; $-\frac{1}{2} = -0{,}5$.

3. a) 2
b) 8,7
c) −7,56
d) $-\frac{3}{8}$
e) $\frac{9}{2}$
f) −2,7

4. a) 2,4
b) 3,83
c) 8,9
d) $\frac{7}{2}$
e) $\frac{2}{5}$
f) 12,7
g) 12,7; $\frac{2}{5}$.
h) 12,7; 8,9; 3,83; 3,5; 2,4; 0,4.

5. a) $0{,}5 = 0{,}5$
b) $-1{,}8 < 1{,}8$
c) $0 < 8{,}5$
d) $8{,}4 > 7{,}9$
e) $2{,}65 = \frac{265}{100}$
f) $-4{,}3 < -3{,}5$

6. Resposta no final da seção **Respostas**.

7. a) Falsa.
b) Verdadeira.
c) Falsa.

9. a) Barbante **4**.
c) 4,7 m, 2,3 m, 1,8 m, 1,1 m.

10. 13,3

11. Em março.

## Unidade 5 Operações com números racionais

### Atividades

1. a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{3}{50}$
c) $\frac{3}{50}$
d) $\frac{27}{50}$

2. a) $\frac{11}{12}$
b) $\frac{38}{35}$
c) $\frac{7}{15}$
d) $\frac{1}{18}$
e) $\frac{38}{18}$ ou $\frac{19}{9}$.
f) $-\frac{13}{15}$

3. a) $\frac{26}{75}$
b) $\frac{47}{75}$
c) $\frac{75}{75}$ ou 1.
d) $\frac{11}{15}$
e) $\frac{23}{25}$

4. a) $\frac{41}{30}$
b) $\frac{13}{10}$
c) $\frac{49}{24}$
d) $\frac{73}{8}$
e) $\frac{14}{15}$

5. $\frac{1}{4}$

6. a) $\frac{79}{150}$
b) $\frac{71}{150}$
c) 37 medalhas de ouro; 42 medalhas de prata; 71 medalhas de bronze.







292

**7.** $\frac{29}{35}$

**8.** a) $\frac{11}{30}$ b) $\frac{11}{15}$

**9.** a) $\frac{99}{100}$ b) $\frac{10}{13}$ c) $\frac{48}{7}$ d) $\frac{60}{50}$ ou $\frac{6}{5}$.

**10.** $\frac{1}{4} \cdot 56 = \frac{1 \cdot 56}{4} = 14$; R$ 14,00.

**11.** a) 7 b) 6 c) 21 d) 27 e) 45

**12.** a) $\frac{1}{4}$
b) Aproximadamente 5 274,25 m.

**13.** a) $\frac{21}{10}$
b) $\frac{20}{12}$ ou $\frac{5}{3}$.
c) $\frac{42}{40}$ ou $\frac{21}{20}$.
d) $\frac{60}{132}$ ou $\frac{5}{11}$.
e) $\frac{108}{900}$ ou $\frac{3}{25}$.
f) $\frac{1280}{2800}$ ou $\frac{16}{35}$.

**14.** Sugestão de respostas:
a) $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{15}{18}$
b) $\frac{2}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{12}{20}$
c) $\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4} = \frac{8}{24}$
d) $\frac{3}{10} \cdot \frac{9}{4} = \frac{27}{40}$
e) $\frac{1}{15} \cdot \frac{10}{1} = \frac{10}{15}$
f) $\frac{7}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{28}{36}$

**15.** a) 35 pães do tipo doce.
b) 480 pães de leite.

**16.** a) $\frac{8}{45}$ b) $\frac{24}{55}$ c) $\frac{9}{13}$ d) $\frac{15}{16}$ e) $\frac{3}{10}$ f) $\frac{4}{9}$

**17.** a) 12 b) 8 c) 6 d) 9 e) 20 f) 7 g) $\frac{1}{4}$ h) $\frac{2}{15}$ i) $\frac{1}{15}$

**18.** a) $\frac{20}{8} : \frac{10}{20}$ b) $\frac{12}{2} : \frac{3}{4}$ c) $\frac{15}{3} : \frac{2}{4}$

**19.** a) 3 vezes. b) 4 vezes.

**20.** a) 12
b) $\frac{45}{2}$
c) $\frac{2}{15}$
d) $\frac{5}{70}$ ou $\frac{1}{14}$.
e) $\frac{6}{10}$ ou $\frac{3}{5}$.
f) $\frac{4}{18}$ ou $\frac{2}{9}$.

**21.** **A**-3; **B**-1; **C**-4; **D**-2.

**22.** 4 peças.

**23.** 12 pacotes.

**24.** $\frac{1}{6}$

**25.** a) $\frac{1}{4}$ kg de farinha de milho amarela; $\frac{3}{20}$ kg de farinha de mandioca; 4 ovos cozidos picados; $\frac{1}{10}$ kg de *bacon* picado em cubos; $\frac{1}{5}$ kg de linguiça; 2 cebolas picadas; 6 dentes de alho amassados; $\frac{1}{2}$ xícara de chá de azeitonas verdes picadas; $\frac{1}{2}$ xícara de chá de azeitonas pretas picadas; 1 xícara de chá de salsinha picada; azeite.
b) $\frac{1}{8}$ kg de farinha de milho amarela; $\frac{3}{40}$ kg de farinha de mandioca; 2 ovos cozidos picados; $\frac{1}{20}$ kg de *bacon* picado em cubos; $\frac{1}{10}$ kg de linguiça; 1 cebola picada; 3 dentes de alho amassados; $\frac{1}{4}$ de xícara de chá de azeitonas verdes picadas; $\frac{1}{4}$ xícara de chá de azeitonas pretas picadas; $\frac{1}{2}$ xícara de chá de salsinha picada; azeite.

**26.** a) 30 copos.
b) 50 copos.
c) 9 L
d) $\frac{15}{50}$ L ou $\frac{3}{10}$ L.

**27.** a) 58,345 b) 36,63 c) 160,944 d) 31,52 e) 19,142 f) 125,521 g) 247,703 h) 130,44

**28.** a) 24,695 + 11,561 = 36,256
b) 86,32 − 79,65 = 6,67
c) 74,78 − 52,48 = 22,3
d) 53,6 + 35,77 = 89,37
e) 63,19 + 13,32 = 76,51
f) 127,482 − 59,353 = 68,129

**29.** A. 10,8 cm; B. 11 cm.

**30.** A. 29,2 cm; B. 40,5 cm; C. 30,1 cm; D. 44,6 cm.

**31.** Sugestões de resposta:
13,123 + 4,122;
38,303 − 21,058.

**32.** a) 1,73 m b) 1,78 m c) 0,05 m

**33.** a) 36 b) 51 c) 121 d) 13 e) 88 f) 16

**34.** c

**35.** a) 270,4 b) 55,08 c) 321,16 d) 274,056 e) 1,875 f) 70,56 g) 121,475 h) 1,605

**36.** a) 32,5; 162,5; 812,5.
b) 76,8; 307,2; 1 228,8.

**37.** A. 52,85 g; B. 98,15 g; C. 75,5 g; D. 113,25 g.

**38.** R$ 546,75

**39.** A. 8,51 $cm^2$ e 12 cm;
B. 13,78 $cm^2$ e 15,8 cm;
C. 8,55 $cm^2$ e 12,8 cm;
D. 7,2 $cm^2$ e 11,6 cm.

**40.** Resposta: Aproximadamente 306 km.





293

**41.** R$ 121,89

**42.** Valores aproximados: Minas Gerais: 19 595 633 habitantes; Espírito Santo: 3 515 125 habitantes; Rio de Janeiro: 15 989 769 habitantes; São Paulo: 41 261 611 habitantes.

**43.** a) 2,4 e) 14,13
b) 21,3 f) 26,2
c) 8,47 g) 1,5
d) 6,75 h) 2,4

**44.** Na embalagem de 2 kg.

**45.** a) 4,3 c) 8,1
b) 3,1 d) 6,3

**46.** 129 cm

**47.** A: 7; B: 3; C: 4; D: 11 e E: 2.

**48.** 11 prestações.

**49.** a) 0,0016 d) $\frac{64}{25}$
b) $\frac{1}{64}$ e) 15,625
c) 0,49 f) $-\frac{27}{8}$

**50.** A. $(0,8)^2$, 0,64 m²; B. $\left(\frac{3}{2}\right)^2$, $\frac{9}{4}$ m²; C. $(2,2)^2$, 4,84 m².

## O que eu estudei?

**1.** a) 6 L b) 14 L

**2.** $2\frac{1}{2}$

**3.** a) 2 400 livros.
b) 480 livros.
c) $\frac{11}{15}$

**4.** 270 lajotas.

**5.** d

**6.** a) $\frac{9}{14}$
b) R$ 40,00; R$ 72,00.

**7.** Rosa.

**8.** Elias deve encher o primeiro recipiente com a água contida no segundo e depois encher o terceiro com o conteúdo do primeiro. Assim, o segundo e terceiro recipientes terão a mesma quantidade de água.

**9.** a) $\frac{1}{5}$ c) 4 copos.
b) $\frac{1}{5}$

**10.** 77,463 km **11.** 5 000 pacotes.

**12.** a) 17,5 km b) 8,75 km

**13.** 7,58 m

**14.** a) R$ 3,98 b) R$ 0,34

# Unidade 6 Cálculo algébrico

## Atividades

**1.** a) $\frac{25}{100}n$ ou $\frac{25n}{100}$ ou $0,25n$.
b) $n + 8$
c) $n - 1$
d) $n : 4$ ou $\frac{1}{4}n$ ou $\frac{n}{4}$ ou $0,25n$.
e) $n + 1$
f) $\frac{n}{10}$
g) $5n$

**2.** a) 12 e 15 palitos respectivamente.
b) $3p$
c) 27 palitos; 63 palitos.

**3.** a) $a + 13$, $a + 21$, $a + 34$.
b) $x + 48$, $x + 96$, $x + 192$.
c) $5y + 5$, $6y + 4$, $7y + 3$.

**4.** a) (2, 3, 4, 6, 9, 13, ...)
b) (5, 8, 14, 26, 50, 98, ...)
c) (14, 16, 18, 20, 22, 24, ...)

**5.** a) $x + 0,28x = 1,28x$, em que $x$ indica o preço de custo da peça de roupa.
b) R$ 40,96; R$ 32,96; R$ 25,60; R$ 30,08.

**6.** a) Sugestão de resposta: $n^2$, em que $n$ é o número natural que representa a posição da figura na sequência.
b) Sugestão de respostas: 1225 círculos; 2704 círculos.

**7.** a) Indicando por $x$ o número pensando por Daniele, obtemos: $(2x + 2) - 1$; Indicando por $a$ o número pensando por Henrique, obtemos: $\frac{4a - 8}{4}$.
b) Daniele: 7; Henrique: 6.

**8.** a) Lúcio: $d$; Alberto: $d + 20$; Carla: $(d + 20) - 7$ ou $d + 13$; Gilberto: $2(d + 13)$ ou $2d + 26$; Heloísa: $\frac{2(d + 13)}{2}$ ou $d + 13$.
b) Alberto: R$ 41,00; Carla: R$ 34,00; Gilberto: R$ 68,00; Heloísa: R$ 34,00.

**9.** Sugestões de resposta: Um sonho: $\frac{y - 0,50}{2} + 0,65$ ou $\frac{y + 0,80}{2}$; Um pedaço de torta: $2(y - 1) - 1,85$ ou $2y + 0,15$; Uma fatia de bolo: $2(2y + 0,15)$ ou $4y + 0,30$; Um biscoito: $\frac{2(y + 1)}{3}$ ou $\frac{2y + 2}{3}$.

**10.** **a-3**; **b-1**; **c-2**.

**11.** a) $y - 1$, $y$, $y + 1$.
b) $y - 1 + y + y + 1 = 3y$

**12.** A. $10y + 4$; B. $21b + 7$.

**13.** a) $3x$ d) $2m + 1$
b) $5n + 2$ e) $2a + 3$
c) $27x + 12$ f) $y + 11$

**14.** Sugestão de respostas:
a) $3x + 2x$
b) $(4x + 2) - (2x + 1)$
c) $y - \frac{y}{2}$
d) $\frac{4n}{3} - 100 + 100$

**15.** Camila: $x + 2x - \frac{x}{8} + 2 = \frac{23}{8}x + 2$;
Raí: $\left(\frac{y}{2} + 5\right)2 + 3y = 4y + 10$.

**16.** a) **C** b) R$ 50,60

**17.** R$ 8 540,00

**18.** a) 0 m
b) 1609,344 m
c) 3 218,688 m
d) 1609 344 m

**19.** a) $R = 7N - 6$
b) **4**: 22; **10**: 64; **5,8**: 34,6; **6,2**: 37,4.





294

**20.** a) (7, 12, 17, 22, 27, ...)
b) $\left(\frac{21}{2}, 11, \frac{23}{2}, 12, \ldots\right)$
c) (2, 11, 56, 281, ...)
d) $\left(\frac{5}{3}, \frac{10}{3}, \frac{15}{3}, \frac{20}{3}, \ldots\right)$
e) (0, 9, 20, 33, ...)
f) (1, 1, 15, 20, ...)
As sequências dos itens **a**, **b**, **d** e **f**.

**21.** a) 4, 5, 7, 11 e 19.
b) Recorrência.
c) (3, 3, 3, 3, ...)

**22.** Expressões dos itens **b** e **d**.

**23.** a) $a_{38} = 48$ b) $a_{38} = 71$

**24.** a) Infinita.
b) $a_n = 2n - 1$, para todo $n > 0$.
c) 199

**25.** a) Sugestões de resposta: $a_n = n + 15$, para todo $n > 0$; $a_n = a_{n-1} + 1$, para todo $n > 1$, com $a_1 = 16$.
b) $a_n = 4n + 2$, para todo $n > 0$; $a_n = a_{n-1} + 4$, para todo $n > 1$, com $a_1 = 6$.

**26.** a) 5 palitos para representar a 2ª figura e 9 palitos para a 4ª figura.
b) Sugestão de resposta: $a_n = 2n + 1$, para todo $n > 0$, em que $n$ é o número natural que representa a posição da figura na sequência.
c) 19 palitos para a 9ª figura e 51 palitos para a 25ª figura.

**27.** a) 6 cm² para o 2º retângulo e 10 cm² para o 4º retângulo.
b) $a_n = 2(n + 1)$, para todo $n > 0$, em que $n$ é o número natural que representa a posição do retângulo na sequência.
c) 1052 cm²

**28.** Ambos escreveram a lei de formação corretamente, pois as expressões escritas por Conceição e Jorge são equivalentes.

## Atividades

**29.** **a**, **c** e **d**.

**30.** a) $x = 11$ b) $x = 2$ c) $x = 6$ d) $x = 9$ e) $x = 8$ f) $x = 7$

**31.** R$ 11,20

**32.** a) $x = 5$ b) $x = 18$ c) $x = 20$ d) $x = 5$ e) $x = 42$ f) $x = 18$ g) $x = 10$ h) $x = 6$

**33.** $x = 25$; Medida do comprimento: 25 m.

**34.** a) $n = 1$
b) Sugestão de resposta:
$3 \cdot n - 9 = 12$;
$n - 9 = 5$; $5 \cdot n = 15$;
$n - 3 = 9$.

**35.** 47 kg

**36.** $x = 3$; $y = \frac{10}{11}$.

**37.** a) $y = 12$ b) $x = \frac{3}{5}$ c) $y = \frac{2}{3}$ d) $x = 3$

**38.** a) **C**
b) $x = 35$; Márcia: R$ 35,00; Nivaldo: R$ 70,00.

**39.** $p + (p + 1) = 79$; $p = 39$.

**40.** Jaqueline: 14 anos; Simone: 13 anos; Mauro: 12 anos.

**41.** a) 8 faces; 12 vértices.
b) Prisma de base hexagonal.

**43.** a) **C-F**; **B-E**; **D-G**; **A-H**.
b) Caixa verde: 2 kg;
caixa amarela: 3 kg;
caixa vermelha: 1 kg;
caixa roxa: $\frac{1}{2}$ kg.

**44.** $2x + 3 + 3 = x + 6 + 2$; $x = 2$; 2 kg.

**45.** 0,75 kg

**46.** a) $x = 12$ b) $x = 8$ c) $x = 4$ d) $x = \frac{8}{3}$ e) $x = 3$ f) $x = 0$

**47.** **A-3**, **B-1**, **C-2**, **D-4**;
A. 18 anos; B; R$ 46,00;
C. 6 canetas; D. 5 peixes.

**48.** R$ 0,08

**49.** Marisa: $2x - 140 = x + 15$; $x = 155$; 155 cm;
Andrei: $5y = 124 + y$; $y = 31$; 31 figurinhas.

**50.** $2x + 90° = 180°$;
$\text{med}(B\hat{A}C) = 60°$;
$\text{med}(A\hat{B}C) = 42°$;
$\text{med}(A\hat{C}B) = 78°$.

**51.** a) Júlia: 18 pontos; Isadora: 6 pontos.
b) Júlia: 0 ponto; Isadora: 12 pontos.
c) **II**
d) Júlia: 9 acertos; Isadora: 11 acertos.

**52.** Sexta-feira: 57 sorvetes; sábado: 72 sorvetes; domingo: 144 sorvetes.

**53.** Retângulo: 22,4 m²;
Quadrado: 5,76 m².

**54.** a) R$ 112,50 b) R$ 562,50

## O que eu estudei?

**1.** $\frac{3}{8}x + 180$

**2.** $50 - 2p - c$ ou $50 - (2p + c)$.

**3.** a) $2(n + 1) + 1$; $2n + 1$; $2n - 1$.
b) $2(n + 1) + 1 + 2n + 1 +$
$+ 2n - 1 = 2n + 2 + 1 +$
$+ 4n = 6n + 3$

**4.** $2x + 2$

**5.** a) 21,7; peso normal.
b) 18,2; abaixo do peso.
c) 22,4; peso normal.
d) 27,7; sobrepeso.





295

**6.** a) 0 °C
b) 100 °C
c) −20 °C
d) 40 °C

**7.** 9

**8.** Daqui a 5 anos.

**9.** a) R$ 37,45
b) R$ 15,96
c) R$ 35,56
d) R$ 8,89

**10.** (3, 13, 23, 33, 43, ...); Lei de formação.

**11.** 66 cm, 67 cm e 68 cm.

**12.** 22 cm

**13.** Solange: 56; Débora: 52; Cíntia: 53.

**14.** 112 pontos.

## Unidade 7 Figuras geométricas planas e ângulos

### Atividades

**1.** a) Cena **4**.
b) Cena **3**.
c) Cena **2**.

**3.** a) $\frac{1}{4}$ de volta.

**4.** A. Nome: $\hat{B}$, $A\hat{B}C$ ou $C\hat{B}A$; vértice: $B$; lados: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.
B. Nome: $\hat{K}$, $J\hat{K}L$ ou $L\hat{K}J$; vértice: $K$; lados: $\overrightarrow{KJ}$ e $\overrightarrow{KL}$.
C. Nome: $\hat{U}$, $T\hat{U}V$ ou $V\hat{U}T$; vértice: $U$; lados: $\overrightarrow{UT}$ e $\overrightarrow{UV}$.

**6.** **A**: 47°; **B**: 132,5°; **C**: 90°; **D**: 165°; **E**: 26°; **F**: 89°.

**7.** A. Agudo; B. Obtuso; C. Reto; D. Obtuso; E. Agudo; F. Agudo.

**8.** Caminho **3**.

**9.** $med(\hat{B}) = 30°$, $med(\hat{C}) = 45°$, $med(\hat{D}) = 90°$,
$med(\hat{E}) = 110°$, $med(\hat{F}) = 60°$ e $med(\hat{G}) = 180°$.

**10.** a) $C\hat{D}E$
b) $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$ e $E\hat{F}G$.
c) $D\hat{E}F$
d) $F\hat{G}H$

**12.** a) Meia volta; meia volta.

**13.** $H\hat{G}I$

**14.** $B\hat{A}C$ e $C\hat{A}D$; $C\hat{A}D$ e $D\hat{A}E$; $B\hat{A}D$ e $D\hat{A}E$; $C\hat{A}E$ e $B\hat{A}C$.

**15.** A. $\hat{a} = 30°$; medida do complemento: 60°; medida do suplemento: 150°.
B. $\hat{b} = 50°$; medida do complemento: 40°; medida do suplemento: 130°.
C. $\hat{c} = 15°$; medida do complemento: 75°; medida do suplemento: 165°.
D. $\hat{d} = 80°$; medida do complemento: 10°; medida do suplemento: 100°.
E. $\hat{e} = 45°$; medida do complemento: 45°; medida do suplemento: 135°.

**16.** a) $\hat{a} = 25°$
b) Medida do complemento: 65°; medida do suplemento: 155°.

**17.** Resposta no final da seção **Respostas**.

**18.** $\hat{a} = 60°$ e $\hat{b} = 30°$.

**19.** A. $\hat{a} = 74°$, $\hat{b} = 106°$ e $\hat{c} = 106°$.
B. $\hat{h} = 155°$, $\hat{i} = 155°$, $\hat{j} = 115°$, $\hat{k} = 65°$ e $\hat{l} = 90°$.

**20.** $\hat{b} = 129°$

**21.** A. $x = 9°$; medidas dos ângulos: 27°.
B. $x = 30°$; medidas dos ângulos: 129°.

**22.** a) $\hat{c}$; $\hat{b}$.

**23.** a) $\hat{a}$ e $\hat{e}$; $\hat{b}$ e $\hat{f}$; $\hat{c}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{h}$.
b) $\hat{a}$ e $\hat{c}$; $\hat{b}$ e $\hat{d}$; $\hat{e}$ e $\hat{g}$; $\hat{f}$ e $\hat{h}$.
c) $\hat{b}$ e $\hat{h}$; $\hat{c}$ e $\hat{e}$.
d) $\hat{a}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{f}$.

**24.** **d**; Sugestão de resposta: A medida $\hat{c}$ é 65°.

**25.** $\hat{a} = 87°$, $\hat{b} = 92°$, $\hat{c} = 87°$, $\hat{d} = 92°$ e $\hat{e} = 93°$.

**26.** A. $x = 5°$ e os ângulos indicados medem 35°.
B. $x = 20°$, o ângulo agudo mede 73°; o ângulo obtuso mede 107°.
C. $x = 22°$, os ângulos agudos medem 67°; os ângulos obtusos medem 113°.

**27.** a) 25°
b) 80°

**28.** **e**

**29.** A. $\hat{x} = 96°$
B. $\hat{x} = 93°$

**30.** $\alpha$ mede 46°.

**31.** a) 180°; 180°.
b) 180°
c) 180°; 180°.
d) 180°
e) Suplementares.

**32.** $\hat{a} = 20°$ e $\hat{b} = 70°$.

**33.** Não.

**34.** **c**

**35.** **a**

**36.** A. Pentágono; B. Heptágono; C. Quadrilátero; D. Octógono; E. Triângulo; F. Hexágono.

**37.** A. Triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos; B. Quadriláteros.

**38.** a) Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{AE}$; vértices: $A$, $B$, $C$, $D$ e $E$; ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ e $\hat{E}$.
b) Lados: $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$ e $\overline{KF}$; vértices: $F$, $G$, $H$, $I$, $J$ e $K$; ângulos internos: $\hat{F}$, $\hat{G}$, $\hat{H}$, $\hat{I}$, $\hat{J}$ e $\hat{K}$.
c) Lados: $\overline{LM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NO}$ e $\overline{LO}$; vértices: $L$, $M$, $N$, e $O$; ângulos internos: $\hat{L}$, $\hat{M}$, $\hat{N}$ e $\hat{O}$.

**39.** Convexos: polígonos **A** e **D**; Não convexos: polígonos **B** e **C**.

**40.** 3 lados.







296

**41.** a) Heptágono.
b) Pentágonos.

**42.** Polígonos **C** e **E**.

**43.** a) Triângulos e quadriláteros.
b) Triângulos e quadrilátero.

**44.** A. Hexágonos e triângulos; B. Quadriláteros e pentágonos.

**45.** **d**

**46.** A. Vértices: *C*, *D* e *F*; medida dos ângulos internos: $\hat{c}$, $\hat{d}$ e $\hat{f}$; medida dos ângulos externos: $\hat{g}$, $\hat{h}$ e $\hat{i}$.
B. Vértices: *M*, *N* e *O*; medida dos ângulos internos: $\hat{m}$, $\hat{n}$ e $\hat{o}$; medida dos ângulos externos: $\hat{p}$, $\hat{q}$ e $\hat{r}$.

**47.** a) vértice.
b) três.
c) triângulo.
d) três.

**48.** a) Quando tem pelo menos dois lados com medidas iguais.
b) 5 cm
c) 6 cm, 5 cm e 4 cm.
d) Isósceles.

**49.** A. Isósceles; B. Isósceles; C. Equilátero; D. Escaleno.

**50.** A. Acutângulo;
B. Obtusângulo;
C. Retângulo; D. Acutângulo.

**51.** Resposta no final da seção **Respostas**.

**52.** Resposta no final da seção **Respostas**.
• O triângulo é acutângulo.

**53.** Sugestão de resposta: A madeira colocada no portão formou alguns triângulos, que são figuras rígidas.

**54.** Sugestões de resposta: 9 m, 9 m, 9 m; 3 m, 3 m, 3 m; 12 m, 12 m, 12 m; 9 m, 9 m, 12 m.

**55.** Não.

**56.** **C**, **D** e **E**.

**57.** A. 5 cm e 7 cm; B. 2 cm e 6 cm; C. 3 cm e 7 cm; D. 4 cm e 4 cm.

**58.** **B** e **D**.

**59.** A. 540°; B. 1080°; C. 900°; D. 720°.

**60.** $\hat{b} = 80°$ e $\hat{c} = 60°$.

**61.** Polígono **C**.

**62.** **B** e **C**.

**63.** a) Hexágono.
b) 720°
c) 120°

**64.** **b** e **d**.

**65.** Sugestão de respostas:
a) Os polígonos *ABCD* e *MNOP* não são regulares.
c) A soma das medidas dos ângulos internos do polígono *QRSTU* é três vezes a soma das medidas dos ângulos internos do polígono *EFG*.

**66.** A. $\hat{c} = 52°$, $\hat{d} = 139°$, $\hat{e} = 93°$, $\hat{f} = 128°$;
B. $\hat{d} = 69°$, $\hat{e} = 44°$, $\hat{f} = 67°$, $\hat{g} = 136°$.

**67.** A. $\hat{a} = 45°$; $\hat{b} = 135°$;
B. $\hat{c} = 35°$, $\hat{d} = 110°$;
C. $\hat{e} = 120°$, $\hat{f} = 60°$, $\hat{g} = 120°$, $\hat{h} = 120°$;
D. $\hat{i} = 60°$, $\hat{j} = 120°$.

**68.** $\hat{a} = 115°$ e $\hat{b} = 70°$.

**69.** $\hat{x} = 240°$ e $\hat{y} = 30°$.

**70.** Resposta no final da seção **Respostas**.

**71.** 120°

**72.** $\hat{a} = 45°$, $\hat{b} = 49°$, $\hat{c} = 86°$, $\hat{e} = 135°$, $\hat{f} = 131°$ e $\hat{g} = 94°$.

**73.** **c**

**74.** $x = 66°$ e $y = 63°$.

**75.** A. $\hat{a} = 120°$; B. $\hat{a} = 150°$; C. $\hat{a} = 225°$; D. $\hat{a} = 270°$.

**76.** A. raios: $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OD}$; cordas: $\overline{CE}$ e $\overline{AD}$; diâmetro: $\overline{AD}$.
B. raios: $\overline{OG}$, $\overline{OH}$, $\overline{OI}$, $\overline{OJ}$ e $\overline{OK}$; cordas: $\overline{FK}$, $\overline{GJ}$ e $\overline{HK}$, diâmetros: $\overline{HK}$ e $\overline{GJ}$.
C. raios: $\overline{OM}$, $\overline{OP}$, $\overline{OQ}$, e $\overline{OS}$; cordas: $\overline{SP}$, $\overline{SR}$ e $\overline{LN}$, diâmetro: $\overline{SP}$.

**77.** a) Medida do comprimento do raio é 1,5 cm e a medida do comprimento do diâmetro é 3 cm.
b) A medida do comprimento do diâmetro representa o dobro da medida do comprimento do raio.
c) Sim.

**80.** 4 pontos.

**82.** **b**

## O que eu estudei?

**1.** a) *O*
b) Semirretas *OA* e *OB*.

**2.** Alternativas **b**, **c**, e **e**.

**3.** a) 45° e 45°.
b) 69° e 111°.
c) 165°

**4.** 100°

**5.** a) $\hat{a}$ e $\hat{c}$, $\hat{b}$ e $\hat{d}$.
b) $\hat{a} = 106°$, $\hat{b} = 74°$, $\hat{c} = 106°$, $\hat{d} = 74°$.

**6.** A. 31°; B. 112°; C. 124°.

**7.** a) 1260°
b) 140°

**8.** 360°

**9.** A. 72°; B. 45°; C. 36°; D. 60°.

**10.** a) Raio.
b) Corda.
c) Diâmetro.

# Unidade 8 Grandezas e medidas

## Atividades

**1.** A. Temperatura; B. Velocidade; C. Capacidade; D. Massa; E. Tempo; F. Comprimento.





297

**2.** a ) Contínua.
b ) Discreta.
c ) Discreta.
d ) Contínua.
e ) Contínua.
f ) Contínua.
g ) Contínua.
h ) Contínua.
i ) Discreta.

**3.** a ) Cronômetro.
b ) Recipiente de 1 L.
c ) Termômetro.
d ) Balança de dois pratos.
e ) Trena.

**4.** Melancia.

**5.** Lucas, pois foi o que utilizou menos palmos para medir o comprimento da lousa.

**6.** Resposta no final da seção **Respostas**.

**7.** a ) 120 s
b ) 7 200 s
c ) 0,5 kg
d ) 7 020 kg
e ) 1,8 m
f ) 13 500 m

**8.** A. 5 quadradinhos;
B. 5 quadradinhos;
C. 3,5 quadradinhos;
D. 4 quadradinhos.

**9.** a ) A. 14 triângulos; B. 14 triângulos; C. 13,5 triângulos; D. 22 triângulos.
b ) **C**; **D**.
c ) **A** e **B**.

**10.** 100 $dm^2$

**11.** 18,5 hectares.

**12.** Hectômetro quadrado $(hm^2)$.

**13.** a ) $m^2$
b ) $km^2$
c ) $cm^2$
d ) $mm^2$
e ) $dam^2$
f ) $m^2$

**15.** A. 1 521 $cm^2$; B. 51,7 $cm^2$;
C. 331,24 $cm^2$.

**16.** 1 250 $m^2$

**18.** A. 80 $cm^2$; B. 92,25 $cm^2$;
C. 68,75 $cm^2$; D. 77,5 $cm^2$.

**19.** Região **1**: 138,8 $m^2$;
região **2**: 64 $m^2$.

**20.** 25 $cm^2$

**21.** O quadrado cujo comprimento do lado mede 48 mm.

**22.** 12 dm

**23.** 144 $cm^2$

**24.** A. 216 $cm^2$; B. 396 $cm^2$;
C. 625 $cm^2$; D. 104,5 $dm^2$.

**25.** As medidas das áreas são iguais. Indicando por $A_1$ e $A_2$ tanto a medida da área do paralelogramo e do retângulo, respectivamente, e por $h$ a medida da altura dessas figuras, temos: $A_1 = h \cdot DC$ e $A_2 = h \cdot GH$. Como $DC = HG$, segue que $A_1 = h \cdot DC = h \cdot GH = A_2$.

**26.** Eles devem escolher o terreno **B**, pois é o único que atende a condição estipulada, ou seja, é o único com medida de área maior do que 400 $m^2$.

**28.** A. 6 $cm^2$; B. 26 $dm^2$;
C. 61,65 $cm^2$; D. 253,5 $cm^2$;
E. 6 171,025 $mm^2$.

**30.** Não.

**31.** A. 288 $cm^2$; B. 288 $cm^2$;
C. 512,5 $cm^2$.
a ) **C**
b ) **A** e **B**.

**33.** a

**34.** A. 14 cubos; B. 16 cubos;
C. 55 cubos; D. 18 cubos.

**35.** A. 14 $cm^3$; B. 8,5 $cm^3$;
C. 20 $cm^3$; D. 48 $cm^3$.

**36.** a ) 60 cubinhos.
b ) 15 camadas.
c ) Sim.

**37.** A. 343 $dm^3$; B. 3 276 $cm^3$;
C. 464 $m^3$; D. 3 220 $cm^3$;
E. 571,787 $dm^3$ F. 1 240,62 $cm^3$.

**38.** 987,525 $cm^3$

**39.** A. 19 760 $cm^3$; B. 19 152 $cm^3$;
C. 14 336 $cm^3$; D. 6 859 $cm^3$.

**40.** 18 730 752 $mm^3$

**41.** 2 500 000 L

**42.** 8 vezes.

**43.** d

**44.** A. 1 520 $cm^3$;
B. 1 728 $cm^3$; C. 1 728 $cm^3$;
D. 1 742,4 $cm^3$.
a ) **D**; **A**.
b ) **B** e **C**.

**45.** c

**46.** Paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões medem 1,2 dm, 2,5 dm e 8,3 dm.

## O que eu estudei?

**1.** a ) Capacidade.
b ) Tempo.
c ) Comprimento.
d ) Massa.
e ) Comprimento.
f ) Massa.
g ) Comprimento.

**2.** a ) 2,5 $m^2$ = 250 $dm^2$
b ) 110 000 $mm^2$ = 0,11 $m^2$
c ) 105 000 $m^2$ = 10,5 $hm^2$
d ) 0,000048 $km^2$ = 48 $m^2$
e ) 40 250 $cm^2$ = 4,025 $m^2$
f ) 40 250 $cm^2$ = 4 025 000 $mm^2$

**3.** a ) Aumentou;
b ) kevin (K); Não.

**4.** A. 20 quadradinhos;
B. 13 quadradinhos;
C. 8 quadradinhos.

**5.** 18 $cm^2$

**6.** A. 72 $cm^2$; B. 1 026 $cm^2$;
C. 837 $cm^2$.

**7.** 2 140,8 $cm^2$





298

**8.** 408 $m^2$

**9.** 54 cubinhos.

**10.** 42,875 $dm^3$

**11.** 9 $m^3$

## Unidade 9 Proporção

### Atividades

**1.** a) R$ 64,50; R$ 120,40.
b) Sim. Sugestão de resposta: Duplicando a quantidade de salgados, o preço também duplicará; triplicando a quantidade de salgados, o preço também triplicará; reduzindo a quantidade de salgados à metade, o preço também será reduzido à metade; e assim por diante.

**2.** 6 horas.

**3.** a) Não. b) Não.

**4.** 6 colheitadeiras.

**5.** a) $\frac{350}{50}$ ou $\frac{7}{1}$ ou 350 : 50 ou 7 : 1.
b) $\frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2}$ ou 5 : 10 ou 1 : 2.
c) $\frac{8}{10}$ ou $\frac{4}{5}$ ou 8 : 10 ou 4 : 5.

**6.** 1380 L

**7.** a) $x = 12$
b) $x = 10$

**8.** a) $x = 9$ e) $x = 7$
b) $x = 12$ f) $x = 4$
c) $x = 6$ g) $x = 8$
d) $x = 14$ h) $x = 5$

**9.** 24 L

**10.** 15 latas de leite condensado.

**11.** 120 L

**12.** 1200 g

**13.** 55 figurinhas.

**14.** 240 kg

**15.** Carla: R$ 2000,00;
Sílvia: R$ 4000,00;
Gustavo: R$ 6000,00.

**17.** a) $x = 4$ b) $x = 3$

**18.** a) 21 páginas.
b) 336 páginas.

**19.** 4 dias.

**20.** 90 km/h

**21.** 20 viagens.

**22.** 5 dias.

### O que eu estudei?

**1.** Aproximadamente 55 L.

**2.** Paraná: 199304 $km^2$,
Santa Catarina: 95728 $km^2$ e
Rio Grande do Sul: 281735 $km^2$.

**3.** a) $x = 7{,}2$ b) $x = 5$

**4.** 18 km/h

**5.** a) R$ 12600,00
b) 2800 dólares.

**6.** Jaqueline conseguirá fazer 8 camisetas de tamanho P.

## Unidade 10 Porcentagem

### Atividades

**1.** A. $\frac{34}{100}$; 0,34 e 34%;
B. $\frac{58}{100}$; 0,58 e 58%.

**2.** a) 105 L d) 315 cm
b) 200 mL e) 750 km
c) 880 mm f) 432 t

**3.** a) 25% d) 50%
b) 40% e) 60%
c) 20%

**4.** a) Loja **A**: R$ 864,00;
Loja **B**: R$ 833,00;
Loja **B**.

**5.** a) 2ª opção. b) R$ 1,80

**6.** a) O valor em reais da entrada da moto **A** é R$ 9401,00 e da moto **B**, R$ 6855,00.
b) Na moto **A**.

**7.** a) 40%
b) Manhã: 1422 estudantes;
tarde: 1264 estudantes;
noite: 474 estudantes.

**8.** **d**

**9.** a) R$ 36,00 c) R$ 63,00
b) R$ 39,00 d) R$ 22,50

**10.** O preço do fogão será de R$ 454,86 e o do micro-ondas, de R$ 535,80.

**11.** a) R$ 72,00

**13.** A. 10%; B. 20%.

**14.** 91%

**15.** a) 2%
b) R$ 1780,76

**17.** **d**

**18.** a) Aproximadamente 15%.
b) Aproximadamente 174 milhões de habitantes; aproximadamente 85%.

**19.** a) 1240 estudantes.
b) 682 meninas.

**20.** a) Aproximadamente 97%.
b) Microcomputador; aproximadamente 46%.
c) Aproximadamente 41601000 de domicílios; aproximadamente 61%.

**21.** R$ 1600,00

**22.** a) 30% b) 20%

**23.** a) Aproximadamente 15%.
b) R$ 1368,37

**24.** Transporte: 8%; Aluguel: 32%; Alimentação: 18%.

**25.** a) Aproximadamente 78%.

**26.** **e**





299

**27.** a) Sugestão de resposta: Uma vantagem: a redução na emissão de gás carbônico na atmosfera; uma desvantagem: a poluição sonora para as pessoas do entorno.
b) 69,4%; 2,4%.

## O que eu estudei?

**1.** a) 14,25 kg c) 532 L
b) 168 g d) 546 mL

**2.** A. 44%;
B. Aproximadamente 31%.

**3.** 62,5%

**4.** Aluguel: R$ 810,00;
Alimentação: R$ 675,00;
Saúde: R$ 324,00;
Transporte: R$ 405,00;
Outros: R$ 486,00.

**5.** 37,5% **6.** c

**7.** R$ 1680,00 **8.** 32%

**9.** Carboidratos: 142 g; Gorduras: 32 g; Proteínas: 19,6 g; Outros: 6,4 g.

**10.** a) 25%
b) 20%

**11.** Sim; Sobrarão R$ 8,00.

**12.** 55% **13.** a) 9 L b) 20 L

**14.** R$ 2415,00 **15.** 15%

**16.** 2 meninas. **17.** d

**18.** a) $5p + 150 = 599$; R$ 89,80;
b) R$ 509,15; R$ 89,85.

**19.** a) R$ 450,00 c) R$ 489,72
b) R$ 450,00 d) R$ 490,20

## Unidade 11 Estatística e probabilidade

### Atividades

**1.** a) *A*: 18,7; *B*: 52,7; *C*: 13,3; *D*: 13.
b) Pequim; Rio de Janeiro.
c) 34 bilhões de dólares.

**2.** a) 1; 1 °C. c) 1; 16 °C.
b) 1 e 3.

**3.** a) 171 medalhas.
b) Estados Unidos; 293 medalhas.
c) México e Canadá.
d) 2 medalhas.
e) 22 medalhas.

**4.** a) Fevereiro; 23 $m^3$.
b) 101 $m^3$ c) 6 $m^3$

**5.** a) 2017; aproximadamente 1308000 t.
b) Diminuiu; aproximadamente 240000 t.
c) 2016 e 2017; aproximadamente 253000 t.
d) 2018 e 2019.
e) 2015, 2017 e 2019.

**6.** a) Petróleo e derivados.
b) Aproximadamente 4%.
c) Aproximadamente 19%.

**7.** a) Carvão.
b) Aproximadamente 13%.

**8.** a) 1607335 automóveis.
b) Aproximadamente 2%.
c) 1099308 automóveis; aproximadamente 68%.

**9.** a) Outubro; dezembro.
b) Aproximadamente 1,02%.

**10.** a) Loja **A**: média: R$ 130,00; amplitude: R$ 85,00.
Loja **B**: média: aproximadamente R$ 131,00; amplitude: R$ 72,00.
b) A loja **B**.

**11.** a) 6,75 c) Não. Sim.
b) 7,1

**12.** a) 4; 1. b) 3,723

**13.** a) Sugestão de resposta: Uma pesquisa censitária é realizada com toda a população, enquanto uma pesquisa amostral é feita com uma parte da população.
b) Censitária. Porque era possível entrevistar todos os colegas da turma.
c) Gráfico e texto com dados estatísticos.
d) Aproximadamente 9,38%.

**14.** a) A população são todos os eleitores desse estado e a amostra, os 35225 eleitores entrevistados.
b) A população são todos os estudantes da escola e a amostra, os 450 estudantes entrevistados.
c) A população são todos os ocupantes das poltronas e a amostra, os 85 ocupantes entrevistados.

**15.** a) Censitária. c) Censitária.
b) Amostral. d) Amostral.

**16.** Não.

**17.** a) Não.
b) Sugestão de resposta: Nas residências, por se tratar de um serviço público oferecido no bairro.
c) Não.
d) Amostral.

**19.** a) 2 b) $\frac{1}{2}$ ou 50%.

**20.** a) Resposta no final da seção **Respostas**.
b) $\frac{1}{20}$ ou 5% d) $\frac{11}{20}$ ou 55%
c) $\frac{10}{20}$ ou 50% e) $\frac{8}{20}$ ou 40%.

**21.** a) 40
c) Espera-se obter aproximadamente 200 resultados com pontuação 3 e 200 resultados com pontuação 5.

**22.** b

## O que eu estudei?

**1.** 2013; 2011. **2.** b

**3.** a) 4284 b) 476 c) 952

**4.** a) Diretor de *marketing*; diretor executivo.
b) Empresa **A**: aproximadamente R$ 9433,33; empresa **B**: aproximadamente R$ 9533,33; empresa **B**.
c) Empresa **A**: R$ 1700,00; empresa **B**: R$ 700,00.







300

**5.** a) 36
b) $\frac{3}{36}$ ou $\frac{1}{12}$ ou aproximadamente 8%.
c) $\frac{6}{36}$ ou $\frac{1}{6}$ ou aproximadamente 17%.
d) $\frac{12}{36}$ ou $\frac{1}{3}$ ou aproximadamente 33%.

## Unidade 12 Transformações de figuras

### Atividades

**1.** Figuras **A**; **B**; **D** e **F**.

**3.** a) 0, 3 e 8. b) 0 e 8.

**4. B** **5. B** e **D**.

**6.** a) 1 eixo; 4 eixos.

**7.** O erro está na figura **A**.

**8. A** **9.** A. 90°; B. 100°.

**10. E**

**12.** a) Sugestão de resposta: As paredes cobertas por mosaicos geométricos do Palácio na Alhambra, na cidade de Granada, na Espanha.
b) Simetria de rotação.
d) 120°

**13.** Item **A**. **14. 2**-**H**, **3**-**B**, **4**-**F**.

**19.** a) $A(0, 3)$, $B(-4, 0)$, $C(-3, -1)$, $D(-1, 1)$, $E(3, -2)$, $F(3, 2)$, $G(-3, -4)$, $H(-3, 4)$, $I(-3, 2)$, $J(2, 4)$ e $K(1, -2)$.
b) $G$ e $H$, $E$ e $F$; $I$ e $F$.

**20.** $A(-6, 8)$, $B(-3, -1)$, $C(3, -1)$ e $D(3, 6)$.

**21.** a) $A(-5, -1)$, $B(-4, -3)$, $C(5, -4)$, $D(5, -1)$ e $E(0, -2)$.
b) $A'(-5, 1)$, $B'(-4, 3)$, $C'(5, 4)$, $D'(5, 1)$ e $E'(0, 2)$.

**22.** Em relação ao eixo $x$: **5** e **7**; Em relação ao eixo $y$: **3** e **1**, **6** e **9**.

**24.** a) Polígono **3**. b) Não.

**26.** a) $(-15, 15)$, $(-15, 24)$, $(-39, 24)$ e $(-39, 15)$; Ampliação.
b) $(-5, 5)$, $(-5, 8)$, $(-13, 8)$ e $(-13, 5)$.

**27.** Foram multiplicadas por 2.

### O que eu estudei?

**1. D** **2.** Itens **C** e **D**.

**3.** Letras **F** e **L**.

**5. A** e **G**; **C** e **I**; **B** e **E**; **D** e **F**.

**6.** a) $-2$ b) Ampliação.
c) $(0, 6)$, $(-4, 2)$, $(-8, 2)$, $(-6, 6)$ e $(-6, 8)$.

**7.** a) $A(-2, 0)$; $B(-1, -1)$; $C(-1, -3)$; $D(-3, -3)$; $E(-2, -2)$.
b) $A'(2, 0)$; $B'(1, 1)$; $C'(1, 3)$; $D'(3, 3)$; $E'(2, 2)$.

**8.** $(4, 6)$

### O que eu aprendi?

**1.** A. $x = 60°$; triângulo retângulo; B. $x = 59°$; triângulo acutângulo.

**2.** $A : -20$, $B : -10$, $C : 0$, $D : 10$ e $E : 15$.

**3.** a) $\frac{21}{30}$; b) $\frac{1}{30}$; c) $\frac{9}{30}$ ou $\frac{3}{10}$.

**4.** A. 290 cm³; B. 540 cm³; C. 515 cm³.

**5.** 38 cm².

**6.** a) $(4, 5, 6, 7, 8, \ldots)$
b) $(7, 9, 11, 13, 15, \ldots)$
c) $(5, 10, 15, 20, 25, \ldots)$

**7.** a) A sequência foi definida por recorrência pois, utilizando essa expressão, podemos calcular um termo da sequência em função dos termos anteriores.
b) $a_1 = 12$, $a_2 = 34$, $a_3 = 78$, $a_4 = 166$, $a_5 = 342$, $a_6 = 694$ e $a_7 = 1398$.

**8.** a) 3, 5 e 7 círculos.
c) Sugestão de resposta: $2n + 1$, em que $n > 0$ indica a posição do termo na sequência.
d) $a_9 = 19$; $a_{15} = 31$; $a_{17} = 35$; $a_{20} = 41$.

**9.** 21 convites. **10.** R$ 580,00.

**11.** a) Felipe.
b) Aproximadamente R$ 1023,33.

**12.** a) $\frac{5}{40} = 0{,}125$, ou 12,5%.
$\frac{35}{40} = 0{,}875$, ou 87,5%.
b) $\frac{27}{30} = \frac{9}{10} = 0{,}9$, ou 90%.

Resposta referente à unidade **1**.

**8.**

| Número | Divisor | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | 5 | 10 |
| 8 492 | X | | | |
| 3 750 | X | X | X | X |
| 1 899 | | X | | |

Resposta referente à unidade **2**.

**32.** c) $-$R$ 31,00 < $-$R$ 15,00 < $-$R$ 8,00 < $-$R$ 1,00 < R$ 16,00 < R$ 46,00 < R$ 101,00





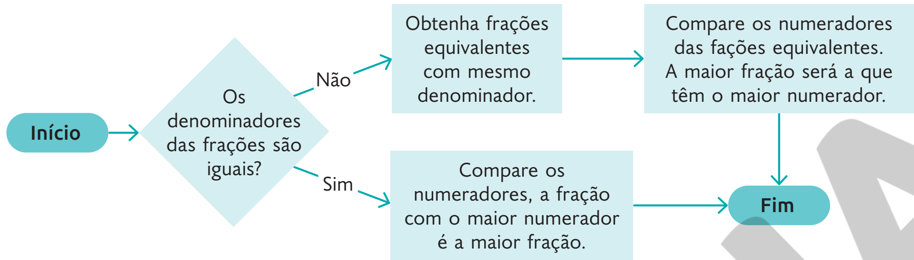


301

**68.** a) Sugestão de resposta: Sendo −2 o número inteiro pensado, $[3 \cdot (-2) - 13] \cdot (-5) = +95$.
b) Sugestão de resposta: Sendo −2 o número inteiro pensado, $[(-2) \cdot (-4) + 10] \cdot (-2) = -36$.

Resposta referente à unidade **3**.

**27.**




Resposta referente à unidade **4**.

**15.** $-4{,}5 < -3{,}5 < -2 < 0 < 1 < 2 < 2{,}5 < 4{,}5$

Resposta referente à seção **O que eu estudei** da unidade **4**.

**1.**

| **Número decimal** | 7,3 | 2,5 | 4,9 | 2,3 | 10,1 | 1,75 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número fracionário** | $\frac{73}{10}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{49}{10}$ | $\frac{23}{10}$ | $\frac{101}{10}$ | $\frac{7}{4}$ |

| **Número decimal** | 0,2 | 0,4 | 7,9 | 123,05 | 0,12 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número fracionário** | $\frac{5}{25}$ | $\frac{8}{20}$ | $\frac{79}{10}$ | $\frac{12\,305}{100}$ | $\frac{12}{100}$ | $\frac{9}{10}$ |

**6.** $-11{,}59 < -11{,}4 < -8{,}995 < -5{,}7 < -2{,}75 < 0 < \frac{7}{10} < 1{,}582 < 4{,}8 < 11{,}45$

Resposta referente à unidade **7**.

**17.**

| **Ângulo $\hat{a}$** | 6° | 31° | $E = 72°$ | $G = 89°$ | 136° |
|---|---|---|---|---|---|
| **Complemento de $\hat{a}$** | $A = 84°$ | $C = 59°$ | 18° | $H = 1°$ | |
| **Suplemento de $\hat{a}$** | $B = 174°$ | $D = 149°$ | $F = 108°$ | 91° | $I = 44°$ |

**51.**

**Início**
**1º.** Trace um segmento *AB* cuja medida do comprimento dos lados seja a maior.
**2º.** Com a ponta-seca do compasso em *A* e abertura com a medida do comprimento de um dos lados, trace um arco de circunferência.
**3º.** Com a ponta-seca do compasso em *B* e abertura com a menor medida de comprimento do terceiro lado, trace um arco de circunferência. O ponto em que os arcos se cruzam é o vértice *C* do triângulo.
**4º.** Com a régua trace o seguimento *BC* e *AC*, e apague as marcas dos arcos.
**Fim**







302

Início → Trace um segmento $AB$ cuja medida do comprimento dos lados seja a maior. → Com a ponta-seca do compasso em $A$ e abertura com a medida do comprimento de um dos lados, trace um arco de circunferência. → Com a ponta-seca do compasso em $B$ e abertura com a menor medida de comprimento do terceiro lado, trace um arco de circunferência. O ponto em que os arcos se cruzam é o vértice $C$ do triângulo. → Com a régua trace o seguimento $BC$ e $AC$, e apague as marcas dos arcos. → Fim

**52.**

Início → Trace um seguimento $DE$ cuja medida do comprimento seja 7 cm. → Com a ponta-seca do compasso em $D$ e abertura medindo 6 cm, trace um arco de circunferência. → Com a ponta-seca do compasso em $E$ e abertura medindo 5 cm, trace um arco de circunferência. O ponto em que os arcos se cruzam é o vértice $F$ do triângulo. → Com a régua trace o seguimento $DF$ e $DE$, e apague as marcas dos arcos. → Fim

**70.** Para construir o quadrado, temos:

Início → Com a régua trace o lado $\overline{AB}$ com 4 cm. → Posicione o centro do transferidor em $B$ e a linha de fé com $\overline{AB}$ e marque 90°. → Com a régua alinhada nessa marca, trace o lado $\overline{BC}$, com 4 cm partindo de $B$. → Repita os dois passos anteriores mais uma vez: posicionando o transferidor em $C$ para traçar o lado $\overline{CD}$. → Por fim, trace o lado $\overline{AD}$. → Fim

Para construir o pentágono regular, temos:

Início → Sabemos que a medida do ângulo interno de um pentágono regular é 108°. Assim, com a régua trace o lado $\overline{EI}$ com 3 cm. → Posicione o centro do transferidor em $I$ e a linha de fé com $\overline{EI}$ e marque 108°. → Com a régua alinhada nessa marca, trace o lado $\overline{IH}$ com 3 cm partindo de $I$. → Repita os dois passos anteriores mais duas vezes: a primeira posicionando o transferidor em $H$ para traçar o lado $\overline{HG}$ e a segunda em $G$ para compor o lado $\overline{GF}$. → Por fim, trace o lado $\overline{EF}$. → Fim

Resposta referente à unidade **8**.

**6.**

| Ficha técnica de um cavalo adulto | | |
|---|---|---|
| **Grandeza** | **Medida** | **Unidade de medida** |
| Altura | 1,7 | m |
| Massa | 350 | kg |
| Tempo médio de vida | 25 | anos |
| Velocidade média de corrida | 60 | km/h |

Resposta referente à unidade **11**.

**20.** a) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$







303

• Explique aos estudantes que esta seção apresenta referências bibliográficas que foram usadas na elaboração do livro e um breve comentário referente a cada uma delas.

## Referências bibliográficas comentadas


• BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

O autor apresenta, nesse livro, momentos históricos e pensadores que contribuíram para a construção da Matemática como a conhecemos atualmente. Além disso, denota a utilização de diferentes sistemas de numeração ao longo da História e problemas cotidianos que influenciaram o desenvolvimento da Matemática.

• BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC). Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 2 fev. 2022.

Esse é um documento norteador dos currículos nacionais, que indica competências e habilidades comuns a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada uma das etapas da Educação Básica.

• CARDOSO, Virgínia Cardia. *Materiais didáticos para as quatro operações*. 3. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1996. v. 2.

A autora trabalha diferentes maneiras para o professor conduzir o processo de ensino e de aprendizagem das quatro operações básicas da Matemática, por meio da utilização de recursos didáticos diferenciados e materiais manipuláveis.

• DIAS, Marisa da Silva; MORETTI, Vanessa Dias. *Números e operações*: elementos lógico-históricos para atividade de ensino. Curitiba: Ibpex, 2011. (Matemática em sala de aula).

As autoras apresentam, nessa obra, uma retomada histórica a respeito do desenvolvimento de operações matemáticas e dos sistemas de numeração.

• DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar, 9*: geometria plana: exercícios resolvidos, exercícios propostos com resposta, testes de vestibular com resposta. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

Essa obra aborda conceitos teóricos de Geometria Plana e contém exercícios de aplicação e aprofundamento teórico, selecionados de acordo com níveis diferenciados de dificuldade, indicando também sugestões para a condução das aulas de Matemática que abordam esses conceitos.

• DU SAUTOY, Marcus. *A música dos números primos*: a história de um problema não resolvido na matemática. Tradução: Diego Alfaro. Rio de Janeiro: Zahar, 2007.

O autor aborda o conceito do que é considerado um dos maiores mistérios da matemática: os números primos. Relacionando esses números com música, o autor parte da hipótese de que é possível haver harmonia entre os números primos, de modo semelhante à harmonia musical.

• DU SAUTOY, Marcus. *Os mistérios dos números*: uma viagem pelos grandes enigmas da matemática (que até hoje ninguém foi capaz de resolver). Tradução: George Schlesinger. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

Mistérios numéricos são abordados nesse livro, que explora como a Matemática auxilia na tomada de decisões em análise de fenômenos naturais.

• EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004.

O livro trata de conceitos históricos das principais áreas da matemática, abordando a contribuição de diferentes civilizações, a história de grandes matemáticos e filósofos que colaboraram para o desenvolvimento matemático.

• IFRAH, Georges. *História universal dos algarismos, volume 1*: a inteligência dos homens contada pelos números e pelos cálculos. Tradução: Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

O autor aborda o desenvolvimento dos algarismos e a importância da contribuição de diferentes civilizações para que hoje o nosso sistema de numeração fosse tão desenvolvido como é, evidenciando que esse processo foi longo e que foi mudando de acordo com as diferentes percepções históricas.

• LIMA, Elon Lages. *Meu professor de matemática e outras histórias*. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. (Coleção do Professor de Matemática).

O autor apresenta, nessa obra, reflexões e questionamentos a respeito de conceitos de Matemática elementar, incentivando o desenvolvimento do pensamento crítico do professor que trabalha na Educação Básica, bem como propondo a História da Matemática como um caminho para o processo eficaz de ensino e de aprendizagem dos conceitos abordados.




## Siglas

• OBMEP: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
• Enem: Exame Nacional do Ensino Médio
• UFMG: Universidade Federal de Minas Gerais

ISBN 978-85-16-13632-1

9 788516 136321