Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

EDITORA RESPONSÁVEL:
Lilian Aparecida Teixeira

MANUAL DO PROFESSOR

SuperAÇÃO!

MATEMÁTICA

8º ANO

Componente curricular:
MATEMÁTICA

MATERIAL DE DIVULGAÇÃO. VERSÃO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO.
PNLD 2024 - Objeto 1
Código da coleção:
0023 P24 01 00 020 020

MODERNA

SuperAÇÃO!

MATEMÁTICA 8º ANO

MANUAL DO PROFESSOR

Organizadora: Editora Moderna

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável: Lilian Aparecida Teixeira

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).
Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).
Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Elaboração dos originais:

Lilian Aparecida Teixeira
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).

Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).

Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

André Luiz Steigenberger
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede pública de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Jackson da Silva Ribeiro
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Informática na Educação pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Octavio Bertochi Neto
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Neurociência pela Faculdade Campos Elíseos (FCE-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede particular de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Tadasi Matsubara Júnior
Licenciado e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Álisson Henrique dos Santos
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Projeto e produção editorial: Scriba Soluções Editoriais
Edição: Lilian Aparecida Teixeira, Lucília Franco Lemos dos Santos, Denise Maria Capozzi
Assistência editorial: Eduardo Belinelli
Revisão técnica: Tânia Camila Kochmanscky Goulart
Coordenação de preparação de texto e revisão: Moisés M. da Silva
Supervisão de produção: Priscilla de Freitas Cornelsen
Assistência de produção: Lorena França Fernandes Pelisson
Projeto gráfico: Laís Garbelini
Coordenação de arte: Tamires R. Azevedo
Coordenação de diagramação: Adenilda Alves de França Pucca (Nil)
Diagramação: Ana Rosa Cordeiro de Oliveira, Carlos Cesar Ferreira, Fernanda Miyabe Lantmann, Leda Cristina Teodorico, Avits Estúdio Gráfico Ltda.
Pesquisa iconográfica: Vinicius Guerra Pereira Meira
Autorização de recursos: Marissol Martins
Tratamento de imagens: Janaina Oliveira e Jéssica Sinnema

Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Capa: Mariza de Souza Porto, Tatiane Porusselli, Daniela Cunha e Apis Design
Foto: Atletas de nado sincronizado realizando uma rotina subaquática.
© Thomas Barwick/Getty Images
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

SuperAÇÃO! matemática : 8º ano: manual do professor / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Lilian Aparecida Teixeira. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13636-9

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Teixeira, Lilian Aparecida.

22-112152 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

Apresentação

Este **Manual do professor** é um material de apoio que fornece orientações para auxiliar seu dia a dia em sala de aula. Esta coleção tem como objetivo ensinar aos estudantes, além dos conhecimentos específicos do componente curricular de Matemática, habilidades, atitudes e valores, por meio de diferentes temas, atividades e práticas pedagógicas que desenvolvam a argumentação, o pensamento crítico, a autonomia, a empatia e a cooperação, de maneira prática e contextualizada.

No tópico **Conheça a estrutura da coleção**, você vai encontrar informações detalhadas e organizadas sobre a estrutura da coleção, tanto do livro do estudante quanto do **Manual do professor**. Na sequência, apresentamos subsídios teórico-metodológicos acerca do trabalho com o componente curricular de Matemática, sua relação com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), dicas e orientações relativas à prática docente, ao processo de avaliação, à relação com outras áreas de conhecimento e ao aprendizado em sala de aula.

Ao final da primeira parte deste manual disponibilizamos a transcrição das habilidades de Matemática da BNCC, seguidas pelo quadro de conteúdos e pela proposta de sugestões de cronograma, ambos referentes a este volume, para este ano letivo. Esses elementos estão apresentados de maneira organizada, com o intuito de auxiliá-lo em seu planejamento diário, colaborando para que ele seja mais prático e dinâmico.

Na segunda parte deste manual, você vai encontrar a reprodução do livro do estudante, acompanhada de explicações sobre como trabalhar os conteúdos e diversas orientações e comentários, como os objetivos e as justificativas do trabalho com os conteúdos, comentários explicativos relativos às atividades, sugestões de atividades complementares e de avaliação, propostas de integração com outros componentes curriculares, para que você possa enriquecer ainda mais o processo de ensino-aprendizagem.

Esperamos, assim, que este manual contribua para o seu trabalho e favoreça a formação de estudantes aptos a exercer sua cidadania de maneira crítica e ética, respeitando o outro e a diversidade em suas diferentes formas.

Desejamos a você um ótimo ano letivo!

Sumário

Conheça a estrutura da coleção

Livro do estudante

Esta coleção é composta de quatro volumes destinados aos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os volumes estão organizados em unidades e em tópicos com títulos e subtítulos, considerando as competências e as habilidades da BNCC estabelecidas para cada ano.

Além desses elementos, esta coleção apresenta a seguinte estrutura.

O que eu já sei?

Seção presente no início de cada volume com atividades que têm como objetivo propor uma avaliação diagnóstica dos estudantes, permitindo verificar os conhecimentos prévios deles referentes aos conteúdos que são pré-requisitos daqueles que serão abordados no volume. Algumas atividades propostas nessa seção também podem colaborar com a preparação do estudante para exames de larga escala, pois elas têm formato semelhante ao de questões abordadas nesse tipo de exame, como as provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), aplicadas aos estudantes do 9º ano.

Páginas de abertura das unidades

Além de delimitar graficamente cada unidade, a página de abertura tem a função de introduzir, de maneira informal, o conteúdo a ser trabalhado. Nessa página, a foto apresentada tem como objetivo proporcionar um estímulo visual relacionado a alguns dos conteúdos que serão trabalhados. Além disso, o boxe **Agora vamos estudar...** apresenta os conteúdos estudados na unidade, elencados por tópicos. Antes de iniciar o trabalho com os tópicos da unidade, instigue os estudantes a analisar a foto e conjecturar exemplos de conexões entre ela e os conteúdos. Se necessário, faça perguntas que direcionem o olhar dos estudantes para os aspectos desejados.

Desenvolvimento dos conteúdos

Em cada unidade, os conteúdos são apresentados por meio de textos expositivos ou de situações-problema que abordam temas próximos à realidade dos estudantes.

Os conteúdos referentes aos eixos de conteúdos da Matemática são distribuídos de forma alternada e articulada em cada volume. Contudo, cabe ao professor trabalhar os conteúdos na ordem que considerar mais conveniente, conforme suas necessidades em sala de aula.

Instrumentos e *softwares*

Nessa seção, apresentamos orientações para o uso da calculadora comum e da científica, do *software* de Geometria dinâmica e das planilhas eletrônicas, além de instrumentos como régua, esquadro e compasso.

Atividades

Na seção **Atividades**, são apresentadas atividades com características variadas que incentivarão os estudantes a refletir, a relacionar diferentes conteúdos e a ampliar conceitos desenvolvidos nos tópicos, além de desenvolver as competências e habilidades da BNCC.

Atenção!

Boxe com informações complementares para auxiliar os estudantes na compreensão dos conteúdos e na resolução de algumas atividades.

Vocabulário

Apresenta o significado de termos destacados no texto que os estudantes desconheçam ou não compreendam totalmente.

O que eu estudei?

Seção presente ao final de cada unidade com atividades em diferentes formatos, inclusive com características dos exames de larga escala, que têm como objetivo fazer uma avaliação formativa dos estudantes, permitindo-lhes que verifiquem suas aprendizagens e retomem conteúdos trabalhados sempre que for necessário.

O que eu aprendi?

Seção presente ao final de cada volume com atividades que têm como objetivo propor aos estudantes uma avaliação de resultado (ou somativa), permitindo-lhes que consolidem as aprendizagens acumuladas no ano letivo. Algumas atividades com características de exame de larga escala também são propostas nessa seção.

Destaques em atividades e questões

Certas atividades e questões que, por apresentarem estruturas diferenciadas, têm alguns termos em destaque. Confira a seguir algumas informações a respeito de cada um deles.

Cálculo mental

Atividades ou questões que envolvem cálculo mental, desenvolvendo nos estudantes a agilidade para realizar cálculos e verificar os resultados por meio de diferentes estratégias. O termo que indica que a atividade ou a questão envolve cálculo mental é destacado no enunciado. Por exemplo: "**Efetue** os cálculos **mentalmente**.".

Elaboração de problemas

Atividades em que os estudantes deverão elaborar problemas ou questões. O termo que indica que a atividade envolve elaboração de problemas é destacado no enunciado. Por exemplo: "De acordo com os preços apresentados, **elabore** um problema envolvendo adição.".

Estimativa

Atividades ou questões em que é preciso fazer estimativas. O termo que indica que a atividade ou a questão envolve estimativa é destacado no enunciado. Por exemplo: "**Estime** o resultado das subtrações.".

Em duplas e em grupo

Atividades ou questões elaboradas com o objetivo de incentivar os estudantes a trabalhar com os colegas, bem como a debater as principais ideias matemáticas abordadas, incentivando também o respeito às diferentes opiniões. O termo que indica a necessidade de se juntar aos colegas é destacado no enunciado. Por exemplo: "**Junte-se** a um colega e resolvam os problemas".

Algumas atividades são destacadas com ícones. Confira a seguir algumas informações a respeito de cada um deles.

Desafio

Indica que a atividade ou a questão tem caráter desafiador, favorecendo o desenvolvimento de estratégias próprias de resolução.

Instrumentos e *softwares*

Indica que, para resolver a atividade ou a questão, os estudantes precisarão utilizar alguns dos recursos mencionados na seção **Instrumentos e *softwares***, aplicando os conhecimentos adquiridos.

Atividade oral

Atividade oral: indica que a atividade ou a questão deve ser respondida oralmente.

Para a realização de algumas atividades ou questões, são necessários materiais que não acompanham o livro didático (calculadora, régua, compasso, tesoura etc.). Nesses casos, o professor deve solicitar previamente aos estudantes que os levem para a sala de aula. Em algumas situações, eles devem ser incentivados a compartilhá-los com os colegas. O professor ou a escola, na medida do possível, pode providenciar esses materiais.

Projeto em ação

O desenvolvimento dessa seção permite à turma toda que se envolva em uma atividade prática dividida em etapas de planejamento, execução e divulgação para alcançar determinado objetivo. As atividades possibilitam aos estudantes que atuem de modo ativo na resolução de problemas locais ou na reflexão acerca de questões mais amplas, que influenciam a vida de muitas pessoas. Com relação às demais atividades da coleção, a proposta dessa seção demanda um tempo maior de planejamento e realização, mas, apesar de estar localizada no final do volume, não deve ser, necessariamente, a última seção trabalhada. Além disso, as atividades propostas nessa seção estabelecem relações com outros componentes curriculares e exercitam habilidades desenvolvidas em outros momentos do volume. Neste **Manual do professor**, há orientações para auxiliá-lo na condução de todo o processo.

Sugestões complementares

A fim de enriquecer o trabalho em sala de aula, são apresentadas, nessa seção, sugestões de livros, filmes, *sites*, vídeos e *podcasts*, de modo a incentivar o gosto pela leitura e pela busca por informações em outras fontes além do livro didático.

Respostas

Seção que apresenta respostas das atividades, organizadas por unidade.

Referências bibliográficas comentadas

Essa seção apresenta, ao final de cada volume, as referências bibliográficas que foram usadas na elaboração do livro, com um breve comentário sobre cada uma delas.

Siglas

Essa seção apresenta o significado das siglas apresentadas ao longo do volume.

Manual do professor

Este manual é dividido em duas partes. A primeira apresenta **orientações gerais** acerca dos aspectos teórico-metodológicos que fundamentam a coleção, a estrutura e a organização do livro do estudante e do manual do professor, além das resoluções das atividades e das questões apresentadas no livro do estudante.

A segunda parte, chamada **orientações ao professor**, apresenta a reprodução reduzida do livro do estudante com respostas a questões e atividades e algumas orientações pontuais. As respostas que não constam na reprodução do livro do estudante podem ser localizadas nas laterais e nos rodapés dessa parte do manual, no gabarito do livro do estudante e/ou nas resoluções das atividades. Ainda nas laterais e nos rodapés, há orientações específicas para enriquecer e complementar o trabalho com as páginas. Em alguns momentos, para deixar mais evidente o sentido de leitura, na lateral e rodapé de algumas páginas ímpares é utilizado o seguinte recurso visual: .

A estrutura do manual está descrita a seguir.

Seções O que eu já sei?, O que eu estudei? e O que eu aprendi?

Apresentam os objetivos das atividades dessas seções, destacando os conteúdos e as habilidades que se pretende avaliar durante o aprendizado dos estudantes, as orientações de estratégias de remediação para as possíveis dificuldades e como trabalhar as defasagens, além das respostas das atividades.

Páginas de abertura das unidades

Elenca possíveis orientações de como instigar os estudantes a estabelecer relações entre a foto apresentada e o conteúdo que será estudado.

Respostas

As respostas das atividades são apresentadas, preferencialmente, na seção **Respostas**, na reprodução do livro do estudante. Porém, em alguns casos específicos, em atividades abertas ou que não cabem na seção, como as que contêm imagens, quadros, tabelas ou esquemas, elas aparecem apenas nas **orientações ao professor** ou na seção **Resoluções**.

Metodologias ativas

Apresenta as orientações específicas para atividades que envolvem metodologias ativas, podendo remeter às orientações gerais de cada metodologia ativa que estão nas **orientações gerais** deste **Manual do professor**.

Objetivos da unidade

Na primeira página após a abertura da unidade, apresentamos os objetivos que evidenciam o que se espera alcançar no trabalho com a respectiva unidade.

Justificativas

Após os objetivos da unidade, são contempladas as justificativas dos principais objetivos propostos apresentando a importância deles para a formação dos estudantes.

Um texto a mais

Apresenta textos complementares que auxiliam o trabalho com a página ou contribuem para a formação do professor. O trabalho com esse recurso também tem o intuito de proporcionar ao professor a possibilidade de conduzir o conteúdo de maneira alternada e/ou ampliar os próprios conhecimentos a respeito do tema abordado.

Atividade a mais

Sempre que possível, são apresentadas propostas de atividades complementares que envolvem o conteúdo desenvolvido na unidade. Em meio a essas atividades, também é possível reconhecer dinâmicas que proporcionem aos estudantes o exercício de convívio em sociedade, o reconhecimento e o respeito às diferenças, a discussão, a reflexão e o combate a qualquer tipo de violência e a promoção da saúde mental, além de trabalhar de maneira interdisciplinar com outros componentes curriculares.

Sugestão de avaliação

Indica momentos e estratégias para auxiliar o professor no processo de avaliação da aprendizagem dos estudantes. Tais propostas são condizentes com as características desta obra e têm o intuito tanto de preparar a turma para exames quanto de verificar o andamento deles em contexto formativo. As informações obtidas pelo professor por meio desse boxe contribuem para que ele reavalie seu planejamento e o modifique se necessário.

Algo a mais

Apresenta sugestões de livros, artigos, filmes, vídeos, *sites*, entre outras mídias que contribuem para a formação do professor.

Comentários da seção Projeto em ação

Apresenta os objetivos metodológicos do trabalho com os projetos e as orientações relacionadas ao desenvolvimento e à divulgação dessas atividades, destacando as relações interdisciplinares envolvidas, assim como as habilidades e as competências da BNCC trabalhadas. Além disso, esses comentários apresentam ao professor as respostas às questões e as sugestões relacionadas ao envolvimento da comunidade escolar e extraescolar.

Outras orientações específicas ao professor

Além das orientações e dos comentários apresentados nos boxes indicados anteriormente, nas **orientações ao professor** são organizados os tópicos que apresentam comentários, curiosidades, sugestões e informações complementares para o trabalho com as páginas de teoria, atividades, questões e seções.

Nesses comentários, sempre que possível, são evidenciados os códigos das habilidades e das competências gerais e específicas, além dos temas contemporâneos transversais da BNCC que foram trabalhados na página, destacando as relações entre esses itens e o desenvolvimento dos conteúdos. Além disso, são apresentadas, nesses comentários, orientações claras para trabalhar a empatia e a cooperação e desenvolver o pensamento crítico, o pluralismo de ideias e a análise criativa e propositiva, além da capacidade de argumentar e fazer inferências sobre o conteúdo, aspectos essenciais na formação de cidadãos críticos e atuantes na sociedade. Outro aspecto que será evidenciado nesses comentários é o desenvolvimento do pensamento computacional. Sempre que uma atividade ou seção possibilitar esse trabalho, ele estará destacado nas orientações.

Em atividades que envolvem o trabalho com gêneros textuais, o professor encontra orientações sobre como desenvolver nos estudantes a leitura inferencial e a prática de argumentação.

A fim de valorizar e incentivar a autonomia do professor, os comentários das **orientações ao professor** apresentam diferentes maneiras de abordar determinados conteúdos ao iniciar uma aula, destacando contextualizações e situações-problema. Essa estratégia, além de aumentar o interesse dos estudantes pelo assunto, contribui para aproximar os conteúdos trabalhados ao cotidiano deles. Além disso, sempre que necessário, o professor é orientado a providenciar materiais e recursos ou realizar reservas de locais ou de equipamentos antes de iniciar determinadas atividades.

Em atividades práticas que envolvem o manuseio de diferentes materiais e ferramentas ou a visita a locais fora da escola, o professor conta ainda com orientações específicas sobre os cuidados que devem ser tomados a fim de manter a integridade de todos os envolvidos no processo educacional.

Em atividades e abordagens que possibilitam uma articulação com outros componentes curriculares, os comentários das orientações ao professor explicitam essas articulações e trazem sugestões de diferentes estratégias para obter o melhor proveito delas, em conjunto com o professor dos outros componentes curriculares envolvidos.

Fundamentação e orientações gerais

A BNCC e os Anos Finais do Ensino Fundamental

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um dos documentos norteadores da Educação Básica, homologada para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, em 2017, e, em 2018, para o Ensino Médio. A BNCC foi criada como um documento de referência que estabelece as competências gerais e específicas e as habilidades que os estudantes devem desenvolver em cada segmento da Educação Básica ao longo dos anos letivos. Embora a BNCC tenha caráter norteador para todas as instituições de Ensino Básico no Brasil, sabe-se que as instituições de ensino têm realidades distintas, o que demanda a elaboração de currículos adequados ao projeto político pedagógico de cada uma.

Com relação aos Anos Finais do Ensino Fundamental, é importante compreender que a BNCC propõe que os componentes curriculares retomem e ressignifiquem as aprendizagens dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, objetivando o aprofundamento e a ampliação do repertório de aprendizagens dos estudantes, além de fortalecer a autonomia deles com estratégias de ensino que lhes permitam interagir de maneira crítica com as diferentes fontes de informação e conhecimentos.

Para atender a essas necessidades, a BNCC dos Anos Finais do Ensino Fundamental propõe um conjunto de habilidades para cada componente curricular. As habilidades propostas estão relacionadas a objetos de conhecimento compreendidos em conteúdos, conceitos e processos, que se articulam com foco no desenvolvimento das ideias fundamentais de cada componente curricular. Desse modo, a descrição das habilidades é baseada em processos cognitivos, objetos de conhecimento e contextos específicos que fazem parte do meio em que devem se desenvolver, considerando também a faixa etária dos estudantes.

Os volumes desta coleção foram organizados tendo como um dos objetivos contemplar as competências gerais e específicas e as habilidades da BNCC com suas respectivas relações com os objetos de conhecimento. Essas relações podem ser percebidas na organização dos objetivos de aprendizagem e respectivos conteúdos, nas abordagens apresentadas, nas questões no decorrer do desenvolvimento dos conteúdos, nas atividades e em outros momentos dos volumes, como na seção **Projeto em ação**. No **Manual do professor**, destacamos os momentos em que o livro do estudante proporciona o desenvolvimento das competências gerais e específicas e as habilidades, de modo que o livro didático seja uma ferramenta segura e de apoio ao professor no processo de ensino e de aprendizagem.

Competências gerais da Educação Básica

Com base nos princípios éticos, políticos e estéticos preconizados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais, a BNCC apresenta dez competências gerais que consolidam os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, com foco na formação integral dos estudantes nos âmbitos físico, cognitivo, emocional e social. O trabalho com essas competências perpassa todos os componentes curriculares e está intrinsicamente ligado ao desenvolvimento de atitudes e valores fundamentais para a formação cidadã dos estudantes, além de contribuir para a construção de conhecimentos e para o desenvolvimento das habilidades de cada componente curricular.

Confira a seguir as dez **competências gerais** da Educação Básica.

	Competências gerais da Educação Básica
1.	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2.	Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3.	Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4.	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5.	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbitos local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 9-10. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 maio 2022.

Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

A BNCC estabelece, além das competências gerais, as competências específicas para cada componente curricular. Essas competências determinam o trabalho com habilidades, conceitos e noções que orientam a prática docente e que estão relacionados às unidades temáticas e aos objetos de conhecimento, promovendo também o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

De acordo com a BNCC, no decorrer do Ensino Fundamental, os estudantes devem desenvolver as seguintes competências específicas de Matemática.

Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 267. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 maio 2022.

No processo de desenvolvimento das competências gerais, é preciso que os estudantes desenvolvam os princípios das competências específicas de cada área do conhecimento, que é assegurado por meio do trabalho com as habilidades de cada componente curricular.

Competências gerais

↓

Competências específicas de área

As competências específicas de área orientam os estudantes a respeito da expressão das competências gerais em relação às áreas do conhecimento.

↓

Habilidades

O conjunto de habilidades de cada componente curricular possibilita desenvolver as competências específicas de área. Essas habilidades referem-se aos conteúdos, conceitos e processos que os estudantes devem adquirir.

LAÍS GARBELINI/ARQUIVO DA EDITORA

Esta coleção foi elaborada buscando contemplar habilidades e competências específicas relacionadas à Matemática, a fim de fornecer aos estudantes subsídios para desenvolverem as competências gerais propostas na BNCC. Tais relações estão presentes nas abordagens dos conteúdos, em textos, seções e atividades. Confira um exemplo de como é feita essa orientação nos volumes da coleção.

As atividades **12** e **13** possibilitam o desenvolvimento da habilidade **EF08MA18**. Elas permitem que os estudantes reconheçam o processo de transformação geométrica por meio de composição, ou seja, que identifiquem os tipos de transformações que foram realizadas. No caso da atividade **12**, a utilização de tecnologias digitais colabora para o desenvolvimento da **Competência geral 5** e da **Competência específica de Matemática 5**. Se tiver oportunidade, permita que os estudantes utilizem o *software* GeoGebra, construam outras figuras e realizem diferentes composições de transformações geométricas, deixando-os utilizar a criatividade e a imaginação.

Ao final das **orientações gerais** deste **Manual do professor**, há o **Quadro de conteúdos** deste volume que apresenta as relações entre as habilidades e/ou competências e os conteúdos da área, explicitando como esses elementos são desenvolvidos.

Temas contemporâneos transversais e a formação cidadã

Os temas contemporâneos transversais propõem a inserção de temas nos conteúdos curriculares e nas práticas pedagógicas que auxiliam na contextualização de modo transversal e integrador, favorecendo aos estudantes conhecimentos que contribuem para sua formação cidadã.

Esses temas devem ser considerados por todos os componentes curriculares, devendo ser trabalhados de modo transversal e integrador, ampliando a compreensão dos estudantes com relação a temas sociais, proporcionando o desenvolvimento do pensamento crítico-reflexivo e contribuindo para sua formação cidadã, para a democracia e para a inserção no mundo do trabalho.

Os temas contemporâneos transversais da BNCC visam cumprir a legislação que assegura a Educação Básica. Entre os documentos que guiam o trabalho com esses temas, podemos destacar: as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (DCN), além de leis e decretos, como o Estatuto da Criança e do Adolescente (Lei n. 8.069/1990), a Lei de Educação Ambiental (Lei n. 9.795/1999, Parecer CNE/CP n. 14/2012 e Resolução CNE/CP n. 2/2012), o Código de Trânsito Brasileiro (Lei n. 9.503/1997), o Estatuto do Idoso (Lei n. 10.741/2003), as Diretrizes Nacionais para a Educação em Direitos Humanos (Decreto n. 7.037/2009, Parecer CNE/CP n. 8/2012 e Resolução CNE/CP n. 1/2012), as leis que instituem a obrigatoriedade do ensino de história e cultura afro-brasileira e indígena (Leis n. 10.639/2003 e 11.645/2008, Parecer CNE/CP n. 3/2004 e Resolução CNE/CP n. 1/2004), o Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE (Lei n. 11.947/2009) e as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de nove anos (Parecer CNE/CEB n. 11/2010 e Resolução CNE/CEB n. 7/2010).

A organização dos temas contemporâneos transversais na BNCC acontece por meio de seis macroáreas temáticas, que visam dar subsídios aos estudantes para um melhor entendimento da sociedade em que vivem. As macroáreas que a BNCC aborda se organizam da seguinte maneira.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO/GOVERNO FEDERAL

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas contemporâneos transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília: MEC, 2019. p. 13. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 18 maio 2022.

A seguir, apresentamos uma breve descrição acerca dos temas contemporâneos transversais.

Temas contemporâneos transversais	
Educação ambiental **Macroárea: meio ambiente**	O desenvolvimento da compreensão do estudante quanto às práticas de consciência ambiental, da consciência dos problemas existentes e das soluções a serem tomadas é o objetivo do trabalho com esse tema. Ele também fomenta o compromisso do estudante com a proteção e a conservação do meio ambiente, reconhecendo-se como parte integrante da natureza.
Educação para o consumo **Macroárea: meio ambiente**	Esse tema propicia o desenvolvimento da capacidade dos estudantes compreenderem de forma crítica a sua condição de consumidor. Além disso, esse tema tem caráter múltiplo, permitindo-lhe que se relacione com outros temas, como Ciência e tecnologia, Educação ambiental e Saúde, uma vez que o padrão de consumo também está ligado a posicionamentos sociais, compromissos ambientais, ideologias etc.
Educação financeira **Macroárea: economia**	O trabalho com esse tema permite desenvolver a consciência dos estudantes para um consumo mais consciente, contribuindo, inclusive, para a administração dos próprios recursos financeiros.
Educação fiscal **Macroárea: economia**	Conhecer o sistema tributário do país, a moeda, a importância dos impostos e a aplicação de recursos aos serviços públicos é o objetivo desse tema, a fim de que o estudante também aprenda a reivindicar direitos sobre produtos e serviços públicos.
Trabalho **Macroárea: economia**	Esse tema tem o objetivo de levar os estudantes a compreender as relações de trabalho que envolvem todo o processo produtivo até a comercialização dos produtos, o valor do trabalho, a importância de todas as profissões, algumas ocupações no mercado de trabalho, o trabalho infantil, a distribuição desigual da riqueza, entre outros temas.
Ciência e tecnologia **Macroárea: ciência e tecnologia**	Esse tema possibilita que o estudante compreenda como o ser humano se relaciona com o ambiente ao seu redor, desenvolvendo um olhar crítico acerca dessa relação. Por meio desse tema, ainda é possível contemplar aspectos sociais e humanos da ciência e da tecnologia nos âmbitos político, cultural, econômico e ambiental.
Direitos da criança e do adolescente **Macroárea: cidadania e civismo**	Esse tema possibilita reflexões na escola sobre direitos e deveres da criança e do adolescente, levando à compreensão de que esse espaço escolar deve promover a interação, a troca de ideias e a cultura de paz, de modo que os estudantes também tomem consciência de seus direitos e deveres.
Educação em direitos humanos **Macroárea: cidadania e civismo**	A educação em direitos humanos visa à valorização e ao respeito à diversidade étnica e cultural, buscando a igualdade de direitos e valorizando as formas de viver, de expressar ideias e de manifestar crenças e tradições.

Temas contemporâneos transversais	
Educação para o trânsito **Macroárea: cidadania e civismo**	Esse tema propõe dinâmicas de situações reais e contextualizadas, permitindo aos estudantes que reflitam a respeito do tema e que interajam com o meio social em que vivem.
Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso **Macroárea: cidadania e civismo**	O trabalho com esse tema tem o objetivo de tratar da importância do respeito e da valorização do idoso, desconstruindo o pensamento negativo sobre o envelhecimento ao qual todos estão sujeitos, além de promover discussões que abordam os direitos previstos no Estatuto do Idoso.
Vida familiar e social **Macroárea: cidadania e civismo**	Esse tema visa desenvolver a tolerância e o respeito às diferentes formações familiares. Busca também levar os estudantes a compreender o papel das mulheres nas famílias ao longo do tempo com relação às transformações, às permanências e à desconstrução de preconceitos e compreender as complexidades dentro da família e em seu convívio social.
Educação alimentar e nutricional **Macroárea: saúde**	Favorecer comportamentos e hábitos saudáveis é o objetivo desse tema, que propõe hábitos alimentares favoráveis à qualidade de vida, abordando culturas e culinárias das diversas regiões do país.
Saúde **Macroárea: saúde**	Esse tema busca promover a vida saudável, valorizando-a também no ambiente escolar. O objetivo principal é entender a saúde de maneira positiva e trabalhar com abordagens que levem os estudantes a cuidar da própria saúde.
Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras **Macroárea: multiculturalismo**	Esse tema é voltado principalmente para a valorização cultural pluriétnica e para o desenvolvimento do combate ao racismo nas relações étnico-raciais. É importante buscar abordagens que colaborem com a construção da valorização cultural pluriétnica, contribuindo para uma sociedade justa, igualitária, democrática e inclusiva.
Diversidade cultural **Macroárea: multiculturalismo**	Esse tema tem como principal objetivo sensibilizar os estudantes com relação ao reconhecimento e ao respeito da diversidade étnica e cultural, com abordagens que combatam situações de discriminação.

Nesta coleção, os temas contemporâneos transversais são abordados por meio de atividades contextualizadas envolvendo assuntos relacionados a eles, como Educação em direitos humanos, Ciência e tecnologia, Diversidade cultural, Educação ambiental e Educação financeira. Nessas atividades, além do desenvolvimento do assunto matemático, os estudantes são levados a realizar pesquisas, a expor e defender suas opiniões e a identificar *fake news*.

Nos comentários página a página do manual, orientamos o professor no trabalho com essas atividades a fim de aprimorar a abordagem dos temas, inclusive, em alguns casos, propondo outras tarefas, como conversar com um profissional ou membro da comunidade em que ele vive. Além disso, sempre que possível, explicamos como a abordagem dos temas contemporâneos transversais explora o desenvolvimento das competências gerais, em especial a **Competência geral 9**.

Proposta teórico-metodológica do componente curricular de Matemática

Objetivos da obra

Esta coleção de Matemática – destinada a estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental – tem por objetivo promover o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática por meio de uma linguagem de fácil compreensão, buscando ampliar, assim, o interesse dos estudantes por essa área do conhecimento.

A coleção contempla as cinco unidades temáticas propostas pela BNCC: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. Os conteúdos são retomados em vários momentos da coleção, ampliados e articulados entre si. Sempre que possível, os conteúdos são abordados por meio de situações contextualizadas e próximas à realidade do estudante. Procura-se também associar os conteúdos a outros componentes curriculares, como História, Geografia, Ciências, Língua Portuguesa e Arte.

No decorrer dos volumes, também são propostas situações que tratam de temas contemporâneos transversais, favorecendo o debate em sala de aula e a formação de opinião. Além disso, o conhecimento prévio dos estudantes é valorizado e tomado como ponto de partida para a construção de novos conhecimentos.

As atividades e os textos propostos no livro do estudante incentivam a curiosidade e o espírito de investigação, o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas recorrendo à modelagem matemática, ao raciocínio lógico-matemático (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), à dedução de algumas propridades e à verificação de conjecturas.

O ensino de Matemática do 6º ao 9º ano

> Na etapa da vida que corresponde ao Ensino Fundamental, o estatuto de cidadão vai se definindo gradativamente conforme o educando vai [...] assumindo a condição de um sujeito de direitos. As crianças, quase sempre, percebem o sentido das transformações corporais e culturais, afetivo-emocionais, sociais, pelas quais passam. Tais transformações requerem-lhes reformulação da autoimagem, a que se associa o desenvolvimento cognitivo. Junto a isso, buscam referências para a formação de valores próprios, novas estratégias para lidar com as diferentes exigências que lhes são impostas.
>
> BRASIL. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. Brasília: MEC: SEB: DICEI, 2013. p. 37.

Todos os dias, as pessoas estão envolvidas em situações nas quais é necessário contar, adicionar, subtrair, multiplicar, dividir, medir, comparar etc. Por isso, o conhecimento matemático constitui uma ferramenta de vasta aplicabilidade e deve ser explorado de forma ampla no Ensino Fundamental, desenvolvendo nos estudantes a estruturação do pensamento, a agilização do raciocínio dedutivo e a capacidade de resolver problemas, além de possibilitar o apoio à construção de conhecimentos em outras áreas do conhecimento.

Além disso, na atual sociedade, a interpretação crítica de informações e sua utilização de modo adequado tornam-se cada vez mais necessárias. Partindo desse princípio, o cidadão deve ser capaz de interpretar e transformar sua realidade, de desenvolver estratégias pessoais e de utilizar recursos tecnológicos para resolver situações-problema, bem como trabalhar de maneira coletiva e cooperativa, entre outras capacidades.

O conhecimento matemático aliado ao saber cotidiano tem a função de contribuir para a formação de cidadãos capazes de compreender e se comunicar na sociedade. Isso porque está relacionado a várias outras áreas, como Ciências da Natureza e Ciências Sociais, e porque está presente nas artes, como em composições musicais e em coreografias, e nos esportes.

Conhecer os objetivos gerais para o Ensino Fundamental de Matemática é essencial para que sejam obtidos bons resultados no processo de ensino e de aprendizagem. Apresentamos a seguir alguns objetivos do ensino de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental.

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios de compreensão e transformação da realidade.
- Perceber o caráter intelectual característico da Matemática como meio que incentiva a curiosidade, o interesse, o espírito investigativo e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.
- Realizar observações empíricas do mundo real com o objetivo de estabelecer relação com conteúdos matemáticos estudados e, com base neles, fazer induções e conjecturas.
- Selecionar, organizar e produzir informações significativas com o objetivo de interpretá-las e avaliá-las criticamente.
- Formular e resolver situações-problema a fim de desenvolver formas de raciocínio e processos utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, além de instrumentos tecnológicos disponíveis.
- Comunicar-se em linguagem matemática usando linguagem simbólica.
- Estabelecer relações entre o conhecimento matemático e o conhecimento de outras áreas do conhecimento.
- Ter segurança na própria capacidade de construção do conhecimento matemático.
- Deduzir algumas propriedades matemáticas e verificar conjecturas.

A resolução de problemas

As situações-problema estão presentes em todos os volumes desta coleção e apresentam diferentes objetivos, tais como:

- abordar conteúdos e conceitos;
- apresentar diferentes estratégias de resolução;
- promover a troca de ideias entre os estudantes por meio de questões abertas;
- resgatar o conhecimento prévio dos estudantes sobre determinado conteúdo;
- aplicar técnicas e conceitos trabalhados anteriormente.

Nas orientações educacionais para o ensino de Matemática, a resolução de problemas tem conquistado um papel de destaque em razão dos benefícios que pode oferecer ao processo de ensino e de aprendizagem desse componente curricular.

Nela, defende-se a proposta de que conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados por meio de situações-problema que levem os estudantes a desenvolver suas estratégias de resolução. Em resumo, uma situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática.

> [...]
>
> Um dos maiores motivos para o estudo da Matemática na escola é desenvolver a habilidade de resolver problemas. Essa habilidade é importante não apenas para a aprendizagem matemática da criança, mas também para o desenvolvimento de suas potencialidades em termos de inteligência e cognição. Por isso, acreditamos que a resolução de problemas deva estar presente no ensino de matemática, em todas séries escolares, não só pela sua importância como forma de desenvolver várias habilidades, mas especialmente por possibilitar ao aluno a alegria de vencer obstáculos criados por sua própria curiosidade, vivenciando, assim, o que significa fazer matemática.
>
> Para uma criança, assim como para um adulto, um problema é toda situação que ela enfrenta e não encontra solução imediata que lhe permita ligar os dados de partida ao objetivo a atingir. A noção de problema comporta a ideia de novidade, de algo nunca feito, de algo ainda não compreendido.
>
> Dessa forma, a primeira característica da abordagem de resolução de problemas que propomos é considerar como problema toda situação que permita algum questionamento ou investigação.
>
> SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia (org.). *Resolução de problemas*. Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 13. (Coleção Matemática de 0 a 6).

Ao se engajar nesse processo, os estudantes poderão:

> [...] identificar e selecionar informações relevantes, buscar padrões, relações e generalizações; formular planos e procedimentos, integrar e empregar conceitos e habilidades aprendidos previamente; e estender seu conhecimento a novas situações. [...]
>
> HOUSE, Peggy A. Aventurando-se pelos caminhos da resolução de problemas. *In*: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997. p. 234.

Isso pode contribuir para que eles deixem de ser apenas espectadores e se tornem agentes no processo de aprendizagem da Matemática.

Alguns pesquisadores afirmam que a principal razão e a real justificativa para ensinar Matemática são sua utilidade e a capacitação que ela desenvolve no estudante para resolver problemas, os quais devem exigir do estudante uma interpretação do enunciado, uma reflexão sobre os dados envolvidos e uma definição de sua estratégia de resolução. Nessa concepção, o educando terá a oportunidade de desenvolver o espírito crítico, o raciocínio lógico e o modo de pensar matemático, bem como perceber que a Matemática pode ajudar na resolução de problemas comuns do dia a dia.

Com a resolução de problemas, tem-se a oportunidade de tornar os estudantes em cidadãos com capacidade de desenvolver as próprias estratégias de resolução nas mais diversas situações.

> [...] Na perspectiva de uma sociedade muito flexível nas demandas trabalhistas e culturais de seus cidadãos e, ao mesmo tempo, muito competitiva, não basta proporcionar conhecimentos "empacotados", fechados em si mesmos. Ao contrário, é preciso tornar os alunos pessoas capazes de enfrentar situações e contextos variáveis, que exijam deles a aprendizagem de novos conhecimentos e habilidades. [...]
>
> POZO, Juan Ignacio (org.). *A solução de problemas*: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Afonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 9.

Para que o trabalho com a resolução de problemas possa ser viabilizado, é necessário que o professor promova situações em sala de aula que possibilitem aos estudantes vivenciar experiências nas quais ela esteja presente. Nesta coleção, as situações-problema são apresentadas com o propósito de desenvolver no estudante habilidades que lhe permitam enfrentar situações em contextos variáveis, no âmbito escolar ou não. Nessa proposta, as atividades visam motivar os estudantes a resgatar conhecimentos prévios, desenvolver estratégias próprias de resolução e verbalizar seu raciocínio por meio da oralidade e de registros escritos.

A prática docente

Atualmente, a interação dos estudantes com a tecnologia incorporou mudanças de comportamento em sala de aula, e essa "geração digital" passou a exigir do professor a mesma alteração. Eles esperam, por exemplo, que o professor utilize essa tecnologia em suas aulas. Com isso, seu papel, mesmo sendo essencial, passa a ser redimensionado significativamente.

Assim como a sociedade, a comunidade escolar e mais especificamente o estudante têm passado por mudanças, por uma transição de metodologias de ensino. O estudante passa a ter participação ativa no processo de ensino e de aprendizagem, ou seja, torna-se protagonista da construção de seu conhecimento. Nesse sentido, o professor torna-se um mediador e um avaliador de processos, ou seja, aquele que ajuda a fornecer as informações necessárias para que o estudante tenha condições de construir seu conhecimento, reestruturando o processo quando necessário. Para Santaló:

> a missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar- lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade.
>
> [...]
>
> SANTALÓ, Luis Antônio. Matemática para não matemáticos. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 11.

Sendo assim, o professor deve assumir os papéis descritos a seguir.

- **Provedor:** aquele que torna os conceitos e os conteúdos matemáticos passíveis de serem aprendidos pelos estudantes, fornecendo informações necessárias que eles ainda não têm condições de obter sozinhos. Para isso, o professor deverá ter um sólido conhecimento dos conteúdos que serão trabalhados.

- **Orientador:** aquele que conduz e organiza o trabalho em sala de aula, buscando desenvolver a autonomia dos estudantes.
- **Incentivador:** aquele que motiva continuamente os estudantes, incentivando-os a refletir, investigar, levantar questões e trocar ideias com os colegas.

Diante disso, é importante que o professor conheça as condições socioculturais, as expectativas e as competências cognitivas dos estudantes. Assim, terá condições de selecionar situações-problema relacionadas ao cotidiano de sua turma. É relevante também o trabalho de determinado conteúdo em diversos contextos, a fim de que eles desenvolvam a capacidade de generalização.

Além disso, o professor precisa ter conhecimento das mudanças que ocorrem dentro e fora da escola. Nesse aspecto, a formação do professor é fundamental, não se resumindo apenas à graduação ou à especialização, mas à formação continuada, a fim de acompanhar o desenvolvimento de estudos e os progressos que ocorrem no âmbito educacional. Não basta, por exemplo, que um professor de Matemática saiba o conteúdo da área; é necessário que ele conheça psicologia, pedagogia, linguagem, sexualidade, infância, adolescência, sonho, afeto, vida etc.

Para se informar a respeito das mudanças que ocorrem fora da escola, o professor precisa estar atento às constantes transformações e evoluções sociais, para, dessa maneira, verificar se seu trabalho contribui para a construção do conhecimento do estudante enquanto cidadão. De acordo com Brousseau:

> o professor é uma espécie de ator. Atua segundo um texto escrito em outro contexto e segundo determinada tradição. Podemos imaginá-lo como um ator da *Commedia dell'arte*: improvisa na hora, em função de um argumento ou uma trama.
>
> [...]

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 71.

Planejamento

Como parte da prática docente, o planejamento tem o intuito de auxiliar o professor a se organizar quanto ao conteúdo curricular que precisa trabalhar e às situações cotidianas de uma sala de aula numerosa. Trata-se de uma estratégia de organização para elencar os objetivos que pretende alcançar; as habilidades e competências que se pretende desenvolver; os conteúdos que necessita preparar; a maneira como o ensino pode ser conduzido; além da verificação dos materiais que utilizará visando ao êxito nas aulas.

Embora tenha a intenção de programar o andamento diário ou semanal dos conteúdos e das práticas, o planejamento deve ser pensado e produzido de maneira flexível, permitindo alterações no decorrer do percurso, pois eventualidades podem ocorrer e a necessidade de uma nova condução do ensino deve ser proposta visando à aprendizagem dos estudantes.

O planejamento pode ser considerado um roteiro norteador, construído de acordo com experiências de falhas e acertos do docente no dia a dia. Ele se torna um instrumento de grande utilidade, principalmente quando o professor já conhece seus estudantes e os ritmos do processo de aprendizado que eles apresentam.

Avaliação

Um aspecto importante do processo de ensino e de aprendizagem é a avaliação. Nesse sentido, partimos do pressuposto de que avaliar consiste em algo essencial a todas as atividades humanas e, consequentemente, a toda proposta educacional.

A avaliação não pode ser pensada como algo isolado, estanque, mas como parte do processo de ensino e de aprendizagem, vinculada a um projeto pedagógico coerente com relação às suas finalidades.

Pensar na ação avaliativa consiste em refletir sobre todos os elementos que compõem o processo de ensino de aprendizagem, ou seja, enxergá-la como parte de um todo.

Vista por essa ótica, como parte de um projeto pedagógico, a avaliação passa a ser uma forma de verificação da eficácia do método didático-pedagógico do professor. Com base nos resultados das avaliações, o professor tem como refletir se os elementos de sua prática estão adequados aos objetivos que pretende atingir e se favorecem a aprendizagem dos estudantes, de modo que possa reorientar sua prática pedagógica quando necessário.

Outro papel importante do processo avaliativo diz respeito aos estudantes. É preciso dar a eles a oportunidade de verificar suas dificuldades e necessidades na construção do conhecimento. E, por meio da avaliação, eles poderão tomar consciência dos conteúdos que já aprenderam e também identificar se é necessária uma dedicação maior com relação a alguns assuntos.

A fim de que a avaliação possa contribuir para uma aprendizagem bem-sucedida por parte dos estudantes, é necessário que ela:

> [...] deixe de ser utilizada como recurso de autoridade, que decide sobre os destinos do educando, e assuma o papel de auxiliar o crescimento.
>
> [...]
>
> LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar*: estudos e proposições. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2006. p. 166.

Diante das considerações apresentadas anteriormente, o processo de avaliação deve ser contínuo e praticado diariamente no ambiente escolar. Uma avaliação contínua é uma maneira de o professor estar ciente das conquistas da turma e, desse modo, manter-se atento às falhas que podem ocorrer no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

> Avaliação é "movimento", é ação e reflexão. Na medida em que as crianças realizam suas tarefas, efetivam muitas conquistas: refletem sobre suas hipóteses, discutem-nas com pais e colegas, justificam suas alternativas diferenciadas. Esses momentos ultrapassam o momento próprio da tarefa. E, portanto, não se esgotam nelas. As tarefas seguintes incluem e complementam dinamicamente as anteriores. A média de escores, na escola, e a concepção constativa do teste, se contradiz a esse dinamismo. Obstaculiza, provoca a estagnação, as arbitrariedades.
>
> [...]
>
> HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. *Avaliação*: mito e desafio: uma perspectiva construtivista. Porto Alegre: Mediação, 2005. p. 52.

Para proporcionar um trabalho contínuo de avaliação dos estudantes, o professor pode utilizar diversos recursos, a fim de auxiliá-lo nesse processo. Apresentamos a seguir alguns deles.

- Registros orais, que permite ao professor compreender como os estudantes estão desenvolvendo o pensamento e que estratégia estão elaborando na resolução de uma situação matemática, a fim de acompanhar a evolução das ideias manifestadas por eles.
- Registros escritos, que se referem às anotações que os estudantes fazem ao realizar atividades.
- Registros pictóricos, por meio de desenhos, que permitem aos estudantes representar seu conhecimento durante a atividade.

Mediante a utilização de instrumentos que envolvam a produção escrita dos estudantes, o professor terá:

> [...] valiosas informações sobre o modo como compreenderam e registraram suas ideias a respeito de uma situação apresentada. Tais informações fornecem rico material para o professor incorporar ao seu repertório no planejamento das aulas e para orientar suas escolhas didáticas, servindo como referência para conversar sobre matemática com o aluno.
>
> [...]
>
> BURIASCO, Regina Luzia Corio de; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; SOARES, Maria Tereza C. Um estudo sobre a construção de um manual para correção das provas com questões abertas de matemática – AVA2002. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. *Anais*... Recife: UFPE, 2004. p. 2.

Por meio de recursos que possibilitem a comunicação oral, professor e estudantes poderão trabalhar na negociação de significados sobre conceitos, ideias matemáticas relacionadas a eles e estratégias e procedimentos de resolução de problemas, visando auxiliar a turma no processo de aprendizagem da Matemática.

Organizar os trabalhos feitos pelos estudantes em pastas ou arquivos individuais é outra estratégia. Por meio desses arquivos, é possível verificar e identificar os registros e os acertos indicados por eles, além de problemas de aprendizagem, permitindo um acompanhamento da evolução de cada um.

Outra questão importante na avaliação é mantê-los sempre informados de suas competências. Atitudes como a valorização do esforço e comentários sobre a maneira como constroem e se apropriam dos conhecimentos incentivam e conscientizam os estudantes da própria aprendizagem.

Desse modo, a avaliação pode assumir diferentes formas para cumprir com diferentes objetivos.

- **Avaliação diagnóstica**: normalmente realizada antes de iniciar o trabalho com determinado conteúdo curricular. Tem o objetivo de sondar o que os estudantes sabem sobre determinado conteúdo e permite ao professor se basear nesses conhecimentos para planejar suas aulas.
- **Avaliação formativa** (ou de processo): comumente realizada no decorrer do desenvolvimento do conteúdo em estudo. Tem o objetivo de verificar se os estudantes estão acompanhando e compreendendo o conteúdo em estudo. Assim, é possível retomar o processo de ensino e de aprendizagem em tempo real, dar *feedbacks* à turma e rever estratégias de ensino.
- **Avaliação somativa** (ou de resultado): geralmente proposta ao final do trabalho com os conteúdos curriculares. Tem cunho classificatório, por meio de notas, por exemplo, com a intenção de verificar qual foi o aproveitamento obtido pelos estudantes. Com esse tipo de avaliação, é possível ter um panorama sobre as aprendizagens da turma e rever estratégias para suprir possíveis dificuldades dos estudantes.

No processo de avaliação dos estudantes, o livro didático precisa cumprir o papel importante de contribuir com questões de relevante significado. Por isso, esta coleção propõe ao professor oportunidades progressivas de verificar o rendimento da turma e analisar a prática pedagógica utilizada durante o desenvolvimento das unidades. Em cada volume, há a preocupação em oferecer subsídios suficientes para a avaliação acontecer de maneira contínua e coerente na sala de aula, como é o caso, por exemplo, das sugestões de atividades apresentadas nas seções **O que eu já sei?** (atividades que podem ser utilizadas como avaliação diagnóstica), **O que eu estudei?** (atividades que podem ser utilizadas como avaliação formativa) e **O que eu aprendi?** (atividades que podem ser utilizadas como avaliação somativa), além de outras propostas indicadas no boxe **Sugestão de avaliação**, presentes nas **orientações ao professor** deste manual ao redor das reproduções das páginas do livro do estudante.

Esta coleção tem o intuito de auxiliar o professor a preparar os estudantes para desafios futuros. Por esse motivo, apresenta atividades que possibilitam o preparo deles para exames de provas oficiais, como as aplicadas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que visam mensurar a qualidade da aprendizagem. Por meio da linguagem ou da estrutura das atividades, os estudantes entrarão em contanto com exercícios avaliativos que se assemelham aos propostos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), não perdendo a intencionalidade de também servir como parâmetro diagnóstico ou formativo de uma avaliação.

Fichas de avaliação e autoavaliação

Para facilitar o trabalho do professor, ele pode fazer uso de fichas para avaliar o desempenho de cada estudante e, assim, elaborar um relatório individual de acompanhamento da aprendizagem.

A seguir, apresentamos o modelo de uma ficha utilizada para auxiliar no acompanhamento do desenvolvimento individual dos estudantes, com o objetivo de avaliar seus conhecimentos, habilidades, suas atitudes e seus valores.

Modelo de ficha de acompanhamento individual				
Nome do estudante:		**Componente curricular:**		
Turma:		**Período letivo de registro:**		
Acompanhamento de aprendizagem por objetivos e/ou habilidades	**Não consegue executar**	**Executa com dificuldade**	**Executa com facilidade**	**Observações**
Exemplo por objetivo: Construir algoritmos por meio de fluxogramas para indicar termos de sequências.				
Exemplo por habilidade: **(EF08MA11)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.				
Acompanhamento socioemocional	**Desenvolvimento do estudante**			
	Sim	**Às vezes**	**Não**	**Observações**
Escuta com atenção a explicação dos conteúdos?				
Questiona quando não compreende o conteúdo?				
Faz uso correto da oralidade e/ou escrita para se expressar?				
Desenvolve as atividades com autonomia?				
Participa de maneira responsável das atividades propostas dentro e fora da sala de aula?				
Coopera com os colegas quando seu auxílio é solicitado?				
Demonstra ter empatia pelas pessoas de seu convívio?				
Demonstra zelo pelos seus materiais e pelos espaços da escola?				
Informações sobre o progresso nesse período letivo				

O exercício de ensino e de aprendizagem não deve ser uma responsabilidade apenas do professor. Ele também deve ser compartilhado com os estudantes, para que eles identifiquem seus avanços e seus limites. Com isso, o professor terá melhores condições de avaliar sua metodologia de ensino. Uma das sugestões para esse processo é o uso de fichas de autoavaliação, por meio das quais eles são incentivados a refletir sobre o próprio desenvolvimento em sala de aula e no processo de aprendizagem.

A seguir, apresentamos um modelo de ficha de autoavaliação.

Ficha de autoavaliação			
Nome:	**Sim**	**Às vezes**	**Não**
Tenho interesse em participar das atividades realizadas em sala de aula?			
Compreendo os assuntos abordados pelo professor?			
Falo com o professor sobre minhas dúvidas?			
Expresso minhas opiniões durante os trabalhos em sala de aula?			
Mantenho um bom relacionamento com meus colegas de turma?			
Organizo meu material escolar?			

Relações entre os componentes curriculares

Considerando as tendências atuais no âmbito da educação e em consonância com os princípios da BNCC, a interdisciplinaridade passou a ser frequentemente sugerida no trabalho escolar. De modo geral, ela tem sido entendida como uma maneira de articular duas ou mais áreas do conhecimento por meio da exploração de determinado assunto, visando à análise, à discussão e à compreensão de tal tema sob os diferentes pontos de vista apresentados em cada uma dessas áreas. Esse modo de trabalho pode auxiliar os estudantes na construção de conhecimentos em uma perspectiva múltipla, com a participação dos professores de outros componentes curriculares e de outras pessoas da comunidade escolar e da comunidade local.

Nesse sentido, o ensino da Matemática deve:

> [...] engajar-se na crescente preocupação com a formação integral do aluno como cidadão da sociedade contemporânea onde cada vez mais é obrigado a tomar decisões políticas complexas. Introduz-se, assim, definitivamente, na agenda da Matemática escolar, o ensino voltado para a formação de cidadãos críticos e responsáveis.
>
> [...]

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p. 15. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

Quando os componentes curriculares são usados para a compreensão dos detalhes de uma situação, os estudantes percebem sua natureza e utilidade. Além disso, o estabelecimento de uma relação entre o conhecimento prévio e o recém-adquirido, inclusive envolvendo outras áreas do conhecimento, permite a criação de conflitos cognitivos, demonstrando a necessidade de reorganização de conceitos e dando significado à aprendizagem. Nesse sentido, a Matemática permite um trabalho integrado, por exemplo, com Geografia, História, Ciências, Língua Portuguesa, Educação Física e Arte.

Para que o trabalho interdisciplinar seja bem estruturado e atinja os objetivos propostos em cada planejamento, é necessário atentar à realidade particular do grupo de estudantes envolvidos. Santomé fornece apontamentos importantes sobre o diagnóstico que antecede tal proposta.

> [...]
>
> A análise do contexto sociocultural oferece as chaves para o diagnóstico do nível cultural dos estudantes, do seu nível real de desenvolvimento, assim como das suas expectativas diante da instituição escolar, dos seus preconceitos, etc. Conhecer as respostas a essas interrogações é requisito essencial para que a proposta planejada possa se ligar diretamente a esses meninos e meninas reais, à sua autêntica vida cotidiana. Outro requisito prévio importante é conhecer e localizar os recursos que existem na comunidade, no meio natural e social, que possam sugerir a realização de tarefas concretas, bem como facilitar e enriquecer outras que podem ser desenvolvidas através da unidade didática.
>
> [...]

SANTOMÉ, Jurjo Torres. *Globalização e interdisciplinaridade*: o currículo integrado. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 225-226.

Para que a aula seja realmente interdisciplinar, é preciso considerar os seguintes pontos.

- Realizar um bom planejamento, atendendo às possíveis relações entre o conteúdo do respectivo componente curricular e o dos outros.
- Pesquisar e compreender o conteúdo trabalhado por outros componentes curriculares.
- Conversar com os professores de outros componentes curriculares e, quando possível, envolvê-los em um planejamento conjunto.
- Considerar a heterogeneidade dos estudantes da turma.
- Propor atividades de maneira contextualizada e que auxiliem os estudantes nessa visão interdisciplinar.

Outra forma de viabilizar o trabalho interdisciplinar na escola é por meio do desenvolvimento de projetos. Contudo, para que um projeto interdisciplinar seja bem-sucedido, é preciso garantir mais do que uma simples integração entre componentes curriculares. É necessário que haja também uma integração entre seus participantes, tanto professores quanto estudantes. Para Nogueira, essa integração:

> [..] pretende atingir como complementaridade das diferentes disciplinas, já que demonstra aos alunos possíveis inter-relações nelas existentes.
>
> [...]

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. *Interdisciplinaridade aplicada*. São Paulo: Érica, 1998. p. 33.

Segundo o autor, outro fator importante para a execução de projetos interdisciplinares é a possibilidade de acesso à pesquisa. Com isso, espera-se que o estudante, ao perceber as relações existentes entre os componentes curriculares:

> [...] motive-se a buscar novos conhecimentos sobre um tema, problema ou questão, pois agora o projeto apresenta perspectivas múltiplas, em que todas as disciplinas contribuem de uma certa forma, e, por consequência, ele poderá receber orientações e desafios para a pesquisa de vários professores em prol de um tema único.
>
> [...]

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. *Interdisciplinaridade aplicada*. São Paulo: Érica, 1998. p. 33.

Nesta coleção, o caráter interdisciplinar da Matemática é explorado por meio de atividades, apresentação de informações e contextos diversificados. Nas atividades, a Matemática atua como instrumento de apoio para a resolução de problemas, em geral, vinculados a situações envolvendo medições, cálculos e interpretação de informações relacionadas a várias atividades desenvolvidas por profissionais, bem como à análise e à interpretação de dados populacionais. Algumas dessas articulações estão dispostas nas **orientações ao professor**, com o intuito de contribuir com sugestões que reforçam essa integração dos conhecimentos. No livro do estudante, também é proposta a seção **Projeto em ação**, na qual a realização e a divulgação das atividades possibilitam estabelecer relações interdisciplinares.

O aprendizado em sala de aula

O ambiente escolar abrange uma diversidade de estudantes, os quais potencialmente buscam meios de lidar com situações na vida pessoal e na vida escolar. Eles têm se tornado cada vez mais protagonistas da própria aprendizagem, de sua prática social e da formação do seu futuro. Esse processo recebe grande influência dos espaços a que esses estudantes pertencem, onde vivem experiências, tiram dúvidas e, em seguida, obtêm o êxito daquilo que se espera por meio do conhecimento adquirido, e é na sala de aula que podemos utilizar diferentes estratégias para auxiliar no desenvolvimento do aprendizado.

O trabalho em grupo

Nas aulas de Matemática, os estudantes precisam expressar suas ideias mediante o uso da escrita ou do diálogo com o professor e os colegas. Ao interagir com os colegas durante a realização de algumas atividades, eles têm a oportunidade de desenvolver a capacidade de organizar o raciocínio e comunicá-lo, bem como de argumentar em favor dele e de ouvir seus colegas. Assim, eles são levados a ter atitudes de respeito mútuo, empatia, cooperação, senso crítico, entre outras.

Diversas pesquisas demonstraram que o aumento da oportunidade de discussão e de argumentação aprimora a capacidade de compreensão dos temas ensinados e os processos de raciocínio envolvidos. Desse modo, torna-se necessário que a interação entre os estudantes não seja deixada em segundo plano. Devem ser criados momentos para a comunicação, a reflexão, a argumentação e a troca de ideias entre eles.

O enfrentamento de diferentes ideias e opiniões faz com que os estudantes coordenem as próprias ideias, formando novas relações entre os assuntos. Além disso, os diálogos entre eles os incentivam a reconhecer a necessidade de obter novas informações, reorganizar e reconceituar as ideias já existentes.

Essa interação com os colegas, visando potencializar o desenvolvimento de tais atitudes – essenciais para a formação dos estudantes enquanto indivíduos –, pode ser propiciada pelo trabalho em grupo. O trabalho em pequenas equipes, por exemplo, favorece a interação entre seus integrantes. Com isso, eles têm mais possibilidades de expor ideias, argumentar sobre seus pontos de vista e discutir diferentes estratégias e soluções. Devido a esses fatores, o trabalho em pequenos grupos tem sido mais frequentemente sugerido nas aulas de Matemática, sendo uma prática pedagógica eficiente para trabalhar com turmas que tenham grande quantidade de estudantes e que também apresente ritmos diferentes de aprendizagem.

No entanto, é importante que o professor esteja atento para a forma de organização dos estudantes sugerida em determinada atividade, de modo a permitir que eles atinjam satisfatoriamente os respectivos objetivos estabelecidos.

Iniciar o trabalho em grupo desde a Educação Básica torna-se cada vez mais importante, visto que essa é uma competência valorizada em nossa sociedade, na qual:

> [...] além de ter uma sólida formação, o indivíduo é desafiado a interagir em dinâmicas de grupos com pessoas detentoras de outras competências. [...]

PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 34.

Para que o trabalho em grupo apresente resultados satisfatórios, o professor deve planejar muito bem cada atividade, estar o tempo todo atento ao que acontece e auxiliar os grupos quando necessário. A seguir, são listadas algumas orientações que podem fazer parte do planejamento de uma atividade em grupo.

- Os grupos devem ser heterogêneos e, a cada novo trabalho, os integrantes do grupo devem ser variados.
- Os intervalos entre as realizações dos trabalhos em grupo devem ser avaliados para que as metas a serem atingidas no ano letivo não fiquem comprometidas.

- Devem ser propostas situações adequadas à faixa etária e ao nível de conhecimento dos estudantes.
- O professor deve verificar constantemente as dificuldades dos estudantes e fornecer as informações necessárias à realização da atividade proposta.

No livro do estudante, os trabalhos em dupla e em grupo são sugeridos na abordagem de alguns conteúdos e no desenvolvimento de determinadas atividades, sendo identificados por meio de um destaque em negrito no termo que indica a necessidade de se juntar aos colegas (por exemplo, "**Junte-se** a um colega e resolvam os problemas."). Em algumas dessas atividades, é solicitado a eles que: comparem sua resolução com a de outros colegas, expliquem a alguém seu processo de resolução ou se juntem a um ou mais estudantes para a realização de certa tarefa.

Recursos tecnológicos

Vivemos em um cenário repleto de tecnologias. Os eletrodomésticos de nossa residência ficaram mais modernos e agregaram novas funções; a informatização do comércio permite maior agilidade nas transações comerciais; a consulta e a movimentação bancária também foram facilitadas com o uso da internet e de *smartphones*, especialmente com a elevação do nível de confiança dos usuários com relação a esse meio de comunicação. Diante dessa realidade, a escola deve exercer um papel fundamental na formação de cidadãos aptos a utilizar tais tecnologias.

Na escola, os recursos tecnológicos, como calculadoras e computadores, podem, quando devidamente empregados, desempenhar uma função importante no processo de ensino e de aprendizagem. No entanto, é necessário compreender que, para seu uso em práticas pedagógicas, tanto em sala de aula quanto fora dela, é importante o resultado desse uso, que deve convergir para uma produção colaborativa, na qual estudantes e professores sejam os agentes.

As calculadoras eletrônicas evoluíram de maneira significativa e, como consequência, houve a redução de custo para sua aquisição, o aumento de sua capacidade operacional e também sua incorporação a outros equipamentos, como relógios, computadores, *tablets* e *smartphones*.

Diante disso, não podemos ignorar a presença desse instrumento no cotidiano dos nossos estudantes, visto que é uma tecnologia simples, de fácil manuseio e que pode ser explorada pelo professor em sala de aula.

Ao integrar a calculadora em um processo de descoberta e investigação matemática, cuja situação-problema é o ponto de partida, criam-se condições para o surgimento de novos ambientes que resultarão em novas capacidades e atitudes dos estudantes com uma participação mais ativa e criativa na construção do conhecimento.

Uma maneira de usar a calculadora em sala de aula é explorar os conteúdos utilizando a capacidade operatória da calculadora, propondo atividades que exijam dos estudantes a elaboração de estratégias e a resolução de problemas mais complexos, bem como a tomada de decisões. Além disso, ela pode ser utilizada, em alguns casos, para substituir o cálculo manuscrito, que se apresenta muitas vezes em situações de urgência, ou com números que têm muitos algarismos, portanto, passíveis de erro. A BNCC também propõe que os estudantes utilizem calculadoras e planilhas eletrônicas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e, assim, sejam incentivados, nos anos finais, a interpretar e a elaborar algoritmos, desenvolvendo o pensamento computacional.

O uso da calculadora em sala de aula, portanto, não significa o fim do cálculo, e sim a possibilidade de discussões relacionadas aos processos, às regras, às estratégias e às fórmulas, em vez dos simples e, algumas vezes, trabalhosos cálculos com algoritmos.

É importante lembrar que a habilidade de cálculo e a memorização de fórmulas têm seu valor e não devem ser extinguidas das aulas. O que precisa ser enfatizado é que a Matemática pode ser estudada e ensinada com o auxílio de vários instrumentos, entre eles a calculadora e o computador. Assim, devemos nos preocupar em explorar conceitos, fórmulas e regras de maneira que possibilite aos estudantes compreender o que estão fazendo e usar seus conhecimentos em problemas que se aproximem da realidade.

A utilização de algum recurso tecnológico, como a calculadora, não torna mais fácil algum conteúdo, nem se almeja que os estudantes fiquem dependentes da máquina. O objetivo é dar oportunidade a eles de explorar seus recursos de maneira crítica e consciente, fazendo com que discutam os resultados obtidos, assim como as estratégias utilizadas.

Nesse sentido, ao planejar o uso da calculadora em sala de aula com o objetivo de haver uma contribuição para o aprendizado, deve-se ter noção de suas possibilidades e limitações e conhecer a familiaridade dos estudantes com a máquina. Além disso, é preciso que fiquem evidentes os motivos pelos quais a calculadora está sendo utilizada, além dos objetivos correspondentes.

Quando o professor se dispõe a usar uma calculadora científica, deve estar preparado para tirar dúvidas dos estudantes quanto a seu manuseio. Se não souber utilizá-la em determinada situação, deve admitir suas limitações e propor-se pesquisar tais funções para se atualizar.

Em vários momentos desta coleção, são apresentados exemplos e atividades que demandam a utilização de calculadora e computador. Na seção **Instrumentos e *softwares***, há orientações para o uso das calculadoras comum e científica, *softwares* de geometria dinâmica e planilha eletrônica, além de instrumentos como régua, esquadro e compasso. Além dessa seção, indicamos, com um ícone, atividades que, para serem resolvidas, os estudantes precisarão utilizar alguns dos recursos mencionados na seção **Instrumentos e *softwares***, aplicando conhecimentos adquiridos.

O computador, como apoio ao ensino e à aprendizagem, só faz sentido se for usado como gerador de conhecimento e ferramenta de comunicação, que amplia o currículo, impulsiona o desenvolvimento de competências e habilidades e promove a interação e a colaboração entre professores e estudantes.

A diversidade de seus recursos atende a diferentes metodologias e amplia os espaços educacionais, antes restritos ao ambiente presencial e aos meios impressos. Além disso, o computador pode tornar a aprendizagem mais interessante, criativa e efetiva, com situações didáticas que integram os recursos tecnológicos a outros recursos, como livros, jornais e revistas. Entre eles, destaca-se a internet como um dos mais utilizados na escola para pesquisa, publicação e comunicação.

Outra atividade que pode contribuir para o ensino da Matemática é o trabalho com *softwares*, que tem aumentado e alcançado diversas áreas. Por exemplo, existem *softwares* específicos para as mais diversas atividades, como planilhas eletrônicas, editores de texto, de imagem e de animação, bancos de dados, simuladores, entre outros.

O uso de alguns desses *softwares* pode trazer grandes contribuições para o ensino da Matemática. As planilhas eletrônicas, por exemplo, podem ser empregadas na verificação de resultados e regularidades, na organização de dados numéricos, na plotagem de gráficos etc., colaborando para o desenvolvimento do pensamento computacional. Existe também uma grande variedade de *softwares* matemáticos que podem ser utilizados nas aulas, como o Maple e o GeoGebra.

Por fim, cabe destacar que a inserção do computador nas escolas não veio substituir o professor no processo de ensino e de aprendizagem. Pelo contrário, ela possibilitou dinamizar a função do professor na elaboração, na condução e na avaliação do processo educacional.

Competência leitora

O ato de ler está relacionado à organização dos significados dos textos, à interpretação, à análise, à comparação e ao sentido que os textos trazem. A leitura está presente em diversos momentos de nossas vidas. As crianças buscam sentidos em placas e outras imagens, por exemplo, mesmo antes de serem alfabetizadas. Desse modo, fazer atividades que colaborem para o desenvolvimento da competência leitora dos estudantes também é responsabilidade de todos os componentes curriculares, e não somente de Língua Portuguesa, visto que um mesmo texto pode ser trabalhado de diversas maneiras, de acordo com os objetivos que se pretende alcançar.

A escola é um ambiente em que a prática leitora é aprimorada e o professor pode e deve ser o mediador desse processo, promovendo a interação dos estudantes com ferramentas necessárias para o desenvolvimento da competência leitora, auxiliando-os nessa prática e em entendê-la como algo essencial para a formação como cidadão, entre outras ações.

O professor pode aplicar em sala de aula, por exemplo, estratégias de leitura que viabilizem o trabalho com a competência leitora dos estudantes. A seguir, sugerimos algumas estratégias, baseadas na teoria de Isabel Solé (1998).

Antes da leitura do texto

Antes da leitura, é possível propor aos estudantes alguns questionamentos, de modo que:

- apresentem os conhecimentos prévios a respeito do tema e do gênero textual a ser lido;
- levantem hipóteses sobre quem é o autor, o suporte utilizado e quais são os objetivos do texto;
- antecipem o assunto ou a ideia principal do texto com base em títulos, subtítulos, ilustrações etc.;
- falem sobre suas expectativas com relação à estrutura do gênero.

Durante a leitura do texto

Durante a leitura, é possível propor aos estudantes certos questionamentos, de modo que:

- encontrem o tema ou a ideia principal do texto;
- façam inferências;
- pesquisem no dicionário palavras que não conheçam ou cujo sentido não saibam;
- construam o sentido global do texto;
- identifiquem e compreendam a posição do autor.

Após a leitura do texto

Após a leitura, é possível propor aos estudantes alguns questionamentos, de modo que:

- confrontem seus conhecimentos prévios e as hipóteses levantadas antes da leitura com o que o texto realmente apresenta, podendo confirmar ou refutar as expectativas manifestadas antes e durante a leitura;
- troquem ideias com os colegas a respeito do que foi lido, argumentando sobre suas opiniões e respeitando as opiniões diferentes das suas.

Estratégias como as sugeridas anteriormente podem colaborar para o desenvolvimento de habilidades, tais como: resgate de conhecimentos prévios, levantamento de hipóteses, localização de informações em um texto, compreensão da ideia central de um texto, leitura inferencial, confirmação ou retificação de hipóteses levantadas, argumentação, entre outras.

Ao fazer inferências, os estudantes atribuem coerência intencional aos significados, levando-os a perceber outras informações além das que leram e interpretaram, possibilitando a construção e/ou reconstrução de conhecimentos para si próprios e para os outros, por meio da interação, da comunicação e do diálogo com o texto. Ao propor a leitura inferencial, é preciso que eles sejam orientados a ler raciocinando e interpretando, de modo que compreendam as situações descritas em um texto e cheguem a determinadas conclusões. Desse modo, estratégias de leitura bem conduzidas podem auxiliar nesse processo.

A leitura também auxilia os estudantes a fortalecer sua capacidade de argumentação, habilidade que permite ao indivíduo se expressar, defender ideais e se posicionar, de maneira oral e escrita. Por meio da argumentação, é possível identificar e conhecer diferentes opiniões e argumentos a respeito de determinado assunto, permitindo analisá-lo de diferentes ângulos e utilizar informações confiáveis ao argumentar, de acordo com o posicionamento escolhido.

Nesta coleção, sempre que possível, em atividades que envolvem o trabalho com gêneros textuais, o professor encontra orientações sobre como incentivar os estudantes a desenvolver diferentes habilidades, entre elas a leitura inferencial e a argumentação.

Metodologias e estratégias ativas

O contexto educacional vem passando por grande e considerável evolução. O protagonismo, a participação, a opinião e a experiência dos estudantes têm sido tomados como ponto de partida no processo de ensino-aprendizagem, na intenção de auxiliá-los a alcançar o conhecimento de maneira concreta e significativa. A sala de aula costuma contemplar um grande número de estudantes que carregam consigo diferentes experiências de vida e diversas maneiras de agir e pensar o mundo. Trabalhar com as metodologias e estratégias ativas contribui para que o estudante seja protagonista no processo de aprendizado, possibilitando a construção do conhecimento de maneira prática, reflexiva e autônoma. Desenvolver estratégias como essas permitem um melhor desempenho tanto dos estudantes quanto do professor, enquanto mediador no contexto educacional.

> [...] A ênfase na palavra ativa precisa sempre estar associada à aprendizagem reflexiva, para tornar visíveis os processos, os conhecimentos e as competências do que estamos aprendendo com cada atividade. Ensinar e aprender tornam-se fascinantes quando se convertem em processos de pesquisa constantes, de questionamento, de criação, de experimentação, de reflexão e de compartilhamento crescentes, em áreas de conhecimento mais amplas e em níveis cada vez mais profundos. A sala de aula pode ser um espaço privilegiado de cocriação, *maker*, de busca de soluções empreendedoras, em todos os níveis, onde estudantes e professores aprendam a partir de situações concretas, desafios, jogos, experiências, vivências, problemas, projetos, com os recursos que têm em mãos: materiais simples ou sofisticados, tecnologias básicas ou avançadas. O importante é estimular a criatividade de cada um, a percepção de que todos podem evoluir como pesquisadores, descobridores, realizadores; que conseguem assumir riscos, aprender com os colegas, descobrir seus potenciais. Assim, o aprender se torna uma aventura permanente, uma atitude constante, um progresso crescente.
>
> [...]

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, Lilian; MORAN, José. (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 3.

Esta coleção propõe, em diversos momentos, o trabalho com diferentes estratégias e metodologias ativas, visando proporcionar condições de trabalho significativo com as competências gerais, específicas e habilidades da BNCC. A seguir, são apresentadas as descrições das estratégias de metodologias ativas que serão trabalhadas no decorrer dos volumes, proporcionando o desenvolvimento de atividades contextualizadas com os estudantes.

Gallery walk

Esta metodologia ativa tem sua dinâmica semelhante às exposições vistas em museus, pois consiste, como produto final, na exibição de trabalhos. O que a difere é o protagonismo dos estudantes ao trabalhar a argumentação no decorrer das apresentações dos cartazes construídos em equipe. A estratégia em questão, conhecida como **caminhada na galeria**, ocorre seguindo estes passos.

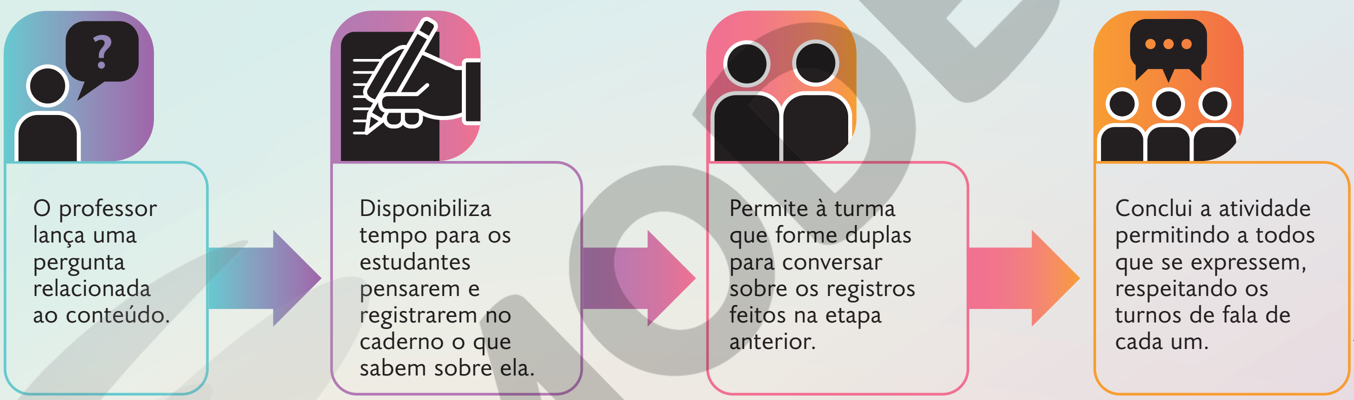
- Em sala de aula, o professor apresenta os temas, assuntos ou situações-problema que pretende colocar em foco na discussão. Se oportuno, tópicos podem ser elencados na lousa com o intuito de proporcionar uma melhor condução do trabalho.
- A turma deve ser organizada em duplas ou grupos, considerando as respectivas especificidades. Isso deve ser avaliado com base na quantidade de assuntos apresentados. O importante é considerar as tarefas que devem ser desempenhadas para que todos os integrantes participem no decorrer da atividade.
- O professor deve disponibilizar tempo para que os grupos tenham condições de fazer pesquisa de busca, aprofundamento, exemplificação e fundamentação dos estudos de maneira contextualizada.

- Cada grupo deve produzir cartazes que servirão de recurso para exposição e apresentação da pesquisa que fizeram. No dia previamente agendado e conforme a ordem preestabelecida com os estudantes, eles se prepararão para as exibições dos trabalhos.
- Os cartazes devem ser fixados em local de fácil acesso à turma (em sala de aula ou no pátio da escola). Assim, terão condições de apreciar os trabalhos dos colegas, fazer leitura e, em momento oportuno, fazer questionamentos aos responsáveis pelo cartaz.
- Para cada apresentação deve ser disponibilizado um tempo viável para a interação de todos. Terminadas as trocas de informação e argumentações entre os estudantes, faça outras inferências voltadas a sanar lacunas que, porventura, possam ter ficado.

Para concluir o trabalho com esta metodologia ativa, o professor deve convidar os estudantes para uma roda de conversa com a intenção de pedir opiniões sobre a atividade realizada. Neste momento, deve-se atentar aos pontos levantados pela turma avaliando o que precisa ser considerado e alterado em outros momentos semelhantes a este.

Think-pair-share

Esta metodologia, também conhecida como **pensar-conversar-compartilhar**, é realizada em três momentos, sendo o primeiro de maneira individual, o segundo em dupla e o terceiro em grupo maior, isto é, agregando todos os que estiverem presentes no dia da dinâmica. O professor tem condições de propô-la antes de iniciar o trabalho com um conteúdo novo, no decorrer da discussão sobre ele ou mesmo enquanto são feitas atividades do livro, por exemplo. Para compreender esta metodologia, verifique a seguir como ela ocorre.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

É interessante combinar com a turma a medida do tempo disponível para as etapas que sucedem a questão lançada, no caso, para o registro no caderno, para o momento em duplas e, por fim, para as exposições dos estudantes a toda a turma. Para esta última etapa, é interessante acordar com eles como se manifestarão, possibilitando a todos que tenham seu momento de fala, de maneira organizada para que possam ser ouvidos e compreendidos. A argumentação é exercitada no decorrer desta metodologia, pois estarão constantemente em pronunciamento de suas falas com a intenção de convencer os colegas acerca das opiniões com as quais concordam ou discordam, apresentando seus pontos de vista.

Quick writing

Trata-se de uma metodologia ativa que proporciona um momento de desafio e de diversão com os estudantes. É desenvolvida com uma medida de tempo cronometrada, para registro de conhecimento prévio ou da compreensão de conteúdos trabalhados com a turma. Desse modo, esta estratégia, também conhecida como **escrita rápida**, pode ocorrer conforme orientações a seguir.

MARCELA PIALARISSI/ARQUIVO DA EDITORA

Esta metodologia desenvolve nos estudantes as habilidades de análise, síntese e registro objetivo sobre a compreensão de determinado conteúdo. Durante seu desenvolvimento, o professor tem o papel de mediador das discussões, lançando posicionamentos com o intuito de trabalhar com seus estudantes a argumentação, por exemplo.

Sorting strips

Esta estratégia, também conhecida como **tiras de classificação**, proporciona aos estudantes a oportunidade de organizar, em sala de aula, os conteúdos em estudo, por meio de classificações. Desse modo, enquanto planeja a aula, o professor deve pensar nas definições, nas características do assunto a ser tratado e transcrevê-las em tiras de papel para serem levadas para a sala de aula. A atividade deverá ser organizada em grupos. Sendo assim, a quantidade de cópias dessas tiras deve ser suficiente para que todos os grupos tenham esse material em mãos. Os passos a seguir descrevem como a atividade ocorre.

- O professor explica o conteúdo e faz questionamentos à turma sobre os assuntos em que se baseou para produzir as tiras de papel, verificando o que eles sabem e/ou o que estão compreendendo a esse respeito.

- A turma é organizada em grupos (por meio de sorteio, afinidade ou outro critério que desejar). Cada grupo recebe um envelope com as tiras referentes aos assuntos estudados.

- Os estudantes devem ler e interpretar as informações apresentadas nas tiras para classificarem-nas de acordo com os assuntos estudados. As classificações organizadas pelo grupo devem ser fixadas em papel *kraft* ou cartolina.

- Terminada a etapa anterior, todos os trabalhos devem ser apresentados e/ou discutidos, para que eles verifiquem os pontos em comum e os divergentes nas classificações feitas pelos grupos, atentando às justificativas para tal divisão.

MARCELA PIALARISSI/ARQUIVO DA EDITORA

Esta metodologia permite explorar diferentes temas e situações-problema, além de desenvolver a habilidade de argumentação e possibilitar trocas e/ou construções de conhecimentos entre os estudantes.

Peer instruction

Esta metodologia ativa, também conhecida como **instrução por pares** ou **abordagem por pares**, ocorre após o estudo de determinado conteúdo, possibilitando discorrer sobre ele de maneira clara, objetiva e sucinta. Em seguida, são disponibilizadas atividades e/ou testes, com o intuito de verificar como os estudantes se saem, percebendo se houve e como ocorreu a compreensão do conteúdo. Nesta metodologia ocorre uma categorização de rendimento da turma para nortear o professor, levando-o a decidir se vale passar para o próximo conteúdo ou se há necessidade de permanecer no mesmo por algum tempo. Assim, verifica-se a seguinte situação sobre a turma.

Rendimento de até 30% de acertos	Nota-se a necessidade de rever o conteúdo estudado. O professor toma para si a responsabilidade de rever a própria metodologia em sala de aula, preocupado com o aprendizado de seus estudantes. Após nova explicação e outros exemplos dados, outras atividades/testes são propostos para verificação do desempenho da turma.
Rendimento entre 30% e 70% de acertos	Caso este tenha sido o panorama observado, o professor conduzirá da seguinte maneira: dividirá a turma em duplas, cuidando para reunir estudantes que tenham compreendido o conteúdo com os que apresentaram dificuldade. O intuito é levá-los a trocar informações entre si, para que um explique ao outro a maneira como chegou à resolução.
Rendimento de mais de 70% de acertos	O professor avança com o conteúdo curricular. No entanto, os estudantes que não alcançaram compreensão devem ter atenção, sendo supridas suas necessidades, por meio de troca de ideias com um colega ou com o professor, visando sanar defasagens em relação ao conteúdo.

É importante que o professor conheça bem sua turma, pois há estudantes com ritmos de aprendizagens diferentes.

Design thinking

Esta metodologia também é conhecida como **pensamento do *design***. Seu objetivo é desenvolver nas pessoas que a praticam principalmente a criatividade, a empatia e a colaboração, visto que partem de um problema do contexto em que vivem, buscando a melhor solução para resolvê-lo.

Nesta metodologia ativa, situações-problema serão propostas para que, em grupos, os estudantes interpretem e compreendam o desafio, projetem e registrem as possibilidades de solução, anotem e providenciem materiais necessários, montem um protótipo para teste e verifiquem se o problema pode ser solucionado com ele.

Em momento seguinte, na data marcada e no local elencado, cada grupo deve apresentar aos demais a solução a que chegou. Ao término da explanação deve ser estipulado determinado tempo para que os demais tenham condições de avaliar, opinar e concordar ou discordar da saída proposta pelo grupo para resolver o problema em questão.

Para cada apresentação, deve-se reservar tempo para a discussão, relato da experiência vivida no decorrer da atividade realizada e apontamentos sobre possíveis causas e efeitos favoráveis ou desfavoráveis dos protótipos apresentados.

O professor será o mediador durante as etapas do trabalho, deixando para os estudantes a prática de pesquisa, o manuseio e a construção do protótipo e a argumentação sobre a solução palpável.

Pensamento computacional

Diante de propostas criativas e inovadoras para a educação, a relação do ensino com a tecnologia vem sendo suprida e adaptada para uma aprendizagem em que estudantes, chamados de nativos digitais, aprimorem ainda mais seu domínio sob as novas tecnologias e aprendam a resolver problemas por meio delas e do pensamento computacional.

As tecnologias educacionais carregam consigo uma maneira dinâmica e atrativa de trabalhar os conteúdos de modo digital e tecnológico em sala de aula. A Sociedade Brasileira de Computação (SBC) propôs estratégias importantes para a formação dos estudantes com o ensino tecnológico, e as organizou em três eixos, considerando-os como conhecimentos básicos de computação. Entre esses eixos, encontra-se o do pensamento computacional. A SBC o define como: "capacidade de sistematizar, representar, analisar e resolver problemas.".

Etapas da Educação

Cultura digital
- Letramento digital
- Cidadania digital
- Tecnologia e Sociedade

Tecnologia digital
- Representação de dados
- *Hardware* e *Software*
- Comunicação e Redes

Pensamento computacional
- Abstração
- Algoritmos
- Decomposição
- Reconhecimento de padrões

LAÍS GARBELINI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: *CENTRO de Inovação para a Educação Brasileira*. Disponível em: https://curriculo.cieb.net.br/. Acesso em: 17 maio 2022.

O estudante desenvolve diferentes habilidades ao realizar atividades que exploram o pensamento computacional. A BNCC diz que o:

> [...] pensamento computacional envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos [...]

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 474. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 08 jul. 2022.

Esse pensamento está organizado em quatro pilares. Conheça as características de cada um deles, a seguir.

- **Abstração**: classificar e filtrar as informações que são relevantes e que auxiliarão na resolução, descartando o que não é relevante.
- **Decomposição**: dividir, ordenar e analisar o problema em partes, ou em subproblemas, fragmentando-o para auxiliar em sua resolução.
- **Reconhecimento de padrões**: verificar e identificar o que gera o problema e os elementos que o estruturam, identificando características comuns entre os problemas e soluções.
- **Algoritmo**: definição e execução de estratégias para a resolução do problema, podendo ser entendido também como o desenvolvimento de um passo a passo para que o objetivo seja alcançado.

Ao trabalhar o pensamento computacional com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, é importante ter alternativas adequadas e eficientes para desenvolvê-lo. Ao buscar solucionar um problema é possível utilizar ou não todos esses pilares. Essas formas de ação do pensamento computacional e de seus pilares são modos de explorar o raciocínio lógico e viabilizar aprendizagens, por meio da computação plugada ou desplugada.

Plugada: faz uso de ferramentas tecnológicas e digitais, como vídeo, computador, *tablet*, *smartphone*, *softwares* e *hardwares*.

Desplugada: não necessita de recursos tecnológicos, podendo ser aplicada em qualquer contexto educacional, como em jogos manuais, alinhados às metodologias ativas, em dinâmicas ou situação-problema do dia a dia e até mesmo em atividades de pesquisa.

Esta coleção sugere em determinados momentos, do **Manual do professor**, atividades plugadas e desplugadas de maneira contextualizada. Durante a realização das atividades, considere as diferentes características dos estudantes, para que eles possam desenvolver o pensamento computacional, de acordo com as capacidades e habilidades individuais.

Práticas de pesquisa

O desejo de obter ou produzir novas informações é construído por meio de uma inquietação, uma situação-problema, uma dúvida ou um tema a ser investigado. O desenvolvimento da pesquisa permite aos estudantes adquirir conhecimentos por meio da busca de informações para a produção de novos saberes, incentivando sua autonomia, argumentação, defesa de ideias, compreensão de diversas linguagens e a produção de diferentes discursos.

Nesta coleção, serão propostas diversas pesquisas relacionadas à história da Matemática, com o objetivo de promover a compreensão do desenvolvimento histórico de diferentes conceitos e de fatos da realidade, visando identificar e desmentir *fake news*. Uma possível prática de pesquisa que pode ser desempenhada pelos estudantes é a revisão bibliográfica. Essa prática tem como objetivo realizar um levantamento do que já foi escrito e debatido sobre determinado tema ou assunto. A busca pode ser feita em livros, artigos, jornais, *sites* e revistas.

Lima e Mioto defendem que:

> [...] a pesquisa bibliográfica implica em um conjunto ordenado de procedimentos de busca por soluções, atento ao objeto de estudo, e que, por isso, não pode ser aleatório [...]

LIMA, Telma Cristiane Sasso de; MIOTO, Regina Célia Tamaso. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. *Katálysis*, Florianópolis, v. 10, n. esp., maio 2007. p. 38.

Podemos considerar, então, que a pesquisa de revisão bibliográfica revisa e interpreta em seu método a visão de outros autores a respeito de determinado assunto, por meio de estratégias de pesquisa histórica e sócio-histórica, gerando, assim, uma nova visão acerca do tema. A prática de revisão bibliográfica deve ser desenvolvida da seguinte maneira.

- Definir qual tema ou assunto será investigado.
- Buscar informações sobre o tema por meio de palavras-chave, autores, assuntos etc.
- Realizar a pesquisa em fontes importantes, significativas e variadas.
- Selecionar os textos relevantes, de acordo com o objetivo da pesquisa.
- Fazer a leitura atenta do material selecionado.
- Produzir uma síntese com base no material selecionado.

É importante orientar os estudantes a sempre pesquisar em fontes atuais e confiáveis, bem como a confrontar as informações obtidas.

O estudante dos Anos Finais do Ensino Fundamental

Os estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental buscam por conhecimentos que os ajudarão a solucionar os desafios diários e também aqueles que poderão surgir no futuro. Para isso, eles precisam ter suporte social e emocional. Cabe, então, à educação auxiliar na formação e no processo de aprendizagem desse cidadão em todos os seus aspectos, como cita a BNCC:

> [...]
>
> Independentemente da duração da jornada escolar, o conceito de educação integral com o qual a BNCC está comprometida se refere à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea. Isso supõe considerar as diferentes infâncias e juventudes, as diversas culturas juvenis e seu potencial de criar novas formas de existir.
>
> [...]

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 357. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 maio 2022.

Portanto, preparar a juventude para a vida a partir do agora é imprescindível para seu desenvolvimento pessoal e em sociedade, promovendo uma independência responsável frente aos seus estudos, direitos e deveres, na sua representação social enquanto adolescente e em sua interioridade, com seus desejos, sonhos, anseios, sentimentos por meio do ensino-aprendizagem.

Cultura de paz e combate ao *bullying*

Saber ouvir e respeitar os outros é uma maneira de viver em sociedade de forma pacífica. Nesse sentido, a cultura de paz, de acordo com Von (2003) envolvem as práticas de respeito aos valores, atitudes, tradições, comportamentos e modos de vida, que o indivíduo deve desenvolver em relação ao outro, pelos princípios de cada ser humano, ao direito à liberdade de expressão de cada um, direito de ir e vir e pelo respeito aos direitos do ser humano.

O compromisso pessoal que o cidadão firma quando se compromete a promover a cultura de paz é de responsabilidade com a humanidade em seus aspectos físicos, sociais e emocionais, com intuito de fomentar a responsabilidade social em respeitar cada pessoa, evidenciando o bom tratamento às pessoas sem discriminação, preconceito ou violência, prezando por atos generosos, defendendo a liberdade de expressão e diversidade cultural, além de promover a responsabilidade de conservação da natureza e contribuir com a comunidade em que se está envolvido.

Para que essas práticas respeitosas sejam difundidas por meio da educação, o professor deve trabalhá-las de maneira contextualizada e de forma direta ao combate de todo e qualquer tipo de violência e preconceito aos aspectos físicos, sociais, econômicos, psicológicos e sexuais, inclusive com o *bullying*, que é uma das violências mais presenciadas nas instituições escolares, causando constrangimento a quem o sofre, desfavorecendo o ambiente da sala de aula e da escola.

O diálogo é o principal meio de combate à violência na escola, por meio da reflexão sobre o indivíduo e o coletivo, na discussão de ideias, de temas sensíveis e de valores e atitudes. É também um meio de alerta para promover a cultura de paz e os valores éticos educacionais ligados a ela, como respeito, solidariedade, amor e responsabilidade. Tais temáticas são fundamentais atualmente, na busca por fomentar o aprendizado com um olhar mais igualitário, de inclusão, de troca de experiências e de valores, envolvendo os profissionais de educação e os estudantes, uma vez que a educação sem violência é proposta nesta coleção por meio de atividades que promovem valores, atitudes e ideais de paz.

Culturas juvenis

O olhar para a juventude é múltiplo e de contínua construção, pois a cada dia ela vem sendo compreendida de maneira expressiva por meio da transformação constante de sua realidade, que se adequa baseada nos gostos musicais, artísticos, tecnológicos, esportivos, profissionais, entre outros que envolvem essa heterogeneidade. A identidade dessa geração é moldada e vive em constante processo de mudança em relação aos gostos e experiências sociais, por meio de suas relações, fator que também a caracteriza. Essa modulação de identidade e preferências é algo que torna o jovem autônomo em seu modo de agir, de pensar seu presente e seu futuro, bem como de produzir a si mesmo.

Uma de suas principais produções envolve seu modo de ser e agir, de se vestir, comprar e consumir o que lhe agrada, com base em influências de um mundo globalizado cujo trânsito de informações é veloz. A tecnologia e outros recursos influenciadores são fontes que alimentam essas informações e incentivam as produções de estilos e expressões culturais da juventude, podendo ser influenciados pelas redes sociais, por influenciadores digitais, filmes, fotos, *games*, entretenimentos, entre outros recursos tecnológicos que se renovam a cada dia.

Esse momento de descoberta de coisas novas envolve os atos de participar, criar, interagir, dialogar e, principalmente, mudar. A juventude se constrói, reconstrói e planeja para si o que reconhece como tomada de consciência, atitude voltada a alcançar o que se almeja. Esse processo de projeção do futuro vem da necessidade de pensar a sua vida profissional e pessoal. Diante desse desafio, eles argumentam, criam projetos, pesquisam, interagem, descobrem inovações e vivem experiências que os faz pensar em seu crescimento.

Esta coleção propõe trabalhar com as culturas juvenis por meio de diversos temas e atividades explorados nos volumes. Ademais, é contemplado o trabalho com o protagonismo para a construção de projetos particulares, tirando dúvidas e incertezas quanto ao seu futuro pessoal e profissional, possibilitando a eles que o idealize com base naquilo de que gostam, no que pensam e no que expressam.

Habilidades da BNCC - Matemática 8º ano

Unidades temáticas	Habilidades
Números	(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.
	(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
	(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
	(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.
Álgebra	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
	(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
Geometria	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
	(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de geometria dinâmica.

Unidades temáticas	Habilidades
Grandezas e medidas	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. (EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. (EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.
Probabilidade e estatística	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1. (EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa. (EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões. (EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude. (EF08MA26) Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada). (EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2017. p. 312-315. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 9 maio 2022.

Quadro de conteúdos do 8º ano

Este volume foi organizado com base na abordagem teórico-metodológica da coleção, que busca transmitir os conhecimentos deste componente curricular e oferecer subsídios para que os estudantes possam, de maneira cada vez mais autônoma, analisar, selecionar, organizar e questionar as informações que farão parte tanto de seu processo de aprendizagem quanto de sua formação cidadã. De acordo com essa proposta, consta a seguir um quadro com a organização dos principais conteúdos e conceitos trabalhados no volume, além dos objetos de conhecimento, das habilidades, das competências gerais e específicas e dos temas contemporâneos transversais. Esses elementos foram organizados com base no trabalho desenvolvido em cada unidade, permitindo uma progressão da aprendizagem de acordo com as necessidades reais da turma em sala de aula. As justificativas referentes aos objetivos de ensino encontram-se na primeira página após a abertura de cada unidade, na parte da reprodução do Livro do Estudante.

Principais conteúdos e conceitos	Objetos de conhecimento	Habilidades	Competências	Temas contemporâneos transversais
Unidade 1 • Potenciação e radiciação				
• Potenciação. • Radiciação. • Potência com expoente fracionário.	• Notação científica. • Potenciação e radiciação.	• EF08MA01 • EF08MA02	• Competências específicas: 2, 5, 6. • Competências gerais: 2, 9.	
Unidade 2 • Conjuntos				
• A ideia de conjunto. • Relações entre conjuntos. • Alguns conjuntos numéricos, como o dos números naturais, o dos números inteiros e o dos números racionais. • Dízima periódica.	• Dízimas periódicas: fração geratriz.	• EF08MA05	• Competências específicas: 1, 2, 8. • Competências gerais: 1, 9.	
Unidade 3 • Ângulos				
• Ângulos, seus elementos e algumas características. • Bissetriz de um ângulo.	• Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	• EF08MA15	• Competências específicas: 3, 6, 8. • Competências gerais: 2, 4, 9.	

Principais conteúdos e conceitos	Objetos de conhecimento	Habilidades	Competências	Temas contemporâneos transversais
Unidade 4 • Proporcionalidade				
• Razão e proporção. • Grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. • Grandezas não proporcionais. • Regra de três envolvendo grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.	• Porcentagens. • Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	• EF08MA04 • EF08MA12 • EF08MA13	• Competências específicas: 2, 3, 4, 5, 6, 8. • Competências gerais: 2, 5, 7, 9.	• Educação para o consumo • Educação ambiental
Unidade 5 • Estatística, contagem e probabilidade				
• Variáveis estatísticas. • Distribuição de frequência. • Intervalos de classe. • Tabelas e gráficos. • Medidas de tendência central. • Amplitude. • Pesquisa estatística. • Contagem. • Probabilidade.	• O princípio multiplicativo da contagem. • Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral. • Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados. • Organização dos dados de uma variável contínua em classes. • Medidas de tendência central e de dispersão. • Pesquisas censitária ou amostral. • Planejamento e execução de pesquisa amostral.	• EF08MA03 • EF08MA22 • EF08MA23 • EF08MA24 • EF08MA25 • EF08MA26 • EF08MA27	• Competências específicas: 1, 3, 4, 5, 6, 8. • Competências gerais: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9.	• Saúde • Educação ambiental • Alimentação e nutrição • Direitos humanos e multiculturalismo na história e na cultura brasileira.
Unidade 6 • Transformações geométricas				
• Transformação de reflexão. • Transformação de rotação. • Transformação de translação. • Composição de transformações.	• Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.	• EF08MA18	• Competências específicas: 1, 2, 3, 5. • Competências gerais: 3, 5.	• Diversidade cultural

Unidade 7 • Cálculo algébrico				
• Expressões algébricas. • Valor numérico de expressões algébricas. • Monômios e polinômios. • Operações com monômios e com polinômios.	• Valor numérico de expressões algébricas.	• EF08MA06	• Competências específicas: 1, 2, 3, 6, 8. • Competências gerais: 1, 2, 4, 8, 9.	• Saúde
Unidade 8 • Equações e sistemas de equações				
• Equação do 1º grau com uma incógnita. • Equação fracionária. • Equação do 1º grau com duas incógnitas. • Sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas. • Equação do 2º grau do tipo $ax^2 = c$.	• Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano. • Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano. • Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.	• EF08MA07 • EF08MA08 • EF08MA09	• Competências específicas: 2, 3, 5, 6, 8. • Competências gerais: 2, 4, 5, 9.	
Unidade 9 • Sequências				
• O conceito de sequências. • Termo geral e enésimo termo de uma sequência. • Sequências definidas por meio do termo geral. • Sequências definidas por recorrência.	• Sequências recursivas e não recursivas.	• EF08MA10 • EF08MA11	• Competências específicas: 6, 8. • Competências gerais: 1, 2, 4, 9.	

Principais conteúdos e conceitos	Objetos de conhecimento	Habilidades	Competências	Temas contemporâneos transversais
Unidade 10 • Polígonos e circunferência				
• Polígonos e seus elementos. • Diagonais de um polígono convexo. • Figuras congruentes. • Pontos notáveis de um triângulo. • Quadriláteros. • Circunferência, círculo e seus elementos. • Polígonos inscritos e circunscritos na circunferência. • Medida do comprimento da circunferência.	• Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros. • Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. • Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.	• EF08MA14 • EF08MA15 • EF08MA16 • EF08MA17	• Competências específicas: 1, 2, 3, 5, 6, 8. • Competências gerais: 1, 2, 3, 4, 5, 9.	• Diversidade cultural • Saúde
Unidade 11 • Medidas de área				
• Medida da área do paralelogramo, do triângulo, do trapézio e do losango. • Medida da área do círculo. • Medida da área de setor e de coroa circulares.	• Área de figuras planas. • Área do círculo e comprimento de sua circunferência.	• EF08MA19	• Competências específicas: 1, 3, 5, 6, 8. • Competências gerais: 2, 4, 5, 9.	
Unidade 12 • Medidas de volume e de capacidade				
• Medidas de volume. • Medidas de capacidade. • Relação entre medidas de volume e de capacidade. • Medida do volume do paralelepípedo reto retângulo.	• Volume de bloco retangular. • Medidas de capacidade.	• EF08MA20 • EF08MA21	• Competências específicas: 2, 3, 6, 8. • Competências gerais: 7, 9.	

Sugestões de cronograma

O cronograma a seguir sugere possibilidades de distribuição do conteúdo curricular deste volume durante o ano letivo. Todos os volumes são estruturados considerando a autonomia em sua prática pedagógica. Assim, torna-se possível analisar e verificar diferentes e melhores maneiras de conduzir os estudos junto aos estudantes, pois a sequência dos conteúdos pode ser organizada da maneira que julgar conveniente.

Sugestões de cronograma	
Bimestral	
1º bimestre	O que eu já sei? Unidade 1 – Potenciação e radiciação Unidade 2 – Conjuntos
2º bimestre	Unidade 3 – Ângulos Unidade 4 – Proporcionalidade Unidade 5 – Estatística, contagem e probabilidade Unidade 6 – Transformações geométricas
3º bimestre	Unidade 7 – Cálculo algébrico Unidade 8 – Equações e sistemas de equações
4º bimestre	Unidade 9 – Sequências Unidade 10 – Polígonos e circunferência Unidade 11 – Medidas de área Unidade 12 – Medidas de volume e de capacidade O que eu aprendi?
Trimestral	
1º trimestre	O que eu já sei? Unidade 1 – Potenciação e radiciação Unidade 2 – Conjuntos Unidade 3 – Ângulos Unidade 4 – Proporcionalidade
2º trimestre	Unidade 5 – Estatística, contagem e probabilidade Unidade 6 – Transformações geométricas Unidade 7 – Cálculo algébrico
3º trimestre	Unidade 8 – Equações e sistemas de equações Unidade 9 – Sequências Unidade 10 – Polígonos e circunferência Unidade 11 – Medidas de área Unidade 12 – Medidas de volume e de capacidade O que eu aprendi?

Resoluções

O que eu já sei?

1. a) O mosaico é formado por triângulos de cor verde e hexágonos de cor rosa.

b) Comparando a imagem apresentada com o mosaico, podemos identificar que o ângulo destacado em verde tem a mesma medida do ângulo interno de um triângulo equilátero, que mede 60°.

c) Sugestão de resposta:

Como podemos verificar no mosaico, o ângulo externo do polígono de cor rosa coincide com o ângulo interno do polígono de cor verde. Portanto, os ângulos têm mesma medida.

2. Para construir um triângulo, é necessário que a medida de qualquer lado seja menor do que a medida da soma dos outros dois.

a) Não é possível construir um triângulo com as medidas indicadas, pois $5 > 2 + 2$.

b) É possível construir um triângulo com as medidas indicadas, pois $6 < 5 + 3$, $5 < 3 + 6$ e $3 < 6 + 5$.

c) É possível construir um triângulo com as medidas indicadas, pois $6 < 8 + 10$, $8 < 10 + 6$ e $10 < 6 + 8$.

d) Não é possível construir um triângulo com as medidas indicadas, pois $15 > 9 + 5$.

3. Resposta no final da seção **Resoluções**.

4. a) Como $\frac{1}{5}$ dos 60 lápis são em tons de verde, calculamos $\frac{1}{5}$ de 60, ou seja, $\frac{1}{5} \cdot 60 = \frac{1 \cdot 60}{5} = 12$. Portanto, Eduarda tem 12 lápis em tons de verde.

b) Como metade de $\frac{1}{5}$ dos 60 lápis são de tons claros de verde, a fração do total que representa a quantidade de lápis de tons claros de verde é dada por $\frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$. Calculando $\frac{1}{10}$ de 60, obtemos $\frac{1}{10} \cdot 60 = \frac{60}{10} = 6$. Portanto, há 6 lápis de tons claros de verde.

5. Resposta no final da seção **Resoluções**.

6. De acordo com os dados, temos:

Produção de tinta (em L)	Quantidade de água (em mL)
2	60
4,5	x

Como as grandezas são diretamente proporcionais, de maneira prática, podemos multiplicar o numerador de uma fração pelo denominador da outra.

$$\frac{2}{4{,}5} = \frac{60}{x}$$
$$2 \cdot x = 60 \cdot 4{,}5$$
$$2x = 270$$
$$x = 135$$

Assim, para preparar 4,5 litros de tinta, são necessários 135 mililitros de água.

7. De acordo com as informações do enunciado, o carro custava R$ 32 500,00 no mês de janeiro. Para determinar o valor do carro em fevereiro, devemos calcular qual foi o desconto, em reais, correspondente a 5%. Sendo $5\% = 0{,}05$, calculamos:

$0{,}05 \cdot 32\,500 = 1625$

$32\,500 - 1625 = 30\,875$

Portanto, o carro passou a custar R$ 30 875,00 no mês de fevereiro.

Com o acréscimo de 10% sobre o preço de fevereiro, o carro teve um aumento de 10% sobre R$ 30 875,00. Sabendo que $10\% = 0{,}1$ e realizando os cálculos, obtemos:

$0{,}1 \cdot 30\,875 = 3\,087{,}5$

$30\,875 + 3\,087{,}5 = 33\,962{,}5$

Portanto, o carro passou a custar R$ 33 962,50 no mês de março.

8. a) Usando a fórmula referente à medida do volume do cubo, devemos calcular a medida do volume interno de cada modelo de caixa.

- **A**: $V = 7 \cdot 8 \cdot 6{,}5 = 364$, ou seja, 364 dm^3.
- **B**: $V = 7{,}5 \cdot 6{,}5 \cdot 8 = 390$, ou seja, 390 dm^3.
- **C**: $V = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$, ou seja, 504 dm^3.
- **D**: $V = 6 \cdot 7{,}5 \cdot 9 = 405$, ou seja, 405 dm^3.
- **E**: $V = 8{,}5 \cdot 9 \cdot 8 = 612$, ou seja, 612 dm^3.

b) Sim, os modelos **C** e **E** têm medida de volume interno maior do que 500 dm^3.

9. O triângulo **A** é escaleno, pois as medidas de comprimento dos seus lados são diferentes. Calculando a medida da área do triângulo, obtemos:

$$A = \frac{4{,}5 \cdot 3{,}5}{2} = 7{,}875$$

Portanto, a área do triângulo **A** mede 7,875 cm^2.

O triângulo **B** é isósceles, pois dois de seus lados têm mesma medida de comprimento. Calculando a medida da área do triângulo, obtemos:

$$A = \frac{4{,}5 \cdot 2}{2} = 4{,}5$$

Portanto, a área do triângulo **B** mede 4,5 cm^2.

10. **A.** $A = 4 \cdot 4 = 16$. Portanto, a área do quadrilátero **A** mede 16 cm^2.

B. $A = 3 \cdot 6 = 18$. Portanto, a área do quadrilátero **B** mede 18 cm^2.

C. $A = 4 \cdot 2 = 8$. Portanto, a área do quadrilátero **C** mede 8 cm^2.

D. $A = 5 \cdot 3 = 15$. Portanto, a área do quadrilátero **D** mede 15 cm^2.

11. a) Acrescentando um palito a mais em cada lado do quadrado da 3ª figura, a 4ª figura será um quadrado com 4 palitos em cada lado, pois $4 + 4 + 4 + 4 = 16$. Portanto, essa figura terá 16 palitos ao todo.

b) Cada figura tem quatro lados e a mesma quantidade de palitos em cada lado. Assim, a quantidade total de palitos em cada uma delas é dada pelo produto obtido da multiplicação entre a quantidade de lados e a quantidade de palitos de cada lado.

1ª figura: $4 \cdot 1 = 4$, ou seja, 4 palitos;

2ª figura: $4 \cdot 2 = 8$, ou seja, 8 palitos;

3ª figura: $4 \cdot 3 = 12$, ou seja, 12 palitos;

4ª figura: $4 \cdot 4 = 16$, ou seja, 16 palitos;

n-ésima figura: $4 \cdot n = 4n$, ou seja, $4n$ palitos.

c) A sétima figura terá 28 palitos, pois $4 \cdot 7 = 28$, e a décima quinta figura terá 60 palitos, pois $4 \cdot 15 = 60$.

12. a) Calculando a média das medidas de altura dos sete jogadores, obtemos:

$$\frac{1{,}70 + 1{,}81 + 1{,}85 + 1{,}74 + 1{,}86 + 1{,}78 + 1{,}87}{7} = 1{,}80142857$$

Portanto, a média é aproximadamente 1,80 m.

b) A amplitude é dada pela diferença entre a maior e a menor medida de altura. Assim:

$1{,}87 - 1{,}70 = 0{,}17$

Portanto, a amplitude do conjunto de dados é 0,17 m.

13. Como as balanças estão em equilíbrio, a medida de massa em cada prato é a mesma.

Considerando A a medida de massa da caixa **A**, temos:

$$A + A + 3 = 5 + 5 + 3$$

$$2A + 3 = 13$$

$$2A + 3 - 3 = 13 - 3$$

$$2A = 10$$

$$\frac{2A}{2} = \frac{10}{2}$$

$$A = 5$$

Portanto, a massa da caixa **A** mede 5 kg.

Considerando B a medida de massa da caixa **B**, temos:

$$B + B + B + B + 3 = B + 3 + 3 + 3$$

$$4B + 3 = B + 9$$

$$4B + 3 - B = B + 9 - B$$

$$3B + 3 = 9$$

$$3B + 3 - 3 = 9 - 3$$

$$3B = 6$$

$$\frac{3B}{3} = \frac{6}{3}$$

$$B = 2$$

Portanto, a massa da caixa **B** mede 2 kg.

14. Utilizando o módulo, vamos calcular a diferença entre as medidas de temperatura.

$|-42 - (35)| = |-77| = 77$

Portanto, a diferença entre as medidas de temperatura é 77 °C.

15. a) As chances de Sofia não são iguais, pois há mais fichas azuis do que fichas roxas. Por esse motivo, a chance de sair uma ficha azul é maior.

b) Das 20 fichas, há 10 com números pares. Então, a probabilidade de retirar uma ficha com um número par é $\frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0{,}5$, ou seja, 50%.

Das 20 fichas, há 15 que apresentam números menores do que 22. Então, a probabilidade de retirar uma ficha com número menor do que 22 é $\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0{,}75$, ou seja, 75%.

Unidade 1 Potenciação e radiciação

Questão 1. Escrevendo cada um dos termos da sequência como potências de base -2, obtemos:

- $-8 = (-2)^3$
- $4 = (-2)^2$
- $-2 = (-2)^1$
- $1 = (-2)^0$
- $-\frac{1}{2} = (-2)^{-1}$
- $\frac{1}{4} = (-2)^{-2}$
- $-\frac{1}{8} = (-2)^{-3}$
- $\frac{1}{16} = (-2)^{-4}$

Atividades

1. a) A potência quatro elevado ao quadrado escrita com algarismos é 4^2. Efetuando os cálculos, obtemos $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$.

b) A potência dez elevado ao cubo escrita com algarismos é 10^3. Efetuando os cálculos, obtemos $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$.

c) A potência seis elevado à quarta potência escrita com algarismos é 6^4. Efetuando os cálculos, obtemos $6^4 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$.

d) A potência três elevado ao cubo escrita com algarismos é 3^3. Efetuando os cálculos, obtemos $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

e) A potência cinco elevado ao quadrado escrita com algarismos é 5^2. Efetuando os cálculos, obtemos $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$.

f) A potência dois elevado à quarta potência escrita com algarismos é 2^4. Efetuando os cálculos, obtemos $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

2. a) $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$

b) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

c) Como todo número diferente de zero elevado a zero é igual a 1, segue que $15^0 = 1$.

d) $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

e) $8^4 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4096$

f) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

g) $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$

h) $27^1 = 27$

i) $2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$

j) Como todo número diferente de zero elevado a zero é igual a 1, segue que $42^0 = 1$.

k) $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

l) $75^1 = 75$

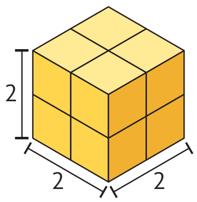
m) Como todo número diferente de zero elevado a zero é igual a 1, segue que $108^0 = 1$.

n) $100^2 = 100 \cdot 100 = 10\,000$

o) $859^1 = 859$

p) Como todo número diferente de zero elevado a zero é igual a 1, segue que $1057^0 = 1$.

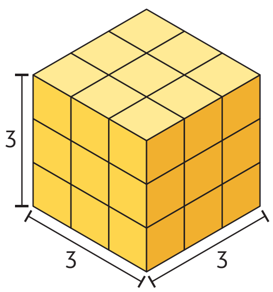
3. A. Considerando a quantidade de cubos em cada dimensão da pilha, temos:



$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Portanto, a pilha tem 8 cubos.

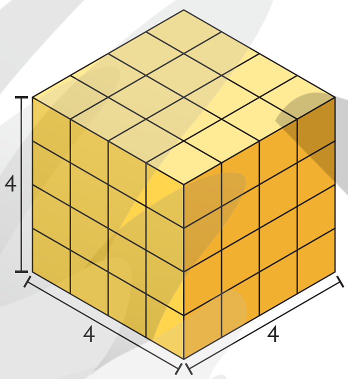
B. Considerando a quantidade de cubos em cada dimensão da pilha, temos:



$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

Portanto, a pilha tem 27 cubos.

C. Considerando a quantidade de cubos em cada dimensão da pilha, temos:



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

Portanto, a pilha tem 64 cubos.

4. As respostas dos itens **A**, **B** e **C** da atividade anterior foram, respectivamente:

$2^3, 3^3, 4^3$.

Continuando essa sequência de potências de mesmo expoente com os quatro próximos termos, teremos:

$5^3, 6^3, 7^3, 8^3$.

Desse modo, a pilha com 5 cubinhos em cada dimensão terá 125 cubinhos no total, pois $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

A pilha com 6 cubinhos em cada dimensão terá 216 cubinhos no total, pois $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

A pilha com 7 cubinhos em cada dimensão terá 343 cubinhos no total, pois $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$.

A pilha com 8 cubinhos em cada dimensão terá 512 cubinhos no total, pois $8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$.

5. Efetuando os cálculos, obtemos:

a) $4^{-2} = \frac{1}{16}$

b) $5^{-1} = \frac{1}{5}$

c) $7^{-3} = \frac{1}{343}$

d) $(-4)^{-3} = -\frac{1}{64}$

e) $(-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$

f) $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$

g) $(4)^{-4} = \frac{1}{256}$

h) $(-2)^{-5} = -\frac{1}{32}$

6. a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

b) Nesse item, podemos, primeiro, simplificar a fração que está na base da potência e, depois, efetuar os cálculos.

$\left(\frac{2}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 2 \cdot 2 = 4$

Outra maneira de resolver esse item é calcular primeiro a potência e, depois, simplificar o resultado.

$\left(\frac{2}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \frac{4}{2} \cdot \frac{4}{2} = \frac{16}{4} = 4$

c) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{4}\right)^1 = \frac{7}{4}$

d) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{27}{125}$

7. Substituindo a por 2^{-3} e b por 3^{-2} em cada item e efetuando os cálculos, temos:

a) $a + b = 2^{-3} + 3^{-2} = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} = \frac{9}{72} + \frac{8}{72} = \frac{17}{72}$

b) $a - b = 2^{-3} - 3^{-2} = \frac{1}{2^3} - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{8} - \frac{1}{9} = \frac{9}{72} - \frac{8}{72} = \frac{1}{72}$

c) $(a \cdot b)^2 = \left(2^{-3} \cdot 3^{-2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{3^2}\right)^2 = \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}\right)^2 = \left(\frac{1}{72}\right)^2 =$

$= \frac{1}{72} \cdot \frac{1}{72} = \frac{1}{5\,184}$

d) $a : b = 2^{-3} : 3^{-2} = \frac{1}{2^3} : \frac{1}{3^2} = \frac{1}{8} : \frac{1}{9} = \frac{1}{8} \cdot \frac{9}{1} = \frac{9}{8}$

e) $a \cdot b = 2^{-3} \cdot 3^{-2} = \frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{3^2} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{72}$

8. a) Como $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ e $\frac{1}{8} < \frac{1}{4}$, substituímos o ■ pelo símbolo <, obtendo $2^{-3} < \frac{1}{4}$.

b) Como $5^{-1} = \frac{1}{5}$, $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ e $\frac{1}{5} > \frac{1}{25}$, substituímos o ■ pelo símbolo >, obtendo $5^{-1} > 5^{-2}$.

c) Como $9^{-9} = \frac{1}{9^9} = \frac{1}{387\,420\,489}$, $9^{-8} = \frac{1}{9^8} = \frac{1}{43\,046\,721}$ e $\frac{1}{387\,420\,489} < \frac{1}{43\,046\,721}$, substituímos o ■ pelo símbolo <, obtendo $9^{-9} < 9^{-8}$.

d) Como $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = -\frac{1}{64}$, $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$ e $-\frac{1}{64} < \frac{1}{81}$, substituímos o ■ pelo símbolo <, obtendo $(-4)^{-3} < (-3)^{-4}$.

e) Como $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000}$, $9^{-5} = \frac{1}{9^5} = \frac{1}{59\,049}$ e $\frac{1}{100\,000} < \frac{1}{59\,049}$, substituímos o ■ pelo símbolo <, obtendo $10^{-5} < 9^{-5}$.

f) Como $(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{16}$ e $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$, substituímos o ■ pelo símbolo =, obtendo $(-4)^{-2} = 4^{-2}$.

9. Como $\left(\frac{1}{8}\right)^{-4} = \left(\frac{8}{1}\right)^4 = 8^4$, verificamos que os itens **A** e **2** são potências equivalentes.

Como $\left(\frac{2}{8}\right)^{-2} = \left(\frac{8}{2}\right)^2$, verificamos que os itens **B** e **1** são potências equivalentes.

Como $\left(\frac{8}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{8}\right)^3$, verificamos que os itens **C** e **4** são potências equivalentes.

Como $8^{-3} = \frac{1}{8^3} = \left(\frac{1}{8}\right)^3$, verificamos que os itens **D** e **3** são potências equivalentes.

Portanto, a correspondência correta é **A**-**2**; **B**-**1**; **C**-**4**; **D**-**3**.

10. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

As caixas de determinado produto eram armazenadas no depósito de uma empresa em pilhas com 10 unidades nas suas três dimensões. Para melhor armazenamento dessas caixas, um funcionário dividiu essa pilha de caixas em pilhas menores, com 5 caixas nas suas 3 dimensões. Quantas pilhas com 5 caixas nas suas três dimensões foram feitas?

Resposta: 8 pilhas de caixas.

11. a) $2^2 \cdot 2^7 = 2^{2+7} = 2^9 = 512$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^{3+4} = \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1}{2\,187}$

c) $(-3)^4 \cdot (-3)^2 = (-3)^{4+2} = (-3)^6 = 729$

d) $5^6 : 5^7 = 5^{6-7} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

e) $13^7 : 13^3 = 13^{7-3} = 13^4 = 28\,561$

f) $(-2^3)^5 = -2^{3 \cdot 5} = (-2)^{15} = -32\,768$

g) $\left((-4)^3\right)^2 = (-4)^{3 \cdot 2} = (-4)^6 = 4\,096$

h) $(7 \cdot 2)^3 = (14)^3 = 2\,744$

12. a) $(-3)^3 \cdot (-3)^2 = (-3)^{3+2} = (-3)^5 = -243$

b) $9^3 : 9^2 = 9^{3-2} = 9^1 = 9$

c) $\left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \frac{(-5)^2}{2^2} = \frac{25}{4} = 6{,}25$

d) $\frac{(-5)^2}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5$

e) $2 \cdot 4^3 = 2 \cdot 64 = 128$

f) $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$

13. O esquema apresentado na atividade é um quadrado mágico, cuja constante mágica (2^6) foi informada no enunciado. Desse modo, para obter o valor de cada letra, devemos igualar o produto das linhas, colunas ou diagonais à constante mágica correspondente.

Para o cálculo da letra *A*, efetuamos:

$$2^5 \cdot A \cdot 2^3 = 2^6$$
$$2^8 \cdot A = 2^6$$
$$\frac{2^8 \cdot A}{2^8} = \frac{2^6}{2^8}$$
$$A = 2^{6-8}$$
$$A = 2^{-2}$$

Para o cálculo da letra *B*, efetuamos:

$$2^5 \cdot B \cdot 2^1 = 2^6$$
$$2^6 \cdot B = 2^6$$
$$\frac{2^6 \cdot B}{2^6} = \frac{2^6}{2^6}$$
$$B = 2^{6-6}$$
$$B = 2^0$$

Para o cálculo da letra *C*, vamos usar o resultado anterior, pois $B = 2^0$. Assim, efetuamos:

$$B \cdot 2^2 \cdot C = 2^6$$
$$2^0 \cdot 2^2 \cdot C = 2^6$$
$$\frac{2^2 \cdot C}{2^2} = \frac{2^6}{2^2}$$
$$C = 2^{6-2}$$
$$C = 2^4$$

Para o cálculo da letra *D*, vamos usar o resultado obtido no primeiro cálculo, pois $A = 2^{-2}$. Assim, efetuamos:

$$A \cdot 2^2 \cdot D = 2^6$$
$$2^{-2} \cdot 2^2 \cdot D = 2^6$$
$$2^{2-2} \cdot D = 2^6$$

Como $2^0 = 1$, concluímos que $D = 2^6$.

Para o cálculo da letra *E*, efetuamos:

$$2^5 \cdot 2^2 \cdot E = 2^6$$
$$2^7 \cdot E = 2^6$$
$$\frac{2^7 \cdot E}{2^7} = \frac{2^6}{2^7}$$
$$E = 2^{6-7}$$
$$E = 2^{-1}$$

Portanto, o esquema completo ficará da seguinte maneira.

2^5	2^{-2}	2^3
2^0	2^2	2^4
2^1	2^6	2^{-1}

14. Efetuando os cálculos, temos:

a) $2^2 \cdot 2^6 + 3^4 = 2^8 + 3^4 = 256 + 81 = 337$

b) $4^8 : 4^4 - 3^3 : 3 = 4^4 - 3^2 = 256 - 9 = 247$

c) $\left(4^2\right)^2 + 3 \cdot 3^2 - 20 = 4^4 + 3^3 - 20 = 256 + 27 - 20 = 263$

d) $\left(13^4\right)^3 : 13^{10} - (8 \cdot 3)^2 = 13^{12} : 13^{10} - 24^2 =$

$= 13^2 - 576 = 169 - 576 = -407$

e) $\dfrac{\left(2^2 \cdot 2^5\right)^3}{2^{16}} = \dfrac{\left(2^7\right)^3}{2^{16}} = \dfrac{2^{21}}{2^{16}} = 2^5 = 32$

f) $\dfrac{6^9 : 6^2}{\left(6^2 \cdot 6\right)^3} = \dfrac{6^7}{\left(6^3\right)^3} = \dfrac{6^7}{6^9} = 6^{-2} = \dfrac{1}{6^2} = \dfrac{1}{36}$

15. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Resolva a expressão numérica $\dfrac{\left(2^2 \cdot 2^5\right)^{-1}}{2^{-5}}$.

Resposta: $\dfrac{1}{4}$.

16. a) $3^4 \cdot 5^4 = (3 \cdot 5)^4 = 15^4$

b) $4^2 \cdot 5^2 = (4 \cdot 5)^2 = 20^2$

c) $40^3 : 5^3 = (40 : 5)^3 = 8^3$

d) $60^8 : 12^8 = (60 : 12)^8 = 5^8$

e) $6^5 \cdot 7^5 = (6 \cdot 7)^5 = 42^5$

f) $7^7 \cdot 8^7 = (7 \cdot 8)^7 = 56^7$

g) $100^6 : 10^6 = (100 : 10)^6 = 10^6$

h) $150^{10} : 50^{10} = (150 : 50)^{10} = 3^{10}$

17. No produto de duas potências de mesma base, adicionam-se os expoentes e mantém-se a base. Desse modo, obtemos $a^n \cdot a^n = a^{n+n} = a^{2n}$. Portanto, o produto $a^n \cdot a^n$ equivale ao item **C**.

18. Ao efetuarmos o produto de duas potências de mesma base, adicionamos os expoentes e mantemos a base. Desse modo, temos:

$a^{n+3} \cdot a^{n-1} \cdot a^{1-2n} = a^{n+3+n-1+1-2n} = a^3$

19. a) $10^2 \cdot 10^5 = 10^{2+5} = 10^7$

b) $10^5 : 10^1 = 10^{5-1} = 10^4$

c) $10^1 \cdot 10^6 = 10^{1+6} = 10^7$

d) $10^8 : 10^7 = 10^{8-7} = 10^1$

e) $10^2 \cdot 10^2 = 10^{2+2} = 10^4$

f) $10^4 : 10^4 = 10^{4-4} = 10^0$

20. a) $2 \cdot 10^4 = 2 \cdot 10\,000 = 20\,000$

b) $1{,}5 \cdot 10^3 = 1{,}5 \cdot 1000 = 1500$

c) $1 \cdot 10^{-2} = 1 \cdot 0{,}01 = 0{,}01$

d) $4 \cdot 10^1 = 4 \cdot 10 = 40$

e) $3 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 0{,}001 = 0{,}003$

f) $5{,}6 \cdot 10^0 = 5{,}6 \cdot 1 = 5{,}6$

g) $10^{-4} = 0{,}0001$

h) $7 \cdot 10^{-1} = 7 \cdot 0{,}1 = 0{,}7$

i) $3{,}8 \cdot 10^2 = 3{,}8 \cdot 100 = 380$

21. Para calcular a população aproximada da Região Sul do Brasil em 2021, basta adicionarmos a população aproximada de cada estado dessa região.

$11\,597\,000 + 7\,338\,000 + 11\,466\,000 = 30\,401\,000$

Com isso, verificamos que em 2021 havia aproximadamente 30 401 000 habitantes na Região Sul. Sendo assim, em notação científica, temos:

$30\,401\,000 = 3{,}0401 \cdot 10\,000\,000 = 3{,}0401 \cdot 10^7$

Portanto, havia aproximadamente $3{,}0401 \cdot 10^7$ habitantes na Região Sul em 2021.

22. a) Resposta no final da seção **Resoluções**.

b) $0{,}0003 = 3 \cdot 0{,}0001 = 3 \cdot 10^{-4}$

Portanto, em notação científica, alguns vírus têm espessura aproximada de $3 \cdot 10^{-4}$ mm.

c) $5\,400\,000 = 5{,}4 \cdot 1\,000\,000 = 5{,}4 \cdot 10^6$

$4\,800\,000 = 4{,}8 \cdot 1\,000\,000 = 4{,}8 \cdot 10^6$

Portanto, um homem tem cerca de $5{,}4 \cdot 10^6$ glóbulos vermelhos em 1 mm³ de sangue e uma mulher tem cerca de $4{,}8 \cdot 10^6$ glóbulos vermelhos nessa mesma quantidade de sangue.

d) $300\,000 = 3 \cdot 100\,000 = 3 \cdot 10^5$

Portanto, no vácuo, a luz viaja a uma velocidade de $3 \cdot 10^5$ km/s.

Questão 2. Observe que $70^2 = 4\,900$ e $80^2 = 6\,400$. Como 5184 é maior do que 4900 e menor do que 6400, sua raiz quadrada está entre 60 e 70. Assim, vamos calcular os quadrados dos números naturais entre 60 e 70 até obtermos 5184 como resultado.

$71^2 = 5\,041$

$72^2 = 5\,184$

Portanto, concluímos que $\sqrt{5\,184} = 72$.

Questão 3. Usando a decomposição em fatores primos, temos:

Assim:

$$\begin{array}{r|l} 5\,184 & 2 \\ 2\,592 & 2 \\ 1\,296 & 2 \\ 648 & 2 \\ 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$5\,184 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

$= 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3)^2 = 72^2$

Logo, $\sqrt{5\,184} = 72$, que é o mesmo resultado obtido na questão **2**.

Atividades

23. a) Decompondo o número 121 em fatores primos e, em seguida, reescrevendo-o como potência de expoente 2, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$121 = 11 \cdot 11 = 11^2$

Portanto, $\sqrt{121} = 11$.

b) Decompondo o número 512 em fatores primos e, em seguida, reescrevendo-o como potência de expoente 2, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 512 & 2 \\ 256 & 2 \\ 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$512 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
$= 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^3 = 8^3$
Portanto, $\sqrt[3]{512} = 8$.

c) De acordo com as propriedades de radiciação, podemos escrever $\sqrt{\frac{144}{121}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{121}}$. Pelo item **a**, sabemos que $\sqrt{121} = 11$. Sendo assim, precisamos calcular $\sqrt{144}$. Para isso, vamos decompor o número 144 em fatores primos e reescrevê-lo como potência de expoente 2.

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 2 \cdot 3)^2 = 12^2$

Então, $\sqrt{144} = 12$. Portanto, $\sqrt{\frac{144}{121}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{121}} = \frac{12}{11}$.

d) Decompondo o número 729 em fatores primos e, em seguida, reescrevendo-o como potência de expoente 2, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 729 & 3 \\ 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$729 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 \cdot 3^3 = (3 \cdot 3)^3 = 9^3$
Portanto, $\sqrt[3]{729} = 9$.

e) De acordo com as propriedades de radiciação, podemos escrever $\sqrt{\frac{625}{4}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{4}}$. Além disso, $\sqrt{4} = 2$, pois $2^2 = 4$. Sendo assim, precisamos calcular $\sqrt{625}$. Para isso, vamos decompor o número 625 em fatores primos e reescrevê-lo como potência de expoente 2.

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^2 \cdot 5^2 = (5 \cdot 5)^2 = 25^2$

Então, $\sqrt{625} = 25$. Portanto, $\sqrt{\frac{625}{4}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{4}} = \frac{25}{2}$.

f) Decompondo o número 216 em fatores primos e, em seguida, reescrevendo-o como potência de expoente 2, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3$
Portanto, $\sqrt[3]{216} = 6$.

24. A medida de área A de um quadrado cujos lados têm medida de comprimento ℓ é dada por $A = \ell^2$. Assim, conhecendo a medida de área A, o comprimento dos lados mede $\ell = \sqrt{A}$. Desse modo, em cada item, temos:

A. Um quadrado com medida de área igual a 25 cm² tem lados com medida de comprimento igual a 5 cm, pois $\sqrt{25} = 5$.

B. Um quadrado com medida de área igual a 49 cm² tem lados com medida de comprimento igual a 7 cm, pois $\sqrt{49} = 7$.

C. Um quadrado com medida de área igual a 64 cm² tem lados com medida de comprimento igual a 8 cm, pois $\sqrt{64} = 8$.

D. Um quadrado com medida de área igual a 81 cm² tem lados com medida de comprimento igual a 9 cm, pois $\sqrt{81} = 9$.

25. A medida do volume V de um cubo cujas arestas têm medida de comprimento a é dada por $V = a^3$. Assim, conhecendo a medida do volume V, a medida de comprimento das arestas será $a = \sqrt[3]{V}$. Desse modo, em cada item, temos:

a) Um cubo com medida de volume igual a 8 cm³ tem arestas com medida de comprimento igual a 2 cm, pois $\sqrt[3]{8} = 2$.

b) Um cubo com medida de volume igual a 27 cm³ tem arestas com medida de comprimento igual a 3 cm, pois $\sqrt[3]{27} = 3$.

c) Um cubo com medida de volume igual a 64 cm³ tem arestas com medida de comprimento igual a 4 cm, pois $\sqrt[3]{64} = 4$.

d) Um cubo com medida de volume igual a 125 cm³ tem arestas com medida de comprimento igual a 5 cm, pois $\sqrt[3]{125} = 5$.

e) Um cubo com medida de volume igual a 216 cm^3 tem arestas com medida de comprimento igual a 6 cm, pois $\sqrt[3]{216} = 6$.

f) Um cubo com medida de volume igual a 343 cm^3 tem arestas com medida de comprimento igual a 7 cm, pois $\sqrt[3]{343} = 7$.

26. Um tampo de mesa em formato quadrado com 8100 cm^2 de medida de área tem lados com medida de comprimento igual a 90 cm, pois $\sqrt{8100} = 90$.

Um tampo de mesa em formato quadrado com 14400 cm^2 de medida de área tem lados com medida de comprimento igual a 120 cm, pois $\sqrt{14400} = 120$.

Assim, a alternativa correta é a **d**, pois é a única que apresenta uma medida do comprimento compreendida entre 90 cm e 120 cm.

27. a) O resultado de $\sqrt{290}$ com aproximação até os centésimos é 17,02. Portanto, o número 17,03 está entre 17 e 18.

b) O resultado de $\sqrt{960}$ com aproximação até os centésimos é 30,98. Portanto, o número 30,98 está entre 30 e 31.

28. a) Decompondo o número 4096 em fatores primos e, em seguida, reescrevendo-o como potência de expoente 3, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 4096 & 2 \\ 2048 & 2 \\ 1024 & 2 \\ 512 & 2 \\ 256 & 2 \\ 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$4096 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
$= 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)^3 = 16^3$

Portanto, $\sqrt[3]{4096} = 16$.

b) Decompondo 39304 em fatores primos e reescrevendo-o como potência de expoente 3, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 39304 & 2 \\ 19652 & 2 \\ 9826 & 2 \\ 4913 & 17 \\ 289 & 17 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$39304 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 =$
$= 2^3 \cdot 17^3 = (2 \cdot 17)^3 = 34^3$

Portanto, $\sqrt[3]{39304} = 34$.

c) Decompondo o número 15625 em fatores primos e, em seguida, reescrevendo-o como potência de expoente 3, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 15625 & 5 \\ 3125 & 5 \\ 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$15625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 \cdot 5^3 = (5 \cdot 5)^3 = 25^3$

Portanto, $\sqrt{15625} = 25^3$.

d) Decompondo o número 4913 em fatores primos e, em seguida, reescrevendo-o como potência de expoente 3, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 4913 & 17 \\ 289 & 17 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$4913 = 17 \cdot 17 \cdot 17 = 17^3$

Portanto, $\sqrt[3]{4913} = 17$.

e) Decompondo o número 64000 em fatores primos e reescrevendo-o como potência de expoente 3, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 64000 & 2 \\ 32000 & 2 \\ 16000 & 2 \\ 8000 & 2 \\ 4000 & 2 \\ 2000 & 2 \\ 1000 & 2 \\ 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$64000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$
$= 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5)^3 = 40^3$

Portanto, $\sqrt[3]{64000} = 40$.

f) Decompondo o número 8000 em fatores primos e, em seguida, reescrevendo-o como potência de expoente 3, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 8000 & 2 \\ 4000 & 2 \\ 2000 & 2 \\ 1000 & 2 \\ 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$8000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$
$= 2^3 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 2 \cdot 5)^3 = 20^3$

Portanto, $\sqrt[3]{8000} = 20$.

g) Decompondo o número 59 319 em fatores primos e, em seguida, reescrevendo-o como potência de expoente 3, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 59\,319 & 3 \\ 19\,773 & 3 \\ 6\,591 & 3 \\ 2\,197 & 13 \\ 169 & 13 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$59\,319 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 =$
$= 3^3 \cdot 13^3 = (3 \cdot 13)^3 = 39^3$

Portanto, $\sqrt[3]{59\,319} = 39$.

h) Decompondo o número 46 656 em fatores primos e reescrevendo-o como potência de expoente 3, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 46\,656 & 2 \\ 23\,328 & 2 \\ 11\,664 & 2 \\ 5\,832 & 2 \\ 2\,916 & 2 \\ 1\,458 & 2 \\ 729 & 3 \\ 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$46\,656 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$
$= 2^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3)^3 = 36^3$

Portanto, $\sqrt[3]{46\,656} = 36$.

i) Decompondo o número 125 000 em fatores primos e reescrevendo-o como potência de expoente 3, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 125\,000 & 2 \\ 62\,500 & 2 \\ 31\,250 & 2 \\ 15\,625 & 5 \\ 3\,125 & 5 \\ 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$125\,000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$
$= 2^3 \cdot 5^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5 \cdot 5)^3 = 50^3$

Portanto, $\sqrt[3]{125\,000} = 50$.

29. a) $\sqrt{2{,}56} = \sqrt{\frac{256}{100}} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{100}} = \frac{16}{10} = 1{,}6$

b) $\sqrt{6{,}25} = \sqrt{\frac{625}{100}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{100}} = \frac{25}{10} = 2{,}5$

c) $\sqrt{0{,}25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0{,}5$

d) $\sqrt{0{,}01} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

30. a) O número 3 está entre 1 e 4, ou seja, entre 1^2 e 2^2. Assim, $\sqrt{3}$ está entre 1 e 2. Vamos calcular os quadrados dos números entre 1 e 2 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 3.

$1{,}1^2 = 1{,}21$ | $1{,}5^2 = 2{,}25$
$1{,}2^2 = 1{,}44$ | $1{,}6^2 = 2{,}56$
$1{,}3^2 = 1{,}69$ | $1{,}7^2 = 2{,}89$
$1{,}4^2 = 1{,}96$ | $1{,}8^2 = 3{,}24$

Como 2,89 está mais próximo de 3, verificamos que $\sqrt{3} \simeq 1{,}7$.

b) O número 12 está entre 9 e 16, ou seja, entre 3^2 e 4^2. Assim, $\sqrt{12}$ está entre 3 e 4. Vamos calcular os quadrados dos números entre 3 e 4 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 12.

$3{,}1^2 = 9{,}61$

$3{,}2^2 = 10{,}24$

$3{,}3^2 = 10{,}89$

$3{,}4^2 = 11{,}56$

$3{,}5^2 = 12{,}25$

Como 12,25 está mais próximo de 12, verificamos que $\sqrt{12} \simeq 3{,}5$.

c) O número 19 está entre 16 e 25, ou seja, entre 4^2 e 5^2. Assim, $\sqrt{19}$ está entre 4 e 5. Vamos calcular os quadrados dos números entre 4 e 5 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 19.

$4{,}1^2 = 16{,}81$

$4{,}2^2 = 17{,}64$

$4{,}3^2 = 18{,}49$

$4{,}4^2 = 19{,}36$

Como 19,36 está mais próximo de 19, verificamos que $\sqrt{19} \simeq 4{,}4$.

d) O número 23 está entre 16 e 25, ou seja, entre 4^2 e 5^2. Assim, $\sqrt{23}$ está entre 4 e 5. Vamos calcular os quadrados dos números entre 4 e 5 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 23. Como, no item anterior, já calculamos até 4,4, calcularemos de 4,5 em diante.

$4{,}5^2 = 20{,}25$

$4{,}6^2 = 21{,}16$

$4{,}7^2 = 22{,}09$

$4{,}8^2 = 23{,}04$

Como 23,04 está mais próximo de 23, verificamos que $\sqrt{23} \simeq 4{,}8$.

e) O número 31 está entre 25 e 36, ou seja, entre 5^2 e 6^2. Assim, $\sqrt{31}$ está entre 5 e 6. Vamos calcular os quadrados dos números entre 5 e 6 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 31.

$5{,}1^2 = 26{,}01$ | $5{,}3^2 = 28{,}09$ | $5{,}5^2 = 30{,}25$
$5{,}2^2 = 27{,}04$ | $5{,}4^2 = 29{,}16$ | $5{,}6^2 = 31{,}36$

Como 31,36 está mais próximo de 31, verificamos que $\sqrt{31} \simeq 5{,}6$.

31. a) O número 18 está entre 16 e 25, ou seja, entre 4^2 e 5^2. Assim, $\sqrt{18}$ está entre 4 e 5. Usando os cálculos feitos no item **c** da atividade anterior, verificamos que a raiz quadrada de 18 está entre 4,2 e 4,3. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 4,2 e 4,3 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 18.

$4{,}21^2 = 17{,}7241$

$4{,}22^2 = 17{,}8084$

$4{,}23^2 = 17{,}8929$

$4{,}24^2 = 17{,}9776$

$4{,}25^2 = 18{,}0625$

Como 17,9776 está mais próximo de 18, verificamos que $\sqrt{18} \simeq 4{,}24$.

b) O número 21 está entre 16 e 25, ou seja, entre 4^2 e 5^2. Assim, $\sqrt{21}$ está entre 4 e 5. Usando os cálculos feitos no item **d** da atividade anterior, verificamos que a raiz quadrada de 21 está entre 4,5 e 4,6. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 4,5 e 4,6 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 21.

$4{,}51^2 = 20{,}2401$

$4{,}52^2 = 20{,}4304$

$4{,}53^2 = 20{,}5209$

$4{,}54^2 = 20{,}6116$

$4{,}55^2 = 20{,}7025$

$4{,}56^2 = 20{,}7936$

$4{,}57^2 = 20{,}8849$

$4{,}58^2 = 20{,}9764$

$4{,}59^2 = 21{,}0681$

Como 20,9764 está mais próximo de 21, verificamos que $\sqrt{21} \simeq 4{,}58$.

c) O número 29 está entre 25 e 36, ou seja, entre 5^2 e 6^2. Assim, $\sqrt{29}$ está entre 5 e 6. Pelo item **e** da atividade anterior, verificamos que a raiz quadrada de 29 está entre 5,3 e 5,4. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 5,3 e 5,4 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 29.

$5{,}31^2 = 28{,}1961$ $5{,}36^2 = 28{,}7296$

$5{,}32^2 = 28{,}3024$ $5{,}37^2 = 28{,}8369$

$5{,}33^2 = 28{,}4089$ $5{,}38^2 = 28{,}9444$

$5{,}34^2 = 28{,}5156$ $5{,}39^2 = 29{,}0521$

$5{,}35^2 = 28{,}6225$

Como 29,0521 está mais próximo de 29, verificamos que $\sqrt{29} \simeq 5{,}39$.

d) O número 32 está entre 25 e 36, ou seja, entre 5^2 e 6^2. Assim, $\sqrt{32}$ está entre 5 e 6. Usando os cálculos feitos no item **e** da atividade anterior, verificamos que $5{,}6^2 = 31{,}36$. Continuando os cálculos, obtemos $5{,}7^2 = 32{,}39$. Logo, a raiz quadrada de 32 está entre 5,6 e 5,7. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 5,6 e 5,7 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 32.

$5{,}61^2 = 31{,}4721$ $5{,}64^2 = 31{,}8096$

$5{,}62^2 = 31{,}5844$ $5{,}65^2 = 31{,}9225$

$5{,}63^2 = 31{,}6969$ $5{,}66^2 = 32{,}0356$

Como 32,0356 está mais próximo de 32, verificamos que $\sqrt{32} \simeq 5{,}66$.

e) O número 35 está entre 25 e 36, ou seja, entre 5^2 e 6^2. Assim, $\sqrt{35}$ está entre 5 e 6. Usando os cálculos feitos no item **d** desta atividade, obtemos $5{,}7^2 = 32{,}39$. Continuando os cálculos, obtemos $5{,}8^2 = 33{,}64$ e $5{,}9^2 = 34{,}81$. Logo, a raiz quadrada de 35 está entre 5,9 e 6. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 5,9 e 6 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 35.

$5{,}91^2 = 34{,}9281$ $5{,}92^2 = 35{,}0464$

Como 35,0464 está mais próximo de 35, verificamos que $\sqrt{35} \simeq 5{,}92$.

32. a) O número 5 está entre os quadrados perfeitos 4 e 9 e está mais próximo de 4 do que de 9. Assim, $\sqrt{5}$ está mais próximo de $\sqrt{4} = 2$ e $\sqrt{5} \simeq 2$.

b) O número 23 está entre os quadrados perfeitos 16 e 25 e está mais próximo de 25 do que de 16. Assim, $\sqrt{23}$ está mais próximo de $\sqrt{25} = 5$ e $\sqrt{23} \simeq 5$.

c) O número 50 está entre os quadrados perfeitos 49 e 64 e está mais próximo de 49 do que de 64. Assim, $\sqrt{50}$ está mais próximo de $\sqrt{49} = 7$ e $\sqrt{50} \simeq 7$.

d) O número 95 está entre os quadrados perfeitos 81 e 100 e está mais próximo de 100 do que de 81. Assim, $\sqrt{95}$ está mais próximo de $\sqrt{100} = 10$ e $\sqrt{95} \simeq 10$.

33. a) O número 8 está entre os quadrados perfeitos 4 e 9. Desse modo, $\sqrt{8}$ está entre $\sqrt{4}$ e $\sqrt{9}$. Portanto, $\sqrt{8}$ está entre 2 e 3.

b) O número 50 está entre os quadrados perfeitos 49 e 64. Desse modo, $\sqrt{50}$ está entre $\sqrt{49}$ e $\sqrt{64}$. Portanto, $\sqrt{50}$ está entre 7 e 8.

c) O número 90 está entre os quadrados perfeitos 81 e 100. Desse modo, $\sqrt{90}$ está entre $\sqrt{81}$ e $\sqrt{100}$. Portanto, $\sqrt{90}$ está entre 9 e 10.

d) O número 200 está entre os quadrados perfeitos 196 e 225. Desse modo, $\sqrt{200}$ está entre $\sqrt{196}$ e $\sqrt{225}$. Portanto, $\sqrt{200}$ está entre 14 e 15.

34. a) $\sqrt[3]{3^7} = 3^{\frac{7}{3}}$ c) $\sqrt[7]{5^3 \cdot 5^2} = \sqrt[7]{5^5} = 5^{\frac{5}{7}}$

b) $\sqrt[5]{4 \cdot 6} = \sqrt[5]{24} = 24^{\frac{1}{5}}$ d) $\sqrt[3]{\left(3^2\right)^5} = \sqrt[3]{3^{10}} = 3^{\frac{10}{3}}$

35. Escrevendo as raízes na forma de potências com expoente fracionário, temos:

A. $\sqrt[6]{7^5} = 7^{\frac{5}{6}}$ D. $\sqrt[4]{20^7} = 20^{\frac{7}{4}}$ G. $\sqrt[6]{10} = 10^{\frac{1}{6}}$

B. $\sqrt{15} = 15^{\frac{1}{2}}$ E. $\sqrt[3]{100^5} = 100^{\frac{5}{3}}$ H. $\sqrt[8]{37^5} = 37^{\frac{5}{8}}$

C. $\sqrt[9]{8} = 8^{\frac{1}{9}}$ F. $\sqrt[3]{231^2} = 231^{\frac{2}{3}}$

Portanto, podemos relacionar **1-H**; **2-E**; **3-A**; **4-B**; **5-G**; **6-C**; **7-F**; **8-D**.

36. a) $\left(5^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$

b) $\left(8^3\right)^{\frac{4}{9}} = 8^{3 \cdot \frac{4}{9}} = 8^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{8^4}$

c) $7^{\frac{5}{2}} \cdot 7^{\frac{1}{4}} = 7^{\frac{5}{2} + \frac{1}{4}} = 7^{\frac{11}{4}} = \sqrt[4]{7^{11}}$

d) $\left(3^{\frac{2}{7}}\right)^3 = 3^{\frac{2}{7} \cdot 3} = 3^{\frac{6}{7}} = \sqrt[7]{3^6}$

e) $7^{\frac{3}{4}} \cdot 7^3 = 7^{\frac{3}{4} + 3} = 7^{\frac{15}{4}} = \sqrt[4]{7^{15}}$

f) $6^{\frac{5}{9}} : 6^{\frac{4}{9}} = 6^{\frac{5}{9} - \frac{4}{9}} = 6^{\frac{1}{9}} = \sqrt[9]{6}$

g) $9^{\frac{13}{4}} : 9^{\frac{7}{4}} = 9^{\frac{13}{4} - \frac{7}{4}} = 9^{\frac{6}{4}} = 9^{\frac{3}{2}} = \sqrt{9^3}$

h) $5^{\frac{1}{6}} : 5^{-\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{2}\right)} = 5^{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}} = 5^{\frac{4}{6}} = 5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

37. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Um terreno retangular tem medida de área igual a 512 m². Sabendo que a medida de comprimento de um de seus lados é o dobro da medida de comprimento do lado adjacente, quais são as medidas de comprimento dos lados desse terreno?

Resposta: 16 m² e 32 m².

O que eu estudei?

1. a) O valor da potência de base 7 e expoente 3 é $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$.

b) Como $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$, para que a potência seja igual a 216 e a base seja 6, o expoente deve ser igual a 3.

c) Como $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$, para que a potência seja igual a 32 e o expoente seja 5, a base dever ser igual a 2.

2. a) $(5{,}1)^{-2} = \left(\frac{51}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{10}{51}\right)^{2} = \frac{10}{51} \cdot \frac{10}{51} = \frac{100}{2\,601}$

b) $(4{,}125)^{-1} = \left(\frac{4125}{1000}\right)^{-1} = \frac{1000}{4125} = \frac{8}{33}$

c) $(-0{,}25)^{-3} = \left(-\frac{25}{100}\right)^{-3} = \left(-\frac{100}{25}\right)^{3} = (-4)^3 =$

$= (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$

d) $(-0{,}5)^{-1} = \left(-\frac{5}{10}\right)^{-1} = \left(-\frac{10}{5}\right)^{1} = (-2)^1 = -2$

e) $(-2{,}6)^{-2} = \left(-\frac{26}{10}\right)^{-2} = \left(-\frac{10}{26}\right)^{2} = \left(-\frac{5}{13}\right)^{2} =$

$= \left(-\frac{5}{13}\right) \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{25}{169}$

f) $(-0{,}1)^{-5} = \left(-\frac{1}{10}\right)^{-5} = (-10)^5 =$

$= (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = -100\,000$

3. a) $18^3 \cdot 18^2 = 18^{3+2} = 18^5$

b) $5^{21} : 5^{13} = 5^{21-13} = 5^8$

c) $\left(-4^2\right)^6 = \left(-4^2\right)^6 = (-4)^{2 \cdot 6} = (-4)^{12}$

d) $(-6)^4 \cdot (-6)^1 = (-6)^{4+1} = (-6)^5$

e) $2^4 \cdot 3^4 \cdot 7^4 = (2 \cdot 3 \cdot 7)^4 = 42^4$

f) $8^{3^2} = 8^9$

g) $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^5 = 3^{2+3+5} = 3^{10}$

h) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{20}\right)^3 = \left(\frac{1}{10}\right)^3$

4. a) Como $(-7)^3 = -343$, segue que $(-7)^3 = (-7)^y$. Portanto, $y = 3$.

b) Como $5^{10} : 5^y = 5^{10-y} = 5^2$, segue que $10 - y = 2$, ou seja, $y = 8$.

c) Todo número elevado a 1 é igual a ele próprio. Assim, $\left(\frac{1}{3}\right)^y = \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^1$. Portanto, $y = 1$.

d) Como $58^8 \cdot 58^y = 58^{8+y} = 58^{55}$, segue que $8 + y = 55$, ou seja, $y = 47$.

e) Todo número diferente de zero elevado a zero é igual a 1. Assim, $\left(\frac{3}{4}\right)^y = 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^0$. Portanto, $y = 0$.

f) O número 1 elevado a qualquer número é igual a 1. Assim, $y^{37} = 1 = 1^{37}$. Portanto, $y = 1$.

g) Como $9^2 = 81$, segue que $9^y = 9^2$. Portanto, $y = 2$.

5. Usando a propriedade comutativa da multiplicação e as propriedades de potências, efetuamos os cálculos a seguir.

$5 \cdot 10^7 \cdot 6 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 6 \cdot 10^7 \cdot 10^{-2} =$

$= 30 \cdot 10^5 = 3 \cdot 10 \cdot 10^5 = 3 \cdot 10^6$

Logo, a alternativa correta é a **B**.

6. a) O produto da raiz quadrada de 49 pela raiz quadrada de 64 é dado por:

$\sqrt{49} \cdot \sqrt{64} = 7 \cdot 8 = 56$

b) Vamos calcular a raiz quadrada de 3136 decompondo-o em um produto de fatores primos. Depois, vamos reescrevê-lo como potência de expoente 2.

$$\begin{array}{r|l} 3\,136 & 2 \\ 1\,568 & 2 \\ 784 & 2 \\ 392 & 2 \\ 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$3136 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 =$

$= 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7)^2 = 56^2$

Portanto, $\sqrt{3136} = 56$.

c) O produto da raiz cúbica de 125 pela raiz cúbica de 216 é dado por:

$\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{216} = 5 \cdot 6 = 30$

d) Podemos calcular a raiz cúbica de 27000 da seguinte maneira.

$\sqrt[3]{27\,000} = 27\,000^{\frac{1}{3}} = (27 \cdot 1000)^{\frac{1}{3}} =$

$= \left(3^3 \cdot 10^3\right)^{\frac{1}{3}} = \left((3 \cdot 10)^3\right)^{\frac{1}{3}} = \left(30^3\right)^{\frac{1}{3}} = 30$

e) O produto da raiz quadrada de 26 pela raiz cúbica de 27 é dado por:

$\sqrt{16} \cdot \sqrt[3]{27} = 4 \cdot 3 = 12$

f) Vamos calcular a raiz cúbica de 1331 decompondo-o em um produto de fatores primos e reescrevendo-o como potência de expoente 3.

$$\begin{array}{r|l} 1\,331 & 11 \\ 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$1331 = 11 \cdot 11 \cdot 11 = 11^3$

Portanto, $\sqrt[3]{1331} = 11$.

7. a) O número 43 está entre 36 e 49, ou seja, entre 6^2 e 7^2. Assim, $\sqrt{43}$ está entre 6 e 7. Vamos calcular os quadrados dos números entre 6 e 7 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 43.

$6{,}1^2 = 37{,}21$ $\quad 6{,}3^2 = 39{,}69$ $\quad 6{,}5^2 = 42{,}25$

$6{,}2^2 = 38{,}44$ $\quad 6{,}4^2 = 40{,}96$ $\quad 6{,}6^2 = 43{,}56$

Assim, verificamos que a raiz quadrada aproximada de 43 com duas casas decimais está entre 6,5 e 6,6. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 6,5 e 6,6 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 43.

$6{,}51^2 = 42{,}3801$ $\quad 6{,}54^2 = 42{,}7716$

$6{,}52^2 = 42{,}5104$ $\quad 6{,}55^2 = 42{,}9025$

$6{,}53^2 = 42{,}6409$ $\quad 6{,}56^2 = 43{,}0336$

Como 43,0336 está mais próximo de 43, verificamos que $\sqrt{43} \simeq 6{,}56$.

b) O número 54 está entre 49 e 64, ou seja, entre 7^2 e 8^2. Assim, $\sqrt{54}$ está entre 7 e 8. Vamos calcular os quadrados dos números entre 7 e 8 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 54.

$7{,}1^2 = 50{,}51$

$7{,}2^2 = 51{,}84$

$7{,}3^2 = 53{,}29$

$7{,}4^2 = 54{,}76$

Assim, verificamos que a raiz quadrada aproximada de 54 com duas casas decimais está entre 7,3 e 7,4. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 7,3 e 7,4, que têm duas casas decimais, até obter um número maior do que 54.

$7{,}31^2 = 53{,}4361$

$7{,}32^2 = 53{,}5824$

$7{,}33^2 = 53{,}7289$

$7{,}34^2 = 53{,}8756$

$7{,}35^2 = 54{,}0225$

Como 54,0225 está mais próximo de 54, verificamos que $\sqrt{54} \simeq 7{,}35$.

c) O número 72 está entre 64 e 81, ou seja, entre 8^2 e 9^2. Assim, $\sqrt{72}$ está entre 8 e 9. Vamos calcular os quadrados dos números entre 8 e 9 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 72.

$8{,}1^2 = 65{,}61$ $\quad 8{,}3^2 = 68{,}89$ $\quad 8{,}5^2 = 72{,}25$

$8{,}2^2 = 67{,}24$ $\quad 8{,}4^2 = 70{,}56$

Assim, verificamos que a raiz quadrada aproximada de 72 com duas casas decimais está entre 8,4 e 8,5. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 8,4 e 8,5 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 72.

$8{,}41^2 = 70{,}7281$ $\quad 8{,}46^2 = 71{,}5716$

$8{,}42^2 = 70{,}8964$ $\quad 8{,}47^2 = 71{,}7409$

$8{,}43^2 = 71{,}0649$ $\quad 8{,}48^2 = 71{,}9104$

$8{,}44^2 = 71{,}2336$ $\quad 8{,}49^2 = 72{,}0801$

$8{,}45^2 = 71{,}4025$

Como 72,0801 está mais próximo de 72, verificamos que $\sqrt{72} \simeq 8{,}49$.

d) O número 87 está entre 81 e 100, ou seja, entre 9^2 e 10^2. Assim, $\sqrt{87}$ está entre 9 e 10. Vamos calcular os quadrados dos números entre 9 e 10 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 87.

$9{,}1^2 = 82{,}81$ $\quad 9{,}3^2 = 86{,}49$

$9{,}2^2 = 84{,}64$ $\quad 9{,}4^2 = 88{,}36$

Assim, verificamos que a raiz quadrada aproximada de 87 com duas casas decimais está entre 9,3 e 9,4. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 9,3 e 9,4 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 87.

$9{,}31^2 = 86{,}6761$

$9{,}32^2 = 86{,}8624$

$9{,}33^2 = 87{,}0489$

Como 87,0489 está mais próximo de 87, verificamos que $\sqrt{87} \simeq 9{,}33$.

e) O número 95 está entre 81 e 100, ou seja, entre 9^2 e 10^2. Assim, $\sqrt{95}$ está entre 9 e 10. Pelo item anterior, verificamos que $\sqrt{95}$ é maior do que 9,4. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 9 e 10 que têm uma casa decimal, maiores que 9,4, até obter um número maior do que 95.

$9{,}5^2 = 90{,}25$ $\quad 9{,}7^2 = 94{,}09$

$9{,}6^2 = 92{,}16$ $\quad 9{,}8^2 = 96{,}04$

Assim, verificamos que a raiz quadrada aproximada de 95 com duas casas decimais está entre 9,7 e 9,8. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 9,7 e 9,8 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 95.

$9{,}71^2 = 94{,}2841$ $\quad 9{,}74^2 = 94{,}8676$

$9{,}72^2 = 94{,}4784$ $\quad 9{,}75^2 = 95{,}0625$

$9{,}73^2 = 94{,}6729$

Como 95,0625 está mais próximo de 95, verificamos que $\sqrt{95} \simeq 9{,}75$.

f) O número 106 está entre 100 e 121, ou seja, entre 10^2 e 11^2. Assim, $\sqrt{106}$ está entre 10 e 11. Vamos calcular os quadrados dos números entre 10 e 11 que têm uma casa decimal até obter um número maior do que 106.

$10{,}1^2 = 102{,}01$ $\quad 10{,}2^2 = 104{,}04$ $\quad 10{,}3^2 = 106{,}09$

Assim, verificamos que a raiz quadrada aproximada de 106 com duas casas decimais está entre 10,2 e 10,3. Então, vamos calcular os quadrados dos números entre 10,2 e 10,3 que têm duas casas decimais até obter um número maior do que 106.

$10{,}21^2 = 104{,}2441$ $\quad 10{,}26^2 = 105{,}2676$

$10{,}22^2 = 104{,}4484$ $\quad 10{,}27^2 = 105{,}4729$

$10{,}23^2 = 104{,}6529$ $\quad 10{,}28^2 = 105{,}6784$

$10{,}24^2 = 104{,}8576$ $\quad 10{,}29^2 = 105{,}8841$

$10{,}25^2 = 105{,}0625$

Como 106,09 está mais próximo de 106, verificamos que $\sqrt{106} \simeq 10{,}30$.

8. a) O número 85 está entre os quadrados perfeitos 81 e 100. Desse modo, $\sqrt{85}$ está entre $\sqrt{81}$ e $\sqrt{100}$. Portanto, $\sqrt{8}$ está entre 9 e 10.

b) O número 10 está entre os quadrados perfeitos 9 e 16. Desse modo, $\sqrt{10}$ está entre $\sqrt{9}$ e $\sqrt{16}$. Portanto, $\sqrt{10}$ está entre 3 e 4.

c) O número 120 está entre os quadrados perfeitos 100 e 121. Desse modo, $\sqrt{120}$ está entre $\sqrt{100}$ e $\sqrt{121}$. Portanto, $\sqrt{120}$ está entre 10 e 11.

d) O número 250 está entre os quadrados perfeitos 225 e 256. Desse modo, $\sqrt{250}$ está entre $\sqrt{225}$ e $\sqrt{256}$. Portanto, $\sqrt{250}$ está entre 15 e 16.

9. a) $\sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$

b) $\sqrt[4]{\frac{1}{2^5}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{4}} = 2^{-\frac{5}{4}}$

c) $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = 2^{\frac{3}{2}}$

d) $\sqrt[5]{0{,}25} = \sqrt[5]{\frac{25}{100}} = \sqrt[5]{\frac{1}{4}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^2}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{5}} = 2^{-\frac{2}{5}}$

Unidade 2 Conjuntos

Questão 1. Considerando todos os elementos de B e todos os elementos de C, temos:

$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20, 40\}$

$B \cap C = \{1, 2, 4\}$

Atividades

1. Sugestão de resposta:

Conjunto dos objetos de papel: {revista, jornal}

Total: 2 elementos.

Conjunto dos objetos de higiene: {tubo de creme dental, frasco de xampu, sabonete}

Total: 3 elementos.

Conjunto dos objetos de plástico: {régua, garrafa de suco, frasco de xampu, tubo de creme dental}

Total: 4 elementos.

2. a) Conjunto dos múltiplos positivos de 3 menores do que 40: $\{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39\}$.

b) Os divisores positivos de 55 são 1, 5, 11 e 55. Desses números, o 11 e o 55 são maiores do que 10. Portanto, o conjunto dos divisores positivos de 55 maiores do que 10 é:

$\{11, 55\}$

c) Múltiplos positivos de 7 maiores do que 20 e menores do que 38:

$\{21, 28, 35\}$

d) Os divisores positivos de 80 são 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40 e 80. Considerando apenas os divisores de 80 que são menores do que 60, obtemos o seguinte conjunto:

$\{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40\}$

3. a) $3 \in A$ b) $4 \notin A$ c) $8 \notin C$ d) $5 \in B$ e) $7 \in D$ f) $2 \notin C$ g) $13 \in D$ h) $9 \notin B$

4. a) $A \subset B$ é falsa, pois existe pelo menos um elemento de A que não pertence a B.

b) $A \not\subset B$ é verdadeira.

c) $C \subset A$ é falsa, pois existe pelo menos um elemento de C que não pertence a A.

d) $A \cap B \neq \varnothing$ é verdadeira.

e) $D \subset B$ é falsa, pois existe pelo menos um elemento de D que não pertence a B.

f) $C \cap B = \varnothing$ é verdadeira.

5. a) $B = \{3, 6, 9, 15, 21, 24, 30\}$

b) $C = \{5, 15, 25, 30, 35, 45, 55, 60, 75, 85\}$

c) $D = \{7, 14, 63\}$

d) $A \cap B = \{6, 24\}$

e) $B \cap C = \{15, 30\}$

f) $A \cap D = \varnothing$ ou $A \cap D = \{\ \}$

g) $A \cup D = \{2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 18, 24, 63\}$

h) $B \cup D = \{3, 6, 7, 9, 14, 15, 21, 24, 30, 63\}$

i) $C \cup D = \{5, 7, 14, 15, 25, 30, 35, 45, 55, 60, 63, 75, 85\}$

6. a) $A = \{8, 10, 12, 14, 16, 18\}$

b) $B = \{9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

c) $A \cap B = \varnothing$ ou $A \cap B = \{\ \}$

7. a) $6 \notin C$

b) Como $A \cap B = \{1, 5\}$, então $1 \in (A \cap B)$.

c) $C \subset A$

d) Como $7 \in D$ e $D \subset B$, então $7 \in B$.

e) $5 \in D$

f) $D \not\subset A$, pois existe pelo menos um elemento de D que não pertence a A.

8. a) A quantidade de entrevistados que leem pelo menos um dos jornais é dada por $25 + 8 + 19 = 52$. Portanto, 52 entrevistados leem pelo menos um dos jornais.

b) 14 entrevistados não leem nenhum dos jornais.

c) 25 entrevistados leem apenas o jornal **A** e 19 entrevistados leem apenas o jornal **B**.

d) 8 entrevistados leem ambos os jornais.

e) A quantidade de pessoas entrevistadas é dada por $14 + 25 + 19 + 8 = 66$.

Portanto, foram entrevistadas 66 pessoas.

Questão 2. Devemos subtrair 1 unidade para encontrar o antecessor de um número e adicionar 1 unidade para encontrar o sucessor de um número.

a) $\underbrace{24}_{25-1}, 25, \underbrace{26}_{25+1};$

b) $\underbrace{-11}_{-10-1}, -10, \underbrace{-9}_{-10+1};$

c) $\underbrace{-126}_{-125-1}, -125, \underbrace{-124}_{-125+1}.$

Questão 3. Existem várias respostas para esta atividade. Sugestões de resposta:

$\frac{-5}{1}; \frac{-10}{2}; \frac{-15}{3}; \frac{-20}{4}.$

Atividades

9. Os números das figuras **B** e **C** representam números naturais. Os números das figuras **B**, **C** e **D** representam números inteiros. Os números das figuras **A**, **B**, **C** e **D** representam números racionais.

10. a) Os números 11 e 29 pertencem ao conjunto dos números naturais.

b) Os números −16, −2, 11 e 29 pertencem ao conjunto dos números inteiros.

c) Os números −16, −2, −0,421, 0,38, $\frac{7}{4}$, 11 e 29 pertencem ao conjunto dos números racionais.

11. a) $2 \in \mathbb{N}$

b) $0{,}467 \notin \mathbb{Z}$

c) $-8 \in \mathbb{Z}$

d) $0{,}21 \in \mathbb{Q}$

e) $-\frac{5}{4} \in \mathbb{Q}$

f) $\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$

g) $1{,}131313... \notin \mathbb{N}$

h) $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$

12. a) Afirmação correta.

b) Afirmação incorreta. Sugestão de correção:
O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros.

c) Afirmação correta.

d) Afirmação incorreta. Sugestão de correção:
Alguns números inteiros pertencem ao conjunto dos números naturais.

e) Afirmação correta.

13. a) Sugestão de respostas: 30, 40.

b) Sugestão de respostas: −7, −8 e −9.

c) Sugestão de respostas: $-\frac{7}{3}$ e −2,3.

d) Sugestão de respostas: $-\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$.

14. a) Falsa, pois $\frac{4}{5} \notin \mathbb{Z}$.

b) Falsa, pois $197 \in \mathbb{N}$.

c) Verdadeira.

d) Falsa, pois $-3{,}5 \notin \mathbb{Z}$.

e) Verdadeira.

f) Verdadeira.

g) Verdadeira.

h) Falsa, pois $-5 \notin \mathbb{N}$.

15. Os números que têm o mesmo valor são 0,375 e $\frac{-3}{-8}$; $\frac{-5}{4}$ e −1,25; $\frac{15}{99}$ e $0{,}\overline{15}$; −8 e $-\frac{24}{3}$.

16. a) $\frac{3}{5} = 0{,}6$

b) $-\frac{1}{9} = -0{,}111... = -0{,}\overline{1}$

c) $\frac{5}{8} = 0{,}625$

d) $\frac{25}{99} = 0{,}252525... = 0{,}\overline{25}$

e) $\frac{152}{999} = 0{,}152152152... = 0{,}\overline{152}$

f) $-2\frac{12}{99} = -2{,}121212... = -2{,}\overline{12}$

17. a) $0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

b) $0{,}45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

c) $1{,}96 = \frac{196}{100} = \frac{49}{25}$

d) $1{,}128 = \frac{1128}{1000} = \frac{141}{125}$

18. Resposta no final da seção **Resoluções**.

19. a) $-3 < -2{,}5 < -2$

b) $3 < \frac{10}{3} < 4$

c) $-1 < -\frac{25}{99} < 0$

d) $38 < 38{,}\overline{7} < 39$

20. a) Seja x a parte decimal da dízima periódica 7,777..., ou seja, $x = 0{,}\overline{7}$. Assim:

$$\begin{aligned} 10^1 \cdot x &= 10^1 \cdot 0{,}\overline{7} \\ 10x &= 10 \cdot 0{,}\overline{7} \\ 10x &= 7{,}\overline{7} \\ 10x - x &= 7{,}\overline{7} - x \\ 9x &= 7{,}\overline{7} - 0{,}\overline{7} \\ 9x &= 7 \\ x &= \frac{7}{9} \end{aligned}$$

Portanto, a fração geratriz será $\frac{7}{9}$.

b) Seja x a parte decimal da dízima periódica $0{,}\overline{32}$, ou seja, $x = 0{,}\overline{32}$. Assim:

$$\begin{aligned} 10^2 \cdot x &= 10^2 \cdot 0{,}\overline{32} \\ 100x &= 100 \cdot 0{,}\overline{32} \\ 100x &= 32{,}\overline{32} \\ 100x - x &= 32{,}\overline{32} - x \\ 99x &= 32{,}\overline{32} - 0{,}\overline{32} \\ 99x &= 32 \\ x &= \frac{32}{99} \end{aligned}$$

Portanto, a fração geratriz será $\frac{32}{99}$.

c) Considere x a parte decimal da dízima periódica 1,222..., ou seja, $x = 0{,}\overline{2}$. Assim:

$$\begin{aligned} 10^1 \cdot x &= 10^1 \cdot 0{,}\overline{2} \\ 10x &= 10 \cdot 0{,}\overline{2} \\ 10x &= 2{,}\overline{2} \\ 10x - x &= 2{,}\overline{2} - x \\ 9x &= 2{,}\overline{2} - 0{,}\overline{2} \\ 9x &= 2 \\ x &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

Adicionando a parte inteira, temos:

$x + 1 = 1 + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$

Portanto, a fração geratriz será $\frac{11}{9}$.

d) Considere x a parte decimal da dízima periódica $4{,}\overline{19}$, ou seja, $x = 0{,}\overline{19}$. Assim:

$$\begin{aligned} 10^2 \cdot x &= 10^2 \cdot 0{,}\overline{19} \\ 100x &= 100 \cdot 0{,}\overline{19} \\ 100x &= 19{,}\overline{19} \\ 100x - x &= 19{,}\overline{19} - x \\ 99x &= 19{,}\overline{19} - 0{,}\overline{19} \\ 99x &= 19 \\ x &= \frac{19}{99} \end{aligned}$$

Adicionando a parte inteira, temos:

$x + 4 = 4 + \frac{19}{99} = \frac{415}{99}$

Portanto, a fração geratriz será $\frac{415}{99}$.

21. a) Considere $x = 2{,}5888...$. Assim:

$$10x = 25{,}888...$$
$$10x = 25 + 0{,}888...$$
$$10x = 25 + \frac{8}{9}$$
$$90x = 225 + 8$$
$$90x = 233$$
$$x = \frac{233}{90}$$

Portanto, a fração geratriz será $\frac{233}{90}$.

b) Considere $x = 0{,}9565656...$. Assim:

$$10x = 9{,}5656...$$
$$10x = 9 + 0{,}565656...$$
$$10x = 9 + \frac{56}{99}$$
$$990x = 891 + 56$$
$$990x = 947$$
$$x = \frac{947}{990}$$

Portanto, a fração geratriz será $\frac{947}{990}$.

c) Considere $x = 14{,}7111...$. Assim:

$$10x = 147{,}111...$$
$$10x = 147 + 0{,}111...$$
$$10x = 147 + \frac{1}{9}$$
$$90x = 1323 + 1$$
$$90x = 1324$$
$$x = \frac{1324}{90}$$

Portanto, a fração geratriz será $\frac{1324}{90}$.

d) Considere $x = 1{,}3\overline{51}$. Assim:

$$10x = 13{,}\overline{51}$$
$$10x = 13 + 0{,}\overline{51}$$
$$10x = 13 + \frac{51}{99}$$
$$990x = 1287 + 51$$
$$990x = 1338$$
$$x = \frac{1338}{990}$$

Portanto, a fração geratriz será $\frac{1338}{990}$.

22. Há várias respostas para os itens dessa atividade. Apresentamos a seguir algumas delas.

a) -1, 2 e 5

b) $-\sqrt{7}$ e $\frac{\sqrt{2}}{3}$

c) $-\frac{2}{3}$, $0{,}58$, $\sqrt{11}$ e 15

d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{5}, -\frac{1}{4}$ e $-\frac{2}{9}$

e) $-1{,}99$, $-\sqrt{3}$ e $-\frac{7}{4}$

f) $0{,}58$ e $\frac{2}{3}$

23. a) $0 \in \mathbb{R}$

b) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

c) $\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{N}$

d) $-1 \in (\mathbb{Q} \cup \mathbb{I})$

e) $\mathbb{R} \not\subset \mathbb{Z}$

f) $(\mathbb{I} \cup \mathbb{Z}) \subset \mathbb{R}$

g) $0{,}25 \in \mathbb{Q}$

h) $\mathbb{Q} \not\subset \mathbb{I}$

i) $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

24. a) $-1{,}2$ pertence aos conjuntos $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

b) $\sqrt{5}$ pertence aos conjuntos $\mathbb{I}$ e $\mathbb{R}$

c) 47 pertence aos conjuntos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

d) $\frac{5}{2}$ pertence aos conjuntos $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

e) $2{,}\overline{89}$ pertence aos conjuntos $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

f) $\frac{51}{17}$ pertence aos conjuntos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

25. Resposta no final da seção **Resoluções**.

26. a) Os números que pertencem ao conjunto dos números naturais são 0 e 20.

b) Os números que pertencem ao conjunto dos números inteiros são 0, 20, -5 e $-\sqrt{16}$.

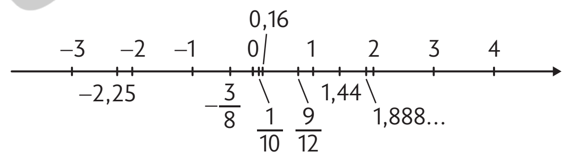
c) Os números que pertencem ao conjunto dos números racionais são 0, 20, -5, $-\sqrt{16}$, $0{,}\overline{8}$, $\frac{\sqrt{121}}{2}$ e $-\frac{2}{3}$.

d) Os números que pertencem ao conjunto dos números irracionais são $\sqrt{12}$, $-\sqrt{35}$ e $\sqrt{149}$.

e) Todos os números apresentados pertencem ao conjunto dos números reais.

27.
- $A \notin \mathbb{N}$
- $B \in \mathbb{Z}$
- $C \notin \mathbb{Z}$
- $D \notin \mathbb{N}$
- $E \in \mathbb{R}$
- $F \notin \mathbb{Z}$
- $G \notin \mathbb{N}$
- $H \notin \mathbb{N}$
- $I \in \mathbb{R}$
- $J \in \mathbb{Q}$

28.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

O que eu estudei?

1. a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

b) $A \cap B = \{1, 4, 6\}$

c) $A \cup D = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12\}$

d) $A \cap C = \{1, 4\}$

e) $C \cap D = \{\ \} = \varnothing$

f) $C \cup D = \{1, 2, 4, 10\}$

2. Os elementos do conjunto A são $A = \{a, b, c, d, e\}$.

3. Os números naturais são 2, 5, 7 e 8.

4. Escrevendo os números em ordem crescente, temos:

$-14; -3; -\frac{7}{3}; -\frac{1}{2}; 0; \frac{2}{5}; 1; \frac{61}{4}; 16; \frac{61}{3}$

5. a) Sugestão de resposta: 0,61.

b) Sugestão de resposta: 0,521 e 0,522.

c) Sugestão de resposta: 1,7311; 1,7312 e 1,7313.

6. a) Sugestão de resposta:

$1 < \frac{3}{2} < \frac{5}{2}$

b) Sugestão de resposta:

$-\frac{3}{2} < -\frac{1}{2} < \frac{3}{2}$

c) Sugestão de resposta:

$\frac{4}{3} < \frac{8}{5} < \frac{5}{3}$

d) Sugestão de resposta:

$-2 < -\frac{8}{5} < -\frac{3}{2}$

7. a) Verdadeira.

b) Falsa, pois todo número racional é real, mas nem todo número real é racional.

c) Verdadeira.

d) Falsa, pois $\sqrt{3}$ é um número irracional.

8. Como não há repetição o número é irracional, além disso, ele é positivo. Portanto, a alternativa **d** está correta.

9. As sentenças verdadeiras são:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$, $0,\overline{32} \in \mathbb{Q}$ e $-\sqrt{2} \in \mathbb{I}$.

10. Sugestão de resposta:

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{36} = 6$

Unidade 3 Ângulos

Questão 1. Resposta pessoal. Sugestões de resposta: Ponteiros do relógio; abertura de uma porta.

Atividades

1. De acordo com as imagens, o ângulo **A** mede 80°, o ângulo **B** mede 90°, o ângulo **C** mede 150° e o ângulo **D** mede 180°.

Sendo assim:

O ângulo da figura **A** é agudo, pois é menor do que 90°.

O ângulo da figura **B** é reto.

O ângulo da figura **C** é obtuso, pois é maior do que 90°.

O ângulo da figura **D** é raso.

2. Como o ângulo da figura **A** mede 55°, calculamos:

$90° - 55° = 35°$

$180° - 55° = 125°$

Portanto, o complementar do ângulo da figura **A** mede 35° e o seu suplementar mede 125°.

Como o ângulo da figura **B** mede 25°, calculamos:

$90° - 25° = 65°$

$180° - 25° = 155°$

Portanto, o complementar do ângulo da figura **B** mede 65° e o seu suplementar mede 155°.

Como o ângulo da figura **C** mede 75°, calculamos:

$90° - 75° = 15°$

$180° - 75° = 105°$

Portanto, o complementar do ângulo da figura **C** mede 15° e o seu suplementar mede 105°.

Como o ângulo da figura **D** mede 40°, calculamos:

$90° - 40° = 50°$

$180° - 40° = 140°$

Portanto, o complementar do ângulo da figura **D** mede 50° e o seu suplementar mede 140°.

3. a) Os pares de ângulos complementares são os que estão representados nas figuras:

- **B** e **F**, pois 27° + 63° = 90°;
- **E** e **G**, pois 18° + 72° = 90°.

b) Os pares de ângulos suplementares são os que estão representados nas figuras:

- **A** e **D**, pois 95° + 85° = 180°;
- **C** e **H**, pois 139° + 41° = 180°.

4. Os ângulos destacados são suplementares, pois, juntos, somam 180°. Então, para determinar o valor de x na imagem **A**, resolvemos a seguinte equação:

$$11x - 21° + 2x + 6° = 180°$$
$$13x - 15° = 180°$$
$$13x = 180° + 15°$$
$$13x = 195°$$
$$x = 15°$$

Sendo assim, substituindo o valor de x nas expressões que representam cada ângulo, temos:

- $D\hat{A}C$:

$\text{med}(D\hat{A}C) = 11x - 21°$

$\text{med}(D\hat{A}C) = 11 \cdot 15° - 21°$

$\text{med}(D\hat{A}C) = 165° - 21°$

$\text{med}(D\hat{A}C) = 144°$

- $B\hat{A}D$:

$\text{med}(B\hat{A}D) = 2x + 6°$

$\text{med}(B\hat{A}D) = 2 \cdot 15° + 6°$

$\text{med}(B\hat{A}D) = 36°$

Como os ângulos destacados são complementares, pois, juntos, somam 90°, para determinar o valor de x na imagem **B**, resolvemos a seguinte equação:

$$8x - 5° + 29° - 2x = 90°$$
$$6x + 24° = 90°$$
$$6x = 90° - 24°$$
$$6x = 66°$$
$$x = 11°$$

Sendo assim, substituindo o valor de x nas expressões que representam cada ângulo, temos:

- $D\hat{A}E$:

$\text{med}(D\hat{A}E) = 8x - 5°$

$\text{med}(D\hat{A}E) = 8 \cdot 11° - 5°$

$\text{med}(D\hat{A}E) = 88° - 5°$

$\text{med}(D\hat{A}E) = 83°$

• $B\widehat{A}D$:

$\text{med}(B\widehat{A}D) = 29° - 2x$

$\text{med}(B\widehat{A}D) = 29° - 2 \cdot 11°$

$\text{med}(B\widehat{A}D) = 29° - 22°$

$\text{med}(B\widehat{A}D) = 7°$

Como os ângulos destacados, adicionados ao ângulo reto, resultam em 180°, para determinar o valor de x na imagem **C**, resolvemos a equação:

$$3x + 3° + 90° + 8x - 1° = 180°$$
$$11x + 92° = 180°$$
$$11x = 180° - 92°$$
$$11x = 88°$$
$$x = 8°$$

Sendo assim, substituindo o valor de x nas expressões que representam cada ângulo, temos:

• $E\widehat{A}C$:

$\text{med}(E\widehat{A}C) = 3x + 3°$

$\text{med}(E\widehat{A}C) = 3 \cdot 8° + 3°$

$\text{med}(E\widehat{A}C) = 24° + 3°$

$\text{med}(E\widehat{A}C) = 27°$

• $B\widehat{A}D$:

$\text{med}(B\widehat{A}D) = 8x - 1°$

$\text{med}(B\widehat{A}D) = 8 \cdot 8° - 1°$

$\text{med}(B\widehat{A}D) = 63°$

5. De acordo com a figura **A** e as características dos ângulos apresentados, efetuamos os seguintes cálculos:

• $68° + \widehat{p} = 180°$

$\widehat{p} = 180° - 68°$

$\widehat{p} = 112°$

• Como $\widehat{p}$ e $\widehat{q}$ são suplementares e $\widehat{p} = 112°$, temos:

$\widehat{p} + \widehat{q} = 180°$

$112° + \widehat{q} = 180°$

$\widehat{q} = 180° - 112°$

$\widehat{q} = 68°$

• $68° + \widehat{r} = 180°$

$\widehat{r} = 180° - 68°$

$\widehat{r} = 112°$

De acordo com a figura **B** e as características dos ângulos apresentados, efetuamos os seguintes cálculos:

• $\widehat{t} + 54° = 90°$

$\widehat{t} = 90° - 54°$

$\widehat{t} = 36°$

• Na imagem, verificamos que $\widehat{u}$ e $\widehat{t}$ são congruentes, pois são opostos pelo vértice. Assim, $\widehat{u} = 36°$.

• Como $\widehat{u}$ e $\widehat{v}$ são complementares, obtemos:

$\widehat{u} + \widehat{v} = 90°$

$36° + \widehat{v} = 90°$

$\widehat{v} = 90° - 36°$

$\widehat{v} = 54°$

De acordo com a figura **C** e as características dos ângulos apresentados, efetuamos os seguintes cálculos:

• $116° + \widehat{f} = 180°$

$\widehat{f} = 180° - 116°$

$\widehat{f} = 64°$

• Como $\widehat{f}$ e $\widehat{g}$ são opostos pelo vértice, então $\widehat{g} = 64°$.

• $\widehat{h} + 80° = 180°$

$\widehat{h} = 180° - 80°$

$\widehat{h} = 100°$

6. Como os ângulos destacados na figura **A** são opostos pelo vértice, temos:

$$3x + 17° = 6x - 4°$$
$$4° + 17° = 6x - 3x$$
$$21° = 3x$$
$$x = 7°$$

Para obter a medida dos ângulos destacados, substituímos o valor de x em qualquer um deles. Assim:

$6x - 4° = 6 \cdot 7° - 4° = 38°$

Portanto, cada um desses ângulos mede 38°.

Como os ângulos destacados na figura **B** são opostos pelo vértice, temos:

$$3x + 5° = 193° - x$$
$$3x + x = 193° - 5°$$
$$4x = 188°$$
$$x = 47°$$

Para obter a medida dos ângulos destacados, substituímos o valor de x em qualquer um deles. Assim:

$3x + 5° = 3 \cdot 47° + 5° = 146°$

Portanto, cada um desses ângulos mede 146°.

7. Como os ângulos $A\widehat{O}B$ e $C\widehat{O}B$ são suplementares, então:

$\text{med}(A\widehat{O}B) + \text{med}(C\widehat{O}B) = 180°$ (I).

Como $C\widehat{O}B$ é o dobro da medida de $A\widehat{O}B$, verificamos que $\text{med}(C\widehat{O}B) = 2 \cdot \text{med}(A\widehat{O}B)$ (II).

Substituindo II em I, temos:

$\text{med}(A\widehat{O}B) + 2 \cdot \text{med}(A\widehat{O}B) = 180°$

$3 \cdot \text{med}(A\widehat{O}B) = 180°$

$\text{med}(A\widehat{O}B) = 60°$

Assim, $90° - 60° = 30°$

Portanto, a medida do complementar de $A\widehat{O}B$ é 30°.

8. a) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

1º. Com o auxílio de uma régua, trace uma reta e marque um ponto O sobre ela.

2º. Posicione o compasso com a linha de fé sobre o ponto O e marque o ângulo $A\widehat{O}B$ medindo 70°.

3º. Em seguida, posicione o compasso sobre $\overrightarrow{OB}$ com a linha de fé em O e marque um ângulo $B\widehat{O}C$ medindo 70°.

b) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

1º. Com o auxílio de uma régua, trace uma reta e marque um ponto O sobre ela.

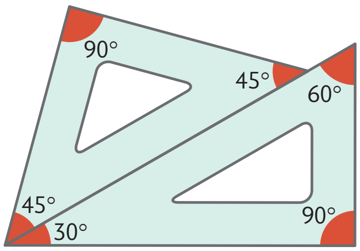
2º. Posicione o compasso com a linha de fé sobre o ponto O e marque o ângulo $C\widehat{O}D$ medindo 80°.

3º. Em seguida, posicione o compasso sobre $\overrightarrow{OD}$ com a linha de fé em O e marque um ângulo $D\widehat{O}E$ medindo 80°.

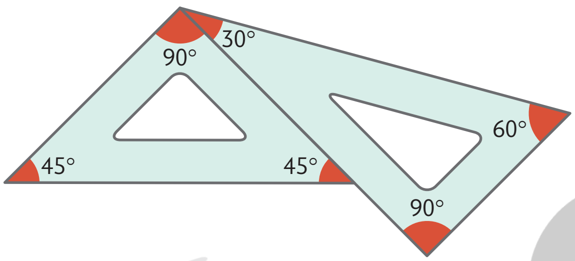
9. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:
Determine a medida dos ângulos $B\widehat{A}C$ e $C\widehat{A}D$, sabendo que $\text{med}\left(B\widehat{A}C\right) = 2x - 3$ e $\text{med}\left(C\widehat{A}D\right) = 5x + 8$.
Resposta: $\text{med}\left(B\widehat{A}C\right) = 47°$ e $\text{med}\left(C\widehat{A}D\right) = 133°$.

10. Como $M\widehat{O}P$ e $N\widehat{O}P$ são suplementares, então:
$\text{med}\left(M\widehat{O}P\right) + \text{med}\left(N\widehat{O}P\right) = 180°$ (I).
Além disso, como a diferença entre suas medidas é 30°, obtemos:
$\text{med}\left(M\widehat{O}P\right) - \text{med}\left(N\widehat{O}P\right) = 30°$ (II).
Isolando $M\widehat{O}P$ em (II), temos $\text{med}\left(M\widehat{O}P\right) = 30° + \text{med}\left(N\widehat{O}P\right)$.
Substituindo em (I), temos:
$30° + \text{med}\left(N\widehat{O}P\right) + \text{med}\left(N\widehat{O}P\right) = 180°$
$2 \cdot \text{med}\left(N\widehat{O}P\right) = 150°$
$\text{med}\left(N\widehat{O}P\right) = 75°$
Portanto, $\text{med}\left(M\widehat{O}P\right) = 30° + 75° = 105°$.

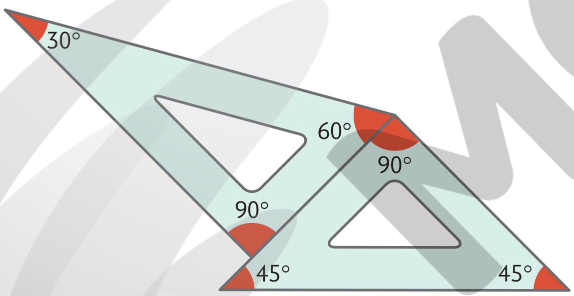
11. a)



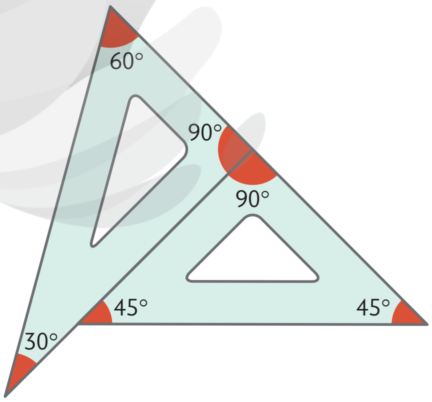
b)



c)



d)



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

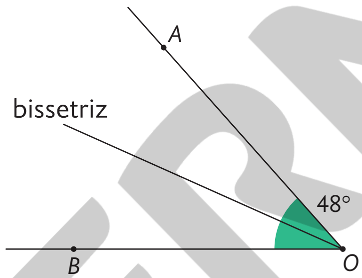
12. a) Como a bissetriz divide um ângulo em dois ângulos iguais, temos $\text{med}\left(A\widehat{O}C\right) = 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{O}C\right)$. Então, $\text{med}\left(A\widehat{O}C\right) = 82°$.

b) Como $\text{med}\left(C\widehat{O}D\right) = \text{med}\left(D\widehat{O}E\right)$, verificamos que $\text{med}\left(C\widehat{O}D\right) = 32°$.
Além disso, $\text{med}\left(B\widehat{O}D\right) = \text{med}\left(B\widehat{O}C\right) + \text{med}\left(C\widehat{O}D\right)$.
Sendo assim, $\text{med}\left(B\widehat{O}D\right) = 41° + 32° = 73°$.

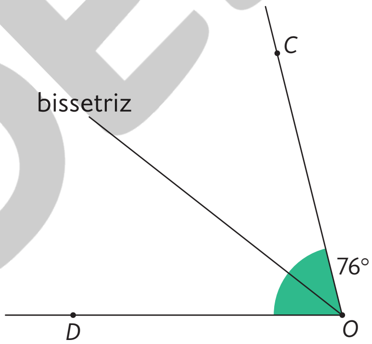
c) Como a bissetriz divide um ângulo em dois ângulos iguais, temos $\text{med}\left(C\widehat{O}E\right) = 2 \cdot \text{med}\left(D\widehat{O}E\right)$. Então, $\text{med}\left(C\widehat{O}E\right) = 64°$.

d) Como $\text{med}\left(A\widehat{O}E\right) = \text{med}\left(A\widehat{O}C\right) + \text{med}\left(C\widehat{O}E\right)$, então: $\text{med}\left(A\widehat{O}E\right) = 82° + 64° = 146°$

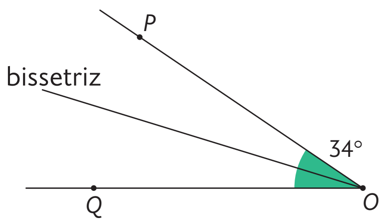
13. a)



b)



c)



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

14. Como a bissetriz divide um ângulo em dois ângulos de mesma medida, temos:

A. $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{O}C\right) = 2 \cdot 45° = 90°$.
Portanto, $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = 90°$.

B. $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = 2 \cdot \text{med}\left(A\widehat{O}C\right) = 2 \cdot 38° = 76°$.
Portanto, $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = 76°$.

C. $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = 2 \cdot \text{med}\left(A\widehat{O}C\right) = 2 \cdot 73° = 146°$.
Portanto, $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = 146°$.

D. $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{O}C\right) = 2 \cdot 26° = 52°$.
Portanto, $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = 52°$.

15. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que, nesse posicionamento, o goleiro tem maior alcance em toda a extensão do gol e, consequentemente, a chance de defesa aumenta.

b) Como a bissetriz divide o ângulo em dois ângulos de mesma medida, se o ângulo indicado em vermelho medir 18°, o ângulo indicado em azul terá a mesma medida, ou seja, 18°.

16. a) Márcia representou um ângulo simétrico em relação à linha verde, ou seja, ela representou um ângulo de 52°.

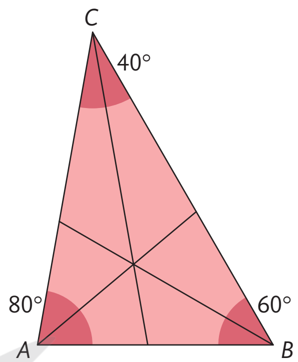
b) Como os dois ângulos têm medidas iguais, a soma de suas medidas é $52° + 52° = 104°$.

c) Sim, a linha verde é a bissetriz do ângulo formado porque ela o divide ao meio, formando dois ângulos simétricos.

17. Como OE é bissetriz do ângulo $A\widehat{O}B$, temos:

$$5x = 3x + 26°$$
$$5x - 3x = 26°$$
$$2x = 26°$$
$$x = 13°$$

18. As bissetrizes dos ângulos $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$, quando se encontram, formam dois ângulos, um agudo e um obtuso.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

O ângulo obtuso formado pelas bissetrizes também é o ângulo interno do triângulo formado por elas. Como os ângulos da base desse triângulo medem, respectivamente, 40° e 30°, a medida do ângulo obtuso é dada por:

$$180° - 40° - 30° = 110°$$

Desse modo, o ângulo agudo formado pelas bissetrizes é dado por $180° - 110° = 70°$.

Portanto, a alternativa correta é a **c**.

19. Como a semirreta OF é bissetriz de $C\widehat{O}D$, temos:

$$7x - 2° = x + 34°$$
$$7x - x = 34° + 2°$$
$$6x = 36°$$
$$x = 6°$$

Em seguida, para determinar o valor de um dos ângulos, substituímos o valor de x em uma das duas medidas expressas.

$x + 34° = 6° + 34° = 40°$

Assim:

$40° + 40° = 80°$

Portanto, $\text{med}\left(C\widehat{O}D\right) = 80°$.

20. Como a semirreta CD é bissetriz de $A\widehat{C}B$, temos:

$$2x - 5° = x + 15°$$
$$2x - x = 15° + 5°$$
$$x = 20°$$

Então, a medida de um dos ângulos formados pela bissetriz de $A\widehat{C}B$ é dada por:

$x + 15° = 20° + 15° = 35°$

Portanto, $\text{med}\left(A\widehat{B}C\right) = 20°$ e $\text{med}\left(A\widehat{C}B\right) = 35° + 35° = 70°$.

21. Como a semirreta OB é bissetriz de $A\widehat{O}C$, temos:

$\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = \text{med}\left(B\widehat{O}C\right) = 23°$. Assim:

$\text{med}\left(A\widehat{O}C\right) = \text{med}\left(A\widehat{O}B\right) + \text{med}\left(B\widehat{O}C\right)$

$\text{med}\left(A\widehat{O}C\right) = 46°$

Como a semirreta OC é bissetriz de $A\widehat{O}D$, temos:

$\text{med}\left(A\widehat{O}C\right) = \text{med}\left(C\widehat{O}D\right)$. Assim:

$\text{med}\left(C\widehat{O}D\right) = 46°$

Por fim, como $\text{med}\left(B\widehat{O}D\right) = \text{med}\left(B\widehat{O}C\right) + \text{med}\left(C\widehat{O}D\right)$, obtemos:

$\text{med}\left(B\widehat{O}D\right) = 23° + 46° = 69°$

22. a) A bissetriz QS divide o ângulo $R\widehat{Q}T$ ao meio. Então, $\text{med}\left(R\widehat{Q}S\right) = \text{med}\left(S\widehat{Q}T\right)$. Além disso, a bissetriz QT divide o ângulo $S\widehat{Q}U$ ao meio. Então, $\text{med}\left(S\widehat{Q}T\right) = \text{med}\left(T\widehat{Q}U\right)$. Em decorrência dessas duas afirmações, verificamos que $\text{med}\left(R\widehat{Q}S\right) = \text{med}\left(T\widehat{Q}U\right)$.

b) Como o ângulo $R\widehat{Q}U$ foi dividido em três ângulos de mesma medida, então podemos verificar que $\text{med}\left(R\widehat{Q}S\right) = \frac{1}{2}\,\text{med}\left(S\widehat{Q}U\right)$.

c) Como o ângulo $R\widehat{Q}U$ foi dividido em três ângulos de mesma medida, então podemos verificar que $\text{med}\left(R\widehat{Q}S\right) = \frac{1}{3}\,\text{med}\left(R\widehat{Q}U\right)$.

23. O ângulo $A\widehat{C}B$ mede 60°, pois $180° - 30° - 90° = 60°$. Assim, o ângulo $A\widehat{C}D$ mede 30°, pois $\overrightarrow{CD}$ é bissetriz de $A\widehat{C}B$. Portanto, o ângulo $A\widehat{D}C$ mede $180° - 30° - 30° = 120°$.

24. Considere $\overrightarrow{OE}$ e $\overrightarrow{OF}$ as bissetrizes dos ângulos $A\widehat{O}B$ e $C\widehat{O}D$, respectivamente. Assim, $A\widehat{O}E$ e $E\widehat{O}B$ medem 25,5°. Além disso, $C\widehat{O}F$ e $F\widehat{O}D$ medem 22,5°.

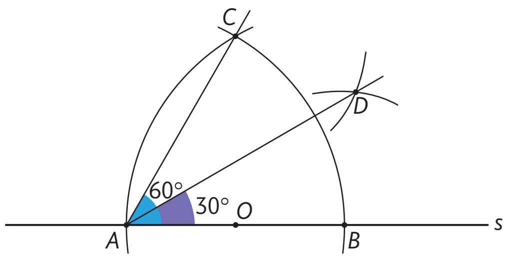
Assim, a medida do menor ângulo formado entre as bissetrizes dos ângulos $A\widehat{O}B$ e $C\widehat{O}D$ é dada por:

$25{,}5° + 84° + 22{,}5° = 132°$

25. De acordo com o enunciado, $\text{med}\left(A\widehat{O}D\right) = 90°$, $\text{med}\left(D\widehat{O}Y\right)$ está entre 40° e 50° e $\text{med}\left(A\widehat{O}Y\right)$ está entre 130° e 140°. Como $\text{med}\left(C\widehat{O}Y\right) = 180°$, concluímos que $\text{med}\left(A\widehat{O}C\right)$ estará entre 40° e 50°. Portanto, a alternativa **b** está correta.

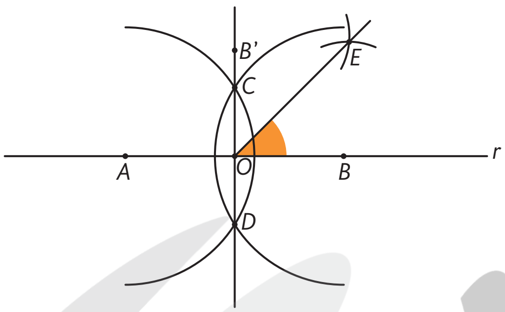
26. a) Na página **47**, é apresentada a construção de um ângulo de 60° com régua e compasso. Para construir o ângulo de 30°, deve-se repetir os mesmos procedimentos.

Em seguida, com a ponta-seca do compasso em **B** e abertura maior do que a metade do arco *BC*, trace um arco. Repita esse processo com a ponta-seca do compasso em **C** e marque um ponto **D** na interseção dos arcos. Por fim, com a régua, trace a semirreta *AD*, obtendo $B\hat{A}D$, cuja medida é 30°.



b) Para construir o ângulo de 45°, repita os procedimentos da página **46**, na qual é apresentada a construção de um ângulo de 90° com régua e compasso.

Após finalizar esses procedimentos, com a abertura do compasso igual a $\overline{OB}$, trace $\overline{OB'}$ sobre a reta *CD*. Com a ponta-seca do compasso em *B* e abertura maior do que a metade da medida da distância entre *B* e *B'*, trace um arco. Em seguida, repita esse processo, agora com a ponta-seca do compasso em *B'*, e marque um ponto *E* na interseção dos arcos. Por fim, com a régua, trace uma semirreta *OE*, obtendo $B\hat{O}E$, cuja medida é 45°.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

27. Como os dois triângulos são isósceles e congruentes, verificamos que $C\hat{B}A$ mede 25°, $B\hat{A}C$ mede 25° e $B\hat{C}A$ mede 130°. Pelas mesmas conclusões, $D\hat{C}A$ também mede 130°. Portanto, $B\hat{C}D$ mede 100°, pois 360° − 130° − 130° = 100°.

O que eu estudei?

1. A. Complementar de 43°: 90° − 43° = 47°
Suplementar de 43°: 180° − 43° = 137°
B. Complementar de 89°: 90° − 89° = 1°
Suplementar de 89°: 180° − 89° = 91°
C. Complementar de 25°: 90° − 25° = 65°
Suplementar de 25°: 180° − 25° = 155°
D. Complementar de 71°: 90° − 71°v= 19°
Suplementar de 25°: 180° − 71° = 109°

2. a) $\text{med}\left(A\hat{O}C\right) = 180° - 41° = 139°$

b) $\text{med}\left(A\hat{O}D\right) = 180° - 24° - 90° = 66°$

3. Para determinar a medida dos ângulos indicados, primeiro precisamos calcular o valor de *x* em cada item.

A. Os ângulos indicados somam 180°. Assim:

$2x + 3x - 14° + x + 12° + x = 180°$
$7x = 182°$
$x = 26°$

Substituindo o valor de *x* em cada ângulo, temos:

$\text{med}\left(B\hat{O}E\right) = 2x = 2 \cdot 26° = 52°$
$\text{med}\left(E\hat{O}D\right) = 3x - 14° = 3 \cdot 26° - 14° = 64°$
$\text{med}\left(D\hat{O}C\right) = x + 12° = 26° + 12° = 38°$
$\text{med}\left(C\hat{O}A\right) = x = 26°$

B. Como $\text{med}\left(D\hat{O}B\right) = 90°$ e os ângulos indicados somam 90°, obtemos:

$17x + 3° + 5x - 1° = 90°$
$22x = 88°$
$x = 4°$

Substituindo o valor de *x* em cada ângulo, temos:

$\text{med}\left(D\hat{O}C\right) = 17x + 3° = 17 \cdot 4° + 3° = 71°$
$\text{med}\left(A\hat{O}C\right) = 5x - 1° = 5 \cdot 4° - 1° = 19°$

4. Os ângulos indicados nos dois itens são opostos pelo vértice. Por esse motivo, são congruentes. Assim, podemos obter o valor de *x* igualando as duas sentenças em cada item.

A. $8x + 7° = 10x - 25°$
$2x = 32°$
$x = 16°$

Por serem congruentes, podemos escolher qualquer um dos ângulos para substituir o valor de *x* encontrado.

$8x + 7° = 8 \cdot 16° + 7° = 135°$

Portanto, os ângulos em destaque medem 135°.

B. $9x + 2° = 47° - 6x$
$15x = 45°$
$x = 3°$

Por serem congruentes, podemos escolher qualquer um dos ângulos para substituir o valor de *x* encontrado.

$9x + 2 = 9 \cdot 3° + 2° = 29°$

Portanto, os ângulos em destaque medem 29°.

Unidade 4 Proporcionalidade

Atividades

1. a) A razão entre a quantidade de partidas perdidas e a quantidade de partidas vencidas pode ser representada pela fração $\frac{3}{5}$.

b) A razão entre a quantidade de pessoas que pagaram meia-entrada e a de pessoas que pagaram a entrada inteira pode ser representada pela fração $\frac{74}{118}$.

c) A razão entre a quantidade de pessoas que preferem o ar-condicionado desligado e a quantidade de pessoas que preferem ele ligado pode ser representada pela fração $\frac{7}{10}$.

d) A razão entre a quantidade de fotos de animais invertebrados e a quantidade de fotos de animais vertebrados pode ser representada por $\frac{14}{5}$.

2. a) A razão entre a quantidade de questões de Português e de Matemática resolvidas por Rafael é dada pela fração $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$.

b) A razão do item **a** significa que, a cada 3 questões resolvidas de Português, 4 questões de Matemática foram solucionadas.

3. Usando a propriedade fundamental das proporções, temos as seguintes considerações.

a) As frações não formam uma proporção, pois $20 \cdot 19 \neq 36 \cdot 10$.

b) As frações formam uma proporção, pois $28 \cdot 18 = 63 \cdot 8 = 504$.

c) As frações não formam uma proporção, pois $16 \cdot 78 \neq 65 \cdot 18$.

d) As frações formam uma proporção, pois $6 \cdot 25 = 15 \cdot 10 = 150$.

e) As frações formam uma proporção, pois $30 \cdot 14 = 35 \cdot 12 = 420$.

f) As frações não formam uma proporção, pois $24 \cdot 38 \neq 30 \cdot 32$.

g) As frações não formam uma proporção, pois $13 \cdot 20 \neq 7 \cdot 39$.

h) As frações formam uma proporção, pois $4 \cdot 42 = 3 \cdot 56 = 168$.

4. a) A razão entre a quantidade de pessoas idosas e a de não idosas é dada pela fração $\frac{2}{5}$.

b) Como a razão entre a quantidade de pessoas idosas e a de não idosas nessa excursão é $\frac{2}{5}$, e sabendo que, ao todo, são 45 pessoas nessa excursão, podemos representar por x a quantidade de pessoas idosas e calcular a seguinte proporção:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} &= \frac{x}{45} \\ 2 \cdot 45 &= 5 \cdot x \\ 90 &= 5x \\ x &= \frac{90}{5} = 18 \end{aligned}$$

Portanto, há 18 pessoas idosas nessa excursão.

5. Calculando os produtos entre o numerador de uma fração e denominador de outra na proporção, obtemos:

a) $18 \cdot x = 27 \cdot 5$

$$\begin{aligned} 18x &= 135 \\ x &= \frac{135}{18} \\ x &= \frac{135 : 9}{18 : 9} \\ x &= \frac{15}{2} \end{aligned}$$

b) $5 \cdot (x + 4) = 12 \cdot 35$

$$\begin{aligned} 5x + 20 &= 420 \\ 5x &= 400 \\ x &= \frac{400}{5} \\ x &= 80 \end{aligned}$$

c) $4 \cdot (x + 2) = 3 \cdot 5$

$$\begin{aligned} 4x + 8 &= 15 \\ 4x &= 15 - 8 \\ 4x &= 7 \\ x &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

d) $6 \cdot x = 45 \cdot 14$

$$\begin{aligned} 6x &= 630 \\ x &= \frac{630}{6} \\ x &= 105 \end{aligned}$$

e) $(2x + 2) \cdot 8 = 14 \cdot (x + 3)$

$$\begin{aligned} 16x + 16 &= 14x + 42 \\ 16x - 14x &= 42 - 16 \\ 2x &= 26 \\ x &= \frac{26}{2} \\ x &= 13 \end{aligned}$$

f) $(4x - 3) \cdot 10 = (x + 2) \cdot 3$

$$\begin{aligned} 40x - 30 &= 3x + 6 \\ 40x - 3x &= 6 + 30 \\ 37x &= 36 \\ x &= \frac{36}{37} \end{aligned}$$

g) $12 \cdot x = 6 \cdot (x + 5)$

$$\begin{aligned} 12x &= 6x + 30 \\ 12x - 6x &= 30 \\ 6x &= 30 \\ x &= \frac{30}{6} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

h) $45 \cdot (2x + 2) = (10x - 8) \cdot 15$

$$\begin{aligned} 90x + 90 &= 150x - 120 \\ 90x - 150x &= -120 - 90 \\ -60x &= -210 \\ x &= \frac{210}{60} \\ x &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

6. a) Registre o número 50 em **A1**. Na célula **B1**, digite a fórmula **=A1*18%** e pressione **Enter**. A porcentagem desejada será exibida. Portanto, 18% de R$ 50,00 correspondem a R$ 9,00.

b) Registre o número 75 em **A2**. Na célula **B2**, digite a fórmula **=A2*22%** e pressione **Enter**. A porcentagem desejada será exibida. Portanto, 22% de R$ 75,00 correspondem a R$ 16,50.

c) Registre o número 55 em **A3**. Na célula **B3**, digite a fórmula **=A3*38%** e pressione **Enter**. A porcentagem desejada será exibida. Portanto, 38% de R$ 55,00 correspondem a R$ 20,90.

d) Registre o número 40 em **A4**. Na célula **B4**, digite a fórmula **=A4*55%** e pressione **Enter**. A porcentagem desejada será exibida. Portanto, 55% de R$ 40,00 correspondem a R$ 22,00.

e) Registre o número 30 em **A5**. Na célula **B5**, digite a fórmula **=A5*80%** e pressione **Enter**. A porcentagem desejada será exibida. Portanto, 80% de R$ 30,00 correspondem a R$ 24,00.

	A	B	C
1	50	9	
2	75	16,5	
3	55	20,9	
4	40	22	
5	30	24	
6			

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

7. Sugestão de resposta: $\frac{8}{17} = \frac{24}{51}$, pois $8 \cdot 51 = 17 \cdot 24 = 408$.

Questão 1. Para determinar o consumo mensal do forno elétrico com tempo de uso diário medindo 8 h, basta substituir x por 8 em $y = 15x$. Assim:

$$y = 15 \cdot 8$$

$$y = 120$$

Portanto, o consumo mensal do forno elétrico com uso de 8 h por dia é 120 kWh.

Atividades

8. a) As grandezas são proporcionais, pois $\frac{98}{2} = \frac{196}{4} = 49$.

b) As grandezas não são proporcionais, pois $\frac{14}{1,57} \neq \frac{22}{1,77}$.

c) As grandezas não são proporcionais, pois $\frac{1}{2,60} \neq \frac{2}{5,10}$.

d) As grandezas são inversamente proporcionais, pois $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

9. a) As grandezas apresentadas não são proporcionais, pois a quantidade de gols marcados não depende do tempo da partida de futebol.

b) As grandezas apresentadas são inversamente proporcionais, pois, quanto mais pintores para pintar a casa, menor será o tempo gasto.

c) As grandezas apresentadas são inversamente proporcionais, pois, quanto maior a velocidade média, menor será o tempo gasto na viagem.

d) As grandezas apresentadas são diretamente proporcionais, pois, quanto maior for a massa da carne a ser comprada, maior será o preço.

e) As grandezas apresentadas não são proporcionais, pois a duração de um filme não depende das dimensões de um DVD.

10. a) Verdadeira.

b) Falsa. A quantidade de comprimidos e a quantidade de dias são grandezas diretamente proporcionais.

c) Falsa. As grandezas são diretamente proporcionais. Assim, se 1 copo enche em 25 segundos, 3 copos encherão em 75 segundos, ou seja, mais do que 1 minuto.

d) Verdadeira.

e) Falsa. A duração de 10 episódios será de 450 minutos. Fazendo a conversão para horas, obtemos $450 : \underbrace{60}_{1\text{ h}} = 7{,}5$, ou seja, 7 h 30 min.

11. a) De acordo com as informações do quadro, são necessárias 3 colheitadeiras de mesmo modelo para colher a soja em 8 dias.

b) São inversamente proporcionais, pois, se aumentar a quantidade de colheitadeiras, a quantidade de dias vai diminuir.

12. a) De acordo com os valores apresentados, fazemos:

$$\frac{26}{13} = \frac{39}{a} \qquad\qquad \frac{26}{13} = \frac{b}{65}$$

$$26a = 507 \qquad\qquad 1690 = 13b$$

$$a = 19{,}5 \qquad\qquad b = 130$$

Portanto, $a = 19{,}5$ e $b = 130$.

b) Podemos concluir que as grandezas são diretamente proporcionais, pois, à medida que uma grandeza aumenta, a outra grandeza aumenta proporcionalmente.

13. a) De acordo com as informações apresentadas, podemos construir o quadro a seguir.

Medida de massa em quilogramas (x)	Preço total a pagar por kg de limões (y)
1	$4 = 4 \cdot 1$
2	$8 = 4 \cdot 2$
3	$12 = 4 \cdot 3$
4	$16 = 4 \cdot 4$

Portanto, a fórmula que representa a relação entre o preço pago por kg de limões e a medida da massa de limão, em quilograma, é dado por $y = 4x$.

b) Analisando os valores do quadro do item **a**, temos as seguintes coordenadas:

$(1, 4)$, $(2, 8)$, $(3, 12)$, $(4, 16)$.

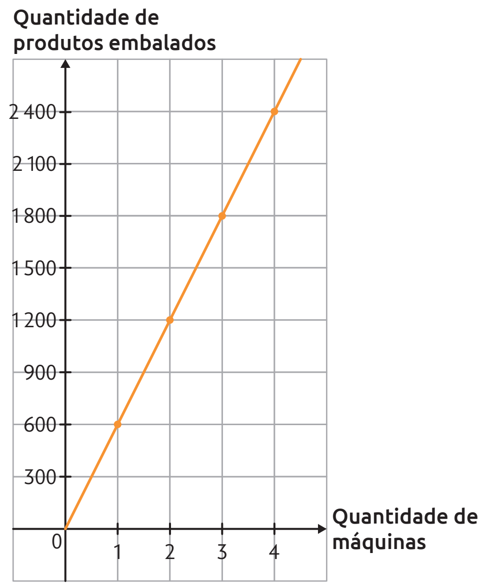
Portanto, o gráfico que representa essa fórmula é o **B**.

c) Usando a fórmula, obtemos $y = 4 \cdot 1{,}5 = 6$, ou seja, 1,5 kg de limão custa R$ 6,00.

14. a) Denominando x a quantidade de máquinas e y a quantidade de produtos embalados, temos:

x	y	(x, y)
1	600	$(1, 600)$
2	1200	$(2, 1200)$
3	1800	$(3, 1800)$
4	2400	$(4, 2400)$

Portanto, a quantidade de produtos embalados em relação à quantidade de máquinas é dada por $y = 600x$.

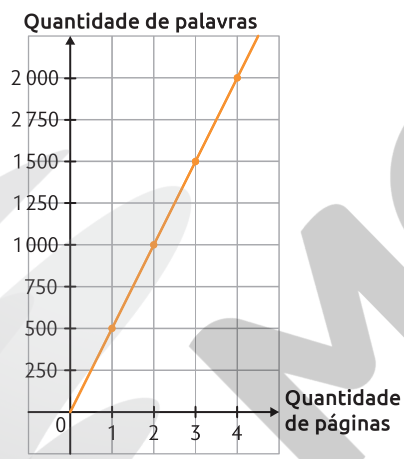


JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Indicando por x a quantidade de páginas e por y a quantidade de palavras, temos:

x	y	(x, y)
1	500	(1, 500)
2	1000	(2, 1100)
3	1500	(3, 1500)
4	2000	(1, 2000)

Portanto, a quantidade de palavras em relação à quantidade de páginas é dada por $y = 500x$.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

15. a) As grandezas apresentadas não são proporcionais, pois o valor a ser pago não aumenta proporcionalmente à quantidade de horas, devido ao valor fixo cobrado.

b) De acordo com o quadro a seguir, temos:

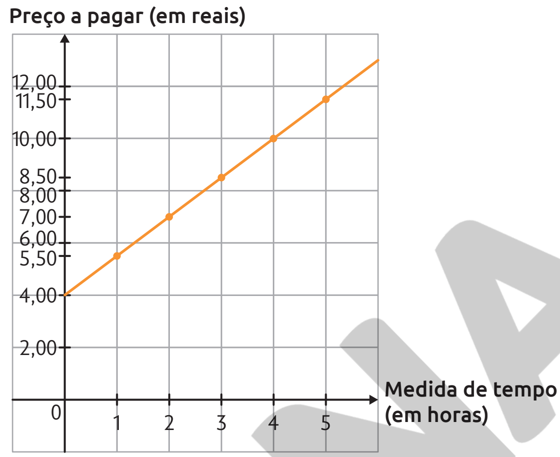
Medida de tempo (em horas)	Preço total a pagar (R$)
1	$4 + 1{,}5 \cdot 1 = 5{,}50$
2	$4 + 1{,}5 \cdot 2 = 7{,}00$
3	$4 + 1{,}5 \cdot 3 = 8{,}50$
x	$4 + 1{,}5 \cdot x$

Portanto, a fórmula é dada por $y = 4 + 1{,}5 \cdot x$.

c) Usando a fórmula, para $x = 5$, temos:

$y = 4 + 1{,}5 \cdot 5 = 11{,}5$, ou seja, R$ 11,50.

d)



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

16. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Quantos tomates serão colhidos em 30 minutos?

Resposta: Como as grandezas são diretamente proporcionais, em 30 minutos serão colhidos 210 tomates.

17. Como as grandezas são diretamente proporcionais, para determinar o valor de cada figura, fazemos:

- $\dfrac{\blacktriangle}{15} = \dfrac{7{,}5}{30}$

  $30\blacktriangle = 112{,}5$

  $\blacktriangle = \dfrac{112{,}5}{30}$

  $\blacktriangle = 3{,}75$

- $\dfrac{7{,}5}{30} = \dfrac{12}{\blacksquare}$

  $7{,}5\blacksquare = 360$

  $\blacksquare = \dfrac{360}{7{,}5}$

  $\blacksquare = 48$

- $\dfrac{12}{\blacksquare} = \dfrac{12}{48} = \dfrac{\bullet}{46}$

  $48\bullet = 552$

  $\bullet = \dfrac{552}{48}$

  $\bullet = 11{,}5$

18. a) Como as grandezas são diretamente proporcionais, temos:

$$\frac{7}{56} = \frac{x}{104}$$

$$56x = 728$$

$$x = \frac{728}{56}$$

$$x = 13$$

b) Invertendo uma das razões, por serem inversamente proporcionais, temos:

$$\frac{7}{56} = \frac{104}{x}$$

$$7x = 104 \cdot 56$$

$$x = \frac{5\,824}{7}$$

$$x = 832$$

c) Como as grandezas são diretamente proporcionais, temos:

$\frac{x}{21} = \frac{5}{7}$

$7x = 21 \cdot 5$

$x = \frac{105}{7}$

$x = 15$

d) Invertendo uma das razões, por serem inversamente proporcionais, temos:

$\frac{30}{x} = \frac{20}{54}$

$20x = 1620$

$x = \frac{1620}{20}$

$x = 81$

e) Invertendo uma das razões, por serem inversamente proporcionais, temos:

$\frac{8}{14} = \frac{x}{21}$

$14x = 8 \cdot 21$

$x = \frac{168}{14}$

$x = 12$

19. a) Considerando o consumo de energia do televisor, temos:

Medida de tempo (em horas)	Consumo (kWh)
5	12
3	x

$\frac{5}{3} = \frac{12}{x}$

$5x = 36$

$x = \frac{36}{5}$

$x \simeq 7$, ou seja, aproximadamente 7 kWh.

b) Considerando o consumo de energia do ar-condicionado, temos:

Medida de tempo (em horas)	Consumo (kWh)
8	129
6	x

$\frac{8}{6} = \frac{129}{x}$

$8x = 774$

$x = \frac{774}{8}$

$x \simeq 96{,}8$, ou seja, aproximadamente 96,8 kWh.

c) Considerando o consumo de energia do micro-ondas e sendo 20 min $= \frac{1}{3}$ h, temos:

Medida de tempo (em horas)	Consumo (kWh)
$\frac{1}{3}$	14
1	x

$\frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{14}{x}$

$\frac{1}{3}x = 14$

$x = 42$

$x = 42$, ou seja, aproximadamente, 42 kWh.

d) Considerando o consumo de energia do chuveiro e sendo 30 min = 0,5 h, temos:

Medida de tempo (em horas)	Consumo (kWh)
0,5	72
1,5	x

$\frac{0{,}5}{1{,}5} = \frac{72}{x}$

$0{,}5x = 108$

$x = \frac{108}{0{,}5}$

$x = 216$, ou seja, aproximadamente, 216 kWh.

20. a) Como deve ser aplicado 1 mL de medicamento a cada 50 kg, temos:

Medicamento (mL)	Medida de massa (kg)
1	50
x	450

$\frac{1}{x} = \frac{50}{450}$

$50x = 450$

$x = \frac{450}{50}$

$x = 9$

Portanto, devem ser aplicados 9 mL de medicamento nesse animal.

b) De acordo com as informações do problema, consideramos o quadro a seguir.

Medicamento (mL)	Medida de massa (kg)
1	50
5,5	x

$\frac{1}{5{,}5} = \frac{50}{x}$

$1x = 275$

$x = 275$

Portanto, esse animal tem 275 kg de medida de massa.

21. Segundo o enunciado, um saquinho com 6 balas tem, em média, 55 g. Então, cada bala tem, em média, 9 g. Considerando 1 kg = 1000 g, temos:

Quantidade de balas	Medida de massa (em kg)
6	55
x	1000

$\frac{6}{x} = \frac{55}{1000}$

$55x = 6000$

$x = \frac{6000}{55}$

$x \simeq 109$

Portanto, em um saco de 1 kg de medida de massa, há aproximadamente 109 balas.

22. a) Como as grandezas são diretamente proporcionais, temos:

Quantidade de cana-de-açúcar (em kg)	Etanol (L)
1000	70
2500	x

$\frac{1000}{2500} = \frac{70}{x}$

$1000x = 175000$

$x = \frac{175000}{1000}$

$x = 175$

Portanto, com 2500 kg de cana-de-açúcar, podem ser produzidos, aproximadamente, 175 L de etanol.

b) De acordo com as informações do problema, temos:

Quantidade de cana-de-açúcar (em kg)	Etanol (L)
1000	70
x	35

$\frac{1000}{x} = \frac{70}{35}$

$70x = 35000$

$x = \frac{35000}{70}$

$x = 500$

Portanto, para produzir 35 L de etanol, são necessários, aproximadamente, 500 kg de cana-de-açúcar.

23. A quantidade de pessoas é inversamente proporcional à medida de tempo necessária para limpar o salão. Assim:

Quantidade de pessoas	Medida de tempo (em horas)
3	6
4	x

$\frac{3}{4} = \frac{6}{x}$

$\frac{3}{4} = \frac{x}{6}$

$4x = 18$

$x = \frac{18}{4}$

$x = 4{,}5$

Portanto, 4 pessoas levariam 4 h 30 min para limpar o salão de festas.

24. Como a quantidade de pessoas é inversamente proporcional à medida de tempo necessária para colher as frutas, temos:

Quantidade de pessoas	Medida de tempo (em dias)
15	7
x	5

$\frac{15}{x} = \frac{7}{5}$

$\frac{15}{x} = \frac{5}{7}$

$5x = 105$

$x = \frac{105}{5}$

$x = 21$

Portanto, seriam necessárias 21 pessoas trabalhando no mesmo ritmo para colher essas frutas em 5 dias.

25. a) A quantidade de funcionários é inversamente proporcional à medida de tempo necessária para terminar a encomenda. Sendo assim:

Quantidade de funcionários	Medida de tempo (em dias)
4	3
x	1

$\frac{4}{x} = \frac{3}{1}$

$\frac{4}{x} = \frac{1}{3}$

$x = 4 \cdot 3$

$x = 12$, ou seja, 12 funcionários prepararam a encomenda em um dia.

Portanto, se considerarmos que Marilda e mais 3 funcionários já estão trabalhando, ela deveria contratar mais 8 funcionários para terminar a encomenda em 1 dia.

b)

Quantidade de pessoas	Medida de tempo (em dias)
6	x
4	3

$$\frac{6}{4} = \frac{x}{3}$$
$$\frac{6}{4} = \frac{3}{x}$$
$$6x = 12$$
$$x = \frac{12}{6}$$
$$x = 2$$

Portanto, se Marilda contratasse mais 2 funcionários, considerando o mesmo ritmo de trabalho, finalizaria a encomenda em 2 dias.

26. Com a contratação de mais 6 digitadores, o material seria produzido por 15 pessoas. Como a quantidade de pessoas é inversamente proporcional à medida de tempo necessária para digitar o material, temos:

Quantidade de pessoas	Medida de tempo (em dias)
9	20
15	x

$$\frac{9}{15} = \frac{20}{x}$$
$$\frac{9}{15} = \frac{x}{20}$$
$$15x = 180$$
$$x = \frac{180}{15}$$
$$x = 12$$

Portanto, considerando o mesmo ritmo de trabalho, contratando mais 6 digitadores, todos terminariam o material em 12 dias.

27. As grandezas são diretamente proporcionais, pois o total de água desperdiçado aumenta de acordo com a medida de tempo. Como 6 h = 21600 s, temos:

Quantidade de gotas	Medida de tempo (em segundos)
1	3
x	21600

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{21600}$$
$$3x = 21600$$
$$x = \frac{21600}{3}$$

$x = 7200$, ou seja, 7200 gotas.

Cada gota tem 0,2 mL de medida de volume. Então, o total de água desperdiçada é $7200 \cdot 0{,}2 = 1440$, ou seja, serão desperdiçados 1440 mL ou, aproximadamente, 1,4 L nesse período.

Portanto, a alternativa **c** está correta.

28. a) As grandezas são diretamente proporcionais. Sendo assim:

Medida de volume (em litros)	Medida de tempo (em segundos)
35	45
980	x

$$\frac{35}{980} = \frac{45}{x}$$
$$35x = 44100$$
$$x = \frac{44100}{35}$$

$x = 1260$, ou seja, 1260 segundos.

Fazendo a conversão em minutos, obtemos 21 minutos. Portanto, vai levar 21 minutos para encher totalmente a caixa.

b) Fazendo a conversão de 18 minutos em segundos, obtemos $18 \cdot 60 = 1080$, ou seja, 1080 segundos. Assim:

Medida de volume (em litros)	Medida de tempo (em segundos)
35	45
x	1080

$$45x = 37800$$
$$x = \frac{37800}{45}$$
$$x = 840$$

Portanto, ele vai bombear 840 L.

29. Como há 54 caixas cúbicas com dimensões medindo 1 m, a área total ocupada por elas mede 54 m^2. Calculando a área ocupada pelas caixas cujas dimensões medem 1,5 m, obtemos $1{,}5 \cdot 1{,}5 = 2{,}25$ m^2.

Como as grandezas são inversamente proporcionais, quanto maior forem as dimensões da caixa, menor será a quantidade de caixas que caberão no depósito.

Quantidade de caixas	Medida de área (em metros)
54	1
x	2,25

$$\frac{54}{x} = \frac{1}{2{,}25}$$
$$\frac{54}{x} = \frac{2{,}25}{1}$$
$$2{,}25x = 54$$
$$x = \frac{54}{2{,}25}$$
$$x = 24$$

Portanto, cabem 24 caixas com dimensões de 1,5 m nesse depósito.

30. As grandezas são diretamente proporcionais. Então:

Porcentagem	Preço (R$)
15	9,90
100	x

$$\frac{15}{100} = \frac{9{,}90}{x}$$
$$15x = 990$$
$$15x = 990$$
$$x = \frac{990}{15}$$
$$x = 66$$

Assim:

$66 - 9{,}90 = 56{,}10$

Portanto, o preço do jogo sem o desconto é R$ 66,00 e Fábio pagou R$ 56,10.

31. As grandezas são diretamente proporcionais. Então:

Porcentagem	Preço (R$)
107	185,11
100	x

$\frac{107}{100} = \frac{185{,}11}{x}$

$107x = 18\,511$

$107x = 18\,511$

$x = \frac{18\,511}{107}$

$x = 173$

Portanto, Eduardo pagaria R$ 173,00 sem o acréscimo.

32. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Determinado veículo percorre 77 km de medida de distância com 7 litros de gasolina. Qual medida de distância ele percorrerá com 15 litros?

Resposta: 165 km

33. Para resolver essa atividade, devemos inicialmente contar a quantidade de "dentes" em cada engrenagem, pois essa informação é importante nos cálculos.

Engrenagem **1**: 24 "dentes".

Engrenagem **2**: 16 "dentes".

Engrenagem **3**: 12 "dentes".

Na situação apresentada, as grandezas são inversamente proporcionais, pois, quanto maior for a quantidade de "dentes", menor será a quantidade de voltas.

a) Organizando essas grandezas em um quadro, temos:

Quantidade de voltas	Quantidade de "dentes"
8	24
x	16

$\frac{8}{x} = \frac{24}{16}$

$\frac{8}{x} = \frac{16}{24}$

$16x = 192$

$x = \frac{192}{16}$

$x = 12$

Portanto, se a engrenagem **1** der 8 voltas, a engrenagem **2** dará 12 voltas.

b) Realizando os cálculos da engrenagem **3** em relação à engrenagem **2**, temos:

Quantidade de voltas	Quantidade de "dentes"
28	12
x	16

$\frac{28}{x} = \frac{12}{16}$

$\frac{28}{x} = \frac{16}{12}$

$16x = 336$

$x = \frac{336}{16}$

$x = 21$

Portanto, se a engrenagem **3** der 28 voltas, a engrenagem **2** dará 21 voltas.

Realizando os cálculos da engrenagem **3** em relação à engrenagem **1**, temos:

Quantidade de voltas	Quantidade de "dentes"
28	12
x	24

$\frac{28}{x} = \frac{12}{24}$

$\frac{28}{x} = \frac{24}{12}$

$24x = 336$

$x = \frac{336}{24}$

$x = 14$

Portanto, se a engrenagem **1** der 14 voltas, a engrenagem **3** dará 28 voltas.

34. a) As grandezas apresentadas são inversamente proporcionais, pois, quanto maior for a vazão, menor será a medida de tempo para encher o reservatório.

- Considerando que 7 h = 420 min, temos o seguinte quadro:

Litros de água por minuto	Medida de tempo (em min)
16	420
14	x

$\frac{16}{14} = \frac{420}{x}$

$\frac{16}{14} = \frac{x}{420}$

$14x = 6\,720$

$x = \frac{6\,720}{14}$

$x = 480$

Portanto, despejando 14 L por minuto, essa torneira levaria $\underbrace{8\text{ h}}_{480\text{ min} : 60\text{ min}}$ para encher o mesmo reservatório.

- Para que o reservatório fique cheio em 4 h ou $\underbrace{240\text{ min}}_{4 \cdot 60\text{ min}}$, temos o seguinte quadro:

Litros de água por minuto	Medida de tempo (em minuto)
16	420
x	240

$\frac{16}{x} = \frac{420}{240}$

$\frac{16}{x} = \frac{240}{420}$

$240x = 6720$

$x = \frac{6720}{240}$

$x = 28$, ou seja, 28 litros por minuto.

b) Espera-se que os estudantes citem atitudes como tomar banhos em menor tempo, não escovar os dentes com a torneira aberta, preferir varrer a calçada em vez de lavá-la e usar baldes para lavar automóveis em vez da mangueira, entre outras atitudes.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes compartilhem as atitudes tomadas por seus familiares com a turma.

35. a) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Em uma empresa de construção, 3 funcionários realizam determinado serviço em 12 dias. Para que esse mesmo serviço seja feito em 4 dias, mantendo o mesmo ritmo de trabalho, essa empresa deverá dispor de quantos funcionários?

Resposta: 9 funcionários.

b) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Um automóvel a uma velocidade constante de 80 km/h faz uma viagem em 10 horas. Qual é a medida da velocidade que esse automóvel deve permanecer para que essa viagem seja feita em 8 horas?

Resposta: 100 km/h.

O que eu estudei?

1. a) A razão entre a quantidade de esfirras de carne e a de queijo é dada por $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$.

b) A razão escrita no item **a** significa que, a cada 3 esfirras de carne, 2 eram de queijo.

2. a) Como as grandezas são diretamente proporcionais, temos:

Preço (R$)	Quantidade de fichas
50	3
450	x

$\frac{50}{450} = \frac{3}{x}$

$50x = 1350$

$x = \frac{1350}{50}$

$x = 27$

Portanto, Guilherme ganhou 27 fichas.

b) A razão que representa a quantidade de fichas para o sorteio e a quantia gasta é $\frac{3}{50}$.

c) Para determinar o mínimo que uma pessoa deve gastar a fim de ganhar 18 fichas, calculamos:

Preço (R$)	Quantidade de fichas
50	3
x	18

$\frac{50}{x} = \frac{3}{18}$

$3x = 900$

$x = \frac{900}{3}$

$x = 300$

Portanto, uma pessoa deve gastar, no mínimo, R$ 300,00.

3. a) As grandezas não são proporcionais.

b) As grandezas são diretamente proporcionais, pois, quanto maior for a medida da área, maior será a quantidade de pisos.

c) As grandezas são inversamente proporcionais, pois, quanto maior for a quantidade de funcionários, menor será a medida de tempo.

4. a) A sentença matemática que relaciona corretamente essas grandezas é $y = 3x$, pois, para cada bolo, o confeiteiro usa 3 ovos.

b) Considere o quadro a seguir.

x	y	(x, y)
1	3	(1, 3)
2	6	(2, 6)
3	9	(3, 9)
4	12	(4, 12)
5	15	(5, 15)

Comparando essas informações, verificamos que o gráfico **D** representa a reta dada pela expressão $y = 3x$. Portanto, esse é o gráfico correspondente à formula correta determinada no item **a**.

c) Calculando primeiro a quantidade de ovos, quatro caixas com uma dúzia de ovos totalizam 48 ovos, pois $4 \cdot 12 = 48$. Substituindo em $y = 3x$, temos:

$48 = 3x$

$\frac{48}{3} = \frac{3x}{3}$

$x = 16$

Portanto, ele fez 16 bolos.

5. a) As grandezas envolvidas são quantidade de fotos e quantidade de postagens.

b) Se a porcentagem se mantiver, essas grandezas serão diretamente proporcionais.

c) Organizando as informações em um quadro, temos:

Quantidade de fotos	Quantidade de postagens
75	100
x	228

$\frac{75}{x} = \frac{100}{228}$

$100x = 17100$

$x = \frac{17100}{100}$

$x = 171$, ou seja, Fernanda postou 171 fotos.

6. As grandezas são diretamente proporcionais, pois, quanto mais combustível disponível houver, maior será a distância percorrida.

a) Antes de abastecer, havia 5,8 L no tanque de combustível. Sendo assim, depois de colocar mais 32 L, terá 37,8 L no tanque.

Quantidade de combustível (L)	Medida da distância percorrida (km)
8	100
37,8	x

$\frac{8}{37{,}8} = \frac{100}{x}$

$8x = 3\,780$

$x = \frac{3\,780}{8}$

$x = 472{,}5$

Portanto, Vera poderá percorrer aproximadamente 472,5 km.

b) Para determinar o consumo do carro de Vera no percurso de 125 km, montamos o seguinte quadro.

Quantidade de combustível (L)	Medida da distância percorrida (km)
8	100
x	125

$\frac{8}{x} = \frac{100}{125}$

$100x = 1000$

$x = \frac{1000}{100}$

$x = 10$

Portanto, o carro vai consumir aproximadamente 10 L de combustível nesse percurso.

7. Como as grandezas são diretamente proporcionais, temos:

Medida de tempo (min)	Quantidade de clientes atendidos
7	4
x	32

$\frac{7}{x} = \frac{4}{32}$

$4x = 7 \cdot 32$

$x = \frac{224}{4} = 56$

Portanto, mantendo o mesmo ritmo, o funcionário levará, em média, 56 minutos para atender 32 clientes.

8. Essas grandezas são inversamente proporcionais, pois, quanto mais cães houver para alimentar, menos dias vai durar a ração. Assim:

Medida de tempo (em dias)	Quantidade de cães
30	2
x	5

$\frac{30}{x} = \frac{2}{5}$

$\frac{30}{x} = \frac{5}{2}$

$5x = 60$

$x = \frac{60}{5}$

$x = 12$

Portanto, Juliana poderá alimentar 5 cães por 12 dias com a mesma quantidade de ração.

9. Reescrevendo o enunciado do problema com os números adequados, temos o seguinte enunciado.

Para construir sua casa, Anselmo contratou 4 operários. Com essa quantidade de trabalhadores, a casa ficou pronta em 9 meses. Para que a construção fosse finalizada em 6 meses, quantos operários Anselmo deveria ter contratado?

Como as grandezas são inversamente proporcionais, temos:

$\frac{4}{x} = \frac{9}{6}$

$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$

$6x = 36$

$x = 6$

Portanto, Anselmo deveria ter contratado 6 operários.

10. Como as grandezas são diretamente proporcionais, vamos montar o seguinte quadro.

Preço (R$)	Percentual (%)
217,70	70
x	100

$\frac{217{,}7}{x} = \frac{70}{100}$

$70x = 21700$

$x = \frac{21770}{70}$

$x = 311$

Portanto, se os produtos não estivessem na promoção, o preço pago seria R$ 311,00.

Unidade 5 Estatística, contagem e probabilidade

Atividades

1. a) A quantidade de veículos que circulam por dia em uma avenida é uma variável quantitativa discreta, pois é obtida por meio de contagem e assume valores inteiros positivos.

b) O esporte preferido dos estudantes do 8º ano é uma variável qualitativa nominal, pois descreve um atributo e não apresenta ordenação.

c) A medida de massa é uma variável quantitativa contínua, pois é obtida por meio de uma mensuração e assume qualquer valor em um intervalo de variação.

d) O estágio de uma doença é uma variável qualitativa ordinal, pois descreve uma qualidade e apresenta uma certa ordenação.

e) A quantidade de livros em uma biblioteca é uma variável quantitativa discreta, pois é obtida por meio de uma contagem e assume valores inteiros positivos.

f) O tipo sanguíneo é uma variável qualitativa nominal, pois descreve uma qualidade e não apresenta ordenação.

g) O salário dos funcionários de uma empresa é uma variável quantitativa contínua, pois é obtida por meio de contagem e pode assumir qualquer valor em um intervalo de variação.

h) A classe social é uma variável qualitativa ordinal, pois descreve uma qualidade e apresenta certa ordenação.

2. As variáveis presentes nesse gráfico são "produção brasileira" e "frutas cítricas". A variável "produção brasileira" é quantitativa, pois pode ser obtida por meio de contagem, e "frutas cítricas" é uma variável qualitativa, pois descreve uma qualidade.

3. a) De acordo com as informações, temos:

$$56 + 96 + 120 + 24 + 104 = 400$$

Portanto, foram entrevistados 400 clientes.

b) Como a quantidade de resposta para cada cor é a frequência absoluta de cada uma delas, temos:

- Branco: $fr = \frac{56}{400} = 0{,}14 = 14\%$
- Preto: $fr = \frac{96}{400} = 0{,}24 = 24\%$
- Prata: $fr = \frac{120}{400} = 0{,}3 = 30\%$
- Vermelho:$fr = \frac{24}{400} = 0{,}06 = 6\%$
- Cinza: $fr = \frac{104}{400} = 0{,}26 = 26\%$

Cor preferida pelos clientes da montadora

Cor	Frequência (f)	Frequência relativa (fr)
Branco	56	14%
Preto	96	24%
Prata	120	30%
Vermelho	24	6%
Cinza	104	26%
Total	400	100%

Fonte de pesquisa: administração da montadora de automóveis em 2023.

c) A cor com menor preferência é a vermelha.

4. a) De acordo com os dados, 8 estudantes obtiveram notas maiores do que 7,0.

b) A menor nota obtida foi 2,0 e a maior foi 10,0.

c) Resposta no final da seção **Resoluções**.

Questão 1. Contando a quantidade de idades no quadro, é possível verificar que 50 funcionários participaram da pesquisa.

Questão 2. De acordo com a tabela, a frequência dos funcionários nessa faixa etária é 12 e a frequência relativa é 24%.

Atividades

5. a) A quantidade de funcionários com menos de 41 anos representa a frequência acumulada da faixa etária de $36 \vdash 41$. Portanto, há 26 funcionários com menos de 41 anos.

b) O percentual de funcionários com idade na faixa etária de 46 a 50 anos é 12%.

c) A faixa etária com a maior quantidade de funcionários é a faixa etária de $36 \vdash 41$.

6. a) As pessoas que ganham menos do que 7 salários mínimos estão nas faixas salariais de $1 \vdash 4$ e de $4 \vdash 7$. Assim, temos $18 + 15 = 33$.

Portanto, 33 pessoas recebem menos do que 7 salários mínimos.

b) A amplitude de cada intervalo é igual a 3.

c) Resposta no final da seção **Resoluções**.

7. a) Resposta no final da seção **Resoluções**.

b) A classe com a maior frequência é $57 \vdash 67$.

8. a) Foi pesquisado o IMC de 40 pessoas.

b) A maior frequência ocorreu no intervalo de $18{,}5 \vdash 25$.

c) Não é possível determinar precisamente o IMC nesse caso. Espera-se que os estudantes respondam que a tabela apresenta apenas a frequência por intervalo.

d) Resposta pessoal.

9. a) A amplitude de cada intervalo é 4.

b) A maior frequência ocorreu no intervalo de $26 \vdash 30$.

c) Calculando primeiro a quantidade de atletas inscritos, temos:

$20 + 65 + 78 + 37 + 35 + 15 = 250$, ou seja, 250 atletas.

A quantidade de atletas com idade menor do que 22 anos é igual a 20 e $\frac{20}{250} = 0{,}08 = 8\%$.

Portanto, 8% dos atletas têm idade menor do que 22 anos.

10. a) A porcentagem de estudantes que realizaram a atividade física em pelo menos 3 minutos é dada por:

$$52{,}5\% + 5\% = 57{,}5\%$$

b) No histograma, há 4 intervalos de classes e a amplitude de cada intervalo é igual a 1.

c) A porcentagem de estudantes que gastaram menos de 2 minutos é igual a 12,5%. Como há 40 estudantes nessa turma, temos:

$$\frac{12{,}5}{100} \cdot 40 = \frac{500}{100} = 5$$

Portanto, 5 estudantes gastaram menos de 2 minutos para realizar a atividade física.

11. a) Calculando a média entre os valores consumidos em cada mês, temos:

$$Ma = \frac{17 + 19 + 18 + 20 + 18 + 17 + 18 + 19}{8} = \frac{146}{8} = 18{,}25$$

Portanto, houve um consumo médio de 18,25 m³ de água.

b) O consumo ficou abaixo da média nos meses de maio, julho, setembro, outubro e novembro.

12. a) Resposta no final da seção **Resoluções**.

b) A menor nota apresentada no quadro é 4,0 e a maior nota é 10. Assim, a amplitude total é 6, pois $10 - 4{,}0 = 6$.

13. a) Como todos os candidatos obtiveram nota 9,0 no currículo, temos as seguintes médias para cada candidato:

- Cecília: $Ma = \frac{8{,}8 + 8{,}0 + 8{,}6 + 9{,}0}{4} = \frac{34{,}4}{4} = 8{,}6$
- Júlio: $Ma = \frac{7{,}4 + 8{,}4 + 9{,}2 + 9{,}0}{4} = \frac{34}{4} = 8{,}5$
- Mariana: $Ma = \frac{8{,}7 + 8{,}8 + 9{,}1 + 9{,}0}{4} = \frac{35{,}6}{4} = 8{,}9$
- Roberto: $Ma = \frac{8{,}4 + 8{,}4 + 9{,}0 + 9{,}0}{4} = \frac{34{,}8}{4} = 8{,}7$

Portanto, Mariana ficará em 1º lugar.

b) Para que Júlio tenha a maior média possível, sua nota na etapa do currículo deve ser 10,0, ou seja, ele precisa obter a maior nota possível. Desse modo:

$$Ma = \frac{7{,}4 + 8{,}4 + 9{,}2 + 10{,}0}{4} = \frac{35}{4} = 8{,}75$$

Portanto, a maior média que Júlio poderá obter ao final das quatro etapas é 8,75.

14. Calculando a média, a moda e a mediana da medida da altura dos tenistas para cada país, obtemos:

a) • Brasil: $Ma = \frac{183 + 185 + 183 + 185}{4} = \frac{736}{4} = 184$

Portanto, a média aritmética é 184 cm.

Como temos duas medidas iguais a 183 cm e duas medidas iguais a 185 cm, o conjunto de valores é bimodal e as modas são 183 cm e 185 cm.

Organizando os dados em ordem crescente, temos: 183, 183, 185, 185.

Como há 4 valores, a mediana é dada pela média aritmética dos valores centrais:

$$\frac{183 + 185}{2} = \frac{368}{2} = 184$$

Portanto, a mediana das medidas de altura é 184 cm.

• Espanha: $Ma = \frac{185 + 185 + 188 + 183}{4} = \frac{741}{4} = 185{,}25$

Portanto, a média aritmética das medidas é igual 185,25 cm.

A medida de altura que ocorre com maior frequência é 185 cm. Logo, a moda é igual a 185 cm.

Organizando os dados em ordem crescente, temos: 183, 185, 185, 188.

Nesse caso, como há 4 valores, a mediana é dada pela média aritmética dos valores centrais:

$$\frac{185 + 185}{2} = \frac{370}{2} = 185$$

Portanto, a mediana das medidas de altura é igual a 185 cm.

• Estados Unidos:

$$Ma = \frac{196 + 211 + 208 + 188}{4} = \frac{803}{4} = 200{,}75$$

Portanto, a média das medidas de altura é igual a 200,75 cm.

Como nesse conjunto de dados não há valores que se repetem, o conjunto é amodal, ou seja, não tem moda.

Organizando os dados em ordem crescente, temos: 188, 196, 208, 211.

Como há 4 valores, a mediana é dada pela média aritmética dos valores centrais:

$$\frac{196 + 208}{2} = \frac{404}{2} = 202$$

Portanto, a mediana é 202 cm.

• França: $Ma = \frac{193 + 188 + 196 + 183}{4} = \frac{760}{4} = 190$

Assim, a média das medidas é igual 190 cm.

Nesse conjunto, não há medidas que se repetem, portanto o conjunto de dados é amodal.

Organizando os dados em ordem crescente, temos: 183, 188, 193, 196.

Como há 4 valores, a mediana é dada pela média aritmética dos valores centrais:

$$\frac{188 + 193}{2} = \frac{381}{2} = 190{,}5$$

Portanto, a mediana é 190,5 cm.

b) • Brasil: $185 - 183 = 2$
- Espanha: $188 - 183 = 5$
- Estados Unidos: $211 - 188 = 23$
- França: $196 - 183 = 13$

Portanto, o país que apresenta a menor amplitude total é o Brasil.

15. Resposta no final da seção **Resoluções**.

16. Empresa **A**: $Ma = \frac{82 + 95 + 120}{3} = \frac{297}{3} = 99$, ou seja, 99 milhões de reais.

Empresa **B**: $Ma = \frac{92 + 110 + 104}{3} = \frac{306}{3} = 102$, ou seja, 102 milhões de reais.

Empresa **C**: $Ma = \frac{93 + 101 + 109}{3} = \frac{303}{3} = 101$, ou seja, 101 milhões de reais.

Empresa **D**: $Ma = \frac{84 + 116 + 100}{3} = \frac{300}{3} = 100$, ou seja, 100 milhões de reais.

Portanto, em média, quem mais investiu foi a empresa **B**.

17. O menor e o maior índice da Ibovespa nesse período foram 11 268 e 63 886, respectivamente.

Considerando o menor e o maior valor assumido por esse índice no período apresentado, ocorreu um aumento de 52 615 no índice, pois $63\,886 - 11\,268 = 52\,618$. Assim:

$$\frac{52\,618}{11\,268} \simeq 4{,}7$$

$$4{,}7 \cdot 100 = 470$$

Portanto, houve um aumento percentual de, aproximadamente, 470%.

Questão 3. O título da tabela é "Quantidade de pessoas imunizadas com a 1ª dose ou dose única da vacina contra COVID-19 por região no Brasil, até 7 de abril de 2022", e a fonte de pesquisa é "BRASIL. Ministério da Saúde. Vacinômetro - COVID-19. Disponível em:

https://infoms.saude.gov.br/extensions/DEMAS_C19_Vacina_v2/DEMAS_C19_Vacina_v2.html. Acesso em: 7 abr. 2022.".

Questão 4. O título do eixo horizontal é "Tipo de dose" e o título do eixo vertical é "Quantidade de doses aplicadas".

Atividades

18. a) O alimento mais calórico é o amendoim torrado salgado.

b) Sabendo que 100 g de cada um desses alimentos têm 300 kcal, 51 kcal e 497 kcal, respectivamente, calculamos:

$300 + 51 + 497 = 848$, ou seja, 848 kcal.

Portanto, essa pessoa vai ingerir 848 kcal.

c) O alimento mais calórico é a lentilha cozida, pois em 100 g de lentilha cozida há 93 kcal e em 100 g de iogurte natural há 51 kcal.

d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que consumir menos calorias do que precisamos pode ocasionar, entre outros sintomas, fraqueza, fadiga, perda de cabelo, intolerância ao frio e desnutrição. Já a ação de consumir mais calorias do que precisamos pode levar a acúmulo de gordura, obesidade, hipertensão, colesterol alto e doenças cardíacas, entre outras consequências.

e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes utilizem dados confiáveis, validem as informações com mais de uma fonte e compartilhem o resultado de sua pesquisa com os colegas, contribuindo assim para enriquecer o conhecimento de todos.

19. a) Sugestão de resposta: Faturamento mensal de um supermercado durante 1 ano.

b) Sugestão de resposta: Quantidade de desempregados por sexo em 2022 e em 2023.

c) Sugestão de resposta: Variação da medida da temperatura máxima de uma cidade ao longo de 1 mês.

d) Sugestão de resposta: Preferência dos estudantes do 8º ano por um esporte.

20. a) Sugestão de resposta: Gráfico de colunas, pois facilita a comparação da quantidade de habitantes por região.

b) Sugestão de resposta: Gráfico de linhas, pois facilita a visualização da variação da inflação em determinado período.

c) Sugestão de resposta: Gráfico de setores, por facilitar a comparação dos votos de cada candidato em relação a um total de votos.

21. A. A coluna referente à Região Norte está com a medida de largura diferente das colunas referentes às demais regiões. A medida da altura da coluna referente à Região Sul está maior do que a medida da altura da coluna referente à Região Centro-Oeste, mas esta última apresenta maior taxa de desocupação do que a Região Sul. A medida da altura da coluna referente à Região Nordeste está acima de 15%, porém sua taxa de desocupação é 14,7%.

B. Ausência da fonte de pesquisa e da medida da área referente ao setor ferroviário visivelmente igual à do setor aquaviário. Porém, este último tem um percentual significativamente menor do que o ferroviário.

C. Há espaçamentos diferentes no eixo horizontal entre 2018, 2019 e 2020. Além disso, a produção referente a 2020 está acima da produção referente a 2019, mas ela foi menor.

22. Calculando a quantidade total de bactérias em cada dia da semana das espécies **I** e **II**, temos:

Segunda-feira:

$350 + 1250 = 1600$, ou seja, 1600 bactérias.

Terça-feira:

$800 + 1100 = 1900$, ou seja, 1900 bactérias.

Quarta-feira:

$300 + 1450 = 1750$, ou seja, 1750 bactérias.

Quinta-feira:

$650 + 850 = 1500$, ou seja, 1500 bactérias.

Sexta-feira:

$300 + 1400 = 1700$, ou seja, 1700 bactérias.

Sábado:

$290 + 1000 = 1290$, ou seja, 1290 bactérias.

Domingo:

$0 + 1350 = 1350$, ou seja, 1350 bactérias.

Logo, a quantidade de bactérias foi máxima na terça-feira. Portanto, a alternativa **a** é a correta.

23. a) A porcentagem de estudantes sem acesso à educação foi maior na faixa etária de 6 a 10 anos.

b) A diferença das porcentagens é 3,4%, pois $31{,}2 - 27{,}8 = 3{,}4$.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes compreendam a importância de assegurar o direito à educação para crianças e adolescentes, contribuindo assim para uma sociedade mais justa, solidária e responsável.

d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes encontrem, na pesquisa, que as possíveis consequências são a baixa autoestima, a falta de oportunidades empregatícias ou empregos com baixos salários e uma sociedade com mais desigualdade social.

e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes exercitem o senso crítico e a argumentação, defendendo suas ideias e respeitando o modo de pensar dos colegas.

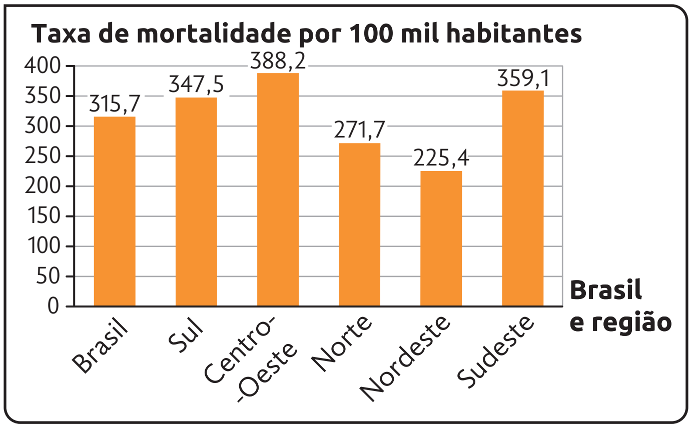
24. a) A primeira deputada indígena eleita foi Joenia Wapichana. Ela representa o estado de Roraima.

b) Em 2014, a população residente no Brasil da etnia Wapichana era 9441 indivíduos. Os povos Wapichana também habitam a Guiana e a Venezuela.

c) Em 2020, a região que elegeu a maior quantidade de candidatos indígenas foi a Região Norte.

25. a) Vamos construir um gráfico de colunas. No eixo horizontal, representamos o Brasil e suas regiões e, no eixo vertical, a taxa de mortalidade por 100 mil habitantes, considerando uma escala tal que 1 cm corresponde a 50 unidades da taxa de mortalidade. Em seguida, construímos as colunas relacionadas a cada região do Brasil, de mesma largura e com a medida de altura proporcional à taxa de mortalidade por 100 mil habitantes, de acordo com a escala escolhida. Por fim, inserimos o título e a fonte de pesquisa.

Taxa de mortalidade por 100 mil habitantes para COVID-19 registrada até 30 de abril de 2022



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: BRASIL. Ministério da Saúde. *Coronavírus Brasil*. Disponível em: https://covid.saude.gov.br/. Acesso em: 30 abr. 2022.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico de colunas é o mais adequado para representar esses dados.

c) A região que apresentou a maior taxa de mortalidade por 100 mil habitantes foi a Região Centro-Oeste.

d) Como a taxa nacional é 315,7, as regiões que apresentam a taxa de mortalidade por 100 mil habitantes superior à taxa nacional são a Região Sul, a Região Centro-Oeste e a Região Sudeste.

26. Inicialmente, calculamos a medida do ângulo central, em grau, correspondente a cada setor do gráfico que representa uma disciplina. Adicionando a quantidade de votos em cada componente curricular, temos $12 + 9 + 8 + 6 + 5 + 2 = 42$, isto é, 42 estudantes participaram da pesquisa. Com isso, obtemos os seguintes percentuais, indicados em cada item pela letra x.

- Educação física

Quantidade de estudantes	Medida do ângulo (em graus)
42	360
12	x

$$\frac{42}{12} = \frac{360}{x}$$

$$42x = 4\,320$$

$$\frac{42x}{42} = \frac{4\,320}{42}$$

$x \simeq 103$, ou seja, $103°$.

- Ciências

Quantidade de estudantes	Medida do ângulo (em graus)
42	360
9	x

$$\frac{42}{9} = \frac{360}{x}$$

$$42x = 3\,240$$

$$\frac{42x}{42} = \frac{3\,240}{42}$$

$x \simeq 77$, ou seja, $77°$.

- Língua Portuguesa

Quantidade de estudantes	Medida do ângulo (em graus)
42	360
8	x

$$\frac{42}{8} = \frac{360}{x}$$

$$42x = 2\,880$$

$$\frac{42x}{42} = \frac{2\,880}{42}$$

$x \simeq 69$, ou seja, $69°$.

- Matemática

Quantidade de estudantes	Medida do ângulo (em graus)
42	360
6	x

$$\frac{42}{6} = \frac{360}{x}$$

$$42x = 2\,160$$

$$\frac{42x}{42} = \frac{2\,160}{42}$$

$x \simeq 51$, ou seja, $51°$.

- Arte

Quantidade de estudantes	Medida do ângulo (em graus)
42	360
5	x

$$\frac{42}{5} = \frac{360}{x}$$

$$42x = 1\,800$$

$$\frac{42x}{42} = \frac{1\,800}{42}$$

$x \simeq 43$, ou seja, $43°$.

- Outras

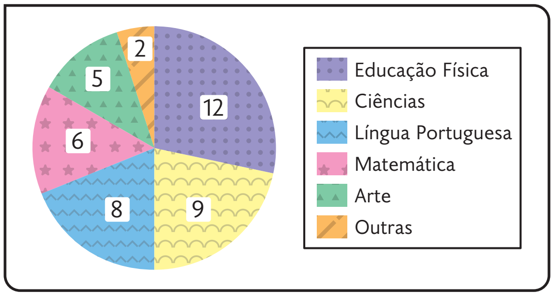
Quantidade de estudantes	Medida do ângulo (em graus)
42	360
2	x

$$\frac{42}{2} = \frac{360}{x}$$
$$42x = 720$$
$$\frac{42x}{42} = \frac{720}{42}$$

$x \simeq 17$, ou seja, 17°.

De acordo com esses resultados, traçamos uma circunferência e marcamos a medida de cada ângulo central que vai representar um setor circular e, em seguida, pintamos cada setor do gráfico de uma cor diferente, indicando sua legenda. Por fim, colocamos o título e a fonte de pesquisa.

Componente curricular preferido pelos estudantes do 8º ano em 2024

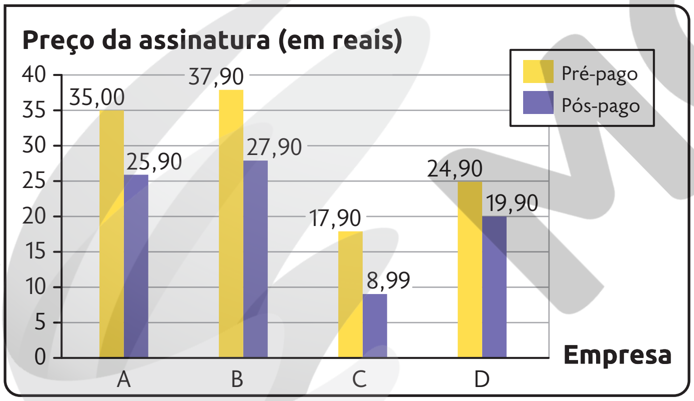


SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: setor pedagógico da escola.

27. a) No eixo horizontal, representamos as empresas e, no eixo vertical, os preços das assinaturas, em reais. No eixo vertical, usaremos uma escala tal que 1 cm corresponderá a 5 reais. Construímos as colunas duplas relacionadas a cada tipo de assinatura de TV, de mesma largura e com medida de altura proporcional ao preço. Em seguida, colocamos o título e a fonte de pesquisa no gráfico construído.

Preço de assinatura de TV na modalidade *streaming* em 2024



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

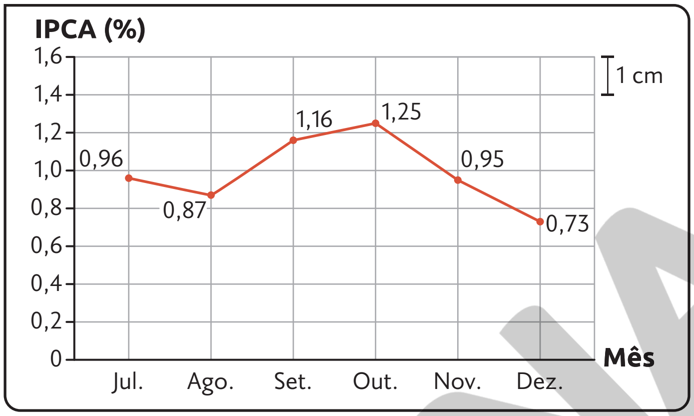
Fonte de pesquisa: catálogo de serviços de *streaming*.

b) Não é possível representar esses dados utilizando outro tipo de gráfico. Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico de colunas agrupadas é o único modelo indicado para esses tipos de dados, pois apresenta mais de uma informação para uma mesma variável.

28. a) O IPCA apresentou a maior taxa no mês de outubro. Essa taxa foi de 1,25%.

b) Indicamos, no eixo horizontal, os meses do segundo semestre de 2021 e, no eixo horizontal, o IPCA, usamos uma escala no eixo vertical, onde 1 cm corresponde a 0,2% do IPCA. Por fim, colocamos o título e a fonte de pesquisa.

IPCA no segundo semestre de 2021



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

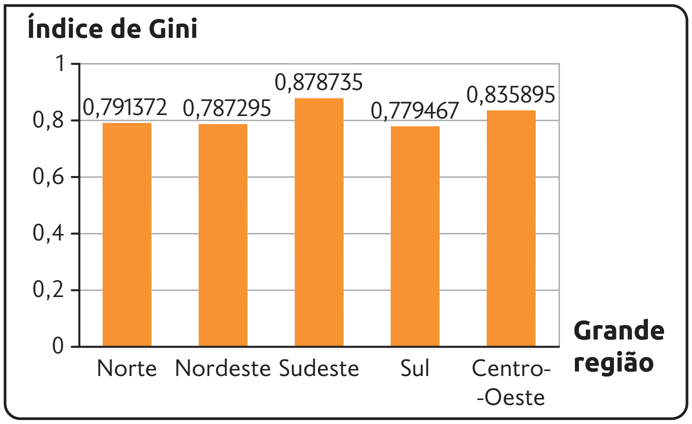
Fonte de pesquisa: IPCA: Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo. **IBGE**. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?t=series-historicas&utm_source=landing&utm_medium=explica&utm_campaign=inflacao#plano-real-mes. Acesso em: 30 abr. 2022.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes realizem a pesquisa sobre o IPCA utilizando fontes confiáveis.

d) Resposta pessoal. A resposta depende dos dados do IPCA de 2023 pesquisados pelos estudantes.

29. a) O gráfico a ser construído será o de colunas. No eixo horizontal, representamos as regiões do Brasil e, no eixo vertical, o Índice de Gini. No eixo vertical, usamos uma escala tal que 1 cm corresponde a 0,5 do Índice de Gini. Construímos as colunas relacionadas a cada região do Brasil, de mesma largura e com medida de altura proporcional ao Índice de Gini. Por fim, colocamos o título e a fonte de pesquisa.

Índice de Gini do PIB das grandes regiões brasileiras em 2019



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/home/pimpfbr/brasil. Acesso em: 30 abr. 2022.

b) Resposta pessoal. Sugestão de questão: Qual das regiões brasileiras apresentadas na tabela teve a maior desigualdade do PIB?

Resposta: Sudeste.

30. a) O tipo de pesquisa mais adequada é a amostral, devido à inviabilidade de analisar toda a produção.

b) O tipo de pesquisa mais adequada é a censitária, pois, para saber a área de conhecimento de interesse dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio, é preciso pesquisar o interesse de todos.

c) O tipo de pesquisa mais adequada é a censitária, pois se trata de uma contagem para saber a quantidade exata de pessoas que residem na zona rural.

d) O tipo de pesquisa mais adequada é a amostral, devido à inviabilidade de pesquisar toda a população do país.

31. a) Essa é uma pesquisa censitária, pois todos os estudantes foram entrevistados.

b) A população entrevistada são todos os estudantes da escola.

c) Os dados obtidos serão a turma, a idade e o sabor do suco preferido de cada estudante.

32. a) Média:

$$\frac{68 + 59 + 61 + 66 + 61}{5} = \frac{315}{5} = 63$$

Portanto, foram realizados, em média, 63 atendimentos por dia.

Mediana: Organizando os dados em ordem crescente, temos:

59, 61, 61, 66 e 68.

Portanto, a mediana da quantidade de atendimentos é 61 (valor central).

Moda: 61, pois aparece com mais frequência.

A amplitude total é 9, pois $68 - 59 = 9$.

b) Sugestão de resposta: O melhor tipo de gráfico é o de colunas, pois permite comparar facilmente a quantidade de atendimentos por dia.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes utilizem os dados da atividade, identifiquem o tema da pesquisa, escolham o melhor tipo de gráfico para representar os dados e elaborem uma conclusão utilizando as medidas de tendência central e a amplitude total dos dados.

33. a) Calculando a média geral do 1º bimestre de Rafael, temos:

$$\frac{9{,}0 + 7{,}3 + 8{,}2 + 7{,}4 + 6{,}0 + 9{,}0 + 9{,}8}{7} = \frac{56{,}7}{7} = 8{,}1$$

Portanto, a média geral do 1º bimestre de Rafael foi 8,1.

b) Mediana: Organizando as médias em ordem crescente, temos:

6,0; 7,3; 7,4; 8,2; 9,0; 9,0 e 9,8.

Como a quantidade de médias é igual a 7, a mediana é o valor central, ou seja, 8,2.

Moda: A média que ocorre com mais frequência é 9,0.

Amplitude total:

$9{,}8 - 6{,}0 = 3{,}8$

Portanto, a amplitude total é 3,8.

c) Resposta no final da seção **Resoluções**.

d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes elaborem uma conclusão utilizando as medidas de tendência central e a amplitude total dos dados apresentados na atividade.

34. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes planejem a pesquisa, definindo um tema de interesse e decidindo qual tipo de pesquisa será realizada. Em seguida, eles devem iniciar a coleta dos dados e organizá-los em tabelas ou gráficos. Por fim, devem analisar e interpretar os dados para escrever suas conclusões.

Questão 5. Se fossem 4 opções de cores, a quantidade de possibilidades diferentes que Daniel teria seria dada por $4 \cdot 2 = 8$, ou seja, 8 possibilidades.

Questão 6. Resposta no final da seção **Resoluções**.

Atividades

35. a) O diagrama de árvore que representa essa situação é:

camiseta verde ⟨ bermuda azul / bermuda verde

camiseta azul ⟨ bermuda azul / bermuda verde

camiseta amarela ⟨ bermuda azul / bermuda verde

camiseta laranja ⟨ bermuda azul / bermuda verde

O quadro de possibilidades que representa essa situação é:

Camiseta	Bermuda	
	Azul	**Verde**
Verde	Verde, azul	Verde, verde
Azul	Azul, azul	Azul, verde
Amarela	Amarela, azul	Amarela, verde
Laranja	Laranja, azul	Laranja, verde

b) Como são 4 possibilidades de camisetas e 2 de bermudas, o time pode compor o uniforme de 8 maneiras diferentes, pois $4 \cdot 2 = 8$.

36. Como são 3 possibilidades de cadernos e 4 de lapiseiras, a quantidade de possibilidades que Henrique tem para realizar sua compra é 12, pois $3 \cdot 4 = 12$.

37. a) Na caixa, há somente uma bola verde. Assim, se a primeira bola que Rogério retirar for verde, sobrarão apenas bolas nas cores azul, vermelha e amarela. Portanto, ele terá 3 possibilidades de cores ao retirar a segunda bola.

b) Resposta no final da seção **Resoluções**.

c) De acordo com o diagrama de árvore do item anterior, o total de possibilidades de cores é 15.

38. a) Com 4 opções de cor, 3 de tamanho e 2 de banco, Isadora pode compor a bicicleta de 24 maneiras diferentes, pois $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$. Assim os ■ devem ser substituídos por 2 e 24, respectivamente.

b) Se Isadora tivesse 5 opções de cor, 2 opções de tamanho e 4 opções de banco, o total de possibilidades para ela compor a bicicleta seria 40, pois $5 \cdot 2 \cdot 4 = 40$.

39. a) Como são 4 opções de prato principal e 2 de bebida, podem ser formados 8 pedidos com 1 prato principal e 1 bebida, pois $4 \cdot 2 = 8$.

b) Sendo 4 opções de prato principal, 2 de bebida e 4 de sobremesa, podem ser formados 32 pedidos com 1 prato principal, 1 bebida e 1 sobremesa, pois $4 \cdot 2 \cdot 4 = 32$.

40. Na formação de um número com as características solicitadas, temos 4 possibilidades de algarismos para a ordem das unidades de milhar, 3 para a ordem das centenas, 2 para a ordem das dezenas e 1 para a ordem das unidades.

Portanto, nesse caso, podem ser formados 24 números de quatro ordens, pois $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

41. a) Para formar os números, Jade dispõe de 10 algarismos.

Primeiro, vamos contar a quantidade de cartões amarelos.

Para formar números com 3 algarismos, ela não colocou o 0 na posição da centena. Sendo assim, nessa posição, temos 9 possibilidades de algarismos. Já nas posições da dezena e da unidade, temos 10 possibilidades de algarismos para cada uma delas.

Portanto, Jade utilizou $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$, ou seja, 900 cartões amarelos.

Em seguida, contamos a quantidade de cartões azuis.

Para formar números com 4 algarismos, Jade não colocou o 0 na posição da unidade de milhar. Sendo assim, nessa posição, temos 9 possibilidades de algarismos. Já nas posições da centena, da dezena e da unidade, temos 10 possibilidades de algarismos em cada uma delas.

Desse modo, Jade utilizou 9000 cartões azuis, pois $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9\,000$.

Portanto, Jade utilizou 9900 cartões, pois $900 + 9\,000 = 9\,900$.

b) De acordo com o item anterior, há 900 cartões amarelos na urna. Para que Jade tenha certeza de que há 2 cartões azuis entre os retirados, ela deve retirar 902 cartões.

42. Há 6 opções de saia. Nesse caso, indicando por x o total de opções de blusa, temos:

$6x = 42$

$x = \dfrac{42}{6} = 7$

Portanto, são 7 opções de blusa.

43. Resposta pessoal: Sugestão de resposta:

Se Rafael optar pelo terno *slim*, quantas combinações de cores de terno e de sapato ele poderá escolher?

Resposta: Ele terá 6 combinações diferentes para escolher.

Questão 7. Esse espaço amostral tem 20 elementos e a probabilidade da ocorrência de cada um deles é $\frac{1}{20}$. Sendo assim, temos $20 \cdot \frac{1}{20} = \frac{20}{20} = 1$. Portanto, a soma é igual a 1.

Questão 8. Entre os 36 resultados possíveis, em 6 deles o algarismo das dezenas é 3. Portanto, a probabilidade de Geraldo formar um número cujo algarismo das dezenas seja igual a 3 é $\frac{6}{36}$ ou $\frac{1}{6}$.

Atividades

44. a) Foram colocadas no saco 24 bolinhas vermelhas, 18 azuis, 15 verdes e 31 laranjas. Portanto, ao todo, foram colocadas 88 bolinhas, pois $24 + 18 + 15 + 31 = 88$.

b) A cor que tem a maior chance de ser retirada é a cor laranja, pois é a cor que há em maior quantidade.

c) Como são 88 bolinhas no saco, das quais 18 delas são azuis, a probabilidade de uma bolinha azul ser retirada é $\frac{18}{88}$ ou $\frac{9}{44}$. Além disso, como há 15 bolinhas verdes, a probabilidade de uma bolinha verde ser retirada é $\frac{15}{88}$.

45. a) Há 3 números terminados em zero, que são:

180, 190 e 30.

Logo, a probabilidade de retirar uma ficha com um número terminado em zero é $\frac{3}{15}$ ou $\frac{1}{5}$.

b) Há 8 números pares, que são:

192, 180, 152, 136, 72, 190, 30 e 108.

Portanto, a probabilidade de retirar uma ficha com um número par é $\frac{8}{15}$.

c) Há 10 números maiores do que 100, os quais são:

192, 205, 180, 152, 136, 117, 241, 190, 147 e 108.

Logo, a probabilidade de retirar uma ficha com um número maior do que 100 é $\frac{10}{15}$ ou $\frac{2}{3}$.

d) Há 7 números menores do que 125, os quais são:

117, 72, 51, 30, 85, 67 e 108.

Logo, a probabilidade de retirar uma ficha com um número menor do que 125 é $\frac{7}{15}$.

e) Há 7 números ímpares, que são:

205, 117, 241, 51, 85, 147 e 67.

Logo, a probabilidade de retirar uma ficha com um número ímpar é $\frac{7}{15}$.

f) Há 5 números maiores do que 77 e menores do que 151, os quais são: 136, 117, 85, 147 e 108.

Logo, a probabilidade de retirar uma ficha com um número maior do que 77 e menor do que 151 é $\frac{5}{15}$ ou $\frac{1}{3}$.

46. Do total de 21 balões, sabemos que:

a) 8 valem 20 pontos. Logo, a probabilidade de o 1º balão que Flávia estourar valer 8 pontos é $\frac{8}{21}$.

b) 2 valem 50 pontos e 6 valem 70 pontos. Desse modo, 8 balões que valem mais do que 20 pontos. Logo, a probabilidade é $\frac{8}{21}$.

c) se Flávia já estourou um balão que vale 10 pontos, sobraram 20 balões, dos quais 6 valem 70 pontos. Logo, a probabilidade de o 2º balão que Flávia estourar valer 70 pontos é $\frac{6}{20}$ ou $\frac{3}{10}$.

47. Há 9 possibilidades de sorteio de um cartão branco e um preto, pois $3 \cdot 3 = 9$. As possíveis adições com resultado par, entre os números que estão nos cartões, são as seguintes:

$1 + 1 = 2$; $1 + 3 = 4$; $2 + 2 = 4$; $3 + 1 = 4$; $3 + 3 = 6$.

Assim, há 5 possibilidades de a adição ser par. Logo, a probabilidade é $\frac{5}{9}$.

Portanto, a alternativa **b** está correta.

48. Para formar números com três algarismos distintos, temos 3 algarismos possíveis para a ordem das centenas, 2 para a ordem das dezenas e 1 para a ordem das unidades. Como $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, podemos formar 6 números com 3 algarismos distintos.

Logo, o espaço amostral desse experimento é:

$\Omega = \{123, 132, 213, 231, 312, 321\}$.

Sendo assim:

a) Os números pares do espaço amostral são 132 e 312.

Logo, a probabilidade de sortearmos um número par é $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.

b) Os números ímpares do espaço amostral são 123, 213, 231 e 321.

Logo, a probabilidade de sortearmos um número ímpar é $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$.

c) Os números múltiplos de 4 são 132 e 312, pois $132 = 4 \cdot 33$ e $312 = 4 \cdot 78$.

Logo, a probabilidade de sortearmos um número múltiplo de 4 é $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.

d) Os números múltiplos de 12 são 132 e 312, pois $132 = 12 \cdot 11$ e $312 = 12 \cdot 26$.

Logo, a probabilidade de sortearmos um número múltiplo de 12 é $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.

e) Os números menores do que 320 são 123, 132, 213, 231 e 312.

Logo, a probabilidade de sortearmos um número menor do que 320 é $\frac{5}{6}$.

49. a) O quadro de possibilidades desse experimento é:

Dado / Moeda	1	2	3	4	5	6
Cara (K)	K, 1	K, 2	K, 3	K, 4	K, 5	K, 6
Coroa (C)	C, 1	C, 2	C, 3	C, 4	C, 5	C, 6

b) Temos 6 faces no dado e 2 faces na moeda. Assim, a quantidade de resultados possíveis é igual a 12, pois $6 \cdot 2 = 12$.

c) • A probabilidade de obter nesse lançamento o número 1 e cara é $\frac{1}{12}$.

• Temos 3 números pares e 2 resultados possíveis na moeda, ou seja, 6 possíveis resultados, pois $3 \cdot 2 = 6$. Logo, a probabilidade de obter nesse lançamento um número par e qualquer resultado para a moeda é $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$.

• Temos um possível resultado para a moeda e 6 para o dado. Logo, a probabilidade de obter nesse lançamento coroa e qualquer número para o dado é $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$.

• Temos 3 números ímpares e um possível resultado para a moeda, ou seja, 3 possíveis resultados. Logo, a probabilidade de obter nesse lançamento um número ímpar e cara é $\frac{3}{12}$ ou $\frac{1}{4}$.

50. a) O espaço amostral desse experimento é:

$$\Omega = \left\{\begin{matrix} (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), \\ (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), \\ (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), \\ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) \end{matrix}\right\}$$

b) O espaço amostral apresenta 24 elementos, sendo 6 números pares em ambos os dados. Portanto, a probabilidade é $\frac{6}{24}$ ou $\frac{1}{4}$.

c) Nesse caso, do total, 6 são lançamentos com números ímpares. Portanto, a probabilidade de obter um número ímpar em ambos os dados é $\frac{6}{24}$ ou $\frac{1}{4}$.

d) Do total de 24 elementos do espaço amostral, 12 são lançamentos com um número par em um dos dados e um número ímpar no outro. Portanto, a probabilidade de obter resultado desse tipo em um lançamento é $\frac{12}{24}$ ou $\frac{1}{2}$.

e) Adicionando cada uma das probabilidades anteriores, temos $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1$. Portanto, a soma das probabilidades é igual a 1.

51. a) Como 5 calças apresentam defeito para cada 120 calças fabricadas, a probabilidade de retirar do lote uma calça com defeito é $\frac{5}{120}$ ou $\frac{1}{24}$.

b) De acordo com as informações, a cada 240 calças fabricadas 10 apresentam defeito. Assim, a probabilidade de retirar, de um lote de 240 calças, uma com defeito é $\frac{10}{240}$ ou $\frac{1}{24}$.

Logo, as probabilidades são iguais. Isso ocorre porque, ao aumentar o número de calças fabricadas, a probabilidade de encontrar calças com defeito aumenta proporcionalmente.

52. a) • Vogal: Entre as 5 letras que estão nos cartões, 2 são as vogais A e E. Logo, a probabilidade de Ana sortear uma vogal é $\frac{2}{5}$.

• Consoante: Entre as 5 letras que estão nos cartões de Ana, 3 são as consoantes B, C e D. Logo, a probabilidade de Ana sortear uma consoante é $\frac{3}{5}$.

b) Calculando a adição das probabilidades, temos:

$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} = 1$.

Portanto, a soma das probabilidades é igual a 1.

53. a) Os divisores de 42 são 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 e 42. Assim, o espaço amostral desse sorteio é $\Omega = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$.

b) Como o espaço amostral apresenta 8 elementos, a probabilidade de obter cada um dos números é $\frac{1}{8}$.

c) A adição das probabilidades do item anterior é dada por:

$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$.

d) • Como os números pares são 2, 6, 14 e 42, a probabilidade de sortear um número par é $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$.

• Como os números ímpares são 1, 3, 7 e 21, a probabilidade de sortear um número ímpar é $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$.

• Como os números compostos por dois algarismos são 14, 21 e 42, a probabilidade de sortear um número composto por dois algarismos é $\frac{3}{8}$.

• Como os números múltiplos de 6 são 6 e 42, a probabilidade de sortear um múltiplo de 6 é $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

• Como os números divisores de 11 são 1 e 11, apenas o número 1 pode ser sorteado. Portanto, a probabilidade de sortear um divisor de 11 é $\frac{1}{8}$.

• Como os números primos são 2, 3 e 7, a probabilidade de sortear um número primo é $\frac{3}{8}$.

54. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Ao sortear uma das bolas do jogo de bilhar, qual é a probabilidade de retirar uma bola com um número maior do que 10?

Resposta: A probabilidade de retirar uma bola com um número maior do que 10 é $\frac{5}{15}$.

O que eu estudei?

1. a) Resposta no final da seção **Resoluções**.

b) Do total de estudantes, 22% tem altura com medida menor do que 165 cm. Portanto, 78% dos estudantes têm medida de altura maior ou igual a 165 cm.

c) De acordo com a tabela construída no item **a**, concluímos que 6% dos estudantes têm altura medindo 181 cm ou mais.

2. a) O menor e o maior salário são R$ 1600,00 e R$ 1870,00, respectivamente. Logo, a amplitude total é dada por $1870 - 1600 = 270$, ou seja, R$ 270,00.

b) Resposta no final da seção **Resoluções**.

3. a) Calculando a média anual de Renata em cada componente curricular, temos:

• Língua Portuguesa:

$$\frac{10 + 9{,}6 + 9{,}2 + 8{,}8}{4} = \frac{37{,}6}{4} = 9{,}4$$

• Língua Inglesa:

$$\frac{6{,}8 + 7 + 8{,}2 + 8}{4} = \frac{30}{4} = 7{,}5$$

• Matemática:

$$\frac{8{,}4 + 6{,}8 + 7{,}2 + 7{,}6}{4} = \frac{30}{4} = 7{,}5$$

• História:

$$\frac{8{,}2 + 8 + 9{,}6 + 7{,}8}{4} = \frac{33{,}6}{4} = 8{,}4$$

• Geografia:

$$\frac{7{,}5 + 6{,}5 + 7{,}7 + 8{,}3}{4} = \frac{30}{4} = 7{,}5$$

• Ciências:

$$\frac{6{,}0 + 5{,}5 + 7{,}0 + 6{,}7}{4} = \frac{25{,}2}{4} = 6{,}3$$

• Arte:

$$\frac{8{,}5 + 8{,}5 + 9 + 10}{4} = \frac{36}{4} = 9{,}0$$

Calculando a média geral, obtemos:

$$\frac{9{,}4 + 7{,}5 + 7{,}5 + 8{,}4 + 7{,}5 + 6{,}3 + 9{,}0}{7} = \frac{55{,}6}{7} \simeq 7{,}9$$

Portanto, a média geral foi, aproximadamente, 7,9.

b) Pelo item anterior, a maior média anual por componente curricular foi 9,4 e a menor foi 6,3. Como $9{,}4 - 6{,}3 = 3{,}1$, a amplitude total das médias anuais de Renata por componente curricular é 3,1.

c) Escrevendo as médias anuais de Renata em ordem crescente, temos:

6,3; 7,5; 7,5; 7,5; 8,4; 9,0; 9,4.

Como são 7 médias, a mediana é dada pelo valor central. Portanto, a mediana é 7,5.

A média que ocorre com maior frequência é 7,5. Logo, a moda das médias anuais de Renata é 7,5.

4. a) Sugestão de resposta: O gráfico mais adequado é o de colunas, pois com ele é mais fácil comparar a quantidade de *aces* de cada time.

b) Sugestão de resposta: O tipo de gráfico mais adequado é o de linhas, pois ele permite uma melhor visualização da variação das medidas de temperatura.

5. a) De acordo com os dados da tabela, temos:

$$45 + 75 + 120 + 60 = 300$$

Portanto, foram entrevistados 300 pacientes.

b) Primeiro, calculamos a medida do ângulo central, em grau, correspondente a cada setor do gráfico que representa a quantidade de respostas com relação à qualidade do atendimento.

Como a quantidade total de respostas é igual a 300, essa quantidade representa 360° no gráfico.

Calculando a medida do ângulo central de cada setor correspondente aos indicadores de qualidade de atendimento, temos:

• Ruim:

Quantidade de respostas	Medida do ângulo (em graus)
300	360
45	x

$$\frac{300}{45} = \frac{360}{x}$$

$$300x = 16\,200$$

$$\frac{300x}{300} = \frac{16\,200}{300}$$

$$x = 54$$

Portanto, a medida desse setor será 54°.

• Regular:

Quantidade de respostas	Medida do ângulo (em graus)
300	360
75	x

$$\frac{300}{75} = \frac{360}{x}$$
$$300x = 27\,000$$
$$\frac{300x}{300} = \frac{27\,000}{300}$$
$$x = 90$$

Portanto, a medida desse setor será 90°.

- Bom:

Quantidade de respostas	Medida do ângulo (em graus)
300	360
120	x

$$\frac{300}{120} = \frac{360}{x}$$
$$300x = 43\,200$$
$$\frac{300x}{300} = \frac{43\,200}{300}$$
$$x = 144$$

Portanto, a medida desse setor será 144°.

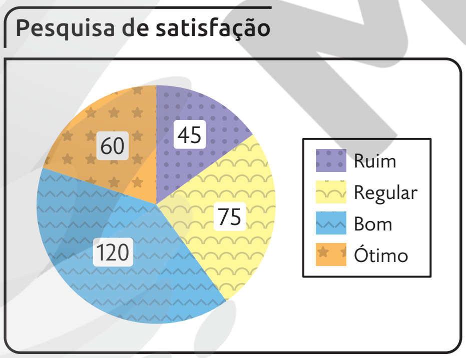
- Ótimo:

Quantidade de respostas	Medida do ângulo (em graus)
300	360
60	x

$$\frac{300}{60} = \frac{360}{x}$$
$$300x = 21\,600$$
$$\frac{300x}{300} = \frac{21\,600}{300}$$
$$x = 72$$

Portanto, a medida desse setor será 72°.

Com as medidas determinadas, traçamos uma circunferência e marcamos nela a medida de cada ângulo obtido. Após isso, indicamos cada setor do gráfico com uma cor diferente e usamos a cor correspondente na legenda. Por fim, inserimos o título e a fonte de pesquisa.



Fonte de pesquisa: setor de recursos humanos da clínica em 2023.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

c) Sim, o resultado é favorável à clínica. Espera-se que os estudantes respondam que, embora 15% dos entrevistados tenham indicado a opção ruim e 25% tenham respondido regular, 60% responderam que o atendimento é bom ou ótimo.

6. a)

Número da face	1	2	3	4	5	6
1	1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2	2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3	3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4	4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5	5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6	6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

b) Como são 2 dados de 6 faces, a quantidade de combinações é dada por $6 \cdot 6 = 36$, ou seja, são 36 combinações possíveis.

c) Analisando o quadro do item **a**, temos 9 combinações formadas apenas por números pares.

d) Analisando o quadro do item **a**, temos 6 combinações formadas apenas por números iguais.

e) De acordo com os possíveis resultados nas faces voltadas para cima de ambos os dados, as adições entre esses números são:

Número da face	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

De acordo com o quadro, temos 3 resultados em que as adições são maiores do que 10.

7. a) Juntando a quantidade de bolas de cada cor, temos:

$$35 + 24 + 41 + 20 = 120$$

Portanto, há 120 bolas na urna.

b) Das 120 bolas na urna, 35 são vermelhas. Então, 85 não são vermelhas, pois $120 - 35 = 85$.

Logo, a probabilidade de retirar uma bola que não seja vermelha é $\frac{85}{120}$ ou $\frac{17}{24}$.

c) Como na caixa há 24 bolas azuis, a probabilidade de retirar uma bola azul é $\frac{24}{120}$ ou $\frac{1}{5}$.

d) De acordo com o item anterior, a probabilidade de retirar uma bola azul é $\frac{24}{120}$ ou $\frac{1}{5}$.

Assim, a probabilidade de retirar:

- uma bola vermelha é $\frac{35}{120}$ ou $\frac{7}{24}$.
- uma bola preta é $\frac{41}{120}$.
- uma bola amarela é $\frac{20}{120}$ ou $\frac{1}{6}$.

Juntando essas probabilidades, temos:

$$\frac{24}{120} + \frac{35}{120} + \frac{41}{120} + \frac{20}{120} = \frac{120}{120} = 1$$

Portanto, a soma das probabilidades é igual a 1.

8. Do número 1 ao 36, temos 18 números pares. Logo, sabendo que foi sorteado um número par, a probabilidade de ser o 18 é $\frac{1}{18}$.

Unidade 6 Transformações geométricas

Questão 1.

a) A alternativa é falsa, pois a transformação de reflexão da figura **A** em relação ao eixo *e* seria uma figura do lado direito do eixo, mas a figura **B** está sobre o eixo.

b) A alternativa é verdadeira.

c) A alternativa é falsa, pois uma transformação de translação não rotaciona a figura original.

d) A alternativa é falsa, pois a figura **B** é a imagem da figura **A** pela rotação de 90°, e não o contrário.

Portanto, a alternativa **b** é a correta.

Atividades

1. As figuras são simétricas na malha quadriculada **A**, pois, para haver uma simetria por reflexão entre duas figuras, é necessário que os vértices alinhados das figuras simétricas tenham a mesma distância até o eixo de simetria.

2. a) A transformação foi aplicada no sentido horário, pois a figura **2** está à direita da figura **1**, e foi realizada uma rotação de 60°.

b) A transformação foi aplicada no sentido horário, pois a figura **2** está à direita da figura **1**, e foi realizada uma rotação de 280°.

3. A figura **2** é simétrica à figura **1** por rotação em torno do ponto *O* na malha quadriculada **C**, pois, na malha quadriculada **A**, as figuras não são idênticas; na malha **B**, as figuras são simétricas por reflexão; na malha **D**, as figuras são simétricas por translação.

4. a) Para haver uma simetria por rotação de modo que as figuras coincidam, devem ser aplicados os seguintes ângulos de rotação.

Figura **A**: 180°

Figura **B**: 90°

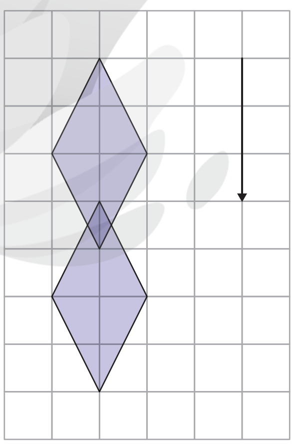
Figura **C**: 180°

b) Resposta pessoal.

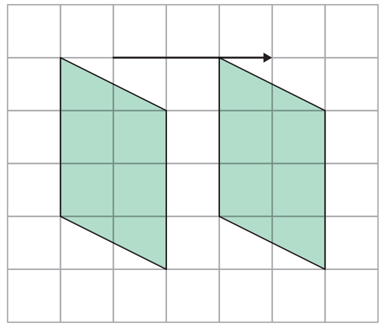
c) Resposta pessoal.

5. Como a figura tem contorno em formato aproximadamente circular, é possível dividi-la em 3 figuras idênticas. Portanto, o menor ângulo de rotação é $\underbrace{120°}_{360° : 3}$.

6. a) Fazendo os desenhos referentes a cada uma das indicações, temos:



b)



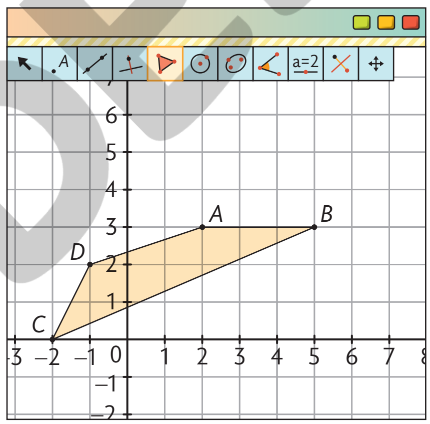
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

7. A figura **2** é simétrica à figura **1** por translação nas malhas quadriculadas **B** e **C**, pois nesse tipo de simetria as figuras devem ser idênticas, estando apenas transladadas em relação à original.

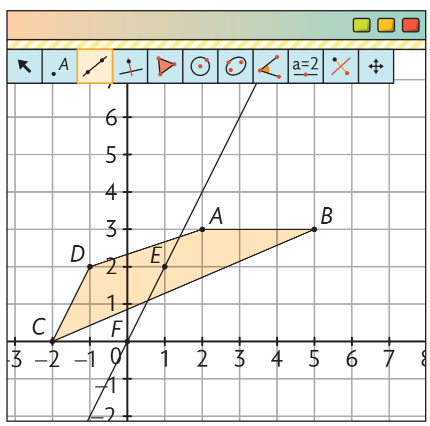
8. Para realizar as construções no GeoGebra, fazemos:

a) 1º. Clique com o botão direito sobre a **Janela de visualização**, habilite a opção **Exibir Eixos** e, na aba **Exibir Malha**, escolha a opção **Malha Principal**.

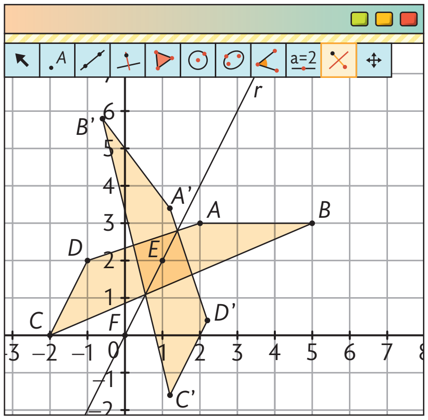
2º. Para construir os vértices do polígono, digite no campo **Entrada...** as coordenadas $A = (2, 3)$, $B = (5, 3)$, $C = (-2, 0)$ e $D = (-1, 2)$ e pressione **Enter**. Com a ferramenta **Polígono**, clique nos pontos *A*, *B*, *C* e *D* criados e novamente em *A*, para construir o retângulo *ABCD*.



b) Digite no campo **Entrada...** as coordenadas dos pontos $E = (1, 2)$ e $F = (0, 0)$ e pressione **Enter**. Em seguida, trace uma reta *r* passando por esses pontos. Para isso, selecione a ferramenta **Reta** e clique nos pontos *E* e *F*.

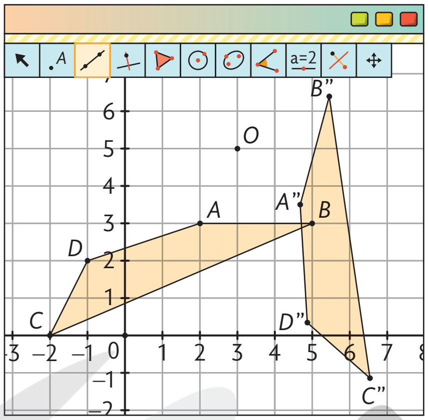


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA c) Com a ferramenta **Reflexão em Relação a uma Reta**, clique no polígono *ABCD* e, depois, na reta *r*.



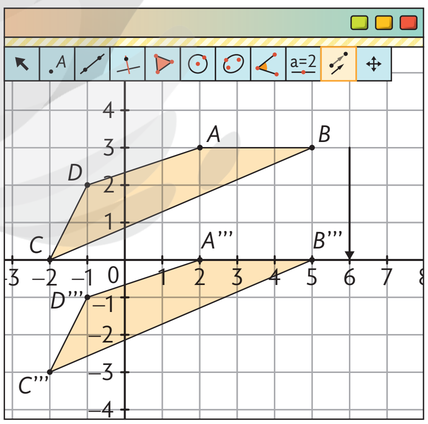
d) 1º. Construa o ponto $O = (3, 5)$ que será a referência para a rotação.

2º. Com a ferramenta **Rotação em Torno de um Ponto**, clique no polígono *ABCD* e, depois, no ponto *O*. No campo **Ângulo** da janela que será exibida, digite 75°, escolha o sentido anti-horário e clique em **OK**.



e) 1º. Construa dois pontos distintos para delimitar as extremidades da seta, que será a referência para a medida da distância, a direção e o sentido da translação. Com a ferramenta **Vetor**, clique nesses dois pontos, primeiro na extremidade inicial, depois na final.

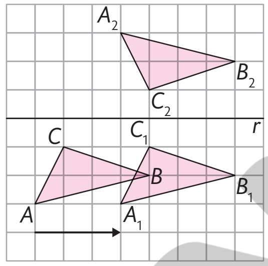
2º. Com a ferramenta **Translação por um Vetor**, clique no polígono *ABCD* e, depois, na seta.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

9. Rotacionando o quadrilátero *ABCD* em 90° no sentido horário, encontramos o quadrilátero $A_1B_1C_1D_1$ na posição acima e à direita de *ABCD*. Em seguida, fazendo a reflexão do polígono $A_1B_1C_1D_1$, obtemos $A_2B_2C_2D_2$ abaixo e oposto de $A_1B_1C_1D_1$ e abaixo e à direita de *ABCD*. Portanto, o item **A** apresenta o resultado correto obtido por Antônio.

10. Copiando o desenho na malha quadriculada e seguindo as indicações da atividade, temos:



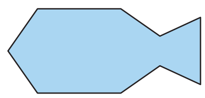
HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

11. É possível identificar as transformações geométricas reflexão e rotação.

12. a) Maria pode ter usado as transformações geométricas na seguinte ordem: reflexão, reflexão, reflexão, translação e translação. Essa ordem está descrita no item **B**. Outra possibilidade é usar as transformações na seguinte ordem: rotação, reflexão, rotação, translação e translação. Essa ordem é descrita no item **C**.

b) Resposta pessoal.

13. a) O menor elemento da imagem, considerando as transformações que poderiam ser usadas, é representado pela imagem a seguir.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

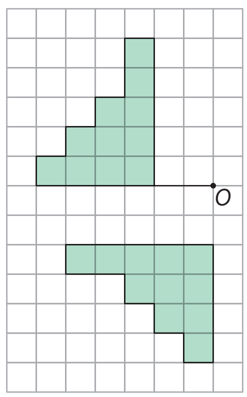
b) Sugestão de resposta: Reflexão, translação e rotação.

O que eu estudei?

1. O triângulo $A_1B_1C_1$ foi construído por meio da transformação de reflexão em relação ao triângulo *ABC*. Portanto, a frase pode ser reescrita como:

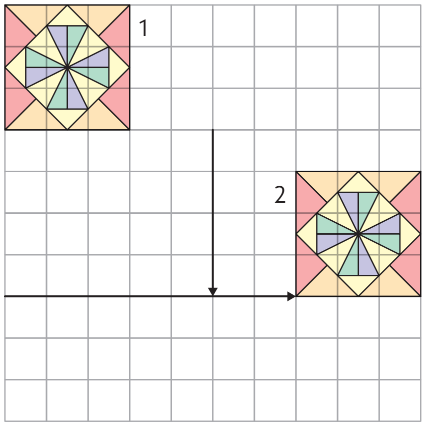
O triângulo $A_1B_1C_1$ é a imagem do triângulo *ABC* pela transformação de reflexão em relação à reta *r*.

2. Reproduzindo a imagem na malha quadriculada, temos:



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

3. A alternativa **C** apresenta a figura **2** como imagem da figura **1**, transladada na direção horizontal 7 unidades para a direita e na vertical 4 unidades para baixo.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Unidade 7 Cálculo algébrico

Questão 1. Espera-se que os estudantes verifiquem que Al-Khowarizmi fez várias contribuições, entre elas, a idealização do sistema decimal com 10 algarismos e a resolução de equações, algo que popularizou métodos algébricos.

Questão 2. O valor de duas canetas é $2x$ reais e de três cadernos é $3y$ reais. Assim, o valor total a ser pago, em reais, é $2x + 3y$.

Atividades

1. A metade de x é representada por $\frac{x}{2}$. Adicionando mais 2, obtemos $\frac{x}{2} + 2$.

O dobro de x é representado por $2x$ e o quadrado de x, por x^2. Adicionando esses valores, temos $2x + x^2$.

O triplo de x é representado por $3x$ e a quinta parte do dobro de x, por $\frac{2x}{5}$. Adicionando essas expressões, obtemos $3x - 7 + \frac{2x}{5}$.

Portanto, podemos associar **A**-**3**, **B**-**1** e **C**-**2**.

2. a) $3x + 4$

b) $a^2 + 2a$

c) $\frac{m}{2} - 5$

d) $5b + \frac{b}{8} - 3$

e) $\frac{n}{4} - 4 + n^2$

Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

- O dobro do número x menos cinco.
  Resposta: $2x - 5$.
  Para $x = -1$, temos:
  $2 \cdot (-1) - 5 = -2 - 5 = -7$
- A metade do quadrado de um número x mais um.
  Resposta: $\frac{x^2}{2} + 1$.
  Para $x = 3$, temos:
  $\frac{3^2}{2} + 1 = \frac{9}{2} + 1 = \frac{11}{2}$

3. a) O triplo de um número mais cinco.

b) A metade de um número menos o quádruplo desse número.

c) O quadrado de um número menos três.

d) A metade do cubo de um número menos esse número.

4. a) A figura **2** tem 4 quadradinhos. A figura **4** tem 6 quadradinhos.

b) A figura **6** terá 8 quadradinhos, pois $6 + 2 = 8$ quadradinhos.

c) A expressão algébrica que representa a quantidade de quadradinhos para uma figura na posição x é $x + 2$.

d) Utilizando a expressão obtida no item anterior, temos:

- Figura 10: $10 + 2 = 12$, isto é, 12 quadradinhos.
- Figura 16: $16 + 2 = 18$, isto é, 18 quadradinhos.
- Figura 27: $27 + 2 = 29$, isto é, 29 quadradinhos.

5. Efetuando as operações indicadas e reduzindo os termos semelhantes, temos:

a) $2x + x + x = 4x$

b) $5x + 1 + x = 6x + 1$

c) $7x - (16x : 4) + 5 = 7x - 4x + 5 = 3x + 5$

d) $5x + 3(2x + 1) - 7 = 5x + 6x + 3 - 7 = 11x - 4$

e) $5(2 - x) + 4 = 10 - 5x + 4 = -5x + 14$

f) $(12x - 21) : 3 + 6x + 11 = 4x - 7 + 6x + 11 = 10x + 4$

Questão 3. Sugestão de resposta: $8x^2yz^2$.

Atividades

6. a) O coeficiente é 16 e a parte literal é pq.

b) O coeficiente é -2 e a parte literal é a^3b^2c.

c) O coeficiente é 1 e a parte literal é mnp.

d) O coeficiente é 22 e a parte literal é x^5.

e) O coeficiente é 4,2 e a parte literal é w^3z.

f) O coeficiente é $\frac{2}{3}$ e a parte literal é pq.

g) O coeficiente é 0,021 e a parte literal é c.

h) O coeficiente é 100 e a parte literal é g^8h.

i) O coeficiente é 18 e a parte literal é x^0.

7. a) Como o expoente da variável p é 1 e da variável q é 1, o grau do monômio é 2, pois $1 + 1 = 2$.

b) Como o expoente da variável a é 3, da variável b é 2 e da variável c é 1, o grau do monômio é 6, pois $3 + 2 + 1 = 6$.

c) Como o expoente da variável m é 1, da variável n é 1 e da variável p é 1, o grau do monômio é 3, pois $1 + 1 + 1 = 3$.

d) Como o expoente da variável x é 5 e a parte literal do monômio só tem essa variável, o grau do monômio é 5.

e) Como o expoente da variável w é 3 e da variável z é 1, o grau do monômio é 4, pois $3 + 1 = 4$.

f) Como o expoente da variável p é 1 e da variável q é 1, o grau do monômio é 2, pois $1 + 1 = 2$.

g) Como o expoente da variável c é 1 e a parte literal do monômio só tem essa variável, o grau do monômio é 1.

h) Como o expoente da variável g é 8 e da variável h é 1, o grau do monômio é 9, pois $8 + 1 = 9$.

i) Como o expoente da variável x é 0 e a parte literal do monômio só tem essa variável, o grau do monômio é zero.

8. a) $2x$ b) y c) $-x^2$

9. Os monômios semelhantes são os que apresentam a parte literal igual. Sendo assim, temos:

Monômios semelhantes a x: $4x$, $-x$ e $10x$.

Monômios semelhantes a x^2: $9x^2$ e $-5x^2$.

Monômios semelhantes a xy: $-8xy$, $3xy$ e $21xy$.

Monômios semelhantes a x^2y: $17x^2y$, $10x^2y$ e $-12x^2y$.

10. Sugestão de resposta: $9mn^2$, $-\frac{1}{2}mn^2$ e $3{,}5mn^2$.

11. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Considerando as expressões algébricas que representam a medida da área e a medida do perímetro do retângulo, responda às questões a seguir.

a) Qual das expressões é um monômio?

Resposta: $78q$.

b) Qual é o grau desse monômio?

Resposta: 1.

c) Qual é o valor numérico de cada uma das expressões para $q = 2$?

Resposta: Para $q = 2$, temos:

$78q = 78 \cdot 2 = 156$

Sendo assim, a medida de área é igual a 156 unidades de medida de área.

$12q + 26 = 12 \cdot 2 + 26 = 24 + 26 = 50$

Sendo assim, o perímetro tem 50 unidades de medida de comprimento.

12. a) Diofanto empregava as letras com abreviação.

b) Em geral, os gregos representavam as quantidades por meio de linhas, determinadas por uma ou duas letras, e raciocinavam como em geometria.

c) Ele substituiu sistematicamente a álgebra numérica pela álgebra dos símbolos.

d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes escrevam um texto argumentando, de maneira resumida, que o uso de letras e números é importante para simplificar a escrita.

13. a) $5ab + 2ab - ab = (5 + 2 - 1)ab = 6ab$

b) $12x^2y - 4x^2y - 2x^2y = (12 - 4 - 2)x^2y = 6x^2y$

c) $20{,}5a^3b^2 - 7{,}3a^3b^2 = (20{,}5 - 7{,}3)a^3b^2 = 13{,}2a^3b^2$

d) $x^5y - 5x^5y + 6x^5y = (1 - 5 + 6)x^5y = 2x^5y$

e) $(2 + 3)yz^4 - yz^4 = (2 + 3 - 1)yz^4 = 4yz^4$

14. Adicionando as medidas dos comprimentos dos lados das figuras, temos:

- figura **A**:

$3ab + 2ab + 3ab + 2ab = (3 + 2 + 3 + 2)ab = 10ab$, isto é, a medida do perímetro é igual a $10ab$.

- figura **B**:

$5x + 3x + 3x + 2x + 2x + 5x = (5 + 3 + 3 + 2 + 2 + 5)x = 20x$, isto é, a medida do perímetro é igual a $20x$.

- figura **C**:

$3w + 1w + 2w + 2w + 2w + 1w + 3w + 4w = (3 + 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 4)w = 18w$, isto é, a medida do perímetro é igual a $18w$.

15. Substituindo os ■ por monômios, temos:

a) $11ab^2 + 9ab^2 = 20ab^2$

b) $-7x^3y^2 + 10x^3y^2 = 3x^3y^2$

c) $14mn^3 = 9mn^3 + 5mn^3$

d) $-7abc - 13abc + 2abc = -18abc$

16. A. A medida da área total é dada por:

$8xy + 10xy + 10xy + 10xy + 8xy = (8 + 10 + 10 + 10 + 8)xy = 46xy$

B. A medida da área total é dada por:

$4ab + 8ab = (4 + 8)ab = 12ab$

17. Sugestão de resposta:

a) $7xy^3 + 11xy^3$

b) $5a^2b^4 - 2a^2b^4$

c) $3n^5m^3 + 5n^5m^3 + n^5m^3$

18. a) $7x^4y \cdot 3xy^2 = 7 \cdot 3 \cdot x^4 \cdot x \cdot y \cdot y^2 = 21x^5y^3$

b) $-11x^2y^3 \cdot 7xy^2z \cdot x^5yz^2 = -11 \cdot 7 \cdot 1 \cdot x^2 \cdot x \cdot x^5 \cdot y^3 \cdot y^2 \cdot y \cdot z \cdot z^2 = -77x^8y^6z^3$

c) $2x^2 \cdot 3xy^2 \cdot (-xy) = 2 \cdot 3 \cdot (-1) \cdot x^2 \cdot x \cdot x \cdot y^2 \cdot y = -6x^4y^3$

d) $13x^5 \cdot 2x^4y^2 \cdot 5y^5z = 13 \cdot 2 \cdot 5 \cdot x^5 \cdot x^4 \cdot y^2 \cdot y^5 \cdot z = 130x^9y^7z$

e) $4xz^5 \cdot (-2x^2y^3) \cdot xz \cdot (-3x^4y^8) = 4 \cdot (-2) \cdot 1 \cdot (-3) \cdot x \cdot x^2 \cdot x \cdot x^4 \cdot y^3 \cdot y^8 \cdot z^5 \cdot z = 24x^8y^{11}z^6$

f) $-5x^2z \cdot xy^3 \cdot (-2x^2y^2) \cdot xz = -5 \cdot 1 \cdot (-2) \cdot 1 \cdot x^2 \cdot x \cdot x^2 \cdot x \cdot y^3 \cdot y^2 \cdot z \cdot z = 10x^6y^5z^2$

19. A. A medida da área é dada por:

$8z \cdot 8z = 8 \cdot 8 \cdot z \cdot z = 64z^2$

B. A medida da área é dada por:

$3v \cdot 3v + 2v \cdot 5v = 3 \cdot 3 \cdot v \cdot v + 2 \cdot 5 \cdot v \cdot v \cdot = 9v^2 + 10v^2 = 19v^2$

C. A medida da área é dada por:

$2x \cdot 3xy + 2x \cdot 2xy + 2x \cdot 4xy = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y + 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot y + 2 \cdot 4 \cdot x \cdot x \cdot y = 6x^2y + 4x^2y + 8x^2y = 18x^2y$

20. Aplicando a propriedade de multiplicação de potências de mesma base, temos:

a) $4 + p = 6$

Assim, $p = 6 - 4$, ou seja, $p = 2$.

b) $4 + 1 = r$

Assim, $q = 6$ e $r = 5$.

c) $4 + 1 + s = 8$ e $2 + 5 = t$

Assim, $s = 3$ e $t = 7$.

d) $4 + 4 = v$ e $w + w = 10$.

Assim, $w = 5$ e $v = 8$.

21. Efetuando as operações indicadas, temos:

a) $(15 : 5)x^{4-3} = 3x$

b) $(12 : 3)a^{2-2} = 4a^0 = 4$

c) $(30 : 10)x^{5-2}y = 3x^3y$

d) $(18 : 2)a^{2-1}b^{3-1} = 9ab^2$

e) $(20 : 10)y^{7-5}z^{2-1} = 2y^2z$

f) $(32 : 8)a^{5-2}b^{6-3} = 4a^3b^3$

22. A medida da área do retângulo verde é igual a $12xy \cdot 3x = 36x^2y$. A medida da área do retângulo laranja é igual a $4xy \cdot x = 4x^2y$. Dividindo a primeira medida pela segunda temos:

$36x^2y : 4x^2y = (36 : 4)x^{2-2}y^{1-1} = 9x^0y^0 = 9$

Portanto, a medida da área do retângulo verde corresponde a 9 vezes a medida da área do retângulo laranja.

23. a) $-9x^9 : 3x^2 = (-9 : 3)x^{9-2} = -3x^7$

Portanto, o monômio procurado é $-3x^7$.

b) $5x \cdot 2x^2 = 5 \cdot 2 \cdot x^{1+2} = 10x^3$

Portanto, o monômio procurado é $10x^3$.

c) $4y^8 : y^4 = 4y^{8-4} = 4y^4$

Portanto, o monômio procurado é $4y^4$.

d) $6y^4 \cdot 5y = 6 \cdot 5 \cdot y^{4+1} = 30y^5$

Portanto, o monômio procurado é $30y^5$.

24. Se a medida da área do retângulo é $18y^5$ e a medida do comprimento de um dos lados é $6y$, então a medida A é dada por $18y^5 : 6y$, isto é, $3y^4$.

25. a) $6x^2 : 2x = 3x$

Portanto, $6x^2 : 3x = 2x$.

b) $x^5y : x^3y = x^2$

Portanto, $x^5y : x^2 = x^3y$.

c) $8x^2y^5 \cdot 2x^7y = 16x^9y^6$

Portanto, $16x^9y^6 : 8x^2y^5 = 2x^7y$.

d) $9x^2yz^3 \cdot 5xyz^3 = 45x^3y^2z^6$

Portanto, $45x^3y^2z^6 : 9x^2yz^3 = 5xyz^3$.

e) $2xy^3z^2 \cdot 4xyz = 8x^2y^4z^3$

Portanto, $8x^2y^4z^3 : 2xy^3z^2 = 4xyz$.

f) $12x^7y^9z : 4x^2y^3z = 3x^5y^6$

Portanto, $12x^7y^9z : 3x^5y^6 = 4x^2y^3z$.

26. Como $2A = 8x^6$, então $A = 8x^6 : 2$, isto é, $A = 4x^6$.

Substituindo A em $A \cdot B = 12x^7$ e $A : C = 2x$, temos:

$4x^6 \cdot B = 12x^7$ e $4x^6 : C = 2x$

Portanto, $B = 12x^7 : 4x^6 = 3x$ e $C = 4x^6 : 2x = 2x^5$.

Substituindo B e C em $C : B = D$, obtemos $2x^5 : 3x = D$, isto é, $D = \frac{2x^4}{3}$.

27. Grupo 1 (monômios): **D**, **H** e **J**; Grupo 2 (binômios): **A**, **C**, **G** e **I**; Grupo 3 (trinômios): **B**, **E** e **F**.

28. A. O grau do monômio $7x^3y^4$ é dado por $3 + 4 = 7$ e o grau do monômio xy^5 é dado por $1 + 5 = 6$. Logo, o polinômio tem grau 7.

B. O grau do monômio a^5b^3 é dado por $5 + 3 = 8$, o grau do monômio $5ab^2$ é dado por $1 + 2 = 3$ e o grau do monômio $4b^2$ é igual a 2. Logo, o polinômio tem grau 8.

C. O grau do monômio x é igual a 1 e o grau do monômio $3x^2$ é igual a 2. Logo, o polinômio tem grau 2.

D. O grau do polinômio é 6, pois $2 + 4 = 6$.

E. O grau do monômio $6a^2b^5$ é dado por $2 + 5 = 7$, o grau do monômio $3a^2$ é igual a 2 e o grau do monômio $2b$ é igual a 1. Logo, o polinômio tem grau 7.

F. O grau do monômio xy^{12} é dado por $1 + 12 = 13$, o grau de x^2 é igual a 2 e o grau do monômio $\frac{2}{3}xy$ é dado por $1 + 1 = 2$. Logo, o polinômio tem grau 13.

G. O grau do monômio $3a^3b$ é dado por $3 + 1 = 4$ e o grau do monômio $\frac{7}{10}a^2$ é igual a 2. Logo, o polinômio tem grau 4.

H. O grau do polinômio é 2, pois $1 + 1 = 2$.

I. O grau do monômio a^2b^2 é dado por $2 + 2 = 4$ e o grau do monômio $4a^2$ é igual a 2. Logo o polinômio tem grau 4.

J. O grau do polinômio é 5, pois $1 + 4 = 5$.

29. Substituindo os valores correspondentes de x e y em cada polinômio, temos:

A. $2xy - y^2 = 2 \cdot 2 \cdot 7 - 7^2 = 28 - 49 = -21$;

B. $x^2y^3 + x - 3y = (-5)^2 \cdot 2^3 + (-5) - 3 \cdot 2 =$
$= 25 \cdot 8 - 5 - 6 = 200 - 5 - 6 = 189$.

30. Agrupando os termos semelhantes e efetuando as operações indicadas, temos:

a) $2x^3 - 3x^2 + 2x^2 + 5x + x - 6 = 2x^3 - x^2 + 6x - 6$

b) $ab^2 - ab^2 - a^2 + 3a^2 - 3b + 5 + 1 = 2a^2 - 3b + 6$

c) $2xy - xy - x^2 + 5x^2 + 6 + 4 = 4x^2 + xy + 10$

31. O polinômio na forma reduzida que representa a medida do perímetro da figura é dado por:

$2x + 5 + 6 + x + 1 + x + x + 4 + 3x =$

$= 2x + x + x + x + 3x + 5 + 6 + 1 + 4 = 8x + 16$

32. a) O polinômio que representa a quantidade total de pontos de Carlos é dado por $1 \cdot x + 2 \cdot y + 3 \cdot z$, ou seja, $x + 2y + 3z$.

b) Sugestão de resposta:

1ª possibilidade: $x = 4$, $y = 1$ e $z = 3$, pois

$x + 2y + 3z = 4 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 4 + 2 + 9 = 15$.

2ª possibilidade: $x = 2$, $y = 2$ e $z = 3$, pois

$x + 2y + 3z = 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 2 + 4 + 9 = 15$.

3ª possibilidade: $x = 1$, $y = 4$ e $z = 2$, pois

$x + 2y + 3z = 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 1 + 8 + 6 = 15$.

c) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Considerando que Carlos fez 21 pontos em outra partida, atribua valores para x, y e z e determine 2 possibilidades diferentes de cestas que ele pode ter feito nessa partida.

Sugestão de resposta: $x = 2$, $y = 5$ e $z = 3$; $x = 1$, $y = 4$ e $z = 4$.

33. a) O polinômio que representa a medida de área do pedaço de cartolina que sobrou é dado por $x \cdot y - a \cdot a - a \cdot b$, ou seja, $xy - a^2 - ab$.

b) Como todos os termos são de grau 2, esse polinômio tem grau 2 ou 2º grau.

Questão 4. A adição dos polinômios **B** e **C** é dada por:

$(3xy + 2y^2 + 5y) + (2xy + 4y^2 + 3y) =$

$= 3xy + 2y^2 + 5y + 2xy + 4y^2 + 3y =$

$= 3xy + 2xy + 2y^2 + 4y^2 + 5y + 3y =$

$= (3 + 2)xy + (2 + 4)y^2 + (5 + 3)y =$

$= 5xy + 6y^2 + 8y$

Questão 5. O polinômio oposto ao obtido na questão **4** é $-5xy - 6y^2 - 8y$.

Atividades

34. Substituindo as figuras pelos polinômios indicados, temos:

A. $(x + 4) + (x^2 - y) = x^2 + x - y + 4$;

B. $20 - (2x^2 + xy - 15) + (x^2 - y) =$
$= -2x^2 + x^2 - xy - y + 15 + 20 =$
$= -x^2 - xy - y + 35$

C. $2 \cdot (-3x + 4y + 12) - (x^2 - y) + 3 \cdot (x + 4) + 2 =$
$= -6x + 8y + 24 - x^2 + y + 3x + 12 + 2 =$
$= -x^2 - 6x + 3x + 8y + y + 24 + 12 + 2 =$
$= -x^2 - 3x + 9y + 38$

D. $3 \cdot (x^2 - y) - 2 \cdot (-3x + 4y + 12) + 2x^2 + xy - 15 - 5 \cdot (x + 4) =$
$= 3x^2 - 3y + 6x - 8y - 24 + 2x^2 + xy - 15 - 5x - 20 =$
$= 3x^2 + 2x^2 + 6x - 5x + xy - 3y - 8y - 24 - 15 - 20 =$
$= 5x^2 + x + xy - 11y - 59$

35. O polinômio procurado em cada item é o polinômio oposto. Assim:

a) $3{,}2x^3 - 17x - 14y + 9xy + 1$, pois:
$(-3{,}2x^3 + 17x + 14y - 9xy - 1) + (3{,}2x^3 - 17x - 14y + 9xy + 1) = 0$

b) $-\frac{3}{5}x^7 + 4x - 3xy + 9$, pois:
$\left(\frac{3}{5}x^7 - 4x + 3xy - 9\right) + \left(-\frac{3}{5}x^7 + 4x - 3xy + 9\right) = 0$

c) $-7z^3 - 9xz - 14xy + 21$, pois:
$(7z^3 + 9xz + 14xy - 21) + (-7z^3 - 9xz - 14xy + 21) = 0$

36. A. A medida do perímetro do retângulo **I** é dada por:

$4x^2y - 3z + y + z + 4x^2y - 3z + y + z = 8x^2y - 4z + 2y$

A medida do perímetro do retângulo **II** é dada por:

$x^2y + 2z + y + x^2y + 2z + y = 2x^2y + 4z + 2y$

Assim, o polinômio na forma reduzida que representa a diferença entre os perímetros é dado por:

$8x^2y - 4z + 2y - (2x^2y + 4z + 2y) =$
$= 8x^2y - 2x^2y - 4z - 4z + 2y - 2y = 6x^2y - 8z$

B. A medida do perímetro do retângulo **I** é dada por:
$-3ab + 9 + 7ab^3c - 8 - 3ab + 9 + 7ab^3c - 8 =$
$= -6ab + 14ab^3c + 2$

A medida do perímetro do retângulo **II** é dada por:

$ab + 3ab^3c - 3 + ab + 3ab^3c - 3 = 2ab + 6ab^3c - 6$

Assim, o polinômio na forma reduzida que representa a diferença entre os perímetros é dado por:

$-6ab + 14ab^3c + 2 - (2ab + 6ab^3c - 6) =$
$= -6ab + 14ab^3c + 2 - 2ab - 6ab^3c + 6 =$
$= -8ab + 8ab^3c + 8 = 8ab^3c - 8ab + 8$

37. Calculando a medida do volume de cada paralelepípedo reto retângulo, temos:

A: $8 \cdot x \cdot xy = 8x^2y$; **B**: $2x \cdot 2x \cdot 5y = 20x^2y$;
C: $3xy \cdot y \cdot 3x = 9x^2y^2$.

a) Medida do volume da pilha **1**:

$8x^2y + 2 \cdot (20x^2y) + 9x^2y^2 = 48x^2y + 9x^2y^2$

Medida do volume da pilha **2**:

$2 \cdot (8x^2y) + 20x^2y + 9x^2y^2 = 36x^2y + 9x^2y^2$

Medida do volume da pilha **3**:

$8x^2y + 20x^2y + 2 \cdot (9x^2y^2) = 28x^2y + 18x^2y^2$

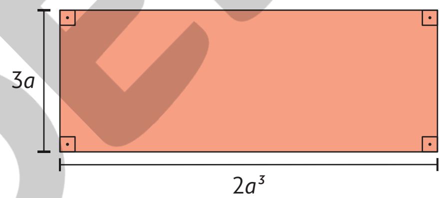
b) Substituindo x e y pelos valores indicados, temos:

pilha **1**: $48 \cdot (0{,}75)^2 \cdot 2{,}4 + 9 \cdot (0{,}75)^2 \cdot (2{,}4)^2 = 93{,}96$, ou seja, $93{,}96\,m^3$.

pilha **2**: $36 \cdot (0{,}75)^2 \cdot 2{,}4 + 9 \cdot (0{,}75)^2 \cdot (2{,}4)^2 = 77{,}76$, ou seja, $77{,}76\,m^3$.

pilha **3**: $28 \cdot (0{,}75)^2 \cdot 2{,}4 + 18 \cdot (0{,}75)^2 \cdot (2{,}4)^2 = 96{,}12$, ou seja, $96{,}12\,m^3$.

38. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:



TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Escreva um polinômio que represente a medida do perímetro desse retângulo. Em seguida, considerando $a = 2$ cm, calcule a medida do perímetro do retângulo.
Resposta: $4a^3 + 6a$; 44 cm.

39. A medida do paralelepípedo reto retângulo é dada por:

$4x \cdot 4x \cdot (x + 8) = 4x \cdot (4x^2 + 32x) = 16x^3 + 128x^2$

40. Considerando $x = 2$, temos:

$16x^3 + 128x^2 = 16 \cdot 2^3 + 128 \cdot 2^2 = 128 + 512 = 640$

Sendo assim, $V = 640\ cm^3$.

41. a) $7x \cdot (x + 5) = 7x^2 + 35x$

b) $x^2 \cdot (x - 7) = x^3 - 7x^2$

c) $11x^2 \cdot (2x + 1) = 22x^3 + 11x^2$

d) $6x \cdot (x^2 + 3) = 6x^3 + 18x$

e) $5x^2 \cdot (x^2 - 2x) = 5x^4 - 10x^3$

f) $4x^3 \cdot (2x^2 + 10) = 8x^5 + 40x^3$

42. A. Medida do comprimento: $x + 7$

Medida da largura: $x + 4$

Medida de área:

$(x + 4) \cdot (x + 7) = x^2 + 7x + 4x + 28 = x^2 + 11x + 28$

B. Medida do comprimento: $(y + 5)$

Medida da largura: $(y + 1)$

Medida da área:

$(y + 1)(y + 5) = y^2 + 6y + 5$

43. a) $3y \cdot (x + 2) = 3xy + 6y$

b) $-y \cdot (x + 2) = -xy - 2y$

c) $xy \cdot (x + 2) = x^2y + 2xy$

d) $4x^3y \cdot (x + 2) = 4x^4y + 8x^3y$

44. a) $(4x + 4) \cdot (y - 1) = 4xy - 4x + 4y - 4$

b) $(x^2 - y) \cdot (y - 10) = x^2y - 10x^2 - y^2 + 10y$

c) $(-x + 5) \cdot (2y + 1) = -2xy - x + 10y + 5$

d) $(x + 2) \cdot (7y - x + 3) = 7xy - x^2 + 3x + 14y - 2x + 6$

45. Considerando as linhas tracejadas e as medidas de comprimento dos lados de cada parte, indicadas na figura, temos:

$2 \cdot y + 2y \cdot y + 2x \cdot 2 = 2y^2 + 2y + 8x = 8x + 2y^2 + 2y$

Assim, obtemos o polinômio **A**.

$4y \cdot y + 4y \cdot 2x = 4y^2 + 8xy = 8xy + 4y^2$

Assim, obtemos o polinômio **C**.

$4y \cdot y + 2x \cdot 2 + 2x \cdot 2y = 4y^2 + 4x + 4xy = 4xy + 4x + 4y^2$

Assim, obtemos o polinômio **D**.

Portanto, o único polinômio que não pode representar a medida de área dessa figura é o polinômio **B**.

Questão 6. Sugestão de resposta:

$$\frac{15xy + 10x}{5x}$$

Questão 7. A resposta depende do polinômio e do monômio escritos. No caso da sugestão de resposta dada, o grau do polinômio é 2 e o grau do monômio é 1.

Atividades

46. a) $(5x^4 + 15x^7 - 10x) : 5x = x^3 + 3x^6 - 2$

b) $\dfrac{16y^5 - 20y^7 - 12y^3}{4y^3} = 4y^2 - 5y^4 - 3$

c) $(18a^5 - 6a^{10} - 3a^2 + 9a^4) : 3a^2 = 6a^3 - 2a^8 - 1 + 3a^2$

d) $\dfrac{20b^3 - 12b^8 + 10b^5 - 8b^4}{6b^2} = \dfrac{10}{3}b - 2b^6 + \dfrac{5}{3}b^3 - \dfrac{4}{3}b^2$

47. a) $(4x^5 - 10x) : 2x = 2x^4 - 5$

b) $(x^3 + 4x^2) : x = x^2 + 4x$

c) $(15x^2 + 25x) : 5x = 3x + 5$

48. A. A medida de comprimento do outro lado é dada por $(2x^2 + 3x) : x$, ou seja, $2x + 3$.

B. A medida de comprimento do outro lado é dada por $(6y^2 - 6y) : 3y$, ou seja, $2y - 2$.

49. a) $(4x^3 + 6x^2) : 2x = 2x^2 + 3x$

b) $3x \cdot (3x^3 - x^2) = 9x^4 - 3x^3$

c) $10x^6 : 2x^5 = 5x$

d) $(14x^3 + 49x^2) : 7x^2 = 2x + 7$

50. a) A medida da altura do paralelepípedo **1** é dada por:

$18x^3 : (2x \cdot 3x) = 18x^3 : 6x^2$, ou seja, $3x$.

b) A medida do volume do paralelepípedo **2** é dada por:

$2x \cdot 3x \cdot (2x + 4) = 6x^2 \cdot (2x + 4)$, ou seja, $12x^3 + 24x^2$.

Como $x = 5\,\text{cm}$, temos:

$12 \cdot 5^3 + 24 \cdot 5^2 = 12 \cdot 125 + 24 \cdot 25 = 1500 + 600 = 2100$

Portanto, o volume desse paralelepípedo mede $2100\,\text{cm}^3$.

51. a) $\text{mmc}\,(x^5y^4, x^4y^5) = x^5y^5$

b) Como $15ab^2 = 3 \cdot 5 \cdot a \cdot b^2$, então:

$\text{mmc}\,(5a^3b, 15ab^2) = 3 \cdot 5 \cdot a^3 \cdot b^2 = 15a^3b^2$

c) Como $20y^3 = 2^2 \cdot 5 \cdot y^3$ e $4x^2y^6 = 2^2 \cdot x^2 \cdot y^6$, então:

$\text{mmc}\,(20y^3, 4x^2y^6) = 2^2 \cdot 5 \cdot x^2 \cdot y^6 = 20x^2y^6$

d) Como $8ab^2 = 2^3 \cdot a \cdot b^2$, então:

$\text{mmc}\,(a^3b^7, 8ab^2) = 2^3 \cdot a^3 \cdot b^7 = 8a^3b^7$.

e) Como $12x^3 = 2^2 \cdot 3 \cdot x^3$ e $4x^2 - 6x = 2 \cdot x \cdot (2x - 3)$, então:

$\text{mmc}\,(12x^3, 4x^2 - 6x) = 2^2 \cdot 3 \cdot x^3 \cdot (2x - 3) =$

$= 24x^4 - 36x^3 = 12x^3(2x^2 - 3)$

f) Como $9ab^5 = 3^2 \cdot a \cdot b^5$ e $2a^2b^2 + 4ab = 2 \cdot a \cdot b \cdot (ab + 2)$, então:

$\text{mmc}\,(9ab^5, 2a^2b^2 + 4ab) = 2 \cdot 3^2 \cdot a \cdot b^5 \cdot (ab + 2) =$

$= 18a^2b^6 + 36ab^5 = 18ab^5(ab + 2)$

52. a) Como $\text{mmc}\,(5x^6, 25x^2) = 25x^6$, então ■ = 6.

b) Como $\text{mmc}\,(7xy^2, 4x^3) = 28x^3y^2$, então ■ = 3.

c) Como $\text{mmc}\,(6a^2b, 8a^7b) = 24a^7b$, então ■ = 1 e ◆ = 7.

d) Como $\text{mmc}\,(16x^5y^2z^4, 4xy^8z^3) = 16x^5y^8z^4$, então ■ = 5, ◆ = 4 e ● = 8.

53. **B** e **C** estão relacionados com **1**, pois $\text{mmc}\,(12xy^2, 18x^6y) = 36x^6y^2$.

D e **F** estão relacionados com **2**, pois $\text{mmc}\,(20x^3y^4, 16x^2 + 8xy) = 40x^3y^4(2x + y)$.

A e **E** estão relacionados com **3**, pois $\text{mmc}\,(8x^2y^4, 2x^3 + 4x^2) = 8x^2y^4(x + 2)$.

54. Como as expressões algébricas de **A** e **E** não têm variáveis no denominador, apenas **B**, **C**, **D** e **F** são frações algébricas.

55. a) A medida de tempo que a máquina **B** demora para produzir a mesma quantidade de peças da máquina **A** é representada por $t + 12$. Assim, a fração algébrica que representa a produção da máquina **B** em 1 min é igual a $\dfrac{1840}{t + 12}$, com $t \neq -12$.

b) A quantidade de peças que a máquina **A** produz por minuto é dada por $\dfrac{1840}{80} = 23$, isto é, 23 peças. A quantidade de peças que a máquina **B** produz por minuto é dada por $\dfrac{1840}{92} = 20$, isto é, 20 peças.

56. a) $\dfrac{a + 3}{b}$, com $b \neq 0$.

b) $\dfrac{2x \cdot 5y}{x + y}$, com $x \neq -y$.

c) $\dfrac{6a - 2b^2}{5b}$, com $b \neq 0$.

d) $\dfrac{y}{2x^2}$, com $x \neq 0$.

e) $\dfrac{(2x+1)^2-5}{3y}$, com $y \neq 0$.

f) $\dfrac{\frac{x}{5}+y}{2z}$, com $z \neq 0$.

57. $\dfrac{x-y}{z}$, com $z \neq 0$.

58. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

- $\dfrac{5x^2+3y}{y+5}$, com $y \neq -5$.

  Valor numérico para $x = 2$ e $y = 5$:

$$\frac{5 \cdot 2^2 + 3 \cdot 5}{5+5} = \frac{7}{2}$$

- $\dfrac{x-y^2}{4x+y}$, com $y \neq -4x$.

  Valor numérico para $x = 2$ e $y = 5$:

$$\frac{2-5^2}{4 \cdot 2 + 5} = -\frac{8}{13}$$

- $\dfrac{xy-7}{2x^2y}$, com $xy \neq 0$.

  Valor numérico para $x = 2$ e $y = 5$:

$$\frac{2 \cdot 5 - 7}{2 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{3}{40}$$

59. O quadrado de um número x: x^2

O triplo de um número x: $3x$

O quadrado de um número x: x^2

Desse modo, a diferença é igual a $x^2 - 3x$ e a divisão é dada por $\dfrac{x^2-3x}{x^2}$, com $x \neq 0$.

60. a) $\dfrac{1350}{p}$, com $p \neq 0$.

b) $p - 3$

c) $\dfrac{1350}{p-3}$, com $p \neq 3$.

d) Antes de 3 funcionários desistirem: $\dfrac{1350}{30} = 45$, ou seja, R$ 45,00.

Depois das desistências: $\dfrac{1350}{27} = 50$, ou seja, R$ 50,00.

O que eu estudei?

1. a) x^2 b) $n + 5$ c) $5{,}48x$

2. Pela figura, temos:

$0{,}5 < x < 1$

Assim, $1 < 2x < 2$ e $2 < 2x + 1 < 3$.

Logo, o ponto que melhor representa o valor de $2x + 1$ é T.

Portanto, a alternativa **c** está correta.

3. a) $1{,}5 - x$.

b) $\dfrac{x-1{,}5}{3}$.

4. a) $69{,}90 + 0{,}17t$

b) Calculando o valor numérico para $t = 200$, temos:

$69{,}90 + 0{,}17 \cdot 200 = 69{,}90 + 34{,}00 = 103{,}90$

Portanto, esse cliente gastou R$ 103,90.

5. a) Se a funcionária vender R$ 20 000,00, teremos:

$1255 + \dfrac{3}{100} \cdot 20\,000 = 1255 + 600 = 1855$

Portanto, seu salário será R$ 1855,00.

Para a venda de R$ 30 000,00, teremos:

$1255 + \dfrac{3}{100} \cdot 30\,000 = 1255 + 900 = 2155$

Portanto, seu salário será R$ 2155,00.

b) $1255 + \dfrac{3}{100} \cdot x$ ou $1255 + 0{,}03x$.

6. a) A quantidade de livros de Eduarda é representada pela expressão $x + 6$. A quantidade de livros de Bruno é representada pela expressão $3 \cdot (x + 6)$.

b) A quantidade de livros de Larissa é representada pela expressão $\dfrac{y}{3} - 6$. A quantidade de livros de Eduarda é representada pela expressão $\dfrac{y}{3}$.

c) Como Eduarda tem 6 livros a mais do que Larissa, Larissa tem 8 livros, pois $14 - 6 = 8$. Além disso, Bruno tem 42 livros, pois $3 \cdot 14 = 42$.

7. A Figura **1** é formada com 4 canudos, isto é, $1 + 3$ canudos. A Figura **2** é formada com 7 canudos, isto é, $1 + 3 + 3$ canudos. A Figura **3** é formada com 10 canudos, isto é, $1 + 3 + 3 + 3$. Logo, a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados é dada por $C = 1 + 3 \cdot Q$. Portanto, a alternativa **b** está correta.

8. A medida do volume do cubo é dada por:

$$2x \cdot 2x \cdot 2x = 8x^3$$

9. a) A expressão não é um monômio, pois $2(c + l) = 2c + 2l$, que tem dois termos.

b) Sim, é possível expressar a medida do perímetro de um quadrado usando um monômio. Podemos expressar a medida do perímetro do quadrado por $4l$, pois $4l = l + l + l + l$.

10. a) $4x^8y + 3(x - x^8y) + 6x - (3x^8y + 9x) =$

$= 4x^8y + 3x - 3x^8y + 6x - 3x^8y - 9x = -2x^8y$

A expressão é um monômio.

b) $3x^2y + 4 - 2y^2 - 3x^2y + 4y^2 + 2 = 2y^2 + 6$

A expressão é um binômio.

c) $3(5ab + 2) + a^2 - 2 - 3ab - 4a^2 =$

$= 15ab + 6 + a^2 - 2 - 3ab - 4a^2 = -3a^2 + 12ab + 4$

A expressão é um trinômio.

11. Para $x = 2$ e $y = 0$, temos:

$2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 0 + 0^2 = 4$

Para $x = 6$ e $y = -5$, temos:

$6^2 + 2 \cdot 6 \cdot (-5) + (-5)^2 = 1$

Portanto, o polinômio assume o maior valor numérico para $x = 2$ e $y = 0$ e esse valor é 4.

12. A medida da área dessa figura é dada por:

$a \cdot a + a \cdot b + b \cdot b$, ou seja, $a^2 + ab + b^2$.

Para $a = 2$ e $b = 4$, temos:

$2^2 + 2 \cdot 4 + 4^2 = 4 + 8 + 16 = 28$

Portanto, a medida da área dessa figura é $28\,m^2$.

13. $\dfrac{x}{y+4}$, com $y \neq -4$.

Unidade 8 Equações e sistemas de equações

Questão 1.

A. Indicando por x a medida da massa da lata vermelha e sabendo que 1 kg = 1000 g, a equação que possibilita determinar a medida da massa da lata vermelha é $3x + 250 = 2x + 1000 + 500$ ou, ainda, $3x + 250 = 2x + 1500$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$3x + 250 = 2x + 1500$$
$$3x + 250 - 250 = 2x + 1500 - 250$$
$$3x = 2x + 1250$$
$$3x - 2x = 2x + 1250 - 2x$$
$$x = 1250$$

Portanto, a lata vermelha tem 1250 g de medida de massa.

B. Indicando por y a medida da massa da lata azul, a equação que possibilita determinar essa medida é $4y + 5 \cdot 100 = y + 2 \cdot 500 + 250$ ou, ainda, $4y + 500 = y + 1250$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$4y + 500 = y + 1250$$
$$4y + 500 - 500 = y + 1250 - 500$$
$$4y = y + 750$$
$$4y - y = y + 750 - y$$
$$3y = 750$$
$$\frac{3y}{3} = \frac{750}{3}$$
$$y = 250$$

Portanto, a lata azul tem 250 g de medida de massa.

Atividades

1. Sendo x o preço do vestido, como Júlia comprou o vestido por x reais e a saia por R$ 60,00, e sabendo que o total da compra foi R$ 149,95, a equação que permite obter o preço do vestido é dada por $x + 60 = 149{,}95$.

   Logo, a alternativa correta é a **c**.

2. Efetuando os cálculos, temos:

$$x + 60 = 149{,}95$$
$$x + 60 - 60 = 149{,}95 - 60$$
$$x = 89{,}95$$

   Logo, o preço do vestido é R$ 89,95.

3. Efetuando os cálculos, temos:

a)

$$7x = 49$$
$$\frac{7x}{7} = \frac{49}{7}$$
$$x = 7$$

b)

$$x + 10 = 18$$
$$x + 10 - 10 = 18 - 10$$
$$x = 8$$

c)

$$2x - 7 = 15$$
$$2x - 7 + 7 = 15 + 7$$
$$2x = 22$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{22}{2}$$
$$x = 11$$

d)

$$3x + 2 = -1$$
$$3x + 2 - 2 = -1 - 2$$
$$3x = -3$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{-3}{3}$$
$$x = -1$$

e)

$$6x + 12 = 54$$
$$6x + 12 - 12 = 54 - 12$$
$$6x = 42$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{42}{6}$$
$$x = 7$$

f)

$$5x - 14 = 31$$
$$5x - 14 + 14 = 31 + 14$$
$$5x = 45$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{45}{5}$$
$$x = 9$$

g)

$$3(x + 4) + 8 = 2 + x$$
$$3x + 12 + 8 = 2 + x$$
$$3x + 20 = 2 + x$$
$$3x + 20 - 20 = 2 + x - 20$$
$$3x = x - 18$$
$$3x - x = x - x - 18$$
$$2x = -18$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{-18}{2}$$
$$x = -9$$

h)

$$7(x - 14) + 20 = 5(x + 3) - 15$$
$$7x - 98 + 20 = 5x + 15 - 15$$
$$7x - 78 = 5x$$
$$7x - 78 + 78 = 5x + 78$$
$$7x = 5x + 78$$
$$7x - 5x = 5x + 78 - 5x$$
$$2x = 78$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{78}{2}$$
$$x = 39$$

4. a) Considere x o número em que Bruna pensou. Multiplicando esse número por 3 e adicionando 12, Bruna obteve 36. Assim, a equação que permite obter o número em que Bruna pensou é $3x + 12 = 36$.

Portanto, a alternativa correta é a **IV**.

b) Resolvendo a equação, temos:

$$3x + 12 = 36$$
$$3x + 12 - 12 = 36 - 12$$
$$3x = 24$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$$
$$x = 8$$

Portanto, Bruna pensou no número 8.

5. Situação **A**:

Considere x o número em que Letícia pensou. Ao multiplicar esse número por 5 e adicionar 17 ao produto obtido, Letícia obteve 82 como resultado. Logo, a equação que possibilita determinar o número em que Letícia pensou é $5x + 17 = 82$.

Portanto, a situação **A** está associada à equação **2**.

Situação **B**:

Considere x a idade de Tiago. Como o triplo da idade de Tiago $(3x)$ equivale a 78, a equação que possibilita determinar a idade de Tiago é $3x = 78$.

Portanto, a situação **B** está associada à equação **1**.

Situação **C**:

Indicando a quantia em reais desconhecia por x e subtraindo R\$ 63,00 de $2x$, que é o dobro de x, obtemos como resultado R\$ 153,00. Assim, a equação que possibilita determinar a quantia de dinheiro é $2x - 63 = 153$.

Portanto, a situação **C** está associada à equação **3**.

6. Resolvendo a equação correspondente a cada situação, temos:

1.

$$5x + 17 = 82$$
$$5x + 17 - 17 = 82 - 17$$
$$5x = 65$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{65}{5}$$
$$x = 13$$

Portanto, Letícia pensou no número 13.

2.

$$3x = 78$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{78}{3}$$
$$x = 26$$

Portanto, Tiago tem 26 anos.

3.

$$2x - 63 = 153$$
$$2x - 63 + 63 = 153 + 63$$
$$2x = 216$$
$$x = 108$$

Portanto, a quantia de dinheiro que eu tenho é R\$ 108,00.

7. a) Indicando por x a medida da largura do jardim de Geraldo, a medida do comprimento será igual a $x + 5$. O perímetro do jardim mede 38 m e, considerando o formato retangular, as medidas de seus lados opostos são iguais. Assim, podemos calcular a medida da largura e do comprimento do jardim de Geraldo resolvendo a equação $2x + 2(x + 5) = 38$.

$$2x + 2(x + 5) = 38$$
$$2x + 2x + 10 = 38$$
$$4x + 10 = 38$$
$$4x + 10 - 10 = 38 - 10$$
$$4x = 28$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{28}{4}$$
$$x = 7$$

Portanto, a largura do jardim de Geraldo mede 7 m e o comprimento mede 12 m, pois $7 + 5 = 12$.

b) A medida da área de um retângulo é dada pelo produto das medidas dos lados adjacentes. Assim, a medida da área do Jardim de Geraldo equivale a 84 m², pois $12 \cdot 7 = 84$.

8. Seja x a medida da altura que uma sequoia pode atingir. Sabemos que o dobro dessa medida adicionado a 96 m é igual a 330 m. Então, a equação que possibilita determinar a medida da altura que a sequoia pode atingir é $2x + 96 = 330$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$2x + 96 = 330$$
$$2x + 96 - 96 = 330 - 96$$
$$2x = 234$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{234}{2}$$
$$x = 117$$

Portanto, essa árvore pode atingir uma altura de 117 m.

9. a) Indicando por x o valor da conta, a equação que fornece esse valor é $50 - x = 22$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$50 - x = 22$$
$$50 - x - 50 = 22 - 50$$
$$-x = -28$$
$$(-1) \cdot (-x) = (-1) \cdot (-28)$$
$$x = 28$$

Portanto, o valor da conta é R\$ 28,00.

b) Indicando por x a quantia recebida, a equação que fornece esse valor é $2x + 69 = 195$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$2x + 69 = 195$$
$$2x + 69 - 69 = 195 - 69$$
$$2x = 126$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{126}{2}$$
$$x = 63$$

Portanto, a quantia que recebi foi R\$ 63,00.

c) Indicando por x a idade de André, a equação que fornece a idade é dada por $3x + 18 = 108$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$3x + 18 = 108$$
$$3x + 18 - 18 = 108 - 18$$
$$3x = 90$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{90}{3}$$
$$x = 30$$

Portanto, André tem 30 anos.

d) Indicando por x o número pensado, a equação que fornece o número em que pensei é dada por $6x + 32 = 116$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$6x + 32 = 116$$
$$6x + 32 - 32 = 116 - 32$$
$$6x = 84$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{84}{6}$$
$$x = 14$$

Portanto, o número pensado foi 14.

10. Efetuando os cálculos, temos:

a)
$$\frac{6}{x} - \frac{12}{x} = \frac{3}{5}$$
$$x \cdot \frac{6}{x} - x \cdot \frac{12}{x} = \frac{3}{5} \cdot x$$
$$6 - 12 = \frac{3x}{5}$$
$$-6 = \frac{3x}{5}$$
$$5 \cdot (-6) = 5 \cdot \frac{3x}{5}$$
$$-30 = 3x$$
$$\frac{-30}{3} = \frac{3x}{3}$$
$$-10 = x$$

Como $-10 \neq 0$, a solução dessa equação é $x = -10$.

b)
$$\frac{3}{x} + \frac{6}{3x} = \frac{1}{5}$$
$$x \cdot \frac{3}{x} + x \cdot \frac{2}{x} = \frac{1}{5} \cdot x$$
$$3 + 2 = \frac{x}{5}$$
$$5 = \frac{x}{5}$$
$$5 \cdot 5 = \frac{x}{5} \cdot 5$$
$$25 = x$$

Como $25 \neq 0$, a solução dessa equação é $x = 25$.

c)
$$\frac{4}{x-4} + 5 = \frac{x}{x-4}$$
$$(x-4) \cdot \frac{4}{x-4} + 5(x-4) = \frac{x}{x-4} \cdot (x-4)$$
$$4 + 5(x-4) = x$$
$$4 + 5x - 20 = x$$
$$5x - 16 = x$$
$$5x - 16 + 16 = x + 16$$
$$5x = x + 16$$
$$5x - x = x + 16 - x$$
$$4x = 16$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{16}{4}$$
$$x = 4$$

Como devemos ter $x \neq 4$, essa equação não tem solução.

d)
$$\frac{16}{x} - \frac{5}{x-2} = \frac{9}{x}$$
$$\frac{16(x-2) - 5x}{x(x-2)} = \frac{9}{x}$$
$$x(x-2) \cdot \frac{16(x-2) - 5x}{x(x-2)} = \frac{9}{x} \cdot x(x-2)$$
$$16(x-2) - 5x = 9(x-2)$$
$$16x - 32 - 5x = 9x - 18$$
$$11x - 32 = 9x - 18$$
$$11x - 32 + 32 = 9x - 18 + 32$$
$$11x = 9x + 14$$
$$11x - 9x = 9x + 14 - 9x$$
$$2x = 14$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$$
$$x = 7$$

Como $7 \neq 0$ e $7 \neq 2$, a solução da equação é $x = 7$.

e)
$$\frac{9x}{x-3} - \frac{6}{x+3} = \frac{9x^2 + 102}{(x-3)(x+3)}$$
$$\frac{9x(x+3) - 6(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{9x^2 + 102}{(x-3)(x+3)}$$
$$(x-3)(x+3) \cdot \frac{9x(x+3) - 6(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{9x^2 + 102}{(x-3)(x+3)} \cdot (x-3)(x+3)$$
$$9x(x+3) - 6(x-3) = 9x^2 + 102$$
$$9x^2 + 27 - 6x + 18 = 9x^2 + 102$$
$$9x^2 + 21x + 18 = 9x^2 + 102$$
$$9x^2 + 21x + 18 - 9x^2 = 9x^2 + 102 - 9x^2$$
$$21x + 18 = 102$$
$$21x + 18 - 18 = 102 - 18$$
$$21x = 84$$
$$\frac{21x}{21} = \frac{84}{21}$$
$$x = 4$$

Como $4 \neq 3$ e $4 \neq -3$, a solução da equação é $x = 4$.

f)
$$\frac{4}{12x} + \frac{5}{x} = \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{3x} + \frac{5}{x} = \frac{1}{2}$$
$$x \cdot \frac{1}{3x} + x \cdot \frac{5}{x} = \frac{1}{2} \cdot x$$
$$\frac{1}{3} + 5 = \frac{x}{2}$$
$$\frac{16}{3} = \frac{x}{2}$$
$$2 \cdot \frac{16}{3} = \frac{x}{2} \cdot 2$$
$$\frac{32}{3} = x$$

Como $\frac{32}{3} \neq 0$, a solução da equação é $x = \frac{32}{3}$.

11. A. Indicando por x a quantidade de horas, a equação que possibilita determinar a medida de tempo gasto para percorrer 170 km é $\frac{170}{x} = \frac{255}{x+1}$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$\frac{170}{x} = \frac{255}{x+1}$$

$$x(x+1) \cdot \frac{170}{x} = \frac{255}{x+1} \cdot x(x+1)$$

$$170(x+1) = 255x$$

$$170x + 170 = 255x$$

$$170x + 170 - 170 = 255x - 170$$

$$170x = 255x - 170$$

$$170x - 255x = 255x - 170 - 255x$$

$$-85x = -170$$

$$\frac{-85x}{-85} = \frac{-170}{-85}$$

$$x = 2$$

Portanto, o automóvel percorreu 170 km em 2 horas.

B. Considere x a quantidade de funcionários antes da contratação. Sendo assim, a equação que possibilita determinar a quantidade de funcionários antes da contratação é dada por $\frac{300}{x} = \frac{420}{x+30}$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$\frac{300}{x} = \frac{420}{x+30}$$

$$x(x+30) \cdot \frac{300}{x} = \frac{420}{x+30} \cdot x(x+30)$$

$$300(x+30) = 420x$$

$$300x + 9\,000 = 420x$$

$$300x + 9\,000 - 9\,000 = 420x - 9\,000$$

$$300x = 420x - 9\,000$$

$$300x - 420x = 420x - 9\,000 - 420x$$

$$-120x = -9\,000$$

$$\frac{-120x}{-120} = \frac{-9\,000}{-120}$$

$$x = 75$$

Portanto, antes da contratação, trabalhavam 75 funcionários e, depois da contratação, passaram a trabalhar 105 funcionários, pois $75 + 30 = 105$.

12. O preço de cada caderno é dado por $\frac{150}{x}$ e o preço de cada livro é dado por $\frac{225}{x-2}$. Como o preço do livro é o dobro do preço do caderno, a equação que possibilita determinar a quantidade de cadernos comprados por Marta é $2 \cdot \frac{150}{x} = \frac{225}{x-2}$ ou, ainda, $\frac{300}{x} = \frac{225}{x-2}$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$\frac{300}{x} = \frac{225}{x-2}$$

$$x(x-2) \cdot \frac{300}{x} = \frac{225}{x-2} \cdot x(x-2)$$

$$300(x-2) = 225x$$

$$300x - 600 = 225x$$

$$300x - 600 + 600 = 225x + 600$$

$$300x = 225x + 600$$

$$300x - 225x = 225x + 600 - 225x$$

$$75x = 600$$

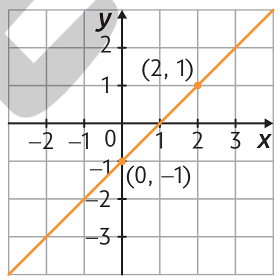
$$\frac{75x}{75} = \frac{600}{75}$$

$$x = 8$$

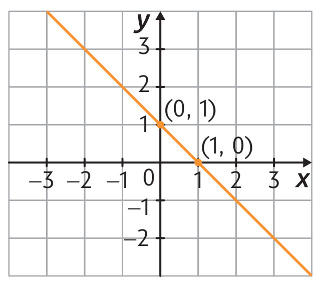
Portanto, Marta comprou 8 cadernos e 6 livros, pois $8 - 2 = 6$.

Questão 2. Em cada equação, vamos atribuir a x dois valores distintos para determinar os respectivos valores de y e formar os pares ordenados (x, y) que são soluções das equações.

a) Para $x = 0$, temos $0 - y = 1$, ou seja, $y = -1$;
Para $y = 1$, temos $x - 1 = 1$, ou seja, $x = 2$.
Indicando os pares ordenados $(0, -1)$ e $(2, 1)$ no plano cartesiano e traçando a reta que passa por esses pontos, temos a representação geométrica da equação.



b) Para $x = 0$, temos $0 + y = 1$, ou seja, $y = 1$;
Para $x = 1$, temos $x + 1 = 1$, ou seja, $x = 0$.
Marcando os pares ordenados $(0, 1)$ e $(1, 0)$ no plano cartesiano e traçando a reta que passa por esses pontos, temos a representação geométrica da equação.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

13. As equações **B**, **D**, **F**, **I**, **J** e **L** são do 1º grau com duas incógnitas, pois podem ser escritas na forma $ax + by = c$, onde x e y são incógnitas e a, b e c são números reais com a e b diferentes de zero (embora algumas delas tenham incógnitas diferentes, elas têm essa mesma forma).

As equações **A**, **C**, **E**, **G**, **H** e **K** não são do 1º grau com duas incógnitas, pois cada uma delas tem somente uma incógnita.

14. a) Considere x a minha idade e y a idade do meu filho. Como o dobro da minha idade é igual a $2x$ e o triplo da idade do meu filho é igual $3y$, adicionando esses dois produtos, obteremos 84 anos de resultado. Sendo assim, a equação que representa essa situação é $2x + 3y = 84$.

b) Considere x o preço do salgado e y o preço do suco. Como o valor pago em 2 salgados e 1 suco foi R\$ 6,50, a equação que representa essa situação é dada por $2x + y = 6{,}5$.

c) Considere x o preço do par de tênis e y o preço do par de sapatos. A diferença entre os preços do par de tênis e do par de sapatos é R\$ 48,00. Sendo assim, a equação que representa essa situação é dada por $x - y = 48$.

d) Considere x o preço do quilo do tomate e y o preço do quilo da batata. O valor da compra de 3 kg de tomate e 4 kg de batata foi R\$ 16,53. Sendo assim, a equação que representa essa situação é dada por $3x + 4x = 16{,}53$.

15. Sejam x e y os números que Mariana pensou. Como a diferença entre esses números é igual a 12, a equação que relaciona esses dois números é $x - y = 12$. Além disso, um desses números está entre 20 e 23. Considerando x entre 20 e 23, temos as seguintes verificações.

Se $x = 21$, então $21 - y = 12$. Assim, $y = 9$.

Se $x = 22$, então $22 - y = 12$. Assim, $y = 10$.

Agora considerando y entre 20 e 23:

Se $y = 21$, então $x - 21 = 12$. Assim, $x = 33$.

Se $y = 22$, então $x - 22 = 12$. Assim, $x = 34$.

Portanto, os pares de números que Mariana pode ter pensado são $(21, 9)$, $(22, 10)$, $(33, 21)$ e $(34, 22)$.

16. Para determinar a representação geométrica da equação $\frac{1}{2}x + 2y = 0$, devemos primeiro verificar quais pares ordenados são soluções da equação.

Escolhendo o par ordenado $(-1, 4)$ da representação geométrica do item **A**, temos $\frac{1}{2}(-1) + 2 \cdot 4 = -\frac{1}{2} + 8 = \frac{7}{5} \neq 0$. Logo, $(-1, 4)$ não é solução da equação e **A** não pode ser a representação geométrica da equação.

Escolhendo o par ordenado $(-4, 1)$ da representação geométrica do item **B**, temos $\frac{1}{2} \cdot (-4) + 2 \cdot 1 = -2 + 2 = 0$. Logo, $(-4,1)$ é solução da equação. Além disso, os pares ordenados $(0, 0)$ e $(4, -1)$ também satisfazem a equação. Vejamos:

$\frac{1}{2} \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 0 + 0 = 0$ e $\frac{1}{2} \cdot 4 + 2 \cdot (-1) = 2 - 2 = 0$

Portanto, o item **B** é a representação geométrica da equação.

Escolhendo o par ordenado $(4, 1)$ do item **C**, temos $\frac{1}{2} \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 2 + 2 = 4 \neq 0$. Logo, $(4, 1)$ não é solução da equação e o item **C** não pode ser a representação geométrica da equação.

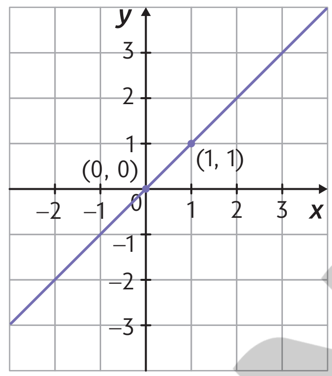
17. Para representar geometricamente as equações, devemos determinar inicialmente dois ou mais pares ordenados distintos que são soluções das equações. Depois, traçamos a reta que passa por eles.

a) Para $x = 0$, temos $y - 0 = 0$. Assim, $y = 0$;

Para $x = 1$, temos $y - 1 = 0$. Assim, $y = 1$.

Logo, $(0, 0)$ e $(1, 1)$ são soluções da equação $y - x = 0$.

Com isso, podemos construir a seguinte representação geométrica dessa equação.

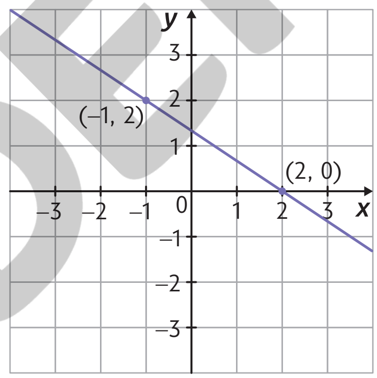


b) Para $x = -1$, temos $2 \cdot (-1) + 3y = 4$. Assim, $y = 2$;

Para $x = 2$, temos $2 \cdot 2 + 3y = 4$. Assim, $y = 0$.

Logo, $(-1, 2)$ e $(2, 0)$ são soluções da equação $2x + 3y = 4$.

Com isso, podemos construir a seguinte representação geométrica dessa equação.

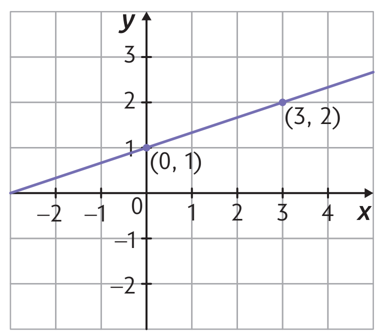


c) Para $x = 0$, temos $-0 + 3y = 3$. Assim, $y = 1$;

Para $x = 3$, temos $-3 + 3y = 3$. Assim, $y = 2$.

Logo, $(0, 1)$ e $(3, 2)$ são soluções da equação $-x + 3y = 3$.

Com isso, podemos construir a seguinte representação geométrica dessa equação.



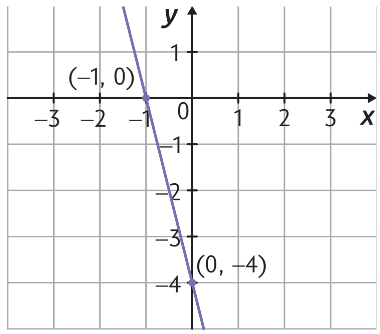
ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

d) Para $x = -1$, temos $-4 \cdot (-1) - y = 4$. Assim, $y = 0$;

Para $x = 0$, temos $-4 \cdot 0 - y = 4$. Assim, $y = -4$.

Logo, $(-1, 0)$ e $(0, -4)$ são soluções da equação $-4x - y = 4$.

Com isso, podemos construir a seguinte representação geométrica dessa equação.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

18. a) Considere x a quantidade de bolinhas vermelhas e y a quantidade de bolinhas amarelas colocadas na caixa. De acordo com as informações, na caixa há 12 bolinhas, ou seja, $x + y = 12$. Como há 2 bolinhas vermelhas a mais do que amarelas, temos $x = y + 2$ ou, ainda, $x - y = 2$. Logo, o sistema de equações que representa essa situação é:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

b) Como o total de doces em 2 embalagens do tipo x e em 3 embalagens do tipo y é igual a 19, escrevemos a equação $2x + 3y = 19$. Além disso, como o total de doces em 3 embalagens do tipo x e em 2 embalagens do tipo y é igual a 21, escrevemos a equação $3x + 2y = 21$. Logo, o sistema de equações que representa essa situação é:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ 3x - 2y = 21 \end{cases}$$

c) Considere x a quantidade de meninas e y a quantidade de meninos. Como o total de estudantes é igual a 31, temos a equação $x + y = 31$. Como há 5 meninas a mais do que meninos, temos a equação $x = y + 5$ ou, ainda, $x - y = 5$. Logo, o sistema de equações que representa essa situação é:

$$\begin{cases} x + y = 31 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

19. a) Substituindo x por y em $5x + 14y = 16$, temos:

$$\begin{aligned} 5y + 14y &= 16 \\ 19y &= 16 \\ \frac{19y}{19} &= \frac{16}{19} \\ y &= \frac{16}{19} \end{aligned}$$

Substituindo y por $\frac{16}{19}$ na equação $x = y$, obtemos $x = \frac{16}{19}$.

Portanto a solução do sistema é $\left(\frac{16}{19}, \frac{16}{19}\right)$.

b) Isolando y em $2y = 4x$, temos:

$$\begin{aligned} 2y &= 4x \\ \frac{2y}{2} &= \frac{4x}{2} \\ y &= 2x \end{aligned}$$

Substituindo y por $2x$ em $x + 2y = 15$, obtemos:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 15 \\ x + 2 \cdot 2x &= 15 \\ x + 4x &= 15 \\ 5x &= 15 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{15}{5} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Por fim, substituindo x por 3 na equação $y = 2x$, obtemos $y = 2 \cdot 3 = 6$.

Portanto, a solução do sistema é (3, 6).

c) Isolando x em $x - y = 18$, temos:

$$\begin{aligned} x - y &= 18 \\ x - y + y &= 18 + 8 \\ x &= 18 + y \end{aligned}$$

Substituindo x por $x = 18 + y$ em $x + y = 4$, temos:

$$\begin{aligned} x + y &= 4 \\ 18 + y + y &= 4 \\ 18 + 2y &= 4 \\ 18 + 2y - 18 &= 4 - 18 \\ 2y &= -14 \\ \frac{2y}{2} &= \frac{-14}{2} \\ y &= -7 \end{aligned}$$

Por fim, substituindo y por -7 na equação $x = 18 + y$, obtemos $x = 18 + (-7) = 18 - 7 = 11$.

Portanto, a solução do sistema é (11, −7).

d) Isolando y em $3x + y = -12$, temos:

$$\begin{aligned} 3x + y &= -12 \\ 3x + y - 3x &= 12 - 3x \\ y &= -12 - 3x \end{aligned}$$

Substituindo y por $-12 - 3x$ em $4x + y = 20$, obtemos:

$$\begin{aligned} 4x + y &= 20 \\ 4x + (-12 - 3x) &= 20 \\ 4x - 12 - 3x &= 20 \\ x - 12 &= 20 \\ x - 12 + 12 &= 20 + 12 \\ x &= 32 \end{aligned}$$

Por fim, substituindo x na equação $y = -12 - 3x$, temos $y = -12 - 3 \cdot 32 = -12 - 96 = -108$.

Portanto, a solução do sistema é (32, −108).

e) Isolando x em $x + y = 4$, temos:

$$\begin{aligned} x + y &= 4 \\ x + y - y &= 4 - y \\ x &= 4 - y \end{aligned}$$

Substituindo x por $4 - y$ em $10x - 8y = -14$, obtemos:

$$\begin{aligned} 10x - 8y &= -14 \\ 10(4 - y) - 8y &= -14 \\ 40 - 10y - 8y &= -14 \\ 40 - 18y &= -14 \\ 40 - 18y - 40 &= -14 - 40 \\ -18y &= -54 \\ \frac{-18y}{-18} &= \frac{-54}{-18} \\ y &= 3 \end{aligned}$$

Por fim, substituindo y por 3 na equação $x = 4 - y$, temos $x = 4 - 3 = 1$.

Portanto, a solução do sistema é $(1, 3)$.

f) Isolando x em $x - 2y = 10$, temos:

$$x - 2y = 10$$
$$x - 2y + 2y = 10 + 2y$$
$$x = 10 + 2y$$

Substituindo x por $10 + 2y$ em $3x + y = 65$, temos:

$$3x + y = 65$$
$$3(10 + 2y) + y = 65$$
$$30 + 6y + y = 65$$
$$30 + 7y = 65$$
$$30 + 7y - 30 = 65 - 30$$
$$7y = 35$$
$$\frac{7y}{7} = \frac{35}{7}$$
$$y = 5$$

Por fim, substituindo y por 5 na equação $x = 10 + 2y$, temos $x = 10 + 2 \cdot 5 = 10 + 10 = 20$.

Portanto, a solução do sistema é $(20, 5)$.

20. Considere x e y as quantias, em reais, que Marcos e Otávio receberam, respectivamente. Como, ao todo, eles receberam R\$ 980,00, escrevemos $x + y = 980$, e, como Marcos recebeu R\$ 228,00 a menos que Otávio, escrevemos $x = y - 228$. Logo, temos o seguinte sistema.

$$\begin{cases} x + y = 980 \\ x = y - 228 \end{cases}$$

Substituindo x por $y - 228$ em $x + y = 980$, temos:

$$x + y = 980$$
$$y - 228 + y = 980$$
$$2y - 228 = 980$$
$$2y - 228 + 228 = 980 + 228$$
$$2y = 1208$$
$$\frac{2y}{2} = \frac{1208}{2}$$
$$y = 604$$

Por fim, substituindo y por 604 em $x = y - 228$, obtemos:

$$x = y - 228$$
$$x = 604 - 228$$
$$x = 376$$

Portanto, Marcos recebeu R\$ 376,00 e Otávio recebeu R\$ 604,00.

21. Considere x a quantidade de homens e y a quantidade de mulheres que participaram dos jogos olímpicos de 2020. Ao todo, 302 atletas brasileiros participaram dos jogos olímpicos. Sendo assim, escrevemos $x + y = 302$. Nessa edição dos jogos olímpicos, a quantidade de homens participantes foi maior do que a de mulheres, com uma diferença de 22 atletas. Então, escrevemos $x - y = 22$. Desse modo, temos o seguinte sistema.

$$\begin{cases} x + y = 302 \\ x - y = 22 \end{cases}$$

Isolando o x em $x - y = 22$, temos:

$$x - y = 22$$
$$x - y + y = 22 + y$$
$$x = 22 + y$$

Substituindo x por $22 + y$ em $x + y = 302$, obtemos:

$$x + y = 302$$
$$22 + y + y = 302$$
$$22 + 2y = 302$$
$$22 + 2y - 22 = 302 - 22$$
$$2y = 280$$
$$\frac{2y}{2} = \frac{280}{2}$$
$$y = 140$$

Por fim, substituindo y por 140 na equação $x = 22 + y$, temos:

$$x = 22 + y = 22 + 140 = 162$$

Portanto, nos jogos olímpicos de 2020 participaram 162 homens e 140 mulheres.

22. a) Problema **A**:

Indicando por x e y as quantias, em reais, que Solange e Gabriel têm, respectivamente, verificamos que, juntos, eles têm R\$ 776,00. Assim, $x + y = 776$. A quantia de dinheiro de Solange é o triplo da quantia de Gabriel, isto é, $x = 3y$. Logo, podemos escrever o seguinte sistema.

$$\begin{cases} x + y = 776 \\ x = 3y \end{cases}$$

Portanto, o problema **A** está relacionado ao sistema **III**.

Problema **B**:

Considere x e y as quantidades de figurinhas que Marcos e Renata têm, respectivamente. Como o dobro da quantidade de figurinhas de Marcos adicionado ao quíntuplo de figurinhas de Renata é igual a 125 figurinhas, temos $2x + 5y = 125$. Além disso, como a diferença entre as quantidades de figurinhas que eles têm é igual a 10 figurinhas, escrevemos $x - y = 10$. Sendo assim, podemos escrever o seguinte sistema.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 125 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

Portanto, o problema **B** está relacionado ao sistema **I**.

Problema **C**:

Considere x e y a quantidade de carros e de motos no estacionamento, respectivamente. Como o total de veículos nesse estacionamento é 250 veículos, escrevemos $x + y = 250$. Além disso, o dobro da quantidade de carros é igual ao triplo da quantidade de carros, ou seja, $2x = 3y$. Sendo assim, escrevemos o seguinte sistema.

$$\begin{cases} x + y = 250 \\ 2x = 3y \end{cases}$$

Portanto, o problema **C** está relacionado ao sistema **II**.

Problema **D**:

Considere x e y as idades de Carlos e de Lúcia, respectivamente. Ao adicionarmos a idade de Carlos com o dobro da idade de Lúcia, obtemos 125 anos, ou seja, $x + 2y = 125$. Como Lúcia tem o dobro da idade de Carlos, escrevemos $y = 2x$. Logo, temos o seguinte sistema.

$$\begin{cases} x + 2y = 125 \\ y = 2x \end{cases}$$

Portanto, o problema **D** está relacionado ao sistema **IV**.

b) Vamos analisar cada problema e resolver o sistema relacionado a ele.

- Problema **A**:

Sendo $x = 3y$, vamos inicialmente substituir x por $3y$ na equação $x + y = 776$.

$$x + y = 776$$
$$3y + y = 776$$
$$4y = 776$$
$$\frac{4y}{4} = \frac{776}{4}$$
$$y = 194$$

Substituindo y por 194 na 2ª equação, temos:

$$x = 3 \cdot 194 = 582$$

Portanto, Solange tem R$ 582,00 e Gabriel tem R$ 194,00.

- Problema **B**:

Isolando x na equação $x - y = 10$, temos:

$$x - y = 10$$
$$x - y + y = 10 + y$$
$$x = 10 + y$$

- Substituindo x por $10 + y$ em $2x + 5y = 125$, temos:

$$2x + 5y = 125$$
$$2(10 + y) + 5y = 125$$
$$20 + 2y + 5y = 125$$
$$20 + 7y = 125$$
$$20 + 7y - 20 = 125 - 20$$
$$7y = 105$$
$$\frac{7y}{7} = \frac{105}{7}$$
$$y = 15$$

Substituindo y por 15 na equação $x = y + 10$, temos:

$$x = 15 + 10 = 25$$

Portanto, Marcos tem 25 figurinhas e Renata tem 15 figurinhas.

- Problema **C**:

Isolando x em $x + y = 250$, temos:

$$x + y = 250$$
$$x + y - y = 250 - y$$
$$x = 250 - y$$

Substituindo x por $250 - y$ em $2x = 3y$, temos:

$$2x = 3y$$
$$2(250 - y) = 3y$$
$$500 - 2y = 3y$$
$$500 - 2y + 2y = 3y + 2y$$
$$500 = 5y$$
$$\frac{500}{5} = \frac{5y}{5}$$
$$100 = y$$

Substituindo y por 100 na equação $x = 250 - y$, temos:

$$x = 250 - 100 = 150$$

Portanto, no estacionamento há 150 carros e 100 motos.

- Problema **D**:

Sendo $y = 2x$, vamos inicialmente substituir y por $2x$ na equação $x + 2y = 125$.

$$x + 2y = 125$$
$$x + 2 \cdot 2x = 125$$
$$x + 4x = 125$$
$$5x = 125$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{125}{5}$$
$$x = 25$$

Substituindo x por 25 na equação $y = 2x$, temos:

$$y = 2 \cdot 25 = 50$$

Portanto, Carlos tem 25 anos de idade e Lúcia tem 50 anos de idade.

23. Considere x e y as quantidades de meninos e meninas nessa escola, respectivamente. Como há 2 500 estudantes nessa escola, escrevemos $x + y = 2\,500$. Além disso, o triplo da quantidade de meninos é igual ao dobro da quantidade de meninas, ou seja, $3x = 2y$. Sendo assim, temos o seguinte sistema.

$$\begin{cases} x + y = 2\,500 \\ 3x = 2y \end{cases}$$

Isolando o x em $x + y = 2\,500$, temos:

$$x + y = 2\,500$$
$$x + y - y = 2\,500 - y$$
$$x = 2\,500 - y$$

Substituindo x por $2\,500 - y$ em $3x = 2y$, obtemos:

$$3x = 2y$$
$$3(2\,500 - y) = 2y$$
$$7\,500 - 3y = 2y$$
$$7\,500 - 3y + 3y = 2y + 3y$$
$$7\,500 = 5y$$
$$\frac{7\,500}{5} = \frac{5y}{5}$$
$$1\,500 = y$$

Por fim, substituindo y por 1 500 na equação $x = 2\,500 - y$, temos:

$$x = 2\,500 - 1\,500 = 1\,000$$

Portanto, nessa escola há 1 000 meninos e 1 500 meninas.

24. Indicamos por x e y as idades de Marcela e Augusto, respectivamente. A diferença entre as idades de Marcela e de Augusto é igual a 28 anos, ou seja, $x - y = 28$. Além disso, há 6 anos, a idade de Marcela era o triplo da idade de Augusto, ou seja, $x - 6 = 3 \cdot (y - 6)$. Simplificando essa última equação, obtemos:

$$x - 6 = 3 \cdot (y - 6)$$
$$x - 6 = 3y - 18$$
$$x - 6 - 3y = 3y - 18 - 3y$$
$$x - 6 - 3y = -18$$
$$x - 6 - 3y + 6 = -18 + 6$$
$$x - 3y = -12$$

Assim, podemos escrever o seguinte sistema.

$$\begin{cases} x - y = 28 \\ x - 3y = -12 \end{cases}$$

Isolando x em $x - y = 28$, temos:

$$x - y = 28$$
$$x - y + y = 28 + y$$
$$x = 28 + y$$

Substituindo x por $28 + y$ em $x - 3y = -12$, obtemos:

$$x - 3y = -12$$
$$28 + y - 3y = -12$$
$$28 - 2y = -12$$
$$28 - 2y - 28 = -12 - 28$$
$$-2y = -40$$
$$\frac{-2y}{-2} = \frac{-40}{-2}$$
$$y = 20$$

Por fim, substituindo y por 20 na equação $x = 28 + y$, temos:

$$x = 28 + 20 = 48$$

Portanto, Marcela tem 48 anos de idade e Augusto tem 20 anos de idade.

25. Como 4 embalagens do tipo x e 2 do tipo y contêm, juntas, 5 200 mL, segue que $4x + 2y = 5\,200$. Além disso, 1 embalagem do tipo x e 6 do tipo y contêm, juntas, 7 900 mL, ou seja, $x + 6y = 7\,900$. Sendo assim, temos o sistema:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 5\,200 \\ x + 6y = 7\,900 \end{cases}$$

Isolando o x em $x + 6y = 7\,900$, temos:

$$x + 6y = 7\,900$$
$$x + 6y - 6y = 7\,900 - 6y$$
$$x = 7\,900 - 6y$$

Substituindo x por $7\,900 - 6y$ em $4x + 2y = 5\,200$, temos:

$$4x + 2y = 5\,200$$
$$4(7\,900 - 6y) + 2y = 5\,200$$
$$31\,600 - 24y + 2y = 5\,200$$
$$31\,600 - 22y = 5\,200$$
$$31\,600 - 22y - 31\,600 = 5\,200 - 31\,600$$
$$-22y = -26\,400$$
$$\frac{-22y}{-22} = \frac{-26\,400}{-22}$$
$$y = 1\,200$$

Por fim, substituindo y por 1 200 na equação $x = 7\,900 - 6y$, temos:

$$x = 7\,900 - 6 \cdot 1\,200 = 7\,900 - 7\,200 = 700$$

Portanto, a medida da capacidade da embalagem x é 700 mL e a da embalagem y é 1 200 mL.

26. Considere x a quantidade de pessoas que pagaram a entrada inteira e y a quantidade de pessoas que pagaram meia-entrada. O total arrecadado com as vendas das entradas nessa sessão de cinema foi R$ 2 720,00, ou seja, $16x + 8y = 2\,720$. Com as entradas inteiras, arrecadou-se R$ 800,00 a mais do que o triplo do valor arrecadado com a venda das meias-entradas, isto é, $16x = 3 \cdot 8x + 800$ ou, ainda, $16x = 24y + 800$. Com isso, escrevemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 16x + 8y = 2\,720 \\ 16x = 24y + 800 \end{cases}$$

Isolando y na primeira equação, temos:

$$16x + 8y = 2\,720$$
$$16x + 8y - 16x = 2\,720 - 16x$$
$$\frac{8y}{8} = \frac{2\,720 - 16x}{8}$$
$$y = 340 - 2x$$

Substituindo y por $340 - 2x$ em $16x = 24y + 800$, temos:

$$16x = 24(340 - 2x) + 800$$
$$16x = 8\,160 - 48x + 800$$
$$16x + 48x = 8\,160 - 48x + 800 + 48x$$
$$64x = 8\,960$$
$$\frac{64x}{64} = \frac{8\,960}{64}$$
$$x = 140$$

Por fim, substituindo x por 140 em $16x = 24y + 800$, obtemos:

$$16x = 24y + 800$$
$$16 \cdot 140 = 24y + 800$$
$$2\,240 = 24y + 800$$
$$2\,240 - 800 = 24y + 800 - 800$$
$$1\,440 = 24y$$
$$\frac{1\,440}{24} = \frac{24y}{24}$$
$$y = 60$$

Logo, 140 pessoas compraram a entrada inteira e 60 pessoas compraram a meia-entrada. Portanto, 200 pessoas pagaram para ver essa sessão, pois $140 + 60 = 200$.

27. Considere a a medida da distância entre Londrina e Astorga e b a medida da distância entre Astorga e Maringá.

a) A medida da distância total que Adriana percorreu de Londrina até Maringá passando por Astorga foi 159 km. Essa medida de distância tem 58 km a mais do que a medida da distância de Londrina a Maringá sem passar por Astorga. Logo, a medida da distância entre Londrina e Maringá é 101 km, pois $159 - 58 = 101$.

b) A medida da distância entre Londrina e Maringá passando por Astorga é 159 km, ou seja, $a + b = 159$. Como a medida da distância entre Londrina e Astorga mede 21,8 km a menos do que a medida da distância entre Astorga e Maringá, segue que $a = b - 21{,}8$. Logo, temos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} a + b = 159 \\ a = b - 21{,}8 \end{cases}$$

Como $a = b - 21{,}8$, substituímos a na equação $a + b = 159$.

$$a + b = 159$$
$$b - 21{,}8 + b = 159$$
$$2b - 21{,}8 = 159$$
$$2b - 21{,}8 + 21{,}8 = 159 + 21{,}8$$
$$2b = 108{,}8$$
$$\frac{2b}{2} = \frac{180{,}8}{2}$$
$$b = 90{,}4$$

Agora, substituindo b por 90,4 em $a = b - 21{,}8$, temos:

$$a = 90{,}4 - 21{,}8 = 68{,}6$$

Portanto, a medida da distância entre Londrina e Astorga é 68,6 km e a medida da distância entre Astorga e Maringá é 90,4 km.

28. Considere x e y os preços unitários da bola de futebol e da bola de voleibol, respectivamente. Com R$ 120,00, sem receber troco, é possível comprar 4 bolas de futebol e 1 bola de voleibol ou 2 bolas de futebol e 2 bolas de voleibol. Assim, temos as equações $4x + y = 120$ e $2x + 2y = 120$. Essas equações formam o seguinte sistema.

$$\begin{cases} 4x + y = 120 \\ 2x + 2y = 120 \end{cases}$$

Isolando o y em $4x + y = 120$, temos:

$$4x + y = 120$$
$$4x + y - 4x = 120 - 4x$$
$$y = 120 - 4x$$

Substituindo y por $120 - 4x$ em $2x + 2y = 120$, temos:

$$2x + 2y = 120$$
$$2x + 2(120 - 4x) = 120$$
$$2x + 240 - 8x = 120$$
$$-6x + 240 = 120$$
$$-6x + 240 - 240 = 120 - 240$$
$$-6x = -120$$
$$\frac{-6x}{-6} = \frac{-120}{-6}$$
$$x = 20$$

Substituindo x por 20 na equação $y = 120 - 4x$, temos:

$$y = 120 - 4 \cdot 20 = 120 - 80 = 40$$

Portanto, cada bola de futebol custa R$ 20,00 e cada bola de voleibol custa R$ 40,00.

Questão 3. Na 1ª equação, temos o termo $3x$ e, na 2ª equação, temos $2x$, que não são opostos. Desse modo, vamos multiplicar a 1ª equação por -2 e a 2ª equação por 3, obtendo, assim, equações equivalentes com os termos opostos $-6x$ e $6x$.

$$\begin{cases} -6x - 8x = -2 \\ 6x - 15y = 48 \end{cases}$$

Usando o método da adição, temos:

$$\begin{array}{r} -6x - 8x = -2 \\ + \quad 6x - 15y = 48 \\ \hline 0x - 23y = 46 \\ -23y = 46 \end{array}$$

Calculando o valor de y usando a última equação obtida, temos:

$$-23y = 46$$
$$\frac{-23y}{-23} = \frac{46}{-23}$$
$$y = -2$$

Substituindo y por -2 na equação $2x - 5y = 16$, obtemos:

$$2x - 5y = 16$$
$$2x - 5 \cdot (-2) = 16$$
$$2x + 10 = 16$$
$$2x + 10 - 10 = 16 - 10$$
$$2x = 6$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

Portanto, a solução do sistema é $(3, -2)$.

Atividades

29. a) Na 1ª equação, temos o termo x e, na 2ª equação, o termo $-x$, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} x + 5y = 25 \\ + \quad -x + 3y = -9 \\ \hline 0x + 8y = 16 \\ 8y = 16 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação obtida.

$$8y = 16$$
$$\frac{8y}{8} = \frac{16}{8}$$
$$y = 2$$

Substituindo y por 2 na equação $x + 5y = 25$, temos:

$$x + 5y = 25$$
$$x + 5 \cdot 2 = 25$$
$$x + 10 = 25$$
$$x + 10 - 10 = 25 - 10$$
$$x = 15$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 15$ e $y = 2$.

b) Na 1ª equação, temos o termo $5x$ e, na 2ª equação, temos $-5x$, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} 5x - 6y = 20 \\ + \quad -5x + 14y = -20 \\ \hline 0x + 8y = 0 \\ 8y = 0 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação.

$$8y = 0$$
$$\frac{8y}{8} = \frac{0}{8}$$
$$y = 0$$

Substituindo y por 0 na 1ª equação do sistema, temos:

$$5x - 6y = 20$$
$$5x - 6 \cdot 0 = 20$$
$$5x = 20$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$$
$$x = 4$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 4$ e $y = 0$.

c) Na 1ª equação, temos o termo $3y$ e, na 2ª equação, temos $-3y$, que são termos opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} -4x + 3y = 5 \\ +\ \ 2x - 3y = -7 \\ \hline -2x + 0y = -2 \\ -2x = -2 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$-2x = -2$$
$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-2}{-2}$$
$$x = 1$$

Substituindo x por 1 na 1ª equação do sistema, temos:

$$-4x + 3y = 5$$
$$-4 \cdot 1 + 3y = 5$$
$$-4 + 3y = 5$$
$$-4 + 3y + 4 = 5 + 4$$
$$3y = 9$$
$$\frac{3y}{3} = \frac{9}{3}$$
$$y = 3$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 1$ e $y = 3$.

d) Na 1ª equação, temos o termo $2y$ e, na 2ª equação, temos $-2y$, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} x + 2y = 16 \\ +\ \ x - 2y = -2 \\ \hline 2x + 0y = 14 \\ 2x = 14 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 14$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$$
$$x = 7$$

Substituindo x por 7 na 2ª equação do sistema, temos:

$$x - 2y = -2$$
$$7 - 2y = -2$$
$$7 - 2y - 7 = -2 - 7$$
$$-2y = -9$$
$$\frac{-2y}{-2} = \frac{-9}{-2}$$
$$y = \frac{9}{2}$$

Portanto, a solução da equação é $x = 7$ e $y = \frac{9}{2}$.

e) Na 1ª equação, temos o termo $8y$ e, na 2ª equação, temos $-8y$, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} 2x + 8y = 7 \\ +\ \ x - 8y = 14 \\ \hline 3x + 0y = 21 \\ 3x = 21 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$3x = 21$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$$
$$x = 7$$

Substituindo x por 7 na 2ª equação do sistema, temos:

$$x - 8y = 14$$
$$7 - 8y = 14$$
$$7 - 8y - 7 = 14 - 7$$
$$-8y = 7$$
$$\frac{-8y}{-8} = \frac{7}{-8}$$
$$y = -\frac{7}{8}$$

Portanto, a solução da equação é $x = 7$ e $y = -\frac{7}{8}$.

f) Na 1ª equação, temos o termo $-4y$ e, na 2ª equação, temos $4y$, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} 3x - 4y = 32 \\ +\ \ x + 4y = 4 \\ \hline 4x + 0y = 36 \\ 4x = 36 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$4x = 36$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{36}{4}$$
$$x = 9$$

Substituindo x por 9 na 2ª equação do sistema, temos:

$$x + 4y = 4$$
$$9 + 4y = 4$$
$$9 + 4y - 9 = 4 - 9$$
$$4y = -5$$
$$\frac{4y}{4} = \frac{-5}{4}$$
$$y = -\frac{5}{4}$$

Portanto, a solução da equação é $x = 9$ e $y = -\frac{5}{4}$.

30. Vamos indicar os dois números por x e y. De acordo com o enunciado, temos $x + y = 12$. Como o único número primo par é o número 2, escrevemos $x - y = 2$. Desse modo, temos o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Na 1ª equação do sistema, temos o termo y e, na 2ª equação do sistema, temos $-y$, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} x + y = 12 \\ + \quad x - y = 2 \\ \hline 2x + 0y = 14 \\ 2x = 14 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 14$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$$
$$x = 7$$

Substituindo x por 7 na 1ª equação do sistema, temos:

$$x + y = 12$$
$$7 + y = 12$$
$$7 + y - 7 = 12 - 7$$
$$y = 5$$

Portanto, os números são 5 e 7.

31. Vamos indicar as idades de Júlia e André por x e y, respectivamente. A soma das idades de Júlia e André é igual a 34 anos, ou seja, $x + y = 34$. Sabendo que André é mais novo e que a diferença entre as idades deles é igual a 8 anos, escrevemos $x - y = 8$. Assim, temos o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 34 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

Na 1ª equação do sistema, temos o termo y e, na 2ª equação do sistema, temos o termo $-y$, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} x + y = 34 \\ + \quad x - y = 8 \\ \hline 2x + 0y = 42 \\ 2x = 42 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 42$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{42}{2}$$
$$x = 21$$

Substituindo x por 21 na 1ª equação do sistema, temos:

$$x + y = 34$$
$$21 + y = 34$$
$$21 + y - 21 = 34 - 21$$
$$y = 13$$

Portanto, Júlia tem 21 anos e André tem 13 anos.

32. Nessa excursão, há um total de 130 pessoas. Assim, $x + y = 130$. Como a diferença entre a quantidade de homens e a de mulheres na excursão é igual a 12 pessoas, segue que $x - y = 12$. Com isso, temos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} x + y = 130 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

Na 1ª equação do sistema, temos o termo y e, na 2ª equação do sistema, temos $-y$, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} x + y = 130 \\ + \quad x - y = 12 \\ \hline 2x + 0y = 142 \\ 2x = 142 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 142$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{142}{2}$$
$$x = 71$$

Substituindo x por 71 na 1ª equação do sistema, temos:

$$x + y = 130$$
$$71 + y = 130$$
$$71 + y - 71 = 130 - 71$$
$$y = 59$$

Portanto, participaram dessa excursão 71 homens e 59 mulheres.

33. Vamos indicar a medida da massa de Rafael por x e a medida da massa de Fábio por y. A diferença entre o dobro da medida da massa de Rafael e a medida da massa de Fábio é igual a 78 kg, o que nos dá $2x - y = 78$. Além disso, o dobro da medida da massa de Rafael adicionado à medida da massa de Fábio é igual a 222 kg, isto é, $2x + y = 222$. Com isso, temos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 2x - y = 78 \\ 2x + y = 222 \end{cases}$$

Na 1ª equação do sistema, temos o termo $-y$ e, na 2ª equação do sistema, temos o termo y, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{r} 2x - y = 78 \\ +\ \ 2x + y = 222 \\ \hline 4x + 0y = 300 \\ 4x = 300 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$4x = 300$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{300}{4}$$
$$x = 75$$

Substituindo x por 75 na 2ª equação do sistema, temos:

$$2x + y = 222$$
$$2 \cdot 75 + y = 222$$
$$150 + y = 222$$
$$150 + y - 150 = 222 - 150$$
$$y = 72$$

Portanto, a medida da massa de Rafael é 75 kg e a medida da massa de Fábio é 72 kg.

34. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Em uma feira, Juliana pagou por 1 kg de tomate e 2 kg de cebola o total de R$ 13,00. Se tivesse comprado 3 kg de tomate e 1 kg de cebola, ela teria pago um total de R$ 24,00. Qual é o preço dos quilogramas do tomate e da cebola?

Resposta: O quilograma do tomate custa R$ 7,00 e o da cebola custa R$ 3,00.

35. Para resolver os itens desta atividade, vamos usar o fato de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

a) De acordo com as informações e a imagem, temos $x - y = 15°$ e $x + y + 105° = 180°$. Sendo assim:

$$x + y + 105° = 180°$$
$$x + y + 105° - 105° = 180° - 105°$$
$$x + y = 75°$$

Desse modo, podemos escrever o sistema a seguir.

$$\begin{cases} x - y = 15° \\ x + y = 75° \end{cases}$$

Na 1ª equação do sistema, temos o termo $-y$ e, na 2ª equação do sistema, temos y, que são opostos. Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} x - y = 15° \\ +\ \ x + y = 75° \\ \hline 2x + 0y = 90° \\ 2x = 90° \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 90°$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{90°}{2}$$
$$x = 45°$$

Substituindo x por 45° na 2ª equação do sistema, temos:

$$x + y = 75°$$
$$45° + y = 75°$$
$$45° + y - 45° = 75° - 45°$$
$$y = 30°$$

Portanto, $x = 45°$ e $y = 30°$.

b) De acordo com as informações e a imagem, temos $y = 2x$ ou seja, $2x - y = 0°$, e $2x + y = 180°$. Sendo assim:

$$\begin{cases} 2x - y = 0° \\ 2x + y = 180° \end{cases}$$

Na 1ª equação do sistema, temos o termo $-y$ e, na 2ª equação do sistema, temos o termo y, que são opostos. Podemos, então, aplicar o método da adição.

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} 2x - y = 0° \\ +\ \ 2x + y = 180° \\ \hline 4x + 0y = 180° \\ 4x = 180° \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$4x = 180°$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{180°}{4}$$
$$x = 45°$$

Substituindo x por 45° na 2ª equação do sistema, temos:

$$2x + y = 180°$$
$$2 \cdot 45° + y = 180°$$
$$90° + y = 180°$$
$$90° + y - 90° = 180° - 90°$$
$$y = 90°$$

Portanto, $x = 45°$ e $y = 90°$.

c) De acordo com as informações e a imagem, temos $x + y = 140°$ e $y + x - 10° + y - 5° = 180°$. Sendo assim:

$$y + x - 10° + y - 5° = 180°$$
$$2y + x - 15° = 180°$$
$$2y + x - 15° + 15° = 180° + 15°$$
$$2y + x = 195°$$
$$x + 2y = 195°$$

Desse modo, temos o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 140° \\ x + 2y = 195° \end{cases}$$

As equações desse sistema não têm termos opostos. Multiplicando a 2ª equação por -1, obtemos uma equação equivalente com o termo $-x$, que é oposto ao termo x da 1ª equação. Com isso, escrevemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} x + y = 140° \\ -x - 2y = -195° \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} x + y = 140° \\ + \underline{-x - 2y = -195°} \\ 0x - y = -55° \\ -y = -55° \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação obtida.

$$-y = -55°$$
$$\frac{-y}{-1} = \frac{-55°}{-1}$$
$$y = 55°$$

Substituindo y por 55° na 2ª equação do sistema, temos:

$$x + 2y = 195°$$
$$x + 2 \cdot 55° = 195°$$
$$x + 110° = 195°$$
$$x + 110° - 110° = 195° - 110°$$
$$x = 85°$$

Portanto, $x = 85°$ e $y = 55°$.

d) De acordo com as informações e a imagem, temos $x - y = 40°$ e $2x + 2y + x - y = 180°$. Sendo assim:

$$2x + 2y + x - y = 180°$$
$$2x + x + 2y - y = 180°$$
$$3x + y = 180°$$

Desse modo, temos o sistema:

$$\begin{cases} x - y = 40° \\ 3x + y = 180° \end{cases}$$

Na 1ª equação do sistema, temos o termo $-y$ e, na 2ª equação do sistema, temos o termo y, que são opostos. Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} x - y = 40° \\ + \underline{3x + y = 180°} \\ 4x + 0y = 220° \\ 4x = 220° \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$4x = 220°$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{220°}{4}$$
$$x = 55°$$

Substituindo x por 55° na 2ª equação do sistema, temos:

$$3x + y = 180°$$
$$3 \cdot 55° + y = 180°$$
$$165° + y = 180°$$
$$165° + y - 165° = 180° - 165°$$
$$y = 15°$$

Portanto, $x = 55°$ e $y = 15°$.

36. a) Multiplicando a 2ª equação por -5, obtemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 5x + 2y = -11 \\ -5x - 5y = 5 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} 5x + 2y = -11 \\ + \underline{-5x - 5y = 5} \\ 0x - 3y = -6 \\ -3y = -6 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação obtida.

$$-3y = -6$$
$$\frac{-3y}{-3} = \frac{-6}{-3}$$
$$y = 2$$

Substituindo y por 2 na 2ª equação do sistema, temos:

$$x + y = -1$$
$$x + 2 = -1$$
$$x + 2 - 2 = -1 - 2$$
$$x = -3$$

Portanto, a solução do sistema é $x = -3$ e $y = 2$.

b) Multiplicando a 1ª equação por -2, obtemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} -6x - 10y = -94 \\ x + 10y = 74 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} -6x - 10y = -94 \\ + \underline{x + 10y = 74} \\ -5x + 0y = -20 \\ -5x = -20 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$-5x = -20$$
$$\frac{-5x}{-5} = \frac{-20}{-5}$$
$$x = 4$$

Substituindo x por 4 na 2ª equação do sistema, temos:

$$x + 10y = 74$$
$$4 + 10y = 74$$
$$4 + 10y - 4 = 74 - 4$$
$$10y = 70$$
$$\frac{10y}{10} = \frac{70}{10}$$
$$y = 7$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 4$ e $y = 7$.

c) Multiplicando a 1ª equação por -2, obtemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} -10x - 14y = -44 \\ 10x + y = 96 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} -10x - 14y = -44 \\ + \underline{10x + y = 96} \\ 0x - 13y = 52 \\ -13y = 52 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação obtida.

$$-13y = 52$$
$$\frac{-13y}{-13} = \frac{52}{-13}$$
$$y = -4$$

Substituindo y por -4 na 2ª equação do sistema, temos:

$$10x + y = 96$$
$$10x - 4 = 96$$
$$10x - 4 + 4 = 96 + 4$$
$$10x = 100$$
$$\frac{10x}{10} = \frac{100}{10}$$
$$x = 10$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 10$ e $y = -4$.

d) Multiplicando a 1ª equação por -3, obtemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} -6x - 18y = -3 \\ 6x - 2y = 13 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} -6x - 18y = -3 \\ +\quad 6x - 2y = 13 \\ \hline 0x - 20y = 10 \\ -20y = 10 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$-20y = 10$$
$$\frac{-20y}{-20} = \frac{10}{-20}$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

Substituindo y por $-\frac{1}{2}$ na 2ª equação do sistema, temos:

$$6x - 2y = 13$$
$$6x - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 13$$
$$6x + 1 = 13$$
$$6x + 1 - 1 = 13 - 1$$
$$6x = 12$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$$
$$x = 2$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 2$ e $y = -\frac{1}{2}$.

e) Multiplicando a 1ª equação por 3 e a 2ª equação por -2, obtemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 6x - 24y = 72 \\ -6x + 10y = -44 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} 6x - 24y = 72 \\ +\ -6x + 10y = -44 \\ \hline 0x - 14y = 28 \\ -14y = 28 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação obtida.

$$-14y = 28$$
$$\frac{-14y}{-14} = \frac{28}{-14}$$
$$y = -2$$

Substituindo y por -2 na 1ª equação do sistema, temos:

$$2x - 8 \cdot (-2) = 24$$
$$2x + 16 = 24$$
$$2x + 16 - 16 = 24 - 16$$
$$2x = 8$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$
$$x = 4$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 4$ e $y = -2$.

f) Multiplicando a 2ª equação por -3, obtemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 6x + 3y = -15 \\ -6x - 12y = -48 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} 6x + 3y = -15 \\ +\ -6x - 12y = -48 \\ \hline 0x - 9y = -63 \\ -9y = -63 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação obtida.

$$-9y = -63$$
$$\frac{-9y}{-9} = \frac{-63}{-9}$$
$$y = 7$$

Substituindo y por 7 na 1ª equação do sistema, temos:

$$6x + 3y = -15$$
$$6x + 3 \cdot 7 = -15$$
$$6x + 21 = -15$$
$$6x + 21 - 21 = -15 - 21$$
$$6x = -36$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{-36}{6}$$
$$x = -6$$

Portanto, a solução do sistema é $x = -6$ e $y = 7$.

g) Multiplicando a 1ª equação por 3 e a 2ª equação por -5, obtemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 15x - 9y = -18 \\ -15x - 25y = -220 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} 15x - 9y = -18 \\ +\ -15x - 25y = -220 \\ \hline 0x - 34y = -238 \\ -34y = -238 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação obtida.

$$-34y = -238$$
$$\frac{-34y}{-34} = \frac{-238}{-34}$$
$$y = 7$$

Substituindo y por 7 na 1ª equação do sistema, temos:

$$5x - 3y = -6$$
$$5x - 3 \cdot 7 = -6$$
$$5x - 21 = -6$$
$$5x - 21 + 21 = -6 + 21$$
$$5x = 15$$
$$\frac{5x}{15} = \frac{15}{5}$$
$$x = 3$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 3$ e $y = 7$.

h) Multiplicando a 1ª equação por 7 e a 2ª equação por -3, obtemos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 21x + 49y = 35 \\ -21x - 9y = -3 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{rr} & 21x + 49y = 35 \\ + & -21x - 9y = -3 \\ \hline & 0x + 40y = 32 \\ & 40y = 32 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação obtida.

$$40y = 32$$
$$\frac{40y}{40} = \frac{32}{40}$$
$$y = \frac{4}{5}$$

Substituindo y por $\frac{4}{5}$ na 1ª equação do sistema, temos:

$$3x + 7y = 5$$
$$3x + 7 \cdot \frac{4}{5} = 5$$
$$3x + \frac{28}{5} = 5$$
$$3x + \frac{28}{5} - \frac{28}{5} = 5 - \frac{28}{5}$$
$$3x = -\frac{3}{5}$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{-\frac{3}{5}}{3}$$
$$x = -\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}$$
$$x = -\frac{1}{5}$$

Portanto, a solução do sistema é $x = -\frac{1}{5}$ e $y = \frac{4}{5}$.

37. Considere x o preço do coco verde e y o preço do pastel. De acordo com a quantidade de cocos e pastéis comprados em cada barraca e o preço pago, temos as equações $6x + 12y = 23{,}4$ e $7x + 9y = 21{,}3$. Desse modo, montamos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 6x + 12y = 23{,}4 \\ 7x + 9y = 21{,}3 \end{cases}$$

Multiplicando a 1ª equação por 3 e a 2ª equação por -4, obtemos:

$$\begin{cases} 18x + 36y = 70{,}2 \\ -28x - 36y = -85{,}2 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{rr} & 18x + 36y = 70{,}2 \\ + & -28x - 36y = -85{,}2 \\ \hline & -10x + 0y = -15 \\ & -10x = -15 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$-10x = -15$$
$$\frac{-10x}{-10} = \frac{-15}{-10}$$
$$x = \frac{3}{2}$$
$$x = 1{,}5$$

Substituindo x por 1,5 na 1ª equação do sistema, temos:

$$6x + 12y = 23{,}4$$
$$6 \cdot 1{,}5 + 12y = 23{,}4$$
$$9 + 12y = 23{,}4$$
$$9 + 12y - 9 = 23{,}4 - 9$$
$$12y = 14{,}4$$
$$\frac{12x}{12} = \frac{14{,}4}{12}$$
$$x = 1{,}2$$

Portanto, cada coco verde custa R$ 1,20 e cada pastel custa R$ 1,50. Juntos, um coco verde e um pastel custam R$ 2,70. Portanto, a alternativa correta é a **d**.

38. Vamos indicar a medida do lado maior do cartão por a e a medida do lado menor do cartão por b. Juntando os 8 cartões pelos lados menores, Juliana obtém um retângulo com 376 cm de medida de perímetro, o que nos fornece a equação $16a + 2b = 376$. Além disso, juntando os 8 cartões pelos lados maiores, Juliana obtém um retângulo que tem 236 cm de medida de perímetro, o que nos fornece a equação $2a + 16b = 236$. Desse modo, temos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 16a + 2b = 376 \\ 2a + 16b = 236 \end{cases}$$

Multiplicando a 2ª equação por -8, obtemos:

$$\begin{cases} 16a + 2b = 376 \\ -16a - 128b = -1888 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{rr} & 16a + 2b = 376 \\ + & -16a - 128b = -1888 \\ \hline & -0a - 126b = -1512 \\ & -126b = -1512 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de b usando a última equação obtida.

$$-126b = -1512$$
$$\frac{-126b}{-126} = \frac{-1512}{-126}$$
$$b = 12$$

Substituindo b por 12 na 1ª equação do sistema, temos:

$$16a + 2b = 376$$

$$16a + 2 \cdot 12 = 376$$

$$16a + 24 = 376$$

$$16a + 24 - 24 = 376 - 24$$

$$16a = 352$$

$$\frac{16a}{16} = \frac{352}{16}$$

$$a = 22$$

Logo, os lados do cartão medem 22 cm e 12 cm.

Como a área de um retângulo é igual ao produto das medidas de seus lados adjacentes, verificamos que a área do cartão mede 264 cm², pois $22 \cdot 12 = 264$.

Portanto, a alternativa correta é a **d**.

Questão 4. Usando o método da substituição para resolver esse sistema, vamos primeiro isolar o x na 2ª equação.

$$x + y = 2$$

$$x + y - y = 2 - y$$

$$x = 2 - y$$

Substituindo x por $2 - y$ na 1ª equação, temos:

$$2x + y = 1$$

$$2(2 - y) + y = 1$$

$$4 - 2y + y = 1$$

$$4 - y = 1$$

$$4 - y - 4 = 1 - 4$$

$$-y = -3$$

$$\frac{-y}{-1} = \frac{-3}{-1}$$

$$y = 3$$

Por fim, substituindo y por 3 na equação $x = 2 - y$, temos $x = 2 - 3 = -1$.

Portanto, $(-1, 3)$ é a solução do sistema.

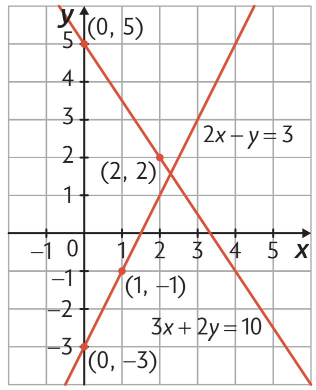
Atividades

39. Em cada item, vamos primeiro determinar dois pares ordenados que são soluções de cada equação do sistema. Com eles, devemos traçar as retas que representam geometricamente as equações desse sistema, em um mesmo plano.

a) Considere a 1ª equação $2x - y = 3$. Se $x = 0$, temos $y = -3$; se $x = 1$, temos $y = -1$. Assim, $(0, -3)$ e $(1, -1)$ são soluções dessa equação.

Considere agora a 2ª equação $3x + 2y = 10$. Se $x = 0$, temos $y = 5$; se $x = 2$, temos $y = 2$. Assim, $(0, 5)$ e $(2, 2)$ são soluções dessa equação.

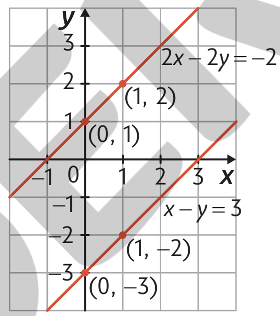
Portanto, temos a seguinte representação geométrica do sistema.



b) Considere a 1ª equação $x - y = 3$. Se $x = 0$, temos $y = -3$; se $x = 1$, temos $y = -2$. Assim, $(0, -3)$ e $(1, -2)$ são soluções dessa equação.

Considere agora a 2ª equação $2x - 2y = -2$. Se $x = 0$, temos $y = 1$; se $x = 1$, temos $y = 2$. Assim, $(0, 1)$ e $(1, 2)$ são soluções dessa equação.

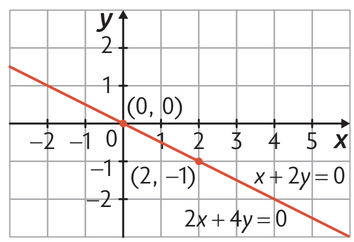
Portanto, temos a seguinte representação geométrica do sistema.



c) Considere a 1ª equação $x + 2y = 0$. Se $x = 0$, temos $y = 0$; se $x = 2$, temos $y = -1$. Assim, $(0, 0)$ e $(2, -1)$ são soluções dessa equação.

Considere agora a 2ª equação $2x + 4y = 0$. Se $x = 0$, temos $y = 0$; se $x = 2$, temos $y = -1$. Assim, $(0, 0)$ e $(2, -1)$ são soluções dessa equação.

Portanto, temos a seguinte representação geométrica do sistema.

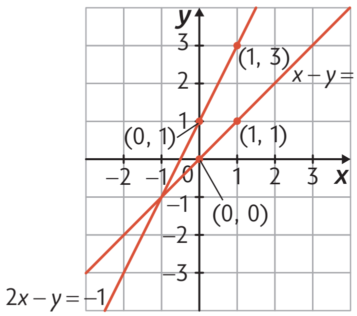


ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

d) Considere a 1ª equação $x - y = 0$. Se $x = 0$, temos $y = 0$; se $x = 1$, temos $y = 1$. Assim, $(0, 0)$ e $(1, 1)$ são soluções dessa equação.

Considere agora a 2ª equação $2x - y = -1$. Se $x = 0$, temos $y = 1$; se $x = 1$, temos $y = 3$. Assim, $(0, 1)$ e $(1, 3)$ são soluções dessa equação.

Portanto, temos a seguinte representação geométrica do sistema.



JACQUELINE AMADIO/
ARQUIVO DA EDITORA

40. a) O sistema é possível e determinado, pois as retas que representam geometricamente esse sistema são concorrentes, ou seja, elas se cruzam em um único ponto.

b) Usando o método da substituição, vamos isolar x na 1ª equação.

$$x - y = 1$$
$$x - y + y = 1 + y$$
$$x = 1 + y$$

Substituindo x por $1 + y$ na 2ª equação, temos:

$$3x + 2y = 3$$
$$3(1 + y) + 2y = 3$$
$$3 + 3y + 2y = 3$$
$$3 + 5y = 3$$
$$3 + 5y - 3 = 3 - 3$$
$$5y = 0$$
$$\frac{5y}{5} = \frac{0}{5}$$
$$y = 0$$

Por fim, substituindo y por 0 na equação $x = 1 + y$, temos $x = 1 + 0 = 1$. Portanto, a solução do sistema é $(1, 0)$.

41. Na imagem, temos a representação geométrica de duas retas concorrentes que se cruzam no par ordenado $(1, 0)$. Assim, entre os sistemas a seguir, vamos procurar aquele que é possível e determinado e cuja solução seja o par ordenado $(1, 0)$.

No sistema do item **a**, a 2ª equação é igual à 1ª equação multiplicada por 3. Então, as retas que representam geometricamente esse sistema são coincidentes, ou seja, o sistema é possível e indeterminado.

No item **b**, verificamos que o par ordenado $(1, 0)$ não é solução da 1ª equação, pois $2 \cdot 1 + 0 = 2 \neq -2$.

Já nas equações do sistema do item **c**, verificamos que $-2 \cdot 1 - 0 = -2$ e $3 \cdot 1 - 3 \cdot 0 = 3$, ou seja, $(1, 0)$ é solução desse sistema. Além disso, nesse sistema, os termos de uma equação não são múltiplos da outra. Consequentemente, esse sistema é possível e determinado.

O sistema do item **d** é um sistema impossível, pois, multiplicando a 1ª equação por -1, teremos um sistema com as equações $x - y = 2$ e $x - y = 3$. Nesse caso, é impossível para quaisquer números x e y que a diferença entre dois números seja, ao mesmo tempo, 2 e 3.

Portanto, está representado geometricamente na imagem o sistema da alternativa **c**.

42. a) Falsa, pois um sistema com essa representação geométrica é impossível. Sugestão de correção:

As retas que representam um sistema possível e determinado são concorrentes.

b) Verdadeiro, pois como são retas coincidentes, o sistema terá uma solução para cada valor atribuído a x ou a y.

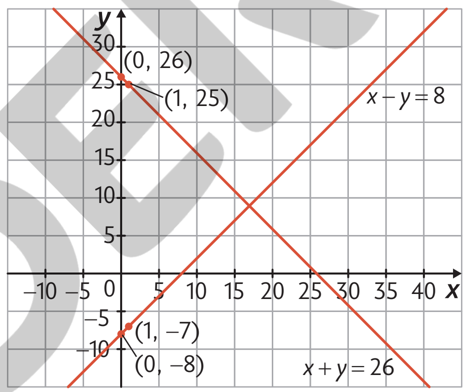
c) Verdadeiro, pois nesse caso sua representação geométrica será dada por duas retas concorrentes, que tenham um único par ordenado em comum.

43. a) Vamos indicar por x e y as idades de Artur e Isadora, respectivamente. Como Artur é 8 anos mais velho do que Isadora, temos $y + 8 = x$ ou, ainda, $x - y = 8$. Além disso, como a soma de suas idades é igual a 26 anos, temos $x + y = 26$. Logo, o sistema que possibilita determinar a idade de cada um dos irmãos é:

$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 26 \end{cases}$$

b) Na equação $x - y = 8$, se $x = 0$, temos $y = -8$; se $x = 1$, temos $y = -7$. Na equação $x + y = 26$, se $x = 0$, temos $y = 26$; se $x = 1$, temos $y = 25$.

Assim, a representação geométrica do sistema é:



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Nessa representação geométrica, as retas são concorrentes.

c) Vamos resolver o sistema usando o método da adição. Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} x - y = 8 \\ + \quad x + y = 26 \\ \hline 2x + 0y = 34 \\ 2x = 34 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 34$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{34}{2}$$
$$x = 17$$

Substituindo x por 17 na 1ª equação do sistema, temos:

$$x - y = 8$$
$$17 - y = 8$$
$$17 - y - 17 = 8 - 17$$
$$-y = -9$$
$$\frac{-y}{-1} = \frac{-9}{-1}$$
$$y = 9$$

Portanto, Artur tem 17 anos e Isadora tem 9 anos.

44. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

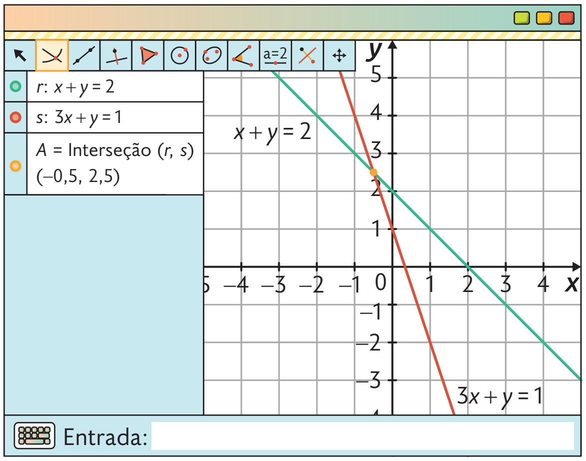
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

No GeoGebra, fazemos:

1º. Clique com o botão direito sobre a **Janela de visualização**, habilite a opção **Mostrar Eixos** e, na aba **Malha**, escolha a opção **Malha principal**.

2º. Represente graficamente cada equação digitando-a no campo **Entrada...** e pressionando **Enter**, uma por vez, nesse caso, $x + y = 2$ e $3x + y = 1$.

3º. Selecione a ferramenta **Interseção de Dois Objetos** e clique nas duas retas para verificar se elas são concorrentes, coincidentes ou paralelas.



GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, as retas são concorrentes.

45. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Em uma partida de futebol, a quantidade de gols marcados pelo time **A** adicionada ao dobro da quantidade de gols marcados pelo time **B** é igual a 2. Além disso, a diferença entre o óctuplo da quantidade de gols marcados pelo time **A** e o quádruplo da quantidade de gols marcados pelo time **B** é igual a −4. Quantos gols cada um desses times marcou?

Resposta: A solução desse sistema é $(0, 1)$.

Questão 5. Efetuando os cálculos, temos:

a) $11{,}18^2 = 124{,}9924 \simeq 125$

b) $8{,}3^2 = 68{,}89 \simeq 69$

c) $6{,}5^2 = 42{,}25$

d) $2{,}4^2 = 5{,}76$

Atividades

46. a) A equação $x^2 = 9$ é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, com $a = 1$ e $c = 9$.

b) A equação $x = 8$ não é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, pois não tem o termo ax^2.

c) A equação $x^2 + x = 1$ não é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, pois tem o termo x.

d) A equação $-x^2 = -4$ é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, com $a = -1$ e $c = -4$.

e) A equação $x = -7$ não é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, pois não tem o termo ax^2.

f) A equação $x^2 = 2^2$ é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, com $a = 1$ e $c = 2^2$.

g) A equação $7x = 21$ não é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, pois não tem o termo ax^2.

h) A equação $-2x^2 = x$ não é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, pois tem o termo x.

i) A equação $2x^2 = 8$ é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, com $a = 2$ e $c = 8$.

j) A equação $4x^2 - 6x = -5$ não é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, pois tem o termo x.

k) A equação $5x^2 = 125$ é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, com $a = 5$ e $c = 125$.

l) A equação $-x = 8$ não é do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, pois não tem o termo com a parte literal ax^2.

47. a) Sendo x o número que precisamos determinar, como o quadrado desse número é igual a 9, temos a equação $x^2 = 9$. Desse modo, $x = -3$ ou $x = 3$, pois $(-3)^2 = 9$ e $3^2 = 9$.

b) Sendo x o número que precisamos determinar, como o dobro do quadrado desse número é igual a 800, temos a equação $2x^2 = 800$. Dividindo os dois membros dessa equação por 2, obtemos $x^2 = 400$. Como $(-20)^2 = 400$ e $20^2 = 400$, segue que $x = -20$ ou $x = 20$.

c) Sendo x o número que precisamos determinar, como o triplo do quadrado desse número é igual a 1875, temos a equação $3x^2 = 1875$. Dividindo os dois membros dessa equação por 3, obtemos $x^2 = 625$. Como $(-25)^2 = 625$ e $25^2 = 626$, segue que $x = -25$ ou $x = 25$.

d) Sendo x o número que precisamos determinar, como o dobro do quadrado desse número é igual a 392, temos a equação $2x^2 = 392$. Dividindo os dois membros dessa equação por 2, obtemos $x^2 = 196$. Como $(-14)^2 = 196$ e $14^2 = 196$, segue que $x = -14$ ou $x = 14$.

e) Sendo x o número que precisamos determinar, como o triplo do quadrado desse número é igual 3675, temos a equação $3x^2 = 3675$. Dividindo os dois membros dessa equação por 3, obtemos $x^2 = 1225$. Como $(-35)^2 = 1225$ e $35^2 = 1225$, segue que $x = -35$ ou $x = 35$.

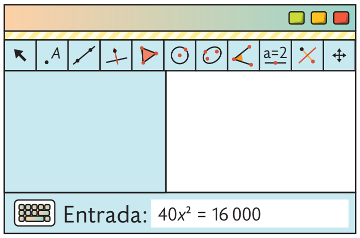
48. A área de um quadrado é dada por $A = x^2$, sendo x a medida de comprimento do lado do quadrado.

a) Como o comprimento do lado desse quadrado mede 20 m e $20 \cdot 20 = 400$, a área desse quadrado mede 400 m².

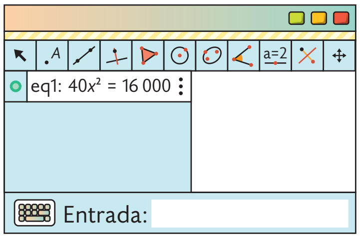
b) Como o comprimento do lado desse quadrado mede 26 m e $26 \cdot 26 = 676$, a área desse quadrado mede 676 m².

49. a) Indicando por x a medida do comprimento do lado de cada placa de vidro, a medida da área de cada placa será representada por x^2. Como Roberto comprou 40 placas e a área total mede 16 000 cm², a equação que representa essa situação é $40x^2 = 16\,000$.

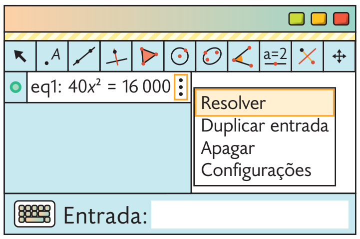
b) Para resolver esse problema no GeoGebra,, digite, no campo **Entrada...** da **Janela Álgebra**, a equação $40x^2 = 16\,000$.



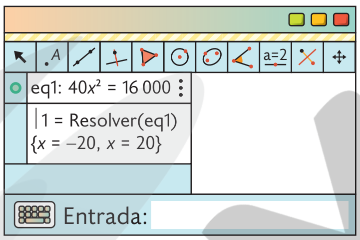
A equação ficará armazenada na **Janela Álgebra**, conforme apresentado a seguir.



2º. Na linha correspondente a **eq1**, clique com o botão esquerdo do *mouse* em ⋮. Em seguida, selecione a opção **Resolver**.



Na **Janela Álgebra**, serão exibidas as soluções da equação **(l1=Resolver(eq1))**.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Como a medida de comprimento do lado de cada placa é um número positivo, então o lado de cada placa mede 20 cm de comprimento.

50. No tapete confeccionado por Marcos, há 4 pedaços de retalhos em uma dimensão e 7 pedaços na outra dimensão. Desse modo, Marcos usou 28 retalhos na confecção do tapete, pois $4 \cdot 7 = 28$. Como os pedaços de retalhos têm dimensões de mesma medida e a área do tapete mede 5488 cm², verificamos que a área de cada retalho mede 196 cm, pois $5488 : 28 = 196$.

Indicando por x a medida do comprimento do lado de cada retalho, x^2 representa a medida da área de cada retalho e, nesse caso, $x^2 = 196$. Como $(-14)^2 = 196$ e $14^2 = 196$, concluímos que o lado de cada retalho mede 14 cm de comprimento, visto que uma medida de comprimento só pode ser positiva.

51. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Um zoológico está construindo um viveiro para jacarés. No projeto de construção do viveiro, consta que ele tem 144 m² de medida de área. Para cercar esse viveiro, o zoológico usará uma tela. Quantos metros de comprimento de tela serão necessários para cercar esse viveiro?

Resposta: Serão necessários 48 m de tela para cercar esse viveiro.

O que eu estudei?

1. Indicando por x a medida de massa da caixa vermelha e por y a medida da massa da caixa azul e sabendo que 1 kg = 1000 g, a primeira balança nos fornece a equação $x + 2500 = 3750$. Resolvendo-a, temos:

$$x + 2500 = 3750$$
$$x + 2500 - 2500 = 3750 - 2500$$
$$x = 1250$$

Logo, a massa da caixa vermelha mede 1250 g.

A segunda balança nos fornece a equação $2y = 4 \cdot 1250$. Resolvendo-a, temos:

$$2y = 4 \cdot 1250$$
$$2y = 5000$$
$$\frac{2y}{2} = \frac{5000}{2}$$
$$y = 2500$$

Logo, a massa da caixa azul mede 2500 g.

2. Vamos indicar esse número por x. Se o quádruplo desse número adicionado a 46 resulta em 118, obtemos a equação $4x + 46 = 118$. Resolvendo-a, temos:

$$4x + 46 = 118$$
$$4x + 46 - 46 = 118 - 46$$
$$4x = 72$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{72}{4}$$
$$x = 18$$

Portanto, esse número é igual a 18.

3. Vamos indicar por x o preço de cada pão. Como Lauro recebeu de troco R$ 5,50 ao comprar 2 caixinhas de leite e 5 pães e pagar com uma cédula de R$ 20,00, temos a equação $5x + 2 \cdot 3{,}5 + 5{,}5 = 20$. Resolvendo-a, obtemos:

$$5x + 2 \cdot 3{,}5 + 5{,}5 = 20$$
$$5x + 7 + 5{,}5 = 20$$
$$5x + 12{,}5 = 20$$
$$5x + 12{,}5 - 12{,}5 = 20 - 12{,}5$$
$$5x = 7{,}5$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{7{,}5}{5}$$
$$x = 1{,}5$$

Portanto, cada pão custou R$ 1,50.

4. Considere x a idade do irmão de Carla. Como ela é 4 anos mais velha que seu irmão e, em certo momento, ela tinha o triplo da idade dele, temos a equação $3x = x + 4$. Resolvendo-a, obtemos:

$$3x = x + 4$$
$$3x - x = x + 4 - x$$
$$2x = 4$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$
$$x = 2$$

Portanto, no momento em que Carla tinha o triplo da idade do seu irmão, seu irmão tinha 2 anos.

5. A. Como a divisão de $x + 15$ por x é igual a $\frac{7}{2}$, temos a equação $\frac{x + 15}{x} = \frac{7}{2}$. Logo, podemos associar essa informação à equação **3**.

B. Como a divisão de 3 por x é igual à divisão de 9 por $2x + 4$, temos a equação $\frac{3}{x} = \frac{9}{2x + 4}$. Logo, essa informação está associada à equação **1**.

C. Como a divisão de 8 por x é igual a 4 dividido por $2x - 3$, temos a equação $\frac{8}{x} = \frac{4}{2x - 3}$. Logo, essa informação está associada à equação **2**.

6. Efetuando os cálculos, temos:

Equação **1**:

$$\frac{3}{x} = \frac{9}{2x + 4}$$
$$3 \cdot (2x + 4) = 9 \cdot x$$
$$6x + 12 = 9x$$
$$6x + 12 - 12 = 9x - 12$$
$$6x = 9x - 12$$
$$6x - 9x = 9x + 12 - 9x$$
$$-3x = -12$$
$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-12}{-3}$$
$$x = 4$$

Equação **2**:

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{2x - 3}$$
$$8 \cdot (2x - 3) = 4 \cdot x$$
$$16x - 24 = 4x$$
$$16x - 24 + 24 = 4x + 24$$
$$16x = 4x + 24$$
$$16x - 4x = 4x + 24 - 4x$$
$$12x = 24$$
$$\frac{12x}{12} = \frac{24}{12}$$
$$x = 2$$

Equação **3**:

$$\frac{x + 15}{x} = \frac{7}{2}$$
$$2 \cdot (x + 15) = 7 \cdot x$$
$$2x + 30 = 7x$$
$$2x + 30 - 30 = 7x - 30$$
$$2x = 7x - 30$$
$$2x - 7x = 7x - 30 - 7x$$
$$-5x = -30$$
$$\frac{-5x}{-5} = \frac{-30}{-5}$$
$$x = 6$$

Portanto, $x = 6$.

7. Considere x a quantidade de funcionários dessa marcenaria antes das contrações. Com x funcionários, eram produzidas diariamente 2 estantes e, com $x + 3$ funcionários, a produção de estantes passou a ser de 3 por dia. Assim, obtemos a equação $\frac{2}{x} = \frac{3}{x + 3}$. Resolvendo-a, temos:

$$\frac{2}{x} = \frac{3}{x + 3}$$
$$2 \cdot (x + 3) = 3 \cdot x$$
$$2x + 6 = 3x$$
$$2x + 6 - 2x = 3x - 2x$$
$$6 = x$$

Logo, após as contratações, a marcenaria ficou com 9 funcionários, pois $6 + 3 = 9$.

8. a) Vamos resolver esse sistema usando o método da adição.

$$\begin{array}{r} x + y = 10 \\ + \quad x - y = 2 \\ \hline 2x + 0y = 12 \\ 2x = 12 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 12$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$
$$x = 6$$

Substituindo x por 6 na 1ª equação do sistema, temos:

$$x + y = 10$$
$$6 + y = 10$$
$$6 + y - 6 = 10 - 6$$
$$y = 4$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 6$ e $y = 4$.

b) Resolvendo esse sistema usando o método da adição, temos:

$$\begin{array}{r} x + y = 14 \\ + \quad x - y = 4 \\ \hline 2x + 0y = 18 \\ 2x = 18 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 18$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$$
$$x = 9$$

Substituindo x por 9 na 1ª equação do sistema, temos:

$$x + y = 14$$
$$9 + y = 14$$
$$9 + y - 9 = 14 - 9$$
$$y = 5$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 9$ e $y = 5$.

c) Vamos resolver esse sistema usando o método da adição.

$$\begin{array}{r} x + y = 21 \\ + \quad x - y = 1 \\ \hline 2x + 0y = 22 \\ 2x = 22 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 22$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{22}{2}$$
$$x = 11$$

Substituindo x por 11 na 1ª equação do sistema, temos:

$$x + y = 21$$
$$11 + y = 21$$
$$11 + y - 11 = 21 - 11$$
$$y = 10$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 11$ e $y = 10$.

d) Vamos resolver esse sistema usando o método da adição.

$$\begin{array}{r} x + y = 12 \\ +\quad x - y = 2 \\ \hline 2x + 0y = 14 \\ 2x = 14 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de x usando a última equação obtida.

$$2x = 14$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$$
$$x = 7$$

Substituindo x por 7 na 1ª equação do sistema, obtemos:

$$x + y = 12$$
$$7 + y = 12$$
$$7 + y - 7 = 12 - 7$$
$$y = 5$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 7$ e $y = 5$.

e) Vamos resolver esse sistema usando o método da substituição.

Na 1ª equação, temos $x + 1 = y$. Substituindo y por $x + 1$ na 2ª equação, obtemos:

$$x + y = 15$$
$$x + x + 1 = 15$$
$$2x + 1 = 15$$
$$2x + 1 - 1 = 15 - 1$$
$$2x = 14$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$$
$$x = 7$$

Por fim, substituindo x por 7 na 1ª equação, temos:

$$y = x + 1 = 7 + 1 = 8$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 7$ e $y = 8$.

f) Vamos resolver esse sistema usando o método da substituição.

Na 1ª equação, temos $x - 6 = y$. Substituindo y por $x - 6$ na 2ª equação, obtemos:

$$x + y = 18$$
$$x + x - 6 = 18$$
$$2x - 6 = 18$$
$$2x - 6 + 6 = 18 + 6$$
$$2x = 24$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$$
$$x = 12$$

Por fim, substituindo x por 12 na 1ª equação, temos:

$$y = x - 6 = 12 - 6 = 6$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 12$ e $y = 6$.

9. A. Como as balanças estão em equilíbrio, da primeira balança segue a equação $x + y = 12$ e da segunda balança segue a equação $x = y + 8$.

Logo, o sistema que possibilita determinar os valores de x e y é:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x = y + 8 \end{cases}$$

Vamos resolver esse sistema usando o método da substituição.

Na 2ª equação, temos $x = y + 8$. Sendo assim, substituímos x por $y + 8$ na 1ª equação.

$$x + y = 12$$
$$y + 8 + y = 12$$
$$2y + 8 = 12$$
$$2y + 8 - 8 = 12 - 8$$
$$2y = 4$$
$$\frac{2y}{2} = \frac{4}{2}$$
$$y = 2$$

Agora, substituindo y por 2 na 2ª equação, temos:

$$x = y + 8 = 2 + 8 = 10$$

Portanto, a medida da massa da caixa azul é 10 kg e a medida da massa da caixa vermelha é 2 kg.

B. Como as balanças estão em equilíbrio, da primeira balança segue a equação $x + 3 = y$ e da segunda balança segue a equação $x + y = 15$.

Logo, o sistema que possibilita determinar os valores de x e y é:

$$\begin{cases} x + 3 = y \\ x + y = 15 \end{cases}$$

Vamos resolver esse sistema usando o método da substituição.

Na 1ª equação, temos $x + 3 = y$. Sendo assim, substituímos y por $x + 3$ na 2ª equação.

$$x + y = 15$$
$$x + x + 3 = 15$$
$$2x + 3 = 15$$
$$2x + 3 - 3 = 15 - 3$$
$$2x = 12$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$
$$x = 6$$

Por fim, substituindo x por 6 na 1ª equação, temos:

$$y = x + 3 = 6 + 3 = 9$$

Portanto, a medida da massa da caixa amarela é 6 kg e a medida da massa da caixa verde é 9 kg.

10. Considere x e y as quantidades de meninos e de meninas, respectivamente, na sala de aula. Como o total de estudantes nessa sala é igual a 42, escrevemos $x + y = 42$. Como há mais meninas do que meninos e a diferença entre meninos e meninas é igual a 4, segue que $y - x = 4$ ou, ainda, $-x + y = 4$. Desse modo, temos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ -x + y = 4 \end{cases}$$

Vamos resolver esse sistema usando o método da adição.

$$\begin{array}{r} x + y = 42 \\ + \quad -x + y = 4 \\ \hline 0x + 2y = 46 \\ 2y = 46 \end{array}$$

Em seguida, calculamos o valor de y usando a última equação obtida.

$$2y = 46$$
$$\frac{2y}{2} = \frac{46}{2}$$
$$y = 23$$

Substituindo y por 23 na 1ª equação do sistema, obtemos:

$$x + y = 42$$
$$x + 23 = 42$$
$$x + 23 - 23 = 42 - 23$$
$$x = 19$$

Portanto, há 19 meninos e 23 meninas na sala de aula.

11. Seja x a quantidade de crianças para as quais são distribuídas 40 balas. Cada criança receberá a mesma quantidade de balas se dividirmos 40 balas para x e se dividirmos 50 balas para $x + 1$ crianças. Sendo assim, temos a equação $\frac{40}{x} = \frac{50}{x+1}$. Resolvendo-a, obtemos:

$$\frac{40}{x} = \frac{50}{x+1}$$
$$40 \cdot (x + 1) = 50 \cdot x$$
$$40x + 40 = 50x$$
$$40x + 40 - 40 = 50x - 40$$
$$40x = 50x - 40$$
$$40x - 50x = 50x - 40 - 50x$$
$$-10x = -40$$
$$\frac{-10x}{-10} = \frac{-40}{-10}$$
$$x = 4$$

Assim, as 40 balas são distribuídas para 4 crianças.

Portanto, cada criança recebe 10 balas, pois $40 : 4 = 10$.

12. Considere x o preço da calça e y o preço da camiseta. Leandro pagou R$ 119,00 por 1 calça e uma camiseta, assim, $x + y = 119$. Como a camiseta custa R$ 25,00 a menos que a calça, então $y = x - 25$. Logo, temos o sistema a seguir.

$$\begin{cases} x + y = 119 \\ y = x - 25 \end{cases}$$

Vamos resolver esse sistema usando o método da substituição.

Na 2ª equação, temos $y = x - 25$. Sendo assim, substituímos y por $x - 25$ na 1ª equação.

$$x + y = 119$$
$$x + x - 25 = 119$$
$$2x - 25 = 119$$
$$2x - 25 + 25 = 119 + 25$$
$$2x = 144$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{144}{2}$$
$$x = 72$$

Por fim, substituindo x por 72 na 2ª equação, temos:

$$y = x - 25 = 72 - 25 = 47$$

Portanto, a calça custou R$ 72,00.

13. Considere x o preço do ingresso azul e y o preço do ingresso branco. Como 2 ingressos azuis e 2 brancos custaram R$ 140,00, temos $2x + 2y = 140$. Além disso, 2 ingressos azuis e 3 brancos custaram R$ 180,00, isto é, $2x + 3y = 180$. Assim, podemos escrever o seguinte sistema.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 140 \\ 2x + 3y = 180 \end{cases}$$

Vamos resolver esse sistema usando o método da adição.

Multiplicando a 1ª equação por –1, obtemos o seguinte sistema.

$$\begin{cases} -2x - 2y = -140 \\ 2x + 3y = 180 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações, temos:

$$\begin{array}{r} -2x - 2y = -140 \\ + \quad 2x + 3y = 180 \\ \hline 0x + 1y = 40 \\ y = 40 \end{array}$$

Substituindo y por 40 na 1ª equação do sistema, temos:

$$2x + 2y = 140$$
$$2x + 2 \cdot 40 = 140$$
$$2x + 80 = 140$$
$$2x + 80 - 80 = 140 - 80$$
$$2x = 60$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{60}{2}$$
$$x = 30$$

Portanto, o ingresso azul custa R$ 30,00 e o ingresso branco custa R$ 40,00.

14. Considere x a medida do comprimento do lado de cada quadrado. No mosaico, há 700 quadrados, totalizando uma medida de área igual a 437 500 cm^2. Desse modo, $700x^2 = 437\,500$. Dividindo ambos os membros da última equação por 700, obtemos $x^2 = 625$. Como $(-25)^2 = 625$ e $25^2 = 625$ e a quantidade de quadrados é um número positivo, o lado de cada quadrado mede 25 cm de comprimento.

Unidade 9 Sequências

Questão 1. A sequência é formada pelos termos $(2, 4, 6, 8, 10, \ldots)$. Para defini-la de maneira recursiva, determinamos o primeiro termo como $a_1 = 2$. Nesse caso, o segundo e o terceiro termo serão dados por:

$a_2 = 4 = 2 + 2 = a_1 + 2$

$a_3 = a_2 + 2$

Portanto, uma sugestão de resposta é $a_1 = 2$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, com $n \geq 2$.

Questão 2. Considerando a sequência constante $(6, 6, 6, 6, \ldots)$, determinamos seu primeiro termo como $a_1 = 6$. Nesse caso, o segundo e o terceiro termo serão dados por:

$a_2 = 6 = a_1$

$a_3 = a_2$

Portanto, é possível escrever essa sequência de forma recursiva e o termo geral da sequência, com $a_1 = 6$, será $a_n = a_{n-1}$, com $n \geq 2$.

Atividades

1. a) Os primeiros termos da sequência $(3, 6, 9, 12, 15, \ldots)$ podem ser escritos como:

$a_1 = 3 = 3 \cdot 1$

$a_2 = 6 = 3 \cdot 2$

$a_3 = 9 = 3 \cdot 3$

$a_4 = 12 = 3 \cdot 4$

$a_5 = 15 = 3 \cdot 5$

Assim, o termo geral dessa sequência é $a_n = 3n$, $n > 0$.

b) Os primeiros termos da sequência $(13, 25, 37, 49, \ldots)$ podem ser escritos como:

$a_1 = 13 = 12 \cdot 1 + 1$

$a_2 = 25 = 12 \cdot 2 + 1$

$a_3 = 37 = 12 \cdot 3 + 1$

$a_4 = 49 = 12 \cdot 4 + 1$

Assim, o termo geral dessa sequência é $a_n = 12n + 1$, $n > 0$.

c) Os primeiros termos da sequência $(0, 3, 6, 9, 12, \ldots)$ podem ser escritos como:

$a_1 = 0 = 3 \cdot 1 - 3$

$a_2 = 3 = 3 \cdot 2 - 3$

$a_3 = 6 = 3 \cdot 3 - 3$

$a_4 = 9 = 3 \cdot 4 - 3$

$a_5 = 12 = 3 \cdot 5 - 3$

Assim, o termo geral dessa sequência é $a_n = 3n - 3$, $n > 0$.

d) Os primeiros termos da sequência $(2x, 4x, 6x, 8x, \ldots)$ podem ser escritos como:

$a_1 = 2x = 2 \cdot 1 \cdot x$

$a_2 = 4x = 2 \cdot 2 \cdot x$

$a_3 = 2x = 2 \cdot 3 \cdot x$

$a_4 = 8x = 2 \cdot 4 \cdot x$

Assim, o termo geral dessa sequência é $a_n = 2nx$, $n > 0$.

e) Os primeiros termos da sequência $(x, x^2, x^3, x^4, \ldots)$ podem ser escritos como:

$$a_1 = x = x^1$$

$$a_2 = x^2$$

$$a_3 = x^3$$

$$a_4 = x^4$$

Assim, o termo geral dessa sequência é $a_n = x^n$, $n > 0$.

f) Os primeiros termos da sequência $\left(\frac{1}{x}, \frac{2}{x^2}, \frac{3}{x^3}, \frac{4}{x^4}, \cdots\right)$ podem ser escritos como:

$$a_1 = \frac{1}{x}$$

$$a_2 = \frac{2}{x^2}$$

$$a_3 = \frac{3}{x^3}$$

$$a_4 = \frac{4}{x^4}$$

Assim, o termo geral dessa sequência é $a_n = \frac{n}{x^n}$, $n > 0$.

2. a) $a_n = 22n - 7$

$a_1 = 22 \cdot 1 - 7 = 15$

$a_2 = 22 \cdot 2 - 7 = 37$

$a_3 = 22 \cdot 3 - 7 = 59$

$a_4 = 22 \cdot 4 - 7 = 81$

$a_5 = 22 \cdot 5 - 7 = 103$

Portanto, os cinco primeiros termos dessa sequência são $(15, 37, 59, 81, 103, \ldots)$.

b) $a_n = (n - 1)^3$

$a_1 = (1 - 1)^3 = 0$

$a_2 = (2 - 1)^3 = 1$

$a_3 = (3 - 1)^3 = 8$

$a_4 = (4 - 1)^3 = 27$

$a_5 = (5 - 1)^3 = 64$

Portanto, os cinco primeiros termos dessa sequência são $(0, 1, 8, 27, 64, \ldots)$.

c) $a_n = \frac{n^2}{3^n}$

$a_1 = \frac{1^2}{3^1} = \frac{1}{3}$

$a_2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

$a_3 = \frac{3^2}{3^3} = \frac{1}{3}$

$a_4 = \frac{4^2}{3^4} = \frac{16}{81}$

$a_5 = \frac{5^2}{3^5} = \frac{25}{243}$

Portanto, os cinco primeiros termos dessa sequência são $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{1}{3}, \frac{16}{81}, \frac{25}{243}, \cdots\right)$.

d) $a_n = \dfrac{(n-1)^2+1}{n}$

$a_1 = \dfrac{(1-1)^2+1}{1} = 1$

$a_2 = \dfrac{(2-1)^2+1}{2} = 1$

$a_3 = \dfrac{(3-1)^2+1}{3} = \dfrac{5}{3}$

$a_4 = \dfrac{(4-1)^2+1}{4} = \dfrac{5}{2}$

$a_5 = \dfrac{(5-1)^2+1}{5} = \dfrac{17}{5}$

Portanto, os cinco primeiros termos dessa sequência são $\left(1, 1, \dfrac{5}{3}, \dfrac{5}{2}, \dfrac{17}{5}, \ldots\right)$.

3. a) Cada figura tem duas bolinhas a mais que a figura anterior e, como a quinta figura tem 13 bolinhas, a sexta figura terá $13 + 2 = 15$, ou seja, 15 bolinhas.

b) Considerando a quantidade de bolinhas na posição de cada figura, temos a sequência $(5, 7, 9, 11, 13, \ldots)$.

c) De acordo com a sequência $(5, 7, 9, 11, 13, \ldots)$, cada termo pode ser escrito como:

$a_1 = 5 = 2 \cdot 1 + 3$

$a_2 = 7 = 2 \cdot 2 + 3$

$a_3 = 9 = 2 \cdot 3 + 3$

$a_4 = 11 = 2 \cdot 4 + 3$

$a_5 = 13 = 2 \cdot 5 + 3$

Logo, o termo geral da sequência é $a_n = 2 \cdot n + 3$.

Portanto, a alternativa **I** está correta.

d) Para saber quantas bolinhas haverá na figura **12**, ou seja, a figura que ocupa a posição a_{12}, fazemos:

$$a_{12} = 2 \cdot 12 + 3 = 24 + 3 = 27$$

Portanto, a figura **12** terá 27 bolinhas.

e) O primeiro termo da sequência é 5, ou seja, $a_1 = 5$. Como o termo seguinte, do segundo em diante, tem sempre dois termos a mais, uma sugestão de resposta é definir a sequência, de forma recursiva, como $a_n = a_{n-1} + 2$, com $n > 1$ e $a_1 = 5$.

4. Nas alternativas **a** e **b**, os termos da sequência estão definidos de tal modo que dependem apenas da posição *n*, enquanto, nas alternativas **c** e **d**, os termos da sequência dependem do termo anterior. Portanto, apenas as alternativas **c** e **d** estão definidas de maneira recursiva.

5. a) De acordo com as informações do enunciado, temos:

$a_1 = -2$

$a_2 = 3$

Considerando a regra definida por Milena, os próximos termos até o 7º são:

$a_3 = a_1 + a_2 = -2 + 3 = 1$

$a_4 = a_3 + a_2 = 1 + 3 = 4$

$a_5 = a_4 + a_3 = 4 + 1 = 5$

$a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 4 = 9$

$a_7 = a_6 + a_5 = 9 + 5 = 14$

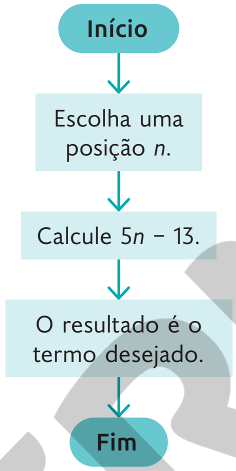
Assim, podemos escrever a sequência $(-2, 3, 1, 4, 5, 9, 14, \ldots)$.

b) Não, pois cada termo depende dos dois termos imediatamente anteriores.

c) Sim. Sugestão de resposta:

Como Milena definiu os termos da sequência como a adição dos dois termos anteriores, então seu termo geral é dado, na forma recursiva, como $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, para $n > 2$.

6. a) Sugestão de resposta:



b) Os próximos três termos da sequência são:

$a_6 = 5 \cdot 6 - 13 = 17$

$a_7 = 5 \cdot 7 - 13 = 22$

$a_8 = 5 \cdot 8 - 13 = 27$

7. a) Na sequência **1**, a quantidade de bolinhas em cada posição é igual à quantidade da posição anterior acrescida de duas unidades. Assim, uma sugestão de resposta é:

$a_1 = 2 \cdot 1 + 2 = 4$

$a_2 = 2 \cdot 2 + 2 = 6$

$a_3 = 2 \cdot 3 + 2 = 8$

$a_4 = 2 \cdot 4 + 2 = 10$

$a_5 = 2 \cdot 5 + 2 = 12$

Desse modo, temos a fórmula $a_n = 2n + 2$, sendo $n > 0$.

Na sequência **2**, a quantidade de bolinhas em cada posição é igual ao número da posição acrescido de dez unidades. Assim, uma sugestão de resposta é:

$a_1 = 1 + 10 = 11$

$a_2 = 2 + 10 = 12$

$a_3 = 3 + 10 = 13$

$a_4 = 4 + 10 = 14$

$a_5 = 5 + 10 = 15$

Logo, temos a fórmula $a_n = n + 10$, sendo $n > 0$.

Na sequência **3**, a quantidade de bolinhas é exatamente o quádruplo do número da posição subtraído de três unidades. Assim, uma sugestão de resposta é:

$a_1 = 4 \cdot 1 - 3 = 1$

$a_2 = 4 \cdot 2 - 3 = 5$

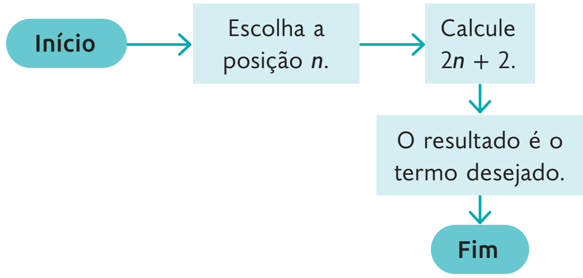
$a_3 = 4 \cdot 3 - 3 = 9$

$a_4 = 4 \cdot 4 - 3 = 13$

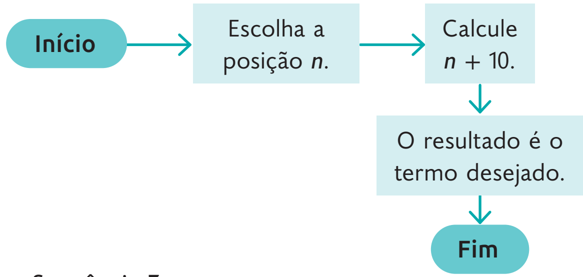
$a_5 = 4 \cdot 5 - 3 = 17$

Portanto, temos a fórmula $a_n = 4n - 3$, com $n > 0$.

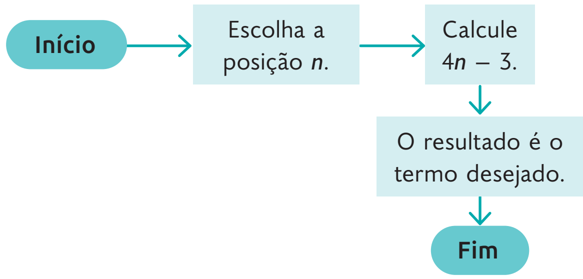
b) Sequência **1**:



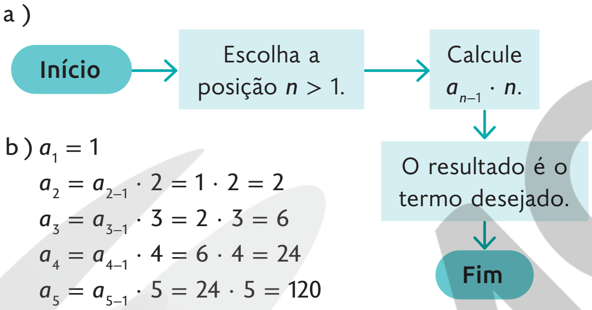
Sequência **2**:



Sequência **3**:



8. a)



b) $a_1 = 1$

$a_2 = a_{2-1} \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 2$

$a_3 = a_{3-1} \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$

$a_4 = a_{4-1} \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$

$a_5 = a_{5-1} \cdot 5 = 24 \cdot 5 = 120$

$a_6 = a_{6-1} \cdot 6 = 120 \cdot 6 = 720$

Assim, podemos escrever a sequência (1, 2, 6, 24, 120, 720, ...).

9. a) A sequência **B** foi definida por recorrência.

b) A sequência **A** está associada ao fluxograma **II** e a sequência **B** está associada ao fluxograma **I**.

c) Calculando os 8 primeiros termos da sequência **A**, temos:

$a_1 = 2 \cdot 1 + 5 = 7$

$a_2 = 2 \cdot 2 + 5 = 9$

$a_3 = 2 \cdot 3 + 5 = 11$

$a_4 = 2 \cdot 4 + 5 = 13$

$a_5 = 2 \cdot 5 + 5 = 15$

$a_6 = 2 \cdot 6 + 5 = 17$

$a_7 = 2 \cdot 7 + 5 = 19$

$a_8 = 2 \cdot 8 + 5 = 21$

Assim, podemos escrever a sequência (7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, ...).

Calculando os 8 primeiros termos da sequência **B**, temos:

$a_1 = 2$

$a_2 = 2 \cdot a_{2-1} - 1 = 2 \cdot a_1 - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$

$a_3 = 2 \cdot a_{3-1} - 1 = 2 \cdot a_2 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$

$a_4 = 2 \cdot a_{4-1} - 1 = 2 \cdot a_3 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$

$a_5 = 2 \cdot a_{5-1} - 1 = 2 \cdot a_4 - 1 = 2 \cdot 9 - 1 = 17$

$a_6 = 2 \cdot a_{6-1} - 1 = 2 \cdot a_5 - 1 = 2 \cdot 17 - 1 = 33$

$a_7 = 2 \cdot a_{7-1} - 1 = 2 \cdot a_6 - 1 = 2 \cdot 33 - 1 = 65$

$a_8 = 2 \cdot a_{8-1} - 1 = 2 \cdot a_7 - 1 = 2 \cdot 65 - 1 = 129$

Assim, podemos escrever a sequência (2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, 129, ...).

10. Se a_{n-1} for par, temos $a_n = \frac{a_{n-1}}{2}$; se a_{n-1} for ímpar, temos $a_n = 2 \cdot (a_{n-1} - 1)$.

a) Sendo $a_1 = 10$, então:

$a_2 = \frac{10}{2} = 5$

$a_3 = 2 \cdot (5 - 1) = 8$

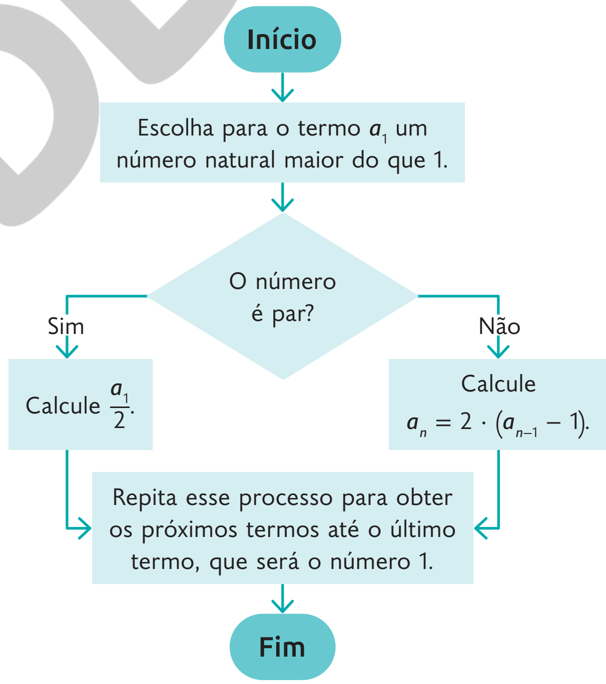
$a_4 = \frac{8}{2} = 4$

$a_5 = \frac{4}{2} = 2$

$a_6 = \frac{2}{2} = 1$

Logo, a sequência é (10, 5, 8, 4, 2, 1).

b)



c) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Escolhendo $a_1 = 6$, temos:

$a_2 = \frac{6}{2} = 3$

$a_3 = 2 \cdot (3 - 1) = 4$

$a_4 = \frac{4}{2} = 2$

$a_5 = \frac{2}{2} = 1$

Portanto, a sequência é (6, 3, 4, 2, 1).

11. a) Considerando que, nessa sequência, cada termo é dado pela adição dos dois termos anteriores, temos:

$a_1 = 1$

$a_2 = 1$

$a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$

$a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 2 = 3$

$a_5 = a_3 + a_4 = 2 + 3 = 5$

$a_6 = a_4 + a_5 = 3 + 5 = 8$

$a_7 = a_5 + a_6 = 5 + 8 = 13$

$a_8 = a_6 + a_7 = 8 + 13 = 21$

$a_9 = a_7 + a_8 = 13 + 21 = 34$

$a_{10} = a_8 + a_9 = 21 + 34 = 55$

$a_{11} = a_9 + a_{10} = 34 + 55 = 89$

$a_{12} = a_{10} + a_{11} = 55 + 89 = 144$

$a_{13} = a_{11} + a_{12} = 89 + 144 = 233$

Portanto, o 13º termo é 233.

b) Como cada termo é a adição de dois termos anteriores, essa sequência está definida recursivamente e sua fórmula é dada por $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, com $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $n > 2$.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes encontrem que Leonardo Fibonacci foi responsável por popularizar os números arábicos na Europa, na época em que ainda eram usados os símbolos da numeração romana, além de explicar o sistema decimal. Seu livro *Liber abaci* foi muito útil aos comerciantes, ao explicar os cálculos de juros, conversões monetárias e de medidas e vários métodos e algoritmos.

O que eu estudei?

1. a) Os numeradores são múltiplos de 3, enquanto os denominadores são ímpares. Assim:

$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{3} = 1$

$a_2 = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{5}$

$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{7}$

$a_4 = \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 4 + 1} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

$a_5 = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5 + 1} = \frac{15}{11}$

$a_6 = \frac{3 \cdot 6}{2 \cdot 6 + 1} = \frac{18}{13} = 1$

Logo, o termo geral é dado por $a_n = \frac{3n}{2n + 1}$, com $n > 0$.

b) $a_{50} = \frac{3 \cdot 50}{2 \cdot 50 + 1} = \frac{150}{101}$.

2. De acordo com a sequência definida, os 5 primeiros termos são:

$a_1 = 2048$

$a_2 = \frac{a_{2-1}}{2} = \frac{a_1}{2} = \frac{2048}{2} = 1024$

$a_3 = \frac{a_{3-1}}{2} = \frac{a_2}{2} = \frac{1024}{2} = 512$

$a_4 = \frac{a_{4-1}}{2} = \frac{a_3}{2} = \frac{512}{2} = 256$

$a_5 = \frac{a_{5-1}}{2} = \frac{a_4}{2} = \frac{256}{2} = 128$

Assim, podemos escrever a sequência (2048, 1024, 512, 256, 128, ...).

3. a) $a_{25} = 25 - 13 = 12$

b) $a_{25} = 6 \cdot 25 - 100 = 150 - 100 = 50$

c) $a_{25} = (25 - 5)^2 = 20^2 = 400$

d) $a_{25} = \frac{25 + 15}{2} = \frac{40}{2} = 20$

e) $a_{25} = 2^{\frac{25}{5}} = 2^5 = 32$

f) $a_{25} = \sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{100} = 10$

4.

Início → Escolha um termo *n*. → Calcule $a_{n-1} + 2n$. → O resultado é o termo desejado. → Fim

$a_1 = -14$

$a_2 = a_1 + 2 \cdot 2 = -14 + 4 = -10$

$a_3 = a_2 + 2 \cdot 3 = -10 + 6 = -4$

$a_4 = a_3 + 2 \cdot 4 = -4 + 8 = 4$

$a_5 = a_4 + 2 \cdot 5 = 4 + 10 = 14$

Portanto, temos a sequência (−14, −10, −4, 4, 14, ...).

5. A quantidade de bolinhas em cada posição da sequência é dada pelo triplo do número referente à posição adicionado a três unidades. Portanto, o termo geral da sequência é $a_n = 3n + 3$, com $n > 0$.

6. a) Na alternativa **I**, $a_3 = \frac{3^2}{2^3} = \frac{9}{8}$. Como $\frac{9}{8} \neq \frac{4}{3}$, então $a_n = \frac{n^2}{2^n}$ não é o termo geral da sequência.

Na alternativa **III**, $a_1 = \frac{1^2}{1 + 2} = \frac{1}{3}$. Como $\frac{1}{3} \neq 1$, então $a_n = \frac{n^2}{n + 2}$ não é o termo geral da sequência.

Na alternativa **II**, temos, para os 4 primeiros termos:

$a_1 = \frac{2^1}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$

$a_2 = \frac{2^2}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1$

$a_3 = \frac{2^3}{2 \cdot 3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$a_4 = \frac{2^4}{2 \cdot 4} = \frac{16}{8} = 2$

Generalizando, verificamos que o termo geral dessa sequência coincide com a alternativa **II**, ou seja, $a_n = \frac{2^n}{2n}$, com $n > 0$.

Portanto, o termo geral é apresentado na alternativa **II**.

b)

Início → Escolha a posição *n*. → Calcule $\frac{2^n}{2n}$. → O resultado é o termo desejado. → Fim

c) $a_{10} = \frac{2^{10}}{2 \cdot 10} = \frac{1024}{20} = \frac{512}{10} = \frac{256}{5}$.

7. a) Para determinar recursivamente essa sequência, considere $a_1 = 18$ como a quantidade de bolinhas na primeira posição. Como os termos seguintes são obtidos ao retirar 3 bolinhas da posição anterior, essa sequência pode ser definida de maneira recursiva por $a_n = a_{n-1} - 3$, com $a_1 = 18$ e $1 < n < 8$.

b) $a_6 = a_5 - 3 = 6 - 3 = 3$

Portanto, na sexta posição haverá 3 bolinhas.

Unidade 10 Polígonos e circunferência

Questão 1. Para obter as diagonais que partem de um único vértice de um polígono de 10 lados, precisamos desconsiderar da contagem o vértice de partida, uma vez que ele não pode ser ligado a si próprio nem aos dois vértices consecutivos a ele, pois seriam lados do polígono. Desse modo, restam 7 vértices aos quais ele pode ser ligado a fim de obter diagonais.

Portanto, 7 diagonais partem de um único ponto.

Questão 2. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que a quantidade de diagonais que partem de um único vértice em um polígono é igual à quantidade de vértices ou de lados dele menos 3, pois, para formar diagonais, esse vértice não pode ser ligado a ele mesmo nem aos dois vértices consecutivos a ele.

Questão 3. O polígono que não tem diagonais é o triângulo, pois, ao considerarmos um vértice, os outros dois restantes são consecutivos a ele, o que impossibilita a formação de diagonais.

Atividades

1. As figuras **A** e **D** são polígonos não convexos, pois podemos traçar retas que passam pelo interior deles cortando seus contornos em mais de dois pontos. A figura **B** é um polígono convexo, pois qualquer reta que passa pelo seu interior corta seu contorno em apenas dois pontos. A figura **C** não é um polígono, pois não é formada somente por segmentos de reta.

2. a) Um polígono de 6 lados também tem 6 vértices. Logo, o número que substitui o ■ é o 6.

b) Um polígono tem, no mínimo, 3 lados, pois, com dois lados, teremos um ângulo e, com um lado, um segmento de reta. Logo, o número que substitui o ■ é o 3.

c) Aplicando a fórmula para o cálculo da quantidade D de diagonais de um polígono convexo com n lados ou vértices para $n = 12$, temos:

$$D = \frac{(n-3)\cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(12-3)\cdot 12}{2}$$
$$D = \frac{9\cdot 12}{2}$$
$$D = \frac{108}{2}$$
$$D = 54$$

Portanto, um polígono convexo com 12 lados tem 54 diagonais e o ■ deve ser substituído pelo número 54.

d) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

O pentágono regular tem 5 diagonais, pois, aplicando a fórmula para o cálculo da quantidade D de diagonais desse polígono, temos:

$$D = \frac{(n-3)\cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(5-3)\cdot 5}{2}$$
$$D = \frac{2\cdot 5}{2}$$
$$D = \frac{10}{2}$$
$$D = 5$$

Logo, uma substituição adequada do primeiro ■ é a palavra **pentágono** e do segundo ■ é o número 5.

3. Como o polígono convexo **A** tem 7 lados, então, de um único vértice, partem 4 diagonais, pois $7 - 3 = 4$.

Como o polígono convexo **B** tem 12 lados, então, de um único vértice, partem 9 diagonais, pois $12 - 3 = 9$.

4. Vamos aplicar a fórmula para calcular a quantidade de diagonais em um polígono convexo de n lados em cada item.

a) Para $n = 5$, temos:

$$D = \frac{(n-3)\cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(5-3)\cdot 5}{2}$$
$$D = \frac{2\cdot 5}{2}$$
$$D = \frac{10}{2}$$
$$D = 5$$

Logo, um polígono convexo com 5 lados tem 5 diagonais.

b) Para $n = 13$, temos:

$$D = \frac{(n-3)\cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(13-3)\cdot 13}{2}$$
$$D = \frac{10\cdot 13}{2}$$
$$D = \frac{130}{2}$$
$$D = 65$$

Logo, um polígono convexo com 13 lados tem 65 diagonais.

c) Para $n = 20$, temos:

$$D = \frac{(n-3)\cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(20-3)\cdot 20}{2}$$
$$D = \frac{17\cdot 20}{2}$$
$$D = \frac{340}{2}$$
$$D = 170$$

Logo, um polígono convexo com 20 lados tem 170 diagonais.

d) Para $n = 13$, temos:

$$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(15-3) \cdot 15}{2}$$
$$D = \frac{12 \cdot 15}{2}$$
$$D = \frac{180}{2}$$
$$D = 90$$

Logo, um polígono convexo com 15 lados tem 90 diagonais.

5. O polígono **A** é regular e tem 11 lados. Assim, a quantidade total de suas diagonais é dada por:

$$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(11-3) \cdot 11}{2}$$
$$D = \frac{8 \cdot 11}{2}$$
$$D = \frac{88}{2}$$
$$D = 44$$

Como já estão traçadas 8 diagonais no polígono **A**, para que estejam representadas todas as diagonais, faltam 36 diagonais, pois $44 - 8 = 36$.

O polígono **B** é um polígono regular com 10 lados. Assim, a quantidade total de suas diagonais é dada por:

$$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(10-3) \cdot 10}{2}$$
$$D = \frac{7 \cdot 10}{2}$$
$$D = \frac{70}{2}$$
$$D = 35$$

Como já estão traçadas 5 diagonais no polígono **B**, para que estejam representadas todas as diagonais, faltam 30 diagonais, pois $35 - 5 = 30$.

6. A quantidade de diagonais em um pentágono é dada por:

$$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(5-3) \cdot 5}{2}$$
$$D = \frac{2 \cdot 4}{2}$$
$$D = \frac{10}{2}$$
$$D = 5$$

Logo, um pentágono tem 5 diagonais.

A quantidade de diagonais em um hexágono é dada por:

$$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(6-3) \cdot 6}{2}$$
$$D = \frac{3 \cdot 6}{2}$$
$$D = \frac{18}{2}$$
$$D = 9$$

Logo, um hexágono tem 9 diagonais.

Como a figura geométrica espacial é formada por 12 faces com formato de pentágono e 20 faces com formato de hexágono, ao traçarmos todas as diagonais de cada face, a quantidade de diagonais que traçaremos é dada por:

$$12 \cdot 5 + 20 \cdot 9 = 60 + 180 = 240$$

Portanto, traçaremos ao todo 240 diagonais.

7. a) As diagonais do polígono amarelo que não representam diagonais do polígono rosa são aquelas que não passam pelos vértices do polígono rosa. Logo, 12 diagonais do polígono amarelo não representam diagonais do polígono rosa.

b) Como o polígono rosa tem 8 lados, a quantidade de diagonais desse polígono é dada por:

$$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$
$$D = \frac{(8-3) \cdot 8}{2}$$
$$D = \frac{5 \cdot 8}{2}$$
$$D = \frac{40}{2}$$
$$D = 20$$

Portanto, o polígono rosa tem 20 diagonais. Como estão traçadas somente 8 diagonais no polígono rosa, para traçar todas as diagonais dele, faltam 12 diagonais, pois $20 - 8 = 12$.

Questão 4. Aplicando a fórmula para calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados ao retângulo e considerando $n = 4$, temos:

$$S_i = (n-2) \cdot 180°$$
$$S_i = (4-2) \cdot 180°$$
$$S_i = 2 \cdot 180°$$
$$S_i = 360°$$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos do retângulo é igual a 360°.

Atividades

8. Para resolver os itens dessa atividade, vamos aplicar a fórmula que permite calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados.

A. Como o polígono tem 7 lados, calculamos:

$$S_i = (n-2) \cdot 180°$$
$$S_i = (7-2) \cdot 180°$$
$$S_i = 5 \cdot 180°$$
$$S_i = 900°$$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono é igual a 900°.

B. Como o polígono tem 9 lados, calculamos:

$$S_i = (n-2) \cdot 180°$$
$$S_i = (9-2) \cdot 180°$$
$$S_i = 7 \cdot 180°$$
$$S_i = 1260°$$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono é igual a 1260°.

C. Como o polígono tem 11 lados, calculamos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (11 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 9 \cdot 180°$

$S_i = 1620°$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono é igual a 1620°.

D. Como o polígono tem 8 lados, calculamos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (8 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 6 \cdot 180°$

$S_i = 1080°$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono é igual a 1080°.

9. A. Como o polígono tem 6 lados, a soma da medida dos seus ângulos internos é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (6 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 4 \cdot 180°$

$S_i = 720°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono é igual a 720°.

Como esse polígono é regular, todos os ângulos internos têm a mesma medida.

Portanto, cada ângulo interno desse polígono mede 120°, pois $\frac{720°}{6} = 120°$.

B. Como o polígono tem 8 lados, a soma da medida dos seus ângulos internos é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (8 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 6 \cdot 180°$

$S_i = 1080°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono é igual a 1080°.

Como esse polígono é regular, todos os ângulos internos têm a mesma medida.

Portanto, cada ângulo interno desse polígono mede 135°, pois $\frac{1080°}{8} = 135°$.

C. Como o polígono tem 10 lados, a soma da medida dos seus ângulos internos é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (10 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 8 \cdot 180°$

$S_i = 1440°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono é igual a 1440°.

Como esse polígono é regular, todos os ângulos internos têm a mesma medida.

Portanto, cada ângulo interno desse polígono mede 144°, pois $\frac{1440°}{10} = 144°$.

D. Como o polígono tem 12 lados, a soma da medida dos seus ângulos internos é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (12 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 10 \cdot 180°$

$S_i = 1800°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono é igual a 1800°.

Como esse polígono é regular, todos os ângulos internos têm a mesma medida.

Portanto, cada ângulo interno desse polígono mede 150°, pois $\frac{1800°}{12} = 150°$.

10. A. Adicionando as medidas conhecidas dos três ângulos, temos: $106° + 90° + 116° = 312°$

Como o polígono tem quatro lados, a soma da medida dos seus ângulos internos é igual a 360°.

Calculando $360° - 312° = 48°$, verificamos que a medida desconhecida é 48°.

B. Adicionando as medidas conhecidas dos cinco ângulos, temos $119° + 144° + 82° + 126° + 127° = 598°$.

Como o polígono tem seis lados, a soma da medida dos seus ângulos internos é igual a 720°.

Calculando $720° - 598° = 122°$, verificamos que a medida desconhecida é 122°.

C. Adicionando as medidas conhecidas dos quatro ângulos, temos $72° + 135° + 90° + 112° = 409°$.

Como o polígono tem cinco lados, a soma da medida dos seus ângulos internos é igual a 540°.

Calculando $540° - 409° = 131°$, verificamos que a medida desconhecida é 131°.

11. a) Primeiro, devemos calcular a quantidade de lados de um polígono convexo que tenha 2 diagonais. Substituindo *D* por 2 na fórmula, temos:

$2 = \frac{(n - 3) \cdot n}{2}$

Multiplicando os dois membros dessa equação por 2, obtemos:

$4 = (n - 3) \cdot n$

Assim, se $n = 4$, vamos ter:

$(n - 3) \cdot n = (4 - 3) \cdot 4 = 1 \cdot 4 = 4$

Com isso, verificamos que, se o polígono tem 2 diagonais, então ele tem 4 lados. Desse modo:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (4 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 2 \cdot 180°$

$S_i = 360°$

Portanto, a soma das medidas dos seus ângulos internos é igual a 360°.

b) Primeiro, devemos calcular a quantidade de lados de um polígono convexo que tenha 5 diagonais. Substituindo *D* por 5 na fórmula, temos:

$5 = \frac{(n - 3) \cdot n}{2}$

Multiplicando os dois membros dessa equação por 2, obtemos: $10 = (n - 3) \cdot n$

Assim, se $n = 5$, vamos ter:

$(n - 3) \cdot n = (5 - 3) \cdot 5 = 2 \cdot 5 = 10$

Com isso, verificamos que, se o polígono tem 5 diagonais, então ele tem 5 lados. Desse modo:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (5 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 3 \cdot 180°$

$S_i = 540°$

Portanto, a soma das medidas dos seus ângulos internos é igual a 540°.

c) Primeiro, devemos calcular a quantidade de lados de um polígono convexo que tenha 0 diagonais. Substituindo D por 0 na fórmula, temos:

$0 = \frac{(n - 3) \cdot n}{2}$

Multiplicando os dois membros dessa equação por 2, obtemos:

$0 = (n - 3) \cdot n$

Assim, se $n = 3$, vamos ter:

$(n - 3) \cdot n = (3 - 3) \cdot 3 = 0 \cdot 3 = 0$

Com isso, verificamos que, se o polígono tem 0 diagonais, ele tem 3 lados. Desse modo:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (5 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 3 \cdot 180°$

$S_i = 540°$

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (3 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 1 \cdot 180°$

$S_i = 180°$

Portanto, a soma das medidas dos seus ângulos internos é igual a 180°

12. Sendo um polígono de quatro lados, a soma das medidas dos seus ângulos internos é igual a 360°. Desse modo, podemos escrever a equação a seguir.

$6x - 86° + 3x - 10° + 3x + 16° + 2x + 6° = 360°$

Resolvendo-a, temos:

$6x - 86° + 3x - 10° + 3x + 16° + 2x + 6° = 360°$

$14x - 74° = 360°$

$14x - 74° + 74° = 360° + 74°$

$14x = 434°$

$\frac{14x}{14} = \frac{434°}{14}$

$x = 31°$

Substituindo x por 31° na medida de cada ângulo interno do polígono, temos:

$\text{med}\left(D\hat{G}F\right) = 6x - 86° = 6 \cdot 31° - 86° = 186° - 86° = 100°$

$\text{med}\left(G\hat{F}E\right) = 3x - 10° = 3 \cdot 31° - 10° = 93° - 10° = 83°$

$\text{med}\left(F\hat{E}D\right) = 3x + 16° = 3 \cdot 31° + 16° = 93° + 16° = 109°$

$\text{med}\left(E\hat{D}G\right) = 2x + 6° = 2 \cdot 31° + 6° = 62° + 6° = 68°$

13. a) O formato dos pisos indicados na imagem lembra o quadrado e o octógono.

b) Como o quadrado tem 4 lados, então:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (4 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 2 \cdot 180°$

$S_i = 360°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrado é igual a 360°.

Como o octógono tem 8 lados, então:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (8 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 6 \cdot 180°$

$S_i = 1080°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos de um octógono é igual a 1080°.

Como quadrados e octógonos são polígonos convexos, a soma das medidas dos seus ângulos externos é igual a 360°.

c) Como a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrado é igual 360° e seus quatro ângulos têm a mesma medida, verificamos que seus ângulos internos medem 90° cada um, pois $\frac{360°}{4} = 90°$.

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um octógono é igual 1080° e seus oito ângulos têm a mesma medida, verificamos que seus ângulos internos medem 135° cada um, pois $\frac{1080°}{8} = 135°$.

d) Como o quadrado tem 4 lados, temos:

$D = \frac{(n - 3) \cdot n}{2}$

$D = \frac{(4 - 3) \cdot 4}{2}$

$D = \frac{1 \cdot 4}{2}$

$D = \frac{4}{2}$

$D = 2$

Logo, o quadrado tem 2 diagonais.

Como o octógono tem 8 lados, temos:

$D = \frac{(n - 3) \cdot n}{2}$

$D = \frac{(8 - 3) \cdot 8}{2}$

$D = \frac{5 \cdot 8}{2}$

$D = \frac{40}{2}$

$D = 20$

Logo, o octógono tem 20 diagonais.

14. Para resolver os itens dessa atividade, vamos aplicar a fórmula para o cálculo da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados.

a) Substituindo S_i por 360° na fórmula, temos:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180°$$
$$360° = (n - 2) \cdot 180°$$
$$\frac{360°}{180°} = \frac{(n - 2) \cdot 180°}{180°}$$
$$2 = n - 2$$
$$2 + 2 = n - 2 + 2$$
$$2 = n$$

Portanto, o polígono regular cuja soma das medidas dos ângulos internos é igual a 360° tem 4 lados.

b) Substituindo S_i por 1800° na fórmula, temos:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180°$$
$$1800° = (n - 2) \cdot 180°$$
$$\frac{1800°}{180°} = \frac{(n - 2) \cdot 180°}{180°}$$
$$10 = n - 2$$
$$10 + 2 = n - 2 + 2$$
$$12 = n$$

Portanto, o polígono regular cuja soma das medidas dos ângulos internos é igual a 1800° tem 12 lados.

c) Substituindo S_i por 1440° na fórmula, temos:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180°$$
$$1440° = (n - 2) \cdot 180°$$
$$\frac{1440°}{180°} = \frac{(n - 2) \cdot 180°}{180°}$$
$$8 = n - 2$$
$$8 + 2 = n - 2 + 2$$
$$10 = n$$

Portanto, o polígono regular cuja soma das medidas dos ângulos internos é igual a 1440° tem 10 lados.

d) Substituindo S_i por 1080° na fórmula, temos:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180°$$
$$1080° = (n - 2) \cdot 180°$$
$$\frac{1080°}{180°} = \frac{(n - 2) \cdot 180°}{180°}$$
$$6 = n - 2$$
$$6 + 2 = n - 2 + 2$$
$$8 = n$$

Portanto, o polígono regular cuja soma das medidas dos ângulos internos é igual a 1080° tem 8 lados.

15. A. Como a soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono é igual a 360° e esse é um polígono regular com 5 lados, a medida de cada ângulo externo é igual a 72°, pois seus ângulos externos são congruentes e $\frac{360°}{5} = 72°$.

B. Como a soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono é igual a 360° e esse é um polígono regular com 10 lados, a medida de cada ângulo externo é igual a 36°, pois seus ângulos externos são congruentes e $\frac{360°}{10} = 36°$.

16. A soma das medidas de um ângulo interno com um externo, de mesmo vértice, em um polígono convexo é igual a 180°. Desse modo, temos:

$$\hat{a} + 67° = 180°$$
$$\hat{a} = 113°$$

$$\hat{b} + 95° = 180°$$
$$\hat{b} = 85°$$

$$\hat{c} + 80° = 180°$$
$$\hat{c} = 100°$$

Como o polígono tem 4 lados, a soma das medidas dos seus ângulos internos é igual a 360°. Adicionando as medidas dos três ângulos internos que são conhecidas, temos:

$$67° + 85° + 100° = 252°$$

Como 360° − 252° = 108°, segue que $\hat{d} = 108°$.

Além disso, temos:

$$\hat{e} + 108° = 180°$$
$$\hat{e} = 72°$$

17. • Quadro **A**:

Substituindo S_i por 360° na fórmula para o cálculo da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de *n* lados, temos:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180°$$
$$360° = (n - 2) \cdot 180°$$
$$\frac{360°}{180°} = \frac{(n - 2) \cdot 180°}{180°}$$
$$2 = n - 2$$
$$2 + 2 = n - 2 + 2$$
$$4 = n$$

Assim, esse polígono tem 4 lados.

Como os seus ângulos internos têm a mesma medida, cada um desses ângulos mede 90° e esse polígono é um retângulo.

• Quadro **B**:

Como esse polígono tem 12 vértices, ele também tem 12 lados. Como todos os seus ângulos externos medem 30°, ele é regular e todos os seus ângulos internos têm a mesma medida, que é 150°, pois 180° − 30° = 150°.

Logo, esse é um polígono regular de 12 lados, denominado dodecágono regular.

Questão 5. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Considere $\hat{y}$ a medida do ângulo externo ao ângulo de medida $\hat{b}$. Desse modo, temos $\hat{y} + \hat{b} = 180°$ ou, ainda, $\hat{b} = 180° - \hat{y}$. Consequentemente:

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$$
$$\hat{a} + 180° - \hat{y} + \hat{c} = 180°$$
$$\hat{a} + 180° - \hat{y} + \hat{c} - 180° = 180° - 180°$$
$$\hat{a} - \hat{y} + \hat{c} = 0$$
$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{c}$$

Logo, $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}$.

Atividades

18. a) O lado oposto ao ângulo de medida $\widehat{a}$ é o lado $\overline{BC}$.

b) A medida do ângulo oposto ao lado $\overline{AC}$ é $\widehat{b}$.

19. A. Triângulos equiláteros têm todos os lados com a mesma medida de comprimento. Sendo assim, podemos escrever:

$$2x + 4 = x + 6$$

Resolvendo essa equação, temos:

$$2x + 4 = x + 6$$
$$2x + 4 - 4 = x + 6 - 4$$
$$2x = x + 2$$
$$2x - x = x + 2 - x$$
$$x = 2$$

Portanto, $x = 2$.

B. Triângulos equiláteros têm todos os lados com a mesma medida de comprimento. Sendo assim, podemos escrever:

$$4x - 18 = x$$

Resolvendo essa equação, temos:

$$4x - 18 = x$$
$$4x - 18 + 18 = x + 18$$
$$4x = x + 18$$
$$4x - x = x + 18 - x$$
$$3x = 18$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$
$$x = 6$$

Portanto, $x = 6$.

20. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180°, temos:

$$3x + 60° - x + 2x = 180°$$
$$4x + 60° = 180°$$
$$4x + 60° - 60° = 180° - 60°$$
$$4x = 120°$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{120°}{4}$$
$$x = 30°$$

Logo, $x = 30°$. Assim, as medidas dos ângulos são:

$\text{med}\left(D\widehat{F}E\right) = 3x = 3 \cdot 30° = 90°$

$\text{med}\left(F\widehat{E}D\right) = 60° - x = 60° - 30° = 30°$

$\text{med}\left(E\widehat{D}F\right) = 2x = 2 \cdot 30° = 60°$

Como o triângulo *ABC* tem um ângulo reto, ele é um triângulo retângulo.

21. Como o triângulo *ABD* é isósceles, então:

$\text{med}\left(B\widehat{A}D\right) = \text{med}\left(A\widehat{B}D\right)$

$\text{med}\left(B\widehat{D}C\right) = \text{med}\left(B\widehat{A}D\right) + \text{med}\left(A\widehat{B}D\right) = 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{A}D\right)$

Como *BDC* também é isósceles, então:

$\text{med}\left(D\widehat{C}B\right) = \text{med}\left(B\widehat{D}C\right) = \text{med}\left(B\widehat{A}D\right) +$
$+ \text{med}\left(A\widehat{B}D\right) = 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{A}D\right)$

Além disso, o triângulo *ABC* é isósceles. Desse modo, temos:

$\text{med}\left(A\widehat{B}C\right) = \text{med}\left(D\widehat{C}B\right) = \text{med}\left(B\widehat{A}D\right) +$
$+ \text{med}\left(A\widehat{B}D\right) = 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{A}D\right)$

Considerando os ângulos do triângulo *ABC*, obtemos:

$\text{med}\left(B\widehat{A}D\right) + \text{med}\left(A\widehat{B}C\right) + \text{med}\left(D\widehat{C}B\right) = 180°$

$\text{med}\left(B\widehat{A}D\right) + 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{A}D\right) + 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{A}D\right) = 180°$

$5 \cdot \text{med}\left(B\widehat{A}D\right) = 180°$

$\text{med}\left(B\widehat{A}D\right) = 36° = \text{med}\left(B\widehat{A}C\right)$

22. a) As medidas dos ângulos opostos aos lados de mesma medida em um triângulo isósceles são iguais, isto é, $\widehat{a} = \widehat{c}$. Então, $\widehat{e} = \widehat{a} + \widehat{c} = \widehat{c} + \widehat{c} = 2 \cdot \widehat{c}$.

Portanto, a afirmação desse item é verdadeira.

b) A medida de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele. Sendo assim, $\widehat{f} = \widehat{b} + \widehat{a}$.

Portanto, a afirmação desse item é verdadeira.

c) As medidas $\widehat{d}$ e $\widehat{f}$ são as medidas dos ângulos suplementares aos ângulos de medidas $\widehat{a}$ e $\widehat{c}$, respectivamente, isto é, $\widehat{d} + \widehat{a} = 180°$. Sendo assim, $\widehat{d} = 180° - \widehat{a}$ e $\widehat{f} + \widehat{c} = 180$, ou seja, $\widehat{f} = 180 - \widehat{c}$. Além disso, as medidas $\widehat{a}$ e $\widehat{c}$ são iguais, pois são medidas dos ângulos opostos aos lados de mesma medida do triângulo isósceles. Nesse caso, $\widehat{d} = \widehat{f}$.

Portanto, a afirmação desse item é verdadeira.

d) Como as medidas $\widehat{e}$ e $\widehat{d}$ podem ser diferentes, a afirmação desse item é falsa.

e) As medidas $\widehat{d}$, $\widehat{e}$ e $\widehat{f}$ são medidas dos ângulos externos do triângulo. Como o triângulo é um polígono e a soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono é igual a 360°, segue que $\widehat{d} + \widehat{e} + \widehat{f} = 360°$.

Portanto, a afirmação desse item é verdadeira.

23. O ângulo $\widehat{x}$ é alterno interno com o suplementar do ângulo que mede 113°. Como as retas *r* e *s* são paralelas, esses dois ângulos têm a mesma medida. Logo, $113° + \widehat{x} = 180°$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$113° + \widehat{x} = 180°$$
$$113° + \widehat{x} - 133° = 180° - 113°$$
$$x = 67°$$

Portanto, $\widehat{x} = 67°$.

O ângulo de 113° é o ângulo externo de um triângulo em que os ângulos que medem 64° e $\widehat{y}$ são internos e não são adjacentes a ele. Assim, temos a equação $\widehat{y} + 64° = 113°$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$\widehat{y} + 64° = 113°$$
$$\widehat{y} + 64° - 64° = 113° - 64°$$
$$\widehat{y} = 49°$$

Portanto, $\widehat{y} = 49°$.

24. Os ângulos que medem $\frac{7x - 17°}{2}$ e $3x + 3°$ são opostos pelo vértice. Por esse motivo, eles têm a mesma medida. Desse modo:

$$\frac{7x - 17°}{2} = 3x + 3°$$
$$2 \cdot \left(\frac{7x - 17°}{2}\right) = 2 \cdot (3x + 3°)$$
$$7x - 17° = 6x + 6°$$
$$7x - 17° + 17° = 6x + 6° + 17°$$
$$7x = 6x + 23°$$
$$7x - 6x = 6x + 23° - 6x$$
$$x = 23°$$

Sendo assim, temos:

$\text{med}\left(C\hat{E}D\right) = 3 \cdot 23° + 3° = 69° + 3° = 72°$

$\text{med}\left(E\hat{D}A\right) = 8(23° - 5°) - 1° = 8 \cdot 18° - 1° = 144° - 1° = 143°$

O ângulo externo do triângulo ABC adjacente ao ângulo $A\hat{C}B$ mede $x + 60° = 23° + 60° = 83°$. Assim, calculamos $\text{med}\left(A\hat{C}B\right) = 180° - 83° = 97°$.

Os ângulos $C\hat{E}D$, $E\hat{D}A$, $A\hat{C}B$ e $B\hat{A}C$ são ângulos internos de um polígono de quatro lados, ou seja, a soma das medidas desses ângulos é igual a 360°. Nesse caso, obtemos:

$\text{med}\left(C\hat{E}D\right) + \text{med}\left(E\hat{D}A\right) + \text{med}\left(A\hat{C}B\right) + \text{med}\left(B\hat{A}C\right) = 360°$

$72° + 143° + 97° + \text{med}\left(C\hat{A}B\right) = 360°$

$312° + \text{med}\left(B\hat{A}C\right) = 360°$

$312° + \text{med}\left(B\hat{A}C\right) - 312° = 360° - 312°$

$\text{med}\left(B\hat{A}C\right) = 48°$

Logo, $\text{med}\left(B\hat{A}C\right) = 48°$.

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos:

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) + \text{med}\left(A\hat{C}B\right) + \text{med}\left(B\hat{A}C\right) = 180°$

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) + 97° + 48° = 180°$

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) + 145° = 180°$

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) + 145° - 145° = 180° - 145°$

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) = 35°$

Como o triângulo ABC tem um ângulo obtuso em $C\,(97°)$, ele é um triângulo obtusângulo.

Questão 6. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes obtenham, por meio da pesquisa, o provável local e o possível período da origem do tangram, além de algumas lendas sobre sua origem.

Questão 7. Não é possível afirmar o que supõe essa questão, pois, para que dois hexágonos sejam congruentes, é necessário que seus respectivos lados sejam congruentes e os respectivos ângulos internos sejam congruentes.

Atividades

25. A. Medindo os comprimentos dos lados dos triângulos ABC e DEF, obtemos as seguintes considerações:

$\overline{AB} \cong \overline{EF}$, pois ambos medem 20 mm;

$\overline{BC} \cong \overline{DE}$, pois ambos medem 34 mm;

$\overline{AC} \cong \overline{EF}$, pois ambos medem 37 mm.

Portanto, pelo caso de congruência *LLL*, esses triângulos são congruentes.

B. Medindo os comprimentos dos lados dos triângulos FGH e IJK, verificamos que:

$\overline{FG}$ mede 28 mm;

$\overline{GH}$ mede 30 mm;

$\overline{FH}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$ e $\overline{IK}$ medem 31 mm.

Portanto, esses triângulos não são congruentes.

26. A. Nos triângulos ABC e CDA temos:

$\overline{CB} \cong \overline{AD}$

$B\hat{C}A \cong D\hat{A}C$, pois está indicado na figura e o lado $\overline{AC}$ é comum aos dois triângulos.

Portanto, pelo caso *LAL*, segue que $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.

B. Nos triângulos KNJ e MNL, temos:

$\overline{JN} \cong \overline{LN}$, pois está indicado na figura.

$M\hat{N}L \cong K\hat{N}J$, pois são opostos pelo vértice.

$M\hat{L}N \cong K\hat{J}N$, pois são ângulos retos.

Portanto, pelo caso *ALA*, segue que $\triangle KNJ \cong \triangle MNL$.

C. Nos triângulos EFG e GHE, temos:

$\overline{EF} \cong \overline{GH}$

$\overline{FG} \cong \overline{HE}$, pois está indicado na figura e o lado $\overline{EG}$ é comum aos dois triângulos.

Portanto, pelo caso *LLL*, segue que $\triangle EFG \cong \triangle GHE$.

D. Nos triângulos PQS e RQS, temos:

$Q\hat{R}S \cong Q\hat{P}S$ e $\overline{QR} \cong \overline{QP}$, pois está indicado na figura.

$R\hat{S}Q \cong P\hat{S}Q$, pois são ângulos retos.

Portanto, pelo caso LAA_o, segue que $\triangle PQS \cong \triangle RQS$.

27. Nos triângulos ABC e MON, temos:

$\overline{AB} \cong \overline{MN}$

$\overline{BC} \cong \overline{NO}$

$\overline{AC} \cong \overline{MN}$

Logo, $\triangle ABC \cong \triangle MON$ pelo caso *LLL*.

Nos triângulos DEF e GHI, temos:

$\overline{DE} \cong \overline{GH}$

$\overline{EF} \cong \overline{HI}$

$\overline{DF} \cong \overline{GI}$

Logo, $\triangle DEF \cong \triangle GHI$ pelo caso *LLL*.

28. Considere os triângulos ACM e BCM. Nesses triângulos, temos:

$\overline{AC} \cong \overline{BC}$

$\overline{AM} \cong \overline{MB}$

Além disso, o lado $\overline{CM}$ é comum aos dois triângulos.

Logo, pelo caso *LLL*, segue que $\triangle AMC \cong \triangle BMC$. Como consequência dessa congruência de triângulos, obtemos a congruência dos respectivos ângulos, isto é, $A\hat{C}M \cong B\hat{C}M$ e $C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$.

29. No triângulo ABC, temos:

$AB = BC = 7{,}3$ cm

Sendo assim, o triângulo ABC é isósceles e $\hat{B} = \hat{C} = 60°$. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, então $\hat{A} = 60°$.

O triângulo QRS é um triângulo equilátero e, assim, é um polígono regular. Por esse motivo, todos os seus ângulos internos têm a mesma medida. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, cada ângulo do triângulo QRS mede 60°, pois $\frac{180°}{3} = 60°$. Com isso, nos triângulos ABC e QRS, temos:

$\overline{AB} \cong \overline{QR}$

$\overline{AC} \cong \overline{QS}$

$\hat{A} \cong \hat{Q}$

Logo, pelo caso *LAL*, segue que $\triangle ABC \cong \triangle QRS$.

No triângulo TUV, temos:

$\hat{T} = 56°$

$\hat{V} = 73°$

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, segue que $\widehat{U} = 51°$, pois $56° + 73° + 51° = 180°$.

No triângulo *NOP*, temos:

$NO = 6{,}2$ cm

$\widehat{O} = 51°$

$\widehat{N} = 56°$

Desse modo, nos triângulos *TUV* e *NOP*, temos:

$\widehat{T} \cong \widehat{N}$

$\overline{TU} = \overline{NO}$

$\widehat{U} \cong \widehat{O}$

Logo, pelo caso *ALA*, segue que $\triangle TUV \cong \triangle NOP$.

Por fim, os triângulos *DEF* e *JKL* são congruentes pelo caso *LAL*. Logo, $\triangle DEF \cong \triangle JKL$.

30. a) Como $\text{med}\left(B\widehat{A}C\right) = 58°$ e $\text{med}\left(A\widehat{C}B\right) = 56°$, segue que $\text{med}\left(A\widehat{B}C\right) = 66°$, pois $58° + 56° + 66° = 180°$ e a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

Considerando o triângulo *DEF*, temos:

$\text{med}\left(B\widehat{A}C\right) = \text{med}\left(E\widehat{D}F\right) = 58°$

$DF = AB = 4{,}1$ cm

$\text{med}\left(D\widehat{F}E\right) = \text{med}\left(A\widehat{B}C\right) = 66°$

Logo, pelo caso *ALA*, segue que $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.

Considerando o triângulo *HGI*, temos:

$\text{med}\left(B\widehat{A}C\right) = \text{med}\left(G\widehat{H}I\right) = 58°$

$GH = AB = 4{,}1$ cm

$\text{med}\left(D\widehat{F}E\right) = \text{med}(IGH) = 66°$

Logo, pelo caso *ALA*, segue que $\triangle HGI \cong \triangle ABC$.

Como nenhum dos lados do triângulo *JKL* mede 4,1 cm, esse triângulo não pode ser congruente ao triângulo *ABC*. Portanto, os triângulos *DEF* e *HGI* são congruentes ao triângulo *ABC*.

b) No item anterior, mostramos que $\triangle DEF \cong \triangle ABC$. Como o lado $\overline{AB}$ do triângulo *ABC* corresponde, pela congruência, ao lado $\overline{EF}$ do triângulo *DEF* e $EF = 4{,}2$ cm, segue que $BC = 4{,}2$ cm.

c) Do item **a**, verificamos que $\text{med}\left(\widehat{B}\right) = 66°$. Vamos usar novamente o fato de que $\triangle DEF \cong \triangle ABC$. Como o lado $\overline{AC}$ do triângulo *ABC* corresponde, pela congruência, ao lado $\overline{DE}$ do triângulo *DEF* e $DE = 4{,}5$ cm, segue que $AC = 4{,}5$ cm.

31. A. O segmento de reta vermelho divide o ângulo $\widehat{A}$ em dois ângulos congruentes. Logo, esse segmento de reta é uma bissetriz.

B. O segmento de reta vermelho tem uma extremidade no vértice *D* e a outra extremidade no ponto médio do lado oposto ao vértice *D*. Logo, esse segmento é uma mediana.

C. O segmento de reta vermelho divide o ângulo $\widehat{H}$ em dois ângulos congruentes. Logo, esse segmento de reta é uma bissetriz.

D. O segmento de reta vermelho tem uma extremidade no vértice *J* e é perpendicular ao lado oposto ao vértice *J*. Logo, esse segmento é uma altura.

32. Os segmentos *BE* e *CD* são medianas do triângulo *ABC*. Desse modo, o ponto *E* é ponto médio do segmento *AC* e o ponto *D* é ponto médio do segmento *AB*. Como consequência disso, a medida do segmento *AC* é igual ao dobro da medida do segmento *AE* e a medida do segmento *AB* é igual ao dobro da medida do segmento *AD*. Como $AE = 2{,}3$ cm e $AD = 3{,}5$ cm, segue que $AC = 4{,}6$ cm e $AB = 7$ cm, pois $2 \cdot 2{,}3 = 4{,}6$ e $2 \cdot 3{,}5 = 7$. Logo, o lado $\overline{AB}$ mede 7 cm, o lado $\overline{BC}$ mede 5,2 cm e o lado $\overline{AC}$ mede 4,6 cm. Sendo assim, a medida do perímetro do triângulo *ABC* é igual a 16,8 cm, pois $7 + 5{,}2 + 4{,}6 = 16{,}8$.

33. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Ao traçarmos a mediatriz do lado $\overline{AB}$, a interseção dessa mediatriz com o lado $\overline{BC}$ será um ponto sobre $\overline{BC}$ equidistante ao vértices *A* e *B*, pois todo ponto que está na mediatriz é equidistante às extremidades do segmento do qual ela é mediatriz.

34. a) O ponto onde as mediatrizes de um triângulo se cruzam é um ponto equidistante aos vértices do triângulo. Desse modo, o centro da circunferência circunscrita em um triângulo é obtido pelo cruzamento de suas mediatrizes. Portanto, o ■ deve ser substituído pela palavra mediatrizes.

b) O ponto de encontro das medianas é o ponto de equilíbrio de um triângulo e este ponto é chamado baricentro. Desse modo, o baricentro é o centro de equilíbrio de um triângulo. Portanto, o ■ deve ser substituído pela palavra baricentro.

c) Se um triângulo é obtusângulo, então ele tem um ângulo obtuso. A altura traçada a partir do vértice onde está o ângulo obtuso não cruzará o seu lado oposto, mas sim uma extensão dele. O ponto onde essa altura cruza a extensão desse lado está no exterior do triângulo. Assim, nos triângulos obtusângulos, o ponto de encontro das alturas é sempre exterior ao triângulo. Portanto, o ■ deve ser substituído pela palavra alturas.

d) O ponto de encontro das mediatrizes de um triângulo é chamado circuncentro. Portanto, o ■ deve ser substituído pela palavra circuncentro.

e) O ponto em que as alturas de um triângulo se cruzam é chamado ortocentro e o baricentro é o ponto onde as medianas se cruzam. Portanto, os ■ devem ser substituídos, respectivamente, pelas palavras ortocentro e medianas.

35. Os segmentos *CD* e *AE* são bissetrizes dos ângulos $A\widehat{C}B$ e $B\widehat{A}C$, respectivamente. Assim, a medida do ângulo $A\widehat{C}B$ é igual ao dobro da medida do ângulo $B\widehat{C}D$ e a medida do ângulo $B\widehat{A}C$ é igual ao dobro da medida do ângulo $C\widehat{A}E$. Como $\text{med}\left(B\widehat{C}D\right) = 23°$ e $\text{med}\left(C\widehat{A}E\right) = 51°$, então $\text{med}\left(A\widehat{C}B\right) = 46°$ e $\text{med}\left(B\widehat{A}C\right) = 102°$, pois $2 \cdot 23° = 46°$ e $2 \cdot 51° = 102°$.

Além disso, como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual 180°, segue que:

$\text{med}\left(A\widehat{B}C\right) = 180° - 46° - 102° = 32°$

36. A. Os segmentos de reta traçados no triângulo *ABC* dividem cada um de seus ângulos internos em dois ângulos congruentes. Logo, esses segmentos de reta são bissetrizes. Como o ponto *O* é o ponto onde as bissetrizes se cruzam, ele representa o incentro.

B. As retas traçadas no triângulo *JKL* dividem cada um de seus lados em dois segmentos congruentes e também são perpendiculares a esses lados. Logo, essas retas são mediatrizes. Como o ponto *O* é o ponto em que as mediatrizes se cruzam, ele representa o circuncentro.

C. Os segmentos de reta traçados no triângulo *DEF* têm uma de suas extremidades em um dos vértices do triângulo e a outra sobre os lados opostos a esses vértices, as quais dividem os lados opostos em dois segmentos congruentes. Logo, esses segmentos de reta são medianas. Como o ponto *O* é o ponto onde as medianas se cruzam, ele representa o baricentro.

D. Os segmentos de reta traçados no triângulo *QOP*, sendo dois deles coincidentes com os lados $\overline{QO}$ e $\overline{OP}$, têm uma de suas extremidades em um dos vértices do triângulo e são perpendiculares aos lados opostos a esses vértices. Logo, esses segmentos de reta são alturas. Como o ponto *O* é o ponto em que as alturas se cruzam, ele representa o ortocentro.

37. a) O circuncentro de um triângulo é o ponto no qual as mediatrizes do triângulo se cruzam. Medindo os ângulos formados pelos segmentos de reta traçados e os lados nos triângulos desenhados por Adriana e Pedro não obtemos ângulos retos. Sendo assim, esses segmentos não são mediatrizes.

No desenho de Gilmar, medindo os ângulos formados pelas retas traçadas e os lados do triângulo, verificamos que as retas traçadas e os lados do triângulo formam ângulos retos. Além disso, medindo o comprimento do segmento de reta formado pelo ponto de interseção da reta traçada com o lado, verificamos em cada lado do triângulo que:

- as retas cruzam os lados nos seus respectivos pontos médios;
- o lado $\overline{AB}$ é dividido em dois segmentos de reta com medidas de comprimento iguais a 19 mm;
- os lados $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ são divididos em dois segmentos de reta com medidas de comprimento iguais a 17 mm.

Portanto, o estudante que obteve o circuncentro foi Gilmar.

b) Medindo, no desenho de Adriana, os ângulos formados pelos segmentos de reta traçados com vértices coincidentes aos do triângulo, obtemos, nos vértices *A* e *C*, quatro ângulos medindo 22,5° e, no vértice *B*, dois ângulos medindo 45°. Assim, os segmentos de reta que ela traçou no triângulo são bissetrizes, pois dividiram cada ângulo interno do triângulo em dois ângulos congruentes. Logo, o ponto obtido por Adriana foi o incentro.

Os segmentos de reta traçados no desenho de Pedro têm extremidades nos vértices do triângulo e em algum ponto sobre os lados opostos a esses vértices. Medindo o comprimento dos segmentos obtidos em cada lado do triângulo, verificamos que:

- o lado $\overline{AB}$ foi dividido em dois segmentos medindo 19 mm de comprimento;
- o lado $\overline{BC}$ foi dividido em dois segmentos medindo 20 mm de comprimento;
- o lado $\overline{AC}$ foi dividido em dois segmentos de medidas de comprimento iguais a 17 mm.

Assim, as extremidades dos segmentos de reta traçados que não são vértices do triângulo são os pontos médios dos respectivos lados dele.

Portanto, os segmentos de reta traçados por Pedro são medianas e o ponto obtido por ele é o baricentro.

38. a) A frase está incorreta. Possível correção:

O baricentro de um triângulo é o ponto de encontro de suas medianas.

b) A frase está correta.

c) A frase está incorreta. Possível correção:

Em um triângulo, o segmento de reta que liga um vértice do triângulo ao ponto médio de seu lado oposto é denominado mediana.

d) A frase está correta.

e) A frase está correta.

39. A. Ao medirmos os ângulos formados pelos lados do triângulo *ABC* e os segmentos que estão traçados no triângulo, verificamos que:

- o ângulo $C\hat{A}B$ está dividido em dois ângulos com medida igual a 45°;
- o ângulo $A\hat{B}C$ está dividido em dois ângulos com medida igual a 20°;
- o ângulo $A\hat{C}B$ está dividido em dois ângulos com medida igual a 25°.

Portanto, o ponto *O* representa o incentro do triângulo.

B. No triângulo *DFO*, os lados $\overline{FO}$ e $\overline{DO}$ são perpendiculares e, assim, também são alturas do triângulo. O segmento de reta que tem uma extremidade em *O* e a outra sobre o lado $\overline{FD}$ é perpendicular ao lado $\overline{FD}$.

Portanto, o ponto *O* é o ponto onde as alturas do triângulo se cruzam e representa o ortocentro do triângulo.

C. Cada reta traçada passando pelo triângulo *IGH* é perpendicular a um dos lados do triângulo. Medindo os segmentos formados em cada lado desse triângulo, verificamos que:

- o lado $\overline{IG}$ está dividido em dois segmentos com medida de comprimento igual a 19 mm;
- o lado $\overline{GH}$ está dividido em dois segmentos com medida de comprimento igual a 14 mm;
- o lado $\overline{HI}$ está dividido em dois segmentos com medida de comprimento igual a 23 mm.

Assim, essas retas traçadas, além de serem perpendiculares aos lados do triângulo, os divide em segmentos congruentes, ou seja, elas são mediatrizes.

Portanto, o ponto *O* representa o circuncentro do triângulo.

40. No triângulo $A\hat{C}D$, temos dois ângulos internos medindo 90° e 56°. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, segue que:

$$\hat{s} = 180° - 90° - 56° = 34°$$

No triângulo $A\hat{B}C$ temos dois ângulos internos medindo 90° e 23°. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, segue que:

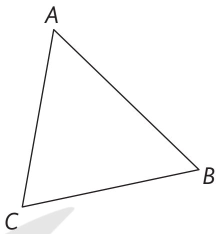
$$\hat{r} = 180° - 90° - 23° = 67°$$

41. O terreno onde Juliana cultiva morango tem formato triangular e as cercas que dividem esse terreno com os terrenos usados para o cultivo de alface e couve são lados desse triângulo. O ponto notável que é equidistante dos lados do triângulo é o incentro, o qual é obtido pela interseção das bissetrizes do triângulo. Assim, para que Juliana coloque esse aspersor satisfazendo à condição de estar a uma mesma distância entre as cercas que dividem o terreno do cultivo de morango com os terrenos de cultivo de alface e couve, ela deve traçar as bissetrizes dos ângulos internos do triângulo formado pela cerca do terreno usado para o cultivo de morango e colocar o aspersor no ponto em que essas bissetrizes se cruzam.

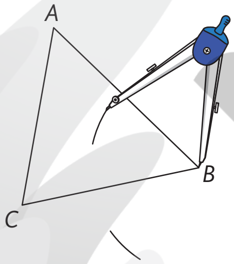
42. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

As mediatrizes de um triângulo podem ser traçadas, usando régua e compasso, de acordo com os seguintes procedimentos.

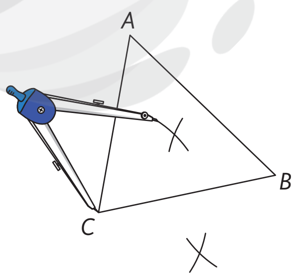
Desenhe um triângulo qualquer.



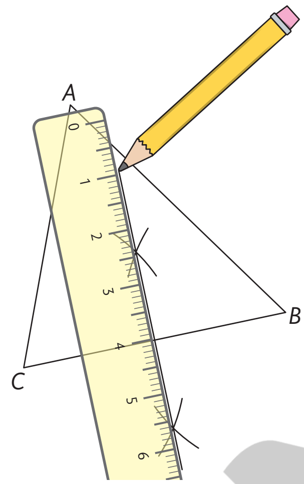
Com a ponta-seca em um dos vértices do triângulo e abertura maior do que a metade da medida do lado, trace dois arcos.



Com a mesma abertura, coloque a ponta-seca na outra extremidade do lado e trace mais dois arcos cruzando os anteriores.



Com uma régua, trace a reta que passa pelos pontos determinados pelos cruzamentos dos arcos.



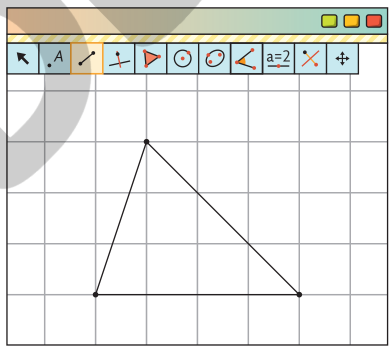
ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Essa reta é a mediatriz do lado *BC*. Repetindo esse processo para os outros lados, obtemos as outras mediatrizes.

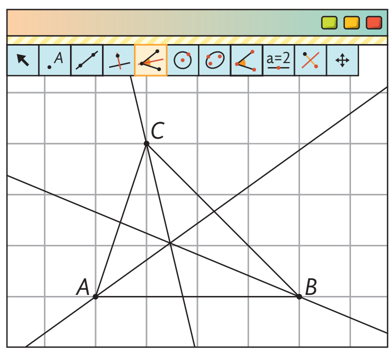
43. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Usando o GeoGebra, podemos construir as mediatrizes de um triângulo com os seguintes procedimentos.

Com a ferramenta **Ponto**, marque três pontos (*A*, *B* e *C*) não alinhados. Depois, com a ferramenta **Segmento**, trace os segmentos *AB*, *BC* e *CA*.

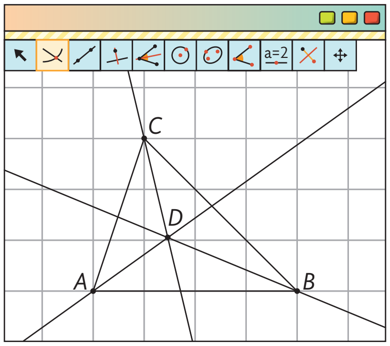


Com a ferramenta **Bissetriz**, clique nos pontos *B*, *A*, *C*, nessa ordem. Repita o processo clicando nos pontos *C*, *B*, *A* e, em seguida, nos pontos *A*, *C*, *B*.

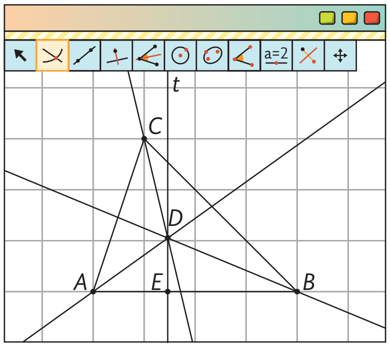


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

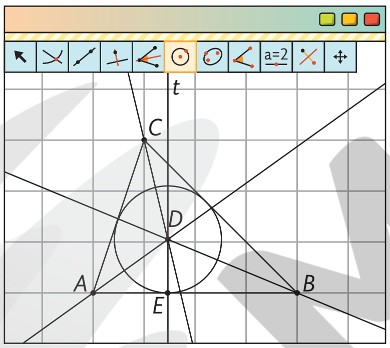
Com a ferramenta **Interseção de Dois Objetos**, clique em duas bissetrizes. O ponto obtido é o incentro do triângulo.



Usando a ferramenta **Reta perpendicular**, trace uma reta t perpendicular ao lado $\overline{AB}$ passando por D. Em seguida, com a ferramenta **Interseção de Dois Objetos**, clique em t e sobre o lado $\overline{AB}$ para obter o ponto E.



Com a ferramenta **Círculo Dados Centro e Um de seus Pontos**, clique em D e E, obtendo, assim, a circunferência inscrita no triângulo.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

44. a) Napoleão Bonaparte foi um dos mais famosos generais dos tempos contemporâneos e um brilhante estrategista de guerra, tornando-se o mais jovem general do Exército francês, com apenas 24 anos.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes citem que Napoleão Bonaparte aderiu à Revolução Francesa, era brilhante nas estratégias de guerra, foi o mais jovem general francês e realizou alguns estudos relacionados às construções geométricas.

c) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Sim, o interesse dele contribuiu para o seu desempenho como estrategista de guerra, pois com a Matemática é possível fazer cálculos do contingente e do armamento necessários para enfrentar um exército inimigo.

d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que a Revolução Francesa foi responsável pelo fim do Absolutismo na França, ou seja, o fim de um sistema político de governo no qual quem governava tinha poderes sem limitações. Uma das principais consequências da Revolução Francesa foi a criação de uma constituição que definiu os direitos individuais e coletivos dos indivíduos, servindo de exemplo para muitos outros países.

e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes encontrem em sua pesquisa o teorema da base média e o teorema de Ceva.

Questão 8. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes construam quadriláteros cujos lados opostos não sejam paralelos.

Atividades

45. Lados do quadrilátero: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$.

Vértices do quadrilátero: A, B, C e D.

Diagonais do quadrilátero: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.

Medidas dos ângulos internos do quadrilátero: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$.

Medidas dos ângulos externos do quadrilátero: $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$.

46. A frase **A** está relacionada a quadriláteros, pois qualquer quadrilátero tem duas diagonais.

A frase **B** não está relacionada a quadriláteros, pois de cada vértice de um quadrilátero parte somente uma diagonal $(4 - 3 = 1)$.

A frase **C** está relacionada a quadriláteros, pois a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360° e a soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono também é igual a 360°.

A frase **D** está relacionada a quadriláteros, pois, ao traçarmos uma diagonal, os outros dois vértices não estarão sobre a reta que contém esta diagonal, formando, assim, dois triângulos.

47. Inicialmente, vamos calcular o valor de x. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°, temos:

$$2x + 10° + 2(x - 1°) + 3x - 2° + \frac{x + 18°}{2} = 360°$$

$$2x + 10° + 2x - 2° + 3x - 2° + \frac{x + 18°}{2} = 360°$$

$$7x + 6° + \frac{x + 18°}{2} = 360°$$

$$\frac{14x + 12° + x + 18°}{2} = 360°$$

$$\frac{15x + 30°}{2} = 360°$$

$$2 \cdot \frac{15x + 30°}{2} = 2 \cdot 360°$$

$$15x + 30° = 720°$$

$$15x + 30° - 30° = 720° - 30°$$

$$15x = 690°$$

$$\frac{15x}{15} = \frac{690°}{15}$$

$$x = 46°$$

Logo, $x = 46°$.

Em seguida, vamos calcular as medidas dos ângulos internos do quadrilátero.

$\hat{a} = 2x + 10° = 2 \cdot 46° + 10° = 92° + 10° = 102°$

$\hat{b} = 2(x - 1°) = 2(46° - 1°) = 2 \cdot 45° = 90°$

$\hat{c} = 3x - 2° = 3 \cdot 46° - 2° = 138° - 2° = 136°$

$\hat{d} = \frac{x + 18°}{2} = \frac{46° + 18°}{2} = \frac{64°}{2} = 32°$

Assim, obtemos:

$(\hat{a} + \hat{b}) - (\hat{c} + \hat{d}) = (102° + 90°) - (136° + 32°) =$
$= 192° - 168° = 24°$

Portanto, a alternativa correta é a **e**.

48. a) Como a figura é um quadrilátero, de cada vértice é possível traçar uma diagonal. Logo, parte uma diagonal do vértice *A* e parte uma diagonal do vértice *B*.

b) Os ângulos internos e externos de um polígono, no mesmo vértice, são suplementares, ou seja, a soma de suas medidas é igual a 180°. Então, o ângulo interno no vértice *A* mede 102° e o ângulo externo mede 78°. Já no vértice *B*, o ângulo interno mede 105° e o ângulo externo mede 75°.

c) Sugestão de resposta:

Medidas dos ângulos internos: vértice *C*: 68°;
vértice *D*: 85°;
medidas dos ângulos externos: vértice *C*: 112°;
vértice *D*: 95°.

49. De acordo com a figura, o menor ângulo é o de medida $\hat{a}$. Então, $\hat{a} = 45°$. Desse modo, temos:

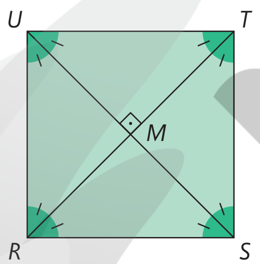
$\hat{c} = 30° + \hat{a} = 30° + 45° = 75°$

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, temos:

$$\hat{b} + \hat{d} = 360° - \hat{a} - \hat{c} = 360° - 45° - 75° = 240°.$$

Por fim, como $\hat{b} = \hat{d}$, segue que $\hat{b} = \hat{d} = 120°$.

Questão 9. Para demonstrar essa propriedade, utilizamos o quadrado *RSTU* e o dividimos em duas partes.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

I. Considerando os triângulos *RUS* e *STR*, temos:

os lados $\overline{UR}$ e $\overline{TS}$ são congruentes, pois são lados opostos de um paralelogramo;

os ângulos $U\hat{R}S$ e $R\hat{S}T$ medem 90°, logo são congruentes;

o segmento $\overline{RS}$ é lado comum aos dois triângulos.

Assim, pelo caso de congruência de triângulos *LAL*, $\triangle RUS \cong \triangle STR$. Logo, os lados $\overline{US}$ e $\overline{RT}$ dos triângulos, que são as diagonais do quadrado *RSTU*, são congruentes.

Logo, as diagonais de um quadrado são congruentes.

II. Considere os triângulos *UMR*, *SMR*, *TMS* e *UMT* obtidos ao traçar as diagonais do quadrado *RSTU*. Temos $RU = UT = TS = SR$, pois os lados do quadrado são congruentes. E, ainda, $UM = MS$ e $RM = MT$, pois *M* é ponto médio dos segmentos *US* e *RT*, desse modo os 4 triângulos são congruentes pelo caso *LLL*.

Ademais, os 4 ângulos correspondentes com vértices nas extremidades do segmento *US* são congruentes e o mesmo ocorre com os 4 ângulos com vértices nas extremidades do segmento *RT*. Ainda da congruência dos quatro triângulos, os 4 ângulos com vértices em *M* são congruentes. Como a soma das medidas desses ângulos é 360°, cada um deles mede 90°.

Sendo assim, as diagonais do quadrado são perpendiculares entre si e correspondem às bissetrizes dos ângulos internos.

Portanto, por **I** e **II**, concluímos que as diagonais de um quadrado são congruentes, perpendiculares entre si e correspondem às bissetrizes dos ângulos internos.

Atividades

50. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes identifiquem retângulos e quadrados.

b) Sim. As medidas de todos os ângulos internos dos retângulos e dos quadrados são iguais a 90°.

51. a) Como os lados opostos de um paralelogramo são congruentes, então $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. Como $BC = 2$ m, segue que o comprimento do lado $\overline{AD}$ mede 2 m.

b) O ângulo de medida $\hat{b}$ é oposto ao ângulo de 117°. Assim, $\hat{b} = 117°$. Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ também são opostos, ou seja, $\hat{a} = \hat{c}$. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um paralelogramo é igual a 360°, temos:

$$117° + \hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 360°$$
$$117° + \hat{a} + 117° + \hat{a} = 360°$$
$$234° + 2\hat{a} = 360°$$
$$234° + 2\hat{a} - 234° = 360° - 234°$$
$$2\hat{a} = 126°$$
$$\frac{2\hat{a}}{2} = \frac{126°}{2}$$
$$\hat{a} = 63°$$

Logo, $\hat{a} = \hat{c} = 63°$.

c) Como os lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são opostos, então $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. Do item **a**, concluímos que os lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ medem 2 m. Sabendo que o perímetro desse paralelogramo mede 12 m, temos:

$$AB + BC + CD + AD = 12$$
$$AB + 2 + AB + 2 = 12$$
$$2AB + 4 = 12$$
$$2AB + 4 - 4 = 12 - 4$$
$$2AB = 8$$
$$\frac{2AB}{2} = \frac{8}{2}$$
$$AB = 4$$

Portanto, o comprimento do lado $\overline{AB}$ mede 4 m.

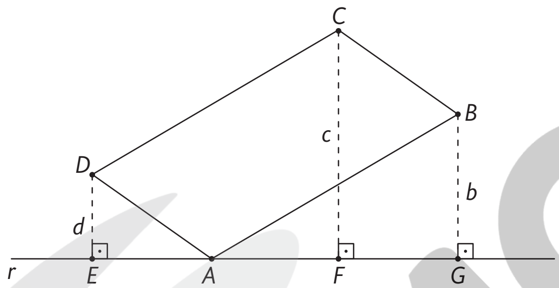
52. O quadrilátero **A** não é um paralelogramo, pois tem um par de lados opostos que não são congruentes. Já os quadriláteros **B** e **C** têm seus lados opostos congruentes. Como consequência disso, seus lados opostos também são paralelos. Logo, os quadriláteros **B** e **C** são paralelogramos.

53. a) As peças que compõem o tangram têm formatos de triângulos e quadriláteros.

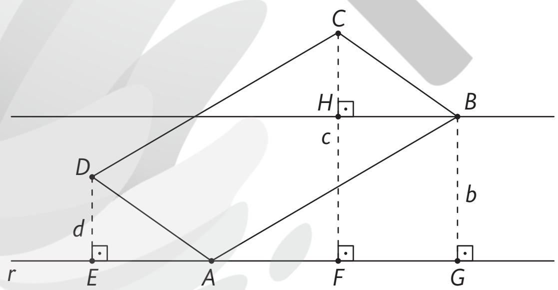
b) No tangram, somente o quadrado tem os ângulos internos retos.

c) As peças do tangram, como estão encaixadas, formam um quadrado. O quadrilátero que não é um quadrado é um paralelogramo e dois seus lados consecutivos estão sobre o lado da diagonal do quadrado formado pelas peças do tangram. Como a diagonal do quadrado é uma bissetriz dele, verificamos que o paralelogramo tem dois ângulos internos medindo 45°. As medidas desses ângulos adicionados resultam em 90° e, assim, restam 270° para completar os 360° da soma das medidas dos ângulos internos desse paralelogramo. Os dois outros ângulos do paralelogramo também são opostos e, por isso, têm a mesma medida. Logo, cada um deles mede 135°, pois $\frac{270°}{2} = 135°$. Portanto, os ângulos internos do paralelogramo medem 45° e 135°.

54. Primeiro, vamos nomear *E*, *F* e *G* as extremidades dos segmentos de comprimento *d*, *c* e *b*, respectivamente, que estão sobre a reta *r*.



Trace uma reta perpendicular ao segmento de comprimento *c* e indique como *H* o ponto de interseção dessa reta com o segmento.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Desse modo, verificamos que os ângulos $B\hat{H}F$, $H\hat{F}G$ e $F\hat{G}B$ são ângulos retos. Como consequência disso, o ângulo $H\hat{B}G$ do quadrilátero *HFGB* também é um ângulo reto e esse quadrilátero é um retângulo. Como o retângulo é um caso particular de paralelogramo, seus lados opostos são congruentes. Logo, o segmento *FH* mede *b*.

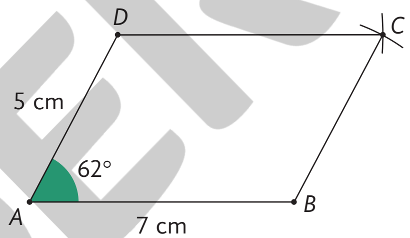
Considere, agora, os triângulos *CHB* e *DEA*. Os lados $\overline{CB}$ e $\overline{DA}$ desses triângulos são congruentes, pois são lados opostos do paralelogramo *ABCD*. Os ângulos $C\hat{H}B$ e $D\hat{E}A$ são congruentes, pois são ângulos retos, e os ângulos $H\hat{B}C$ e $E\hat{A}D$ são congruentes, pois $BH//r$ e $DA//CB$. Assim, pelo caso LAA_o de congruência de triângulos, segue que $\triangle CHB \cong \triangle DEA$ e, consequentemente, *CH* mede *d*. Como *c* é igual à adição dos comprimentos de *CH* e *FH*, segue que $c = b + d$.

55. A. Com uma régua, trace primeiro o lado $\overline{AB}$ medindo 7 cm de comprimento. Em seguida, usando um transferidor, construa o ângulo com medida $B\hat{A}D = 62°$. Depois disso, trace o lado $\overline{AD}$ com 5 cm.

Com a ponta-seca do compasso em *B* e abertura com a mesma medida de $\overline{AD}$, trace um arco.

Com a ponta-seca em *D* e abertura com a mesma medida de $\overline{AB}$, trace um arco cruzando o arco desenhado anteriormente.

A interseção dos arcos é o vértice *C* do paralelogramo. Traçando os lados $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$, obtém-se o paralelogramo.

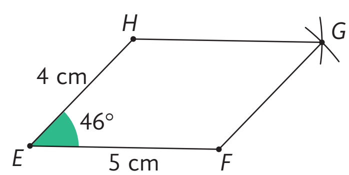


B. Com uma régua, trace primeiro o lado $\overline{EF}$ medindo 5 cm. Em seguida, usando um transferidor, construa o ângulo com medida $F\hat{E}H = 46°$. Depois disso, trace o lado $\overline{EH}$ com 4 cm.

Com a ponta-seca do compasso em *F* e abertura com a mesma medida de $\overline{EH}$, trace um arco.

Com a ponta-seca em *H* e abertura com a mesma medida de $\overline{EF}$, trace um arco cruzando o arco desenhado anteriormente.

A interseção dos arcos é o vértice *G* do paralelogramo. Traçando os lados $\overline{FG}$ e $\overline{GH}$, obtém-se o paralelogramo.



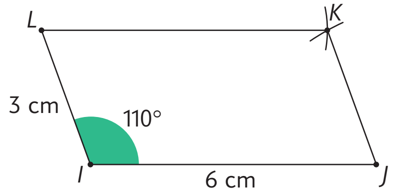
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

C. Com uma régua, trace primeiro o lado $\overline{IJ}$ medindo 6 cm. Em seguida, com um transferidor, construa o ângulo com medida $J\hat{I}L = 110°$. Depois disso, trace o lado $\overline{IL}$ com 3 cm.

Com a ponta-seca do compasso em *J* e abertura com a mesma medida de $\overline{IL}$, trace um arco.

Com a ponta-seca em *L* e abertura com a mesma medida de $\overline{IJ}$, trace um arco cruzando o arco desenhado anteriormente.

A interseção dos arcos é o vértice K do paralelogramo. Traçando os lados $\overline{JK}$ e $\overline{KL}$, obtém-se o paralelogramo.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

56. Como o paralelogramo A tem os quatro lados congruentes, ele é um losango.

O paralelogramo B tem seus ângulos internos formados por diagonais de quadrados consecutivos da malha, isto é, seus ângulos internos são retos. Como seus quatros lados não têm a mesma medida de comprimento, ele é um retângulo.

O paralelogramo C não pode ser classificado, pois não é possível saber, apenas pela malha, qual é a medida dos seus ângulos internos.

Os paralelogramos D e E, pelo mesmo motivo do paralelogramo B, têm seus ângulos internos retos, mas esses paralelogramos têm todos os seus lados congruentes. Por esse motivo, os paralelogramos D e E podem ser classificados como losangos, quadrados e retângulos.

57. A. Como um losango é também um paralelogramo, seus ângulos opostos são congruentes. Assim, as medidas dos ângulos $B\widehat{A}D$ e $B\widehat{C}D$ são iguais. Além disso, as diagonais de um losango são bissetrizes e, desse modo, $x + 8° = 30°$. Resolvendo essa equação, temos:

$$x + 8° = 30°$$
$$x + 8° - 8° = 30° - 8°$$
$$x = 22°$$

Portanto, $x = 22°$.

B. Em um quadrado, os quatro ângulos internos são retos e as diagonais são bissetrizes. Logo, $x + 19° = 45°$. Resolvendo essa equação, temos:

$$x + 19° = 45°$$
$$x + 19° - 19° = 45° - 19°$$
$$x = 26°$$

Portanto, $x = 26°$.

C. Em um losango, suas diagonais são bissetrizes. Assim, o ângulo $I\widehat{K}L$ mede $x + 10°$ e o ângulo $L\widehat{J}K$ mede x. Esses dois ângulos, juntamente com o ângulo reto que é o encontro das diagonais do losango, são ângulos internos de um triângulo. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, obtemos $2x + 100° = 180°$. Resolvendo essa equação, temos:

$$2x + 100° = 180°$$
$$2x + 100° - 100° = 180° - 100°$$
$$2x = 80°$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{80°}{2}$$
$$x = 40°$$

Portanto, $x = 40°$.

58. A. Os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes. Assim, os ângulos $A\widehat{B}C$ e $A\widehat{D}C$ medem 109°. Além disso, os ângulos $B\widehat{C}D$ e $B\widehat{A}D$ também têm a mesma medida, pois são opostos. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°, temos:

$$\text{med}\left(A\widehat{B}C\right) + \text{med}\left(A\widehat{D}C\right) + \text{med}\left(B\widehat{C}D\right) +$$
$$+ \text{med}\left(B\widehat{A}D\right) = 360°$$
$$109° + 109° + \text{med}\left(B\widehat{C}D\right) + \text{med}\left(B\widehat{C}D\right) = 360°$$
$$218° + 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{C}D\right) = 360°$$
$$218° + 2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{C}D\right) - 218° = 360° - 218°$$
$$2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{C}D\right) = 142°$$
$$\frac{2 \cdot \text{med}\left(B\widehat{C}D\right)}{2} = \frac{142°}{2}$$
$$\text{med}\left(B\widehat{C}D\right) = 71°$$

Portanto, as medidas dos ângulos internos do paralelogramo são:

$$\text{med}\left(A\widehat{B}C\right) = \text{med}\left(A\widehat{D}C\right) = 109° \text{ e}$$
$$\text{med}\left(B\widehat{C}D\right) = \text{med}\left(B\widehat{A}D\right) = 71°.$$

B. Os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes, assim os ângulos $F\widehat{E}H$ e $F\widehat{G}H$ medem 87°. Os ângulos $E\widehat{H}G$ e $E\widehat{F}G$ também têm a mesma medida, pois são opostos. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°, temos:

$$\text{med}\left(F\widehat{E}H\right) + \text{med}\left(F\widehat{G}H\right) + \text{med}\left(E\widehat{H}G\right) +$$
$$+ \text{med}\left(E\widehat{F}G\right) = 360°$$
$$87° + 87° + \text{med}\left(E\widehat{H}G\right) + \text{med}\left(E\widehat{H}G\right) = 360°$$
$$174° + 2 \cdot \text{med}\left(E\widehat{H}G\right) = 360°$$
$$174° + 2 \cdot \text{med}\left(E\widehat{H}G\right) - 174° = 360° - 174°$$
$$2 \cdot \text{med}\left(E\widehat{H}G\right) = 186°$$
$$\frac{2 \cdot \text{med}\left(E\widehat{H}G\right)}{2} = \frac{186°}{2}$$
$$\text{med}\left(E\widehat{H}G\right) = 93°$$

Portanto, as medidas dos ângulos internos do paralelogramo são:

$$\text{med}\left(F\widehat{E}H\right) = \text{med}\left(F\widehat{G}H\right) = 87°$$
$$\text{med}\left(E\widehat{H}G\right) = \text{med}\left(E\widehat{F}G\right) = 93°$$

C. Os ângulos (interno e externo) em um mesmo vértice de um polígono são suplementares. Desse modo, o ângulo $J\widehat{K}L$ mede 52°, pois $180° - 128° = 52°$. Como os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes, os ângulos $J\widehat{K}L$ e $J\widehat{I}L$ medem 52°. Além disso, os ângulos $I\widehat{L}K$ e $I\widehat{J}L$ também têm a mesma medida, pois são opostos. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°, temos:

$$\text{med}\left(J\widehat{K}L\right) + \text{med}\left(J\widehat{I}L\right) + \text{med}\left(I\widehat{L}K\right) + \text{med}\left(I\widehat{J}K\right) = 360°$$
$$52° + 52° + \text{med}\left(I\widehat{L}K\right) + \text{med}\left(I\widehat{L}K\right) = 360°$$
$$104° + 2 \cdot \text{med}\left(I\widehat{L}K\right) = 360°$$
$$104° + 2 \cdot \text{med}\left(I\widehat{L}K\right) - 104° = 360° - 104°$$

$2 \cdot \text{med}\left(\widehat{ILK}\right) = 256°$

$\dfrac{2 \cdot \text{med}\left(\widehat{ILK}\right)}{2} = \dfrac{256°}{2}$

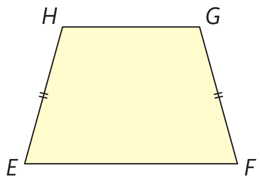
$\text{med}\left(\widehat{ILK}\right) = 128°$

Portanto, as medidas dos ângulos internos do paralelogramo são:

$\text{med}\left(\widehat{JKL}\right) = \text{med}\left(\widehat{JIL}\right) = 52°$

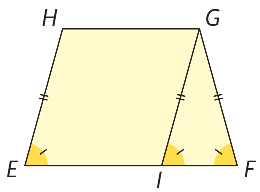
$\text{med}\left(\widehat{ILK}\right) = \text{med}\left(\widehat{IJK}\right) = 128°$

Questão 10. Para a demonstração, considere o trapézio isósceles *EFGH*.



Primeiro, vamos mostrar que $\widehat{E}$ e $\widehat{F}$ são congruentes. Acompanhe:

No trapézio isósceles *EFGH*, temos *EF*//*HG*. Traçando um segmento paralelo à $\overline{EH}$ com extremidade em *G* e outra em *I* sobre $\overline{EF}$, obtemos um paralelogramo *EHGI*, assim $EH = GI$, além disso, $EH = GF$, pois *EFGH* é um trapézio isósceles.



Desse modo, $GI = GF$, ou seja, $\triangle FGI$ é isósceles, logo $G\widehat{F}I \cong G\widehat{I}F$. Como *EH*//*GI*, verificamos que $H\widehat{E}I \cong G\widehat{I}F$, pois esses ângulos são correspondentes. Assim, $\widehat{E}$ e $\widehat{F}$ são congruentes.

Agora, vamos mostrar que $\widehat{H}$ e $\widehat{G}$ são congruentes.

Os ângulos $\widehat{H}$ e $\widehat{G}$ são ângulos colaterais internos, logo são suplementares. Do mesmo modo, $\widehat{G}$ e $\widehat{F}$ são suplementares, pois são colaterais internos. Desse modo, temos:

$\text{med}\left(\widehat{H}\right) + \text{med}\left(\widehat{E}\right) = 180°$, assim $\text{med}\left(\widehat{H}\right) = 180° - \text{med}\left(\widehat{E}\right)$

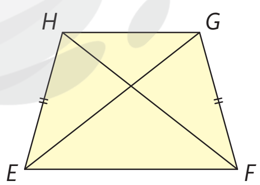
$\text{med}\left(\widehat{G}\right) + \text{med}\left(\widehat{F}\right) = 180°$, assim $\text{med}\left(\widehat{G}\right) = 180° - \text{med}\left(\widehat{F}\right)$

Como $\widehat{E}$ e $\widehat{F}$ são congruentes, obtemos:

$\text{med}\left(\widehat{H}\right) = \text{med}\left(\widehat{G}\right) = 180° - \text{med}\left(\widehat{E}\right)$

Logo, $\widehat{H}$ e $\widehat{G}$ são congruentes.

Vamos provar que as diagonais de um trapézio isósceles são congruentes. Para isso, considere o trapézio *EHGI*.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Nesse trapézio, as diagonais $\overline{EG}$ e $\overline{FH}$ formam os triângulos *HEF* e *GFE*. Como esse trapézio é isósceles, $\overline{HE} \cong \overline{GF}$. Além disso, $\overline{EF}$ é comum aos triângulos *HEF* e *GFE*, e $H\widehat{E}F \cong G\widehat{F}E$. Desse modo, pelo caso de congruência de triângulos *LAL*, concluímos que $\triangle HEF \cong \triangle GFE$. Logo, $\overline{FH} \cong \overline{EG}$.

Portanto, em um trapézio isósceles, os ângulos internos da mesma base e as diagonais são congruentes.

Atividades

59. A. Os lados paralelos são $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. Como a medida do lado $\overline{CD}$ é maior do que a medida do lado $\overline{AB}$, então $\overline{CD}$ é a base maior e $\overline{AB}$ é a base menor.

B. Os lados paralelos são $\overline{EH}$ e $\overline{FG}$. Como a medida do lado $\overline{EH}$ é maior do que a medida do lado $\overline{FG}$, então $\overline{EH}$ é a base maior e $\overline{FG}$ é a base menor.

C. Os lados paralelos são $\overline{LK}$ e $\overline{IJ}$. Como a medida do lado $\overline{IJ}$ é maior do que a medida do lado $\overline{LK}$, então $\overline{IJ}$ é a base maior e $\overline{LK}$ é a base menor.

60. No trapézio **A**, os lados que não são paralelos têm a mesma medida de comprimento. Logo, esse trapézio é isósceles. Os lados não paralelos do trapézio **B** têm medidas de comprimento diferentes, Logo, esse trapézio é escaleno. Os lados não paralelos do trapézio **C** têm medidas de comprimento diferentes. Além disso, dois de seus lados consecutivos formam um ângulo reto. Logo, esse trapézio é escaleno e retângulo. No trapézio **D**, os lados não paralelos têm medidas de comprimento diferentes, além disso, dois de seus lados consecutivos formam um ângulo reto. Logo, esse trapézio é escaleno e retângulo.

61. Como todo trapézio é quadrilátero, para resolver os itens dessa atividade, vamos usar o fato de que a soma das medidas de seus ângulos internos é igual a 360°.

A. Adicionando as medidas apresentadas na imagem, temos:

$$x - 25° + x + x + 20° + x + 45° = 360°$$
$$4x + 40° = 360°$$
$$4x + 40° - 40° = 360° - 40°$$
$$4x = 320°$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{320°}{4}$$
$$x = 80°$$

Substituindo *x* por 80° nas medidas dos ângulos internos do trapézio, temos:

$\text{med}\left(B\widehat{A}D\right) = x - 25° = 80° - 25° = 55°$

$\text{med}\left(A\widehat{B}C\right) = x = 80°$

$\text{med}\left(B\widehat{C}D\right) = x + 20° = 80° + 20° = 100°$

$\text{med}\left(A\widehat{D}C\right) = x + 45° = 80° + 45° = 125°$

B. Adicionando as medidas apresentadas na imagem, temos:

$$2 \cdot (x + 5°) + 2 \cdot (x + 45°) = 360°$$
$$2x + 10° + 2x + 90° = 360°$$
$$4x + 100° = 360°$$
$$4x + 100° - 100° = 360° - 100°$$
$$4x = 260°$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{260°}{4}$$
$$x = 65°$$

Substituindo x por 65° nas medidas dos ângulos internos do trapézio, temos:

$\text{med}\left(E\hat{F}G\right) = \text{med}\left(F\hat{G}H\right) = x + 5° = 65° + 5° = 70°$

$\text{med}\left(E\hat{H}G\right) = \text{med}\left(F\hat{E}H\right) = x + 45° = 65° + 45° = 110°$

C . Nesse trapézio, verificamos que $\text{med}\left(I\hat{L}K\right) = \text{med}\left(L\hat{I}J\right) = 90°$.

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°, então a soma das medidas dos ângulos $I\hat{J}K$ e $J\hat{K}L$ é igual a 180°. Sendo assim, temos:

$$x + 30° + x - 30° = 180°$$
$$2x = 180°$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{180°}{2}$$
$$x = 90°$$

Substituindo x por 90° nas medidas dos ângulos internos do trapézio, temos:

$\text{med}\left(I\hat{J}K\right) = x + 30° = 90° + 30° = 120°$

$\text{med}\left(J\hat{K}L\right) = x - 30° = 90° - 30° = 60°$

62. A. De acordo com as informações apresentadas, os lados $\overline{AB}$ e $\overline{DC}$ do trapézio são paralelos e $\text{med}\left(B\hat{C}D\right) = 115°$. Nesse caso, temos:

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) + \text{med}\left(B\hat{C}D\right) = 180°$

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) + 115° = 180°$

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) + 115° - 115° = 180° - 115°$

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) = 65°$

Como as medidas dos ângulos $A\hat{B}C$ e $B\hat{A}D$ são iguais, então $\text{med}\left(B\hat{A}D\right) = 65°$.

Por fim, para calcular a medida do ângulo $A\hat{D}C$, resolvemos o cálculo a seguir.

$\text{med}\left(A\hat{B}C\right) + \text{med}\left(B\hat{C}D\right) + \text{med}\left(A\hat{D}C\right) +$

$+ \text{med}\left(B\hat{A}D\right) = 360°$

$65° + 115° + \text{med}\left(A\hat{D}C\right) + 65° = 360°$

$\text{med}\left(A\hat{D}C\right) + 245° = 360°$

$\text{med}\left(A\hat{D}C\right) + 245° - 245° = 360° - 245°$

$\text{med}\left(A\hat{D}C\right) = 115°$

Portanto, $\text{med}\left(A\hat{D}C\right) = 115°$.

B . De acordo com a imagem, os ângulos $E\hat{H}G$ e $F\hat{E}H$ são retos, ou seja, $\text{med}\left(E\hat{H}G\right) = \text{med}\left(F\hat{E}H\right) = 90°$. Além disso, $\text{med}\left(F\hat{E}H\right) = 2 \cdot \text{med}\left(E\hat{F}G\right)$. Então:

$$\text{med}\left(F\hat{E}H\right) = 2 \cdot \text{med}\left(E\hat{F}G\right)$$
$$90° = 2 \cdot \text{med}\left(E\hat{F}G\right)$$
$$\frac{90°}{2} = \frac{2 \cdot \text{med}\left(E\hat{F}G\right)}{2}$$
$$45° = \text{med}\left(E\hat{F}G\right)$$

Por fim, para calcular a medida do ângulo $F\hat{G}H$, resolvemos o cálculo a seguir.

$$\text{med}\left(F\hat{G}H\right) + \text{med}\left(E\hat{F}G\right) = 180°$$
$$\text{med}\left(F\hat{G}H\right) + 45° = 180°$$
$$\text{med}\left(F\hat{G}H\right) + 45° - 45° = 180° - 45°$$
$$\text{med}\left(F\hat{G}H\right) = 135°$$

Portanto, $\text{med}\left(F\hat{G}H\right) = 135°$.

63. Como o trapézio é isósceles, os lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ têm a mesma medida de comprimento. Sendo x essa medida e considerando que o perímetro do trapézio mede 16 m, temos:

$$7 + x + 4 + x = 16$$
$$2x + 11 = 16$$
$$2x + 11 - 11 = 16 - 11$$
$$2x = 5$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{5}{2}$$
$$x = 2{,}5$$

Portanto, os lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ medem 2,5 m de comprimento cada um.

Questão 11. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que o contorno de uma figura circular é uma circunferência e que nessa figura geométrica todos os seus pontos estão a uma mesma distância do centro. Outra característica é que as circunferências não têm lados ou vértices.

Atividades

64. Resposta pessoal. Sugestões de resposta: Moedas, CD, copos e garrafas.

65. Em uma circunferência, o comprimento do raio tem a metade da medida de comprimento do seu diâmetro. Portanto, o comprimento do raio dessa circunferência mede 13,5 cm, pois $\frac{27}{2} = 13{,}5$.

66. a) Na circunferência de centro B, identificamos que:

- $\overline{BA}$, $\overline{BI}$, $\overline{BC}$ e $\overline{BF}$ são raios, pois unem o centro da circunferência a um de seus pontos.
- $\overline{IF}$ e $\overline{AC}$ são diâmetros, pois são segmentos que unem dois pontos distintos da circunferência passando pelo seu centro (são cordas que passam pelo centro da circunferência).
- $\overline{AC}$, $\overline{EI}$, $\overline{CF}$ e $\overline{IF}$ são cordas, pois unem dois pontos distintos da circunferência.

b) Na circunferência de centro C, identificamos que:

- $\overline{CB}$, $\overline{CH}$, $\overline{CD}$ e $\overline{CF}$ são raios, pois unem o centro da circunferência a um de seus pontos.
- $\overline{BD}$ e $\overline{FH}$ são diâmetros, pois são segmentos que unem dois pontos distintos da circunferência passando pelo seu centro (são cordas que passam pelo centro da circunferência).
- $\overline{BD}$, $\overline{GH}$, $\overline{BF}$ e $\overline{FH}$ são cordas, pois unem dois pontos distintos da circunferência.

c) Sugestão de resposta:

Os ângulos $A\hat{B}I$ e $D\hat{C}H$ são ângulos centrais, pois seus vértices estão nos centros das circunferências e seus lados passam por pontos das circunferências.

67. a) Em uma circunferência, o comprimento do raio tem a metade da medida de comprimento do seu diâmetro. Portanto, o comprimento do raio dessa circunferência mede 6,4 cm, pois $\frac{12{,}8}{2} = 6{,}4$.

b) Em uma circunferência, o comprimento do diâmetro tem o dobro da medida de comprimento do seu raio. Portanto, o comprimento do diâmetro dessa circunferência mede 4,2 cm, pois $2 \cdot 2{,}1 = 4{,}2$.

68. Como as diagonais de um retângulo têm a mesma medida de comprimento, o comprimento do segmento *OA* mede 10,5 cm. O ponto *O* é o centro da circunferência e o ponto *A* está na circunferência. Então, $\overline{OA}$ é um raio da circunferência. Como, em uma circunferência, o diâmetro tem o dobro da medida de comprimento de seu raio, então o comprimento do diâmetro dessa circunferência mede 21 cm, pois $2 \cdot 10{,}5 = 21$.

69. O comprimento do diâmetro da circunferência desenhada por Jade não pode medir mais de 15,3 cm, pois, do contrário, não caberá no pedaço de cartolina. Assim, a medida do comprimento do raio da circunferência deve ser igual a 7,65 cm, pois $\frac{15{,}3}{2} = 7{,}65$.

70. a) Como o raio da roda menor terá 18 cm de medida de comprimento, seu diâmetro terá 36 cm, pois $2 \cdot 18 = 36$. Dobrando essa medida, obtemos 72 cm, pois $2 \cdot 36 = 72$. Essa será a medida de comprimento do raio da roda maior. Sendo assim, o comprimento do diâmetro da roda maior medirá 144 cm ou 1,44 m, visto que $2 \cdot 72 = 144$.

b) Resposta pessoal: Espera-se que os estudantes obtenham, como resultado de sua pesquisa, informações sobre alguns tipos de bicicleta, entre elas as bicicletas de passeio, as bicicletas *mountain bike* para trilhas e as bicicletas para ciclismo. Espera-se que eles mencionem em suas produções alguns benefícios do uso da bicicleta, incluindo a melhora da musculatura, o aumento da resistência física, a redução do colesterol e o controle da pressão arterial.

Atividades

71. Um polígono está inscrito em uma circunferência se seus vértices são pontos da circunferência. Nas figuras **B** e **C**, os vértices dos polígonos não são pontos das circunferências. Logo, a figura com um polígono inscrito em uma circunferência é a figura **A**.

72. a) Da definição de ângulo central de um polígono, segue que a quantidade de ângulos centrais em um polígono é igual à quantidade de lados desse polígono. Se o polígono for regular, então os ângulos centrais terão todos a mesma medida. Assim, para calcular a medida do ângulo central, basta dividir 360°, que é referente a uma volta completa, pela quantidade de lados do polígono.

- O ângulo central do triângulo mede 120°, pois $\frac{360°}{3} = 120°$.
- O ângulo central do quadrado mede 90°, pois $\frac{360°}{4} = 90°$.
- O ângulo central do hexágono mede 60°, pois $\frac{360°}{6} = 60°$.
- O ângulo central do decágono mede 36°, pois $\frac{360°}{10} = 36°$.

b) Sugestão de resposta:

Para calcular a medida do ângulo central de um polígono regular, dividimos 360° pela quantidade de lados dele.

73. A. Na imagem, temos um hexágono inscrito em uma circunferência com um ângulo central de centro *O*. De acordo com essa imagem, o maior ângulo, representado por *x*, tem quatro vezes a medida do ângulo central. Como, em um hexágono, o ângulo central mede 60°, pois $\frac{360°}{6} = 60°$, verificamos que $x = 4 \cdot 60° = 240°$.

B. Unindo dois vértices consecutivos de um polígono regular inscrito em uma circunferência e o centro dela, obtemos um triângulo isósceles, pois dois de seus lados coincidirão com dois raios da circunferência. Assim, um polígono regular de *n* lados pode ser visto como a junção de *n* triângulos isósceles. Esses triângulos isósceles são todos congruentes entre si pelo caso *LLL*. Como consequência disso, ângulos opostos aos lados congruentes desses triângulos são todos congruentes. Na imagem, temos um octógono inscrito em uma circunferência, cujo ângulo central mede 45°, pois $\frac{360°}{8} = 45°$. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos:

$$x + x + 45° = 180°$$
$$2x + 45° = 180°$$
$$2x + 45° - 45 = 180° - 45°$$
$$2x = 135°$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{135°}{2}$$
$$x = 67{,}5°$$

Portanto, $x = 65{,}7°$.

C. De acordo com a imagem, temos um quadrado inscrito em uma circunferência, cujo ângulo central mede 90°, pois $\frac{360°}{4} = 90°$. Usando o mesmo argumento do item anterior, temos:

$$2x + 90° = 180°$$
$$2x + 90° - 90° = 180° - 90°$$
$$2x = 90°$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{90°}{2}$$
$$x = 45°$$

Portanto, $x = 45°$.

74. a) Como o quadrado tem 4 lados, o ângulo central mede 90°, pois $\frac{360°}{4} = 90°$.

b) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

O passo a passo para desenhar um quadrado usando régua e compasso é dado pelo fluxograma a seguir.

Início

↓

Trace duas retas perpendiculares.

↓

Com a ponta-seca do compasso na interseção das retas, trace um arco cruzando cada semirreta.

↓

Ligue as interseções dos arcos com as semirretas.

↓

Fim

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes sigam os passos do fluxograma do item anterior e construam um quadrado usando régua e compasso.

75. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes justifiquem que os triângulos com vértice em *O* e em dois vértices consecutivos do hexágono são equiláteros. Sendo assim, o hexágono está inscrito em uma circunferência e seu ângulo central mede 60°. Além disso, os seis lados desse polígono são congruentes, pois cada triângulo formado na construção do polígono é equilátero.

b) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Uma maneira de desenhar um hexágono regular usando régua e o esquadro é dado pelo seguinte fluxograma.

Início

↓

Construa um ângulo com medida igual à do ângulo central de um hexágono equilátero, ou seja, 60°.

↓

Trace uma circunferência de raio qualquer e centro no vértice do ângulo de 60°. Na interseção dos lados do ângulo com a circunferência, marque os pontos *A* e *B*.

↓

Com a ponta-seca do compasso no último ponto marcado, e abertura igual à medida de $\overline{AB}$, marque sobre a circunferência o ponto *C*. De maneira semelhante, marque os pontos *D*, *E* e *F*.

↓

Usando o esquadro, ligue com segmentos de reta os pontos consecutivos marcados sobre a circunferência.

↓

Fim

Questão 12. Efetuando os cálculos, temos:

$C = d\pi$

$C = 6{,}8 \cdot 3{,}14$

$C = 21{,}352$

$C \simeq 21{,}35$

Portanto, a medida do comprimento aproximado da circunferência é 21,35 cm.

Atividades

76. a) Para $r = 3$, temos:

$C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3$

$C = 6{,}28 \cdot 3$

$C = 18{,}84$

Portanto, a medida do comprimento da circunferência é 18,84 cm.

b) Para $r = 7$, temos:

$C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 7$

$C = 6{,}28 \cdot 7$

$C = 43{,}96$

Portanto, a medida do comprimento da circunferência é 43,96 cm.

c) Para $d = 7$, temos:

$C = d\pi$

$C = 7 \cdot 3{,}14$

$C = 21{,}98$

Portanto, a medida do comprimento da circunferência é 21,98 cm.

d) Para $d = 11$, temos:

$C = d\pi$

$C = 11 \cdot 3{,}14$

$C = 34{,}54$

Portanto, a medida do comprimento da circunferência é 34,54 cm.

77. a) Usando a fórmula $C = d\pi$, vamos calcular a medida do comprimento da circunferência da roda do carro do pai do Rafael.

$C = d\pi$

$C = 45{,}26 \cdot 3{,}14$

$C = 142{,}1164$

$C \simeq 142{,}12$

Logo, a circunferência da roda mede aproximadamente 142,12 cm de comprimento.

Calculando em metro a medida da distância aproximada percorrida pelo carro quando a roda dá uma volta, obtemos 1,42 m, pois $100 \cdot 142{,}12 = 1{,}4212 \simeq 1{,}42$.

b) Percorrer 1 km é o mesmo que percorrer 1000 m. Do item anterior, verificamos que o carro percorre 1,42 m quando a roda dá uma volta completa. Como $1000 : 1{,}42 \simeq 704$, então podemos concluir que a roda dá aproximadamente 704 voltas quando o carro percorre 1 km.

78.

$$C = 2\pi r$$
$$84{,}78 = 2 \cdot 3{,}14r$$
$$84{,}78 = 6{,}28r$$
$$\frac{84{,}78}{6{,}28} = \frac{6{,}28r}{6{,}28}$$
$$13{,}5 = r$$

Portanto, o comprimento do raio dessa circunferência mede 13,5 cm.

79. Usando a fórmula $C = 2\pi r$, vamos calcular a medida do comprimento da circunferência de centro O cujo raio mede 2 m.

$C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2$

$C = 6{,}28 \cdot 2$

$C = 12{,}56$

Logo, a medida de comprimento dessa circunferência é igual a 12,56 m. Sabemos que uma volta completa corresponde a 360°. Assim, o ângulo de 90° corresponde a $\frac{1}{4}$ de uma volta, visto que $\frac{360°}{4} = 90°$. Como o ângulo $\widehat{O}$ mede 90°, a parte da linha vermelha que é um arco tem a medida de comprimento igual a $\frac{3}{4}$ da medida do comprimento da circunferência. Assim, essa parte da linha vermelha mede 9,42 m, pois $\frac{3}{4} \cdot 12{,}56 = 9{,}42$. O restante dela é formado por dois segmentos com medidas de comprimento iguais 2 m, ou seja, essa parte mede 4 m. Adicionando essas medidas, obtemos $9{,}42 + 4 = 13{,}42$.

Portanto, o comprimento aproximado da linha vermelha mede 13,42 m.

80. Para $r = 4$, temos:

$C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3 \cdot 4$

$C = 6 \cdot 4$

$C = 24$

Logo, essa circunferência mede aproximadamente 24 m de comprimento.

Para $r = 3$, temos:

$C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3 \cdot 3$

$C = 6 \cdot 3$

$C = 18$

Logo, essa circunferência tem aproximadamente 18 m de medida do comprimento.

Desse modo, em 10 voltas, a criança sentada no cavalo C_1 percorrerá aproximadamente 240 m, pois $10 \cdot 24 = 240$, e a criança sentada no cavalo C_2 percorrerá aproximadamente 180 m, pois $10 \cdot 18 = 180$.

Como $240 - 180 = 60$, a criança sentada no cavalo C_1 percorrerá 60 m a mais do que a criança sentada no cavalo C_2. Portanto, a alternativa **b** é a correta.

O que eu estudei?

1. Resposta pessoal. Sugestões de resposta:

a) Vamos calcular a quantidade de lados de um polígono convexo que tenha 9 diagonais. Temos:

$$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$

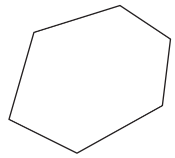
$$9 = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$

$$2 \cdot 9 = \frac{(n-3) \cdot n}{2} \cdot 2$$

$$18 = (n-3) \cdot n$$

Sendo assim, a quantidade n de lados que o polígono deve ter satisfaz $n \cdot (n-3) = 18$.

Para $n = 6$, temos $6 \cdot (6-3) = 6 \cdot 3 = 18$, isto é, o polígono convexo tem 6 lados.



b) Vamos calcular a quantidade de lados de um polígono convexo que tenha 20 diagonais. Temos:

$$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$

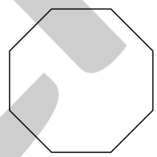
$$20 = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$

$$2 \cdot 20 = \frac{(n-3) \cdot n}{2} \cdot 2$$

$$40 = (n-3) \cdot n$$

Sendo assim, a quantidade n de lados que o polígono deve ter satisfaz $n \cdot (n-3) = 40$.

Para $n = 8$, temos $8 \cdot (8-3) = 8 \cdot 5 = 40$, isto é, o polígono convexo tem 8 lados.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

c) Vamos calcular a quantidade de lados de um polígono convexo que tenha 5 diagonais. Temos:

$$D = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$

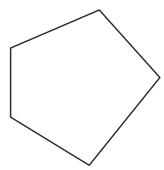
$$5 = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$

$$2 \cdot 5 = \frac{(n-3) \cdot n}{2} \cdot 2$$

$$10 = (n-3) \cdot n$$

Sendo assim, a quantidade n de lados que o polígono deve ter satisfaz $n \cdot (n-3) = 10$.

Para $n = 5$, temos $5 \cdot (5-3) = 5 \cdot 2 = 10$, isto é, o polígono convexo tem 5 lados.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

2. Para resolver os itens dessa atividade, vamos usar a fórmula que permite calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo.

a) Para $n = 7$, temos:

$S_i = (n-2) \cdot 180°$

$S_i = (7-2) \cdot 180°$

$S_i = 5 \cdot 180°$

$S_i = 900°$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos é igual a 900°.

b) Para $n = 10$, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (10 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 8 \cdot 180°$

$S_i = 1440°$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos é igual a 1440°.

c) Para $n = 12$, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (12 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 10 \cdot 180°$

$S_i = 1800°$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos é igual a 1800°.

d) Para $n = 8$, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (8 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 6 \cdot 180°$

$S_i = 1080°$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos é igual a 1080°.

3. a) Calculando a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono regular, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (5 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 3 \cdot 180°$

$S_i = 540°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono regular é igual a 540°. Como os ângulos internos de um polígono regular são congruentes, a medida de cada ângulo interno de um pentágono regular é igual a 108°, pois $\frac{540°}{5} = 108°$.

b) Calculando a soma das medidas dos ângulos internos de um octógono regular, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (8 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 6 \cdot 180°$

$S_i = 1080°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos de um octógono regular é igual a 1080°. Como os ângulos internos de um polígono regular são congruentes, a medida de cada ângulo interno de um octógono regular é igual a 135°, pois $\frac{1080°}{8} = 135°$.

c) Calculando a soma das medidas dos ângulos internos de um decágono regular, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (10 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 8 \cdot 180°$

$S_i = 1440°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos de um decágono regular é igual a 1440°. Como os ângulos internos de um polígono regular são congruentes, a medida de cada ângulo interno de um decágono regular é igual a 144°, pois $\frac{1440°}{10} = 144°$.

d) Calculando a soma das medidas dos ângulos internos de um dodecágono regular, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (12 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 10 \cdot 180°$

$S_i = 1800°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos de um dodecágono regular é igual a 1800°. Como os ângulos internos de um polígono regular são congruentes, a medida de cada ângulo interno de um dodecágono regular é igual a 150°, pois $\frac{1800°}{12} = 150°$.

4. Sendo um polígono convexo com n lados, a quantidade de diagonais que partem de um mesmo vértice é dada por $n - 3$. Se partem 7 diagonais de cada vértice de um polígono, então $n - 3 = 7$ ou, ainda, $n = 10$. Portanto, o polígono tem 10 lados.

5. De um vértice do hexágono convexo partem 3 diagonais, pois $6 - 3 = 3$. Logo, do vértice comum aos três hexágonos vão partir 9 diagonais, ou seja, 3 diagonais de cada hexágono.

6. Ao traçarmos segmentos do centro de um polígono regular aos seus vértices, dividiremos esse polígono em triângulos. A quantidade de triângulos nessa divisão é igual à quantidade de lados do polígono. Esses triângulos são todos isósceles e congruentes entre si pelo caso *LLL*. O fato de serem isósceles implica que os ângulos opostos aos lados congruentes são congruentes e, pela congruência, esses ângulos são congruentes em todos os triângulos. Desse modo, a soma das medidas desses ângulos em um dos triângulos é igual à medida do ângulo interno do polígono. Sendo assim, fazendo 180° menos a medida do ângulo interno do polígono, obtemos o medida do ângulo central e, dividindo 360° pela medida do ângulo central, encontramos a quantidade de lados do polígono.

a) Se o ângulo interno de um polígono regular mede 162°, a medida do ângulo central correspondente a ele é dada por $180° - 162° = 18°$. Logo, esse polígono tem 20 lados, pois $\frac{360°}{18°} = 20$. Portanto, esse polígono é icoságono regular.

b) Se o ângulo interno de um polígono regular mede 60°, a medida do ângulo central é dada por $180° - 60° = 120°$. Logo, esse polígono tem 3 lados, pois $\frac{360°}{120°} = 3$. Portanto, esse polígono é triângulo equilátero.

c) Se o ângulo interno de um polígono regular mede 120°, a medida do ângulo central é dada por $180° - 120° = 60°$. Logo, esse polígono tem 6 lados, pois $\frac{360°}{60°} = 6$. Portanto, esse polígono é hexágono regular.

7. O polígono **A** é um hexágono regular e a soma das medidas dos seus ângulos internos é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (6 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 4 \cdot 180°$

$S_i = 720°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos do hexágono regular é igual a 720°.

O polígono **B** é um triângulo equilátero e a soma das medidas dos seus ângulos internos é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (3 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 1 \cdot 180°$

$S_i = 180°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo equilátero é igual a 180°.

O polígono **C** é um heptágono regular e a soma das medidas dos seus ângulos internos é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (7 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 5 \cdot 180°$

$S_i = 900°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos do heptágono regular é igual a 900°.

O polígono **D** é um pentágono regular e a soma das medidas dos seus ângulos internos é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (5 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 3 \cdot 180°$

$S_i = 540°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos do pentágono regular é igual a 540°.

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos é maior do que 540° nos polígonos **A** e **C**.

8. A soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono convexo é igual a 360°. Desse modo, temos:

$$\hat{a} + 53° + 58° + 61° + 36° + 98° = 360°$$
$$\hat{a} + 306° = 360°$$
$$\hat{a} + 306° - 306° = 360° - 306°$$
$$\hat{a} = 54°$$

Portanto, $\hat{a} = 54°$.

9. Os ângulos opostos aos ângulos x e y, que têm as mesmas medidas, são ângulos internos de um polígono convexo de 5 lados no qual os outros 3 ângulos são ângulos retos.

A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo de 5 lados é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

$S_i = (5 - 2) \cdot 180°$

$S_i = 3 \cdot 180°$

$S_i = 540°$

Logo, a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono é igual a 540°. Desse modo, temos:

$$x + y + 3 \cdot 90° = 540°$$
$$x + y + 270° = 540°$$
$$x + y + 270° - 270° = 540° - 270°$$
$$x + y = 270°$$

Portanto, $x + y = 270°$ e a alternativa correta é a **a**.

10. O triângulo ABC é isósceles de base $\overline{BC}$. Assim, os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$ são congruentes. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° e o ângulo $B\hat{A}C$ mede 30°, temos:

$$\text{med}(A\hat{B}C) + \text{med}(A\hat{C}B) + \text{med}(B\hat{A}C) = 180°$$
$$\text{med}(A\hat{C}B) + \text{med}(A\hat{C}B) + 30° = 180°$$
$$2 \cdot \text{med}(A\hat{C}B) + 30° = 180°$$
$$2 \cdot \text{med}(A\hat{C}B) + 30° - 30° = 180° - 30°$$
$$2 \cdot \text{med}(A\hat{C}B) = 150°$$
$$\frac{2 \cdot \text{med}(A\hat{C}B)}{2} = \frac{150°}{2}$$
$$\text{med}(A\hat{C}B) = 75°$$

Portanto, $\text{med}(A\hat{C}B) = \text{med}(A\hat{B}C) = 75°$.

O triângulo BCD é isósceles de base $\overline{BD}$. Desse modo, os ângulos $A\hat{B}C$ e $B\hat{D}C$ são congruentes, ou seja, $\text{med}(B\hat{D}C) = 75°$. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos:

$$\text{med}(B\hat{C}D) = 30°$$

A medida do ângulo $A\hat{C}B$ é igual à soma das medidas dos ângulos $B\hat{C}D$ e $D\hat{C}A$. Sendo assim, temos:

$$\text{med}(B\hat{C}D) + \text{med}(D\hat{C}A) = \text{med}(A\hat{C}B)$$
$$30° + \text{med}(D\hat{C}A) = 75°$$
$$30° + \text{med}(D\hat{C}A) - 30° = 75° - 30°$$
$$\text{med}(D\hat{C}A) = 45°$$

Portanto, a alternativa correta é a **a**.

11. a) As diagonais de um losango se cruzam formando um ângulo reto, ou seja, $\hat{y} = 90°$.

b) As diagonais de um losango são bissetrizes dos ângulos internos. Assim, $\hat{D} = 2 \cdot 31° = 62°$. O losango é um caso particular de paralelogramo e os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes. Desse modo, $\hat{B} = 62°$ e $\hat{A} = \hat{C}$. Como um losango é um quadrilátero e a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°, temos:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360°$$
$$\hat{A} + 62° + \hat{A} + 62° = 360°$$
$$2 \cdot \hat{A} + 124° = 360°$$
$$2 \cdot \hat{A} + 124° - 124° = 360° - 124°$$
$$2 \cdot \hat{A} = 236°$$
$$\frac{2 \cdot \hat{A}}{2} = \frac{236°}{2}$$
$$\hat{A} = 118°$$

Logo, $\hat{A} = \hat{C} = 118°$.

12. Seja x a medida do comprimento do lado menor e y a medida de comprimento do lado maior do cartão. Juntando os 8 cartões pelos lados maiores, Juliana formará a fila menor, cujo comprimento mede 96 cm. Assim, temos:

$$8x = 96$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{96}{8}$$
$$x = 12$$

Logo, o comprimento do lado menor mede 12 cm. Agora, juntando os 8 cartões pelos lados menores, Juliana formará a fila maior, cujo comprimento mede 176 cm. Assim, temos:

$$8y = 176$$
$$\frac{8y}{8} = \frac{176}{8}$$
$$y = 22$$

Logo, o comprimento do lado maior mede 22 cm.

Adicionando as medidas dos lados, obtemos
$12 + 12 + 22 + 22 = 68$, ou seja, o perímetro de cada cartão mede 68 cm.

Portanto, a alternativa correta é a **b**.

13. O lado da tira, antes de ser dobrado, representa um ângulo de 180°. Ao dobrarmos a tira de papel ao longo da linha tracejada, construímos dois ângulos consecutivos, ambos medindo 50° (o ângulo que foi dobrado e o ângulo formado pela parte dobrada).

Portanto, a medida do ângulo x é $180° - 50° - 50° = 80°$ e a alternativa correta é a **c**.

14. Qualquer corda que passa pelo centro de uma circunferência é chamada de diâmetro.

15. O segmento AB é um raio da circunferência de centro B. Assim, o comprimento do raio dessa circunferência mede 3 cm. O segmento AC é um diâmetro da circunferência de centro B e, sendo a medida do comprimento do diâmetro igual ao dobro da medida do comprimento do raio, segue que AC mede 6 cm. O segmento AC também é um raio da circunferência de centro A e, como consequência disso, o comprimento do diâmetro da circunferência de centro A mede 12 cm. A medida do comprimento do diâmetro da circunferência de centro A é igual à medida do comprimento do raio da circunferência de centro C. Logo, o comprimento do diâmetro da circunferência de centro C mede 24 cm. Como x é a medida do comprimento do diâmetro da circunferência de centro C, segue que $x = 24$ cm.

16. Usando a fórmula para o cálculo da medida do comprimento de uma circunferência, temos:

$C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}5$

$C = 6{,}28 \cdot 9{,}5$

$C = 59{,}66$

Logo, o comprimento da circunferência da roda-gigante mede 59,66 m. Portanto, uma pessoa que deu 8 voltas completas na roda-gigante percorreu aproximadamente 477,28 m, pois $8 \cdot 59{,}66 = 477{,}28$.

Unidade 11 Medidas de área

Atividades

1. A. $A = b \cdot h = 6\,cm \cdot 3\,cm = 18\,cm^2$

Portanto, a área do paralelogramo mede 18 cm².

B. $A = b \cdot h = 4\,cm \cdot 3\,cm = 12\,cm^2$

Portanto, a área do paralelogramo mede 12 cm².

C. $A = b \cdot h = 3{,}5\,cm \cdot 4{,}5\,cm = 15{,}75\,cm^2$

Portanto, a área do paralelogramo mede 15,75 cm².

D. $A = b \cdot h = 2{,}8\,cm \cdot 6\,cm = 16{,}8\,cm^2$

Portanto, a área do paralelogramo mede 16,8 cm².

2.

$$A = b \cdot h$$
$$187 = b \cdot 11$$
$$\frac{187}{11} = \frac{11b}{11}$$
$$\frac{187}{11} = b$$
$$17 = b$$
$$b = 17\,cm$$

Portanto, o comprimento da base mede 17 cm.

3. Primeiro, devemos identificar qual é a medida da altura do paralelogramo, sabendo que ela corresponde a 30% de 8 cm. Como 1% de 8 cm corresponde a $\frac{8}{100} = 0{,}08$, multiplicando o resultado obtido por 30, obtemos a medida da altura, isto é, $30 \cdot 0{,}08 = 2{,}4$.

Em seguida, usamos a fórmula que permite calcular a medida da área de um paralelogramo, ou seja, $A = b \cdot h$. Assim:

$A = 8\,cm \cdot 2{,}4\,cm = 19{,}2\,cm^2$

Portanto, a área desse paralelogramo mede 19,2 cm².

4. A. Com uma régua, trace o lado $\overline{BC}$ com 5 cm de medida de comprimento.

Posicione o centro do transferidor em B e a linha de fé alinhada ao segmento $\overline{BC}$ e marque 60°.

Depois disso, trace o lado $\overline{BE}$ com 4 cm de medida de comprimento e indique o ângulo $C\hat{B}E$.

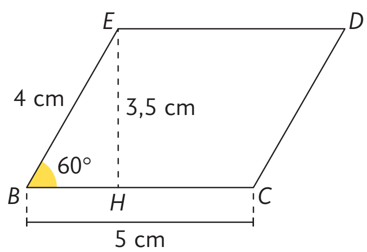
Com a ponta-seca do compasso em B e abertura do compasso com medida de 4 cm, trace um arco de circunferência.

Apoie a régua alinhada nessa marca e trace o lado $\overline{BE}$ de medida 4 cm.

Repita os três últimos itens, mas agora em C, traçando o lado $\overline{CD}$ de medida 4 cm.

Trace o lado $\overline{ED}$ medindo 5 cm, sabendo que $\overline{BC} // \overline{ED}$.

Com a régua, meça 3,5 cm com extremidade no vértice E e marque um ponto H no lado $\overline{BC}$, construindo, assim, a altura EH.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Para obter a medida da área do paralelogramo *BCDE*, calculamos:

$$A = b \cdot h = 5 \text{ cm} \cdot 3{,}5 \text{ cm} = 17{,}5 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área do paralelogramo *BCDE* mede 17,5 cm².

B. Com uma régua, trace primeiro o lado $\overline{FG}$ com a medida de 7 cm.

Posicione o centro do transferidor em *F* e a linha de fé alinhada ao segmento $\overline{FG}$ e marque 45°. Depois disso, trace o lado $\overline{FI}$ com 6,5 cm de medida de comprimento e indique o ângulo $G\hat{F}I$.

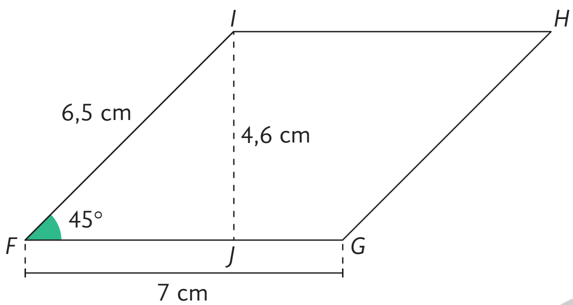
Com a ponta-seca do compasso em *F* e abertura do compasso com medida de 6,5 cm, trace um arco de circunferência.

Apoie a régua alinhada nessa marca e trace o lado $\overline{FI}$ de medida 6,5 cm.

Repita os três últimos itens, mas agora em *G*, traçando o lado $\overline{GH}$ de medida 6,5 cm.

Trace o lado $\overline{HI}$ de medida 7 cm, sabendo que $\overline{FG} // \overline{HI}$.

Com a régua, meça 4,6 cm com extremidade no vértice *I* e marque um ponto *J* no lado $\overline{FG}$, construindo, assim, a altura *IJ*.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Para obter a medida da área do paralelogramo *FGHI*, calculamos:

$$A = b \cdot h = 7 \text{ cm} \cdot 4{,}6 \text{ cm} = 32{,}2 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área do paralelogramo *FGHI* mede 32,2 cm².

5. Para determinar a medida da área do jardim e da horta, devemos subtrair desse total a medida da área da casa. De acordo com as informações do enunciado, a medida da área do paralelogramo é dada por:

$$A = b \cdot h = 84{,}5 \text{ m} \cdot 100{,}6 \text{ m} = 8\,500{,}7 \text{ m}^2$$

A medida da área da casa é dada por:

$$A = b \cdot h = 100{,}6 \text{ m} \cdot 42 \text{ m} = 4\,225{,}2 \text{ m}^2$$

Realizando a subtração entre essas medidas, obtemos:

$$8\,500{,}7 \text{ m}^2 - 4\,225{,}2 \text{ m}^2 = 4\,275{,}5 \text{ m}^2$$

Portanto, a medida da área do jardim e da horta correspondem a 4 275,5 m².

6. A. Como $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5{,}3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 5{,}3 \text{ cm}^2$, então a área do triângulo mede 5,3 cm².

B. Como $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \text{ cm} \cdot 2{,}5 \text{ cm}}{2} = 3{,}75 \text{ cm}^2$, então a medida da área do triângulo mede 3,75 cm².

C. Como $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \text{ cm} \cdot 4{,}33 \text{ cm}}{2} = 10{,}825 \text{ cm}^2$, então a medida da área do triângulo mede 10,825 cm².

7. A. Para obter a área da região colorida de amarelo, devemos adicionar a medida da área dos três triângulos amarelos. De acordo com a figura, a medida da base desses triângulos é 1 cm, 2 cm e 4 cm, respectivamente.

Medida da área do triângulo cuja base mede 1 cm:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2} = 1{,}5, \text{ ou seja, } 1{,}5 \text{ cm}^2.$$

Medida da área do triângulo cuja base mede 2 cm:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3, \text{ ou seja, } 3 \text{ cm}^2.$$

Medida da área do triângulo cuja base mede 4 cm:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6, \text{ seja, } 6 \text{ cm}^2.$$

A adição das medidas das áreas obtidas é dada por:

$$1{,}5 \text{ cm}^2 + 3 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 = 10{,}5 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área da região colorida de amarelo mede 10,5 cm².

B. De acordo com a figura, a área da região colorida de amarelo é formada por um retângulo e um triângulo.

Medida da área do retângulo:

$$A = b \cdot h = 4 \text{ cm} \cdot 1{,}5 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$$

Medida da área do triângulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4, \text{ ou seja, } 4 \text{ cm}^2.$$

Adicionando as medidas dessas áreas, temos:

$$4 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área colorida de amarelo mede 10 cm².

8.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$42 = \frac{6 \cdot h}{2}$$

$$84 = 6 \cdot h$$

$$h = \frac{84}{6} = 14$$

Portanto, a altura do triângulo mede 14 cm de comprimento.

9. a) Considere a base do triângulo como $3x$ e a altura como x. Assim, temos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{3x \cdot x}{2}$$

$$A = \frac{3x^2}{2}$$

b) Substituindo 54 cm² na equação obtida no item anterior, temos:

$$54 = \frac{3x^2}{2}$$

$$108 = 3x^2$$

$$x^2 = \frac{108}{3} = 36$$

$$x^2 = 36$$

$$\sqrt{36} = 6$$

Assim, o valor de x é 6 cm.

10. a) Sendo x a medida da base e y a medida da altura, podemos reescrever a fórmula de cálculo da área como $A_p = x \cdot y$.

De acordo com o enunciado e com a imagem, a base de ambos os triângulos mede x e a altura de ambos os triângulos corresponde a y. Assim, a área de ambos os triângulos é dada por $A_t = \frac{x \cdot y}{2}$.

Para obter a área total, devemos adicionar a medida da área do paralelogramo às medidas das áreas dos dois triângulos.

$$A_{total} = A_p + A_t + A_t = A_p + 2 \cdot A_t$$

Substituindo as expressões que representam as medidas da área do paralelogramo e da área do triângulo, temos:

$A_{total} = x \cdot y + \left(2 \cdot \frac{x \cdot y}{2}\right)$

$A_{total} = x \cdot y + x \cdot y$

$A_{total} = 2x \cdot y$

Portanto, a área total da figura é representada pela expressão $2xy$.

b) Sendo $x = 12$ cm, obtemos o valor de y substituindo x na fórmula dada no enunciado. Assim:

$$y = \frac{12}{2} + 5\text{ cm} = 6 + 5\text{ cm} = 11\text{ cm}$$

Substituindo x e y na expressão do item anterior, temos:

$$A = 2xy = 2 \cdot 12\text{ cm} \cdot 11\text{ cm} = 264\text{ cm}^2.$$

Logo, a medida da área corresponde a 264 cm^2.

11. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: De acordo com as medidas indicadas, determine a medida da área do triângulo. Resposta: 48 cm^2.

12. I: Para utilizar a fórmula de Herão, devemos primeiro calcular a medida do semiperímetro do triângulo.

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{7 + 9 + 14}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

Substituindo na fórmula, temos:

$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$

$A = \sqrt{15 \cdot (15 - 7) \cdot (15 - 9) \cdot (15 - 14)}$

$A = \sqrt{15 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 1}$

$A = \sqrt{720}$

$A \cong 26{,}83$

Portanto, a medida da área será aproximadamente $26{,}83\text{ m}^2$.

II: Para utilizar a fórmula de Herão, devemos primeiro calcular a medida do semiperímetro do triângulo.

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{12 + 10 + 4}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

Substituindo na fórmula, temos:

$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$

$A = \sqrt{13 \cdot (13 - 12) \cdot (13 - 10) \cdot (13 - 4)}$

$A = \sqrt{13 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9}$

$A = \sqrt{351}$

$A \cong 18{,}73$

Portanto, a medida da área será aproximadamente $18{,}73\text{ m}^2$.

III: Para utilizar a fórmula de Herão, devemos primeiro calcular a medida do semiperímetro do triângulo.

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{12 + 9 + 15}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

Substituindo na fórmula, temos:

$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$

$A = \sqrt{18 \cdot (18 - 12) \cdot (18 - 9) \cdot (18 - 15)}$

$A = \sqrt{18 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 3}$

$A = \sqrt{2\,916}$

$A = 54$

Portanto, a medida da área será 54 m^2.

IV: Para utilizar a fórmula de Herão, devemos primeiro calcular a medida do semiperímetro do triângulo.

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{10 + 9 + 8}{2} = \frac{27}{2} = 13{,}5$$

Substituindo na fórmula, temos:

$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$

$A = \sqrt{13{,}5 \cdot (13{,}5 - 10) \cdot (13{,}5 - 9) \cdot (13{,}5 - 8)}$

$A = \sqrt{13{,}5 \cdot 3{,}5 \cdot 4{,}5 \cdot 5{,}5}$

$A = \sqrt{1169{,}44}$

$A \simeq 34{,}20$

Portanto, a medida da área será aproximadamente $34{,}20\text{ m}^2$.

13. Para os cálculos dessa atividade, devemos usar a fórmula $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$, que permite calcular a área do trapézio.

A. Substituindo na fórmula os valores dados na figura, temos:

$A = \frac{(6\text{ cm} + 2{,}5\text{ cm}) \cdot 3{,}2\text{ cm}}{2}$

$A = \frac{8{,}5\text{ cm} \cdot 3{,}2\text{ cm}}{2}$

$A = \frac{27{,}20\text{ cm}^2}{2}$

$A = 13{,}6\text{ cm}^2$

Assim, a área do trapézio mede $13{,}6\text{ cm}^2$.

B. Substituindo na fórmula os valores dados na figura, temos:

$A = \frac{(5\text{ cm} + 2{,}8\text{ cm}) \cdot 3{,}4\text{ cm}}{2}$

$A = \frac{7{,}8\text{ cm} \cdot 3{,}4\text{ cm}}{2}$

$A = \frac{26{,}52\text{ cm}^2}{2}$

$A = 13{,}26\text{ cm}^2$

Assim, a medida da área do trapézio é $13{,}26\text{ cm}^2$.

C. Nesse trapézio, a medida da base maior corresponde à adição de três medidas.

$$B = 1{,}75\text{ cm} + 3\text{ cm} + 1{,}75\text{ cm} = 6{,}5\text{ cm}$$

Substituindo na fórmula os valores, temos:

$A = \frac{(6{,}5\text{ cm} + 3\text{ cm}) \cdot 2{,}7\text{ cm}}{2}$

$A = \frac{9{,}5\text{ cm} \cdot 2{,}7\text{ cm}}{2}$

$A = \frac{25{,}65\text{ cm}^2}{2}$

$A = 12{,}825\text{ cm}^2$

Assim, a área do trapézio mede $12{,}825\text{ cm}^2$.

14. a) Como a medida da área desse trapézio é 20 m^2, o comprimento da base maior mede $x + 3$ m e o comprimento da base menor e a altura medem 4 m cada. Assim, podemos efetuar o seguinte cálculo.

$$20 = \frac{(x + 3 + 4) \cdot 4}{2}$$
$$20 = \frac{(x + 7) \cdot 4}{2}$$
$$20 = \frac{x \cdot 4 + 7 \cdot 4}{2}$$
$$20 = \frac{x \cdot 4 + 28}{2}$$
$$40 = x \cdot 4 + 28$$
$$40 - 28 = x \cdot 4$$
$$12 = x \cdot 4$$
$$x = \frac{12}{4} = 3$$

Portanto, o valor de x corresponde a 3 m.

b) Como $x = 3$ m e a medida do comprimento da base maior corresponde a $B = x + 3$ m, substituindo o valor de x, temos:

$$B = 3 \text{ m} + 3 \text{ m} = 6 \text{ m}$$

Portanto, a base maior mede 6 m de comprimento.

15. Substituindo na fórmula $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$ os valores apresentados na atividade, temos:

$$35 = \frac{(10 + b) \cdot 5}{2}$$
$$35 = \frac{10 \cdot 5 + b \cdot 5}{2}$$
$$35 = \frac{50 + b \cdot 5}{2}$$
$$70 = 50 + b \cdot 5$$
$$70 - 50 = b \cdot 5$$
$$20 = b \cdot 5$$
$$b = \frac{20}{5} = 4$$

Portanto, a medida de comprimento da base menor do trapézio corresponde a 4 cm.

16. Inicialmente, devemos determinar as medidas da base maior, da base menor e da altura de cada trapézio, sendo cada quadradinho da malha quadriculada equivalente a 0,5 cm. Em seguida, calcularemos suas respectivas medidas de área.

Trapézio **A**:

Medida da base maior: $10 \cdot 0{,}5$ cm $= 5$ cm

Medida da base menor: $5 \cdot 0{,}5$ cm $= 2{,}5$ cm

Medida da altura: $5 \cdot 0{,}5$ cm $= 2{,}5$ cm

Substituindo os valores obtidos na equação, temos:

$$A = \frac{(5 + 2{,}5) \cdot 2{,}5}{2}$$
$$A = \frac{7{,}5 \cdot 2{,}5}{2}$$
$$A = \frac{18{,}75}{2}$$
$$A = 9{,}375$$

Assim, a medida da área do trapézio **A** é 9,375 cm².

Trapézio **B**:

Medida da base maior: $10 \cdot 0{,}5$ cm $= 5$ cm

Medida da base menor: $7 \cdot 0{,}5$ cm $= 3{,}5$ cm

Medida da altura: $3 \cdot 0{,}5$ cm $= 1{,}5$ cm

Substituindo os valores obtidos na equação, temos:

$$A = \frac{(5 + 3{,}5) \cdot 1{,}5}{2}$$
$$A = \frac{8{,}5 \cdot 1{,}5}{2}$$
$$A = \frac{12{,}75}{2}$$
$$A = 6{,}375$$

Assim, a área do trapézio **B** mede 6,375 cm².

Trapézio **C**:

Medida da base maior: $10 \cdot 0{,}5$ cm $= 5$ cm

Medida da base menor: $4 \cdot 0{,}5$ cm $= 2$ cm

Medida da altura: $3 \cdot 0{,}5$ cm $= 1{,}5$ cm

Substituindo os valores obtidos na equação, temos:

$$A = \frac{(5 + 2) \cdot 1{,}5}{2}$$
$$A = \frac{7 \cdot 1{,}5}{2}$$
$$A = \frac{10{,}5}{2}$$
$$A = 5{,}25$$

Assim, a área do trapézio **C** mede 5,25 cm².

Trapézio **D**:

Medida da base maior: $6 \cdot 0{,}5$ cm $= 3$ cm

Medida da base menor: $2 \cdot 0{,}5$ cm $= 1$ cm

Medida da altura: $4 \cdot 0{,}5$ cm $= 2$ cm

Substituindo os valores obtidos na equação, temos:

$$A = \frac{(3 + 1) \cdot 2}{2}$$
$$A = \frac{4 \cdot 2}{2}$$
$$A = 4$$

Assim, a área do trapézio **D** mede 4 cm².

Trapézio **E**:

Medida da base maior: $6 \cdot 0{,}5 = 3$ cm

Medida da base menor: $2 \cdot 0{,}5 = 1$ cm

Medida da altura: $4 \cdot 0{,}5 = 2$ cm

Substituindo os valores obtidos na equação, temos:

$$A = \frac{(3 + 1) \cdot 2}{2}$$
$$A = \frac{4 \cdot 2}{2}$$
$$A = 4$$

Assim, a área do trapézio **E** mede 4 cm².

17. Para calcular a medida da área do trapézio, utilizamos a fórmula $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$.

Substituindo os valores de cada quadro na fórmula, temos:

Quadro **A**:

$$A = x = \frac{(9 + 6) \cdot 4{,}6}{2}$$
$$x = \frac{15 \cdot 4{,}6}{2}$$
$$x = \frac{69}{2} = 34{,}5$$

Portanto, o valor de x é 34,5 cm².

Quadro **B**:

$$30 = \frac{(8 + y) \cdot 6}{2}$$
$$30 = \frac{48 + y \cdot 6}{2}$$
$$60 = 48 + y \cdot 6$$
$$60 - 48 = y \cdot 6$$
$$y = \frac{12}{6} = 2$$

Portanto, o valor de y é 2 cm.

Quadro **C**:

$$16{,}5 = \frac{(4{,}8 + z) \cdot 4}{2}$$
$$16{,}5 = \frac{19{,}2 + z \cdot 4}{2}$$
$$33 = 19{,}2 + z \cdot 4$$
$$33 - 19{,}2 = z \cdot 4$$
$$z = \frac{13{,}8}{4} = 3{,}45$$

Portanto, o valor de z é 3,45 cm.

18. Para obter a medida da área da superfície do tampo da mesa, devemos adicionar a medida da área do retângulo à medida da área dos dois trapézios isósceles congruentes.

$$A = b \cdot h = 4{,}8 \cdot 2 = 9{,}6$$

Como os trapézios são congruentes, devemos calcular a medida da área de um trapézio e multiplicar o resultado por 2. Assim, temos:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$
$$A = \frac{(4{,}8 + 2) \cdot 1{,}4}{2}$$
$$A = \frac{6{,}8 \cdot 1{,}4}{2}$$
$$A = \frac{9{,}52}{2} = 4{,}76$$

Como são 2 trapézios, multiplicamos o resultado por 2.

$$A = 4{,}76 \cdot 2 = 9{,}52$$

Adicionando as medidas obtidas, temos:

$9{,}6\,\text{cm}^2 + 9{,}52\,\text{cm}^2 = 19{,}12\,\text{cm}^2$

Portanto, a área da superfície do tampo mede 19,12 cm².

19. Devemos calcular a medida da área de cada face e, em seguida, adicionar os resultados para obter a medida da área total da superfície do prisma reto.

Medida da área do retângulo menor:

$$A = b \cdot h = 2{,}5 \cdot 3 = 7{,}5$$

Medida da área do retângulo maior:

$$A = b \cdot h = 4 \cdot 3 = 12$$

Como os trapézios são congruentes, podemos multiplicar o resultado por 2 para obter a soma das medidas de suas áreas.

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} + \frac{(B + b) \cdot h}{2} = 2 \cdot \frac{(B + b) \cdot h}{2} = (B + b) \cdot h$$
$$A = (4 + 2{,}5) \cdot 2{,}4$$
$$A = 6{,}5 \cdot 2{,}4 = 15{,}6$$

Como há 2 paralelogramos congruentes, podemos multiplicar o resultado por 2 para obter a soma da medida da área dos paralelogramos.

$$A = b \cdot h + b \cdot h = 2 \cdot b \cdot h$$
$$A = 2 \cdot 2{,}5 \cdot 3 = 15$$

Logo, a medida da área total é dada por:

$$7{,}5\,\text{cm}^2 + 12\,\text{cm}^2 + 15{,}6\,\text{cm}^2 + 15\,\text{cm}^2 = 50{,}1\,\text{cm}^2$$

20. A. $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{3\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm}}{2} = 3\,\text{cm}^2$

Portanto, a área do losango mede 3 cm².

B. $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{5\,\text{cm} \cdot 2{,}9\,\text{cm}}{2} = \frac{14{,}5\,\text{cm}^2}{2} = 7{,}25\,\text{cm}^2$

Portanto, a área do losango mede 7,25 cm².

C. $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{3{,}7\,\text{cm} \cdot 2{,}3\,\text{cm}}{2} = \frac{8{,}51\,\text{cm}^2}{2} = 4{,}255\,\text{cm}^2$

Portanto, a área do losango mede 4,255 cm².

D. $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{4\,\text{cm} \cdot 2{,}8\,\text{cm}}{2} = \frac{11{,}2\,\text{cm}^2}{2} = 5{,}6\,\text{cm}^2$

Portanto, a área do losango mede 5,6 cm².

21. Usando a fórmula $A = \frac{D \cdot d}{2}$, temos:

$$54 = \frac{D \cdot 9}{2}$$
$$108 = D \cdot 9$$
$$D = \frac{108}{9} = 12$$

Portanto, o comprimento da diagonal maior mede 12 cm.

22. Usando a fórmula $A = \frac{D \cdot d}{2}$, temos:

$$36 = \frac{9 \cdot d}{2}$$
$$72 = 9 \cdot d$$
$$d = \frac{72}{9} = 8$$

Portanto, o comprimento da diagonal menor mede 8 cm.

23. a) Usando a fórmula $A = \frac{D \cdot d}{2}$, temos:

$$75 = \frac{(x + 5) \cdot 10}{2}$$
$$150 = (x + 5) \cdot 10$$
$$150 = x \cdot 10 + 5 \cdot 10$$
$$150 - 50 = 10x$$
$$x = \frac{100}{10} = 10$$

Assim, o valor de x é 10 cm.

b) A medida da diagonal maior é dada por $D = x + 5 = 10 + 5 = 15$, ou seja, 15 cm.

24. Devemos calcular a medida da área de cada face e, em seguida, adicionar essas medidas para determinar a medida da área total da superfície do prisma reto.

Para calcular a medida da área das faces laterais, sabemos que quatro faces têm a mesma medida de altura (11 m) e a mesma medida da base (5 m). Assim, podemos multiplicar por 4 a medida da área de uma face para obter a soma das medidas das áreas das faces laterais.

$$A = 4 \cdot b \cdot h = 4 \cdot 5 \cdot 11 = 220$$

A área total das bases do prisma é a soma das medidas de áreas de dois losangos congruentes. Então, temos:

$$A = \frac{D \cdot d}{2} + \frac{D \cdot d}{2} = 2 \cdot \frac{D \cdot d}{2} = D \cdot d$$
$$A = D \cdot d = 8 \cdot 6 = 48$$

Somando os resultados obtidos, temos:

$$A = 220\ m^2 + 48\ m^2 = 268\ m^2$$

Portanto, a área total da superfície do prisma reto mede 268 m^2.

25. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Uma prefeitura vai revitalizar uma praça da cidade com formato de losango. Para elaborar o projeto, é preciso determinar a medida da área da praça representada pela figura. Qual é a medida da área dessa praça?

Resposta: A medida da área da praça é dada por:

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{88 \cdot 42}{2} = \frac{3696}{2} = 1848, \text{ ou seja, } 1848\ m^2.$$

26. Como a fórmula para calcular a medida da área do círculo corresponde a $A = \pi r^2$, substituindo os valores, temos:

A. $A = 3{,}14 \cdot (1{,}2\ m)^2 = 3{,}14 \cdot 1{,}44\ m^2 = 4{,}52\ m^2$

B. $A = 3{,}14 \cdot (0{,}7\ m)^2 = 3{,}14 \cdot 0{,}49\ m^2 = 1{,}54\ m^2$

C. $A = 3{,}14 \cdot (1{,}9\ m)^2 = 3{,}14 \cdot 3{,}61\ m^2 = 11{,}34\ m^2$

D. $A = 3{,}14 \cdot (1{,}7\ m)^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}89\ m^2 = 9{,}07\ m^2$

E. Sabendo que a medida do comprimento do raio corresponde à metade da medida do comprimento do diâmetro, temos: $r = \frac{1{,}5\ m}{2} = 0{,}75\ m$

Assim, a medida da área é dada por:

$$A = 3{,}14 \cdot (0{,}75\ m)^2 = 3{,}14 \cdot 0{,}5625\ m^2 = 1{,}77\ m^2$$

F. Sabendo que a medida do comprimento do raio corresponde à metade da medida do comprimento do diâmetro, temos: $r = \frac{2{,}4\ m}{2} = 1{,}2\ m$

Assim, a medida da área é dada por:

$$A = 3{,}14 \cdot (1{,}2\ m)^2 = 3{,}14 \cdot 1{,}44\ m^2 = 4{,}52\ m^2$$

27. $A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot \left(5\sqrt{2}\right)^2 = 3{,}14 \cdot 50 = 157$

Portanto, a área desse círculo mede 157 m^2.

28. Sabemos que a fórmula da medida da área de um círculo é $A = \pi r^2$.

A. Medida da área do círculo inteiro:

$$A = 3{,}14 \cdot 2{,}3^2 = 3{,}14 \cdot 5{,}29 = 16{,}6106$$

Calculando a metade da medida da área desse círculo, temos:

$$\frac{1}{2} \cdot 16{,}6106 = 8{,}31, \text{ ou seja, } 8{,}31\ cm^2.$$

B. Medida da área do círculo inteiro:

$$A = 3{,}14 \cdot 1{,}6^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}56 = 8{,}0384$$

Calculando $\frac{1}{4}$ da medida da área desse círculo, temos:

$$\frac{1}{4} \cdot 8{,}0384 = 2{,}01, \text{ ou seja, } 2{,}01\ cm^2.$$

C. Medida da área do círculo inteiro:

$$A = 3{,}14 \cdot 4{,}2^2 = 3{,}14 \cdot 17{,}64 = 55{,}3896$$

Calculando $\frac{1}{8}$ da medida da área desse círculo, temos:

$$\frac{1}{8} \cdot 55{,}3896 = 6{,}92, \text{ ou seja, } 6{,}92\ cm^2.$$

D. Medida da área do círculo inteiro:

$$A = 3{,}14 \cdot 2{,}2^2 = 3{,}14 \cdot 4{,}84 = 15{,}1976$$

Calculando $\frac{3}{4}$ da medida da área desse círculo, temos:

$$\frac{3}{4} \cdot 15{,}1976 = \frac{45{,}5928}{4} = 11{,}40, \text{ ou seja, } 11{,}40\ cm^2.$$

29.

$$C = 2\pi r$$
$$37{,}68 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot r$$
$$37{,}68 = 6{,}28 \cdot r$$
$$r = \frac{37{,}68}{6{,}28}$$
$$r = 6$$

Desse modo, temos:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 6^2 = 3{,}14 \cdot 36 = 113{,}4$$

Portanto, a área da circunferência mede 113,4 cm^2.

30.

$$A = \pi r^2$$
$$28{,}26 = 3{,}14 \cdot r^2$$
$$\frac{28{,}26}{3{,}14} = r^2$$
$$r = \sqrt{9} = 3$$

Portanto, o comprimento do raio mede 3 cm.

31. Método do Papiro de Rhind:

A medida do comprimento do diâmetro é dada por $D = 2 \cdot 9 = 18$, e o comprimento do lado do quadrado mede $L = \frac{8}{9} \cdot 18 = \frac{144}{9} = 16$. Calculando a medida da área do quadrado, obtemos $A = 16 \cdot 16 = 256$. Assim, por meio do método utilizado no Papiro de Rhind, verificamos que a medida da área é 256 m^2.

Utilizando a fórmula, temos:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 9^2 = 3{,}18 \cdot 81 = 254{,}34$$

Ou seja, a medida da área obtida por meio da fórmula é 254,34 m^2.

32. a) Para que a região circular seja máxima, a medida do comprimento do diâmetro deve ser 50 m. Assim, a medida do comprimento do raio deve ser 25 m, pois é a metade da medida do comprimento do diâmetro.

b) A medida da área da região circular é $A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 25^2 = 3{,}14 \cdot 625 = 1962{,}5$, ou seja, 1962,50 m^2.

33. Como a medida do comprimento do raio é a metade da medida do comprimento do diâmetro, temos $r = \frac{32}{2} = 16$. Então:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 16^2 = 3{,}14 \cdot 256 = 803{,}84$$

Portanto, a medida da área em que será construído um parque para as crianças é 803,84 m^2.

A medida da área do terreno com formato retangular é dada por:

$$A = b \cdot h = 66 \cdot 32 = 2112$$

Logo, a medida da área aproximada do terreno que não está reservada para a construção do parque será 1308,16 m^2, pois $2112 - 803{,}84 = 1308{,}16$.

34. A. Devemos calcular a medida da área do retângulo e, em seguida, subtrair a medida da área das três circunferências. Como a altura do retângulo mede 3 m de comprimento e a medida da base é dada por 3 m + 2 m + 1,5 m = 6,5 m, então a medida da área do retângulo será:

$$A = b \cdot h = 6{,}5 \cdot 3 = 19{,}5$$

A medida da área da circunferência de centro O será igual a:

$r = \frac{3}{2} = 1{,}5$

$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 1{,}5^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}25 = 7{,}065$

A medida da área da circunferência de centro P será igual a:

$r = \frac{2}{2} = 1$

$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 1^2 = 3{,}14$

A medida da área da circunferência de centro Q será igual a:

$r = 1{,}5 : 2 = 0{,}75$

$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 0{,}75^2 = 3{,}14 \cdot 0{,}5625 = 1{,}76625$

Portanto, a medida da área em verde corresponde a 7,53 m², pois:

$A = 19{,}5 - 7{,}065 - 3{,}14 - 1{,}76625 = 19{,}5 - 11{,}97125 = 7{,}53$

B. Devemos calcular a medida da área da circunferência, sendo $r = \frac{4{,}2}{2} = 2{,}1$, e, em seguida, subtrair a medida da área do triângulo.

Medida da área da circunferência:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}1^2 = 3{,}14 \cdot 4{,}41 = 13{,}8474$$

Medida da área do triângulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4{,}2 \cdot 2{,}1}{2} = \frac{8{,}82}{2} = 4{,}41$$

Portanto, a medida da área em verde corresponde a 9,44 m², pois $13{,}8474 - 4{,}41 = 9{,}44$.

35. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Qual é a medida da área da tampa da lata de leite em pó?

Resposta:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 5^2 = 3{,}14 \cdot 25 = 78{,}5$$

Portanto, a área da tampa mede 78,5 cm².

36. Sabemos que para calcular a medida da área do setor circular utilizamos a equação $A_s = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$.

A. Medida da área do setor circular amarelo:

$$A_s = \frac{82}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 4^2 = \frac{4\,119{,}68}{360} = 11{,}44$$

Portanto, a medida da área corresponde a 11,44 m².

B. Medida da área do setor circular amarelo:

$$A_s = \frac{50}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = \frac{981{,}25}{360} = 2{,}73$$

Portanto, a medida da área corresponde a 2,73 m².

37. A. A razão entre a medida do ângulo central e a volta completa no círculo é $\frac{92}{360} = \frac{23}{90}$.

Medida da área total do círculo:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 3{,}5^2 = 3{,}14 \cdot 12{,}25 = 38{,}465$$

Calculando $\frac{23}{90}$ da medida da área total do círculo, temos:

$$\frac{23}{90} \cdot A = \frac{23}{90} \cdot 38{,}465 = \frac{884{,}695}{90} = 9{,}83$$

Portanto, a medida da área aproximada do setor circular é 9,83 m².

B. A razão entre a medida do ângulo central e a volta completa no círculo é $\frac{74}{360} = \frac{37}{180}$.

Medida da área total do círculo:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 4{,}5^2 = 3{,}14 \cdot 20{,}25 = 63{,}585$$

Calculando $\frac{37}{180}$ da medida da área total do círculo, temos:

$$\frac{37}{180} \cdot A = \frac{37}{180} \cdot 63{,}585 = \frac{2\,352{,}645}{180} = 13{,}07$$

Portanto, a medida da área aproximada do setor circular é 13,07 m².

C. A razão entre a medida do ângulo central e a volta completa no círculo é $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$.

Medida da área total do círculo:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 3^2 = 3{,}14 \cdot 9 = 28{,}26$$

Calculando $\frac{1}{8}$ da medida da área total do círculo, temos:

$$\frac{1}{8} \cdot A = \frac{1}{8} \cdot 28{,}26 = \frac{28{,}26}{8} = 3{,}53$$

Portanto, a medida da área aproximada do setor circular é 3,53 m².

38. a) Como a figura representa um semicírculo, temos:

$$x - 12 + 2x - 3 = 180$$
$$3x - 15 = 180$$
$$3x - 15 + 15 = 180 + 15$$
$$3x = 195$$
$$x = \frac{195}{3}$$
$$x = 65$$

Assim:

$A\widehat{O}C = x - 12 = 65 - 12 = 53°$

$B\widehat{O}C = 2x - 3 = 2 \cdot 65 - 3 = 127°$

b) A medida da área do setor circular laranja é dada por:

$A_s = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2 = \frac{127}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 6^2$

$A_s = \frac{127}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 36$

$A_s = \frac{127}{360} \cdot 113{,}04$

$A_s = \frac{14\,356{,}08}{360}$

$A_s = 39{,}88$

Portanto, a área do setor circular laranja mede aproximadamente 39,88 cm².

A medida da área do setor circular verde é dada por:

$A_s = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2 = \frac{53}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 6^2$

$A_s = \frac{53}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 36$

$A_s = \frac{53}{360} \cdot 113{,}04$

$A_s = \frac{5\,991{,}12}{360}$

$A_s = 16{,}64$

Portanto, a área do setor circular laranja mede aproximadamente 16,64 cm².

39. a) 75°

b) Para obter a medida da área total da superfície do cone, devemos primeiro calcular a medida da área do setor circular.

$A_s = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$

$\frac{\alpha}{360} = \frac{75}{360} = \frac{5}{24}$

$A_s = \frac{5}{24} \cdot 3{,}14 \cdot 14{,}4^2$

$A_s = \frac{5}{24} \cdot 3{,}14 \cdot 207{,}36$

$A_s = \frac{5}{24} \cdot 651{,}11$

$A_s = \frac{3255{,}55}{24}$

$A_s = 135{,}65$

Em seguida, calculamos a medida da área da base.

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 3^2 = 3{,}14 \cdot 9 = 28{,}26$$

Adicionando os dois resultados, temos:

$$135{,}65 \text{ cm}^2 + 28{,}26 \text{ cm}^2 = 163{,}91 \text{ cm}^2$$

40. A medida da área do quadrado é dada por:

$$A = b \cdot h = 3 \cdot 3 = 9$$

A medida da área do setor circular é dada por:

$A_s = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$

$A_s = \frac{90}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5^2$

$A_s = \frac{90}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}25$

$A_s = \frac{90}{360} \cdot 7{,}065$

$A_s = \frac{635{,}85}{360}$

$A_s = 1{,}76625$

Calculando a diferença entre os dois resultados, temos:

$$A = 9 - 1{,}76625 = 7{,}23$$

Portanto, a área considerada mede aproximadamente 7,23 cm².

41. Para os itens desta atividade, vamos usar a fórmula $A_c = \pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)$ que permite calcular a medida da área de uma coroa circular.

A. $A_c = 3{,}14 \cdot \left(4^2 - 1{,}5^2\right)$

$A_c = 3{,}14 \cdot (16 - 2{,}25)$

$A_c = 3{,}14 \cdot 13{,}75$

$A_c = 43{,}18$

Portanto, a área da coroa mede 43,18 m².

B. $A_c = 3{,}14 \cdot \left(6^2 - 2^2\right)$

$A_c = 3{,}14 \cdot (36 - 4)$

$A_c = 3{,}14 \cdot 32$

$A_c = 100{,}48$

Portanto, a área da coroa mede 100,48 m².

C. $A_c = 3{,}14 \cdot \left(5^2 - 1^2\right)$

$A_c = 3{,}14 \cdot (25 - 1)$

$A_c = 3{,}14 \cdot 24$

$A_c = 75{,}36$

Portanto, a área da coroa mede 75,36 m².

D. $A_c = 3{,}14 \cdot \left(7^2 - 3^2\right)$

$A_c = 3{,}14 \cdot (49 - 9)$

$A_c = 3{,}14 \cdot 40$

$A_c = 125{,}60$

Portanto, a área da coroa mede 125,60 m².

42. As medidas desta atividade são aproximadas.

Região amarela:

$A_c = \pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)$

$A_c = 3{,}14 \cdot \left(4^2 - 3^2\right)$

$A_c = 3{,}14 \cdot (16 - 9)$

$A_c = 3{,}14 \cdot 7$

$A_c = 21{,}98$

Portanto, a área da coroa circular pintada de amarelo mede 21,98 m².

Região vermelha:

$A_c = 3{,}14 \cdot \left(3^2 - 2^2\right)$

$A_c = 3{,}14 \cdot (9 - 4)$

$A_c = 3{,}14 \cdot 5$

$A_c = 15{,}7$

Portanto, a área da coroa circular pintada de vermelho mede 15,7 m².

Região verde:

$A_c = 3{,}14 \cdot \left(2^2 - 1^2\right)$

$A_c = 3{,}14 \cdot (4 - 1)$

$A_c = 3{,}14 \cdot 3$

$A_c = 9{,}42$

Portanto, a área da coroa circular pintada de verde mede 9,42 m².

43. a) A medida da área da folha com as etiquetas é de $A = b \cdot h = 21 \cdot 29{,}7 = 623{,}7$, isto é, 623,7 cm².

b) A medida da área da coroa é dada por:

$A_c = 3{,}14 \cdot \left(5{,}75^2 - 2^2\right) = 3{,}14 \cdot (33{,}0625 - 4) =$

$= 3{,}14 \cdot 29{,}0625 = 91{,}26$

Portanto, a medida da área de cada etiqueta é aproximadamente 91,26 cm².

c) Como a medida da área ocupada pelas etiquetas equivale a $3 \cdot 91{,}26 = 273{,}78$, então a medida da área da folha que não faz parte das etiquetas corresponde a $623{,}7 - 273{,}78 = 349{,}92$, ou seja, a área corresponde a aproximadamente 349,92 cm².

44. $A_c = \pi\left(R^2 - r^2\right)$

$A_c = 3{,}14\left(9^2 - 7^2\right)$

$A_c = 3{,}14(81 - 49)$

$A_c = 3{,}14 \cdot 32$

$A_c = 100{,}48$

Para obter a medida da área da região verde, devemos considerar que $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$. Assim, a medida da área verde corresponde a $\frac{1}{3} \cdot 100{,}48 \simeq 33{,}5$, ou seja, aproximadamente 33,5 cm².

45. $A_c = \pi\left(R^2 - r^2\right)$

$A_c = 3\left(7^2 - 3^2\right)$

$A_c = 3(49 - 9)$

$A_c = 3 \cdot 40$

$A_c = 120$

Sendo assim, o material disponível não será suficiente, pois a medida da área da nova região a ser pavimentada mede 120 m².

Portanto, a alternativa correta é a **e**.

O que eu estudei?

1.
$$A = b \cdot h$$
$$255 = 15 \cdot h$$
$$\frac{255}{15} = \frac{15 \cdot h}{15}$$
$$h = \frac{255}{15}$$
$$h = 17$$

Portanto, a altura desse paralelogramo mede 17 cm de comprimento.

2. As medidas de área são iguais, porque todas as peças do quadrado foram usadas para compor o triângulo, o retângulo e o trapézio, e não foram acrescentadas outras peças na montagem.

Portanto, a medida de área do quadrado foi preservada nas medidas de área das figuras obtidas.

3. A. Medida da área do quadrado: $A = b \cdot h = 4 \cdot 4 = 16$

Medida da área de cada triângulo congruente:
$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$
Medida da área total: $16 + 6 + 6 = 28$

Portanto, a área total da figura mede 28 m^2.

B. Medida da área do paralelogramo:
$$A = b \cdot h = 5 \cdot 3{,}5 = 17{,}5$$
Medida da área de cada trapézio:
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(5 + 3) \cdot 2}{2} = 8$$
Medida da área total: $17{,}5 + 8 + 8 = 33{,}5$

Portanto, a área total da figura mede 33,5 m^2.

C. Medida da área do retângulo maior:
$$A = b \cdot h = 10 \cdot 4 = 40$$
Medida da área do retângulo menor: $A = b \cdot h = 2 \cdot 3 = 6$

Medida da área do trapézio:
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(8 + 5) \cdot 3}{2} = \frac{13 \cdot 3}{2} = \frac{39}{2} = 19{,}5$$
Medida da área total: $40 + 6 + 19{,}5 = 65{,}5$

Portanto, a área total da figura mede 65,5 m^2.

4. A.
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$
$$7{,}8 = \frac{5{,}2 \cdot h}{2}$$
$$7{,}8 \cdot 2 = 5{,}2 \cdot h$$
$$h = \frac{15{,}6}{5{,}2} = 3$$
Portanto, a altura mede 3 m de comprimento.

B.
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$
$$10 = \frac{(6 + b) \cdot 2}{2}$$
$$10 = \frac{12 + b \cdot 2}{2}$$
$$20 = 12 + 2b$$
$$8 = 2b$$
$$b = 4$$
Portanto, a base menor mede 4 m.

C.
$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$
$$6{,}25 = \frac{5 \cdot x}{2}$$
$$6{,}25 \cdot 2 = 5 \cdot x$$
$$x = \frac{12{,}5}{5}$$
$$b = 2{,}5$$
Portanto, o comprimento da diagonal menor mede 2,5 m.

D.
$$A = b \cdot h$$
$$11{,}52 = x \cdot 2{,}4$$
$$x = \frac{11{,}52}{2{,}4}$$
$$b = 4{,}8$$
Portanto, o comprimento da base mede 4,8 m.

5. Como a medida da área do triângulo maior corresponde a $\frac{1}{4}$ da medida da área do retângulo e a medida da área de cada triângulo menor corresponde a $\frac{1}{8}$, então a adição das medidas das áreas em cinza é dada por:
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$
Assim, a área da região sombreada corresponde a $\frac{1}{2}$ da medida da área do retângulo.

Portanto, a alternativa correta é a **c**.

6. A. Medida da área do quadrado:
$$A = b \cdot h = 4 \cdot 4 = 16$$
A medida da área do setor circular:
$$A_s = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2 = \frac{270}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 2^2$$
$$A_s = \frac{270}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 4$$
$$A_s = \frac{270}{360} \cdot 12{,}56$$
$$A_s = \frac{3391{,}2}{360}$$
$$A_s = 9{,}42$$
Medida da região verde: $16 + 9{,}42 + 9{,}42 = 34{,}84$

Portanto, a área da região verde mede aproximadamente 34,84 cm^2.

B. Medida da área do quadrado:
$$A = b \cdot h = 4{,}7 \cdot 4{,}7 = 22{,}09$$
A medida da área da região amarela corresponde à medida da área de um círculo com diâmetro medindo 4,7 cm, ou seja, com raio medindo 2,35 cm. Assim, temos:
$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}35^2 = 17{,}34$$
Medida da região verde:
$$22{,}09 - 17{,}34 = 4{,}75$$
Portanto, a área da região verde mede aproximadamente 4,75 cm^2.

7. Medida da área do círculo maior:
$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 6^2 = 113{,}04$$
Medida da área do círculo menor:
$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 3^2 = 28{,}26$$
Medida da área da região laranja:
$$113{,}04 - 28{,}26 = 84{,}78$$
Portanto, a área da região laranja mede aproximadamente 84,78 cm^2.

8. A. Medida da área do círculo:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 2^2 = 12{,}56$$

Portanto, a área do círculo mede 12,56 m^2.

B. Como $360° - 280° = 80°$, a razão entre a medida do ângulo central e a volta completa do círculo é $\frac{80}{360} = \frac{2}{9}$.

Medida da área total do círculo:

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 3^2 = 3{,}14 \cdot 9 = 28{,}26$$

Calculando $\frac{2}{9}$ da medida da área total do círculo, temos:

$$\frac{2}{9} \cdot A = \frac{2}{9} \cdot 28{,}26 = \frac{56{,}52}{9} = 6{,}28$$

Portanto, a área aproximada do setor circular mede aproximadamente 6,28 m^2.

C. A medida da área da coroa é dada por:

$A_c = \pi\left(R^2 - r^2\right) = 3{,}14 \cdot \left(2{,}5^2 - 2^2\right) = 3{,}14 \cdot (6{,}25 - 4) =$
$= 3{,}14 \cdot 2{,}25 = 7{,}065.$

Portanto, a área da coroa circular mede 7,065 m^2.

D. Medida da área do retângulo:

$$A = b \cdot h = 3 \cdot 2 = 6$$

Medida da área do setor circular:

$A = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi \cdot r^2.$

$A = \frac{90}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 2^2$

$A = \frac{90}{360} \cdot 12{,}56$

$A = \frac{1130{,}4}{360} = 3{,}14$

Subtraindo os resultados, temos:

$6 - 3{,}14 = 2{,}86$

Portanto, a área da região laranja mede 2,86 m^2.

9. Dos 5 círculos, há 2 pintados de verde e 3 pintados na cor laranja. Então, a razão entre a medida da área pintada de verde e a medida da área pintada de laranja é $\frac{2}{3}$.

Portanto, a alternativa correta é a **d**.

Unidade 12 Medidas de volume e de capacidade

Atividades

1. a) Como $125 \cdot 1000 = 125\,000$, então 125 m^3 = 125 000 dm^3.

b) Como $\frac{35}{1000} = 0{,}035$, então 35 cm^3 = 0,035 dm^3.

c) Como $1000 \cdot 0{,}65 = 650$, então 0,65 dm^3 = 650 cm^3.

d) Como $1000 \cdot 1{,}9 = 1900$, então 1,9 m^3 = 1900 dm^3.

e) Como $\frac{185{,}5}{1000} = 0{,}1855$, então 185,5 cm^3 = 0,1855 dm^3.

f) Como $\frac{950}{1000} = 0{,}95$, então 950 dm^3 = 0,95 m^3.

g) Como $\frac{11758}{1000} = 11{,}758$, então 11758 dm^3 = 11,758 m^3.

h) Como $1000 \cdot 0{,}08 = 80$, então 0,08 dm^3 = 80 cm^3.

i) Como $1000 \cdot 2{,}57 = 2\,570$, então 2,57 m^3 = 2 570 dm^3.

j) Como $1000 \cdot 78{,}3 = 78\,300$, então 78,3 dm^3 = 78 300 cm^3.

k) Como $\frac{2{,}4}{1000} = 0{,}0024$, então 2,4 dm^3 = 0,0024 m^3.

l) Como $\frac{3\,458\,630}{1000} = 3\,458{,}63$, então 3 458 630 cm^3 = 3 458,63 dm^3.

2. Para comparar a quantidade de concreto produzida pelos trabalhadores, vamos calcular quanto Armando produziu em decímetros cúbicos.

$$12\ m^3 = 12\,000\ dm^3$$

De acordo com o enunciado, José produziu 10 000 dm^3. Comparando as duas produções na mesma unidade de medida, verificamos que $12\,000 > 10\,000$.

Portanto, Armando produziu maior quantidade de concreto do que José neste dia.

Questão 1. Calculando a medida do volume do cubo, temos:

$V = \frac{1}{2}\ cm \cdot \frac{1}{2}\ cm \cdot \frac{1}{2}\ cm = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\ cm^3 = \frac{1}{8}\ cm^3$

Portanto, a alternativa correta é a **b**.

Atividades

3. Realizando os cálculos, temos:

a) $V = 2\ cm \cdot 6\ cm \cdot 3{,}5\ cm = 2 \cdot 6 \cdot 3{,}5\ cm^3 = 42\ cm^3$

b) $V = 1{,}2\ cm \cdot 7\ cm \cdot 4{,}5\ cm = 1{,}2 \cdot 7 \cdot 4{,}5\ cm^3 = 37{,}8\ cm^3$

c) $V = \frac{9}{4}\ cm \cdot \frac{11}{3}\ cm \cdot 2\ cm = \frac{9}{4} \cdot \frac{11}{3} \cdot 2\ cm^3 =$
$= \frac{198}{12}\ cm^3 = \frac{33}{2}\ cm^3$

d) $V = 5{,}5\ cm \cdot 5{,}5\ cm \cdot 4\ cm = 5{,}5 \cdot 5{,}5 \cdot 4\ cm^3 = 121\ cm^3$

e) $V = 2{,}1\ cm \cdot \frac{15}{7}\ cm \cdot 8\ cm = 2{,}1 \cdot \frac{15}{7} \cdot 8\ cm^3 = 36\ cm^3$

4. De acordo com a medida do volume em cada um dos itens, temos as seguintes dimensões:

a) $0{,}6 \cdot 0{,}7 \cdot x = 0{,}336$
$0{,}42x = 0{,}336$
$\frac{0{,}42x}{0{,}42} = \frac{0{,}336}{0{,}42}$
$x = 0{,}8$

Portanto, $x = 0{,}8$ m.

b) $19 \cdot 26{,}3 \cdot x = 16\,989{,}8$
$499{,}7x = 16\,989{,}8$
$\frac{499{,}7x}{499{,}7} = \frac{16\,989{,}8}{499{,}7}$
$x = 34$

Portanto, $x = 34$ cm.

c) $11{,}5 \cdot 6{,}5 \cdot x = 807{,}3$
$74{,}75x = 807{,}3$
$\frac{74{,}75x}{74{,}75} = \frac{807{,}3}{74{,}75}$
$x = 10{,}8$

Portanto, $x = 10{,}8$ dm.

d) $4 \cdot 2 \cdot x = 12$
$8x = 12$
$\frac{8x}{8} = \frac{12}{8}$
$x = 1{,}5$

Portanto, $x = 1{,}5$ m.

e) Convertendo em centímetros cúbicos a medida do volume que está expressa em decímetros cúbicos, temos:

$$212\ dm^3 = 212\,000\ cm^3$$

Assim:

$$40 \cdot 53 \cdot x = 212\,000$$
$$2\,120x = 212\,000$$
$$\frac{2\,120x}{2\,120} = \frac{212\,000}{2\,120}$$
$$x = 100$$

Portanto, $x = 100$ cm.

5. Calculando a medida do volume, temos:

$V = 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5$

$V = 3{,}375$

Portanto, o volume desse cubo mede 3,375 m³.

6. Para resolver essa questão, primeiro, calculamos a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo.

$V = 27 \cdot 4{,}5 \cdot 6$

$V = 729$

Logo, o volume desse paralelepípedo mede 729 cm³.

Como as arestas do cubo têm a mesma medida de comprimento, fazemos:

$$x \cdot x \cdot x = 729$$
$$x^3 = 729$$
$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{729}$$
$$x = 9$$

Portanto, o comprimento da aresta do cubo deve medir 9 cm.

7. A medida do volume do bloco de madeira que Carlos vai usar é dada por:

$V = 4 \cdot 4 \cdot 10$

$V = 160$

Logo, o volume desse bloco mede 160 dm³.

Como 20% do bloco de madeira serão destinados à construção do telhado (20% de 160 dm³), temos:

$$\frac{20}{100} \cdot 160 = \frac{3\,200}{100} = 32$$

Portanto, serão utilizados 32 dm³ do bloco de madeira para a construção do telhado.

8. Indicando por V_p a medida do volume do paralelepípedo e por V_c a medida do volume do cubo, temos:

$$V_p = 5{,}4 \cdot 3{,}25 \cdot 4 = 70{,}2$$

Logo, $V_p = 70{,}2$ dm³.

$$V_c = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$$

Logo, $V_c = 512$ cm³.

Convertendo em decímetros cúbicos a medida do volume do cubo, temos:

$$\frac{512}{1000} = 0{,}512, \text{ ou seja, } 512 \text{ cm}^3 = 0{,}512 \text{ dm}^3.$$

Calculando a diferença entre as medidas dos volumes, obtemos:

$$V_p - V_c = 70{,}2 - 0{,}512 = 69{,}688$$

Portanto, a diferença entre a medida do volume desse paralelepípedo reto retângulo e desse cubo é 69,688 dm³.

9. Calculando a medida do volume desse cubo, em centímetros cúbicos, temos:

$$V = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8, \text{ ou seja, } 8 \text{ cm}^3.$$

Convertendo essa medida em decímetros cúbicos, temos:

$$\frac{8}{1000} = 0{,}008, \text{ ou seja, } 8 \text{ cm}^3 = 0{,}008 \text{ dm}^3$$

Convertendo-a em metros cúbicos, temos:

$$\frac{0{,}008}{1000} = 0{,}000008, \text{ ou seja, } 0{,}008 \text{ dm}^3 = 0{,}000008 \text{ m}^3.$$

Portanto, as medidas que correspondem ao volume desse cubo são 8 cm³, 0,008 dm³ e 0,000008 m³.

10. Para resolver os itens dessa atividade, vamos calcular inicialmente a medida do volume de cada paralelepípedo reto retângulo. Depois, usaremos essa medida para calcular a parte indicada e, se necessário, efetuar a conversão entre unidades de medida.

a) $V = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

Portanto, o volume do paralelepípedo mede 6 m³.

Calculando 30% desse volume, obtemos:

30% de $6 = \frac{30}{100} \cdot 6 = 1{,}8$, ou seja, 1,8 m³.

Por fim, fazemos a conversão entre as unidades de medida.

$$1{,}8 \text{ m}^3 = \underbrace{1800}_{1{,}8\,\cdot\,1000} \text{ dm}^3.$$

Portanto, a informação apresentada nesse item é verdadeira.

b) $V = 10 \cdot 10 \cdot 5 = 500$, ou seja, 500 dm³.

Calculando a quarta parte da medida desse volume, temos:

$$\frac{500}{4} = 125$$

Como 125 dm³ corresponde a $\underbrace{0{,}125}_{125\,:\,1000}$ m³, a informação apresentada nesse item é verdadeira.

c) $V = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

Portanto, o volume desse cubo mede 216 cm³.

Calculando $\frac{1}{3}$ da medida desse volume, temos:

$\frac{1}{3} \cdot 216 = 72.$

Como 72 cm³ corresponde a $\underbrace{0{,}072}_{72\,:\,1000}$ dm³ e

0,072 dm³ $\neq$ 0,72 dm³, a informação apresentada nesse item é falsa. Sugestão de correção:

$\frac{1}{3}$ da medida do volume do cubo **C** corresponde a 0,072 dm³.

11. a) A medida do volume interno do recipiente é dada por:

$$V = 3{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5 = 21{,}875, \text{ ou seja, } 21{,}875 \text{ dm}^3.$$

b) Para identificar qual dos objetos tem a maior medida de massa, vamos converter todas as medidas do quadro em decímetro cúbico.

Objeto **A**: $\frac{3\,062{,}5}{1000} = 3{,}0625$, ou seja,

3 062,5 cm³ = 3,0625 dm³.

Objeto **B**: $\frac{437{,}5}{1000} = 0{,}4375$, ou seja,

437,5 cm³ = 0,4375 dm³.

Objeto **C**: $0{,}004375 \cdot 1000 = 0{,}4375$, ou seja,

0,004375 m³ = 0,4375 dm³.

Objeto **D**: $0{,}007 \cdot 1000 = 7$, ou seja, 0,007 m³ = 7 dm³.

Objeto **E**: 1,75 dm³.

Portanto, o objeto **D** tem a maior medida de volume e o objeto **B** tem a menor medida.

c) Sim. Para determinar qual objeto fez a água transbordar, vamos calcular a medida do volume da parte vazia do recipiente.

$$V = 0{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}5 = 4{,}375, \text{ ou seja, } 4{,}375 \text{ dm}^3.$$

Logo, os objetos cujas medidas do volume são maiores do que 4,375 dm^3 farão a água transbordar.

Comparando os resultados, verificamos que apenas o objeto **D** fará a água transbordar.

d) Para responder a esse item, vamos calcular o volume de água que a altura indicada representa no volume do recipiente e, em seguida, comparar com os objetos do experimento.

I: Como a água subiu 2 cm, ou seja, 0,2 dm, temos:

$$V = 0{,}2 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}5 = 1{,}75, \text{ ou seja, } 1{,}75 \text{ dm}^3.$$

Portanto, o objeto **E** fez o nível da água subir 2 cm.

II: Como a água subiu 0,5 cm, ou seja, 0,05 dm, temos:

$$V = 0{,}05 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}5 = 0{,}4375, \text{ ou seja, } 0{,}4375 \text{ dm}^3.$$

Portanto, o objeto **B** fez o nível de água subir 0,5 cm.

III: Como a água subiu 5 cm, ou seja, 0,5 dm, temos:

$$V = 0{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}5 = 4{,}375, \text{ ou seja, } 4{,}375 \text{ dm}^3.$$

Portanto, o objeto **C** fez o nível de água subir 5 cm.

De acordo com os resultados obtidos, temos a seguinte relação:

I-**E**; **II**-**B**; **III**-**C**.

12. Calculando a medida do volume total do vaso, temos:

$$V = 60 \cdot 35 \cdot 40 = 84\,000, \text{ ou seja, } 84\,000 \text{ cm}^3.$$

Como a medida do volume de água representa metade dessa medida, então:

$$\frac{84\,000}{2} = 42\,000, \text{ isto é, } 42\,000 \text{ cm}^3.$$

A quantidade de pedrinhas compradas depende da medida do volume do vaso, desconsiderando 10 centímetros da medida da altura. Calculando essa medida de volume, obtemos:

$$V = 50 \cdot 35 \cdot 40 = 70\,000, \text{ ou seja, } 70\,000 \text{ cm}^3.$$

Logo, a medida do volume a ser preenchido com pedrinhas é $\underbrace{28\,000}_{70\,000\,-\,42\,000}$ cm^3.

Cada pedrinha tem 100 cm^3. Então:

$$28\,000 : 100 = 280$$

Portanto, foram compradas 280 pedrinhas. Logo, a alternativa correta é a **b**.

13. A medida do volume das pastas é 70,224 dm^3. Convertendo em centímetros cúbicos, temos:

$$70{,}224 \cdot 1000 = 70\,224, \text{ ou seja, } 70\,224 \text{ cm}^3.$$

Considere y a medida do volume da gaveta. Como essas pastas ocuparam 48% do total da gaveta, escrevemos e resolvemos a seguinte proporção:

$$\frac{70\,224}{48} = \frac{y}{100}$$

$$48y = 7\,022\,400$$

$$y = 146\,300$$

Portanto, o volume total da gaveta mede 146 300 cm^3.

Usando essas informações, podemos calcular a medida da altura da gaveta.

$$70 \cdot 95 \cdot x = 146\,300$$

$$6\,650x = 146\,300$$

$$\frac{6\,650x}{6\,650} = \frac{146\,300}{6\,650}$$

$$x = 22$$

Portanto, a altura da gaveta mede 22 cm.

14. Calculando a medida do volume de cada caixa, temos:

$$V = 10 \cdot 12 \cdot 8 = 960, \text{ ou seja, } 960 \text{ cm}^3.$$

Convertendo a quantidade total de algodão doce em centímetros cúbicos, temos:

$$24 \text{ dm}^3 = 1000 \cdot 24 \text{ cm}^3 = 24\,000 \text{ cm}^3$$

Sendo assim, calculamos a quantidade de caixas necessárias.

$$24\,000 : 960 = 25$$

Portanto, são necessárias 25 caixas.

15. Indicando por a, b e c as medidas do comprimento das arestas do paralelepípedo feito por Giovana, as medidas do comprimento das arestas do paralelepípedo feito por João são $2a$, $2b$ e $2c$. Logo, a medida do volume do paralelepípedo de Giovana é $G = abc$ e o volume do paralelepípedo de João será dado por:

$J = 2a \cdot 2b \cdot 2c = 8abc$, ou seja, $J = 8G$.

Portanto, a alternativa correta é a **c**.

16. a) Primeiro, calculamos a medida do volume do objeto:

$$V = 75^3 = 421\,875, \text{ ou seja, } 421\,875 \text{ cm}^3.$$

Em seguida, calculamos a medida do volume de cada uma das caixas.

Caixa **1**: $75 \cdot 82 \cdot 85 = 522\,750$, ou seja, 522 750 cm^3.

Caixa **2**: $76 \cdot 80 \cdot 79 = 480\,320$, ou seja, 480 320 cm^3.

Caixa **3**: $79 \cdot 79 \cdot 79 = 493\,039$, ou seja, 493 039 cm^3.

Caixa **4**: $80 \cdot 90 \cdot 77 = 554\,400$, ou seja, 554 400 cm^3.

A caixa **5** não é uma opção, pois as medidas de suas dimensões são menores do que 75 cm e o objeto não caberia na caixa.

Portanto, a caixa **2** tem a menor medida de volume, ou seja, o espaço livre em seu interior será o menor possível.

b) Como o volume desse objeto cúbico mede 50 653 cm^3, então o comprimento da aresta desse objeto mede 37 cm, pois $\sqrt[3]{50\,653} = 37$. Portanto, não é possível armazenar nessa caixa esse outro objeto, pois o comprimento da aresta do outro objeto (75 cm) ultrapassa a medida das dimensões da caixa.

17. Como a espessura de cada face mede 0,5 cm, então as medidas internas da caixa são diminuídas em 0,5 cm para cada face, ou seja, 1 cm no total. Logo, temos as seguintes dimensões: 19 cm, 19 cm e 7 cm.

Calculando a medida do volume de madeira, temos:

$$\underbrace{3\,200}_{20\,\cdot\,20\,\cdot\,8} \text{ cm}^3 - \underbrace{2\,527}_{19\,\cdot\,19\,\cdot\,7} \text{ cm}^3 = 673 \text{ cm}^3$$

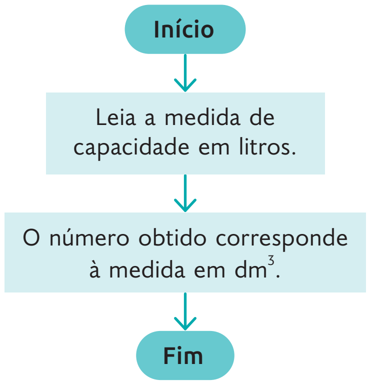
Portanto, a alternativa correta é a **c**.

18. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

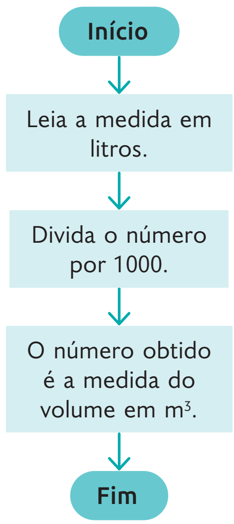
Qual é a medida do volume dessa caixa em centímetro cúbico? Resposta: 6 840 cm^3.

Questão 2.

a)



b)



Atividades

19. a) Como $\frac{0{,}5}{1000} = 0{,}0005$, então $0{,}5\,L = 0{,}0005\,m^3$.

b) Como $\frac{3\,750}{1000} = 3{,}75$, então $3\,750\,mL = 3{,}75\,L$.

c) Como $0{,}02 \cdot 1000 = 20$, então $0{,}02\,dm^3 = 200\,mL$.

d) Como $18{,}25 \cdot 1000 = 18\,250$, então $18\,250\,L = 18{,}25\,m^3$.

e) Como $0{,}83 \cdot 1000 = 830$, então $830\,mL = 0{,}83\,dm^3$.

f) $0{,}79\,dm^3 = 0{,}79\,L$

g) Como $\frac{0{,}950}{1000} = 0{,}00095$, então $0{,}00095\,m^3 = 0{,}950\,L$.

h) Como $\frac{42\,000}{1\,000\,000} = 0{,}042$, então $42\,000\,mL = 0{,}042\,m^3$.

i) Como $\frac{110}{1\,000\,000} = 0{,}00011$, então $0{,}00011\,m^3 = 110\,mL$.

j) $8\,500\,dm^3 = 8\,500\,L$.

k) Como $80 : 1000 = 0{,}08$, então $80\,dm^3 = 0{,}08\,mL$.

l) Como $10{,}5 \cdot 1000 = 10\,500$, então $10{,}5\,m^3 = 10\,500\,L$.

20. Primeiro, convertemos $870\,cm^3$ em decímetros cúbicos:
$\frac{870}{1000} = 0{,}87$

Assim, $870\,cm^3 = 0{,}87\,dm^3$.

Como $1\,dm^3 = 1\,L = 1000\,mL$, temos: $0{,}87 \cdot 1000 = 870$.

Portanto, a medida de capacidade desse recipiente é 870 mL.

21. Calculando a medida do volume de cada um dos recipientes, temos:

Recipiente **A**:

$$V = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1,\text{ ou seja, } 1\,dm^3.$$

Recipiente **B**:

$$V = 1 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}75,\text{ ou seja, } 0{,}75\,dm^3.$$

Recipiente **C**:

$$V = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}3 = 1{,}8,\text{ ou seja, } 1{,}8\,dm^3.$$

Como $1\,dm^3 = 1\,L$, então os recipientes **A** e **C** têm água suficiente para completar uma garrafa de um litro.

22. a) Calculando a quantidade de litros, temos:

$$14 \cdot \underbrace{1000}_{1\,m^3\,=\,1000\,L} = 14\,000$$

Portanto, foram consumidos 14 000 L de água nesse mês.

b) Como o consumo diminuiu 3 500 L, então foram consumidos 10 500 L, pois $\underbrace{10\,500}_{14\,000\,-\,3\,500}$. Convertendo esse consumo em metros cúbicos, obtemos: $\frac{10\,500}{1000} = 10{,}5$.

Portanto, houve um consumo de $10{,}5\,m^3$ nesse mês.

23. Como $1000\,L = 1\,m^3$, então $100\,000\,L = 100\,m^3$. Sendo assim, considerando x a medida do comprimento interno, em metro, temos:

$$5 \cdot 8 \cdot x = 100$$
$$\frac{40x}{40} = \frac{100}{40}$$
$$x = 2{,}5$$

Portanto, seu comprimento interno mede 2,5 m.

24. Primeiro, determinamos a medida do volume e, em seguida, calculamos sua capacidade.

a) $V = 2 \cdot 1 \cdot 5 = 10$, ou seja, $10\,dm^3$.

Como $1\,dm^3 = 1\,L$, nesse recipiente cabem 10 L de água.

b) $V = 1{,}6 \cdot 4{,}1 \cdot 3{,}7 = 24{,}272$, ou seja, $24{,}272\,m^3$.

Como $1\,m^3 = 1000\,L$, nesse recipiente cabem 24 272 L de água.

c) $V = 7{,}5 \cdot 34 \cdot 18 = 4\,590$, ou seja, $4\,590\,cm^3$.

Como $1\,cm^3 = 0{,}001\,L$, nesse recipiente cabem 4,59 L de água.

d) $V = 1{,}29 \cdot 1{,}43 \cdot 2{,}05 = 3{,}781635$, ou seja, $3{,}781635\,m^3$.

Como $1\,m^3 = 1000\,L$, nesse recipiente cabem 3 781,635 L de água.

e) $V = 11{,}25 \cdot 13{,}52 \cdot 16{,}86 = 2\,564{,}406$, ou seja, $2\,564{,}406\,dm^3$.

Como $1\,dm^3 = 1\,L$, nesse recipiente cabem 2 564,406 L de água.

f) $V = 80 \cdot 61 \cdot 73 = 356\,240$, ou seja, $356\,240\,cm^3$.

Como $1\,cm^3 = 0{,}001\,L$, nesse recipiente cabem 356,24 L de água.

25. A medida do volume desse reservatório é $2{,}16\,m^3$, pois $V = 1{,}6 \cdot 0{,}9 \cdot 1{,}5 = 2{,}16$. Como $1\,m^3 = 1000\,L$, verificamos que nesse reservatório cabem 2 160 L de água. Sendo bombeado, 1,8 L a cada segundo, o tempo necessário para encher o reservatório é dado por: $2160 : 1{,}8 = 1200$.

Portanto, são necessários 1200 s, que correspondem a $\underbrace{20\text{ min}}_{1200\,:\,60}$, para encher o reservatório.

26. Inicialmente, vamos calcular a medida do volume da parte desse recipiente sem água.

$$V = 12 \cdot 14 \cdot 4{,}35 = 730{,}8, \text{ ou seja, } 730{,}8 \text{ dm}^3.$$

Considere V_t a medida do volume interno desse recipiente. Como a parte com água nesse reservatório equivale a 85%, ou seja, 0,85 da medida da capacidade total, obtemos:

$$0{,}85 \cdot V_t = V_t - V$$
$$0{,}85V_t = V_t - 730{,}8$$
$$V_t - 0{,}85V_t = 730{,}8$$
$$0{,}15V_t = 730{,}8$$
$$\frac{0{,}15V_t}{0{,}15} = \frac{730{,}8}{0{,}15}$$
$$V_t = 4\,872$$

Sendo assim, o volume interno do recipiente mede $4\,872 \text{ dm}^3$.

Como $1 \text{ dm}^3 = 0{,}001 \text{ m}^3$, calculamos:

$$4\,872 : 1000 = 4{,}872$$

Portanto, o volume interno desse recipiente mede $4{,}872 \text{ m}^3$.

27. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Qual dos recipientes tem maior medida de capacidade?

Resposta: O recipiente com formato cilíndrico.

28. A medida do volume total dessa piscina é dada por:

$$V = 4 \cdot 12 \cdot 1{,}5 = 72, \text{ ou seja, } V = 72 \text{ m}^3.$$

Assim, a capacidade total dessa piscina mede 72 000 L.

Cada mangueira despeja 17 L de água por minuto. Como são 3 mangueiras, ao todo, serão despejados $3 \cdot 17 = 51$, ou seja, 51 L de água.

Calculando a quantidade de minutos, obtemos $\frac{72\,000}{51} \simeq 1411{,}76$, ou seja, aproximadamente 1412 minutos.

Portanto, a piscina estará cheia em, aproximadamente, 1412 minutos.

29. a) Calculando a medida do volume interno do recipiente, temos:

$$V = 5 \cdot 15 \cdot 8 = 600, \text{ ou seja, } 600 \text{ cm}^3.$$

b) Convertendo em decímetros cúbicos, temos:

$$\frac{600}{1000} = 0{,}6, \text{ isto é, } 0{,}6 \text{ dm}^3.$$

Assim, obtemos 0,6 L, que equivalem 600 mL.

c) Como a garrafa encheu completamente o recipiente, então a capacidade dessa garrafa é 600 mL.

30. A medida do volume do paralelepípedo é dada por:

$$V = 25 \cdot 15 \cdot 8 = 3000, \text{ ou seja, } 3000 \text{ cm}^3.$$

Assim, a medida da capacidade pode ser representada por $\underbrace{3 \text{ dm}^3}_{3000\,:\,1000}$, ou seja, 3 L.

a) Dobrando-se a medida de uma de suas dimensões, temos: $(2 \cdot 25) \cdot 15 \cdot 8 = 25 \cdot (2 \cdot 15) \cdot 8 = 25 \cdot 15 \cdot (2 \cdot 8) = 6000$, ou seja, $6000 \text{ cm}^3 = 6 \text{ dm}^3 = 6$ L.

Portanto, a afirmação apresentada nesse item é verdadeira.

b) De acordo com os cálculos do item **a**, a medida da capacidade será 6 L. Logo, a afirmação desse item é falsa, ou seja, ao dobrar a medida de qualquer uma de suas dimensões, a medida da capacidade será 6 L.

c) A afirmação desse item é falsa, pois, ao dobrar a medida de todas as arestas, temos:

$V = (2 \cdot 25) \cdot (2 \cdot 15) \cdot (2 \cdot 8) = 50 \cdot 30 \cdot 16 = 24\,000$, ou seja, $24\,000 \text{ cm}^3$.

Essa medida corresponde a 24 L.

d) A afirmação é verdadeira, pois, ao triplicar a medida de qualquer uma das dimensões, temos:

$V = (3 \cdot 25) \cdot 15 \cdot 8 = 25 \cdot (3 \cdot 15) \cdot 8 = 25 \cdot 15 \cdot (3 \cdot 8) = 9000$, ou seja, 9000 cm^3.

Essa medida corresponde a 9 L.

e) Essa afirmação é falsa, pois a medida de capacidade do paralelepípedo é 3 litros, o que corresponde a 3 000 mL.

Sendo assim, são verdadeiras as afirmações dos itens **a** e **d**.

31. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Um aquário tem 40 L de medida de capacidade e as medidas internas do comprimento e da largura são, respectivamente, 20 cm e 0,5 m. Determine, em decímetros, a medida interna da altura desse aquário.

Resposta: 4 dm.

32. Convertendo as medidas indicadas em centímetros cúbicos, temos:

a) $\frac{150}{1000} = 0{,}15$

150 mL = 0,15 L

$0{,}15 \text{ L} = 0{,}15 \text{ dm}^3$

Como 10 cm = 1 dm, vamos calcular a medida da altura que a água atingirá no recipiente, indicando por x essa medida.

$1 \cdot 1 \cdot x = 0{,}15$

$x = 0{,}15$, ou seja, 0,15 dm ou, ainda, 1,5 cm.

b) 100 mL + 150 mL = 250 mL = 0,25 L

Portanto, esse líquido ocupa uma medida de volume de $0{,}25 \text{ dm}^3$. Considerando x a medida da altura que a água atingirá no recipiente, temos:

$1 \cdot 1 \cdot x = 0{,}25$

$x = 0{,}25$, ou seja, 0,25 dm, ou ainda, 2,5 cm.

c) Medida do volume total do recipiente:

$V = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}4 = 0{,}4$, ou seja, $0{,}4 \text{ dm}^3$.

Logo, sua capacidade mede 400 mL, que representa uma medida maior do que 300 mL.

Portanto, a água não transbordará.

O que eu estudei?

1. Efetuando os cálculos, temos:

a) $10 \text{ m}^3 = 10\,000 \text{ dm}^3 = 10\,000\,000 \text{ cm}^3$

Portanto, a igualdade é falsa.

b) $35\,600 \text{ dm}^3 = 35\,600\,000 \text{ cm}^3$

Portanto, a igualdade é falsa.

c) $1\,750\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,750\,000 \text{ dm}^3 = 1750 \text{ m}^3$

Portanto, a igualdade é verdadeira.

d) $800 \text{ cm}^3 = 0{,}8 \text{ dm}^3$

Portanto, a igualdade é verdadeira.

e) $2{,}86 \text{ m}^3 = 2\,860 \text{ dm}^3 = 2\,860$ L

Portanto, a igualdade é verdadeira.

f) $0{,}3\ dm^3 = 0{,}3\ L$

Portanto, a igualdade é verdadeira.

g) $9\,520\ L = 9{,}52\ m^3$

Portanto, a igualdade é verdadeira.

h) $4\,000\ m^3 = 4\,000\,000\ L$

Portanto, a igualdade é falsa.

Sendo assim, são verdadeiras as igualdades dos itens **c**, **d**, **e**, **f** e **g**.

2. Cada aresta mede 12 cm de comprimento. Então, a medida do volume da caixa é dada por:

$$V = 12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728,\ \text{ou seja, } 1728\ cm^3.$$

Como $1\ dm^3 = 1000\ cm^3$, então $\frac{1728}{1000} = 1{,}728$, ou seja, o volume da caixa mede $1{,}728\ dm^3$.

Sabendo que o objeto tem $1{,}5\ dm^3$, efetuamos uma subtração.

$$1{,}728 - 1{,}5 = 0{,}228$$

Sendo assim, obtemos uma diferença de $0{,}228\ dm^3$.

Para converter esse resultado em cm^3, fazemos:

$$0{,}228 \cdot 1000 = 228$$

Portanto, sobrou na caixa uma medida de $228\ cm^3$ de volume.

3. Para esse cálculo, vamos considerar três paralelepípedos, todos com espessura de $\underbrace{0{,}05}_{5\ cm}$ m. Nesse caso, a medida do volume de concreto será dada por:

$V = 8 \cdot 8 \cdot 0{,}05 + 3 \cdot 7 \cdot 0{,}05 + 3 \cdot 5 \cdot 0{,}05 = 3{,}2 + 1{,}05 + 0{,}75 = 5$, ou seja, $5\ m^3$.

Logo, o mestre de obras deve pedir à usina um caminhão cuja capacidade máxima seja de $5\ m^3$.

Portanto, a alternativa correta é a **c**.

4. Como $V = 250\ m^3$, temos:

$$a \cdot b \cdot 5 = 250$$

Considerando $a = 2b$, obtemos:

$$\begin{aligned} \underbrace{2 \cdot b}_{a} \cdot b \cdot 5 &= 250 \\ 10b^2 &= 250 \\ b^2 &= 25 \\ b &= \pm 5 \end{aligned}$$

Como b representa a medida da dimensão de um paralelepípedo reto retângulo, vamos considerar o valor positivo, ou seja, $b = 5$ m.

Desse modo:

$$a = 2 \cdot b = 2 \cdot 5 = 10$$

Portanto, as medidas do paralelepípedo são 5 m, 5 m e 10 m.

5. Inicialmente, calculamos a medida da altura da água.

$$1{,}7\ m - 50\ cm = 1{,}7\ m - 0{,}5\ m = 1{,}2\ m$$

Sendo assim, a medida do volume é dada por:

$$V = 5 \cdot 3 \cdot 1{,}2 = 18,\ \text{ou seja, } 18\ m^3.$$

Como $1\ m^3 = 1000\,L$, a quantidade em litros de água será $\underbrace{18\,000\ L}_{18\ m^3}$.

De acordo com as informações do problema, para cada 1000 L, adiciona-se 1,5 mL de produto. Então, para 18 000 L, serão adicionados $18\,000 \cdot \underbrace{0{,}0015}_{0{,}15\ mL\ em\ L} = 27$, ou seja, 27 mL.

Portanto, a alternativa correta é a **b**.

O que eu aprendi?

1. a) $0{,}006 \cdot 0{,}003 = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$

b) $0{,}0002 \cdot 1\,000\,000 = 2 \cdot 10^2$

c) $0{,}04 \cdot 1\,200\,000 \cdot 0{,}0005 = 24$

d) $0{,}02 \cdot 6\,000 \cdot 0{,}0007 \cdot 800\,000 = 6{,}72 \cdot 10^4$

2. O conjunto representa $A \cap B$, pois são os elementos que estão no conjunto A e no conjunto B simultaneamente. Portanto, $A \cap B = \{-5, -4, -1, 1, 4, 6, 12\}$.

3. Como são 5 algarismos e 5 vogais, as possibilidades serão $5 \cdot 5 = 25$, isto é, Oscar tem 25 possibilidades de compor essa senha.

4. Representando o triplo de um número por $3x$, podemos escrever e resolver a equação a seguir.

$$\begin{aligned} 3x + 27 &= 81 \\ 3x + 27 - 27 &= 81 - 27 \\ 3x &= 54 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{54}{3} \\ x &= 18 \end{aligned}$$

Portanto, o número é o 18.

5. Considere x a quantidade de carros e y a quantidade de motos nesse estacionamento. Logo, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 4x + 2y = 100 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema pelo método da substituição, isolando x na primeira equação, temos:

$$\begin{aligned} x + y &= 30 \\ x &= 30 - y \end{aligned}$$

Substituindo x por $30 - y$ na segunda equação, obtemos:

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 100 \\ 4(30 - y) + 2y &= 100 \\ 120 - 4y + 2y &= 100 \\ -2y &= -20 \\ y &= 10 \end{aligned}$$

Portanto, existem 10 motos nesse estacionamento.

6. a) Para determinar a quantidade de proteínas em 10 biscoitos, vamos construir um quadro.

Quantidade de biscoitos	Quantidade de proteínas (em gramas)
6	3,1
10	x

$$\begin{aligned} 6x &= 31 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{31}{6} \\ x &\simeq 5{,}17 \end{aligned}$$

Portanto, em 10 biscoitos, há aproximadamente 5,17 g de proteínas.

b) Para determinar a quantidade de quilocalorias no pacote, vamos construir um quadro.

Quantidade de quilocalorias (kcal)	Medida de massa (em gramas)
126	30
x	200

$$30x = 25\,200$$
$$\frac{30x}{30} = \frac{25\,200}{30}$$
$$x = 840$$

Portanto, em todo pacote, há 840 kcal.

c) Para determinar a quantidade de biscoitos nesse pacote, vamos construir um quadro.

Quantidade de biscoitos	Medida de massa (em gramas)
6	30
x	200

$$30x = 1\,200$$
$$\frac{30x}{30} = \frac{1\,200}{30}$$
$$x = 40$$

Logo, há, ao todo, 40 biscoitos nesse pacote.

7. a) Subtraindo a quantidade de água do começo do dia pela quantidade de água do final do dia, temos $500 - 320 = 180$, ou seja, a quantidade de água utilizada nesse dia foi 180 L.

b) Para determinar a porcentagem de água utilizada, vamos construir um quadro.

Quantidade de água (em L)	Porcentagem (%)
500	100
180	x

$$500x = 18\,000$$
$$\frac{500x}{500} = \frac{18\,000}{500}$$
$$x = 36$$

Logo, a quantidade de água utilizada nesse dia representa 36% da medida da capacidade dessa caixa d'água.

8. a) A soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°. Então:

$$360° - 60° - 124° - 56° = 120°.$$

Logo, o quarto ângulo mede 120°.

b) O quadrilátero que tem todos os ângulos internos iguais é o retângulo. Portanto, cada ângulo interno desse quadrilátero mede 90°.

c) Como a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, temos:

$$x + x + 10° + x + 14° + x + 4° = 360°$$
$$4x + 28° = 360°$$
$$4x + 28° - 28° = 360° - 28°$$
$$4x = 332°$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{332°}{4}$$
$$x = 83°$$

Substituindo a medida x em cada um dos ângulos, obtemos:

$$83°;\ 83° + 10° = 93°;\ 83° + 14° = 97°;\ 83° + 4° = 87°.$$

Portanto as medidas desses ângulos são 83°, 93°, 97° e 87°.

d) A soma das medidas dos comprimentos dos lados de uma figura representa seu perímetro. Assim:

$$x + x + 5 + 2x + 3 + \frac{1}{2}x = 62$$
$$\frac{9}{2}x + 8 = 62$$
$$\frac{9}{2}x + 8 - 8 = 62 - 8$$
$$\frac{9}{2}x = 54$$
$$\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{2}x = \frac{2}{9} \cdot 54$$
$$x = 12, \text{ ou seja, } 12 \text{ cm}.$$

Substituindo a medida encontrada x, temos:

$$12;\ 12 + 5 = 17;\ 2 \cdot 12 + 3 = 27;\ \frac{1}{2} \cdot 12 = 6.$$

Portanto, os comprimentos dos lados desse quadrilátero medem 12 cm, 17 cm, 27 cm e 6 cm.

9. Resposta no final da seção **Resoluções**.

10. a) Como $1\ m^3 = 1000\ L$, fazemos:

$3\,000 : 1000 = 3$, ou seja, 3 000 L, que equivalem a $3\,m^3$.

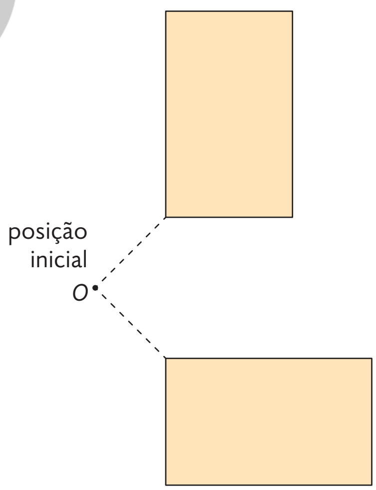
b) A medida do volume do cubo é dada por:

$$V = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

Portanto, o volume do cubo mede $125\,dm^3$.

Como $1\ dm^3 = 1000\ mL = 1\ L$, temos $125\,dm^3 = 125\,L$.

11. Rotacionando a figura em 90° no sentido horário em torno do ponto O, obtemos:



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, a alternativa **C** está correta.

12. Para determinar a medida da área desse terreno, vamos calcular a medida da área dos dois trapézios separadamente.

$$\frac{(10 + 6) \cdot 4}{2} = \frac{16 \cdot 4}{2} = \frac{64}{2} = 32, \text{ ou seja, } 32\ m^2;$$

$$\frac{(14 + 10) \cdot 7}{2} = \frac{24 \cdot 7}{2} = \frac{168}{2} = 84, \text{ ou seja, } 84\ m^2.$$

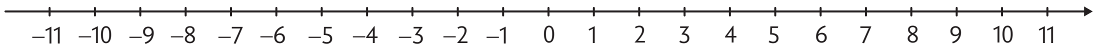
Adicionando as duas medidas, obtemos:

$$32 + 84 = 116$$

Portanto, a área do terreno mede $116\,m^2$.

Resolução referente à seção **O que eu já sei?**.

3. Usando a reta numérica como suporte, temos:



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Com isso, podemos obter as seguintes conclusões.

a) O número -5 fica à esquerda de -4. Portanto, $-5 < -4$.

b) O número -10 fica à esquerda de 10. Portanto, $-10 < 10$.

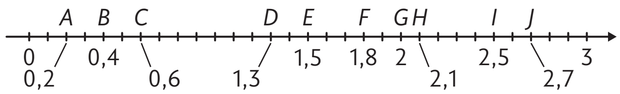
c) O número -7 fica à direita de -8. Portanto, $-7 > -8$.

d) O número 0 fica à esquerda de 6. Portanto, $0 < 6$.

e) O número -6 fica à esquerda de 0. Portanto, $-6 < 0$.

f) O número 9 fica à direita de -9. Portanto, $9 > -9$.

5. Na reta numérica apresentada, cada unidade está dividida em 10 partes iguais. Nesse caso, verificamos que *A*: 0,2; *B*: 0,4; *C*: 0,6; *D*: 1,3; *E*: 1,5; *F*: 1,8; *G*: 2; *H*: 2,1; *I*: 2,5; *J*: 2,7.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Resolução referente à unidade **1**.

22. a) $73\,480\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 7{,}348 \cdot 10\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 7{,}348 \cdot 10^{22}$

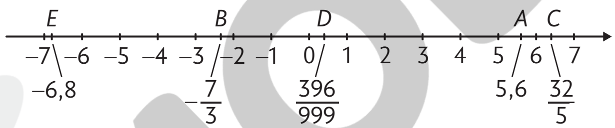
Portanto, a massa da Lua mede aproximadamente $7{,}348 \cdot 10^{22}$ kg.

Resolução referente à unidade **2**.

18. Para determinar a letra correspondente a cada número, vamos obter a forma decimal de cada número que está representado na forma fracionária.

$\frac{32}{5} = 6{,}4$ $\quad -\frac{7}{3} \simeq -2{,}3$ $\quad \frac{396}{999} \simeq 0{,}4$

Assim, identificamos entre quais inteiros o número decimal está localizado, conforme representado na reta numérica a seguir.

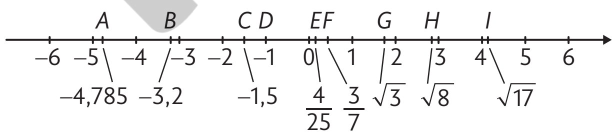


RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

25. Para facilitar as comparações, obtemos a representação decimal das frações e dos radicais.

$$\sqrt{3} \simeq 1{,}7,\ \frac{3}{7} \simeq 0{,}4,\ \sqrt{17} \simeq 4{,}1,\ \sqrt{8} \simeq 2{,}8 \text{ e } \frac{4}{25} = 0{,}16.$$

Assim, associando cada letra aos números apresentados, obtemos:



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Resolução referente à unidade **5**.

4. c) Para construir a tabela, vamos calcular as frequências absoluta (*f*), relativa (*fr*), acumulada (*fa*) e acumulada relativa (*far*) para cada nota.

• Nota 2,0:

$f = 3$

$fr = \frac{3}{40} = 0{,}075 = 7{,}5\%$

$fa = 3$

$far = \frac{3}{40} = 0{,}075 = 7{,}5\%$

- Nota 4,0:

$f = 4$

$fr = \frac{4}{40} = 0{,}1 = 10\%$

$fa = 3 + 4 = 7$

$far = 7{,}5\% + 10\% = 17{,}5\%$

- Nora 5,0:

$f = 7$

$fr = \frac{7}{40} = 0{,}175 = 17{,}5\%$

$fa = 3 + 4 + 7 = 14$

$far = 7{,}5\% + 10\% + 17{,}5\% = 35\%$

- Nota 6,0:

$f = 8$

$fr = \frac{8}{40} = 0{,}2 = 20\%$

$fa = 3 + 4 + 7 + 8 = 22$

$far = 7{,}5\% + 10\% + 17{,}5\% + 20\% = 55\%$

- Nota 7,0:

$f = 10$

$fr = \frac{10}{40} = 0{,}25 = 25\%$

$fa = 3 + 4 + 7 + 8 + 10 = 32$

$far = 7{,}5\% + 10\% + 17{,}5\% + 20\% + 25\% = 80\%$

- Nota 8,0:

$f = 4$

$fr = \frac{4}{40} = 0{,}1 = 10\%$

$fa = 3 + 4 + 7 + 8 + 10 + 4 = 36$

$far = 7{,}5\% + 10\% + 17{,}5\% + 20\% + 25\% + 10\% = 90\%$

- Nota 9,0:

$f = 2$

$fr = \frac{2}{40} = 0{,}05 = 5\%$

$fa = 3 + 4 + 7 + 8 + 10 + 4 + 2 = 38$

$far = 7{,}5\% + 10\% + 17{,}5\% + 20\% + 25\% + 10\% + 5 = 85\%$

- Nota 10,0:

$f = 2$

$fr = \frac{2}{40} = 0{,}05 = 5\%$

$fa = 3 + 4 + 7 + 8 + 10 + 4 + 2 + 2 = 40$

$far = 7{,}5\% + 10\% + 17{,}5\% + 20\% + 25\% + 10\% + 10\% = 100\%$

Notas dos estudantes em uma prova de Matemática

Nota	Frequência (f)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada (fa)	Frequência acumulada relativa (far)
2,0	3	7,5%	3	7,5%
4,0	4	10%	7	17,5%
5,0	7	17,5%	14	35%
6,0	8	20%	22	55%
7,0	10	25%	32	80%
8,0	4	10%	36	90%
9,0	2	5%	38	95%
10,0	2	5%	40	100%
Total	40	100%		

Fonte de pesquisa: registros do professor de Matemática.

6. c) Antes de construir a tabela, vamos calcular as frequências relativa, acumulada e acumulada relativa de cada faixa salarial.

- Faixa salarial de $1 \vdash 4$:

$fr = \frac{18}{50} = 0{,}36 = 36\%$

$fa = 18$

$far = \frac{18}{50} = 0{,}36 = 36\%$

- Faixa salarial de $4 \vdash 7$:

$fr = \frac{15}{50} = 0{,}3 = 30\%$

$fa = 18 + 15 = 33$

$far = 36\% + 30\% = 66\%$

- Faixa salarial de $7 \vdash 10$:

$fr = \frac{9}{50} = 0{,}18 = 18\%$

$fa = 18 + 15 + 9 = 42$

$far = 36\% + 30\% + 18\% = 84\%$

- Faixa salarial de $10 \vdash 13$:

$fr = \frac{5}{50} = 0{,}1 = 10\%$

$fa = 18 + 15 + 9 + 5 = 47$

$far = 36\% + 30\% + 18\% + 10\% = 94\%$

- Faixa salarial de $13 \vdash 16$:

$fr = \frac{3}{50} = 0{,}06 = 6\%$

$fa = 18 + 15 + 9 + 5 + 3 = 50$

$far = 36\% + 30\% + 18\% + 10\% + 6\% = 100\%$

Quantidade de salários mínimos recebidos pelos funcionários da empresa em 2024

Faixa salarial	Frequência (f)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada (fa)	Frequência acumulada relativa (far)
$1 \vdash 4$	18	36%	18	36%
$4 \vdash 7$	15	30%	33	66%
$7 \vdash 10$	9	18%	42	84%
$10 \vdash 13$	5	10%	47	94%
$13 \vdash 16$	3	6%	50	100%
Total	50	100%		

Fonte de pesquisa: departamento financeiro da empresa.

7. a) Analisando o intervalo de classe referente à faixa salarial $57 \vdash 67$, concluímos que a amplitude dos intervalos deve ser 10. Nesse caso, os três intervalos considerados são:

$$57 \vdash 67;\ 67 \vdash 77;\ 77 \vdash 87.$$

Para construir a tabela, determinamos as frequências: absoluta, relativa, acumulada e acumulada relativa de cada intervalo.

- Faixa de medida de massa de $57 \vdash 67$:

$f = 12$

$fr = \frac{12}{24} = 0{,}5 = 50\%$

$fa = 12$

$far = 50\%$

- Faixa de medida de massa de $67 \vdash 77$:

$f = 9$

$fr = \frac{9}{24} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

$fa = 12 + 9 = 21$

$far = 50\% + 37{,}5\% = 87{,}5\%$

- Faixa de medida de massa de $77 \vdash 87$:

$f = 3$

$fr = \frac{3}{24} = 0{,}125 = 12{,}5\%$

$fa = 12 + 9 + 3 = 24$

$far = 50\% + 37{,}5\% + 12{,}5\% = 100\%$

Medida de massa dos estudantes do 3º ano

Medida de massa	Frequência (f)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada (fa)	Frequência acumulada relativa (far)
$57 \vdash 67$	12	50%	12	50%
$67 \vdash 77$	9	37,5%	21	87,5%
$77 \vdash 87$	3	12,5%	24	100%
Total	24	100%		

Fonte de pesquisa: registros da professora do 3º ano.

12. a) Para calcular a mediana, vamos, inicialmente, organizar as notas em ordem crescente.

4,0; 5,0; 5,0; 6,0; 6,0; 6,0; 6,0; 6,0; 6,5; 7,0;

7,0; 7,0; 7,0; 7,0; 7,5; 8,0; 8,0; 8,0; 8,0; 8,0;

8,0; 8,5; 9,0; 9,0; 9,0; 9,0; 9,5; 10; 10; 10.

A quantidade de notas é igual a 30, isto é, um número par. Assim, a mediana deve ser calculada por meio da média aritmética dos valores centrais, que nesse caso são 7,5 e 8,0.

$$\frac{7{,}5 + 8{,}0}{2} = \frac{15{,}5}{2} = 7{,}75,$$

então a mediana dessas notas é 7,75.

Como a nota que ocorre com mais frequência é 8,0, concluímos que 8,0 é a moda dessas notas.
A média aritmética dessas notas é dada por:

$$\frac{4{,}0 + 2 \cdot 5{,}0 + 5 \cdot 6 + 6{,}5 + 5 \cdot 7 + 7{,}5 + 6 \cdot 8 + 8{,}5 + 4 \cdot 9 + 9{,}5 + 3 \cdot 10}{30} = \frac{225}{30} = 7{,}5$$

Portanto, a média aritmética dessas notas é igual a 7,5.

15. Calculando a média aritmética das medidas de temperatura, temos:

$$Ma = \frac{15{,}5 + 14 + 13{,}5 + 18 + 19{,}5 + 20 + 13{,}5 + 13{,}5 + 18 + 20 + 18{,}5 + 13{,}5 + 21{,}5 + 20 + 16}{15}$$

$Ma = \frac{255}{15} = 17$, ou seja, a média aritmética das medidas de temperatura é 17 °C.

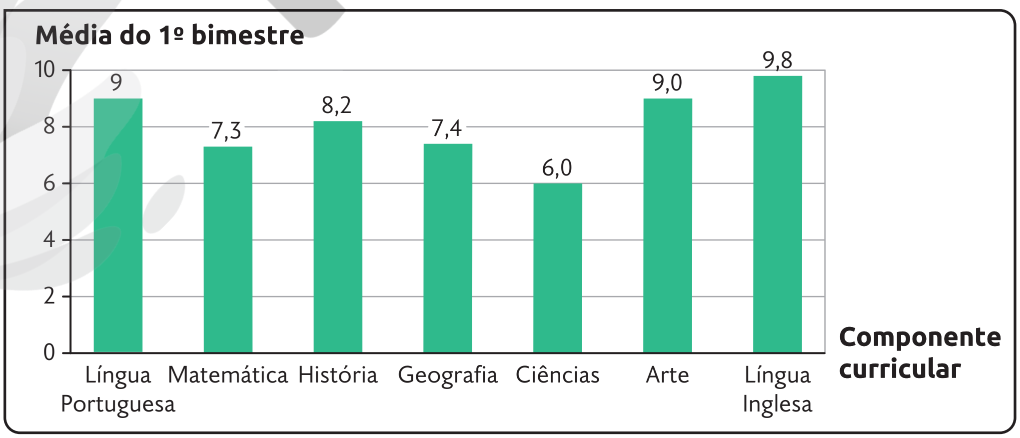
Colocando esses dados em ordem crescente, temos:

13,5; 13, 5; 13,5; 13,5; 14; 15,5; 16; 18; 18; 18,5; 19,5; 20; 20; 20; 21,5

Esse conjunto tem 15 elementos, e essa quantidade é representada por um número ímpar. Desse modo, a mediana é dada pelo valor central, que é 18 °C.
A medida de temperatura com maior frequência é 13,5 °C. Logo, a moda das medidas de temperatura é igual a 13,5 °C.
Portanto, a alternativa correta é a **b**.

33. c) No eixo horizontal, representamos os componentes curriculares que Rafael fez no 1º bimestre e, no eixo vertical, as médias. No eixo vertical, usamos uma escala tal que 1 cm corresponde a 2,0 pontos de média e construímos as colunas relacionadas a cada componente curricular. Por fim, indicamos o título "Médias de Rafael de cada componente curricular do 1º bimestre de 2023" e a fonte de pesquisa "coordenação da escola de Rafael".

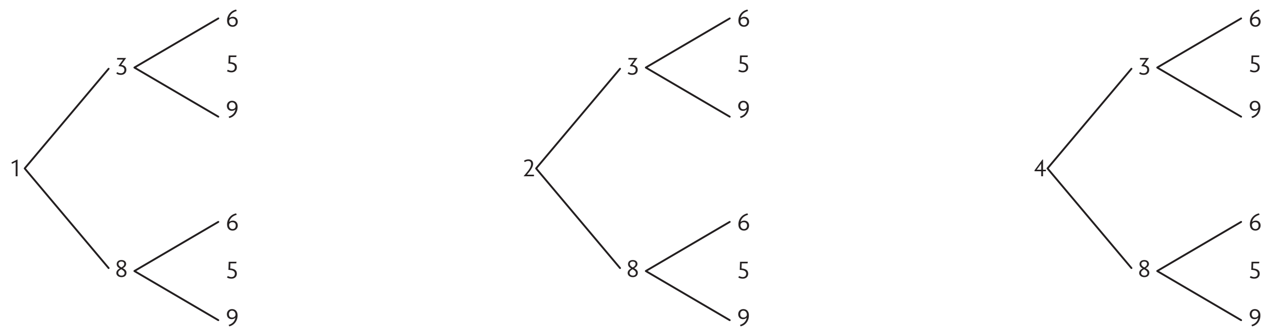
Médias de Rafael de cada disciplina do 1º bimestre de 2023



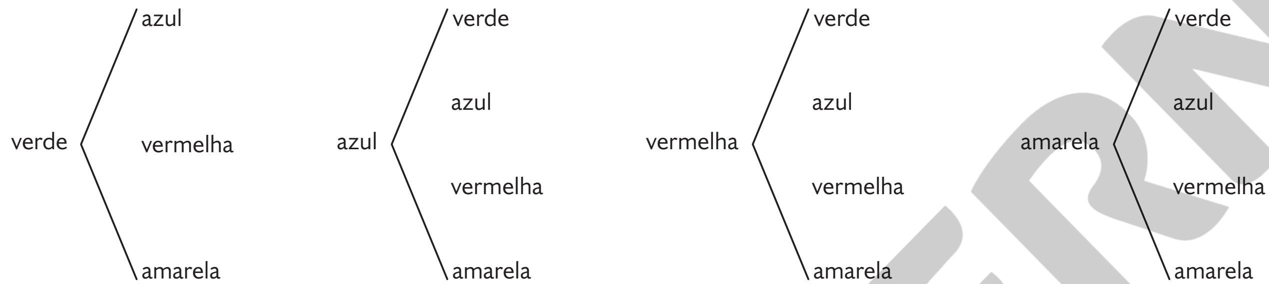
SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: coordenação da escola de Rafael.

Questão 6. O diagrama de árvore que representa todas as possibilidades para cada algarismo é:



37. b) O diagrama de árvore que indica todas as possibilidades ao retirar duas bolas, nesse caso, é:



Resolução referente à seção **O que eu estudei?** da unidade **5**.

1. a) Como o primeiro intervalo é $157 \vdash 161$, verificamos que sua amplitude é 4. Nesse caso, na tabela serão considerados os intervalos de classe:

$157 \vdash 161$; $161 \vdash 165$; $165 \vdash 169$; $169 \vdash 173$; $173 \vdash 177$; $177 \vdash 181$; $181 \vdash 185$.

Para construir a tabela, vamos determinar as frequências absoluta, relativa, acumulada e acumulada relativa de cada intervalo.

- Faixa de medida de altura de $157 \vdash 161$:

$f = 4$

$fr = \frac{4}{36} \simeq 0{,}11 = 11\%$

$fa = 4$

$far = 11\%$

- Faixa de medida de altura de $161 \vdash 165$:

$f = 4$

$fr = \frac{4}{36} \simeq 0{,}11 = 11\%$

$fa = 4 + 4 = 8$

$far = 11\% + 11\% = 22\%$

- Faixa de medida de altura de $165 \vdash 169$:

$f = 8$

$fr = \frac{8}{36} \simeq 0{,}22 = 22\%$

$fa = 4 + 4 + 8 = 16$

$far = 11\% + 11\% + 22\% = 44\%$

- Faixa de medida de altura de $169 \vdash 173$:

$f = 13$

$fr = \frac{13}{36} \simeq 0{,}36 = 36\%$

$fa = 4 + 4 + 8 + 13 = 29$

$far = 11\% + 11\% + 22\% + 36\% = 80\%$

- Faixa de medida de altura de $173 \vdash 177$:

$f = 4$

$fr = \frac{4}{36} \simeq 0{,}11 = 11\%$

$fa = 4 + 4 + 8 + 13 + 4 = 33$

$far = 11\% + 11\% + 22\% + 36\% + 11\% = 91\%$

- Faixa de medida de altura de $177 \vdash 181$:

$f = 1$

$fr = \frac{1}{36} \simeq 0{,}03 = 3\%$

$fa = 4 + 4 + 8 + 13 + 4 + 1 = 34$

$far = 11\% + 11\% + 22\% + 36\% + 11\% + 3\% = 94\%$

- Faixa de medida de altura de $181 \vdash 185$:

$f = 2$

$fr = \frac{2}{36} \simeq 0{,}06 = 6\%$

$fa = 4 + 4 + 8 + 13 + 4 + 1 + 2 = 36$

$far = 11\% + 11\% + 22\% + 36\% + 11\% + 3\% + 6\% = 100\%$

Medida de altura dos estudantes				
Faixa de medida de altura	**Frequência (f)**	**Frequência relativa (fr)**	**Frequência acumulada (fa)**	**Frequência acumulada relativa (far)**
157 ⊢ 161	4	11%	4	11%
161 ⊢ 165	4	11%	8	22%
165 ⊢ 169	8	22%	16	44%
169 ⊢ 173	13	36%	29	80%
173 ⊢ 177	4	11%	33	91%
177 ⊢ 181	1	3%	34	94%
181 ⊢ 185	2	6%	36	100%
Total	36	100%		

Fonte de pesquisa: registros da professora de Educação Física.

2. b) Mediana: Escrevendo os valores dos salários em ordem crescente, temos:

1600, 1600, 1600, 1600, 1600, 1640, 1650, 1650, 1700, 1720, 1750, 1790, 1790, 1800, 1870, 1870, 1870, 1870, 1870 e 1870.

Como a quantidade de salários é um número par, a mediana é dada pela média aritmética dos valores centrais.

$$\frac{1720 + 1750}{2} = \frac{3470}{2} = 1735$$

Portanto, a mediana dos salários dos funcionários é R$ 1735,00.

Moda: O salário que ocorre com mais frequência é R$ 1870,00.

Média: Calculando a média aritmética dos valores dos salários, obtemos:

$$\frac{5 \cdot 1600 + 1640 + 2 \cdot 1650 + 1700 + 1720 + 1750 + 2 \cdot 1790 + 1800 + 6 \cdot 1870}{20} = \frac{34710}{20} = 1735,5$$

Portanto, a média dos salários dos funcionários é R$ 1735,50.

Resolução referente à seção **O que eu aprendi?**.

9. A média é dada por:

$$\frac{15 + 19 + 14 + 14 + 15 + 20 + 13 + 1 + 19 + 17 + 16 + 15 + 15 + 18 + 13}{15} = \frac{240}{15} = 16$$

Para determinar a medida da mediana, colocamos os dados em ordem crescente.

13, 13, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 16, 17, 17, 18, 19, 19, 20.

Como a quantidade de elementos é um número ímpar, o elemento central corresponde à medida da mediana. Como o elemento central é 15, a mediana é 15.

A moda é 15, pois é o número que mais se repete nesse conjunto de dados.

Portanto, a alternativa **b** está correta.

Referências bibliográficas comentadas

ACTIVE Learning. *Berkeley Center for Teaching & Learning*. Disponível em: https://teaching.berkeley.edu/resources/course-design-guide/active-learning. Acesso em: 25 fev. 2022.

Esse *site* compartilha com o leitor uma publicação que explora os benefícios de trabalhar com metodologias ativas para desenvolver nos estudantes a chamada aprendizagem ativa em seu processo de ensino. Além disso, aborda metodologias ativas e diferentes recursos que podem ser aplicados em sala de aula, bem como planejamentos de aula.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 2 jun. 2022.

Essa página apresenta a Base Nacional Comum Curricular. Nela, é possível navegar pelo documento e consultar o que esse material de referência auxilia na abordagem dos conteúdos curriculares.

BRASIL. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica*. Brasília: MEC: SEB: Dicei, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file. Acesso em: 13 maio 2022.

Esse *site* apresenta a lei que define as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.

CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. *A sala de aula inovadora*: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo. Porto Alegre: Penso, 2018.

Os autores desse livro defendem a ideia de uma sala de aula que transforme o ensino do estudante em algo inovador, tanto para que o conhecimento seja efetivo quanto para que o professor seja capaz de aplicá-lo e tenha um propósito educacional. Eles demonstram variadas metodologias ativas e expõem o conceito de cada uma delas.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. *Avaliação*: mito e desafio: uma perspectiva construtivista. Porto Alegre: Mediação, 2005.

Nesse livro, a autora desmistifica a avaliação como um ato de julgamento e a trata como uma prática construtiva do conhecimento e um ato reflexivo com relação ao ensino.

HOUSE, Peggy A. Aventurando-se pelos caminhos da resolução de problemas. *In*: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997. p. 234.

Esse livro contém 22 artigos de pesquisadores da área do ensino de Matemática a respeito da resolução de problemas.

LIMA, Telma Cristiane Sasso de; MIOTO, Regina Célia Tamaso. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. *Katálysis*, Florianópolis, v. 10, n. esp., maio 2007. p. 37-45.

O artigo apresenta a pesquisa bibliográfica como um método de prática de pesquisa, conceituando-o, abordando suas características, como ele deve ser organizado e quais objetivos devem ser considerados, além de apresentar etapas exemplificadas do procedimento metodológico da pesquisa bibliográfica.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar*: estudos e proposições. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

Nesse livro, o autor apresenta seus estudos sobre a avaliação da aprendizagem escolar e propõe que ela não seja mais pensada apenas como um serviço teórico obrigatório da educação e imposta com autoritarismo, mas sim que represente uma prática a favor do conhecimento de todos de modo construtivo e social.

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda A. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas: Papirus, 2017.

O livro reconhece o papel do professor como mediador entre o estudante e o conhecimento e, somado a isso, faz menção à nova realidade em que a tecnologia se insere no contexto escolar.

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

Esse livro contempla metodologias ativas que podem ser aplicadas nas etapas da Educação Básica e em diversos contextos, valorizando recursos que são apresentados à prática pedagógica.

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. *Interdisciplinaridade aplicada*. São Paulo: Érica, 1998.

Nesse livro, o autor discorre a respeito da interdisciplinaridade em sala de aula, apresentando exemplos que demonstram a integração de diferentes componentes curriculares.

ONUCHIC, Lourdes de la R.; ALLEVATO, Norma S. G. Nossas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo de C. (org.). *Educação matemática*: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

Nesse texto, as autoras apresentam a metodologia da resolução de problemas destacando suas vantagens e desvantagens e os impactos dela no processo de ensino-aprendizagem de Matemática em sala de aula.

PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

O livro propõe reflexões a respeito de aspectos metodológicos do ensino e da aprendizagem da Matemática, relacionando o saber matemático científico e as adequações necessárias para que se torne um conhecimento escolar matemático, abordando também a linearidade de livros didáticos e sua importância nessa transposição didática.

POZO, Juan Ignacio (org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Afonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 9.

Esse livro discorre a respeito da resolução de problemas, enfatizando o ensino dos procedimentos e o papel do professor no incentivo aos estudantes com relação a estratégias de solução.

ROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 71.

Esse livro contém considerações a respeito de qual é a Matemática que deve ser ensinada e propõe didáticas que permitem aos estudantes considerar seus conhecimentos, além de levá-los a fazer determinadas reflexões e também alguns questionamentos.

SANTALÓ, Luis Antônio. Matemática para não matemáticos. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

Nesse texto, o autor promove uma reflexão a respeito do processo didático de ensino da Matemática, cujo objetivo é possibilitar o desenvolvimento constante dos estudantes. Para tal, a didática da Matemática deve ser uma ferramenta que, ao ser utilizada pelo professor, favoreça o processo de aprendizagem dos estudantes e os auxilie a avançar cada vez mais.

SANTOMÉ, Jurjo Torres. *Globalização e interdisciplinaridade*: o currículo integrado. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Esse livro apresenta vários capítulos que contribuem para a compreensão da necessidade de trabalhar um currículo de maneira integrada. Algumas práticas são sugeridas para auxiliar o professor a trabalhar dessa maneira desde a Educação Infantil até o Ensino Médio.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia (org.). Resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 13. (Coleção Matemática de 0 a 6).

Essa coleção apresenta atividades que incentivam a exploração de uma variedade de ideias matemáticas, não apenas numéricas, mas também sobre geometria, medidas e noções de estatística

SOLÉ, Isabel. *Estratégias de leitura*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Nesse livro, a autora mostra a importância da leitura e como essa ação é necessária para o alcance da interpretação, compreensão e autonomia dos estudantes no decorrer da leitura de diferentes textos.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

As autoras apresentam uma caracterização de interdisciplinaridade e as possibilidades de articulação no ensino de Matemática por meio de situações práticas a serem aplicadas em sala de aula, possibilitando outras aprendizagens além da Matemática.

VON, Cristina. *A cultura de paz*. São Paulo: Peirópolis, 2003.

Nesse livro, a autora apresenta diferentes temáticas de cunho sensível. Todas voltadas às reflexões sobre igualdade, respeito às diferenças e como isso pode ser trabalhado com os estudantes na escola e na sociedade em geral.

Referências bibliográficas complementares comentadas

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Tradução: Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

Esse livro apresenta algumas possibilidades de diálogos em aulas de Matemática com o objetivo de mudar e produzir ações com intenções educacionais, buscando evidenciar que a qualidade da comunicação com os estudantes interfere diretamente no processo de aprendizagem da Matemática. Para isso, a obra evidencia a comunicação e a cooperação e destaca a importância do diálogo em sala de aula.

BLOOM, Benjamin S.; HASTINGS, J. Thomas; MADAUS, George F. *Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar*. São Paulo: Pioneira, 1971.

Nessa obra, são apresentados ao professor modos eficientes de avaliar o aprendizado e o que melhorar nesse processo, considerando as diversas opções de avaliação propostas no livro, pensadas com base nos diferentes contextos educacionais em que acontece a prática de avaliação, a fim de ajudar o professor a definir os objetivos da avaliação e o seu planejamento.

BURIASCO, Regina L. C. de; CYRINO, Márcia C. de C. T.; SOARES, Maria T. C. Um estudo sobre a construção de um manual para correção das provas com questões abertas de matemática – AVA2002. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. *Anais*... Recife: UFPE, 2004. p. 2.

Nesse artigo, as autoras apresentam um mapeamento da avaliação escolar desde o tempo do Brasil Império aos dias atuais e explicam como ela foi sendo modificada ao longo de todo esse tempo.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. *Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro*: efetividade ou ideologia. 6. ed. São Paulo: Loyola, 2011.

Esse livro é um referencial teórico que trata a respeito de integração e interdisciplinaridade, abordando conceitos, valores, aplicabilidades e obstáculos sobre a sua efetivação no ensino. Assim, a autora demonstra o estudo da realidade com base na legislação brasileira da educação.

FOFONCA, Eduardo. *A cultura digital e seus multiletramentos*: repercussões na educação contemporânea. Curitiba: Appris, 2019.

O autor considera que a sala de aula se relaciona estreitamente com as tecnologias digitais. Nesse sentido, ele escreve as concepções de multiletramentos por meio do uso das novas tecnologias e do trabalho com a cultura digital na educação, além de ampliar o desenvolvimento de práticas pedagógicas de modo interdisciplinar.

GONÇALVES, Mariza Lima. *Iniciação às práticas científicas*. São Paulo: Paulus, 2015. (Coleção Cadernos de Comunicação).

A autora demonstra nessa coleção os devidos procedimentos do ato de planejar e organizar, como também os desafios, as técnicas e os modos de apresentação de uma pesquisa ou de um trabalho escolar. Além disso, ela enfatiza a importância desses tipos de trabalho para o desenvolvimento e o conhecimento do estudante.

KOCH, Ingedore G. Villaça. *Argumentação e linguagem*. 12. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

A análise da autora nesse livro é voltada para o ato de argumentar em formato de discurso. Assim, ela apresenta em sua obra textos, ilustrações e esquemas que permitem ao leitor refletir a respeito da noção da argumentação oral e escrita.

MONTES, Marta T. do Amaral. *Aprendizagem colaborativa e docência* online. Curitiba: Appris, 2016.

O livro trata das mudanças na vida diária devido ao envolvimento com a internet. O ensinar e o aprender sofreram grande impacto depois da criação dessa tecnologia e, por esse motivo, o livro discursa sobre a prática pedagógica, uma vez que estudantes e professores precisam se adequar às novidades e às mudanças nos novos tempos.

PASQUAL JÚNIOR, Paulo Antonio. *Pensamento computacional e tecnologias*: reflexões sobre a educação no século XXI. Caxias do Sul: Educs, 2020.

O livro articula a educação com o contexto da cultura digital, trazendo conceitos e reflexões sobre o pensamento computacional e a proposta de abordá-lo no âmbito educacional, considerando desenvolver a aprendizagem por meio de recursos tecnológicos e digitais.

SOARES, Cristine. *Metodologias ativas*: uma nova experiência de aprendizagem. São Paulo: Cortez, 2021.

Esse livro tem o intuito de auxiliar professores a dar novo significado às suas práticas pedagógicas, revendo e repensando as maneiras de trabalhar em sala de aula ou em outros espaços, a fim de proporcionar aos estudantes a construção do conhecimento de maneira significativa.

SuperAÇÃO! MATEMÁTICA 8º ANO

Organizadora: Editora Moderna

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável: Lilian Aparecida Teixeira

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).
Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).
Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Elaboração dos originais:

Lilian Aparecida Teixeira
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).

Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).

Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

André Luiz Steigenberger
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede pública de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Jackson da Silva Ribeiro
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Informática na Educação pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Octavio Bertochi Neto
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Neurociência pela Faculdade Campos Elíseos (FCE-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede particular de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Tadasi Matsubara Júnior
Licenciado e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Álisson Henrique dos Santos
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Projeto e produção editorial: Scriba Soluções Editoriais
Edição: Lilian Aparecida Teixeira, Lucília Franco Lemos dos Santos, Denise Maria Capozzi
Assistência editorial: Eduardo Belinelli
Revisão técnica: Tânia Camila Kochmanscky Goulart
Coordenação de preparação de texto e revisão: Moisés M. da Silva
Supervisão de produção: Priscilla de Freitas Cornelsen
Assistência de produção: Lorena França Fernandes Pelisson
Projeto gráfico: Laís Garbelini
Coordenação de arte: Tamires R. Azevedo
Coordenação de diagramação: Adenilda Alves de França Pucca (Nil)
Diagramação: Ana Rosa Cordeiro de Oliveira, Carlos Cesar Ferreira, Fernanda Miyabe Lantmann, Leda Cristina Teodorico, Avits Estúdio Gráfico Ltda.
Pesquisa iconográfica: Vinicius Guerra Pereira Meira
Autorização de recursos: Marissol Martins
Tratamento de imagens: Janaina Oliveira e Jéssica Sinnema

Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Capa: Mariza de Souza Porto, Tatiane Porusselli, Daniela Cunha e Apis Design
Foto: Atletas de nado sincronizado realizando uma rotina subaquática. © Thomas Barwick/Getty Images
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

SuperAÇÃO! matemática : 8º ano / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Lilian Aparecida Teixeira. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13634-5

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Teixeira, Lilian Aparecida.

22-112150 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

Apresentação

Este livro de Matemática foi idealizado pensando em você. Com ele, você vai fazer várias descobertas e vai ter a oportunidade de aprender, trocar ideias, refletir sobre suas opiniões e expressá-las. Também vai entrar em contato com um universo de informações interessantes que vão auxiliá-lo na busca de novos conhecimentos.

Com este livro, você será levado a perceber a presença da Matemática no dia a dia, a utilizar seus conhecimentos na resolução de diversas situações-problema e a analisar e interpretar criticamente as informações apresentadas nos diversos meios de comunicação, tornando o aprendizado mais significativo.

Diante de tudo isso, você vai entender que o conhecimento é fundamental para que possamos transformar o mundo em um lugar melhor para viver.

Bom ano de estudo!

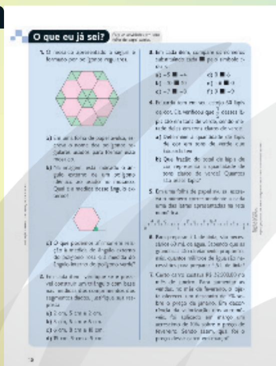
Conheça seu livro

Esta coleção aborda assuntos interessantes e atuais, que o auxiliarão a desenvolver autonomia, criticidade e outras habilidades e competências importantes para a sua aprendizagem. Confira a seguir como seu livro está organizado.

1. O que eu já sei?

Nessa seção, presente no início de cada volume, você tem a oportunidade de refletir sobre o que já sabe a respeito dos principais assuntos que estudará no volume em questão.

1.



2. Abertura da unidade

Essa página marca o início de cada unidade. Ela apresenta uma imagem instigante que se relaciona aos assuntos da unidade.

2.

3. Agora vamos estudar

Esse boxe apresenta os principais assuntos que você estudará em cada unidade.

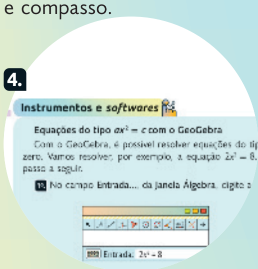
3.

• Na **Apresentação**, é estabelecida uma conversa inicial com os estudantes, com o intuito de levá-los a entender a importância de estudar os conteúdos deste livro, bem como informá-los de que, por meio do trabalho com esses conteúdos, vão perceber a presença da Matemática no dia a dia e utilizar seus conhecimentos para resolver situações-problema.

• No **Conheça seu livro**, os estudantes têm informações detalhadas e organizadas sobre a estrutura da coleção, além de explicações a respeito do que é apresentado em cada boxe ou seção e o que os ícones indicam.

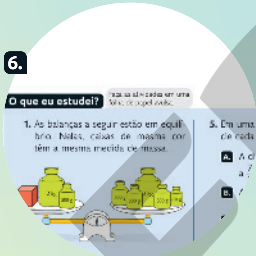
4. Instrumentos e *softwares*

Essa seção apresenta explicações para o uso da calculadora comum e científica, de *softwares* livres (Geogebra e Calc) e além de instrumentos como régua, esquadro e compasso.



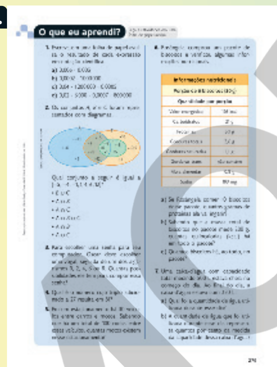
5. Atividades

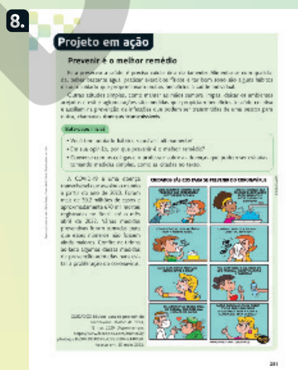
Essa seção contém atividades que vão auxiliá-lo a refletir sobre os assuntos estudados, a organizar os conhecimentos e a conectar ideias.



6. O que eu estudei?

Nessa seção, você pode avaliar sua aprendizagem por meio de atividades que o farão refletir sobre o que você estudou na unidade.





8. Projeto em ação

Nessa seção, você vai se engajar no desenvolvimento de um projeto que envolve os colegas, a comunidade escolar e a externa. As atividades que fazem parte desse projeto permitem que você e seus colegas atuem de forma ativa na resolução de problemas locais ou na reflexão de questões mais amplas, que influenciam a vida de muitas pessoas. Então, mãos à obra!

7. O que eu aprendi?

Nessa seção, presente ao final de cada volume, você pode verificar o que aprendeu sobre os principais assuntos estudados no volume.

9. Vocabulário

Os significados de algumas palavras que talvez você não conheça serão apresentados na página para que você se familiarize com elas. Essas palavras estão destacadas nos textos.

9.

10. Sugestões complementares

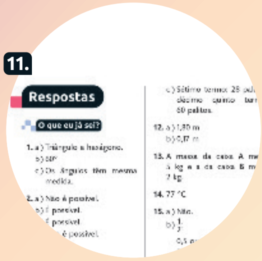
Essa seção apresenta sugestões de livros, filmes, *sites*, vídeos e *podcasts*. Aproveite essas dicas para aprender um pouco mais o conteúdo estudado.

10.

11. Respostas

Essa seção apresenta respostas das atividades organizadas por unidade.

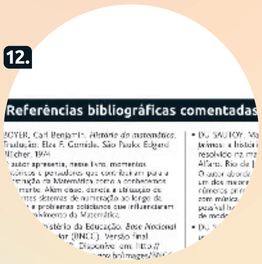
11.



12. Referências bibliográficas comentadas

Essa seção apresenta, ao final de cada volume, as referências bibliográficas que foram usadas na elaboração do livro, com um breve comentário sobre cada uma delas.

12.



13. Siglas

Essa seção contém o significado das siglas apresentadas ao longo do volume.

13.

Ícones e boxes

Desafio
Indica que a atividade tem caráter desafiador, favorecendo o desenvolvimento de estratégias próprias de resolução.

Instrumentos e *softwares*
Indica que, para resolver a atividade, você precisará de alguns dos recursos mencionados na seção **Instrumentos e *softwares***. Consulte essa seção para obter ajuda.

Atividade oral
Atividades e questões que devem ser respondidas oralmente.

Atenção!
Boxe que apresenta informações complementares para auxiliar na compreensão dos conteúdos e na resolução de algumas atividades.

• O sumário deste volume foi elaborado buscando refletir claramente a organização dos conteúdos e das atividades propostas, além de permitir a localização mais ágil das informações. Para isso, são apresentados títulos, subtítulos, seções e respectivos números de página, sempre de maneira hierarquizada.

Sumário

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam polígonos regulares e determinam a medida de seus ângulos.

Como proceder

- Caso tenham dúvidas, relembre que um polígono regular tem todos os lados com mesma medida de comprimento e todos os ângulos com mesma medida.

2. Objetivo

- Conferir o aprendizado dos estudantes em relação à condição de existência de um triângulo que envolve a medida de comprimento dos seus lados.

Como proceder

- Retome com eles que, para a construção de um triângulo ser possível, a medida de cada lado dele precisa ser sempre menor do que a soma das medidas dos outros dois.

3. Objetivo

- Averiguar se os estudantes comparam números inteiros.

Como proceder

- Caso apresentem dificuldade, retome que os números à esquerda de um número qualquer na reta numérica são menores do que esse número, e os números à direita de um número qualquer na reta numérica são maiores do que ele.

4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem problemas envolvendo frações de uma quantidade.

Como proceder

- Verifique se eles compreendem que podemos calcular $\frac{1}{5}$ de uma quantidade dividindo-a em cinco partes e considerando apenas uma delas. Escreva na lousa outros exemplos para que eles calculem a fração de determinada quantidade.

5. Objetivo

- Analisar se os estudantes comparam e ordenam números decimais.

Como proceder

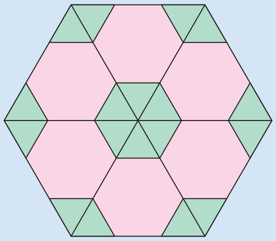
- Caso os estudantes tenham dificuldade, oriente-os a comparar, inicialmente, a parte inteira de cada número e, em seguida, a parte decimal.

O que eu já sei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

3. Respostas: a) $-5 < -4$; b) $-10 < 10$; c) $-7 > -8$; d) $0 < 6$; e) $-6 < 0$; f) $9 > -9$.

1. O mosaico apresentado a seguir é formado por polígonos regulares.

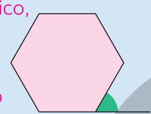


1. Respostas: a) Triângulo e hexágono; b) 60°.

a) Em uma folha de papel avulsa, escreva o nome dos polígonos regulares usados para formar esse mosaico.

b) Na imagem, está indicado o ângulo externo de um polígono idêntico ao usado no mosaico. Qual é a medida desse ângulo externo?

1. c) Sugestão de resposta: Como podemos verificar no mosaico, o ângulo externo do polígono rosa coincide com o ângulo interno do polígono verde.



Portanto, os ângulos têm mesma medida.

c) O que podemos afirmar em relação à medida do ângulo externo do polígono rosa e à medida do ângulo interno do polígono verde?

2. Em cada item, verifique se é possível construir um triângulo com base nas medidas dos comprimentos dos segmentos dados. Justifique sua resposta.

2. a) Resposta: Não é possível, pois $5 > 2 + 2$.

a) 2 cm, 5 cm e 2 cm.

b) 3 cm, 5 cm e 6 cm.

c) 6 cm, 8 cm e 10 cm.

d) 15 cm, 9 cm e 5 cm.

2. d) Resposta: Não é possível, pois $15 > 9 + 5$.

3. Em cada item, compare os números substituindo cada ■ pelo símbolo > ou <.

a) -5 ■ -4

b) -10 ■ 10

c) -7 ■ -8

d) 0 ■ 6

e) -6 ■ 0

f) 9 ■ -9

4. Eduarda tem em seu estojo 60 lápis de cor. Ela verificou que $\frac{1}{5}$ desses lápis são em tons de verde, sendo metade deles em tons claros de verde.

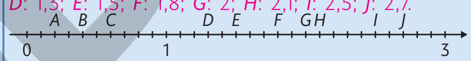
a) Determine a quantidade de lápis de cor em tons de verde que Eduarda tem.

b) Que fração do total de lápis de cor representa a quantidade de tons claros de verde? Quantos são esses lápis?

4. Respostas: a) 12 lápis; b) $\frac{1}{10}$; 6 lápis.

5. Em uma folha de papel avulsa, escreva o número correspondente a cada uma das letras apresentadas na reta numérica.

5. Resposta: *A*: 0,2; *B*: 0,4; *C*: 0,6; *D*: 1,3; *E*: 1,5; *F*: 1,8; *G*: 2; *H*: 2,1; *I*: 2,5; *J*: 2,7.



6. Para preparar 2 L de tinta, são necessários 60 mL de água. Sabendo que as grandezas são diretamente proporcionais, quantos mililitros de água são necessários para preparar 4,5 L de tinta?

6. Resposta: 135 mL.

7. Certo carro custava R$ 32 500,00 no mês de janeiro. Para aumentar as vendas, no mês de fevereiro, o lojista ofereceu um desconto de 5% sobre o preço de janeiro. Em decorrência da valorização dos automóveis, foi aplicado em março um acréscimo de 10% sobre o preço de fevereiro. Sendo assim, qual foi o preço desse carro em março?

7. Resposta: R$ 33 962,50.

2. b) Resposta: É possível, pois $6 < 5 + 3$; $5 < 3 + 6$; e $3 < 6 + 5$.

2. c) Resposta: É possível, pois $6 < 8 + 10$; $8 < 10 + 6$; e $10 < 6 + 8$.

6. Objetivo

- Conferir se os estudantes resolvem problemas envolvendo proporção.

Como proceder

- Se achar necessário, resolva na lousa algum exemplo de problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais.

7. Objetivo

- Averiguar se os estudantes resolvem problemas envolvendo porcentagens.

Como proceder

- Verifique se os estudantes notam que precisam calcular o acréscimo de 10% no valor obtido após o desconto de 5%, e não antes dele.

8\. a) Resposta: Modelo **A**: 364 dm^3; modelo **B**: 390 dm^3; modelo **C**: 504 dm^3; modelo **D**: 405 dm^3; modelo **E**: 612 dm^3.

8. A empresa onde Cláudia é gerente fez uma pesquisa para verificar se todas as caixas com formato de paralelepípedo reto retângulo produzidas têm volume interno máximo medindo 500 dm^3. A seguir estão indicadas as medidas das dimensões internas de cada modelo.

Modelo	Medida da altura (dm)	Medida do comprimento (dm)	Medida da largura (dm)
A	7	8	6,5
B	7,5	6,5	8
C	9	8	7
D	6	7,5	9
E	8,5	9	8

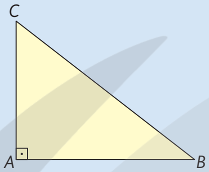
a) Determine a medida do volume interno, em decímetros cúbicos, de cada um dos modelos de caixa.

b) Dos modelos de caixa, algum tem volume interno com medida maior do que a estipulada? Se sim, cite os que você identificar.

8\. b) Resposta: Sim, os modelos **C** e **E**.

9. Leia as informações e classifique os triângulos de acordo com a medida do comprimento de seus lados. Em seguida, calcule a medida da área de cada um deles.

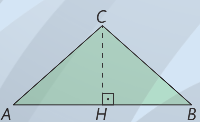
A.



$AB = 3{,}5$ cm
$AC = 4{,}5$ cm
$CB \neq AB$
$CB \neq AC$

9\. A. Resposta: Escaleno; 7,875 cm^2.

B.

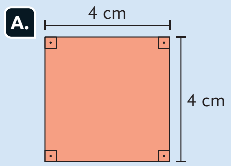


$AB = 4{,}5$ cm
$CH = 2$ cm
$AC = BC$

9\. B. Resposta: Isósceles; 4,5 cm^2.

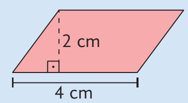
10. Em uma folha de papel avulsa, calcule a medida da área dos quadriláteros.

A.



Quadrado.

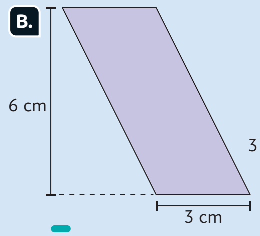
C.



Paralelogramo.

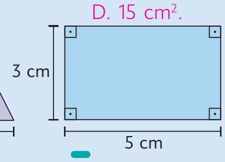
10\. Respostas:
A. 16 cm^2;
B. 18 cm^2;
C. 8 cm^2;
D. 15 cm^2.

B.



Paralelogramo.

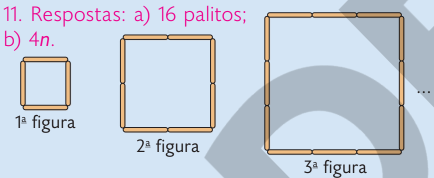
D.



Retângulo.

11. Para representar cada figura da sequência a seguir, adiciona-se um palito em cada lado do quadrado representado, a partir do segundo.

11\. Respostas: a) 16 palitos; b) $4n$.



a) Quantos palitos terá a 4ª figura dessa sequência?

b) Escreva, em uma folha de papel avulsa, uma expressão algébrica que expresse a quantidade de palitos de cada figura dessa sequência. Use n para indicar a posição da figura.

c) Utilizando a expressão algébrica que você escreveu no item anterior, determine quantos palitos terá a sétima e a décima quinta figura dessa sequência.

11\. c) Resposta: Sétima figura: 28 palitos; décima quinta figura: 60 palitos.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

RAFAELA PANISSA/ARQUIVO DA EDITORA

8. Objetivo

- Conferir se os estudantes calculam a medida do volume de paralelepípedos retos retângulos.

Como proceder

- Caso apresentem dificuldade, retome com eles o cálculo do volume de paralelepípedos retos retângulos, explicando que devemos multiplicar as medidas de comprimento das dimensões (largura, altura e comprimento).

9. Objetivo

- Conferir se os estudantes classificam triângulos de acordo com a medida do comprimento de seus lados e se calculam a medida de suas áreas.

Como proceder

- Retome com eles a diferença entre triângulos equiláteros, isósceles e escalenos e avalie a necessidade de explicar que a medida da área de um triângulo pode ser obtida multiplicando a medida do comprimento da sua base pela medida de sua altura e, em seguida, dividir o resultado obtido por dois.

10. Objetivo

- Averiguar se os estudantes calculam adequadamente a medida da área de quadriláteros.

Como proceder

- Caso tenham dificuldade, relembre com eles que, para calcular a medida da área de paralelogramos, basta multiplicar a medida do comprimento de sua base pela medida de sua altura.

11. Objetivo

- Analisar se os estudantes reconhecem o padrão em uma sequência e, por meio dele, escrevem uma expressão algébrica que permita determinar seus termos.

Como proceder

- Auxilie-os na identificação do padrão da sequência, perguntando, por exemplo, o que acontece com a quantidade de palitos do primeiro para o segundo termo e do segundo para o terceiro.

12. Objetivo

• Conferir se os estudantes leem dados representados em um gráfico e se efetuam o cálculo da média e da amplitude do conjunto de dados.

Como proceder

• Se tiverem dificuldades, retome com eles os procedimentos para o cálculo da média de um conjunto de dados e diga que a amplitude é a diferença entre o maior e o menor valor.

• Os dados apresentados na tabela da atividade **12** são fictícios.

13. Objetivo

• Averiguar se os estudantes resolvem problemas utilizando equação do primeiro grau.

Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dúvidas, enfatize que podemos representar a ilustração da balança por meio de uma equação e dos procedimentos para resolvê-la, como adicionar ou subtrair um mesmo número em ambos os membros da equação.

14. Objetivo

• Avaliar se os estudantes reconhecem a unidade de medida de temperatura Celsius e se calculam a diferença entre duas medidas de temperatura.

Como proceder

• Se for necessário, retome com eles subtração de números inteiros, ressaltando que subtrair um número de outro é o mesmo que adicionar o primeiro número ao oposto do segundo número.

15. Objetivo

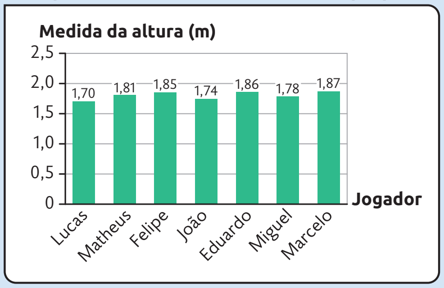
• Conferir se os estudantes calculam probabilidades.

Como proceder

• Relembre com os estudantes que os eventos são igualmente prováveis quando têm a mesma chance de acontecer. Além disso, analise se eles obtêm o espaço amostral corretamente, determinando a quantidade de fichas que Sofia confeccionou.

12. Cláudio é técnico de basquetebol e fez uma pesquisa entre seus jogadores para saber a medida da altura de cada um deles. Com os dados coletados, ele construiu o gráfico a seguir.

Medida da altura dos jogadores de basquetebol do técnico Cláudio – 23/05/2023



Fonte de pesquisa: anotações do técnico Cláudio.

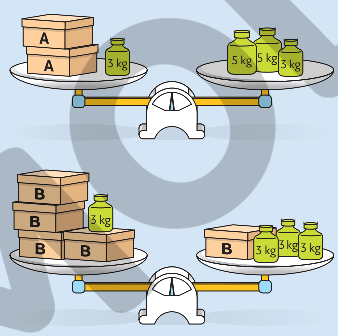
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a média das medidas de altura desses jogadores?

b) Determine a amplitude do conjunto de dados coletados pelo técnico Cláudio.

12. Respostas: a) 1,80 m; b) 0,17 m.

13. As balanças representadas a seguir estão em equilíbrio e as caixas indicadas com mesma letra têm medidas de massa iguais.

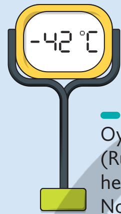


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

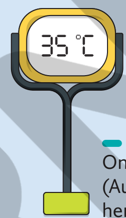
Qual é a medida da massa de cada caixa?

13. Resposta: A massa da caixa **A** mede 5 kg e a da caixa **B** mede 2 kg.

14. De dezembro a março é inverno no hemisfério Norte e verão no hemisfério Sul. As estações do ano ocorrem por causa da inclinação da Terra em relação ao Sol. Por isso, há regiões no mundo com medidas de temperatura muito diferentes umas das outras. Analise a seguir um exemplo de termômetro que indica a medida de temperatura no mesmo horário e no mesmo dia em duas cidades em hemisférios diferentes. 14. Resposta: 77 °C.



Oymyakon (Rússia), hemisfério Norte.

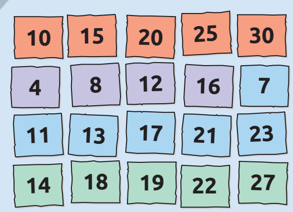


Onslow (Austrália), hemisfério Sul.

ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a diferença entre essas medidas de temperatura?

15. Sofia confeccionou algumas fichas com números e cores diferentes, como representado na imagem, e vai colocá-las em uma urna para fazer sorteios.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

a) A chance de Sofia retirar aleatoriamente uma ficha roxa é igualmente provável à de retirar uma ficha azul? Justifique sua resposta.

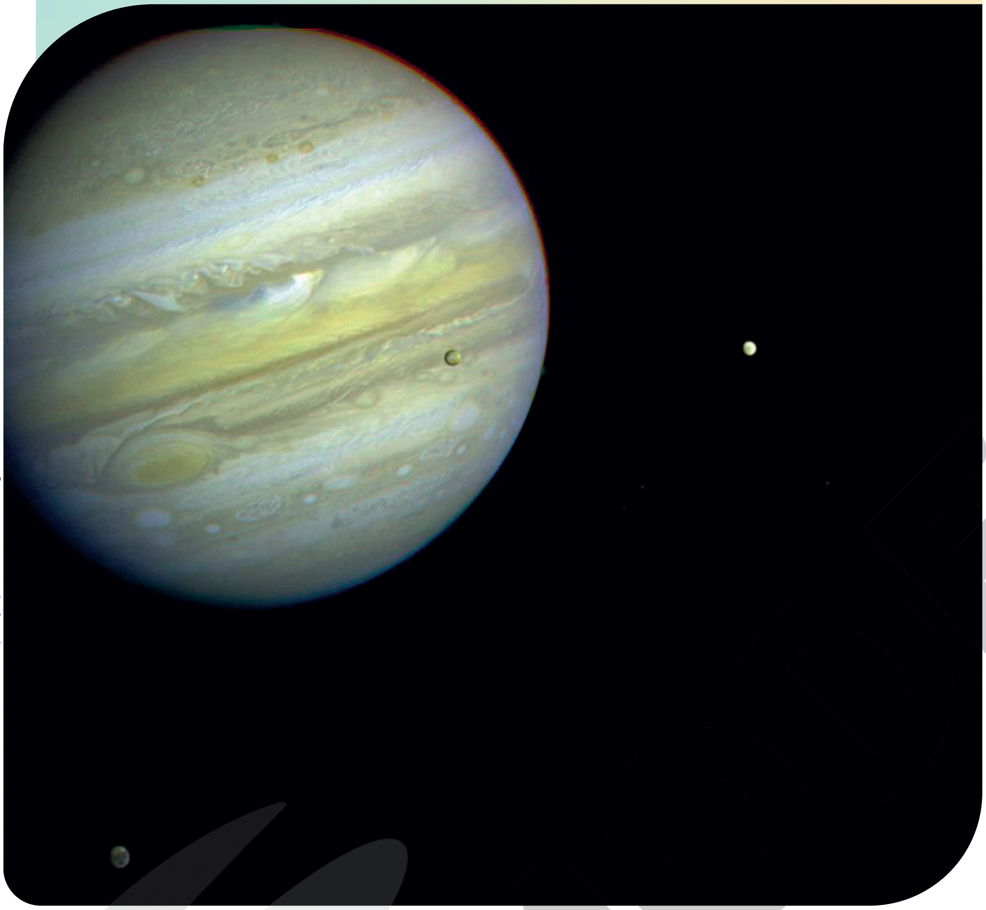
b) Qual é a probabilidade de Sofia retirar aleatoriamente uma ficha com um número par? E com um número menor do que 22?

15. a) Resposta: Não, pois existem mais fichas azuis do que roxas.

15. b) Respostas: $\frac{1}{2}$; 0,5 ou 50%; $\frac{3}{4}$; 0,75 ou 75%.

UNIDADE

1 Potenciação e radiciação



VOYAGER 1/JPL/NASA

Imagem de Júpiter com três de seus quatro maiores satélites, capturada pela sonda Voyager 1, em 5 de fevereiro de 1979. Podemos expressar a medida da distância média aproximada entre Júpiter e o Sol, em quilômetros, pela potência $778 \cdot 10^6$.

Agora vamos estudar...

- potenciação;
- radiciação;
- potência com expoente fracionário.

- A página de abertura desta unidade apresenta informações referentes ao planeta Júpiter, entre elas, a medida de sua distância até o Sol. A ideia central é abordar uma situação com números muito grandes, neste caso, a medida da distância entre o planeta Júpiter e o Sol. Com essa abordagem, espera-se que os estudantes percebam a conveniência de usar uma notação que simplifique o registro desses números.
- Antes de iniciar o trabalho com os tópicos da unidade – ou no decorrer deste trabalho –, instigue os estudantes a observar a fotografa e a conjecturar exemplos de conexões entre ela e os conteúdos. Se necessário, faça perguntas que direcionem o olhar dos estudantes para os aspectos desejados.
- Aproveite a imagem desta página para fazer uma relação com o componente curricular de **Ciências** ao explorar características de um planeta do Sistema Solar. Se achar conveniente, prepare uma aula em conjunto com o professor desse componente curricular e apresente informações relacionadas a outros planetas do Sistema Solar, permitindo que os estudantes exponham seus conhecimentos.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes acerca dos conteúdos trabalhados na unidade, escreva, na lousa, a medida da velocidade da luz no vácuo, aproximando-a para 300 000 000 m/s. Em seguida, proponha-lhes que escrevam esse número no caderno, utilizando uma potência.

Resolução e comentários

É possível que os estudantes reconheçam essa medida como $3 \cdot 100\,000\,000$ m/s e utilizem seus conhecimentos prévios sobre potência de base 10 para reescrever essa medida. Nesse caso, a resposta apresentada será $3 \cdot 10^8$ m/s.

É possível obter informações a respeito de avaliações diagnósticas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Escrever o produto de fatores iguais como uma potência.
- Representar e calcular o valor de uma potência.
- Calcular o valor de uma potência com expoente negativo.
- Compreender e utilizar as propriedades das potências.
- Representar e calcular o valor de uma potência de base 10.
- Escrever números em notação científica.
- Calcular a raiz quadrada de um número.
- Calcular a raiz cúbica de um número.
- Escrever potências com expoente fracionário na forma de raiz e vice-versa.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo potências e raízes.

Justificativas

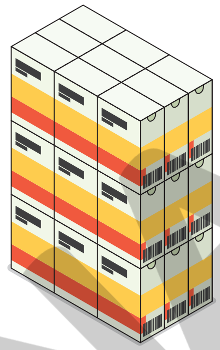
O trabalho com os conteúdos desta unidade é relevante para ampliar o conhecimento prévio dos estudantes a respeito de potências e raízes. São trabalhadas potências de números inteiros, potências que têm como expoente um número inteiro negativo, propriedades das potências, potências de base 10 e notação científica. Ao explorar a notação científica, comente com os estudantes que esse tipo de escrita de números é muito utilizado por profissionais ligados às áreas de Astronomia, Física e Biologia, por exemplo.

Ao tratar do assunto **raízes**, são apresentadas algumas maneiras de determinar a raiz quadrada e a raiz cúbica exatas de um número e procedimento de cálculo da raiz aproximada de um número natural que não é um quadrado perfeito. No desenvolvimento desse conteúdo, é interessante que os estudantes percebam que a radiciação é a operação inversa da potenciação.

Potenciação

Potência com expoente natural

Renata trabalha em uma fábrica de remédios. Ela armazena a produção em caixas, que são organizadas em pequenos lotes, como mostrado na imagem.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Para determinar quantas caixas de remédios são organizadas em cada lote, podemos efetuar uma multiplicação de fatores iguais, que pode ser escrita como **potenciação**.

potência

expoente: quantidade de vezes que o fator se repete

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$$

resultado da potenciação

base: fator que se repete

A potência 3^3 é lida da seguinte maneira: três elevado à terceira potência ou três elevado ao cubo.

Portanto, cada lote tem 27 caixas de remédio.

> Denomina-se potência de base a e expoente b, em que b é um número natural maior do que 1, o número a^b, que corresponde ao produto de b fatores a.
>
> $$a^b = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{b \text{ fatores}}$$

Caso $b = 0$ ou $b = 1$, definimos: $a^1 = a$ e $a^0 = 1$, com $a \neq 0$.

Uma potência é **positiva** quando sua base é um número inteiro positivo.

Analise alguns exemplos de potências cuja base é um número inteiro positivo.

a) $6^5 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 7776$

b) $(1{,}5)^2 = (1{,}5) \cdot (1{,}5) = 2{,}25$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Quando a base de uma potência for um número inteiro negativo, ela será:

- **positiva**, se o expoente for **par**;
- **negativa**, se o expoente for **ímpar**.

Analise alguns exemplos de potências cuja base é um número inteiro negativo.

a) $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$

b) $(-5)^1 = -5$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$

- Esta unidade contempla a habilidade **EF08MA01**, ao efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica, e a habilidade **EF08MA02**, ao resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação para expressar uma raiz como potência de expoente fracionário.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a potências. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Se achar necessário, retome com os estudantes a diferença entre a multiplicação e a potenciação. Diga-lhes que a multiplicação é utilizada para representar uma adição de parcelas iguais e a potenciação, para representar uma multiplicação de fatores iguais.
- Se julgar necessário, lembre aos estudantes que o resultado de todos os números elevados ao expoente 1 é igual a ele mesmo.

Potência com expoente negativo

Agora, vamos estudar um pouco mais sobre potências com expoente inteiro, especificamente nos casos em que o expoente é um número inteiro negativo.

Um número diferente de zero elevado a um **expoente negativo** é igual ao inverso desse número elevado ao oposto do expoente.

Sendo *a* (base) um número diferente de zero e *n* (expoente) um número natural, temos:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ ou } a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Atenção!

Lembre-se de que o **inverso** de a é $\frac{1}{a}$, sendo a um número diferente de zero.

Analise mais alguns exemplos.

- $3^{-5} = \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1^5}{3^5} = \frac{1}{243}$
- $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{1}\right)^3 = \frac{4^3}{1^3} = 64$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$
- $(-6)^{-4} = \frac{1}{(-6)^4} = \frac{1}{1296}$

Considere a sequência apresentada.

8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

Vamos escrever os termos dessa sequência como potência de base 2.

- 1º termo: $8 = 2^3$
- 2º termo: $4 = 2^2$
- 3º termo: $2 = 2^1$
- 4º termo: $1 = 2^0$
- 5º termo: $\frac{1}{2} = 2^{-1}$
- 6º termo: $\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$
- 7º termo: $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$
- 8º termo: $\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4}$

Questão 1. Agora, escreva em seu caderno os termos da sequência apresentada a seguir como potências de base -2. Questão 1. Resposta: $(-2)^3$; $(-2)^2$; $(-2)^1$; $(-2)^0$; $(-2)^{-1}$; $(-2)^{-2}$; $(-2)^{-3}$; $(-2)^{-4}$.

-8	4	-2	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

- Se necessário, diga aos estudantes que $\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$. Se possível, escreva na lousa alguns exemplos como os apresentados a seguir.

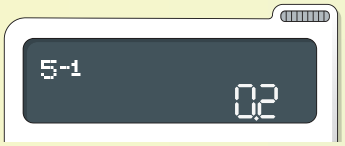
$\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1^2}{5^2} = \frac{1}{25}$

$\left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1^2}{8^2} = \frac{1}{64}$

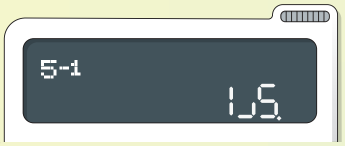
- Se achar conveniente, converse com os estudantes a fim de que eles percebam que $\frac{5}{2}$ é o inverso de $\frac{2}{5}$, e que $\left(\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$.
- Na questão **1**, se achar necessário, retome as explicações da sequência apresentada anteriormente nesta página.

- Ao terminar o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, diga aos estudantes que, nos casos de cálculos de potências elevadas ao expoente −1, além da tecla [^], podemos usar a tecla [x^{-1}]. A seguir, temos um exemplo de como calcular 5^{-1} usando essa tecla.

1º) Digite as teclas [5], [x^{-1}] e [=], nessa sequência, obtendo, assim, o resultado na forma de número decimal.



2º) Digite a tecla [ab/c] para obter esse resultado na forma de fração.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Instrumentos e *softwares*

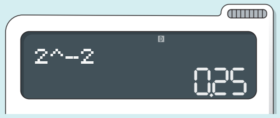
Calculando potências com expoente negativo

Usando uma calculadora científica, vamos calcular potências com expoentes negativos seguindo alguns procedimentos, como o cálculo de 2^{-2} no exemplo a seguir.

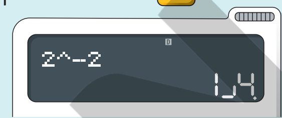
1º Registre o número 2. Em seguida, pressione a tecla [^].

2º Digite as teclas [(–)] [2].

3º Por fim, pressione [=], para obter o número decimal como resultado.



4º Para obter o resultado na forma de fração, basta digitar na sequência a tecla [$a^{b/c}$].

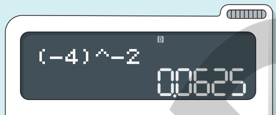


Para cálculos de potências com base e expoente negativos, como $(-4)^{-2}$, procedemos da seguinte maneira:

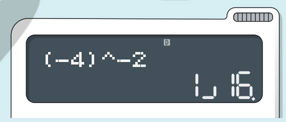
1º Pressione as teclas [(] [(–)] [4] [)], nesta ordem.

2º Em seguida, digite [^] [–] [2].

3º Por fim, pressione a tecla [=], para obter o número decimal como resultado.



4º Para obter o resultado na forma de fração, basta digitar na sequência a tecla [$a^{b/c}$].

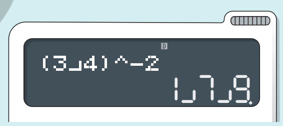


Agora, verifique como podemos calcular o valor de $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$.

1º Pressione as teclas [(] [3] [$a^{b/c}$] [4] [)], nesta sequência.

2º Em seguida, digite [^] [(–)] [2].

3º Para obter o resultado, pressione a tecla [=].



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA /ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o resultado é $1\frac{7}{9}$. Para obtê-lo na forma fracionária, basta digitar as teclas [SHIFT] e [$a^{b/c}$], nesta ordem. No fim, obteremos $\frac{16}{9}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

2. Respostas: a) 36; b) 32; c) 1; d) 343; e) 4096; f) 125; g) 10000; h) 27; i) 1024; j) 1; k) 64; l) 75; m) 1; n) 10000; o) 859; p) 1.

1. Respostas: a) $4^2 = 16$; b) $10^3 = 1000$; c) $6^4 = 1296$; d) $3^3 = 27$; e) $5^2 = 25$; f) $2^4 = 16$.

1. No caderno, escreva com algarismos a potência apresentada por extenso em cada item. Depois, calcule o valor de cada uma.

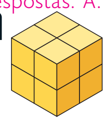
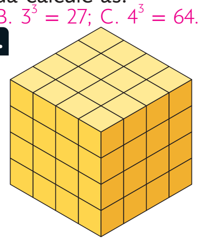
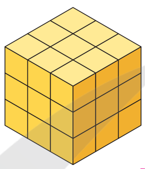
a) Quatro elevado ao quadrado.
b) Dez elevado ao cubo.
c) Seis elevado à quarta potência.
d) Três elevado ao cubo.
e) Cinco elevado ao quadrado.
f) Dois elevado à quarta potência.

2. Calcule as potências a seguir em seu caderno.

a) 6^2 **b)** 2^5 **c)** 15^0 **d)** 7^3 **e)** 8^4 **f)** 5^3
g) 10^4 **h)** 27^1 **i)** 2^{10} **j)** 42^0 **k)** 4^3 **l)** 75^1
m) 108^0 **n)** 100^2 **o)** 859^1 **p)** 1057^0

3. No caderno, escreva a potência que representa a quantidade de cubinhos em cada pilha. Em seguida calcule-as.

3. Respostas: A. $2^3 = 8$; B. $3^3 = 27$; C. $4^3 = 64$.

A.

C.

B.


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

4. Resposta: $5^3 = 125$; $6^3 = 216$; $7^3 = 343$; $8^3 = 512$.

4. As respostas que você escreveu para os itens **A**, **B** e **C**, da atividade anterior, formam uma sequência de potências de mesmo expoente. No caderno, escreva os próximos quatro termos dessa sequência e calcule quantos cubinhos terá a pilha correspondente a cada um deles.

5. Utilizando uma calculadora científica, calcule as potências a seguir.

a) 4^{-2} **b)** 5^{-1} **c)** 7^{-3}
d) $(-4)^{-3}$ **e)** $(-2)^{-1}$ **f)** $(-3)^{-2}$
g) $(4)^{-4}$ **h)** $(-2)^{-5}$

6. Resolva as potências a seguir da maneira que preferir.

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ **b)** $\left(\frac{2}{4}\right)^{-2}$ **c)** $\left(\frac{4}{7}\right)^{-1}$ **d)** $\left(\frac{5}{3}\right)^{-3}$

6. Respostas: a) 9; b) $\frac{16}{4}$ ou 4; c) $\frac{7}{4}$; d) $\frac{27}{125}$

5. Respostas: a) $\frac{1}{16}$; b) $\frac{1}{5}$; c) $\frac{1}{343}$; d) $-\frac{1}{64}$; e) $-\frac{1}{2}$; f) $\frac{1}{9}$; g) $\frac{1}{256}$; h) $-\frac{1}{32}$.

Atenção!

O inverso de $\frac{1}{3}$ é 3 e o inverso de $\frac{2}{4}$ é $\frac{4}{2}$.

7. Sabendo que $a = 2^{-3}$ e $b = 3^{-2}$, efetue os cálculos.

a) $a + b$ **b)** $a - b$ **c)** $(a \cdot b)^2$ **d)** $a : b$ **e)** $a \cdot b$

8. Copie os itens no caderno e substitua cada ■ pelo símbolo = (igual), > (maior do que) ou < (menor do que).

a) 2^{-3} ■ $\frac{1}{4}$
b) 5^{-1} ■ 5^{-2}
c) 9^{-9} ■ 9^{-8}
d) $(-4)^{-3}$ ■ $(-3)^{-4}$
e) 10^{-5} ■ 9^{-5}
f) $(-4)^{-2}$ ■ 4^{-2}

9. Analise os itens a seguir e, no caderno, relacione as potências que têm o mesmo valor. Para isso, escreva a letra e o número correspondentes.

A. $\left(\frac{1}{8}\right)^{-4}$ **B.** $\left(\frac{2}{8}\right)^{-2}$ **C.** $\left(\frac{8}{2}\right)^{-3}$ **D.** 8^{-3}

1. $\left(\frac{8}{2}\right)^2$ **2.** 8^4 **3.** $\left(\frac{1}{8}\right)^3$ **4.** $\left(\frac{2}{8}\right)^3$

9. Resposta: A-2; B-1; C-4; D-3.

10. No caderno, **elabore** um problema que envolva potência. Em seguida, troque com um colega para que ele o resolva.

10. Resposta pessoal.

7. Respostas: a) $\frac{17}{72}$; b) $\frac{1}{72}$; c) $\frac{1}{5184}$; d) $\frac{9}{8}$; e) $\frac{1}{72}$.

8. Respostas: a) $2^{-3} < \frac{1}{4}$; b) $5^{-1} > 5^{-2}$; c) $9^{-9} < 9^{-8}$; d) $(-4)^{-3} < (-3)^{-4}$; e) $10^{-5} < 9^{-5}$; f) $(-4)^{-2} = 4^{-2}$.

Metodologias ativas

Ao resolver com os estudantes as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **1**, ao utilizar diferentes registros e linguagens, a língua materna e a linguagem matemática, aborda-se a **Competência específica de Matemática 6**.
- Ao efetuar cálculos envolvendo potências com expoentes inteiros não negativos na atividade **2**, aproveite para ressaltar as potências com expoentes zero e 1.
- Na atividade **3**, verifique se os estudantes associam potência de expoente 3 com as representações de cubos.
- Na atividade **4**, os estudantes precisam reconhecer a sequência de potências de mesmo expoente (3) da atividade anterior e escrever mais quatro termos dessa sequência. Assim, contribui-se para o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático** ao levá-los a perceber as regularidades da sequência, abordando a **Competência específica de Matemática 2**.
- Na atividade **5**, se achar necessário, retome as explicações da seção **Instrumentos e *softwares*** da página anterior para que os estudantes calculem potências de base inteira com expoente negativo utilizando calculadora científica. O uso de ferramentas matemáticas e tecnológicas digitais favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 5**.
- Tire melhor proveito da atividade **6** elaborando outros itens e escrevendo-os na lousa para que os estudantes copiem e resolvam as questões no caderno. Ao final, verifique se eles resolveram esses itens corretamente.

- Na atividade **7**, oriente os estudantes a substituir as letras *a* e *b* nas expressões pelas potências indicadas no enunciado. Se achar conveniente, realize a correção dessa atividade na lousa para que toda a sala de aula possa acompanhar os procedimentos.
- Na atividade **8**, a fim de tirar melhor proveito e sanar possíveis dúvidas, peça aos estudantes que se organizem em pequenos grupos e compartilhem as regras que utilizaram.
- Na atividade **9**, verifique a necessidade de orientar os estudantes a calcular o valor das potências e, em seguida, verificar quais têm o mesmo valor, relacionando-as.
- Ao elaborar e resolver problemas na atividade **10**, os estudantes têm a oportunidade de enfrentar situações-problema, incluindo situações imaginadas. Além disso, desenvolvem aspectos da **Competência específica de Matemática 6** e, por exercitarem a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo e a cooperação, trabalham aspectos das **Competências gerais 2** e **9**.
- Complemente as atividades desta página, propondo aos estudantes a atividade do boxe **Atividade a mais** que se encontra na página seguinte deste manual, reproduzindo-a na lousa.

- Antes de apresentar o conteúdo a respeito das propriedades das potências, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado ao assunto. Deixe que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio referente ao assunto e de tornar o estudo mais significativo.
- Antes de explorar a segunda propriedade, mostre aos estudantes um exemplo da 1ª propriedade com expoente negativo, base negativa e ambos.

Propriedades das potências

Neste tópico, vamos estudar as propriedades decorrentes da definição de potências, que podem auxiliar nos cálculos. Considere *m* e *n* números inteiros.

1ª propriedade

Um produto de potências de mesma base pode ser transformado em uma única potência mantendo a base e adicionando os expoentes. Exemplos:

- $3^3 \cdot 3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}_{3^3} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{3^4} = 3^7$. Com isso, temos $3^3 \cdot 3^4 = 3^{3+4} = 3^7$.
- $5^2 \cdot 5^3 = \underbrace{5 \cdot 5}_{5^2} \cdot \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{5^3} = 5^5$. Desse modo, temos $5^2 \cdot 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$.

De modo geral, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, com $a \neq 0$ se $m \leq 0$ ou $n \leq 0$.

2ª propriedade

Um quociente de potências de mesma base pode ser transformado em uma única potência mantendo a base e subtraindo os expoentes. Exemplo:

- $7^8 : 7^5 = \dfrac{7^8}{7^5} = \dfrac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}} = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$. Assim, $7^8 : 7^5 = 7^{8-5} = 7^3$.

De modo geral, $a^m : a^n = a^{m-n}$, com $a \neq 0$.

3ª propriedade

A potência de um produto pode ser transformada em um produto de potências elevando cada número ao expoente nela indicado. Exemplo:

- $(4 \cdot 8)^3 = (4 \cdot 8) \cdot (4 \cdot 8) \cdot (4 \cdot 8) = 4 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 8 =$

$= \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4}_{4^3} \cdot \underbrace{8 \cdot 8 \cdot 8}_{8^3} = 4^3 \cdot 8^3$. Assim, $(4 \cdot 8)^3 = 4^3 \cdot 8^3$.

De modo geral, $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$, com $(a \cdot b) \neq 0$ se $m \leq 0$.

4ª propriedade

A potência de um quociente pode ser transformada em um quociente de potências elevando cada número ao expoente nela indicado. Exemplo:

$(12 : 5)^4 = \left(\dfrac{12}{5}\right)^4 = \dfrac{12}{5} \cdot \dfrac{12}{5} \cdot \dfrac{12}{5} \cdot \dfrac{12}{5} = \dfrac{12^4}{5^4} = 12^4 : 5^4$. Assim, $(12 : 5)^4 = 12^4 : 5^4$.

De modo geral, $(a : b)^m = a^m : b^m$, com $a \neq 0$ se $m \leq 0$ e $b \neq 0$.

18

Atividade a mais

- Copie o quadro no caderno, efetue os cálculos necessários e complete-o.

Representação na forma de potência	Representação na forma de multiplicação de fatores iguais	Resultado da potenciação
$(-2)^1$	-2	-2
$(-2)^2$	$(-2) \cdot (-2)$	4
	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	
$(-2)^4$		
		-32
	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	

Resolução

Representação na forma de potência	Representação na forma de multiplicação de fatores iguais	Resultado da potenciação
$(-2)^1$	-2	-2
$(-2)^2$	$(-2) \cdot (-2)$	4
$(-2)^3$	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	-8
$(-2)^4$	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	16
$(-2)^5$	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	-32
$(-2)^6$	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	64

5ª propriedade

A potência de uma potência pode ser transformada em uma única potência mantendo a base dela e multiplicando seus expoentes. Confira o exemplo:

$(2^4)^5 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4 = 2^{4+4+4+4+4} = 2^{20}$, assim, $(2^4)^5 = 2^{4 \cdot 5} = 2^{20}$.

De modo geral, $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, com $a \neq 0$ se $m \leq 0$ ou $n \leq 0$.

Agora, verifique dois casos.

- $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$

  No primeiro caso, o 2^2 está elevado ao cubo.

- $2^{2^3} = 2^{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^8$

  No segundo caso, a base 2 está elevada a 2^3, ou seja, elevada a 8.

Note que as potências $(2^2)^3$ e 2^{2^3} são diferentes e têm resultados diferentes.

Potências de base 10

Analise alguns casos de potências de base 10.

- $10^2 = 100$
- $10^3 = 1000$
- $10^4 = 10\,000$
- $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$
- $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$
- $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$

Nas potências de base 10 em que os expoentes são números inteiros positivos, a quantidade de zeros após o algarismo 1 é igual ao valor do expoente.

$$10^5 = 1\underbrace{00\,000}_{\text{5 zeros}}$$

Nas potências de base 10 em que os expoentes são números inteiros negativos, a quantidade de algarismos à direita da vírgula é igual ao oposto do valor do expoente.

$$10^{-5} = 0{,}\underbrace{00001}_{\text{5 algarismos após a vírgula}}$$

De modo geral, em uma potência de base 10 com expoente positivo, a quantidade de zeros no resultado após o algarismo 1 é igual ao valor do expoente. Já no caso de uma potência de base 10 com expoente negativo, a quantidade de algarismos à direita da vírgula é igual ao oposto do valor do expoente.

• Antes de apresentar o conteúdo sobre as potências de base 10, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado ao assunto. Deixe que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio acerca do assunto e tornar o estudo mais significativo. Depois disso, explore as contribuições deles ao desenvolver a explicação exposta na página.

- Antes de apresentar o conteúdo sobre notação científica, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado ao assunto. Deixe que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio referente ao tema e tornar o estudo mais significativo.
- A atividade **11** requer que os estudantes utilizem as propriedades das potências para simplificar expressões. Avalie a conveniência de complementar a atividade, elaborando outros itens e escrevendo-os na lousa para que eles possam copiar no caderno e efetuar os cálculos necessários.
- Na atividade **12**, o objetivo é transformar um comando na linguagem materna para a linguagem matemática, envolvendo propriedades de potências. Aprimore o trabalho com essa atividade solicitando aos estudantes que confiram os cálculos que fizeram utilizando uma calculadora. Para isso, se necessário, retome as explicações da seção **Instrumentos e *softwares*** da página **16**.

Notação científica

É comum alguns profissionais trabalharem com números de muitos algarismos e que, geralmente, correspondem a uma medida muito grande ou muito pequena. Para simplificar a escrita deles, pode ser usada a **notação científica**, que consiste em representar um número usando uma potência de base 10.

Nessa notação, os números são escritos da seguinte maneira:

$$\boxed{a \cdot 10^n}$$

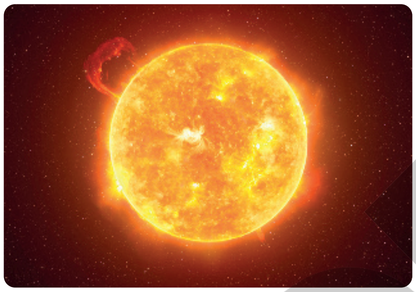
a: número maior ou igual a 1 e menor do que 10;
n: número inteiro.

Analise alguns números escritos em notação científica.

- A medida da temperatura aproximada no núcleo do Sol é 15 000 000 °C.

$$15\,000\,000 = 1{,}5 \cdot 10\,000\,000 = 1{,}5 \cdot 10^7$$

LUKASZ PAWEL SZCZEPANSKI/SHUTTERSTOCK



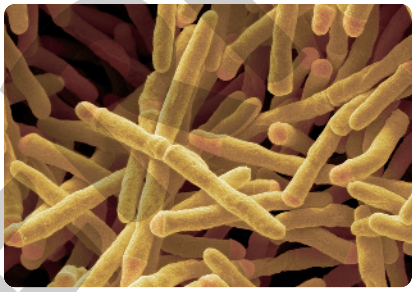
Superfície do Sol.

Representação com elementos não proporcionais entre si. Cores-fantasia.

- O comprimento da bactéria *Mycobacterium tuberculosis* mede 0,000001 m.

$$0{,}000001 = \frac{1}{1\,000\,000} = 1 \cdot \frac{1}{10^6} = 1 \cdot 10^{-6}$$

STEVE GSCHMEISSNER/SPL/FOTOARENA



Bactérias *Mycobacterium tuberculosis*.

Imagem obtida por microscópio e ampliada aproximadamente 570 vezes. Colorizada em computador.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

11. Respostas: a) $2^9 = 512$; b) $\left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1}{2187}$; c) $(-3)^6 = 729$; d) $5^{-1} = \frac{1}{5}$; e) $13^4 = 28\,561$; f) $(-2)^{15} = -32\,768$; g) $(-4)^6 = 4\,096$; h) $14^3 = 2\,744$.

11. Utilizando as propriedades das potências, simplifique os cálculos e obtenha os resultados.

a) $2^2 \cdot 2^7$
b) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4$
c) $(-3)^4 \cdot (-3)^2$
d) $5^6 : 5^7$
e) $13^7 : 13^3$
f) $(-2^3)^5$
g) $((-4)^3)^2$
h) $(7 \cdot 2)^3$

12. No caderno, efetue os cálculos indicados nos itens.

a) O produto entre $(-3)^3$ e $(-3)^2$.
b) O quociente de 9^3 por 9^2.
c) O quadrado da metade de (-5).
d) A metade do quadrado de (-5).
e) O dobro do cubo de 4.
f) O cubo do quadrado de 2.

12. Respostas: a) -243; b) 9; c) $\frac{25}{4}$ ou 6,25; d) $\frac{25}{2}$ ou 12,5; e) 128; f) 64.

20

13. No esquema apresentado, cada letra representa uma potência de base 2.

2^5	A	2^3
B	2^2	C
2^1	D	E

20. Respostas: a) 20000; b) 1500; c) 0,01; d) 40; e) 0,003; f) 5,6; g) 0,0001; h) 0,7; i) 380.

Sabendo que o produto dos números de cada linha, coluna e diagonal é 2^6, descubra quais são essas potências.

13. Resposta: *A*: 2^{-2}; *B*: 2^0; *C*: 2^4; *D*: 2^6; *E*: 2^{-1}.

14. Resolva no caderno as expressões numéricas a seguir.

14. Respostas: a) 337; b) 247; c) 263; d) −407; e) 32; f) $\frac{1}{36}$.

a) $2^2 \cdot 2^6 + 3^4$

b) $4^8 : 4^4 - 3^3 : 3$

c) $\left(4^2\right)^2 + 3 \cdot 3^2 - 20$

d) $\left(13^4\right)^3 : 13^{10} - (8 \cdot 3)^2$

e) $\dfrac{\left(2^2 \cdot 2^5\right)^3}{2^{16}}$

f) $\dfrac{6^9 : 6^2}{\left(6^2 \cdot 6\right)^3}$

Atenção!

Utilize as propriedades das potências para facilitar os cálculos.

16. Respostas: a) 15^4; b) 20^2; c) 8^3; d) 5^8; e) 42^5; f) 56^7; g) 10^6; h) 3^{10}.

15. No caderno, **elabore** um problema que envolva as propriedades das potências. Depois disso, troque com um colega, para que o resolva.

15. Resposta pessoal.

16. Transforme os produtos e os quocientes a seguir em uma única potência.

a) $3^4 \cdot 5^4$

b) $4^2 \cdot 5^2$

c) $40^3 : 5^3$

d) $60^8 : 12^8$

e) $6^5 \cdot 7^5$

f) $7^7 \cdot 8^7$

g) $100^6 : 10^6$

h) $150^{10} : 50^{10}$

17. O produto $a^n \cdot a^n$, com $a \neq 0$, equivale a:

A. 1

B. a^{m+n}

C. a^{2n}

D. $a^{n \cdot n}$

17. Resposta: Alternativa **C**.

18. Considerando $a \neq 0$, simplifique a expressão $a^{n+3} \cdot a^{n-1} \cdot a^{1-2n}$. 18. Resposta: a^3.

19. Escreva em seu caderno cada expressão na forma de uma única potência.

a) $10^2 \cdot 10^5$

b) $10^5 : 10^1$

c) $10^1 \cdot 10^6$

d) $10^8 : 10^7$

e) $10^2 \cdot 10^2$

f) $10^4 : 10^4$

19. Respostas: a) 10^7; b) 10^4; c) 10^7; d) 10^1; e) 10^4; f) 10^0.

20. Calcule **mentalmente** o resultado de:

a) $2 \cdot 10^4$

b) $1{,}5 \cdot 10^3$

c) $1 \cdot 10^{-2}$

d) $4 \cdot 10^1$

e) $3 \cdot 10^{-3}$

f) $5{,}6 \cdot 10^0$

g) 10^{-4}

h) $7 \cdot 10^{-1}$

i) $3{,}8 \cdot 10^2$

21. A tabela a seguir apresenta a população aproximada dos estados da Região Sul do Brasil em 2021.

População aproximada dos estados da Região Sul (2021)

Estado	População aproximada
Paraná	11 597 000
Santa Catarina	7 338 000
Rio Grande do Sul	11 466 000

Fonte de pesquisa: IBGE. *Cidades e Estados*. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados. Acesso em: 28 mar. 2022.

No caderno, calcule a população aproximada da Região Sul em 2021 e, depois, registre-a usando notação científica.

21. Resposta: Aproximadamente 30 401 000; $3{,}0401 \cdot 10^7$.

22. No caderno, escreva os números em destaque usando notação científica.

a) A massa da Lua mede aproximadamente **73 480 000 000 000 000 000 000** kg.

b) Alguns vírus têm espessura aproximada de **0,0003** mm.

c) Em 1 mm³ de sangue de um homem há cerca de **5 400 000** glóbulos vermelhos, enquanto na mesma quantidade de sangue de uma mulher há cerca de **4 800 000**.

d) No vácuo, a luz viaja a uma velocidade de **300 000** km/s.

22. Respostas: a) $7{,}348 \cdot 10^{22}$; b) $3 \cdot 10^{-4}$; c) $5{,}4 \cdot 10^6$; $4{,}8 \cdot 10^6$; d) $3 \cdot 10^5$.

• Na atividade **13**, verifique se os estudantes perceberam que, em algumas linhas, a soma dos expoentes ultrapassa 6 se forem todos positivos e que, portanto, eles devem utilizar números negativos.

• Tire melhor proveito do trabalho com a atividade **14** pedindo aos estudantes que elaborem outras expressões além das apresentadas e troquem o caderno com um colega para resolvê-las. Por fim, eles devem conferir se o colega as resolveu corretamente.

• Ao elaborar e resolver problemas envolvendo potenciação na atividade **15**, os estudantes têm a oportunidade de enfrentar situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões, o que desenvolve aspectos da **Competência específica de Matemática 6**. Além disso, por exercitarem a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, abordam-se as **Competências gerais 2** e **9**.

• Para complementar o trabalho com a atividade **16**, peça aos estudantes que, após transformar os produtos e quocientes em uma única potência, calculem o valor de cada uma delas. Se necessário, oriente-os a usar uma calculadora para efetuar os cálculos.

• As atividades **17** e **18** exploram produto de potências de mesma base utilizando escrita algébrica. Para tirar melhor proveito desse conteúdo, organize os estudantes em duplas e incentive-os a conversar entre si compartilhando as estratégias utilizadas.

• A atividade **19** tem por objetivo multiplicar e dividir potências de base 10. Avalie a conveniência de elaborar itens em que os expoentes sejam maiores do que 10, por exemplo, e reproduzi-los na lousa para que os estudantes possam copiar no caderno.

• Na atividade **20**, os estudantes devem calcular mentalmente multiplicações escritas em notação científica, ou seja, precisam calcular multiplicação e divisão (quando o expoente é negativo) por potências de 10.

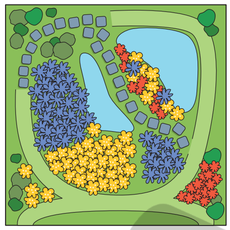
• Na atividade **21**, converse com os estudantes a respeito da utilidade da notação científica para escrever números muito grandes ou muito pequenos, como a população dos estados apresentada na tabela.

• Na atividade **22**, se necessário, diga aos estudantes que km/s significa quilômetros por segundo. Além disso, explique a eles que os glóbulos vermelhos são responsáveis por levar o oxigênio do pulmão para todas as partes do corpo. Outras informações sobre as hemácias podem ser encontradas no *site* indicado a seguir. Disponível em: http://www.hemominas.mg.gov.br/doacao-e-atendimento-ambulatorial/hemoterapia/o-sangue. Acesso em: 27 jun. 2022.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento prévio dos estudantes relacionado a raízes. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio referente ao assunto e de tornar o estudo mais significativo.

Raízes

Cristiane está construindo em sua casa um jardim com o formato de um quadrado, cuja medida da área é igual a 49 m². Qual será a medida ℓ nesse jardim?



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Para resolver essa questão, utilizamos a fórmula a seguir e calculamos a medida da área do quadrado.

$\boxed{A = \ell^2}$

A: medida da área;
ℓ: medida do comprimento do lado.

Substituindo A por 49 na fórmula, temos:

$$49 = \ell^2$$

Para obter a medida ℓ do quadrado, precisamos determinar um número positivo que, multiplicado por si mesmo (ou seja, elevado ao quadrado), resulte em 49, isto é, devemos calcular a **raiz quadrada** de 49.

Na situação apresentada, o número procurado só pode ser 7, ou seja, 7 é a raiz quadrada de 49, que indicamos por:

$$\sqrt[2]{49} = 7, \text{ pois } 7^2 = 49.$$

Lemos $\sqrt[2]{49}$ da seguinte maneira: raiz quadrada de 49.

Portanto, o comprimento do lado do jardim vai medir 7 m.

Atenção!

Geralmente, o índice 2 da raiz quadrada é omitido. Desse modo, indicamos $\sqrt[2]{49}$ simplesmente por $\sqrt{49}$.

A operação utilizada na situação apresentada é chamada **radiciação**, que é a inversa da potenciação. Na radiciação, podemos destacar os seguintes elementos:

radical

índice — $\sqrt[2]{49} = 7$ — raiz quadrada

radicando

A raiz quadrada de um número positivo a é um número também positivo que, ao ser multiplicado por si mesmo, resulta em a.

Na situação apresentada, temos dois números que, elevados ao quadrado, resultam em 49, ou seja, $7^2 = 49$ e $(-7)^2 = 49$. No entanto, como a raiz quadrada de 49 é um número único e positivo, temos que $\sqrt{49} = 7$.

Atenção!

Obtemos a raiz quadrada somente de números positivos, pois nenhum número elevado ao quadrado resulta em um número negativo.

Analise alguns exemplos.

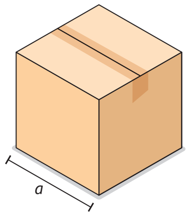
- $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$
- $\sqrt{81} = 9$, pois $9^2 = 81$
- $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$, pois $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

Se a e b são números naturais, com $b \neq 0$, temos:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Considere uma caixa em formato de cubo cujo volume mede 64 cm³. Qual é a medida do comprimento a da aresta dessa caixa?

Para responder a essa pergunta, podemos utilizar a fórmula da medida do volume do cubo.



HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

$\boxed{V = a^3}$

V: medida do volume;
a: medida do comprimento da aresta.

Substituindo V por 64 na fórmula, obtemos:

$$64 = a^3$$

Para obter a medida do comprimento da aresta a do cubo, precisamos determinar um número que, elevado ao cubo, resulte em 64, ou seja, é necessário determinar a **raiz cúbica** de 64, que indicamos por $\sqrt[3]{64}$ (lê-se: raiz cúbica de 64).

Nesse caso, o número procurado é 4, pois $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$. Assim, $\sqrt[3]{64} = 4$.

Portanto, o comprimento da aresta da caixa mede 4 cm.

A raiz cúbica de um número a qualquer é um número que, elevado ao cubo, resulta em a.

Analise os exemplos a seguir.

- $\sqrt[3]{125} = 5$, pois $5^3 = 125$.
- $\sqrt[3]{-216} = -6$, pois $(-6)^3 = -216$.

Cálculo da raiz exata de um número natural

É possível calcular a raiz quadrada de um número natural por tentativa. Acompanhe, por exemplo, o procedimento para calcular a raiz quadrada de 2116.

Sabemos que é necessário obter o número que, elevado ao quadrado, seja igual a 2116. Para determiná-lo, vamos escrever os quadrados das dezenas exatas de 10 a 50.

Número	10	20	30	40	50
Quadrado do número	100	400	900	1600	2500

Como 2116 está entre 1600 e 2500, concluímos que sua raiz quadrada está entre 40 e 50, pois $40^2 = 1600$ e $50^2 = 2500$.

Como a raiz quadrada de 2116 é um número entre 40 e 50, vamos calcular o quadrado dos números naturais entre eles até obter 2116 como resultado.

- $41^2 = 1681$
- $42^2 = 1764$
- $43^2 = 1849$
- $44^2 = 1936$
- $45^2 = 2025$
- $46^2 = 2116$

Portanto, por esses cálculos, concluímos que $46^2 = 2116$ e, então, $\sqrt{2116} = 46$.

Questão 2. **Junte-se a um colega e obtenham, por tentativa, a raiz quadrada exata de 5184 e registrem no caderno.** Questão 2. Resposta: Como $72^2 = 5184$, então $\sqrt{5184} = 72$.

- Na questão **2**, avalie a conveniência de orientar os estudantes no uso da calculadora para efetuar os cálculos necessários.

• Para resolver a questão **3**, os estudantes precisam decompor o radicando em fatores primos e depois compreender como essa decomposição pode ser organizada para obter a raiz quadrada de 5 184. Avalie a necessidade de retomar com eles o conceito de números primos.

Outro modo de calcular a raiz quadrada de um número natural é fazer sua decomposição em fatores primos e, na sequência, simplificar o resultado da decomposição. Acompanhe, por exemplo, o cálculo da raiz quadrada do número 324.

$$\begin{array}{r|l} 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$324 = \underbrace{2 \cdot 2}_{2^2} \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_{3^2} \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_{3^2} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3 \cdot 3)^2 = 18^2$$

Assim, $\sqrt{324} = 18$, pois $18^2 = 324$.

Ainda usando a decomposição em fatores primos e simplificando o resultado da decomposição, podemos calcular $\sqrt[3]{2\,744}$.

$$\begin{array}{r|l} 2\,744 & 2 \\ 1\,372 & 2 \\ 686 & 2 \\ 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$2\,744 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} \cdot \underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7}_{7^3} = 2^3 \cdot 7^3 = (2 \cdot 7)^3 = 14^3$$

Assim, $\sqrt[3]{2\,744} = 14$, pois $14^3 = 2\,744$.

Questão 3. **Junte-se** a um colega e, no caderno, usem a decomposição em fatores primos para calcular novamente a raiz quadrada do número 5 184. Depois, verifiquem se o resultado obtido foi o mesmo da questão 2. Questão 3. Resposta: $\sqrt[2]{5\,184} = 72$, pois $(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3)^2 = 72^2 = 5\,184$. Sim, o resultado foi o mesmo.

Cálculo da raiz aproximada de um número natural

Quando um número não é quadrado perfeito, ou seja, sua raiz quadrada não é um número natural, podemos calcular a **raiz quadrada aproximada** dele. Vamos obter, por exemplo, a raiz quadrada aproximada do número 11, com aproximação até os décimos, usando o procedimento a seguir.

1º Verificamos entre quais números quadrados perfeitos o número 11 se encontra. Nesse caso, como ele está entre 9 e 16, sua raiz quadrada está entre 3 e 4.

2º Em seguida, calculamos o quadrado de alguns números entre 3 e 4, nesse caso com uma casa decimal.

$(3{,}1)^2 = 9{,}61$	$(3{,}4)^2 = 11{,}56$
$(3{,}2)^2 = 10{,}24$	$(3{,}5)^2 = 12{,}25$
$(3{,}3)^2 = 10{,}89$	$(3{,}6)^2 = 12{,}96$
Resultados menores do que 11.	Resultados maiores do que 11.

Pelos valores obtidos, $3{,}3 < \sqrt{11} < 3{,}4$. Como $(3{,}3)^2$ está mais próximo de 11, temos:

$$\sqrt{11} \simeq 3{,}3$$

Lê-se: raiz quadrada de 11 é aproximadamente 3,3.

Atenção!
O símbolo $\simeq$ é usado para indicar aproximação.

Continuando, vamos calcular a raiz quadrada aproximada de 11 com aproximação até os centésimos. Calculamos, então, o quadrado de alguns números entre 3,3 e 3,4, com duas casas decimais.

- $(3{,}31)^2 = 10{,}9561$

  Resultado menor do que 11.

- $(3{,}32)^2 = 11{,}0224$
- $(3{,}33)^2 = 11{,}0809$

  Resultados maiores do que 11.

Conforme os resultados obtidos, $(3{,}31)^2$ está mais próximo de 11. Sendo assim, temos:

$$\sqrt{11} \simeq 3{,}31$$

Por esse procedimento, sucessivamente, o cálculo da raiz quadrada aproximada de um número natural também pode ser feito com três, quatro ou mais casas decimais.

Potências com expoente fracionário

Estudamos, até o momento, potências com expoentes de números inteiros positivos e negativos. Agora, vamos calcular **potências com expoentes fracionários**. Usando a **5ª propriedade** apresentada na página **19**, é possível verificar, por exemplo, que:

$$\sqrt[2]{5^6} = 5^3, \text{ pois } \left(5^3\right)^2 = 5^{3 \cdot 2} = 5^6$$

Essa propriedade também é válida em potências cujo expoente é fracionário, como indicado no exemplo a seguir.

$$\sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}}, \text{ pois } \left(2^{\frac{4}{3}}\right)^3 = 2^{\frac{4}{3} \cdot 3} = 2^4$$

Tais potências podem ser escritas por meio de um radical, assim como radicais podem ser escritos na forma de potência com expoente fracionário. Analise os exemplos a seguir.

- $\sqrt[2]{5^3} = 5^{\frac{3}{2}}$
- $\sqrt[3]{25} = 25^{\frac{1}{3}}$
- $6^{\frac{5}{2}} = \sqrt{6^5}$
- $12^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{12^2}$

De modo geral, sendo a um número inteiro positivo, n e m números naturais, com n maior do que 1, temos:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Atenção!

Ao representarmos uma potência com expoente fracionário por meio de um radical, note que o denominador do expoente da potência corresponde ao índice do radical e o numerador do expoente da potência, ao expoente do radicando.

As propriedades das potências também são válidas para aquelas com expoentes fracionários, sendo as restrições referentes à base e ao expoente as mesmas. Verifique alguns exemplos.

- $3^{-\left(\frac{1}{2}\right)} = \dfrac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$
- $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{2}{3}+\frac{3}{2}} = 2^{\frac{13}{6}} = \sqrt[6]{2^{13}}$
- $3^{\frac{5}{3}} : 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{3}-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{3^7}$
- $5^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} = (5 \cdot 3)^{\frac{2}{3}} = 15^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{15^2}$
- $15^{\frac{1}{2}} : 3^{\frac{1}{2}} = (15 : 3)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$
- $\left(7^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 7^{\frac{1}{2} \cdot 3} = 7^{\frac{3}{2}} = \sqrt{7^3}$

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à potência com expoente fracionário, perguntando, por exemplo, se eles já viram essa forma de escrita matemática e o que esse expoente fracionário pode representar. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de tornar o estudo mais significativo.

• Na atividade **23**, os estudantes devem calcular raiz quadrada e raiz cúbica de números naturais e de números fracionários. Reserve um tempo para que eles resolvam as questões. Depois, peça a alguns deles que exponham suas estratégias aos demais e justifiquem o motivo da escolha.

• O objetivo da atividade **24** é que seja determinada a medida de comprimento do lado de alguns quadrados cuja medida da área é conhecida. Verifique se os estudantes perceberam que, para isso, basta calcular a raiz quadrada dos números que indicam a medida da área dos quadrados.

• A atividade **25** requer que seja determinada a medida de comprimento da aresta de cubo cuja medida de volume é conhecida. Analise se os estudantes percebem que nesse caso eles precisam determinar a raiz cúbica dos números que indicam a medida de volume dos cubos.

• Nas atividades **26** e **27**, os estudantes podem calcular e verificar, entre os itens, quais números quadrados perfeitos mais se aproximam dos números apresentados, sem necessariamente efetuar o cálculo da raiz quadrada. Já na atividade **28**, devem calcular raiz cúbica de cubos perfeitos. Avalie a oportunidade de tirar melhor proveito dessas atividades, elaborando outros itens e escrevendo-os na lousa para que os estudantes possam copiar no caderno e efetuar os cálculos necessários. Ao final, verifique se eles resolveram esses itens corretamente.

• A atividade **29** tem por objetivo o cálculo de raízes quadradas de números decimais que podem ser escritos na forma de frações com denominador 100. Retome com os estudantes a transformação de números decimais em números fracionários e vice-versa.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

23. Efetue os cálculos no caderno.

a) $\sqrt{121}$ d) $\sqrt[3]{729}$

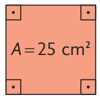
b) $\sqrt[3]{512}$ e) $\sqrt{\frac{625}{4}}$

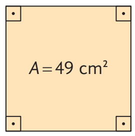
c) $\sqrt{\frac{144}{121}}$ f) $\sqrt[3]{216}$

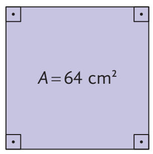
23. Respostas: a) 11; b) 8; c) $\frac{12}{11}$; d) 9; e) $\frac{25}{2}$; f) 6.

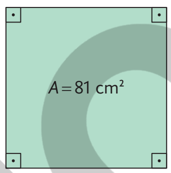
24. Escreva no caderno a medida do comprimento do lado de cada quadrado a seguir, conforme a medida da área *A* indicada em cada um deles.

24. Respostas: A. 5 cm; B. 7 cm; C. 8 cm; D. 9 cm.

A.


B.


C.


D.


ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI

25. Em cada item está indicada a medida do volume de um cubo. Efetue os cálculos no caderno e obtenha a medida do comprimento da aresta de cada um deles.

a) 8 cm³ d) 125 cm³

b) 27 cm³ e) 216 cm³

c) 64 cm³ f) 343 cm³

25. Respostas: a) 2 cm; b) 3 cm; c) 4 cm; d) 5 cm; e) 6 cm; f) 7 cm.

26. Lauro é marceneiro e vai construir o tampo de uma mesa cujo formato é quadrado. Para esse trabalho, a medida da área do tampo deveria ser entre 8100 cm² e 14400 cm². Entre os itens a seguir, qual está indicando uma possível medida do comprimento de um dos lados do tampo que ele vai construir?

a) 80 cm c) 130 cm

b) 140 cm d) 110 cm

26. Resposta: Alternativa **d**.

27. Para cada item, determine entre quais números está o resultado da raiz.

a) $\sqrt{290}$
- 16 e 17
- 17 e 18
- 18 e 19

b) $\sqrt{960}$
- 27 e 28
- 28 e 29
- 30 e 31

27. Resposta: a) 17 e 18; b) 30 e 31.

28. Por meio da decomposição em fatores primos, determine em seu caderno a raiz cúbica dos números a seguir.

a) 4096 f) 8000

b) 39304 g) 59319

c) 15625 h) 46656

d) 4913 i) 125000

e) 64000

28. Respostas: a) 16; b) 34; c) 25; d) 17; e) 40; f) 20; g) 39; h) 36; i) 50.

29. Rogério calculou $\sqrt{1,44}$ da seguinte maneira:

29. Respostas: a) 1,6; b) 2,5; c) 0,5; d) 0,1.

$$\sqrt{1,44} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{100}} = \frac{12}{10} = 1,2$$

Usando o mesmo procedimento que Rogério, determine o resultado dos cálculos a seguir.

a) $\sqrt{2,56}$ c) $\sqrt{0,25}$

b) $\sqrt{6,25}$ d) $\sqrt{0,01}$

30. Respostas: a) $\sqrt{3} \simeq 1{,}7$; b) $\sqrt{12} \simeq 3{,}5$; c) $\sqrt{19} \simeq 4{,}4$; d) $\sqrt{23} \simeq 4{,}8$; e) $\sqrt{31} \simeq 5{,}6$.

30. Calcule a raiz quadrada aproximada dos números a seguir até os décimos.

a) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{19}$ e) $\sqrt{31}$

b) $\sqrt{12}$ d) $\sqrt{23}$

31. Calcule a raiz quadrada aproximada dos números a seguir até os centésimos.

a) $\sqrt{18}$ c) $\sqrt{29}$ e) $\sqrt{35}$

b) $\sqrt{21}$ d) $\sqrt{32}$

32. Lúcia obteve o número inteiro mais próximo de $\sqrt{15}$ da seguinte maneira:

O número 15 está entre os quadrados perfeitos 9 e 16. Além disso, 15 está mais próximo de 16 do que de 9. Então, $\sqrt{15}$ está mais próximo de $\sqrt{16}$. Portanto, $\sqrt{15} \simeq 4$.

INSIDE CREATIVE HOUSE/SHUTTERSTOCK

De maneira semelhante ao raciocínio de Lúcia, obtenha o número inteiro mais próximo dos radicais indicados nos itens a seguir.

a) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{50}$

b) $\sqrt{23}$ d) $\sqrt{95}$

32. Respostas: a) 2; b) 5; c) 7; d) 10.

33. Entre quais números inteiros está o valor de:

a) $\sqrt{8}$? c) $\sqrt{90}$?

b) $\sqrt{50}$? d) $\sqrt{200}$?

33. Respostas: a) 2 e 3; b) 7 e 8; c) 9 e 10; d) 14 e 15.

34. Represente no caderno as raízes a seguir usando potências com expoente fracionário.

a) $\sqrt[3]{3^7}$ c) $\sqrt[7]{5^3 \cdot 5^2}$

b) $\sqrt[5]{4 \cdot 6}$ d) $\sqrt[3]{\left(3^2\right)^5}$

34. Respostas: a) $3^{\frac{7}{3}}$; b) $24^{\frac{1}{5}}$; c) $5^{\frac{5}{7}}$; d) $3^{\frac{10}{3}}$.

35. No caderno, relacione as potências com expoente fracionário com as respectivas raízes. Para isso, escreva o número e a letra correspondentes.

1. $37^{\frac{5}{8}}$ **2.** $100^{\frac{5}{3}}$ **3.** $7^{\frac{5}{6}}$

4. $15^{\frac{1}{2}}$ **5.** $10^{\frac{1}{6}}$ **6.** $8^{\frac{1}{9}}$

7. $231^{\frac{2}{3}}$ **8.** $20^{\frac{7}{4}}$

A. $\sqrt[6]{7^5}$ **B.** $\sqrt{15}$ **C.** $\sqrt[9]{8}$

D. $\sqrt[4]{20^7}$ **E.** $\sqrt[3]{100^5}$ **F.** $\sqrt[3]{231^2}$

G. $\sqrt[6]{10}$ **H.** $\sqrt[8]{37^5}$

35. Respostas: 1-H; 2-E; 3-A; 4-B; 5-G; 6-C; 7-F; 8-D.

36. Em seu caderno, escreva cada item na forma de uma única potência. Em seguida, escreva na forma de radical a potência obtida.

a) $\left(5^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$ e) $7^{\frac{3}{4}} \cdot 7^3$

b) $\left(8^3\right)^{\frac{4}{9}}$ f) $6^{\frac{5}{9}} : 6^{\frac{4}{9}}$

c) $7^{\frac{5}{2}} \cdot 7^{\frac{1}{4}}$ g) $9^{\frac{13}{4}} : 9^{\frac{7}{4}}$

d) $\left(3^{\frac{2}{7}}\right)^3$ h) $5^{\frac{1}{6}} : 5^{-\frac{1}{2}}$

36. Respostas: a) $5^{\frac{1}{3}}$ e $\sqrt[3]{5}$; b) $8^{\frac{4}{3}}$ e $\sqrt[3]{8^4}$; c) $7^{\frac{11}{4}}$ e $\sqrt[4]{7^{11}}$; d) $3^{\frac{6}{7}}$ e $\sqrt[7]{3^6}$; e) $7^{\frac{15}{4}}$ e $\sqrt[4]{7^{15}}$; f) $6^{\frac{1}{9}}$ e $\sqrt[9]{6}$; g) $9^{\frac{3}{2}}$ e $\sqrt[2]{9^3}$; h) $5^{\frac{2}{3}}$ e $\sqrt[3]{5^2}$.

37. Em seu caderno, **elabore** um problema que envolva radiciação. Em seguida, troque com um colega, para que o resolva. 37. Resposta pessoal.

31. Respostas: a) $\sqrt{18} \simeq 4{,}24$; b) $\sqrt{21} \simeq 4{,}58$; c) $\sqrt{29} \simeq 5{,}39$; d) $\sqrt{32} \simeq 5{,}66$; e) $\sqrt{35} \simeq 5{,}92$.

- Na atividade **30**, os estudantes devem calcular a raiz quadrada de números que não são quadrados perfeitos, aproximando o resultado. Enfatize os procedimentos necessários para arredondamentos de números decimais e oriente-os a usar o símbolo $\simeq$ para expressar o resultado aproximado.
- Na atividade **31**, os estudantes devem calcular a raiz quadrada de números que não são quadrados perfeitos, aproximando o resultado até os centésimos.
- O objetivo da atividade **32** é obter o inteiro mais próximo de raízes quadradas de números que não são quadrados perfeitos. Organize os estudantes em duplas para realizar essa atividade e, em seguida, conferir suas respostas com uma calculadora.
- A atividade **33** requer que seja determinado em que intervalo de dois inteiros está uma raiz quadrada de um número que não é quadrado perfeito. Enfatize a importância de realizar estimativas e exemplifique como essa estratégia está presente em situações do dia a dia.
- As atividades **34**, **35** e **36** relacionam potenciação e radiciação para representar uma raiz como potência de expoente fracionário. Caso necessário, retome as explicações da página **25** e oriente-os no uso correto dos parênteses quando ele for necessário.
- Ao elaborar e resolver problemas envolvendo radiciação na atividade **37**, os estudantes têm a oportunidade de enfrentar situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões, o que desenvolve aspectos da **Competência específica de Matemática 6**. Além disso, por exercitar a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, abordam-se as **Competências gerais 2** e **9**.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Algo a mais

- No trabalho de conclusão de curso citado a seguir, a autora discorre sobre os métodos tradicionais e métodos curiosos no cálculo da raiz quadrada de um número natural. Tais métodos são inovadores no ensino e contribuem para o desenvolvimento da curiosidade dos estudantes em relação a esse conteúdo.
- SILVA, Gabriela Ferreira. *Algoritmo da raiz quadrada*: Uma contribuição a somar ao seu aprendizado. 2016. Trabalho de conclusão de curso (Especialização em Ensino da Matemática para o Ensino Médio) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Caicó, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/43794/2/tcc%20em%20pdf%20atualizado.pdf. Acesso em: 28 jun. 2022.

1 e 2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam o valor de uma potência, inclusive com base e expoente negativos.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldade, revise as explicações da página **14**.

3, 4 e 5. Objetivo

- Conferir se os estudantes reconhecem e utilizam as propriedades das potências.

Como proceder

- Se houver dificuldade, retome com eles as explicações referentes às propriedades da potência das páginas **18** e **19**. Na atividade **4**, ressalte a relação de igualdade das sentenças e oriente os estudantes a utilizar as propriedades das potências para obter potências de mesma base, simplificando-as em seguida. Na atividade **5**, oriente-os a calcular o produto das duas potências de mesma base (10^7 e 10^{-2}) e dos números 5 e 6. Por fim, retome com eles a escrita de números em notação científica.

6, 7 e 8. Objetivo

- Conferir se os estudantes calculam raízes quadradas e cúbicas exatas e aproximadas.

Como proceder

- Se os estudantes apresentarem dificuldade, revise o trabalho com as atividades **23**, **27**, **28** e **29** da página **26**. Além disso, avalie a conveniência de explorar o raciocínio apresentado na atividade **32** da página **27**, para obter o número inteiro mais próximo de um radical.

9. Objetivo

- Avaliar se os estudantes escrevem números como potências de base 2 e se representam radicais como uma potência com expoente fracionário.

Como proceder

- Se os estudantes apresentarem dificuldade, relembre a representação de radicais com expoentes fracionários ($\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$, sendo a um número inteiro positivo, n e m números naturais, com n maior do que 1). Se achar necessário, explore na lousa a escrita de alguns números como potência de base 2.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Responda às questões a seguir em uma folha de papel avulsa.

a) Qual é o valor da potência de base 7 e expoente 3?

b) Qual é o expoente da potência em que a base é 6 e o resultado é 216?

c) Qual é a base da potência em que o expoente é 5 e o resultado é 32?

1. Respostas: a) 343; b) 3; c) 2.

2. Transforme os números decimais em frações e, depois, calcule o valor de cada potência.

a) $(5{,}1)^{-2}$ **d)** $(-0{,}5)^{-1}$

b) $(4{,}125)^{-1}$ **e)** $(-2{,}6)^{-2}$

c) $(-0{,}25)^{-3}$ **f)** $(-0{,}1)^{-5}$

2. Respostas: a) $\frac{100}{2\,601}$; b) $\frac{8}{33}$; c) -64; d) -2; e) $\frac{25}{169}$; f) $-100\,000$.

3. Simplifique cada expressão utilizando as propriedades das potências.

a) $18^3 \cdot 18^2$ **e)** $2^4 \cdot 3^4 \cdot 7^4$

b) $5^{21} : 5^{13}$ **f)** 8^{3^2}

c) $(-4^2)^6$ **g)** $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^5$

d) $(-6)^4 \cdot (-6)^1$ **h)** $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$

3. Respostas: a) 18^5; b) 5^8; c) $(-4)^{12}$; d) $(-6)^5$; e) 42^4; f) 8^9; g) 3^{10}; h) $\left(\frac{2}{20}\right)^3$ ou $\left(\frac{1}{10}\right)^3$.

4. Em cada item, calcule o valor de y, de modo que as igualdades sejam verdadeiras.

a) $(-7)^y = -343$

b) $5^{10} : 5^y = 5^2$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^y = \frac{1}{3}$

d) $58^8 \cdot 58^y = 58^{55}$

e) $\left(\frac{3}{4}\right)^y = 1$

f) $y^{37} = 1$

g) $9^y = 81$

4. Respostas: a) $y = 3$; b) $y = 8$; c) $y = 1$; d) $y = 47$; e) $y = 0$; f) $y = 1$; g) $y = 2$.

5. O valor de $5 \cdot 10^7 \cdot 6 \cdot 10^{-2}$ é:

A. 30^6

B. $3 \cdot 10^6$

C. $3 \cdot 10^9$

D. $30 \cdot 10^{-4}$

5. Resposta: Alternativa **B.**

6. No caderno, calcule o que se pede em cada item.

a) O produto da raiz quadrada de 49 pela raiz quadrada de 64.

b) A raiz quadrada de 3136.

c) O produto da raiz cúbica de 125 pela raiz cúbica de 216.

d) A raiz cúbica de 27000.

e) O produto da raiz quadrada de 16 pela raiz cúbica de 27.

f) A raiz cúbica de 1331.

6. Respostas: a) 56; b) 56; c) 30; d) 30; e) 12; f) 11.

7. Efetue os cálculos e determine a raiz quadrada aproximada até a casa dos centésimos.

a) $\sqrt{43}$ **d)** $\sqrt{87}$

b) $\sqrt{54}$ **e)** $\sqrt{95}$

c) $\sqrt{72}$ **f)** $\sqrt{106}$

7. Respostas: a) 6,56; b) 7,35; c) 8,49; d) 9,33; e) 9,75; f) 10,30.

8. Escreva, em uma folha de papel avulsa, os números naturais mais próximos da raiz apresentada em cada um dos itens a seguir.

a) $\sqrt{85}$ **c)** $\sqrt{120}$

b) $\sqrt{10}$ **d)** $\sqrt{250}$

8. Respostas: a) 9 e 10; b) 3 e 4; c) 10 e 11; d) 15 e 16.

9. Represente, em uma folha avulsa, os números a seguir como potência de base 2 e expoente fracionário.

a) $\sqrt[3]{2^2}$ **c)** $\sqrt{8}$

b) $\sqrt[4]{\frac{1}{2^5}}$ **d)** $\sqrt[5]{0{,}25}$

9. Respostas: a) $2^{\frac{2}{3}}$; b) $2^{-\frac{5}{4}}$; c) $2^{\frac{3}{2}}$; d) $2^{-\frac{2}{5}}$.

UNIDADE

2 Conjuntos

SHAHJEHAN/SHUTTERSTOCK

Conjuntos de atletas representantes de diversos países, agrupados durante cerimônia de abertura dos Jogos Olímpicos de Verão 2016, no estádio do Maracanã, no Rio de Janeiro, em 5 de agosto de 2016.

Agora vamos estudar...

- a ideia de conjunto;
- relações entre conjuntos;
- alguns conjuntos numéricos, como o dos números naturais, o dos números inteiros e o dos números racionais;
- dízima periódica.

• A abertura da unidade retrata uma cena registrada durante a cerimônia de abertura dos jogos olímpicos de verão realizados no Rio de Janeiro em 2016. Explore esse tema com os estudantes, perguntando-lhes se eles têm algum registro de memória acerca dessa edição das olimpíadas. Considerando que esses jogos aconteceram há mais de 6 anos, é possível que muitos deles não tenham recordações do evento. Dessa maneira, utilize a edição mais recente dos jogos olímpicos de verão, que aconteceu em 2021, para explorar suas características.

O objetivo principal dessa foto é abordar os grupos de atletas por países para apresentar a ideia de conjunto. Sendo assim, indique que podemos formar, por exemplo, o conjunto de atletas brasileiros, a equipe de jogadores de futebol do Brasil, o conjunto de atletas de voleibol dos Estados Unidos, entre outros. Com base na imagem, explore diferentes maneiras de formar agrupamentos ou conjuntos. Por fim, explique a eles que um jogador de voleibol pertence à delegação dos atletas brasileiros, mas não pertence ao conjunto de jogadores de futebol.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, peça a eles que indiquem exemplos de conjuntos ou agrupamentos.

Resolução e comentários

Registre na lousa as respostas dos estudantes. Depois, verifique quais delas podem ser classificadas como conjuntos. Eles podem mencionar, por exemplo, conjunto de estudantes da sala de aula, conjunto de professores da escola e conjunto dos pais e mães dos estudantes da sala de aula deles.

Aproveite as respostas deles para evidenciar os tópicos que serão abordados ao longo da unidade.

É possível obter informações sobre avaliações diagnósticas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Compreender o conceito de conjunto.
- Identificar o conjunto dos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.
- Representar os números reais na reta numérica.
- Compreender relações de pertinência, inclusão, união e intersecção entre conjuntos e identificar seus elementos.
- Escrever na forma decimal uma fração e vice-versa.
- Escrever a fração geratriz de dízimas periódicas.
- Identificar no diagrama de Venn os elementos que pertencem a um conjunto.
- Identificar no diagrama de Venn os conjuntos que estão ou não contidos em outro conjunto.
- Escrever os elementos de conjuntos numéricos com características específicas.
- Construir o diagrama de Venn de conjuntos numéricos.

Justificativas

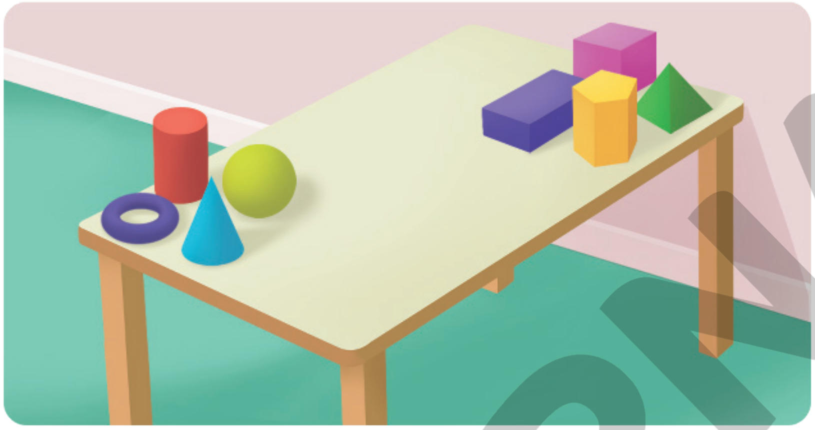
Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o trabalho com a ideia de conjuntos e produzam significados para as diferentes representações de conjuntos e seus elementos presentes nas mais variadas situações do cotidiano. Esta unidade evidencia que em muitas situações, como no mundo do trabalho e nas operações financeiras, é preciso classificar e separar objetos em grupos seguindo critérios ou características, formando diferentes conjuntos.

A noção de conjunto introduzida por meio de características particulares de representações de sólidos geométricos e situações com números que resultam na separação destes em grupos (conjuntos) propiciam a compreensão do conceito de conjuntos. Além disso, são conceituadas as relações de pertinência, inclusão, união, interseção, relações entre conjuntos e identificação de seus elementos bem como são definidos os conjuntos que constituem os números reais, os naturais, os inteiros, os racionais e os irracionais.

Estudando conjuntos

Em muitas das atividades que realizamos no dia a dia, é preciso classificar e separar objetos em grupos ou classes, ou seja, formar coleções deles. Nesses casos, estamos formando **conjuntos**.

Analise na imagem alguns itens que foram dispostos em cima de uma mesa.



FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Os objetos foram separados em dois conjuntos, de acordo com as características da superfície de cada um deles.

Cada objeto de um conjunto é chamado **elemento**. Geralmente, os conjuntos são nomeados por letras maiúsculas e seus elementos são dispostos entre chaves, separados por vírgula. Acompanhe alguns exemplos.

- Denominamos A o conjunto dos divisores positivos de 24.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

- Denominamos B o conjunto dos divisores positivos de 40.

$$B = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$$

- Denominamos C o conjunto dos divisores positivos de 12.

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

O conjunto que não tem elementos é chamado **conjunto vazio** e pode ser indicado por $\{\ \}$ ou $\varnothing$. Por exemplo, o conjunto dos divisores pares de 15 é vazio, pois 15 não tem divisor par. Assim, nomeando esse conjunto por D, temos $D = \varnothing$ ou $D = \{\ \}$.

Os conjuntos A, B e C, representados acima, são denominados **conjuntos finitos**, pois seus elementos podem ser contados, ou seja, podemos associá-los aos números naturais de 1 até certo número n.

Já o conjunto dos números ímpares maiores do que 19 é um **conjunto infinito**, pois não é finito. Para o representarmos, escrevemos alguns de seus elementos seguidos de reticências. Nomeando esse conjunto por E, temos:

$$E = \{21, 23, 25, 27, 29, 31, \ldots\}$$

Para melhor compreensão, nas atividades são utilizados diversos recursos, como o diagrama de Venn, a reta numérica, os múltiplos e os divisores, contemplando procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dizima periódica, aspecto que se associa à habilidade **EF08MA05**. Com isso, espera-se capacitar os estudantes para interpretar e compreender os diferentes conjuntos numéricos, suas representações e a aplicação em contextos matemáticos ou não.

- Inicie o conteúdo desta página, pedindo aos estudantes que deem suas explicações e seus exemplos de conjuntos que conhecem, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio deles sobre o assunto, a fim de tornar o estudo mais significativo. Depois, apresente as explicações que constam no livro.
- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que escrevam os divisores de 24, de 40 e de 12, após isso, sistematize a ideia de conjuntos e seus elementos, dos conjuntos finitos, infinitos e vazio.

Quando um objeto é elemento de um conjunto, dizemos que ele **pertence** ao conjunto. Vamos analisar alguns exemplos.

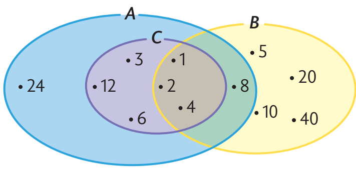
- 3 é divisor de 24, então ele pertence ao conjunto *A* dos divisores positivos de 24. Indicamos esse fato por $3 \in A$ (lê-se: 3 pertence a *A*).
- 8 é divisor de 40, então ele pertence ao conjunto *B* dos divisores positivos de 40. Indicamos esse fato por $8 \in B$.

Do mesmo modo, dizemos que um objeto **não pertence** a um conjunto quando ele não é elemento do conjunto. Analisaremos alguns exemplos.

- 3 não é divisor de 40, então ele não pertence ao conjunto *B* dos divisores positivos de 40. Indicamos esse fato por: $3 \notin B$ (lê-se: 3 não pertence a *B*).
- 8 não é divisor de 12, então ele não pertence ao conjunto *C* dos divisores positivos de 12. Indicamos esse fato por: $8 \notin C$.

Podemos representar os conjuntos *A*, *B* e *C* por meio do **diagrama de Venn**.

Analisando o diagrama, percebemos que todos os elementos de *C* também são elementos de *A*. Então, dizemos que o conjunto *C* **está contido** no conjunto *A* e indicamos da seguinte maneira: $C \subset A$ (lê-se: *C* está contido em *A*).



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto.

Além disso, embora o conjunto *C* tenha elementos comuns com *B*, nem todos os elementos de *C* pertencem a *B*. Então, dizemos que *C* **não está contido** em *B* e indicamos do seguinte modo: $C \not\subset B$ (lê-se: *C* não está contido em *B*).

Atenção!

Os símbolos $\in$ e $\notin$ são utilizados para indicar pertinência ou não de um elemento a um conjunto. E os símbolos $\subset$ e $\not\subset$ indicam a inclusão ou não de um conjunto em outro.

O conjunto formado por todos os elementos comuns a dois ou mais conjuntos é denominado **conjunto interseção**. Por exemplo, os números 1, 2, 4 e 8 estão tanto no conjunto *A* como no conjunto *B*, ou seja, 1, 2, 4 e 8 são todos os números que pertencem aos conjuntos *A* e *B* simultaneamente. Podemos indicar esse conjunto interseção da seguinte maneira:

$$\underbrace{A \cap B}_{\text{lê-se: } A \text{ interseção } B} = \{1, 2, 4, 8\}$$

Considerando todos os elementos de *A* e todos os elementos de *B*, podemos formar o **conjunto união** de *A* e *B*, o qual pode ser representado do seguinte modo:

$$\underbrace{A \cup B}_{\text{lê-se: } A \text{ união } B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20, 24, 40\}$$

Questão 1. Em seu caderno, escreva os elementos dos conjuntos $B \cup C$ e $B \cap C$.

Questão 1. Resposta: $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20, 40\}$; $B \cap C = \{1, 2, 4\}$.

- Construa, com a participação ativa dos estudantes, o diagrama de Venn formado pelos conjuntos dos divisores de 24, 40 e 12 e explique as relações de inclusão ou não de um conjunto em outro e dos elementos pertencentes ou não a um conjunto. Depois, se achar oportuno, comente com os estudantes que o diagrama de Venn recebe esse nome em homenagem ao matemático inglês John Venn (1834-1923). Estudioso de Lógica, tornou-se conhecido por representar uniões e intersecções de conjuntos com diagramas esquemáticos, abordando a história da Matemática.
- Escreva na lousa e reforce com os estudantes que os símbolos $\in$ e $\notin$ são utilizados para indicar pertinência ou não de um elemento a um conjunto, os símbolos $\subset$ e $\not\subset$ indicam a inclusão ou não de um conjunto em outro e os símbolos $\cap$ e $\cup$ são utilizados para indicar a interseção e a união de conjuntos.
- A questão **1** requer que os estudantes escrevam a união e interseção de dois conjuntos. Verifique se compreenderam o significado de união e interseção dos conjuntos e, se tiverem dúvidas, retome com eles os conteúdos para que associem os símbolos à ação.

• Na atividade **1**, com a ajuda dos estudantes, escreva na lousa algumas das diferentes respostas apresentadas por eles. Aproveite o fato de esta atividade ser proposta em grupo ou em dupla e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, promovendo a saúde mental e a cultura de paz, abordando, assim, aspectos da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual. Tire melhor proveito da atividade **1** apresentando outros conjuntos que não foram mencionados por eles e reforce a importância dos critérios estabelecidos na formação de um conjunto.

• A atividade **2** explora conjuntos formados por múltiplos e divisores positivos de alguns números. Tire melhor proveito da atividade abordando o que significa os intervalos, com a ideia de números maiores e menores que outros e a ideia de números compreendidos entre outros.

• Na atividade **3**, analise se os estudantes compreendem a relação de pertinência ou não de um elemento e um conjunto. Caso tenham dúvidas, amplie a atividade solicitando a análise de outros elementos.

• Na atividade **4**, verifique se os estudantes compreendem a relação de inclusão de um conjunto ou não em outro, de intersecção, união e de conjunto vazio. Tire melhor proveito da atividade ampliando-a, solicitando outras análises, como $B \subset A$, $A \cap B = B$, $A \cup B = A$.

Atividades

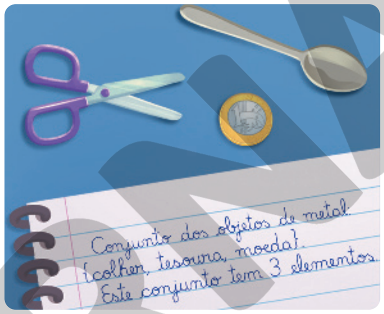
Faça as atividades no caderno.

1. Junte-se a um colega para realizar esta atividade.

Uma professora de Matemática levou alguns objetos para a sala de aula: colher, régua, tesoura, sabonete, revista, frasco de xampu, tubo de creme dental, moeda, jornal e garrafa de suco. Ela os colocou em cima de uma mesa, como representado ao lado, e pediu a Ricardo que escolhesse alguns objetos com características comuns e formasse um conjunto.

Ao final, Ricardo fez anotações no caderno a respeito do conjunto formado.

Assim como Ricardo, formem outros três conjuntos com alguns dos objetos apresentados. Em seguida, descrevam o critério de classificação usado e indiquem a quantidade de elementos contida em cada conjunto formado.



Imagens não proporcionais entre si.

ILUSTRAÇÕES: FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

2. Escreva no caderno os conjuntos a seguir, explicitando seus elementos entre chaves.

a) Múltiplos positivos de 3 menores do que 40.

b) Divisores positivos de 55 maiores do que 10.

c) Múltiplos positivos de 7 maiores do que 20 e menores do que 38.

d) Divisores positivos de 80 menores do que 60.

2. Respostas: a) $\{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39\}$; b) $\{11, 55\}$; c) $\{21, 28, 35\}$; d) $\{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40\}$.

3. Considerando os elementos dos conjuntos A, B, C e D, copie no caderno os itens, substituindo cada ■ pelo símbolo $\in$ ou $\notin$.

3. Respostas: a) $3 \in A$; b) $4 \notin A$; c) $8 \notin C$; d) $5 \in B$; e) $7 \in D$; f) $2 \notin C$; g) $13 \in D$; h) $9 \notin B$.

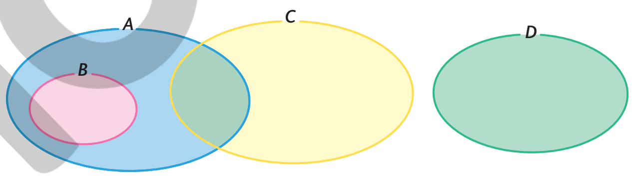
$A = \{0, 1, 2, 3, 7, 9\}$ $B = \{4, 5, 8, 10\}$ $C = \{0, 3, 4, 9, 11, 13\}$ $D = \{5, 7, 13\}$

a) 3 ■ A **c)** 8 ■ C **e)** 7 ■ D **g)** 13 ■ D

b) 4 ■ A **d)** 5 ■ B **f)** 2 ■ C **h)** 9 ■ B

4. A relação entre os conjuntos A, B, C e D está representada pelo diagrama a seguir.

4. Respostas:
a) Falsa.
b) Verdadeira.
c) Falsa.
d) Verdadeira.
e) Falsa.
f) Verdadeira.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Verifique se as afirmações são verdadeiras ou falsas.

a) $A \subset B$ **c)** $C \subset A$ **e)** $D \subset B$

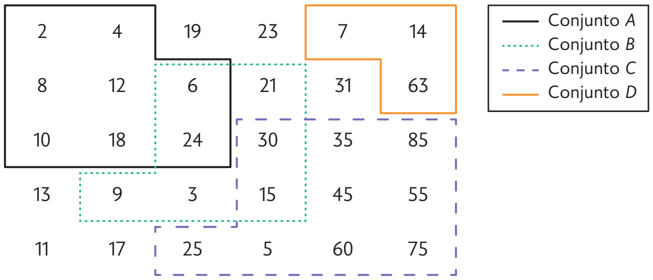
b) $A \not\subset B$ **d)** $A \cap B \neq \varnothing$ **f)** $C \cap B = \varnothing$

1. Sugestão de resposta: Conjunto dos objetos de papel: {revista, jornal}, total de 2 elementos; conjunto dos objetos de higiene: {tubo de creme dental, frasco de xampu, sabonete}, total de 3 elementos; conjunto dos objetos de plástico: {régua, garrafa de suco, frasco de xampu, tubo de creme dental}, total de 4 elementos.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

5. No esquema a seguir, foram contornados alguns números para obter os conjuntos *A*, *B*, *C* e *D*. 5. Respostas nas **orientações ao professor**.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos representar o conjunto *A* como: $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 18, 24\}$.

Usando a notação entre chaves, represente no caderno o conjunto:

a) *B*. **c)** *D*. **e)** $B \cap C$. **g)** $A \cup D$. **i)** $C \cup D$.

b) *C*. **d)** $A \cap B$. **f)** $A \cap D$. **h)** $B \cup D$.

6. Escreva no caderno: 6. Respostas: a) $A = \{8, 10, 12, 14, 16, 18\}$; b) $B = \{9, 11, 13, 15, 17, 19\}$; c) $A \cap B = \varnothing$ ou $A \cap B = \{\ \}$.

a) o conjunto *A* formado pelos números naturais pares maiores do que 7 e menores do que 20.

b) o conjunto *B* formado pelos números naturais ímpares maiores do que 7 e menores do que 20.

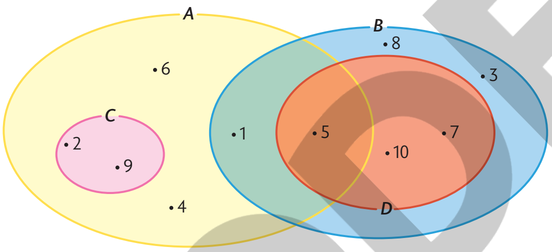
c) o conjunto interseção de *A* e *B*.

7. Copie no caderno os itens a seguir e, com base no diagrama de Venn apresentado, substitua cada ■ pelo símbolo $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

a) 6 ■ *C* **d)** 7 ■ *B*

b) 1 ■ $(A \cap B)$ **e)** 5 ■ *D*

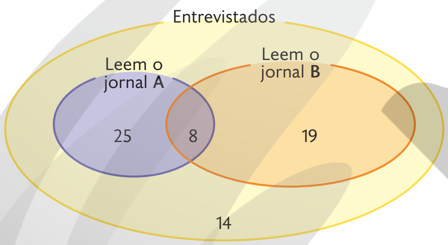
c) *C* ■ *A* **f)** *D* ■ *A*



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

7. Respostas: a) $6 \notin C$; b) $1 \in (A \cap B)$; c) $C \subset A$; d) $7 \in B$; e) $5 \in D$; f) $D \not\subset A$.

8. O diagrama a seguir mostra o resultado de uma pesquisa relacionada à leitura de dois jornais produzidos em uma escola. Nele, os números indicam as quantidades de leitores.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantos entrevistados leem pelo menos um dos jornais?

b) Quantos entrevistados não leem nenhum dos jornais?

c) Quantos entrevistados leem apenas o jornal **A**? E quantos leem apenas o jornal **B**?

d) Quantos entrevistados leem ambos os jornais?

e) Ao todo, quantas pessoas foram entrevistadas?

8. Respostas: a) 52 entrevistados; b) 14 entrevistados; c) 25 entrevistados; 19 entrevistados; d) 8 entrevistados; e) 66 pessoas.

33

- A atividade **5** envolve a identificação de conjuntos em diagramas obedecendo a uma legenda e também à notação entre chaves dos elementos dos conjuntos, de união e intersecção. Se necessário, apresente, na lousa, o diagrama e deixe que eles falem como entendem os conjuntos, sanando as dúvidas ocasionais.

A atividade **5** também proporciona uma oportunidade para desenvolver com os estudantes o **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema usando os elementos obtidos nos processos anteriores.

- Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.
- A atividade **6** requer conhecimento dos números naturais. Se necessário, retome o conteúdo com eles. Acompanhe como lidam com os intervalos, sane as dúvidas para que não incluam no conjunto, por exemplo, o número 7 e o 20 no item **a**.
- As atividades **7** e **8** representam conjuntos por meio do diagrama de Venn. Acompanhe como os estudantes lidam com os conjuntos, e verifique se eles identificam elementos analisando o diagrama ou se escrevem entre chaves os elementos de cada conjunto para depois responder aos itens, explorando com eles essas possibilidades. Se perceber que estão confundindo relação de pertinência e de inclusão, sane as dúvidas na lousa.
- As atividades **7** e **8** envolvem a capacidade de compreender a relação entre conjuntos e seus elementos, de analisar e comparar a representação de um conjunto em várias formas, ou seja, de decompor o problema em partes para buscar sua solução, contribuindo para o desenvolvimento do **pensamento computacional** dos estudantes.

Se achar conveniente, proponha aos estudantes que façam uma pesquisa semelhante à da atividade **8**.

Respostas

5. a) $B = \{3, 6, 9, 15, 21, 24, 30\}$

b) $C = \{5, 15, 25, 30, 35, 45, 55, 60, 75, 85\}$

c) $D = \{7, 14, 63\}$

d) $A \cap B = \{6, 24\}$

e) $B \cap C = \{15, 30\}$

f) $A \cap D = \varnothing$ ou $A \cap D = \{\ \}$

g) $A \cup D = \{2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 18, 24, 63\}$

h) $B \cup D = \{3, 6, 7, 9, 14, 15, 21, 24, 30, 63\}$

i) $C \cup D = \{5, 7, 14, 15, 25, 30, 35, 45, 55, 60, 63, 75, 85\}$

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento prévio dos estudantes relacionado a conjuntos numéricos. Deixe que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto a fim de tornar o estudo desse conteúdo mais significativo.
- Explique para os estudantes que a necessidade humana de quantificar motivou o surgimento da ideia de número. No entanto, ao longo do tempo, na busca de ferramentas para realizar as contagens, surgiram vários sistemas numéricos em diferentes culturas, entre eles, o sistema de numeração decimal, que utilizamos até hoje.
- Aproveite a oportunidade para abordar um pouco da história da Matemática, dizendo aos estudantes que o surgimento do conjunto dos números naturais contribuiu para a realização de cálculos rápidos e precisos, mas, com o desenvolvimento humano, foram necessárias novas maneiras de representar os números, como em atividades comerciais da época, em situação de ganhos e perdas. Então, os números passaram a receber o sinal + para ganhos e − para perdas. Assim, foram criados os números negativos, surgindo o conjunto dos números inteiros.
- Esses aspectos históricos referentes ao surgimento da ideia de número, relacionado aos conjuntos dos naturais e dos números inteiros, mostram que a Matemática é uma ciência em evolução, fruto das necessidades e preocupações humanas. Valorizar e usar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural para entender e explicar a realidade associa-se à **Competência geral 1**. Além disso, abordar a história da Matemática propicia o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 1**.

Conjuntos numéricos

Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$) e conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)

Ao longo da história, o ser humano precisou quantificar o rebanho, os objetos, os membros de sua comunidade etc.

Por essa necessidade, foram criados os números 1, 2, 3, 4, e assim por diante, usados atualmente para representar contagens. Acrescidos do zero, eles formam o **conjunto dos números naturais**, que indicamos por $\mathbb{N}$, representado a seguir.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \ldots\}$$

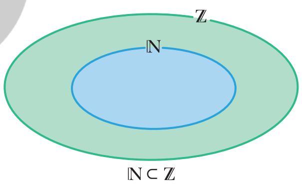
Podemos destacar algumas características do conjunto dos números naturais.

- Todo número natural tem um **sucessor** e, com exceção do zero, todo número natural tem um **antecessor**.
- A soma de dois números naturais é um número natural.
- O produto de dois números naturais é um número natural.
- O conjunto $\mathbb{N}$ é infinito e não há um número natural maior do que todos os outros, pois todo número natural tem um sucessor.

Os números naturais, no entanto, não foram suficientes para dar conta de novas necessidades que surgiram com o passar dos anos, como a situação de representar uma dívida. Por isso, foram criados os números inteiros negativos, que, reunidos aos números naturais, formam o **conjunto dos números inteiros**, representado por $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$$

Qualquer número natural também é inteiro. Podemos representar a relação entre o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$) e o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) em um diagrama de Venn.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros.

Existem infinitos números inteiros. Alguns desses números foram representados por meio de pontos na reta numérica a seguir.

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos destacar as seguintes características do conjunto dos números inteiros.

- Cada número inteiro tem um **antecessor** e um **sucessor**. Por exemplo, em relação ao número −8, o antecessor é −9 e o sucessor é −7.
- A soma e a diferença entre dois números inteiros também é um número inteiro.
- O produto de dois números inteiros também é um número inteiro.

Questão 2. Em seu caderno, escreva o antecessor e o sucessor dos números a seguir.

a) 25 **b)** −10 **c)** −125

Questão 2. Respostas: a) 24 e 26; b) −11 e −9; c) −126 e −124.

Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)

Além dos conjuntos mencionados ($\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$), há também o **conjunto dos números racionais**, que indicamos por $\mathbb{Q}$, cujos elementos são obtidos da divisão de dois números inteiros em que o divisor é diferente de zero.

Os números racionais podem ser expressos tanto por fração como por um número na forma decimal. Acompanhe alguns exemplos.

- $-\frac{5}{2} = -2{,}5$
- $\frac{3}{8} = 0{,}375$
- $\frac{13}{3} = 4{,}333...$
- $-\frac{19}{16} = -1{,}1875$

Os números inteiros também são racionais, pois qualquer inteiro pode ser representado por uma fração. Podemos indicar os números inteiros −2 e 4, por exemplo, obtendo frações equivalentes a eles.

- $-\frac{2}{1} = -2$
- $-\frac{4}{2} = -2$
- $\frac{28}{7} = 4$
- $-\frac{8}{4} = -2$
- $\frac{16}{4} = 4$
- $\frac{12}{3} = 4$

Os números racionais são aqueles que podem ser representados na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros, com $b \neq 0$.

- Reforce com os estudantes que os números que pertencem ao conjunto dos naturais têm um sucessor e, com exceção do zero, um antecessor e que todos os números do conjunto dos inteiros também têm um **antecessor** e um **sucessor**. Dê exemplos dos inteiros, como o número −8, cujo antecessor é −9 e cujo sucessor é −7. Se necessário, mostre a eles o sentido positivo e o sentido negativo na reta numérica.
- Na questão **2**, os estudantes precisam identificar o antecessor e o sucessor de um número. Verifique se eles compreenderam o significado dos números negativos e, se necessário, dê exemplos de outros números.
- Explore com os estudantes que o surgimento dos números racionais ocorreu por conta da necessidade humana de dividir dois números inteiros, cujo divisor é diferente de zero, ou seja, de trabalhar com partes do todo, além das divisões que obtinham resultados decimais finitos ou infinitos. Tais abordagens com os estudantes mostram que a Matemática estudada atualmente é fruto da necessidade humana, pois é de fato uma ciência em construção, proporcionando o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 1** e da **Competência geral 1**.

- Aproveite a questão **3** para relembrar com os estudantes a equivalência de frações. Depois, apresente para eles outros exemplos escrevendo-os na lousa.
- Antes de apresentar as três opções de quociente abordadas no livro, escreva na lousa as três divisões e peça aos estudantes que resolvam e comparem os restos obtidos. Depois, explique o padrão de repetição (período) das dízimas periódicas.

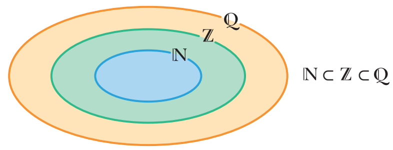
Algo a mais

- No vídeo do *link* a seguir, é mostrado de maneira simples e matematicamente elegante que 0,99999... = 1, entre outras igualdades interessantes. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=fkhniSnJ_4I&t=346s. Acesso em: 12 jun. 2022.
- Para mais detalhes sobre a construção e as propriedades de alguns conjuntos numéricos, consulte o livro a seguir:

> LIMA, Elon Lages. *Curso de análise*, v. 1. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2019.

No diagrama de Venn, está representada a relação entre os conjuntos dos números naturais ($\mathbb{N}$), dos inteiros ($\mathbb{Z}$) e dos racionais ($\mathbb{Q}$).

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA



O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos inteiros, que, por sua vez, está contido no conjunto dos racionais.

Questão 3. Em seu caderno, escreva o número -5 na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros, com $b \neq 0$.

Questão 3. Sugestões de resposta: $\frac{-5}{1}$; $\frac{-10}{2}$; $\frac{-15}{3}$; $\frac{-20}{4}$.

Ao dividirmos dois números inteiros, podemos ter três opções para o quociente.

- Um número inteiro, quando a divisão for exata. Por exemplo, $6 : 3 = 2$.
- Um número decimal com quantidade finita de casas decimais. Por exemplo:

$$\begin{array}{rl} 17 & \underline{|4} \\ -16 & 4{,}25 \\ \hline 10 & \\ -8 & \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

- Um número decimal com infinitas casas decimais com algarismos que se repetem obedecendo a um padrão. Por exemplo:

$$\begin{array}{rl} 123 & \underline{|9} \\ -9 & 13{,}666\ldots \\ \hline 33 & \\ -27 & \\ \hline 60 & \\ -54 & \\ \hline 60 & \\ \vdots & \end{array}$$

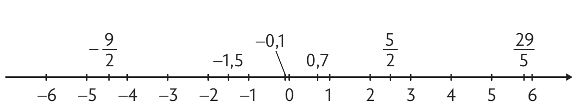
Na divisão de 123 por 9, o algarismo 6 repete-se infinitamente no quociente. Quando isso ocorre, chamamos o número racional obtido no quociente de **dízima periódica**. O padrão de repetição infinita de um ou mais algarismos define o **período** da dízima.

Podemos representar uma dízima periódica escrevendo a fração associada a ela. Também podemos indicar o número na forma decimal com reticências ou, ainda, com um traço sobre o período. Por exemplo, $\frac{123}{9}$ ou 13,666... ou $13,\overline{6}$.

O padrão de repetição de uma dízima periódica pode ocorrer de diferentes maneiras. Acompanhe alguns exemplos.

- 0,666... ou $0,\overline{6}$
- 1,6888... ou $1,6\overline{8}$
- 2,002002002... ou $2,\overline{002}$
- 37,2686868... ou $37,2\overline{68}$

Podemos representar números racionais por meio de pontos em uma reta numérica.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Com relação ao conjunto dos números racionais, podemos destacar as características a seguir.

- A soma e a diferença entre dois números racionais também é um número racional.
- O produto de dois números racionais é um número racional.
- O quociente da divisão de um número racional por outro racional, diferente de zero, é também um número racional.

Fração geratriz

As frações que geram as dízimas periódicas são chamadas **frações geratrizes**. Exemplos.

- $\frac{2}{3} = 0,\overline{6}$
- $\frac{5}{6} = 0,8\overline{3}$
- $\frac{125}{99} = 1,\overline{26}$

Acompanhe os cálculos para obter a fração geratriz da dízima periódica $3,\overline{15}$.

1º. Consideramos x a parte decimal da dízima periódica $3,\overline{15}$, ou seja, $x = 0,\overline{15}$.

2º. Multiplicamos ambos os membros da equação por uma potência de base 10 cujo expoente seja igual à quantidade de casas decimais no período da dízima. Nesse caso, 10^2.

$$10^2 \cdot x = 10^2 \cdot 0,\overline{15}$$
$$100x = 15,\overline{15}$$

3º. Subtraímos x de ambos os membros da equação $100x = 15,\overline{15}$, o que resulta em:

$$100x - x = 15,\overline{15} - \underbrace{x}_{0,\overline{15}}$$
$$99x = 15,\overline{15} - 0,\overline{15}$$
$$99x = 15$$
$$x = \frac{15}{99}$$

4º. Por fim, adicionamos a parte inteira à parte decimal na forma fracionária.

$$3 + x = 3 + \frac{15}{99} = \frac{312}{99}$$

Portanto, $3,\overline{15} = \frac{312}{99}$.

- Antes de propor o conteúdo de fração geratriz, mostre na lousa alguns números racionais na forma decimal finita e infinita, investigue os conhecimentos prévios dos estudantes sobre gerar uma fração a partir de um número decimal. Depois, apresente as explicações que constam no livro, para que eles compreendam, reconheçam e usem procedimentos a fim de obter uma fração geratriz para uma dízima periódica, desenvolvendo a habilidade **EF08MA05**.

Atividade a mais

- A fim de avaliar o conhecimento dos estudantes acerca dos números racionais, reproduza na lousa os itens a seguir e peça a eles que desenhem no caderno uma reta numérica e indiquem os pontos correspondentes aos números desses itens.

a) A medida da altura de uma criança é de 1,20 metro.

b) A medida da temperatura foi indicada por 0 grau e depois por −3.

c) João comeu $\frac{1}{5}$ da *pizza* e seu amigo comeu $\frac{9}{12}$.

d) A professora escreveu na lousa os seguintes números:
$-5, -\frac{1}{2}, 2, \frac{5}{2}$.

Resolução e comentários

Desenhando a reta numérica e indicando os números racionais temos:

GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

- As atividades **9** e **10** envolvem a comparação entre números naturais, inteiros e racionais. Para obter melhor proveito destas atividades, antes de propô-las, peça aos estudantes que indiquem números inteiros que não sejam naturais, números racionais que não sejam inteiros e números racionais que não sejam naturais. Caso tenham dúvidas, sane-as na lousa.
- Nas atividades **11** e **14**, os estudantes precisam utilizar a relação de pertinência de um número e um conjunto. Tire melhor proveito da atividade **11** pedindo a eles que justifiquem no caderno a relação de não pertinência, ou seja, dos itens que utilizarem o símbolo $\notin$. Essas atividades possibilitam o desenvolvimento do **pensamento lógico-matemático**. A fim de atingi-lo, faça questionamentos com o objetivo de acentuar a capacidade de abstração e de **argumentação** deles, abordando a **Competência específica de Matemática 2**.
- A atividade **12** requer a compreensão das características específicas relacionadas ao conteúdo de conjuntos. Para tirar melhor proveito dessa atividade, organize pequenos grupos e deixe que os estudantes conversem entre si. Em seguida, acompanhe as conclusões a que chegaram, sanando as possíveis dúvidas que possam surgir.
- Existem várias respostas para a atividade **13**. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas delas na lousa e deixe que comparem suas respostas. Tire melhor proveito pedindo a eles que criem outros intervalos, usando a ideia de maior ou menor em cada um dos conjuntos (naturais, inteiros e racionais) e que deem para um colega resolver. Depois, anote algumas delas na lousa e sistematize com eles esses conceitos.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. Respostas: a) Falsa; $\frac{4}{5} \notin \mathbb{Z}$; b) Falsa; $197 \in \mathbb{N}$; c) Verdadeira; d) Falsa; $-3{,}5 \notin \mathbb{Z}$; e) Verdadeira; f) Verdadeira; g) Verdadeira; h) Falsa; $-5 \notin \mathbb{N}$.

9. Determine quais das situações a seguir apresentam números naturais, quais delas apresentam números inteiros e quais apresentam números racionais.

A.

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

9. Respostas: Números naturais: **B** e **C**; números inteiros: **B**, **C** e **D**; números racionais: **A**, **B**, **C** e **D**.

B.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

10. Respostas: a) 11 e 29; b) -16; -2; 11 e 29; c) $\frac{7}{4}$; -16; -2; 11; 0,38; $-0{,}421$ e 29.

11. Respostas:
a) $2 \in \mathbb{N}$;
b) $0{,}467 \notin \mathbb{Z}$;
c) $-8 \in \mathbb{Z}$;
d) $0{,}21 \in \mathbb{Q}$;
e) $-\frac{5}{4} \in \mathbb{Q}$;
f) $\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$;
g) $1{,}131313... \notin \mathbb{N}$;
h) $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$.

C.

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

13. Sugestão de respostas:
a) 30, 40;
b) $-7, -8, -9$;
c) $-\frac{7}{3}, -2{,}3$;
d) $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$.

D.

GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

10. Considere os números a seguir.

$\frac{7}{4}$	0,38	-16	-2
11	29	$-0{,}421$	

Escreva no caderno quais deles pertencem ao conjunto dos números:

a) naturais.
b) inteiros.
c) racionais.

11. Copie os itens no caderno, substituindo cada ■ pelo símbolo $\in$ ou $\notin$.

a) 2 ■ $\mathbb{N}$.
b) 0,467 ■ $\mathbb{Z}$.
c) -8 ■ $\mathbb{Z}$.
d) 0,21 ■ $\mathbb{Q}$.
e) $-\frac{5}{4}$ ■ $\mathbb{Q}$
f) $\frac{2}{3}$ ■ $\mathbb{Z}$.
g) 1,131313... ■ $\mathbb{N}$.
h) $\frac{1}{2}$ ■ $\mathbb{Q}$.

12. Copie no caderno as afirmações, corrigindo as que estão incorretas.

a) Todo número natural é também um inteiro.
b) O conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números naturais.
c) Todo número racional pode ser representado por uma fração.
d) Todos os números inteiros pertencem ao conjunto dos números naturais.
e) Todo número fracionário pertence ao conjunto dos números racionais.

13. Escreva no caderno:

a) dois números naturais maiores do que 20.
b) três números inteiros menores do que 0.
c) dois números racionais negativos.
d) quatro números racionais entre -1 e 1.

14. Verifique se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas, no caderno, copie e corrija as falsas.

a) $\frac{4}{5} \in \mathbb{Z}$.
b) $197 \notin \mathbb{N}$.
c) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
d) $-3{,}5 \in \mathbb{Z}$.
e) $\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{N}$.
f) $1{,}345 \in \mathbb{Q}$.
g) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$.
h) $-5 \in \mathbb{N}$.

12. As afirmações dos itens **a**, **c** e **e** estão corretas. b) Sugestão de resposta: O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros. d) Sugestão de resposta: Alguns números inteiros pertencem ao conjunto dos números naturais.

15. Respostas: 0,375 e $\frac{-3}{-8}$; $\frac{-5}{4}$ e −1,25; $\frac{15}{99}$ e $0,\overline{15}$; −8 e $-\frac{24}{3}$.

15. Analise os números a seguir e, no caderno, relacione em pares os números que têm o mesmo valor.

0,375	$\frac{-5}{4}$	$\frac{15}{99}$	−8
$-\frac{24}{3}$	$0,\overline{15}$	$\frac{-3}{-8}$	−1,25

16. Escreva no caderno as frações a seguir na forma decimal.

a) $\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{5}{8}$ **e)** $\frac{152}{999}$

b) $-\frac{1}{9}$ **d)** $\frac{25}{99}$ **f)** $-2\frac{12}{99}$

17. Acompanhe o procedimento de Beatriz para escrever o número 0,8 na forma fracionária.

17. Respostas: a) $\frac{3}{5}$; b) $\frac{9}{20}$; c) $\frac{49}{25}$; d) $\frac{141}{125}$.

$$0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

Escreva no caderno os números decimais a seguir na forma fracionária. Depois, assim como Beatriz, simplifique cada fração, tornando-a irredutível.

a) 0,6 **c)** 1,96

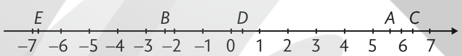
b) 0,45 **d)** 1,128

18. Considere os números a seguir.

−6,8	$\frac{32}{5}$	$-\frac{7}{3}$	5,6	$\frac{396}{999}$

Cada letra indicada na reta numérica a seguir representa um dos números apresentados.

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



Qual número cada letra representa?

16. Respostas: a) 0,6; b) −0,111... ou $-0,\overline{1}$; c) 0,625; d) 0,252525... ou $0,\overline{25}$; e) 0,152152152... ou $0,\overline{152}$; f) −2,121212...ou $-2,\overline{12}$.

19. Determine os dois números inteiros consecutivos que substituem de maneira correta cada ■.

19. Respostas: a) −3; −2; b) 3; 4; c) −1; 0; d) 38; 39.

a) ■ < −2,5 < ■.

b) ■ < $\frac{10}{3}$ < ■.

c) ■ < $-\frac{25}{99}$ < ■.

d) ■ < $38,\overline{7}$ < ■.

20. Respostas: a) $\frac{7}{9}$; b) $\frac{32}{99}$; c) $\frac{11}{9}$; d) $\frac{415}{99}$.

21. Respostas: a) $\frac{233}{90}$; b) $\frac{947}{990}$; c) $\frac{1324}{90}$; d) $\frac{1338}{990}$.

20. Escreva no caderno a fração geratriz da dízima periódica indicada em cada item.

a) 0,777... **c)** 1,222...

b) $0,\overline{32}$ **d)** $4,\overline{19}$

21. Para obter a fração geratriz da dízima periódica 2,1333..., Lucas realizou alguns cálculos. Acompanhe o procedimento dele.

Considerei x = 2,1333...

Em seguida, multipliquei ambos os membros da igualdade por 10.

$10x$ = 21,333...

Depois, fiz a decomposição do número 21,333...

$10x$ = 21 + 0,333...

Por fim, resolvi essa equação para determinar o valor de x na forma fracionária.

$$10x = 21 + 0,333...$$
$$10x = 21 + \frac{3}{9}$$
$$90x = 189 + 3$$
$$90x = 192$$
$$x = \frac{192}{90}$$

KEITHY MOSTACH/ARQUIVO DA EDITORA

De maneira semelhante ao procedimento de Lucas, escreva no caderno a fração geratriz de cada dízima periódica a seguir.

a) 2,5888... **c)** 14,7111...

b) 0,9565656... **d)** $1,3\overline{51}$

18. Respostas: *A*: 5,6; *B*: $-\frac{7}{3}$; *C*: $\frac{32}{5}$; *D*: $\frac{396}{999}$; *E*: −6,8.

- A atividade **15** propõe a comparação de números escritos na forma decimal com os escritos na forma fracionária. Se necessário, diga a eles que, para realizar a comparação, podem transformar as frações em números decimais.
- Após os estudantes realizarem a atividade **16** no caderno, peça a eles que confiram suas respostas usando uma calculadora. Depois, pergunte a eles que regularidade é possível perceber nos itens **b**, **d**, **e** e **f**. Para tirar melhor proveito, oriente-os a escrever no caderno outras frações semelhantes a esses itens e verifique se fazem generalizações, propiciando momentos para que desenvolvam o raciocínio lógico, a criatividade e o espírito de investigação, abordando a **Competência específica de Matemática 2**.
- As atividades **17**, **20** e **21** propõem o trabalho para a obtenção de frações geratrizes. As atividades **17** e **21** apresentam procedimentos para obter frações geratrizes de números racionais escritos na forma decimal. Reproduza na lousa esses procedimentos. Compare com os estudantes as situações de decimais finitos e retome com eles o significado de período em uma dízima periódica. Esclareça as dúvidas para que realizem os itens das duas atividades.
- As atividades **20** e **21** proporcionam uma oportunidade para desenvolver com os estudantes o **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, como o caso do período em uma dízima periódica, a análise dos dados e a construção de algoritmo para a solução do problema, utilizando os elementos obtidos nos processos anteriores. O fato de aplicarem, nas atividades **20** e **21**, procedimentos para obter fração geratriz de uma dízima periódica possibilita o desenvolvimento da habilidade **EF08MA05**. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.
- Na atividade **18**, os estudantes precisam associar números racionais aos pontos indicados por letras na reta numérica. Verifique se eles transformam as frações em números decimais, a fim de localizar os pontos na reta. Se julgar conveniente, sugira a eles o uso da calculadora para conversão de frações em números decimais.
- Na atividade **19**, verifique se os estudantes comparam qual número é maior ou menor nos itens **a** e **c**, por serem negativos. Para tirar melhor proveito dessa atividade, proponha o uso da a reta numérica como um recurso didático para que compreendam a posição de um número com relação à origem da reta (à direita ou à esquerda) e em relação ao antecessor e ao sucessor.

- Antes de iniciar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado aos números irracionais. Resgate o conhecimento prévio sobre o assunto e, depois, apresente na lousa alguns números irracionais e algumas frações que gerem decimais infinitos, pedindo a eles que, com auxílio de uma calculadora, transformem todos esses números na forma decimal e investiguem quais algarismos da parte decimal estabelecem ou não um padrão de repetição.
- Diga aos estudantes que não podemos afirmar, por exemplo, que $\sqrt{7}$ é irracional apenas observando algumas de suas casas decimais. No entanto, é possível provar matematicamente que $\sqrt{7}$ é irracional, como $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}$ etc. Comente também que, no caso dos números irracionais, as reticências representam infinitas casas decimais e não casas decimais periódicas. Diga também que o símbolo π é a 16ª letra do alfabeto grego e é a inicial da palavra grega *peripheria*, que significa "circunferência". O valor de π é calculado dividindo a medida de comprimento de uma circunferência pela medida de comprimento de seu diâmetro.
- Comente que a representação de números racionais que não são dízimas periódicas, mas que têm muitas casas decimais, também pode ser feita por aproximação. Por exemplo, o número decimal $\frac{25}{32} = 0{,}78125$ pode ser aproximado para 0,8.
- Complemente o tópico de conjunto dos números reais dizendo que podemos destacar algumas características desse conjunto:

> a soma de dois números reais é um número real;

> a diferença entre dois números reais é um número real;

> o produto de dois números reais é um número real;

> o quociente da divisão de um número real por outro número real, diferente de zero, é um número real;

> a raiz quadrada de um número real positivo é um número real, mas a raiz quadrada de um número real negativo não é, pois não existe um número real que, elevado ao quadrado, resulte em um número real negativo.

Conjunto dos números irracionais

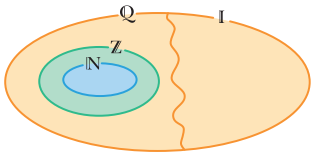
Existem números racionais cujas infinitas casas decimais não são dízimas periódicas, pois os algarismos da parte decimal não estabelecem um padrão de repetição. Os números decimais com essa característica formam o **conjunto dos números irracionais**, que representamos por $\mathbb{I}$.

Verifique alguns exemplos de números irracionais.

- $\sqrt{3} = 1{,}732050807...$
- $\sqrt{7} = 2{,}645751311...$
- $\pi = 3{,}141592653...$
- $\frac{\sqrt{5}}{2} = 1{,}118033988...$

Os números irracionais não podem ser representados por uma fração, ou seja, não é possível escrevê-los na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros, com $b \neq 0$.

No diagrama de Venn a seguir, está representada a relação entre os conjuntos dos números naturais ($\mathbb{N}$), dos inteiros ($\mathbb{Z}$), dos racionais ($\mathbb{Q}$) e dos irracionais ($\mathbb{I}$).



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

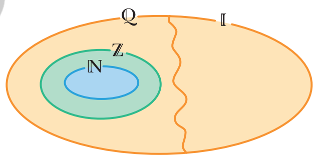
Convém destacar que todas as raízes quadradas não exatas de números naturais são números irracionais.

Ao realizar adições, subtrações, multiplicações e divisões envolvendo apenas números irracionais, o resultado pode ser tanto um número racional quanto um irracional, dependendo dos números com os quais se opera.

Conjunto dos números reais

Ao considerarmos a união do conjunto dos números racionais com o dos números irracionais, obtemos o **conjunto dos números reais**, que indicamos por $\mathbb{R}$.

Assim, todos os números estudados até agora também pertencem ao conjunto dos números reais.

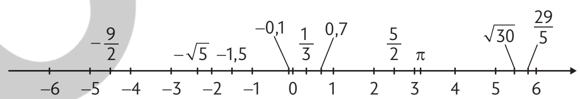


$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \text{ e } \mathbb{I} \subset \mathbb{R}$$

Podemos representar números reais em uma reta numérica.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Uma reta numérica que representa os números reais é chamada **reta real**.

Atenção!

Em algumas situações, é necessário excluir o zero dos conjuntos numéricos. Para representar um conjunto excluindo o zero, usamos o asterisco (*). Por exemplo:

$\mathbb{Z}^* = \{..., -3, -2, -1, 1, 2, 3, ...\}$

Sugestão de avaliação

- Para avaliar o aprendizado dos estudantes sobre os conteúdos estudados nesta unidade, proponha a eles a atividade a seguir, reproduzindo-a na lousa e pedindo que efetuem os cálculos no caderno.

Responda às questões.

a) Quantos números inteiros existem entre $-\sqrt{15}$ e π? Escreva todos eles.

b) O número 21 pertence aos conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$? Justifique sua resposta.

Resoluções e comentários

a) Resolva com uma calculadora a raiz quadrada $-\sqrt{15}$ e, se necessário, utilize a reta numérica.

Existem 6 números inteiros entre $-\sqrt{15}$ e π. São eles: $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

b) Sim, pois 21 pertence a $\mathbb{N}$ e $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Obtenha informações referentes às avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

22. Sugestão de respostas: a) -1, 2 e 5; b) $-\sqrt{7}$ e $\frac{\sqrt{2}}{3}$; c) $-\frac{2}{3}$, 0,58, $\sqrt{11}$ e 15; d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{\sqrt{3}}{5}$, $-\frac{1}{4}$ e $-\frac{2}{9}$; e) $-1{,}99$, $-\sqrt{3}$ e $-\frac{7}{4}$; f) 0,58 e $\frac{2}{3}$.

22. Escreva no caderno:

a) três números reais que pertençam ao conjunto dos números inteiros.
b) dois números que não pertençam ao conjunto dos números racionais.
c) quatro números que pertençam à união dos conjuntos dos números racionais e dos números irracionais.
d) cinco números reais entre -1 e 0.
e) três números reais entre -2 e $-1{,}5$.
f) dois números racionais entre 0 e 1.

23. Determine o símbolo que substitui corretamente cada ■, usando $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

a) 0 ■ $\mathbb{R}$
b) $\mathbb{Q}$ ■ $\mathbb{R}$
c) $\mathbb{Z}$ ■ $\mathbb{N}$
d) -1 ■ $(\mathbb{Q} \cup \mathbb{I})$
e) $\mathbb{R}$ ■ $\mathbb{Z}$
f) $(\mathbb{I} \cup \mathbb{Z})$ ■ $\mathbb{R}$
g) 0,25 ■ $\mathbb{Q}$
h) $\mathbb{Q}$ ■ $\mathbb{I}$
i) $\mathbb{I}$ ■ $\mathbb{R}$

23. Respostas: a) $\in$; b) $\subset$; c) $\not\subset$; d) $\in$; e) $\not\subset$; f) $\subset$; g) $\in$; h) $\not\subset$; i) $\subset$.

24. Cada número a seguir pertence a mais de um conjunto numérico. Escreva no caderno a que conjuntos $(\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I} \text{ e } \mathbb{R})$ pertence cada um deles.

a) $-1{,}2$ **c)** 47 **e)** $2{,}\overline{89}$
b) $\sqrt{5}$ **d)** $\frac{5}{2}$ **f)** $\frac{51}{17}$

25. No caderno, associe cada número apresentado a uma das letras indicadas na reta numérica.

$\sqrt{3}$ | -1 | $\frac{3}{7}$ | $-1{,}5$ | $\sqrt{17}$ | $-4{,}785$ | $\sqrt{8}$ | $\frac{4}{25}$ | $-3{,}2$

RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

26. Analise os números do quadro.

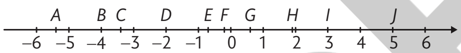
26. Respostas nas **orientações ao professor**.

$0{,}\overline{8}$	-5	$-\sqrt{16}$
20	0	$\sqrt{12}$
$\frac{\sqrt{121}}{2}$	$-\sqrt{35}$	$-\frac{2}{3}$
$\sqrt{149}$		

Escreva no caderno quais dos números apresentados pertencem ao conjunto dos números:

a) naturais.
b) inteiros.
c) racionais.
d) irracionais.
e) reais.

27. Com base na reta numérica apresentada, substitua cada ■ por $\in$ ou $\notin$ para indicar se o número representado pela letra pertence ou não ao conjunto.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

- A ■ $\mathbb{N}$
- B ■ $\mathbb{Z}$
- C ■ $\mathbb{Z}$
- D ■ $\mathbb{N}$
- E ■ $\mathbb{R}$
- F ■ $\mathbb{Z}$
- G ■ $\mathbb{N}$
- H ■ $\mathbb{N}$
- I ■ $\mathbb{R}$
- J ■ $\mathbb{Q}$

27. Resposta: $A \notin \mathbb{N}$; $B \in \mathbb{Z}$; $C \notin \mathbb{Z}$; $D \notin \mathbb{N}$; $E \in \mathbb{R}$; $F \notin \mathbb{Z}$; $G \notin \mathbb{N}$; $H \notin \mathbb{N}$; $I \in \mathbb{R}$; $J \in \mathbb{Q}$.

28. **Junte-se** a um colega, desenhem no caderno uma reta numérica e, nela, representem os seguintes números.

a) 0
b) $-\frac{3}{8}$
c) 1,888...
d) $\frac{9}{12}$
e) -2
f) $-2{,}25$
g) 3
h) 1,44
i) 0,16
j) $\frac{1}{10}$

28. Resposta na seção **Resoluções**.

24. Respostas: a) $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$; b) $\mathbb{I}$ e $\mathbb{R}$; c) $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$; d) $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$; e) $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$; f) $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$.

25. Resposta: A: $-4{,}785$; B: $-3{,}2$; C: $-1{,}5$; D: -1; E: $\frac{4}{25}$; F: $\frac{3}{7}$; G: $\sqrt{3}$; H: $\sqrt{8}$; I: $\sqrt{17}$.

- Existem várias respostas para a atividade **22**. Na busca da solução dos itens, incentive os estudantes a usar frações e raízes e não apenas números escritos na forma decimal. Com a ajuda deles, escreva algumas das soluções na lousa.
- Na resolução da atividade **23**, os estudantes precisam fazer uso da relação de pertinência de um número e de um conjunto, além da relação de inclusão de um conjunto e outro. Retome com eles essas situações.
- Na atividade **24**, verifique se os estudantes identificam a qual dos conjuntos pertencem cada um dos números dessa atividade. Explore na lousa a relação de inclusão de $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$, $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ e $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$.
- Na atividade **25**, caso os estudantes apresentem dificuldade em associar os números às letras indicadas na reta numérica, oriente-os no que for necessário. Se julgar conveniente, peça a eles que utilizem uma calculadora a fim de auxiliá-los a transformar as frações em números decimais.
- Como a atividade **26** complementa a atividade **24**, tire melhor proveito explorando também as características de cada um dos conjuntos e a relação de inclusão. Essa atividade inclui o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema utilizando os elementos obtidos nos processos anteriores, proporcionando uma oportunidade para desenvolver nos estudantes o **pensamento computacional**. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.
- A atividade **27** envolve a relação de pertinência de alguns números com o conjunto dos naturais, dos inteiros, dos racionais e dos reais. Se necessário, explique aos estudantes que as letras A, C, E, F, G, H estão entre números inteiros, portanto são números fracionários, sendo, assim, racionais e reais.
- Na atividade **28**, auxilie os estudantes a construir a reta numérica, lembrando-os de que o distanciamento de um número inteiro a outro consecutivo deve ter a mesma medida. Tire melhor proveito desta atividade acompanhando como as duplas interagem frente às diferentes formas de pensar. Aproveite também para exercitar com eles a empatia, o diálogo, o acolhimento e a valorização das diversidades de cada um, desenvolvendo a **Competência geral 9**. Por fim, incentive o trabalho cooperativo e o respeito nas diferentes estratégias de resolver a atividade, desenvolvendo a **Competência específica de Matemática 8**.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Respostas

26. a) 20 e 0
b) -5; $-\sqrt{16}$; 20 e 0
c) $0{,}\overline{8}$; -5; $-\sqrt{16}$; 20; $\frac{\sqrt{121}}{2}$; $-\frac{2}{3}$ e 0
d) $\sqrt{12}$; $\sqrt{149}$ e $-\sqrt{35}$
e) $0{,}\overline{8}$; -5; $-\sqrt{16}$; 20; $\sqrt{12}$; $\frac{\sqrt{121}}{2}$; $-\frac{2}{3}$; $\sqrt{149}$; 0 e $-\sqrt{35}$.

1 e 2. Objetivo
- Avaliar se os estudantes identificam conjuntos.

Como proceder
- Caso os estudantes tenham dificuldade, faça questionamentos para que verifiquem os conjuntos nos diagramas conforme suas cores na atividade **1** e analise se eles compreendem o que é união e intersecção de dois conjuntos na atividade **2**.

3. Objetivo
- Conferir se os estudantes identificam números naturais em um conjunto que tem números negativos inteiros e decimais.

Como proceder
- Retome as características dos elementos dos conjuntos dos naturais, inteiros e racionais.

4, 5 e 6. Objetivo
- Avaliar se os estudantes comparam e ordenam números racionais e se os escrevem na forma decimal em um intervalo.

Como proceder
- Se necessário, sane as dúvidas dos estudantes, recorrendo à reta numérica e analisando se eles compreendem que o aumento de casas decimais significativas torna um número maior.

7. Objetivo
- Avaliar se os estudantes compreendem as características de cada conjunto incluído no conjunto dos números reais.

Como proceder
- Interaja com as duplas para compreender as dificuldades associadas à relação de inclusão dos conjuntos que formam os reais.

8. Objetivo
- Averiguar se os estudantes analisam a parte decimal infinita de um número e se o reconhecem como irracional.

Como proceder
- Após analisarem o padrão de regularidade da parte decimal, retome com eles os conceitos de dízima periódica.

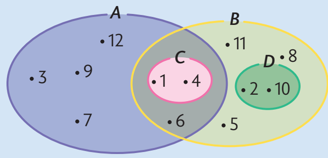
O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Os conjuntos A, B, C e D estão representados por meio dos diagramas a seguir. Escreva, em uma folha de papel avulsa, o conjunto indicado em cada item, apresentando os elementos entre chaves.

a) $A \cup B$ **b)** $B \cap A$ **c)** $A \cup D$ **d)** $A \cap C$ **e)** $C \cap D$ **f)** $C \cup D$

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA



1. Respostas: a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$; b) $B \cap A = \{1, 4, 6\}$; c) $A \cup D = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12\}$; d) $A \cap C = \{1, 4\}$; e) $C \cap D = \varnothing$ ou $C \cap D = \{\ \}$; f) $C \cup D = \{1, 2, 4, 10\}$.

2. Sabendo que $B = \{b, d, e, f\}$, $A \cap B = \{b, d, e\}$ e $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$, escreva em uma folha de papel avulsa os elementos do conjunto A.

2. Resposta: $A = \{a, b, c, d, e\}$.

3. Quais dos números a seguir são naturais?

3. Resposta: 2, 5, 7 e 8.

7	−6	5	8	0,8
−1	2	−4	−7,5	

4. Em uma folha de papel avulsa, escreva em ordem crescente os números a seguir.

1	−14	$\frac{2}{5}$	0	$-\frac{7}{3}$
16	$\frac{61}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{61}{4}$	−3

4. Resposta: -14; -3; $-\frac{7}{3}$; $-\frac{1}{2}$; 0; $\frac{2}{5}$; 1; $\frac{61}{4}$; 16; $\frac{61}{3}$.

5. Escreva em uma folha de papel avulsa:

a) um número racional entre 0,6 e 0,7.

b) dois números racionais entre 0,52 e 0,53.

c) três números racionais entre 1,731 e 1,732.

5. Sugestão de respostas: a) 0,61; b) 0,521 e 0,522; c) 1,7311; 1,7312 e 1,7313.

6. Determine, em uma folha de papel avulsa, um número racional que substitua cada ■ de modo que as sentenças se tornem verdadeiras.

a) $1 < ■ < \frac{5}{2}$ **b)** $-\frac{3}{2} < ■ < \frac{3}{2}$ **c)** $\frac{4}{3} < ■ < \frac{5}{3}$ **d)** $-2 < ■ < -\frac{3}{2}$

6. Sugestão de respostas: a) $\frac{3}{2}$; b) $-\frac{1}{2}$; c) $\frac{8}{5}$; d) $-\frac{8}{5}$.

7. Junte-se a um colega e verifiquem se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas.

7. Respostas: a) Verdadeira; b) Falsa; c) Verdadeira; d) Falsa.

a) O conjunto dos números reais corresponde à união dos conjuntos dos racionais e dos irracionais.

b) Todo número real é racional, mas nem todo número racional é real.

c) Todo número natural é um inteiro.

d) $\sqrt{3}$ é um número racional.

8. (Saresp-2005) A parte decimal da representação de um número segue o padrão de regularidade indicado:

0,12112111211112...

Este número é:

a) racional não inteiro.

c) irracional negativo.

b) inteiro negativo.

d) irracional positivo.

8. Resposta: Alternativa **d**.

9. Copie, em uma folha de papel avulsa, somente as sentenças verdadeiras.

A. $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$

B. $-1 \in \mathbb{N}$

C. $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

D. $\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$

E. $0,\overline{32} \in \mathbb{Q}$

F. $-\sqrt{2} \in \mathbb{I}$

9. Resposta: $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$, $0,\overline{32} \in \mathbb{Q}$ e $-\sqrt{2} \in \mathbb{I}$.

10. Sabendo que o produto de dois números irracionais pode ser um número racional, escreva, em uma folha de papel avulsa, um exemplo dessa situação.

10. Sugestão de resposta: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{36} = 6$.

42

9. Objetivo
- Avaliar se os estudantes compreendem a relação de pertinência a um conjunto e a de inclusão de um conjunto em outro.

Como proceder
- Se identificar erros dos estudantes com relação à pertinência de elementos e inclusão de conjuntos, anote na lousa e esclareça as dúvidas.

10. Objetivo
- Conferir se os estudantes reconhecem que existem números irracionais cujo produto é um número racional.

Como proceder
- Retome com os estudantes o produto entre dois números irracionais escritos na forma de raiz não exata.

UNIDADE

3 Ângulos

PIXEL-SHOT/SHUTTERSTOCK

Momento de disputa em uma mesa de Air Hockey, jogo no qual a principal estratégia de pontuação é o lançamento do disco em trajetórias angulares para desviá-lo do obstáculo do oponente.

Agora vamos estudar...

- ângulos, seus elementos e algumas características;
- bissetriz de um ângulo.

- A abertura da unidade apresenta uma partida do jogo Air Hockey, em que o objetivo é o jogador acertar o disco na caçapa adversária. Promova a análise da imagem e oriente os estudantes a relatar suas conclusões, verificando se eles relacionam o jogo com os conteúdos que serão estudados na unidade.

A ideia principal é abordar o conceito de ângulo, explorando a abertura do ângulo formada pela trajetória do disco.

- Se achar conveniente, faça alguns questionamentos aos estudantes, como as sugestões a seguir.

a) Você conhece o jogo Air Hockey? Compartilhe sua experiência com os colegas da sala de aula.

b) Por que o uso de trajetórias angulares é uma boa estratégia nesse jogo?

c) Você conhece outro jogo que tem estratégia similar à do Air Hockey?

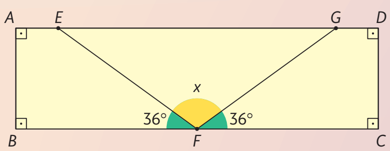
É possível que alguns estudantes reconheçam similaridades entre as jogadas do Air Hockey e as nesse jogo de bilhar. Explique a eles que, no jogo, algumas jogadas descrevem trajetórias angulares semelhantes à do Air Hockey para encaçapar uma bola.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, reproduza o retângulo *ABCD* a seguir na lousa e peça-lhes que calculem em seu caderno a medida do ângulo *x*.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Resolução e comentários

Considerando que o ponto *F* pertence ao segmento *BC*, o ângulo $B\hat{F}C$ mede 180°. Logo:

$36° + x + 36° = 180°$

$x + 72° = 180°$

$x + 72° - 72° = 180° - 72°$

$x = 108°$

Portanto, o ângulo *x* mede 108°.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Compreender a ideia de ângulo.
- Reconhecer o grau (°) como unidade de medida para expressar o resultado da medição de um ângulo.
- Utilizar o transferidor como instrumento para medir ângulos.
- Medir e classificar ângulos em reto, agudo, raso ou obtuso.
- Identificar ângulos opostos pelo vértice.
- Construir ângulos com régua, compasso e ***software*** de geometria dinâmica.
- Construir e traçar as bissetrizes dos ângulos.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo ângulos.
- Compreender e calcular as medidas de ângulos complementares e de ângulos suplementares.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes avancem no trabalho com ângulos e compreendam seus elementos e suas características. Com base nesses conteúdos, pretende-se aliar teoria com atividades práticas nas quais a noção de ângulo esteja envolvida e relacionada com situações do cotidiano, de modo que os estudantes entendam a linguagem matemática como uma forma de compreender e representar o mundo em que vivem, além de incentivá-los a pensar, criar, escrever e construir conceitos geométricos.

Aos estudantes, são sugeridas algumas construções para auxiliá-los na percepção de certas características e propriedades relacionadas aos **ângulos** e à **bissetriz** de um ângulo, conceitos que estão associados à experimentação, à manipulação e à observação de elementos da realidade e do espaço físico.

Ângulos

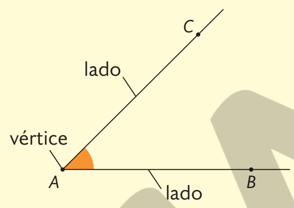
Em anos anteriores, vimos que os **ângulos** podem ser identificados em diversas situações do cotidiano. A ideia de ângulo pode ser associada, por exemplo, a situações envolvendo giro em torno de um ponto fixo ou à inclinação em relação a um eixo.

Ângulo é uma figura geométrica formada por duas semirretas de mesma origem.

Em um ângulo, identificamos os seguintes elementos:

- os lados $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$;
- o vértice A.

Indicamos esse ângulo por $\hat{A}$, $B\hat{A}C$ ou $C\hat{A}B$.



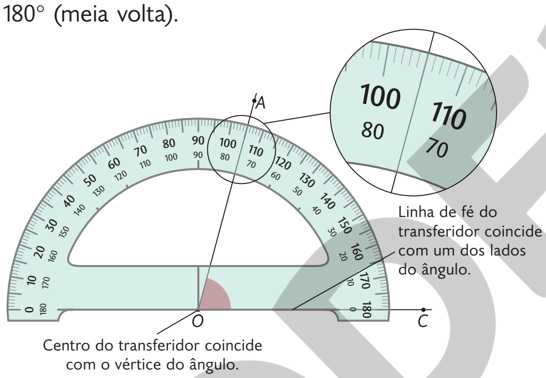
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Questão 1. Em seu caderno, escreva algumas situações envolvendo objetos do cotidiano, nas quais podemos reconhecer a ideia de ângulo.

Questão 1. Resposta pessoal. Sugestões de resposta: Ponteiros do relógio; abertura de uma porta.

Utilizamos o **grau** (°) como unidade de medida para medir o ângulo. O instrumento usado para medi-lo é o **transferidor**.

A seguir, apresentamos uma maneira de medir um ângulo utilizando um transferidor de 180° (meia volta).



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Para determinar qual medida do ângulo estamos considerando, indicamos um pequeno "arco". Nos casos em que não haja a indicação do "arco", vamos considerar a abertura de menor medida.

O ângulo $A\hat{O}C$ mede 75° (lê-se: sessenta e cinco graus). Podemos indicar essa medida por med $\left(A\hat{O}C\right) = 75°$ ou med $\left(\hat{O}\right) = 75°$.

Ângulos cuja medida seja menor ou igual a 180° podem ser classificados em **reto**, **agudo**, **raso** ou **obtuso**.

Reto

Ângulo cuja medida é 90°. Podemos indicar o ângulo reto utilizando o símbolo ∟.

Exemplo: med$\left(\hat{A}\right) = 90°$.

Raso

Ângulo cuja medida é 180°.

Exemplo: med$\left(\hat{C}\right) = 180°$.

Agudo

Ângulo cuja medida é maior do que 0° e menor do que 90°.

Exemplo: med$\left(\hat{B}\right) = 48°$.

Obtuso

Ângulo cuja medida é maior do que 90° e menor do que 180°.

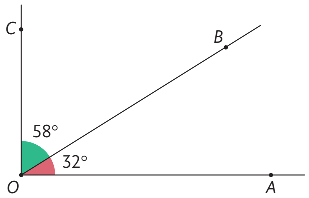
Exemplo: med$\left(\hat{D}\right) = 126°$.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes a respeito dos ângulos. Deixe que eles expliquem e conversem entre si, oportunizando que resgatem o conhecimento prévio sobre o assunto e, assim, tornem o estudo mais significativo.
- Os conteúdos trabalhados nesta unidade desenvolvem a habilidade **EF08MA15** ao levar os estudantes a construir, utilizando instrumentos de desenhos e ***softwares*** de geometria dinâmica, bissetrizes e ângulos de 90°, 60°, 45° e 30°.
- Na questão **1**, o intuito é que os estudantes identifiquem a ideia de ângulos em situações cotidianas. Para tirar maior proveito e tornar o aprendizado mais dinâmico, permita que eles realizem um passeio pela escola em busca de situações nas quais possam observar ângulos. Depois, promova a socialização das respostas dos estudantes.

Ângulos complementares e suplementares

Dois ângulos são **complementares** quando a soma de suas medidas é igual a 90°.

Podemos calcular a medida do ângulo $A\hat{O}C$ da seguinte maneira:



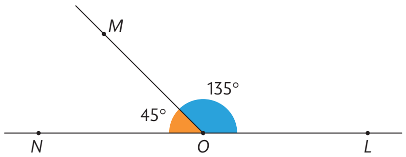
$$\text{med}(A\hat{O}C) = \text{med}(A\hat{O}B) + \text{med}(B\hat{O}C)$$

$$\text{med}(A\hat{O}C) = 32° + 58°$$

$$\text{med}(A\hat{O}C) = 90°$$

Assim, $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são **ângulos complementares**. Desse modo, dizemos que $A\hat{O}B$ é o complemento de $B\hat{O}C$, e vice-versa.

Dois ângulos são **suplementares** quando a soma de suas medidas é igual a 180°.



Calculamos a medida do ângulo $L\hat{O}N$ da seguinte maneira:

$$\text{med}(L\hat{O}N) = \text{med}(L\hat{O}M) + \text{med}(M\hat{O}N)$$

$$\text{med}(L\hat{O}N) = 135° + 45°$$

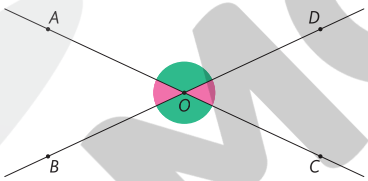
$$\text{med}(L\hat{O}N) = 180°$$

Portanto, $L\hat{O}M$ e $M\hat{O}N$ são **ângulos suplementares**. Assim, podemos dizer que $L\hat{O}M$ é o suplemento de $M\hat{O}N$, e vice-versa.

Ângulos opostos pelo vértice

Duas retas concorrentes formam dois pares de ângulos chamados **opostos pelo vértice**. Tais ângulos têm o vértice em comum. Por exemplo, na figura apresentada a seguir há dois pares de ângulos opostos pelo vértice.

- $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$
- $B\hat{O}C$ e $A\hat{O}D$



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais, ou seja, são congruentes. Desse modo:

$$\text{med}(A\hat{O}B) = \text{med}(D\hat{O}C) \text{ e } \text{med}(B\hat{O}C) = \text{med}(A\hat{O}D)$$

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes a respeito de ângulos complementares, suplementares e opostos pelo vértice. Deixe que eles expliquem e conversem entre si, oportunizando que resgatem o conhecimento prévio acerca do assunto e, assim, tornem o estudo mais significativo.

• Antes de desenvolver o trabalho com os conteúdos apresentados nesta seção, é importante que os estudantes tenham acesso aos instrumentos necessários para esse estudo. Caso não haja compasso e régua em quantidade suficiente para todos, organize-os em grupos para que possam acompanhar o passo a passo apresentado. Além disso, alerte-os de eventuais riscos no manuseio dos instrumentos durante esta seção, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Caso anteveja imprevistos e riscos, providencie antecipadamente suporte e medidas de segurança.

• Verifique se eles perceberam que a medida da abertura do compasso deve ser maior do que a metade da medida do comprimento de $\overline{AB}$, pois, caso contrário, os dois arcos não se cruzariam para determinar os pontos *C* e *D*.

• Nesta seção, os estudantes têm a oportunidade de trabalhar aspectos da habilidade **EF08MA15**, uma vez que farão a construção do ângulo de 90°.

• Avalie a conveniência de apresentar na lousa outra maneira de construir um ângulo de 90° com o ponto fora da reta. Para isso, dado um ponto *A* e uma reta *r*, trace uma reta perpendicular à reta *r* que passe por *A*.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, considere a possibilidade de usar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Construção dos ângulos

Analise como podemos construir alguns ângulos utilizando régua e compasso.

Instrumentos e *softwares*

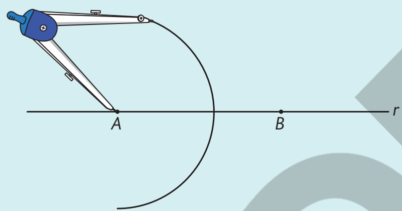
Construção do ângulo cuja medida é 90°

Para construir um ângulo de 90°, dada uma reta *r* e os pontos *A* e *B* sobre ela, podemos traçar uma reta perpendicular à reta *r*.

1º Com a régua, trace uma reta *r*, indicando os pontos *A* e *B* sobre ela.

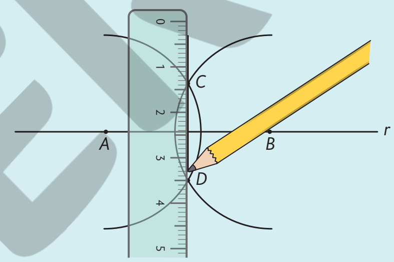
GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

2º Com a ponta-seca do compasso em *A* e abertura maior do que a metade da medida do comprimento de $\overline{AB}$, trace um arco, como na imagem.



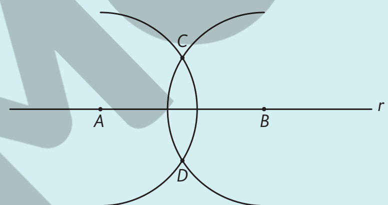
GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

4º Com a régua, trace a reta *CD*.



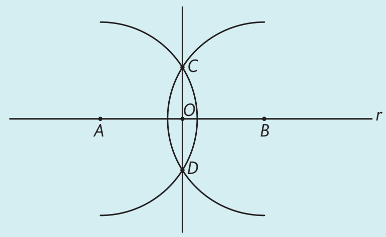
GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

3º Repita os procedimentos apresentados no 2º passo, porém, com a ponta-seca do compasso em *B*, mantendo a mesma abertura, de modo que os arcos se cruzem em dois pontos: *C* e *D*.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

5º Por fim, marque o ponto *O* na interseção das duas retas. Os quatro ângulos obtidos são retos, ou seja, medem 90°: $A\hat{O}C$, $B\hat{O}C$, $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}D$.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

46

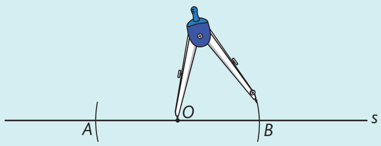
Instrumentos e *softwares*

Construção do ângulo cuja medida é 60°

Dada uma reta *s*, verifique um procedimento que podemos utilizar para construir um ângulo de 60°.

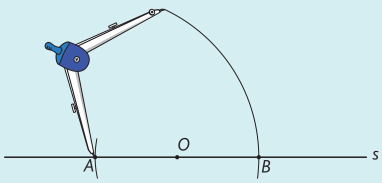
1º Com a régua, trace uma reta *s* e marque um ponto *O* sobre ela.

2º Com a ponta-seca do compasso em *O* e abertura qualquer, trace dois arcos para determinar os pontos *A* e *B* equidistantes de *O*.



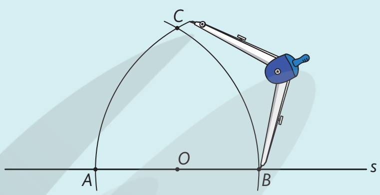
GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

3º Mantendo a abertura do compasso igual à medida do comprimento de $\overline{AB}$, trace um arco com a ponta-seca do compasso em *A*.



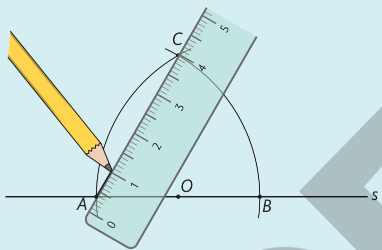
GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

4º Repita os procedimentos apresentados no 3º passo, porém, com a ponta-seca em *B*, mantendo a mesma abertura. Marque o ponto *C* na interseção deles.



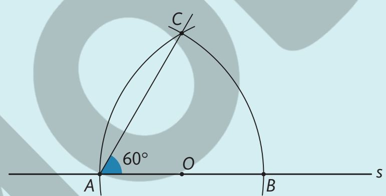
GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

5º Com a régua, trace a semirreta *AC*.



GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

6º Após esses procedimentos, obtém-se o ângulo $B\hat{A}C$, cuja medida é 60°.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

No 4º passo, se traçarmos o segmento *BC*, construiremos o triângulo *ABC*, que é equilátero por construção, pois $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ têm a mesma medida de comprimento e, por ser um polígono regular de 3 lados, a medida de cada um de seus ângulos internos é $\frac{180°}{3} = 60°$.

• O desenvolvimento do trabalho com a seção apresentada nesta página desenvolve aspectos da habilidade **EF08MA15**, pois propõe a construção de um ângulo, utilizando o compasso e régua, cuja medida é 60°. Acompanhe cada passo da proposta e, caso haja necessidade, oriente-os no manuseio dos instrumentos. Se julgar oportuno, faça na lousa essa construção para os estudantes acompanharem o passo a passo.

• Caso não haja transferidores para todos os estudantes, reúna-os em grupos para que realizem as atividades. Além disso, antes de propor as atividades desta página, verifique se eles se recordam dos conceitos de **ângulo reto**, **ângulo agudo**, **ângulo raso** e **ângulo obtuso**. Analise a possibilidade de retomar esses conteúdos organizando as informações na lousa.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, considere a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Na atividade **1**, o objetivo é usar o transferidor como instrumento de medida dos ângulos e retomar a classificação dos ângulos em reto, agudo, raso ou obtuso. Se considerar necessário, oriente os estudantes acerca do posicionamento correto do transferidor para medir os ângulos. Caso não haja transferidores para que todos os estudantes realizem as atividades propostas na unidade, verifique a possibilidade de levar alguns para a sala de aula ou reuni-los em grupos, a fim de favorecer um momento de interação e a troca de experiências entre eles.

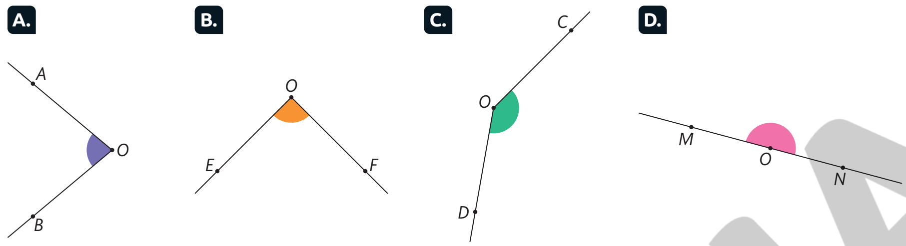
• Verifique a necessidade de retomar a explicação a respeito de **ângulos complementares** e de **ângulos suplementares** para a realização das atividades **2** e **3**. Ressalte que, quando a soma das medidas de dois ângulos é igual a 90°, os ângulos são complementares, e, quando a soma das medidas de dois ângulos é igual a 180°, dizemos que os ângulos são suplementares.

Na atividade **2**, o intuito é que os estudantes meçam os ângulos e escrevam o suplemento e o complemento de cada um deles. Já na atividade **3**, após realizarem as medidas dos ângulos, eles precisam identificar quais pares são complementares e quais são suplementares.

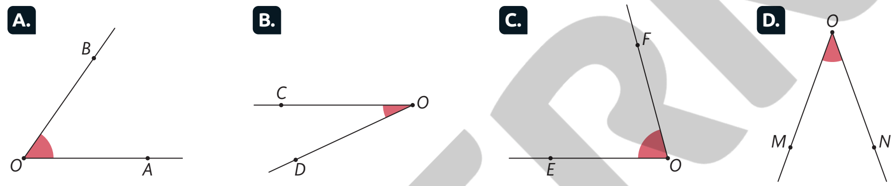
Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Com um transferidor, meça cada ângulo a seguir e classifique-os em reto, raso, agudo ou obtuso. 1. Respostas: A. 80°; agudo; B. 90°; reto; C. 150°; obtuso; D. 180°; raso.

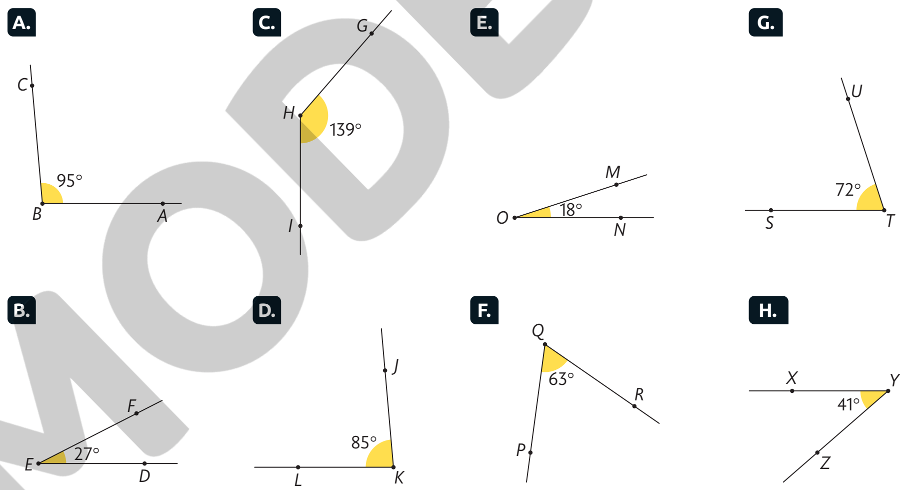


2. Com um transferidor, meça os ângulos apresentados e, depois, escreva no caderno a medida do complemento e do suplemento de cada um deles.



2. Respostas: A. 55°; complemento: 35°; suplemento: 125°; B. 25°; complemento: 65°; suplemento: 155°; C. 75°; complemento: 15°; suplemento: 105°; D. 40°; complemento: 50°; suplemento: 140°.

3. Analise as medidas dos ângulos a seguir.

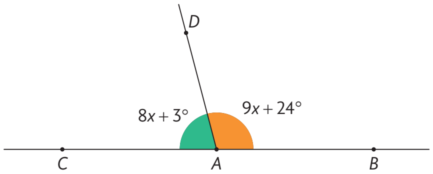


No caderno, escreva os pares de ângulos: 3. Respostas: a) B e F; E e G; b) A e D; C e H.

a) complementares;

b) suplementares.

4. Na imagem estão representados os ângulos suplementares $D\hat{A}C$ e $B\hat{A}D$.



Como os ângulos são suplementares, então $med(D\hat{A}C) + med(B\hat{A}D) = 180°$. Logo, podemos determinar o valor de x resolvendo a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
\overbrace{8x + 3°}^{D\hat{A}C} + \overbrace{9x + 24°}^{B\hat{A}D} &= 180° \\
8x + 9x + 3° + 24° &= 180° \\
17x + 27° &= 180° \\
17x + 27° - 27° &= 180° - 27° \\
17x &= 153° \\
\frac{17x}{17} &= \frac{153°}{17} \\
x &= 9°
\end{aligned}$$

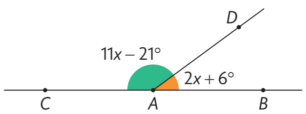
4. Respostas: A. $x = 15°$; 36°; 144°; B. $x = 11°$; 7°; 83°; C. $x = 8°$; 63°; 27°

Para obter as medidas de $D\hat{A}C$ e $B\hat{A}D$, substituímos o valor obtido para x em cada uma das expressões que representam essas medidas.

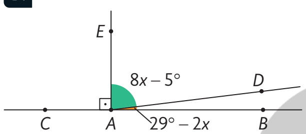
- $med(D\hat{A}C) = 8x + 3°$
  $med(D\hat{A}C) = 8 \cdot 9° + 3° = 75°$
- $med(B\hat{A}D) = 9x + 24°$
  $med(B\hat{A}D) = 9 \cdot 9° + 24° = 105°$

Determine a medida dos ângulos $D\hat{A}C$ e $B\hat{A}D$ indicados em cada item, sabendo que os pontos A, B e C pertencem a uma mesma reta.

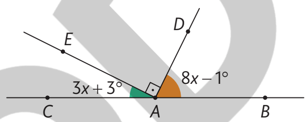
A.



B.



C.

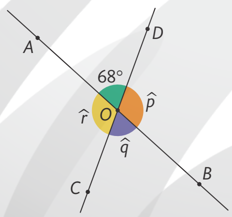


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

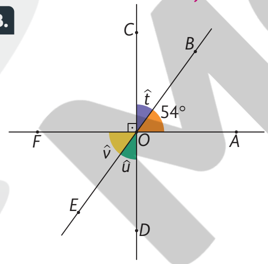
5. De acordo com as figuras em cada item, escreva no caderno as medidas dos ângulos representados pelas letras.

5. Respostas: A. $\hat{p} = 112°$; $\hat{q} = 68°$; $\hat{r} = 112°$; B. $\hat{t} = 36°$; $\hat{u} = 36°$; $\hat{v} = 54°$; C. $\hat{f} = 64°$; $\hat{g} = 64°$; $\hat{h} = 100°$.

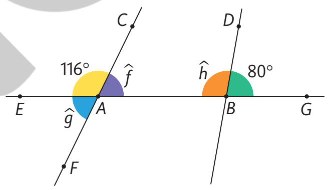
A.



B.



C.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

- A atividade **4** é resolvida com o uso de equações, o que possibilita verificar se os estudantes compreenderam o conceito de valor numérico de uma expressão algébrica, nesse caso, com foco nas medidas de ângulos. Permita-lhes resolver a atividade e conversar entre si, trocando informações e explicações, proporcionando a compreensão das relações entre conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática, conforme descreve a **Competência específica de Matemática 3**.
- Antes de resolver com os estudantes a atividade **5**, verifique se eles reconhecem que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

• O objetivo da atividade **6** é verificar se os estudantes são capazes de determinar as medidas dos ângulos indicados por meio da resolução de expressões algébricas. Para tirar melhor proveito do trabalho com essa atividade, elabore outros itens e reproduza-os na lousa para que os estudantes possam efetuar os cálculos em seu caderno. Ao final, verifique se eles resolveram corretamente.

• A resolução da atividade **7** possibilita o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia). A fim de auxiliar os estudantes, faça questionamentos que trabalhem com a capacidade de **abstração** e de **argumentação** deles. Para aproveitar melhor a atividade, proponha a resolução de outras situações parecidas com essa, como:

> Jéssica descobriu que o triplo da medida do complemento de um determinado ângulo é igual a 102°. Qual é a medida desse ângulo?

Espera-se que eles obtenham a medida de 56°.

• Antes de realizar a atividade **8**, analise a necessidade de relembrar a definição de ângulos adjacentes. Essa atividade contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF08MA15**, pois propõe que os estudantes utilizem o transferidor para construir o ângulo indicado.

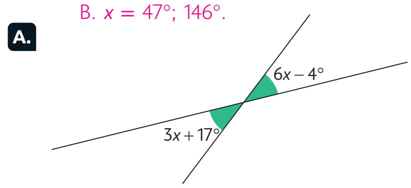
• Ao elaborar e resolver uma questão envolvendo o contexto da atividade **9**, os estudantes são instigados a desenvolver aspectos da **Competência específica de Matemática 6**, enfrentando situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões. Além disso, por exercitar a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, o trabalho com as **Competências gerais 2** e **9** também é favorecido.

• Para tirar melhor proveito da atividade **10**, proponha a resolução de outras situações parecidas com essa, como:

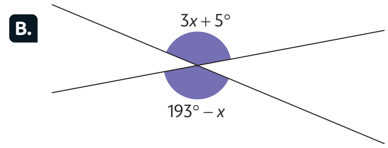
> Qual é a medida da metade do suplemento de um ângulo que mede 124°?

6. Nos itens a seguir, obtenha o valor de x e determine a medida dos ângulos representados pelas expressões algébricas. 6. Respostas: A. $x = 7°$; 38°; B. $x = 47°$; 146°.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

7. Os ângulos $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}B$ são suplementares e a medida de $C\hat{O}B$ é o dobro da medida de $A\hat{O}B$. Determine a medida do complementar de $A\hat{O}B$.
7. Resposta: 30°.

8. Utilizando um transferidor, construa no caderno um ângulo com medida de 140°. Para isso, desenhe ângulos adjacentes cuja medida de cada um seja igual a 70° e, em seguida, resolva os itens.

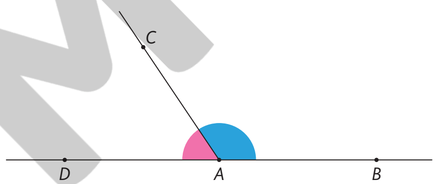
Atenção!

Quando dois ângulos têm um lado em comum e as regiões determinadas por eles não têm pontos em comum, dizemos que eles são adjacentes.

a) Escreva no caderno as etapas dessa construção. 8. a) Resposta pessoal.

b) Construa um ângulo de 160°, utilizando essas mesmas estratégias.
8. b) Resposta pessoal.

9. Na figura a seguir, os ângulos $B\hat{A}C$ e $C\hat{A}D$ são suplementares e $C\hat{A}D$ é agudo.

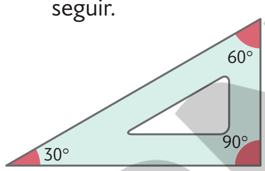


HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

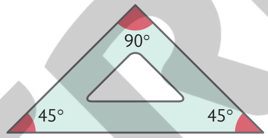
Utilizando essas informações, **elabore** um problema e troque-o com um colega. Você resolverá o dele, e ele, o seu. Depois, verifiquem se as respostas estão corretas. 9. Resposta pessoal.

10. Os ângulos $M\hat{O}P$ e $N\hat{O}P$ são suplementares e a diferença entre suas medidas é de 30°. Calcule no caderno a medida de $M\hat{O}P$ e $N\hat{O}P$, sabendo que $N\hat{O}P$ é agudo. 10. Resposta: $med(M\hat{O}P) = 105°$ e $med(N\hat{O}P) = 75°$.

11. Analise os modelos de esquadros a seguir.

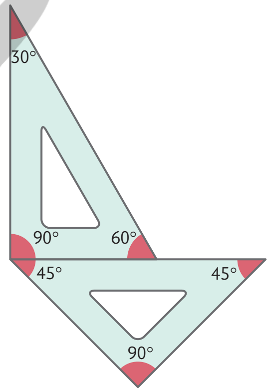


Esquadro de 60°.



Esquadro de 45°.

Verifique como Marília representou um ângulo com medida de 135°.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Utilizando esse par de esquadros, represente no caderno ângulos com medidas de:

a) 75°.
b) 120°.
c) 150°.
d) 180°.

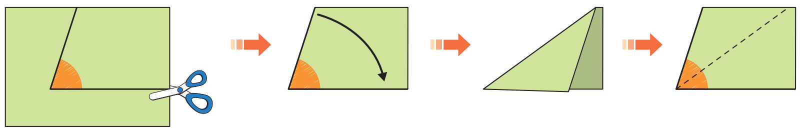
11. Respostas na seção **Resoluções**.

Espera-se que eles obtenham a medida de 28°.

• Na atividade **11**, questione-os se é possível representar ângulos com outras medidas utilizando esse par de esquadros. Além disso, leve esquadros para a sala de aula, organize os estudantes em grupos e deixe que eles os manuseiem. Nesse caso, alerte os estudantes para os eventuais riscos no desenvolvimento do trabalho com esta seção, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos.

Bissetriz de um ângulo

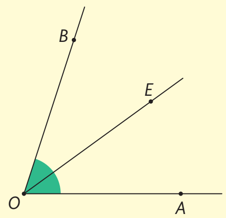
Uma professora de Matemática pediu aos estudantes do 8º ano que construíssem em uma folha de papel, um ângulo medindo 72°. Em seguida, orientou-os a recortar o ângulo e dobrá-lo ao meio, conforme representado a seguir.



HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Ao desdobrar a folha, o ângulo ficou dividido ao meio pela marca da dobra. Cada uma das partes obtidas mede 36°, pois 72 : 2 = 36. Nesse caso, a marca do vinco está sobre a **bissetriz** do ângulo.

A **bissetriz** de um ângulo é uma semirreta, com origem no vértice, que o divide em dois ângulos congruentes. Na imagem, a semirreta *OE* é a bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$.



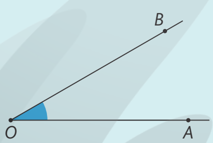
HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Instrumentos e *softwares*

Construção da bissetriz de um ângulo

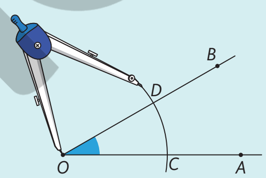
Execute o passo a passo a seguir para construir a bissetriz de um ângulo usando régua e compasso.

1º Com a régua, trace um ângulo $A\hat{O}B$ de medida qualquer.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

2º Depois, com a ponta-seca do compasso em *O* e abertura qualquer, trace um arco determinando um ponto *C* em $\overrightarrow{OA}$ e um ponto *D* em $\overrightarrow{OB}$.



GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à bissetriz de um ângulo. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto e, assim, tornando o estudo mais significativo.
- Antes de desenvolver o trabalho com os conteúdos apresentados na seção **Instrumentos e *softwares*** desta página, é importante garantir aos estudantes a disponibilidade dos instrumentos necessários. Caso não haja compasso e régua em quantidade suficiente para todos, organize-os em grupos para que possam acompanhar o passo a passo apresentado. Além disso, alerte-os a respeito dos eventuais riscos no desenvolvimento do trabalho desta seção, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos.
- Os conteúdos deste tópico desenvolvem aspectos da habilidade **EF08MA15**, propondo a construção da bissetriz de um ângulo com compasso e régua como instrumentos.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Algo a mais

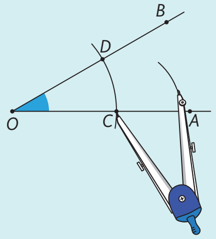
- Sugira aos estudantes a leitura do livro referenciado a seguir, em que a autora retrata de modo ilustrativo e poético um mundo cheio de formatos, destacando as paisagens, os objetos, entre outras coisas que nos rodeiam.
- ULITZKA, Irene. *O país dos ângulos*. São Paulo: Ciranda Cultural, 2011.

- Verifique se os estudantes perceberam que a medida da abertura do compasso deve ser maior do que a metade da medida do comprimento de $\overline{CD}$, pois, caso contrário, os dois arcos não se cruzariam para determinar o ponto E.

Acompanhe os estudantes durante cada passo da construção e avalie a necessidade de realizá-la também na lousa.

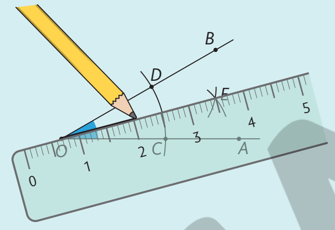
- Na atividade **12**, espera-se que os estudantes identifiquem que as bissetrizes indicadas na figura geométrica determinam, com seus lados, dois ângulos adjacentes congruentes.

3º. Com a ponta-seca do compasso em C e abertura maior do que a metade da medida do comprimento de $\overline{CD}$, trace um arco, como na imagem.



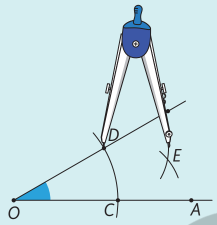
GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

5º. Com a régua, trace a semirreta OE.



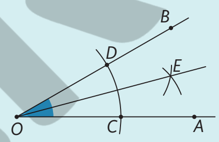
GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

4º. Mantendo a abertura anterior, trace um arco como na imagem com a ponta-seca em D. Marque o ponto E na interseção dos arcos.



GUSTAVO CONTI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

6º. A semirreta OE traçada no passo anterior é a bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$.

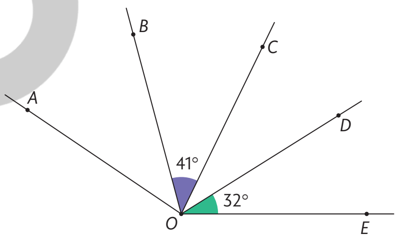


GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

12. Na figura a seguir, a semirreta OB é bissetriz do ângulo $A\hat{O}C$ e a semirreta OD é bissetriz do ângulo $C\hat{O}E$. 12. Respostas: a) 82°; b) 73°; c) 64°; d) 146°.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com essas informações, calcule as medidas dos ângulos:

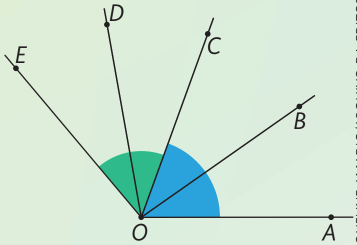
a) $A\hat{O}C$. **b)** $B\hat{O}D$. **c)** $C\hat{O}E$. **d)** $A\hat{O}E$.

52

Atividade a mais

Complemente o trabalho desta página reproduzindo, na lousa, a atividade a seguir e peça aos estudantes que efetuem os cálculos no caderno.

- Na figura geométrica a seguir, $\overrightarrow{OB}$ é bissetriz do ângulo $A\hat{O}C$ e $\overrightarrow{OD}$ é bissetriz do ângulo $C\hat{O}E$. Sabendo que $\text{med}(A\hat{O}C) = 70°$ e $\text{med}(C\hat{O}E) = 60°$, calcule a medida do ângulo $B\hat{O}D$.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Resolução e comentários

Como o ângulo $A\hat{O}C$ mede 70°, o ângulo $A\hat{O}B$ mede 35°. Da mesma maneira, como o ângulo $C\hat{O}E$ mede 60°, o ângulo $C\hat{O}D$ mede 30° e o ângulo $D\hat{O}E$ mede 30°. Assim, adicionando a medidas dos ângulos $B\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$, obtemos a medida do ângulo $B\hat{O}D$.

$35° + 30° = 65°$

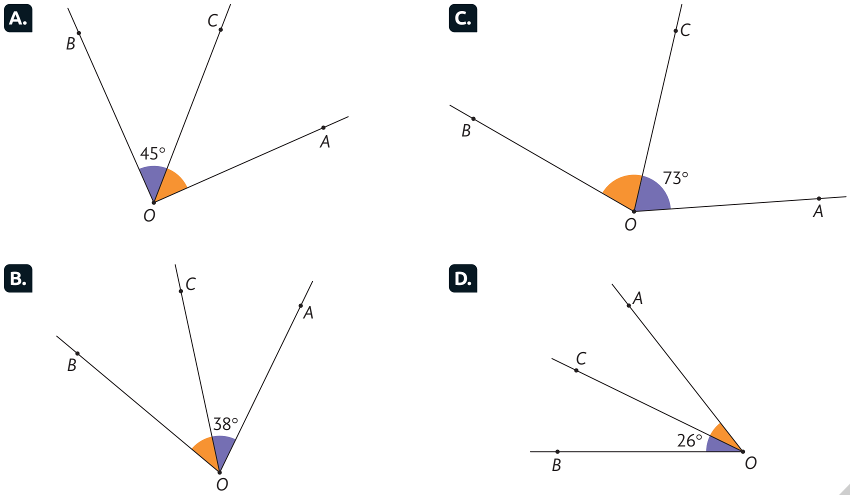
Portanto, $\text{med}(B\hat{O}D) = 65°$.

13. **Junte-se** a um colega e, utilizando um transferidor, construam no caderno os ângulos cujas medidas estão indicadas em cada item. Em seguida, tracem a bissetriz de cada um deles.

a) $med(A\hat{O}B) = 48°$. **b)** $med(C\hat{O}D) = 76°$. **c)** $med(P\hat{O}Q) = 34°$.

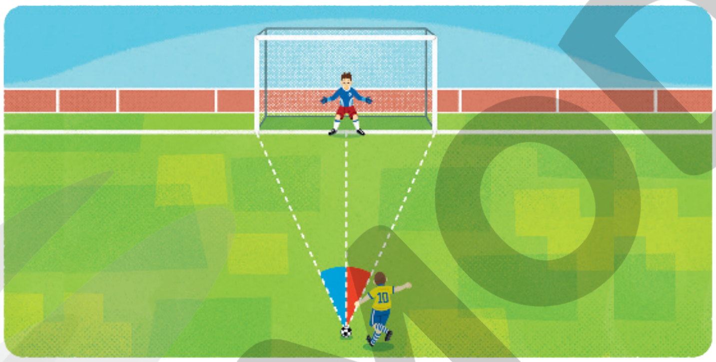
13. Respostas na seção **Resoluções**.

14. Determine a medida do ângulo $A\hat{O}B$ em cada item, sabendo que a semirreta OC é a bissetriz dele. 14. Respostas: A. 90°; B. 76°; C. 146°; D. 52°.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

15. No futebol, o bom treinamento do goleiro é fundamental para que o time obtenha resultados positivos. Esse treino consiste não somente no condicionamento físico, mas também na aprendizagem de técnicas, como ficar posicionado sobre a bissetriz imaginária do ângulo formado entre a bola e as traves, conforme o esquema a seguir.



GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

a) Em sua opinião, qual é a vantagem de o goleiro se posicionar dessa maneira diante do jogador?

b) No esquema, suponha que a medida do ângulo indicado em vermelho seja 18°. Nesse caso, qual é a medida do ângulo indicado em azul? 15. b) Resposta: 18°.

15. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que, nesse posicionamento, o goleiro tem maior alcance em toda a extensão do gol e, consequentemente, mais chance de defesa.

- Aproveite o fato de a atividade **13** ser proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos, de compreender e de aceitar as necessidades e as limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles a respeito do combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações acerca desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual. Desse modo, propicia-se o desenvolvimento das **Competências gerais 4** e **9**, além da **Competência específica de Matemática 8**.

A fim de tirar melhor proveito desta atividade, registre na lousa outras medidas de ângulos para os estudantes construírem. Inclua ângulos com medida ímpar e, desse modo, promova uma discussão a respeito dos números decimais ou, até mesmo, aborde com eles os submúltiplos do grau.

- Na atividade **14**, o objetivo é que os estudantes determinem a medida dos ângulos indicados utilizando o conceito de bissetriz. Se considerar necessário, retome as explicações das páginas **51** e **52**.

- Na atividade **15**, questione se o ângulo formado entre a bola e a trave será alterado caso o jogador se afaste ou se aproxime do travessão. Desse modo, eles podem refletir a respeito do fato de a medida do ângulo não se basear na medida de comprimento dos lados. Permita que os estudantes troquem opiniões e exercitem sua capacidade de **argumentação**.

• Na atividade **16**, para facilitar a compreensão dos estudantes, solicite-lhes que reproduzam a figura geométrica apresentada no caderno e tracem o ângulo simétrico em relação à linha verde.

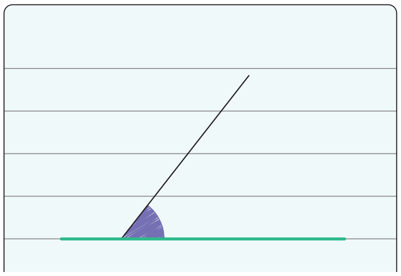
• As resoluções das atividades **17**, **19** e **20** necessitam do uso de equações, o que possibilita verificar se os estudantes compreenderam o conceito de valor numérico de uma expressão algébrica, nesse caso com foco nas medidas de ângulos. Deixe que os estudantes conversem entre si, trocando informações e explicações, para favorecer a compreensão das relações entre conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática, conforme solicita a **Competência específica de Matemática 3**.

• Na atividade **18**, se julgar oportuno, solicite aos estudantes que desenhem em seu caderno um triângulo com os ângulos descritos na atividade, a fim de que eles visualizem a situação apresentada no problema.

• Na atividade **21**, para tirar melhor proveito e sanar possíveis dificuldades, relembre o conceito de bissetriz. Em seguida, elabore outras representações de ângulos, reproduzindo-as na lousa, e peça aos estudantes que calculem a medida de alguns ângulos determinados.

16. Márcia traçou uma linha verde no caderno e construiu um ângulo de medida 52° com base nela. Em seguida, ela representou um ângulo simétrico a ele, em relação à linha verde.

16. a) Resposta: 52°.



HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

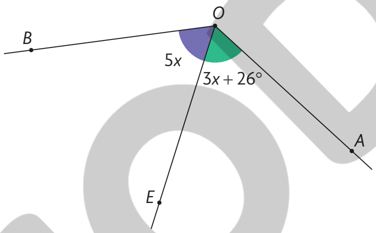
16. b) Resposta: 104°.

a) Qual é a medida do ângulo simétrico em relação à linha verde que Márcia desenhou?

b) Qual é a soma das medidas desses ângulos?

c) Podemos dizer que a linha verde é a bissetriz do ângulo formado? Por quê?

17. Calcule no caderno o valor de x para que a semirreta OE seja a bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$ a seguir. 17. Resposta: $x = 13°$.



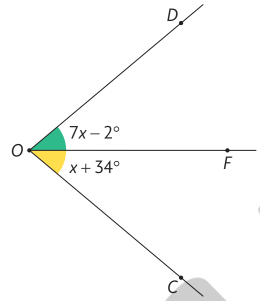
HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

18. (OBM-2002) Dado um triângulo ABC, em que $\hat{A} = 80°$ e $\hat{C} = 40°$, a medida do ângulo agudo formado pelas bissetrizes dos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ é:

a) 40°
b) 60°
c) 70° 18. Resposta: Alternativa **c**.
d) 80°
e) 110°

16. c) Resposta: Sim. Espera-se que os estudantes respondam que a linha verde divide o ângulo igualmente, cada lado medindo 52°.

19. A semirreta OF é bissetriz do ângulo $C\hat{O}D$.

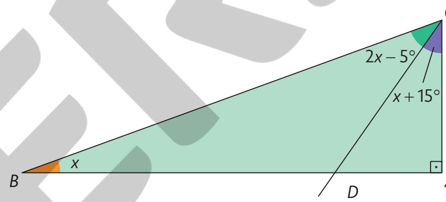


HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Efetue os cálculos no caderno para obter o valor de x e a medida do ângulo $C\hat{O}D$.

19. Resposta: $x = 6°$; $\text{med}(C\hat{O}D) = 80°$.

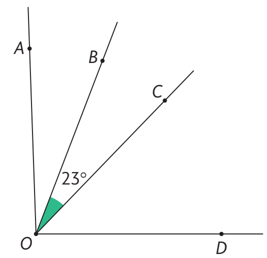
20. No triângulo a seguir, a semirreta CD está contida na bissetriz do ângulo $A\hat{C}B$.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Determine as medidas dos ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$. 20. Resposta: $\text{med}(A\hat{B}C) = 20°$ e $\text{med}(A\hat{C}B) = 70°$.

21. Na representação dos ângulos a seguir, a semirreta OB é bissetriz do ângulo $A\hat{O}C$ e a semirreta OC é bissetriz do ângulo $A\hat{O}D$.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

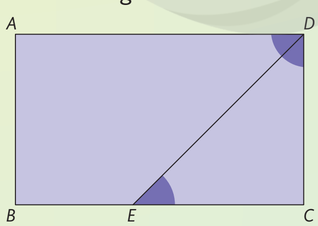
Qual é a medida do ângulo $B\hat{O}D$?
21. Resposta: 69°.

54

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o aprendizado dos estudantes a respeito dos conteúdos trabalhados até esta página, proponha a seguinte atividade, reproduzindo-a na lousa, e peça-lhes que copiem e efetuem os cálculos no caderno.

• No retângulo $ABCD$ a seguir, $\overrightarrow{DE}$ é bissetriz do ângulo $A\hat{D}C$. Qual é a medida do ângulo $D\hat{E}C$?



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Resolução e comentários

Os ângulos $A\hat{D}C$ e $D\hat{C}B$ são retos, ou seja, iguais a 90°. Como $\overrightarrow{DE}$ é bissetriz do ângulo $A\hat{D}C$, o ângulo $E\hat{D}C$ mede 45°. Sabendo que, em todo triângulo, a soma das medidas dos ângulos internos é igual a 180°, calculamos:

$90° + 45° + x = 180°$

$135° + x = 180°$

$x = 180° - 135°$

$x = 45°$

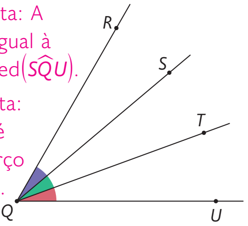
Portanto, o ângulo $D\hat{E}C$ mede 45°.

É possível obter informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

22. Na representação dos ângulos a seguir, a semirreta QS é bissetriz do ângulo $R\hat{Q}T$ e a semirreta QT é bissetriz do ângulo $S\hat{Q}U$. 22. a) Resposta: São congruentes.

22. b) Resposta: A $med(R\hat{Q}S)$ é igual à metade da $med(S\hat{Q}U)$.

22. c) Resposta: A $med(R\hat{Q}S)$ é igual a um terço da $med(R\hat{Q}U)$.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

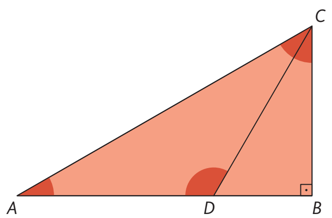
O que se pode afirmar sobre:

a) $med(R\hat{Q}S)$ em relação a $med(T\hat{Q}U)$?

b) $med(R\hat{Q}S)$ em relação a $med(S\hat{Q}U)$?

c) $med(R\hat{Q}S)$ em relação a $med(R\hat{Q}U)$?

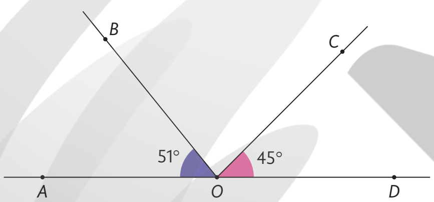
23. No triângulo a seguir, o ângulo $B\hat{A}C$ mede 30° e o segmento de reta CD está contido na bissetriz de $A\hat{C}B$.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

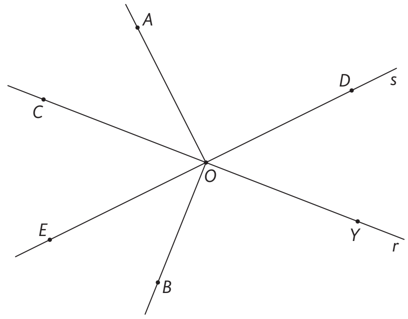
Qual é a medida do ângulo $A\hat{D}C$ indicado? 22. Resposta: 120°.

24. Qual é a medida do menor ângulo formado pelas bissetrizes dos ângulos $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$? 24. Resposta: 132°.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

25. (Obmep-2010) Na figura dada, $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}Y$ são ângulos retos e a medida de $D\hat{O}Y$ está entre 40° e 50°. Além disso, os pontos C e Y estão sobre a reta r, enquanto D e E estão sobre a reta s.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

O possível valor para a medida de $A\hat{O}C$ está entre: 25. Resposta: Alternativa **b**.

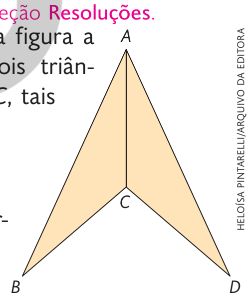
a) 30° e 40°.
b) 40° e 50°.
c) 50° e 60°.
d) 40° e 60°.
e) não pode ser determinado.

26. Nas páginas **46** e **47**, aprendemos a construir ângulos retos e de 60° utilizando régua e compasso. Em seu caderno, escreva quais procedimentos você faria para construir, usando régua e compasso, ângulos cujas medidas sejam 45° e 30°. Agora, usando régua, compasso e os procedimentos que você escreveu, construa no caderno os ângulos de medida:

a) 30°.
b) 45°.

26. Respostas na seção **Resoluções**.

27. (Obmep-2011) Na figura a seguir, temos dois triângulos, ABC e ADC, tais que $AB = AD$ e $CB = CD = CA$. Sabendo que $C\hat{B}A = 25°$, determine a medida do ângulo $B\hat{C}D$.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

27. Resposta: 100°.

- Na atividade **22**, caso os estudantes apresentem alguma dificuldade, realize a leitura conjunta do enunciado para ajudá-los na resolução. Após todos solucionarem a atividade, proponha um bate-papo para que exponham suas conclusões e afirmações a respeito das respostas dos itens **a**, **b** e **c**.
- Durante a execução da atividade **23**, peça aos estudantes que digam quais conceitos eles precisam usar para obter a solução da atividade. Se necessário, retome algumas explicações sobre ângulos internos dos triângulos e bissetriz.
- Para o desenvolvimento da atividade **24**, permita que os estudantes utilizem a estratégia que julgarem adequada. Obtenha melhor proveito da tarefa, pedindo-lhes que determinem também a medida do maior ângulo formado pelas bissetrizes dos ângulos citados.
- Na atividade **25**, caso os estudantes apresentem dificuldade, analise se eles concluíram que $med(A\hat{O}C)$ está entre 40° e 50°. Se achar necessário, resolva a atividade na lousa para sanar possíveis dúvidas.
- A atividade **26** oportuniza o trabalho com a habilidade **EF08MA15**, pois propõe a construção dos ângulos indicados com régua e compasso. Caso não haja compasso e régua em quantidade suficiente para todos, organize-os em grupos para realizar a atividade. Além disso, alerte os estudantes sobre os eventuais riscos no desenvolvimento do trabalho desta seção, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos.
- Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra “medida” na atividade **27**. Nesse caso, oriente-os a considerar que $C\hat{B}A = 25°$ indica a medida do ângulo $C\hat{B}A$, que é 25°.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **24** e **27**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Além disso, ao final do trabalho com as atividades desta unidade, verifique a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

1 e 2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam a medida de ângulos complementares e suplementares.

Como proceder

- Se os estudantes apresentarem dificuldade, retome com eles as explicações da página **45**. No item **b** da atividade **2**, analise se eles se lembram que a indicação é usada para indicar ângulos retos, ou seja, que medem 90° .

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

3. Objetivo

- Conferir se os estudantes calculam a medida de ângulos resolvendo equações.

Como proceder

- Verifique se os estudantes reconhecem que, no item **A**, como o ângulo $B\hat{O}A$ é raso, a soma das medidas dos ângulos indicados deve ser igual a 180° e, no item **B**, como os ângulos $D\hat{O}C$ e $C\hat{O}A$ são complementares, a soma de suas medidas deve ser igual a 90°.

4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes compreendem que dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais.

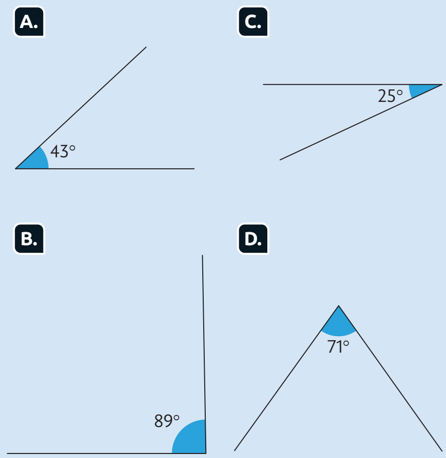
Como proceder

- Analise se os estudantes recorrem ao uso de equações para calcular a medida dos ângulos. Se eles apresentarem dúvidas, auxilie-os na resolução da equação resolvendo alguns exemplos na lousa.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Determine as medidas dos ângulos complementar e suplementar dos ângulos representados em cada item.

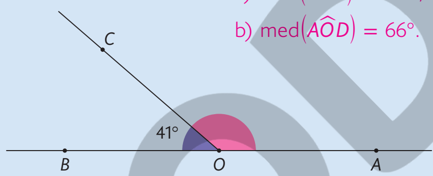


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

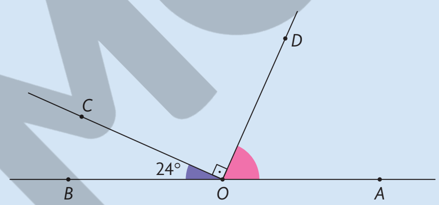
2. Sabendo que os pontos *A*, *O* e *B* pertencem a uma mesma reta, calcule em uma folha de papel avulsa a medida do ângulo:

a) $A\hat{O}C$

2. Respostas:
a) $med(A\hat{O}C) = 139°$;
b) $med(A\hat{O}D) = 66°$.



b) $A\hat{O}D$

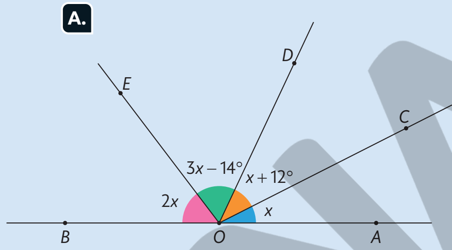


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

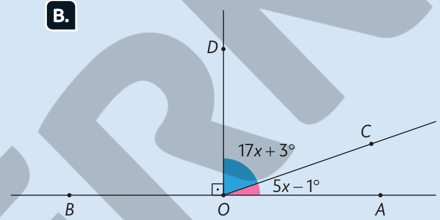
3. Respostas: A. $med(A\hat{O}C) = 26°$; $med(C\hat{O}D) = 38°$; $med(D\hat{O}E) = 64°$; $med(E\hat{O}B) = 52°$; B. $med(A\hat{O}C) = 19°$; $med(C\hat{O}D) = 71°$; $med(D\hat{O}B) = 90°$.

3. Sabendo que os pontos *A*, *B* e *O* pertencem a uma mesma reta, determine em uma folha de papel avulsa a medida dos ângulos indicados em cada figura.

A.



B.

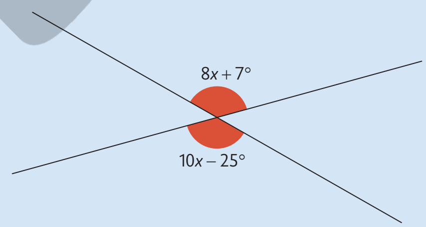


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

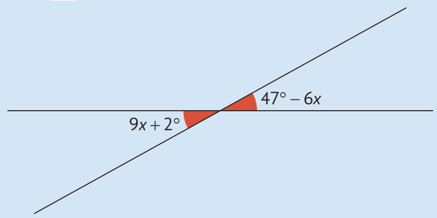
4. Determine a medida de cada ângulo indicado nos itens a seguir.

4. Respostas: A. 135°; B. 29°.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

1. Respostas: A: complementar: 47°; suplementar: 137°; B: complementar: 1°; suplementar: 91°; C: complementar: 65°; suplementar: 155°; D: complementar: 19°; suplementar: 109°.

UNIDADE

4 Proporcionalidade


LIGHT FIELD STUDIOS/SHUTTERSTOCK

Cozinheira consultando livro de receitas para determinar adequadamente a proporção e a quantidade de ingredientes do alimento a ser preparado.

Agora vamos estudar...

- razão e proporção;
- grandezas diretamente ou inversamente proporcionais;
- grandezas não proporcionais;
- regra de três envolvendo grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

- A abertura da unidade apresenta uma situação na qual se aplicam conhecimentos que envolvem proporcionalidade entre grandezas. Na cena, a cozinheira está consultando um livro de receitas, a fim de consultar a quantidade de ingredientes necessários para o preparo de um alimento. Essa quantidade deverá ser ajustada de acordo com o rendimento esperado.

A ideia principal é que os estudantes estabeleçam relações entre os conceitos de **grandezas diretamente proporcionais** e **grandezas inversamente proporcionais**, que serão estudados nesta unidade, por meio da culinária, contexto em que é possível aplicar esse assunto.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

Para avaliar o conhecimento prévio dos estudantes a respeito dos conteúdos que serão abordados na unidade, escreva na lousa os ingredientes da receita culinária a seguir para o preparo de omelete.

- 2 ovos
- 1 colher de farinha de trigo
- $\frac{1}{2}$ pimentão
- 1 cebola pequena
- 1 tomate
- 1 colher de óleo

Sabendo que essa receita rende duas porções, proponha que eles determinem a quantidade de ovos necessária para uma receita com rendimento de oito porções.

Resolução e comentários

Sendo necessários 2 ovos para obter duas porções, então, 1 ovo rende uma porção. Logo, para oito porções são necessários 8 ovos.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Reconhecer razões e proporções.
- Utilizar a propriedade fundamental das proporções.
- Identificar nas situações-problema se as grandezas apresentadas são proporcionais e classificá-las como diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.
- Reconhecer grandezas não proporcionais.
- Resolver e elaborar situações-problema que envolvam grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.
- Resolver regra de três simples com grandezas direta ou inversamente proporcionais.
- Calcular porcentagens utilizando estratégias variadas.

Justificativas

- Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes se aprofundem no trabalho com grandezas direta e inversamente proporcionais e resolvam problemas utilizando regra de três.

Os estudos envolvendo os conceitos de **razão** e **proporção** são explorados de maneira contextualizada, a fim de levar os estudantes a diferenciar grandezas direta e inversamente proporcionais e identificar grandezas que não são proporcionais, relacionando-as com a geometria e a aritmética.

Nas atividades que envolvem o conceito de proporção, a interpretação das situações-problema é fundamental, pois favorece o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**. O desenvolvimento do trabalho com regra de três visa conduzir os estudantes a resolver situações-problema que envolvam grandezas direta e inversamente proporcionais.

Razão e proporção

Em uma empresa de tecnologias digitais, no setor de programação, trabalham 15 mulheres e 12 homens. Nesse caso, dizemos que a razão entre a quantidade de mulheres e a quantidade de homens nesse setor é:

$$15 : 12 = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

Nessa situação, a razão $\frac{5}{4}$ significa que, a cada 5 mulheres, há 4 homens no setor.

Equipe de mulheres escrevendo um algoritmo computacional.

Sejam a e b dois números reais, com $b \neq 0$. A razão entre a e b é o quociente de a por b, ou seja, $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

No setor administrativo da mesma empresa, trabalham 10 mulheres e 8 homens. Sabendo disso, segue que a razão entre a quantidade de mulheres e homens do setor é:

$$10 : 8 = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

Analisando os cálculos, verificamos que as razões entre as quantidades de mulheres e homens, tanto para o setor de programação quanto para o setor administrativo, são iguais. Portanto, as duas razões formam uma **proporção**, a qual indicamos por:

razão entre a quantidade de mulheres e homens do setor de programação

razão entre a quantidade de mulheres e homens do setor administrativo

$$\frac{15}{12} = \frac{10}{8}$$

Nesse caso, dizemos que 15 está para 12 assim como 10 está para 8.

Duas razões com termos não nulos, $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, formam uma proporção quando as frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são equivalentes, ou seja, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Nessa proporção, a e d são chamados de extremos e b e c são chamados de meios.

Agora, enunciaremos uma propriedade das proporções.

Propriedade fundamental das proporções: o produto dos meios, em uma proporção, é igual ao produto dos extremos.

- Os conteúdos abordados nesta unidade levam os estudantes a desenvolver as seguintes habilidades: **EF08MA04**, ao resolver e ao elaborar problemas envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais; **EF08MA12**, ao identificar a natureza da variação de duas grandezas, direta e inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representando-a no plano cartesiano; e **EF08MA13**, ao resolver e ao elaborar problemas que envolvem grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de diversas estratégias.
- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que, em duplas, determinem a razão entre a quantidade de homens e mulheres que trabalham no setor de programação dessa empresa. Para isso, escreva na lousa a situação apresentada no início do tópico. Depois, siga com as explicações que constam no livro.

Acompanhe alguns exemplos.

Exemplo 1. Qual é o valor de x para que a razão $\frac{x}{3}$ forme uma proporção com a razão $\frac{8}{12}$? Para responder a essa pergunta, escrevemos a seguinte proporção.

$$\frac{x}{3} = \frac{8}{12}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, obtemos:

$$12x = 8 \cdot 3$$
$$12x = 24$$
$$x = \frac{24}{12} = 2$$

Portanto, para que a razão $\frac{x}{3}$ forme uma proporção com a razão $\frac{8}{12}$ é necessário que $x = 2$.

Exemplo 2. Quanto é 30% de R$ 250,00? Para responder a essa pergunta, escrevemos a seguinte proporção.

$$\frac{30}{100} = \frac{x}{250}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, obtemos:

$$100x = 30 \cdot 250$$
$$100x = 7\,500$$
$$x = \frac{7\,500}{100} = 75$$

Portanto, 30% de R$ 250,00 é igual a R$ 75,00.

Instrumentos e *softwares*

Calculando porcentagens no Calc

Planilhas eletrônicas, como o Calc, que faz parte do pacote gratuito LibreOffice, podem nos auxiliar nas construções de tabelas e gráficos de diferentes tipos.

As planilhas são divididas em linhas (indicadas por números) e colunas (indicadas por letras). O cruzamento entre uma linha e uma coluna é denominado célula. Por exemplo, a célula **B4** corresponde ao cruzamento da coluna **B** com a linha **4**.

Siga as orientações do professor e o passo a passo a seguir para determinar 26% de R$ 512,00.

1º Registre o número 512 na célula **A1**.

2º Na célula **B1** digite a fórmula **=A1*26%** e pressione **Enter**. Será exibida nela a porcentagem desejada.

	A	B	C	D
1	512	133,12		
2				
3				
4				
5				
6				

= A1*26%

SERGIO LIMA /ARQUIVO DA EDITORA

• A seção **Instrumentos e *softwares*** permite compreender e utilizar tecnologias digitais de informação e comunicação de maneira crítica na resolução de problemas cotidianos, favorecendo a aquisição da **Competência geral 5** e da **Competência específica de Matemática 5**. Além disso, ao abordar o assunto **porcentagem** associado às planilhas eletrônicas, o trabalho com a habilidade **EF08MA04** é favorecido.

• É possível desenvolver o trabalho com essa seção utilizando o programa Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha eletrônica, editores de textos, de apresentações, de desenhos e de banco de dados. Para fazer o *download* e instalar o programa, é necessário acessar o *site* indicado a seguir. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/. Acesso em: 2 jul. 2022.

• Caso seja conveniente, oriente os estudantes a realizar outras operações utilizando o Calc, como outras operações apresentadas nesta unidade. Assim, além de se familiarizarem com a ferramenta, eles ainda podem verificar, na prática, a importância e a utilidade desse tipo de ferramenta para a realização de vários cálculos parecidos.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **1**, os estudantes devem representar, por meio de frações, a razão entre duas grandezas. Aproveite o momento para ressaltar a ordem em que as grandezas aparecem na frase com a posição delas na fração (numerador e denominador).

O item **a** da atividade **1** cita *videogame*, assunto que se relaciona com as **culturas juvenis**. Nesse momento, pergunte aos estudantes se eles têm o hábito de jogar *videogame* e, se sim, de quais jogos eles mais gostam. Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **2**, oriente-os que, após a representação da razão, é possível simplificá-la para escrever sua interpretação. Se achar conveniente, aproveite para trabalhar outras razões equivalentes a essas.
- A atividade **3** requer que os estudantes identifiquem razões equivalentes, ou seja, proporções. Para isso, eles podem usar o **Princípio fundamental das proporções** ou, ainda, analisar se existe a mesma relação entre os numeradores e os denominadores de cada par de razões.
- A atividade **4** requer que sejam utilizados os conhecimentos referentes à proporção para a resolução do problema. Peça-lhes que efetuem os cálculos considerando também outras quantidades a cada 5 pessoas, como 1 ou 3. Depois, confira se eles efetuaram os cálculos corretamente.
- Na atividade **5**, o objetivo é que seja aplicado o Princípio fundamental das proporções. Em alguns itens, é necessário aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Caso seja necessário, revise essa propriedade na lousa com os estudantes. Por exemplo:

$5(x+3) = 5x + 15$

$12(2x+5) = 24x + 60$

- Para a realização da atividade **6**, os estudantes devem utilizar o Calc para o cálculo de porcentagem, o que aborda a habilidade **EF08MA04**. Se achar conveniente, retome as explicações da seção **Instrumentos e *softwares***, da página anterior.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Escreva em seu caderno uma razão que represente a frase de cada item.

a) Jogando *videogame*, Carla perdeu 3 partidas e ganhou 5.

b) Em uma apresentação de teatro, 74 pessoas pagaram meia-entrada e 118 pagaram a inteira.

c) Em um escritório, 7 pessoas preferem o ar-condicionado desligado e 10 preferem o aparelho ligado.

d) Para um projeto de Ciências, Mateus tirou 14 fotos de animais invertebrados e 5 de vertebrados. 1. Sugestão de respostas: a) $\frac{3}{5}$; b) $\frac{74}{118}$; c) $\frac{7}{10}$; d) $\frac{14}{5}$.

2. Em um dia de estudos, Rafael resolveu 27 questões de Português e 36 de Matemática.

a) Qual é a razão entre a quantidade de questões de Português e de Matemática resolvidas por ele? 2. a) Resposta: $\frac{3}{4}$.

b) Qual é o significado da razão que você escreveu no item **a**? 2. b) Resposta: Significa que a cada 3 questões resolvidas de Português, 4 de Matemática foram solucionadas.

3. Indique quais das razões a seguir formam uma proporção.

a) $\frac{20}{36}$ e $\frac{10}{19}$ **c)** $\frac{16}{65}$ e $\frac{18}{78}$ **e)** $\frac{30}{35}$ e $\frac{12}{14}$ **g)** $\frac{13}{7}$ e $\frac{39}{20}$

b) $\frac{28}{63}$ e $\frac{8}{18}$ **d)** $\frac{6}{15}$ e $\frac{10}{25}$ **f)** $\frac{24}{30}$ e $\frac{32}{38}$ **h)** $\frac{4}{3}$ e $\frac{56}{42}$

3. Resposta: Itens **b**, **d**, **e** e **h**.

4. Em uma excursão, a cada 5 pessoas, 2 são idosas. 4. Respostas: a) $\frac{2}{5}$; b) 18 idosos.

a) Qual é a razão entre a quantidade de pessoas idosas e de não idosas?

b) Sabendo que, ao todo, são 45 pessoas nessa excursão, quantas delas são idosas?

5. Efetue os cálculos e determine o valor de x nas seguintes proporções.

a) $\frac{5}{x} = \frac{18}{27}$ **d)** $\frac{6}{14} = \frac{45}{x}$ **g)** $\frac{x}{6} = \frac{x+5}{12}$

b) $\frac{5}{12} = \frac{35}{x+4}$ **e)** $\frac{8}{14} = \frac{x+3}{2x+2}$ **h)** $\frac{45}{10x-8} = \frac{15}{2x+2}$

c) $\frac{3}{x+2} = \frac{4}{5}$ **f)** $\frac{4x-3}{x+2} = \frac{3}{10}$

5. Respostas: a) $x = \frac{15}{2}$; b) $x = 80$; c) $x = \frac{7}{4}$; d) $x = 105$; e) $x = 13$; f) $x = \frac{36}{37}$; g) $x = 5$; h) $x = \frac{7}{2}$.

6. Utilizando o Calc, determine:

a) 18% de R$ 50,00. **c)** 38% de R$ 55,00. **e)** 80% de R$ 30,00

b) 22% de R$ 75,00. **d)** 55% de R$ 40,00.

6. Respostas: a) R$ 9,00; b) R$ 16,50; c) R$ 20,90; d) R$ 22,00; e) R$ 24,00.

7. Escreva em seu caderno uma proporção usando os números a seguir. Depois, justifique-a usando a propriedade fundamental das proporções.

$\boxed{8}$ $\boxed{17}$ $\boxed{24}$ $\boxed{51}$

7. Sugestão de resposta: $\frac{8}{17} = \frac{24}{51}$, pois $8 \cdot 51 = 17 \cdot 24 = 408$.

- Na atividade **7**, eles devem fazer tentativas e podem cometer erros, ações que fazem parte do processo de aprendizagem. Essa atividade contempla aspectos da **Competência específica de Matemática 3**, pois promove o sentimento de segurança quanto à própria capacidade de construir e de aplicar conhecimentos matemáticos.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Grandezas proporcionais

Há situações em que duas ou mais grandezas podem estar relacionadas de modo que podem ser diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

Grandezas diretamente proporcionais

Assim como medimos a temperatura de um ambiente, o comprimento de um dos lados de um terreno ou o volume de um objeto, podemos medir o consumo de energia elétrica de um eletrodoméstico. Para isso, utilizamos uma unidade de medida chamada **quilowatt-hora** (kWh).

No quadro a seguir, está apresentado o consumo médio aproximado de energia elétrica em um mês, em quilowatt-hora, de um forno elétrico, de acordo com a medida do tempo de uso diário.

Medida do tempo (h)	Consumo médio mensal (kWh)
1	15
2	30
3	45
4	60
...	...

Analisando as informações, verificamos que o consumo de energia elétrica do forno varia de acordo com a medida do tempo de uso. Ao dobrarmos a medida do tempo de uso do forno elétrico, o consumo também dobra; ao triplicarmos a medida do tempo de uso do forno, o consumo também triplica; ao reduzirmos a medida do tempo de uso à metade, o consumo será igualmente reduzido à metade; e assim por diante. Nesse caso, dizemos que as grandezas tempo e consumo médio são **diretamente proporcionais**.

Com base nisso, a razão entre as medidas correspondentes às grandezas consumo médio e tempo é constante, ou seja:

$$\frac{15}{1} = \frac{30}{2} = \frac{45}{3} = \ldots = 15$$

Indicando por x e y, respectivamente, a medida do tempo de uso diário e o consumo médio mensal, podemos escrever:

$$\frac{y}{x} = 15 \quad \text{ou} \quad y = 15x$$

Para determinar o consumo mensal do forno elétrico com tempo de uso diário medindo 5 h, por exemplo, basta substituir x por 5 em $y = 15x$.

$$y = 15 \cdot 5 = 75$$

Portanto, o consumo mensal do forno elétrico com uso de 5 h por dia é 75 kWh.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado às **grandezas diretamente proporcionais**. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando que resgatem o conhecimento prévio sobre o assunto e, assim, tornando o estudo mais significativo.
- Se achar conveniente, pergunte se eles conhecem outros exemplos em que duas grandezas são diretamente proporcionais, como o preço de um produto e a quantidade de unidades compradas.

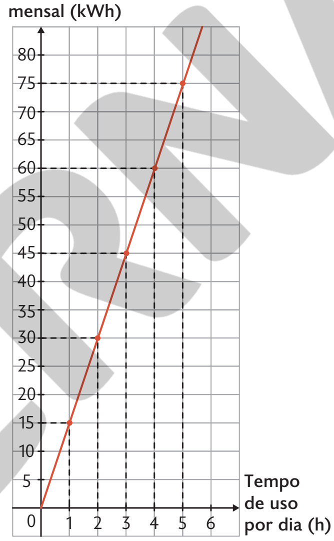
• Para responder à questão **1**, os estudantes podem analisar o comportamento do gráfico e utilizar a relação apresentada anteriormente, ($y = 15x$), substituindo x por 8. Ao resolver esse problema, identificando a natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais expressadas por meio de sentença algébrica e representada no plano cartesiano, abordam-se as habilidades **EF08MA12** e **EF08MA13**.

Sejam x e y valores não nulos de duas grandezas diretamente proporcionais. Nesse caso, existe uma constante k, tal que $\frac{y}{x} = k$ ou $y = k \cdot x$.

Questão 1. Em seu caderno, determine quantos quilowatts-hora o forno elétrico consome em um mês se ficar ligado por 8 h diariamente. Questão 1. Resposta: 120 kWh.

Agora, vamos representar a relação entre as grandezas da situação da página anterior em um gráfico. Para isso, inicialmente, atribuímos valores para x, na sentença $y = 15x$, e calculamos os valores correspondentes para y. Desse modo, obtemos pares ordenados e os marcamos no plano cartesiano.

x	$y = 15x$	(x, y)
1	$y = 15 \cdot 1 = 15$	(1, 15)
2	$y = 15 \cdot 2 = 30$	(2, 30)
3	$y = 15 \cdot 3 = 45$	(3, 45)
4	$y = 15 \cdot 4 = 60$	(4, 60)
5	$y = 15 \cdot 5 = 75$	(5, 75)



VINÍCIUS COSTA /ARQUIVO DA EDITORA

Os pontos marcados no plano sugerem uma reta. Ao considerarmos que x pode assumir valores reais maiores do que zero, obtemos o gráfico ao lado.

Atenção!
O ponto (0, 0) não pertence ao gráfico apresentado.

Grandezas inversamente proporcionais

Para realizar a colheita de laranja, 2 trabalhadores levam 24 dias. Se esse mesmo trabalho for realizado por 4 pessoas, será concluído em 12 dias.

De acordo com as informações, temos:

	Quantidade de trabalhadores	Quantidade de dias	
· 2	2	24	: 2
	4	12	


MARCO OSSINO/SHUTTERSTOCK

Trabalhadores na colheita de laranja.

Analisando essas informações, percebemos que a quantidade de dias necessários para a colheita varia de acordo com a quantidade de trabalhadores, de modo que, ao dobrarmos a quantidade de trabalhadores, a quantidade de dias é reduzida à metade; ao reduzirmos à metade a quantidade de trabalhadores, dobra-se a quantidade de dias; e assim por diante. Nesse caso, dizemos que as grandezas quantidade de dias e total de trabalhadores são **inversamente proporcionais**.

Desse modo, o produto entre as medidas correspondentes às grandezas quantidade de trabalhadores e quantidade de dias é constante.

$$2 \cdot 24 = 4 \cdot 12 = 48$$

Indicando por x e y, respectivamente, a quantidade de trabalhadores e a quantidade de dias, podemos escrever:

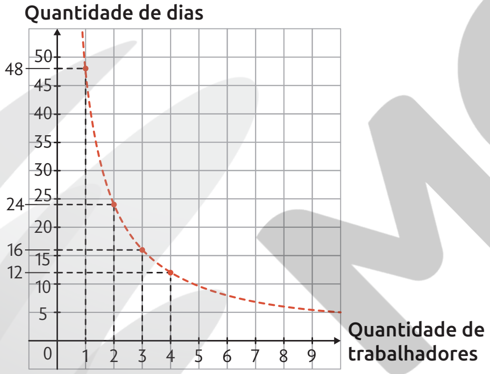
$$x \cdot y = 48 \quad \text{ou} \quad y = \frac{48}{x}$$

Sejam x e y valores não nulos de duas grandezas inversamente proporcionais. Nesse caso, existe uma constante k, tal que $y \cdot x = k$ ou $y = \frac{k}{x}$.

Agora, vamos representar a relação entre essas grandezas em um gráfico. Para isso, inicialmente, atribuímos valores para x e calculamos os valores correspondentes para y. Desse modo, obtemos pares ordenados.

x	$y = \frac{48}{x}$	(x, y)
1	$y = \frac{48}{1} = 48$	(1, 48)
2	$y = \frac{48}{2} = 24$	(2, 24)
3	$y = \frac{48}{3} = 16$	(3, 16)
4	$y = \frac{48}{4} = 12$	(4, 12)

Ao representarmos esses pares ordenados no plano cartesiano, obtemos:



VINÍCIUS COSTA /ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!
Ao considerarmos que x pode assumir valores reais maiores do que zero, obtemos a curva representada pela linha tracejada no gráfico ao lado.

- Antes de apresentar o conteúdo do tópico **Grandezas inversamente proporcionais**, verifique o conhecimento dos estudantes com relação a esse assunto. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando que resgatem o conhecimento prévio sobre o assunto e, assim, tornando o estudo mais significativo.
- Pergunte se eles conhecem outros exemplos em que duas grandezas são inversamente proporcionais, como a medida da velocidade de um automóvel e a medida de tempo para percorrer determinada distância, em que, quanto maior for a medida da velocidade, menor será o tempo para percorrer essa medida de distância.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página e tendo abordado o que são grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado às **grandezas não proporcionais**. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando que resgatem o conhecimento prévio sobre o assunto, tornando o estudo mais significativo.

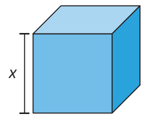
• Faça com os estudantes uma lista de grandezas que não se relacionam proporcionalmente. Exemplo: a idade de uma pessoa e a medida de comprimento do seu pé.

Grandezas não proporcionais

Nos tópicos anteriores estudamos grandezas proporcionais. Porém, há situações em que trabalhamos com **grandezas não proporcionais**, como é o caso do tempo de duração de um filme e a quantidade de público dele.

Vamos analisar uma situação envolvendo grandezas não proporcionais. Para isso, considere um cubo cujo comprimento da aresta mede x, com $x \geq 1$. Sabemos que a medida de seu volume y é igual ao cubo da medida do comprimento de sua aresta x, ou seja:

$$y = x^3$$



Agora, vamos representar a relação entre essas grandezas em um gráfico. Para isso, inicialmente, atribuímos valores para x e calculamos os valores correspondentes para y. Desse modo, obtemos pares ordenados.

x	$y = x^3$	(x, y)
1	$y = 1^3 = 1$	(1, 1)
2	$y = 2^3 = 8$	(2, 8)
3	$y = 3^3 = 27$	(3, 27)
4	$y = 4^3 = 64$	(4, 64)

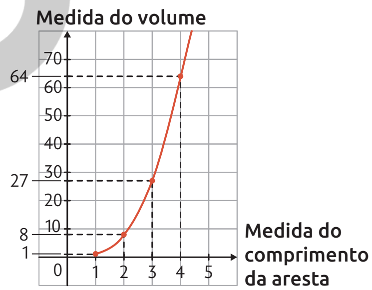
Atenção!

Note que a razão e o produto entre as medidas correspondentes às grandezas volume e comprimento da aresta não são constantes.

$$\frac{1}{1} \neq \frac{8}{2} \neq \frac{27}{3} \neq \frac{64}{4} \quad \text{e} \quad 1 \cdot 1 \neq 8 \cdot 2 \neq 27 \cdot 3 \neq 64 \cdot 4$$

Portanto, essas grandezas não são diretamente nem inversamente proporcionais.

Como a medida do comprimento desse cubo pode assumir qualquer valor real maior ou igual a 1, ao representarmos a relação entre essas grandezas obtemos a curva apresentada a seguir.



ILUSTRAÇÕES: VINÍCIUS COSTA /ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

8. Em cada item, verifique se as grandezas são proporcionais entre si.

a) Em uma fábrica, certa máquina produz 98 peças em 2 h de funcionamento e 196 peças em 4 h.

b) Aos 14 anos de idade, a altura de Regina media 1,57 m, e aos 26 anos, 1,77 m.

c) Em certo supermercado, 1 pacote de açúcar de 1 kg de determinada marca custa R$ 2,60 e o pacote de 2 kg custa R$ 5,10.

d) Uma impressora industrial imprime certa quantidade de panfletos em 6 h. Três impressoras iguais a ela imprimem a mesma quantidade em 2 h.

8. Respostas: a) Sim; b) Não; c) Não; d) Sim.

9. Verifique em cada item se as grandezas são proporcionais. Caso sejam, classifique-as em direta ou inversamente proporcionais.

a) O tempo de uma partida de futebol e a quantidade de gols marcados por uma das equipes. 9. a) Resposta: Não são proporcionais.

b) O tempo gasto para pintar uma casa e a quantidade de pintores, trabalhando no mesmo ritmo. 9. b) Resposta: São inversamente proporcionais.

c) O tempo de uma viagem e a velocidade média desenvolvida no percurso.
9. c) Resposta: São inversamente proporcionais.

d) A massa de carne a ser comprada e o valor a ser pago.
9. d) Resposta: São diretamente proporcionais.

e) A duração de um filme e as dimensões do DVD.
9. e) Resposta: Não são proporcionais.

10. Junte-se a um colega e identifiquem as afirmações verdadeiras.

Atenção! No item **a**, considere aulas com medidas de tempo iguais.

a) O tempo da aula e a quantidade de aulas são grandezas diretamente proporcionais.

b) Um médico receita a uma pessoa tomar 3 comprimidos por dia. A quantidade de comprimidos e a quantidade de dias são grandezas inversamente proporcionais.

c) Se um bebedouro enche 1 copo em 25 segundos, encherá 3 copos de mesma medida de capacidade em 1 minuto.

d) A escala de um mapa indica que um centímetro do mapa representa 3 quilômetros no território real. A medida da distância no mapa e na realidade são grandezas diretamente proporcionais.

e) Se cada episódio de uma série tem 45 min, então 10 episódios terão 4 h 50 min.

10. Resposta: Alternativas **a** e **d**.

11. Luís tem uma plantação de soja e, após coletar informações, construiu o quadro a seguir relacionando a quantidade de colheitadeiras de mesmo modelo e a quantidade de dias que levam para colher a soja.

Quantidade de colheitadeiras	1	2	3	4
Quantidade de dias	24	12	8	6

a) Quantas colheitadeiras são necessárias para colher a soja em 8 dias?

b) As grandezas apresentadas no quadro são diretamente ou inversamente proporcionais?

11. Respostas: a) 3 colheitadeiras; b) Inversamente proporcionais.

- O objetivo da atividade **8** é reconhecer, em cada item, se há proporcionalidade entre as grandezas apresentadas. Explore o item **c** perguntando o que poderia ser mudado nos valores apresentados para que as grandezas se tornassem proporcionais.
- Na atividade **9**, os estudantes devem verificar se as grandezas apresentadas são proporcionais e, em caso positivo, devem classificá-las em direta ou inversamente proporcionais. Aproveite para pedir a eles que escolham um dos itens em que haja proporcionalidade e elaborem um problema com base nele. Em seguida, peça-lhes para trocar de problema com um colega e resolvê-lo, verificando, ao final, se o colega resolveu o problema corretamente.
- Aproveite o fato de a atividade **10** ser proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos, de compreender e de aceitar as necessidades e as limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles a respeito do combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. É possível obter informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

Além disso, é possível contemplar a **Competência específica de Matemática 8** ao interagir com seus pares para identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada atividade.

- A atividade **11** requer que a turma resolva problemas que envolvam grandezas inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas, abordando a habilidade **EF08MA13**. Peça-lhes que analisem os números do quadro e pergunte o que acontece com a quantidade de dias cada vez que aumentamos uma unidade de colheitadeiras. Espera-se que eles notem que uma colheitadeira leva 24 dias, duas colheitadeiras levam $\frac{1}{2}$ da quantidade de dias (12), três colheitadeiras levam $\frac{1}{3}$ (8), e assim por diante.

- Na atividade **12**, os estudantes podem investigar os números do quadro para verificar que as grandezas são diretamente proporcionais. Aproveite para lembrá-los como é calculada a medida da área de triângulos. Peça-lhes que compartilhem as estratégias utilizadas para chegar às respostas.
- Tire melhor proveito da atividade **13** pedindo aos estudantes para tentar responder ao item **c** usando o gráfico.
- Aproveite o fato de a atividade **14** ser proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos, de compreender e de aceitar as necessidades e as limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles a respeito do combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.
- A atividade **15** propõe uma situação do cotidiano que envolve grandezas não proporcionais. Oriente-os a comparar os gráficos cujas expressões são do tipo $y = ax$ e $y = ax + b$, fazendo-os perceber que os do tipo $y = ax$ são os que representam situações proporcionais. Assim, desenvolve-se a habilidade **EF08MA12**.
- Na atividade **16**, ao elaborar e resolver problemas dada uma relação entre duas grandezas, eles desenvolvem aspectos da **Competência específica de Matemática 6** por enfrentar situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressando suas respostas e sintetizando conclusões. Além disso, em razão de exercitar a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, o trabalho com as **Competências gerais 2** e **9** é favorecido.

12. Usando um programa de computador, Amanda fez um triângulo com a medida do comprimento da base fixa e analisou a medida da área em relação à medida do comprimento da altura.

Medida da área (em cm²)	Medida do comprimento da altura (em cm)
26	13
39	*a*
65	32,5
b	65

a) Determine os valores de *a* e *b* indicados no quadro.

b) As grandezas no quadro são diretamente ou inversamente proporcionais? 12. Respostas: a) $a = 19,5$ e $b = 130$; b) Diretamente proporcionais.

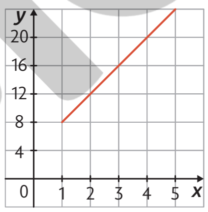
13. Em um mercado, 1 kg de limões custa R$ 4,00.

a) Considere *y* o preço pago por quilograma de limões e *x* a medida de massa, em quilogramas, de limões. Determine a seguir a fórmula que representa a relação entre essas grandezas.

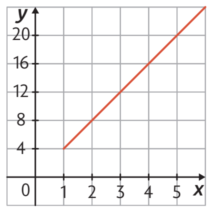
$y = 1 + 4x$	$y = x + 4$
$y = 4x$	$y = 4x + 4$

b) Qual dos gráficos representa a fórmula que você indicou no item **a**, para *x* maior ou igual a 1?

A.



B.



c) Se uma pessoa comprar 1,5 kg de limões, quanto vai pagar?

13. Respostas: a) $y = 4x$; b) Alternativa **B**; c) R$ 6,00.

14. Junte-se a um colega e determinem a fórmula que representa a relação entre as grandezas em cada item. Depois, em uma folha quadriculada, representem a relação entre essas grandezas graficamente.

a) Certa máquina embala 600 produtos em 1 minuto. Duas máquinas iguais a essa embalam 1200 produtos em 1 minuto.

b) Em uma página de um livro cabem 500 palavras. Em 10 páginas desse mesmo livro cabem 5 000 palavras.

14. Respostas na seção **Resoluções**.

15. Além do valor fixo de R$ 4,00, um estacionamento cobra mais R$ 1,50 por hora de permanência.

a) As grandezas são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais?

15. a) Resposta: Não proporcionais.

b) Determine a fórmula que representa a relação entre essas grandezas.

15. b) Resposta: $y = 4 + 1,5x$.

c) Qual é a quantia paga por uma pessoa que permaneceu 5 horas nesse estacionamento? 15. c) Resposta: R$ 11,50.

d) Em uma malha quadriculada, construa um gráfico para representar a relação entre essas grandezas.

15. d) Resposta na seção **Resoluções**.

16. Em uma plantação, são colhidos 420 tomates por hora. Considerando essas informações, **elabore** um problema. Em seguida, resolva-o.

16. Resposta pessoal.

66

Atividade a mais

Ao analisar um mapa, o geógrafo verificou que a escala é 1 : 2 000 000, ou seja, cada 1 cm do mapa corresponde a 2 000 000 cm (20 km) do terreno real. Dois pontos, no mapa, estão a uma medida de distância de 6,5 cm. Qual é a medida da distância real entre eles?

Resolução e comentários

Podemos escrever a relação proporcional do problema da seguinte maneira.

$$\frac{1}{2\,000\,000} = \frac{6,5}{x} \text{ ou } \frac{1}{20} = \frac{6,5}{x}$$

$x = 13\,000\,000$ cm ou $x = 130$ km

Portanto, a medida da distância real é 13 000 000 cm ou 130 km.

Regra de três simples

Para resolver situações-problema envolvendo **grandezas proporcionais**, podemos utilizar um método chamado **regra de três**.

Regra de três simples e grandezas diretamente proporcionais

Analise na tabela a seguir o consumo médio aproximado de energia elétrica em um mês, em quilowatt-hora (kWh), de alguns eletrodomésticos de acordo com a medida de tempo de uso por dia.

Consumo médio aproximado de energia elétrica em um mês – março 2022

Aparelho	Medida de tempo de uso por dia	Consumo médio mensal (kWh)
Ar-condicionado	8 h	129
Chuveiro	30 min	72
Computador	8 h	15
Micro-ondas	20 min	14
Televisor	5 h	12

Fonte de pesquisa: PROCELINFO. Disponível em: http://www.procelinfo.com.br/main.asp?View=%7BE6BC2A5F-E787-48AF-B485-439862B17000%7D. Acesso em: 29 mar. 2022.

De acordo com os dados da tabela, quantos quilowatts-hora um televisor consome em um mês se ficar ligado diariamente durante 16 horas?

Note que o tempo de uso por dia e o consumo de energia elétrica de um aparelho são **grandezas diretamente proporcionais**, pois ao dobrarmos a medida do tempo de uso do televisor, o consumo também dobrará; ao triplicarmos a medida do tempo de uso, o consumo também triplicará; e assim por diante.

Portanto, para responder à questão anterior, podemos usar a **regra de três simples** envolvendo grandezas diretamente proporcionais. Para isso, organizamos as informações, como mostrado ao lado.

Medida de tempo de uso por dia (h)	Consumo médio mensal (kWh)
5	12
16	x

Escrevemos uma **proporção** com essas informações e a resolvemos.

$$\frac{5}{16} = \frac{12}{x}$$
$$5 \cdot x = 12 \cdot 16$$
$$5x = 192$$
$$x = \frac{192}{5}$$
$$x = 38{,}4$$

Portanto, o televisor vai consumir em média 38,4 kWh em um mês se ficar ligado diariamente durante 16 h.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes com relação à **regra de três** e às grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando que resgatem o conhecimento prévio sobre o assunto, tornando o estudo mais significativo.
- Explique a eles que, quando duas grandezas variam sempre na mesma razão, dizemos que elas são diretamente proporcionais, e, quando uma grandeza varia sempre na razão inversa da outra, dizemos que elas são grandezas inversamente proporcionais.
- Analise a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a quantidade de quilowatt-hora que um televisor consome em um mês se ficar ligado, diariamente, durante 16 h. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Em seguida, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações descritas no livro.

Algo a mais

• No artigo referenciado a seguir, o autor explora a aplicação do conceito de proporcionalidade no estudo de áreas, com o objetivo de desenvolver, por meio do ensino de proporcionalidade, a compreensão das relações quantitativas do trabalho agrícola e sua aplicação em áreas cultiváveis.

PARRA, Francisco Roberto. Aplicação de proporção no estudo de áreas cultiváveis. *In*: GOVERNO DO PARANÁ. Secretaria da Educação e do Esporte. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE, 2013*. Curitiba: SEED/PR., 2016. v. 2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_artigo_francisco_roberto_parra.pdf. Acesso em: 20 jun. 2022.

Acompanhe agora uma situação envolvendo porcentagem, que pode ser resolvida por meio de uma regra de três.

Em uma viagem que realizou, Gabriel gastou no total o valor de R$ 1590,00. Dessa quantia, R$ 477,00 foram destinados à hospedagem. Que porcentagem corresponde ao custo da hospedagem em relação ao total gasto na viagem?

Considerando o total como 100%, podemos construir o quadro a seguir.

Valor gasto (R$)	Porcentagem (%)
1590	100
477	?

Representando por x a porcentagem correspondente aos gastos com a hospedagem, podemos escrever e resolver a seguinte proporção.

$$\frac{1590}{477} = \frac{100}{x}$$
$$1590 \cdot x = 477 \cdot 100$$
$$1590x = 47700$$
$$x = \frac{47700}{1590}$$
$$x = 30$$

Portanto, a despesa com hospedagem corresponde a 30% do gasto total da viagem.

Regra de três simples e grandezas inversamente proporcionais

Vamos usar a regra de três para resolver situações envolvendo **grandezas inversamente proporcionais**. Acompanhe a seguinte situação.

Com certa quantidade de ração, Leonardo alimenta 8 cabeças de gado durante 18 dias. Com a mesma quantidade de ração, ele alimenta 16 cabeças de gado por 9 dias.

De acordo com as informações, temos:

Quantidade de cabeças de gado	Quantidade de dias
8	18
16	9

$\cdot\, 2$ $:\, 2$

Atenção!

Nessa situação, considere que os animais comem sempre uma mesma porção de ração.

PAULO VILELA/SHUTTERSTOCK

Gado confinado sendo alimentado com uma ração balanceada.

Analisando essas informações, percebemos que a quantidade de dias que Leonardo consegue alimentar os animais com a ração que tem varia de acordo com a quantidade de cabeças de gado, de modo que, ao dobrarmos essa quantidade, o total de dias será reduzido à metade; ao reduzir à metade a quantidade de cabeças de gado, dobra-se a quantidade total de dias; e assim por diante. Então, o tempo que Leonardo consegue alimentar o gado com a ração disponível e a quantidade de cabeças de gado são **grandezas inversamente proporcionais**.

Nesse caso, $\frac{8}{16} \neq \frac{18}{9}$, pois $\frac{8}{16} = 0{,}5$ e $\frac{18}{9} = 2$.

Contudo, se invertermos uma das frações, obtemos uma proporção.

$\frac{8}{16} = \frac{9}{18}$, pois $\frac{8}{16} = 0{,}5$ e $\frac{9}{18} = 0{,}5$

$$\frac{8}{16} = \frac{9}{18}$$

$9 \cdot 16 = 144 \qquad 8 \cdot 18 = 144$

$9 \cdot 16 = 8 \cdot 18$

$\frac{16}{8} = \frac{18}{9}$, pois $\frac{16}{8} = 2$ e $\frac{18}{9} = 2$

$$\frac{16}{8} = \frac{18}{9}$$

$18 \cdot 8 = 144 \qquad 16 \cdot 9 = 144$

$18 \cdot 8 = 16 \cdot 9$

Durante quantos dias Leonardo pode alimentar 4 cabeças de gado com essa quantidade de ração?

Para responder a essa questão, vamos considerar x a quantidade de dias e organizar as informações da seguinte maneira.

Quantidade de cabeças de gado	Quantidade de dias
8	18
4	x

Como as grandezas são inversamente proporcionais, invertemos uma das razões e escrevemos uma proporção.

$$\frac{8}{4} = \frac{x}{18} \quad \text{ou} \quad \frac{4}{8} = \frac{18}{x}$$

Em seguida, efetuamos os cálculos e determinamos o valor de x.

$$\frac{8}{4} = \frac{x}{18} \qquad \frac{4}{8} = \frac{18}{x}$$

$$x \cdot 4 = 8 \cdot 18 \qquad 4 \cdot x = 18 \cdot 8$$

$$4x = 144 \qquad 4x = 144$$

$$x = \frac{144}{4} \qquad x = \frac{144}{4}$$

$$x = 36 \qquad x = 36$$

Portanto, Leonardo pode alimentar 4 cabeças de gado durante 36 dias com a mesma quantidade de ração.

- Analise a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular por quantos dias Leonardo pode alimentar 4 cabeças de gado com a mesma quantidade de ração. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, siga com as explicações encontradas no livro.
- Verifique se eles perceberam que ambas as proporções obtêm o mesmo resultado.

• A atividade **17** requer que os estudantes descubram qual é a proporcionalidade entre os números da primeira e os números da segunda linha do quadro. Há diversas estratégias que eles podem utilizar. Aproveite para discuti-las com a turma, estabelecendo diálogo, respeito ao colega e oportunizando a exposição de ideias, o que favorece o desenvolvimento das **Competências gerais 2**, **7** e **9**.

• A atividade **18** tem por objetivo que os estudantes obtenham o valor de uma incógnita em proporções diretas e inversas. Ressalte a necessidade de inverter uma das razões quando a proporção for inversamente proporcional.

• A atividade **19** permite abordar o tema contemporâneo transversal **Educação para o consumo**. Promova uma conversa com a turma, a fim de alertá-los sobre o consumo consciente de energia elétrica. Uma ótima atividade para complementar o tema é calcular o consumo de energia elétrica das suas próprias residências ou de alguns aparelhos. Para isso, eles podem identificar as informações de consumo que constam nos próprios eletrodomésticos e fazer uma estimativa de quanto tempo ficam ligados diariamente. Depois, realize um debate a respeito do consumo consciente de energia elétrica. Peça-lhes que deem opiniões e registrem no caderno as conclusões a que chegarem. Com a finalidade de que todos tenham acesso aos registros, proponha a leitura oral dessas conclusões ou a apresentação delas em um painel.

• A atividade **20** tem por objetivo resolver o problema de contexto cotidiano envolvendo grandezas diretamente proporcionais. Para tirar melhor proveito dessa atividade, altere a medida de massa no item **a** e a medida de capacidade no item **b** e peça-lhes que façam novos cálculos considerando esses valores.

• A atividade **21** requer a escrita das grandezas apresentadas em forma de proporção direta. Ressalte a atenção às transformações de unidades de medida de massa. Explique-lhes que, no caso de balas, não faz sentido responder com um número decimal e, por isso, usamos uma **aproximação**.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

19. Respostas: a) Aproximadamente 7 kWh; b) Aproximadamente 96,8 kWh; c) Aproximadamente 42 kWh; d) Aproximadamente 216 kWh.

17. Os números que estão na linha **A** são diretamente proporcionais aos que estão na linha **B**. Determine o número que corresponde a cada figura representada. 17. Resposta: ▲: 3,75, ■: 48 e ●: 11,5.

A	▲	7,5	12	●
B	15	30	■	46

18. Calcule o valor de x nos itens a seguir, sabendo que **A** e **B** são grandezas diretamente proporcionais e que **C** e **D** são inversamente proporcionais.

a)

A	B
7	x
56	104

b)

C	D
7	x
56	104

c)

A	B
x	5
21	7

d)

C	D
30	54
x	20

e)

C	D
8	21
14	x

18. Respostas: a) $x = 13$; b) $x = 832$; c) $x = 15$; d) $x = 81$; e) $x = 12$.

19. **Junte-se** a um colega e, de acordo com as informações da tabela apresentada no tópico **Regra de três simples e grandezas diretamente proporcionais**, calculem o consumo médio de energia elétrica em um mês, em quilowatt-hora, em cada situação a seguir.

a) Um televisor ligado todos os dias durante 3 horas.

b) Um aparelho de ar-condicionado ligado todos os dias durante 6 horas.

c) Um micro-ondas ligado durante 1 hora em cada dia do mês.

d) Um chuveiro ligado durante 1 h 30 min em cada dia do mês.

20. Renato é criador de bovinos e deve aplicar um medicamento para o controle de uma doença. De acordo com o fabricante, para cada 50 kg do animal, deve ser aplicado 1 mL do medicamento.

a) Em um animal com 450 kg, quantos mililitros de medicamento devem ser aplicados?

b) Um animal que recebeu a aplicação de 5,5 mL do medicamento tem quantos quilogramas?

20. Respostas: a) 9 mL; b) 275 kg.

ALF RIBEIRO/SHUTTERSTOCK

Homem aplicando medicamento em um bezerro.

21. Bruno compra sacos com 1 kg de bala e as empacota em saquinhos com 6 balas cada um para revendê-las.

Sabendo que um saquinho tem em média 55 g, aproximadamente quantas balas há em um saco de 1 kg?

21. Resposta: Aproximadamente 109 balas.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **19**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

26. Resposta: 12 dias.

22. A cana-de-açúcar é matéria-prima de diversos produtos, como o etanol.

Para obter 70 L de etanol, são necessários aproximadamente 1000 kg de cana-de-açúcar.

a) Aproximadamente quantos litros de etanol podem ser produzidos com 2 500 kg de cana-de-açúcar?

22. Resposta: a) Aproximadamente 175 L.

b) Aproximadamente quantos quilogramas de cana-de-açúcar são necessários para produzir 35 L de etanol?

22. Resposta: b) Aproximadamente 500 kg.

23. Para limpar um salão de festas, Letícia contratou 3 pessoas. Elas levaram 6 h para limpá-lo. Se Letícia contratasse 1 pessoa a mais, em quantas horas elas realizariam esse serviço, trabalhando no mesmo ritmo?

23. Resposta: Em 4 h 30 min.

24. Para colher as laranjas de um pomar, foram necessárias 15 pessoas trabalhando durante 7 dias. Quantas pessoas, trabalhando no mesmo ritmo, seriam necessárias para colher essas frutas em 5 dias?

24. Resposta: 21 pessoas.

25. Marilda recebeu uma encomenda para preparar 1850 salgados. Trabalhando ela e mais 3 funcionários, foi possível terminar a encomenda em 3 dias.

a) Para que Marilda terminasse a encomenda em 1 dia, quantos funcionários ela deveria contratar a mais, considerando o mesmo ritmo de trabalho?

b) Se Marilda contratasse mais 2 funcionários, em quantos dias finalizaria a encomenda, considerando o mesmo ritmo de trabalho?

25. Respostas: a) 8 funcionários; b) 2 dias.

26. Em uma editora, trabalham 9 digitadores. Trabalhando juntos durante o mesmo período diariamente, eles digitam certo material em 20 dias. Contratando mais 6 digitadores, em quantos dias todos finalizariam o material, considerando o mesmo ritmo de trabalho?

31. Resposta: R$ 173,00.

27. (**Enem-2013**) Uma torneira não foi fechada corretamente e ficou pingando, da meia-noite às seis horas da manhã, com a frequência de uma gota a cada 3 segundos. Sabe-se que cada gota de água tem volume de 0,2 mL.

Qual foi o valor mais aproximado do total de água desperdiçada nesse período, em litros? 27. Resposta: Alternativa **c**.

a) 0,2
b) 1,2
c) 1,4
d) 12,9
e) 64,8

28. Para encher uma caixa-d'água com medida de capacidade de 980 L, Bernardo comprou um equipamento que bombeia 35 L de água a cada 45 s.

a) Quantos minutos o equipamento vai levar para encher totalmente a caixa?

b) Se o equipamento ficar ligado durante 18 min, quantos litros de água vai bombear?

28. Respostas: a) 21 min; b) 840 L.

29. Em um depósito foram colocadas lado a lado, sem empilhar, 54 caixas com formato cúbico cujas dimensões medem 1 m. Depois de um tempo, elas foram substituídas por outras, também de formato cúbico, mas com dimensões medindo 1,5 m. Quantas caixas com as dimensões medindo 1,5 m cabem nesse depósito?

29. Resposta: 24 caixas.

30. Fábio comprou um jogo em promoção e recebeu um desconto de R$ 9,90, que corresponde a 15% do preço sem desconto. Qual é o preço desse jogo sem o desconto? Quantos reais Fábio pagou nessa compra?

30. Respostas: R$ 66,00; R$ 56,10.

31. Eduardo pagou R$ 185,11 por uma conta atrasada com acréscimo de 7% de multa. Qual seria a quantia paga por ele se a conta não tivesse o acréscimo?

27. Professor, professora: Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra medida na atividade **27**. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **volume** indica a medida do volume.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **22** e **27**, verifique a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• A atividade **22** requer a resolução de um problema do cotidiano que envolve grandezas diretamente proporcionais, em que esse contexto permite a discussão dos temas contemporâneos transversais **Educação ambiental** e **Educação para o consumo**. Para isso, leve os estudantes a refletir a respeito da utilidade dos meios de transportes e das consequências do uso de alguns deles para o meio ambiente, por exemplo.

• As atividades **23**, **24**, **25** e **26** envolvem grandezas inversamente proporcionais. Incentive a diversificação de estratégias, como o uso de quadros para organizar os dados. Se achar conveniente, separe-os em grupos para que possam conversar e compartilhar as estratégias utilizadas.

• Diga a eles que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra "medida" na atividade **27**. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **volume** indica a medida do volume. Aproveite essa atividade para discutir os temas contemporâneos transversais **Educação para o consumo** e **Educação ambiental**, conscientizando-os quanto ao cuidado com vazamentos e com o uso irresponsável da água.

• A atividade **28** exige a atenção com as unidades de medida de tempo, pois elas devem ser transformadas. Aproveite para fazer uma revisão sobre as unidades de medida de tempo e suas relações.

• Na atividade **29**, pergunte aos estudantes "quanto cabe?", pois ela os levará a refletir a respeito da ideia principal de **medir**. Além disso, explique-lhes que uma estratégia é calcular a medida da área da base das duas caixas e utilizar a proporção para determinar quantas caixas com dimensões de 1,5 m caberão na mesma superfície das 54 caixas com dimensões de 1 m.

• As atividades **30** e **31** envolvem cálculos de porcentagem. Mostre-lhes a importância de conhecer bem esse tipo de cálculo para analisar situações do dia a dia, como aquelas em que podemos ganhar descontos nas compras de produtos. Essas atividades favorecem a aquisição da habilidade **EF08MA04**.

• Ao elaborar e resolver os problemas das atividades **32** e **35**, os estudantes são capazes de desenvolver aspectos da **Competência específica de Matemática 6** por enfrentar situações-problema, incluindo situações imaginárias, expressando suas respostas e sintetizando suas conclusões. Além disso, em razão de exercitar a curiosidade intelectual, a empatia, o diálogo, a cooperação e a resolução de conflitos, o trabalho com as **Competências gerais 2** e **9** é favorecido.

• Para complementar o trabalho com a atividade **33**, peça-lhes que calculem mentalmente quantas voltas completas a engrenagem **1** dará se a engrenagem **3** der 18 voltas. Verifique se eles obtiveram a resposta correta, que corresponde a 9 voltas.

• A atividade **34** aborda o tema contemporâneo transversal **Educação para o consumo**. Pergunte se eles conhecem quais hábitos podemos ter no dia a dia para economizar água. Se for preciso, diga para eles que podemos cronometrar a medida de tempo no banho, reaproveitar a água da máquina de lavar, utilizar balde em vez de mangueira para lavar o carro e deixar a torneira fechada enquanto escovamos os dentes (ou, até mesmo, usar um copo com água).

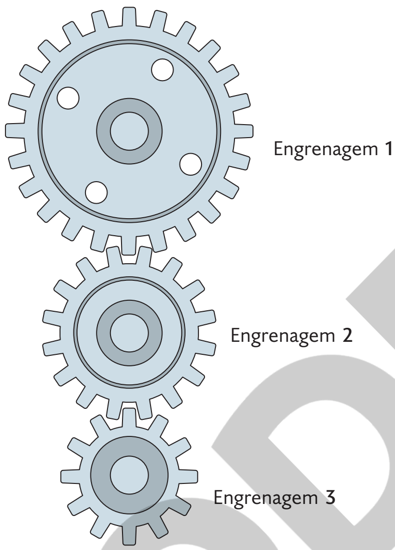
Desse modo, os estudantes são levados a desenvolver o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, fazendo observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, a organizar, a representar e a comunicar informações relevantes, o que aborda aspectos das **Competências específicas de Matemática 2** e **4**.

32. Para a informação a seguir, **elabore** no caderno o enunciado de um problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais. Depois, entregue-o para um colega resolver e verifique se a resposta dele foi correta. 32. Resposta pessoal.

Grandeza A	Grandeza B
7	77
15	x

33. No esquema a seguir, aparecem 3 engrenagens com tamanhos diferentes.

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA



Atenção!
Para resolver esta atividade, verifique quantos "dentes" tem cada engrenagem.

33. Respostas: a) 12 voltas; b) 21 voltas; 14 voltas.

a) Se a engrenagem **1** der 8 voltas completas, quantas voltas dará a engrenagem **2**?

b) Enquanto a engrenagem **3** dá 28 voltas completas, quantas voltas dá a engrenagem **2**? E a engrenagem **1**?

34. A água é indispensável para a vida. Apesar de a superfície terrestre ser coberta por 70% dela, apenas 1% dessa substância é própria para o consumo.

a) Uma torneira que despeja, em média, 16 L de água por minuto demora cerca de 7 h para encher um reservatório. 34. a) Respostas: 8 h; 28 L por minuto.

• Quantas horas essa torneira levaria para encher totalmente o mesmo reservatório, se despejasse, em média, 14 L por minuto?

• Para que o reservatório fique cheio em 4 h, em média quantos litros de água a torneira precisa despejar por minuto?

b) Faça uma pesquisa a respeito de atitudes que podem ser tomadas no dia a dia para economizar água.

c) Quais atitudes obtidas na pesquisa do item anterior você e seus familiares já costumam ter? Elenque outras ações semelhantes que podem ser executadas e compartilhe-as com os colegas e o professor.
34. c) Resposta pessoal.

35. Para cada informação a seguir, **elabore** no caderno o enunciado de um problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais. Em seguida, entregue-os para um colega resolver e verifique se as respostas obtidas estão corretas.
35. Respostas pessoais.

A.

Quantidade de funcionários	Quantidade de dias
3	12
x	4

B.

Medida da velocidade do automóvel (km/h)	Quantidade de horas de viagem
80	10
x	8

34. b) Resposta: Espera-se que o estudante diga para tomar banhos em menor tempo, não escovar os dentes com a torneira aberta, preferir varrer a calçada em vez de lavá-la, usar baldes para lavar automóveis em vez da mangueira, entre outras atitudes.

Metodologias ativas

• Para desenvolver o trabalho com a atividade **33**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Além disso, na atividade **34**, verifique a oportunidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**.

• Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, analise a viabilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**.

Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. b) Resposta: Significa que, para cada 3 esfirras de carne, havia 2 de queijo.

1. Lúcia comprou uma porção de esfirras para sua família, na qual havia 15 esfirras de carne e 10 de queijo.

a) Qual é a razão entre a quantidade de esfirras de carne e de queijo?

b) O que significa a razão que você escreveu no item **a**?

1. a) Resposta: $\frac{3}{2}$

2. Em um supermercado, a cada R\$ 50,00 em compras, o cliente ganha 3 fichas numeradas para participar de um sorteio.

a) Guilherme fez uma compra de R\$ 450,00 nesse supermercado. Quantas fichas ele ganhou?

b) Qual é a razão entre a quantidade de fichas para o sorteio e a quantia gasta no supermercado?

c) Qual é o valor mínimo que uma pessoa deve gastar para ganhar 18 fichas para o sorteio?

2. Respostas: a) 27 fichas; b) $\frac{3}{50}$; c) R\$ 300,00.

3. Classifique as grandezas em cada item como diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

a) A quantidade de livros disponíveis em uma biblioteca e o total de leitores que a visitam.

b) A área de um quintal e a quantidade de pisos iguais para cobrir o chão dele.

c) A quantidade de funcionários trabalhando no mesmo ritmo e a medida de tempo necessária para concluir o trabalho.

4. Sabendo que para fazer determinado bolo um confeiteiro usa 3 ovos, responda às questões a seguir.

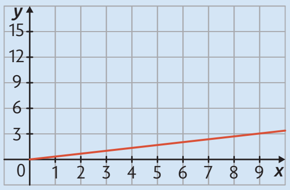
a) Considerando x o total de bolos e y a quantidade de ovos necessários para fazê-los, indique a sentença matemática que relaciona corretamente essas grandezas.

$\boxed{y = \frac{x}{3}}$ $\boxed{y = x + 3}$

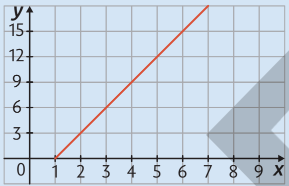
$\boxed{y = 3x}$ $\boxed{y = 3x + 3}$

b) Qual dos gráficos representa a fórmula que você indicou no item **a**, para x maior ou igual a 1?

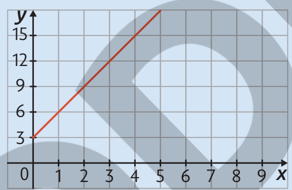
A.



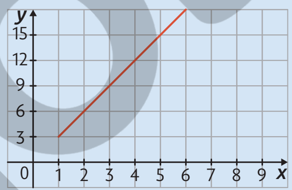
B.



C.



D.



ILUSTRAÇÕES: VINÍCIUS COSTA /ARQUIVO DA EDITORA

c) Em um dia, o confeiteiro utilizou 4 caixas com uma dúzia de ovos cada para fazer os bolos dessa receita. Quantos bolos ele fez?

3. Respostas: a) Não proporcionais; b) Diretamente proporcionais; c) Inversamente proporcionais.
4. Respostas: a) $y = 3x$; b) Gráfico **D**; c) 16 bolos.

1 e 2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam razão e compreendem o significado dela.

Como proceder

- Caso eles tenham dificuldade, retome as explicações da página **58** dizendo que a razão entre os números a e b, com $b \neq 0$, é dada por $\frac{a}{b}$ ou $a : b$.

3. Objetivo

- Conferir se os estudantes classificam grandezas como diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

Como proceder

- Se perceber que eles têm dificuldade, oriente-os a atribuir valores para cada grandeza.

4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam a expressão algébrica e o gráfico que a representa.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldade, oriente-os a atribuir valores para x de modo que percebam tratar-se de uma multiplicação por 3.

5. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem a situação-problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais e porcentagem.

Como proceder

- Caso tenham dificuldade, retome os conteúdos da página **61** e diga que, se aumentar a quantidade de postagens, a quantidade de fotos consequentemente aumentará.

6, 7, 8 e 9. Objetivo

- Conferir se os estudantes resolvem situações-problema utilizando regra de três.

Como proceder

- Verifique se eles têm dificuldade em identificar se as grandezas envolvidas em cada situação são direta ou inversamente proporcionais. Se achar necessário, retome as explicações das páginas **67** a **69**.

10. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem a situação-problema envolvendo regra de três e porcentagem.

Como proceder

- Oriente-os a construir um quadro para organizar as informações e analise se eles perceberam que R$ 217,70 corresponde a 70% e que o valor procurado é equivalente a 100%.

5. Das postagens que Fernanda faz em sua rede social, 75% são fotos. Sabendo disso, responda às questões a seguir.

a) Quais são as grandezas envolvidas?

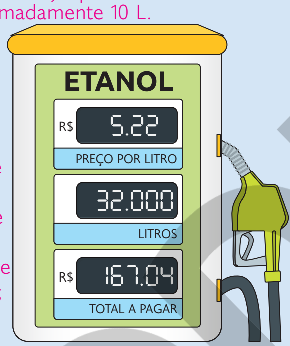
b) Se a porcentagem de fotos postadas se mantiver, as grandezas serão diretamente ou inversamente proporcionais?

c) Se Fernanda fez 228 postagens nessa rede social, quantas fotos ela postou?

5. Respostas: a) Quantidade de fotos e quantidade de postagens; b) Diretamente proporcionais; c) 171 fotos.

6. Vera tem um automóvel que consome aproximadamente 8 L de etanol a cada 100 km percorridos. Ela foi a um posto e abasteceu o automóvel com a quantidade de combustível indicada a seguir.

6. Respostas: a) Aproximadamente 472,5 km; b) Aproximadamente 10 L.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Antes do abastecimento, havia 5,8 L de etanol no tanque do carro. Aproximadamente quantos quilômetros o veículo de Vera poderá percorrer com o combustível que havia no tanque mais a quantidade colocada, sem abastecer o carro novamente?

b) Aproximadamente quantos litros de etanol o carro de Vera consome para percorrer 125 km?

7. Em uma loja, constatou-se que um funcionário leva, em média, 7 min para atender a 4 clientes. Quantos minutos ele levará para atender a 32 clientes, considerando o mesmo ritmo de atendimento?

7. Resposta: 56 min.

8. Para alimentar 2 cães de pequeno porte, Juliana utiliza certa quantidade de ração durante 30 dias. Por quantos dias ela poderia alimentar 5 cães desse porte com a mesma quantidade de ração, considerando que os animais comem sempre uma mesma porção de ração. 8. Resposta: 12 dias.

9. Os números que aparecem no quadro completam o enunciado do problema. Em uma folha de papel avulsa, reescreva-o com os números adequados e, em seguida, resolva-o.

Quantidade de operários	Quantidade de meses
4	9
x	6

Para construir sua casa, Anselmo contratou ■ operários. Com essa quantidade de trabalhadores, a casa ficou pronta em ■ meses. Para que a construção fosse finalizada em ■ meses, quantos operários Anselmo deveria ter contratado?

10. Todos os produtos de uma perfumaria estavam em promoção com 30% de desconto, Gilmar fez uma compra e pagou R$ 217,70. Qual seria o preço pago se os produtos não estivessem na promoção? 10. Resposta: R$ 311,00.

9. Resposta: Para construir sua casa, Anselmo contratou 4 operários. Com essa quantidade de trabalhadores, a casa ficou pronta em 9 meses. Para que a construção fosse finalizada em 6 meses, quantos operários Anselmo deveria ter contratado? Resposta: 6 operários.

UNIDADE

5 Estatística, contagem e probabilidade

ROKNE O/SHUTTERSTOCK

Mãos segurando dados que, geralmente, são utilizados para gerar resultados aleatórios em jogos.

Agora vamos estudar...

- variáveis estatísticas;
- distribuição de frequência;
- intervalos de classe;
- tabelas e gráficos;
- medidas de tendência central;
- amplitude;
- pesquisa estatística;
- contagem;
- probabilidade.

- A objetivo principal desta página é estabelecer relação entre a aleatoriedade e os estudos de probabilidade. Nesse caso, é apresentada a foto de alguns dados que são usados, por exemplo, em jogos de RPG. Aproveite esse recurso e pergunte aos estudantes se, ao lançar um dado, é possível saber com certeza qual será o resultado obtido. Deixe que exponham suas opiniões e peça-lhes que dissertem a respeito delas.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Para isso, obtenha as informações no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, reproduza um jogo de dardos e leve-o para a sala de aula. Promova uma dinâmica com eles organizando-os em grupos. Explique as regras do jogo e, depois, faça o seguinte questionamento: no lançamento de um dardo, que região do alvo tem menos chance de ser atingida?

As regras desse jogo estão disponíveis em: https://dmtoys.com.br/manuais/DM6128_manual.pdf. Acesso em: 22 jun. 2022.

Resolução e comentários

Espera-se que os estudantes percebam que, quanto menor for a medida da área de uma região, menor será a chance de atingi-la. Dessa maneira, ao lançar um dardo, a região com menor chance de ser atingida será o círculo central.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Classificar uma variável como quantitativa ou qualitativa.
- Reconhecer uma variável quantitativa em discreta ou contínua.
- Compreender a ideia de distribuição de frequência absoluta e relativa.
- Agrupar dados em intervalos de classe.
- Conhecer e calcular as medidas de tendência central (média, moda e mediana).
- Ler e interpretar informações expressas em tabelas e em gráficos de colunas (simples ou duplas), de linhas e de setores e em pictogramas.
- Construir tabela de distribuição de frequência contendo as frequências absoluta, relativa, acumulada e acumulada relativa.
- Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráfico (colunas, linhas, setores e pictogramas).
- Compreender as etapas de uma pesquisa estatística censitária ou amostral.
- Planejar e realizar uma pesquisa amostral.
- Resolver situações-problema que envolvam tabelas e gráficos.
- Determinar possibilidades por meio de árvore de possibilidades ou do quadro de possibilidades.
- Identificar a quantidade de casos possíveis considerando eventos em um experimento aleatório.
- Calcular a probabilidade de ocorrência de um evento em um experimento aleatório.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo o cálculo de probabilidades.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o trabalho com Estatística e Probabilidade e para compreenderem a relação e a aplicação de conteúdos da Matemática em diferentes situações do cotidiano. A importância deste estudo também consiste em proporcionar um modo de ler e interpretar informações, de maneira crítica, que estejam sintetizadas em gráficos e tabelas veiculados em diferentes mídias e em compreender situações que envolvam experimentos aleatórios.

Variáveis quantitativas e variáveis qualitativas

Na Estatística, as informações obtidas por meio de pesquisas são geralmente apresentadas em tabelas e gráficos, com números que caracterizam determinado conjunto de dados.

Nas pesquisas, cada elemento analisado é chamado **variável estatística** ou **variável**.

Considere a situação a seguir.

Uma loja realizou uma pesquisa para obter algumas informações a respeito de seus clientes e, com os resultados obtidos, elaborou a tabela a seguir.

Dados de clientes da loja em abril de 2024

Clientes	Tipo sanguíneo	Sexo	Nível de escolaridade	Idade (em anos)	Quantidade de irmãos/irmãs	Medida da altura (m)
A	A	Masculino	Ensino Fundamental	35	1	1,60
B	AB	Feminino	Ensino Superior	28	0	1,65
C	B	Feminino	Ensino Médio	30	2	1,80
D	O	Feminino	Ensino Fundamental	29	3	1,72
E	A	Masculino	Ensino Superior	28	2	1,79
F	B	Feminino	Ensino Superior	37	4	1,58
G	A	Masculino	Ensino Superior	38	1	1,67

Fonte de pesquisa: anotações da gerência da loja.

As variáveis podem ser classificadas como **variáveis quantitativas** e **variáveis qualitativas**.

As variáveis quantitativas são aquelas cujos valores podem ser obtidos por meio de contagem ou mensuração. Na situação apresentada, as variáveis "quantidade de irmãos/irmãs", "idade" e "medida da altura" são quantitativas. Elas podem ser classificadas em **discretas** ou **contínuas**.

As variáveis quantitativas discretas assumem valores inteiros positivos, obtidos por meio de contagem, como as variáveis "quantidade de irmãos/irmãs" e "idade (em anos)". As variáveis quantitativas contínuas são aquelas que assumem qualquer valor em um intervalo de variação, envolvendo uma mensuração, como a variável "medida de altura".

As variáveis qualitativas são aquelas que descrevem uma qualidade ou um atributo e podem ser classificadas em nominal ou ordinal. As **variáveis qualitativas nominais** não apresentam ordenação, como as variáveis "sexo" e "tipo sanguíneo". As **variáveis qualitativas ordinais** são as que apresentam certa ordenação, como a variável "nível de escolaridade".

As atividades de Estatística evidenciam diversas maneiras pelas quais as informações podem ser apresentadas, instigando os estudantes a perceber que, quando organizadas em tabelas ou gráficos, apresentam uma linguagem mais fácil e rápida de interpretar os respectivos dados, aspectos que favorecem o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 6**. Quanto à Probabilidade, com essas atividades os estudantes perceberão que, geralmente, as escolhas podem se basear na análise de um conjunto de possibilidades, ou seja, de cálculos probabilísticos.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes acerca de variáveis estatísticas. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

Distribuição de frequência

Considere a tabela ao lado, que apresenta a quantidade de funcionários que trabalha em uma empresa. Na 2ª coluna desta tabela é apresentada a quantidade de funcionários que trabalha em cada setor da empresa. Cada uma dessas quantidades corresponde à **frequência absoluta** ou **frequência** (f).

Para visualizar a representação de cada frequência absoluta em relação ao todo, podemos calcular a **frequência relativa** (fr), que, em geral, é dada em porcentagem e pode ser determinada pela relação $fr = \frac{f}{n}$, em que n indica a frequência absoluta total ou a quantidade total de ocorrência.

Quantidade de funcionários da empresa por setor em abril de 2024

Setor	Quantidade de funcionários
Produção	48
Informática	8
Manutenção geral	6
Limpeza	6
Administrativo	12
Total	80

Fonte de pesquisa: registro da secretaria da empresa.

Para a situação apresentada, temos:

- setor de produção: $fr = \frac{48}{80} = 0{,}6$, ou seja, 60%.
- setor de informática: $fr = \frac{8}{80} = 0{,}1$, ou seja, 10%.
- setor de manutenção geral: $fr = \frac{6}{80} = 0{,}075$, ou seja, 7,5%.
- setor de limpeza: $fr = \frac{6}{80} = 0{,}075$, ou seja, 7,5%.
- setor administrativo: $fr = \frac{12}{80} = 0{,}15$, ou seja, 15%.

A tabela a seguir apresenta a frequência e a frequência relativa da quantidade de funcionários por setor.

Quantidade de funcionários da empresa por setor em abril de 2024

Setor	Frequência (f)	Frequência relativa (fr)
Produção	48	60%
Informática	8	10%
Manutenção geral	6	7,5%
Limpeza	6	7,5%
Administrativo	12	15%
Total	80	100%

Fonte de pesquisa: registro da secretaria da empresa.

- Verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à frequência (absoluta e relativa). Oriente-os a apresentar suas explicações e façа questionamentos com o intuito de compreender suas ideias e de resgatar o conhecimento prévio, tornando o estudo mais significativo. Se necessário, retome com eles alguns procedimentos para obter a frequência (absoluta), como a contagem, os cálculos de porcentagem e a regra de três. Retome também a representação por meio da razão entre frequência absoluta e frequência absoluta total (comparando parte e todo) e a forma decimal e a forma expressa pelo símbolo %. Explique a eles a importância das frequências acumuladas e os procedimentos para obtê-las. Por fim, discuta o conteúdo apresentado nesta página.
- Os dados apresentados nas tabelas desta página e da página anterior são fictícios.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Para isso, obtenha informações no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **1**, verifique se os estudantes classificam as variáveis em quantitativa discreta, quantitativa contínua, qualitativa nominal ou qualitativa ordinal. Caso apresentem dúvidas, retome cada uma delas a fim de que compreendam a diferença entre os tipos de variáveis. Esta atividade contempla aspectos da habilidade **EF08MA24**.
- Os dados apresentados na tabela desta página são fictícios.

Podemos também incluir na tabela anterior a **frequência acumulada** (*fa*) e a **frequência acumulada relativa** (*far*). A primeira é dada pela soma das frequências absolutas até determinado valor, e a segunda, pela soma das frequências relativas até determinado valor.

Acompanhe a seguir como podemos determinar essas frequências.

- Setor de produção
  $fa = 48$ $\quad$ $far = 60\%$
- Setor de informática
  $fa = 48 + 8 = 56$ $\quad$ $far = 60\% + 10\% = 70\%$
- Setor de manutenção geral
  $fa = 48 + 8 + 6 = 62$ $\quad$ $far = 60\% + 10\% + 7{,}5\% = 77{,}5\%$
- Setor de limpeza
  $fa = 48 + 8 + 6 + 6 = 68$ $\quad$ $far = 60\% + 10\% + 7{,}5\% + 7{,}5\% = 85\%$
- Setor administrativo
  $fa = 48 + 8 + 6 + 6 + 12 = 80$ $\quad$ $far = 60\% + 10\% + 7{,}5\% + 7{,}5\% + 15\% = 100\%$

Note, na tabela a seguir, a frequência acumulada e a frequência acumulada relativa.

Quantidade de funcionários da empresa por setor em abril de 2024

Setor	Frequência (*f*)	Frequência relativa (*fr*)	Frequência acumulada (*fa*)	Frequência acumulada relativa (*far*)
Produção	48	60%	48	60%
Informática	8	10%	56	70%
Manutenção geral	6	7,5%	62	77,5%
Limpeza	6	7,5%	68	85%
Administrativo	12	15%	80	100%
Total	80	100%		

Fonte de pesquisa: registro da secretaria da empresa.

Analisando a tabela de distribuição de frequência apresentada, podemos verificar, pela frequência acumulada e pela frequência acumulada relativa, que 56 funcionários ou 70% do total de funcionários trabalham no setor de produção ou de informática.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. No caderno, classifique as variáveis a seguir em quantitativa discreta, quantitativa contínua, qualitativa nominal ou qualitativa ordinal.

a) Quantidade de veículos que circulam por dia em uma avenida.

b) Esporte preferido dos estudantes do 8º ano.

c) Medida da massa.

d) Estágio de uma doença.

e) Número de livros em uma biblioteca.

f) Tipo sanguíneo.

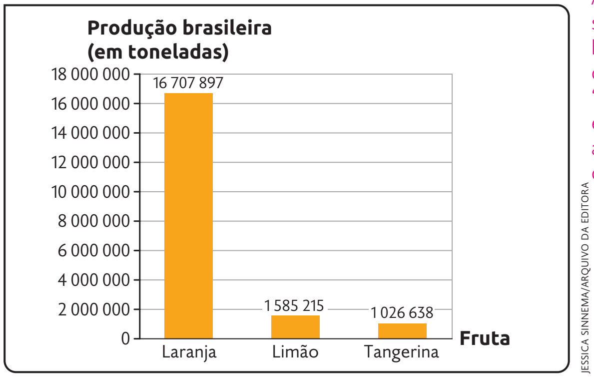
g) Salário dos funcionários de uma empresa.

h) Classe social.

1. Respostas: a) Quantitativa discreta; b) Qualitativa nominal; c) Quantitativa contínua; d) Qualitativa ordinal; e) Quantitativa discreta; f) Qualitativa nominal; g) Quantitativa contínua; h) Qualitativa ordinal.

2. Verifique no gráfico de colunas a seguir, a produção brasileira, em tonelada, de algumas frutas cítricas em 2020.

Produção brasileira de algumas frutas cítricas em 2020



Fonte de pesquisa: IBGE. Produção agrícola municipal. Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/home/pimpfbr/brasil. Acesso em: 26 abr. 2022.

2. Resposta: As variáveis são "produção brasileira" e "frutas cítricas". A variável "produção brasileira" é quantitativa e a variável "frutas cítricas" é qualitativa.

Escreva no caderno o nome das variáveis presentes no gráfico. Em seguida, classifique-as em quantitativa ou qualitativa.

3. No ano de 2023, uma montadora de automóveis realizou uma pesquisa para identificar a cor de veículo preferida dos clientes. Nessa pesquisa, cada cliente votou uma única vez. Analise no quadro os resultados da pesquisa.

Cor	Quantidade de respostas
Branco	56
Preto	96
Prata	120
Vermelho	24
Cinza	104

a) Quantos clientes foram entrevistados? 3. a) Resposta: 400 clientes.

b) Construa no caderno uma tabela de distribuição de frequência indicando a frequência absoluta e a frequência relativa para cada cor indicada no quadro.
3. b) Resposta na seção **Resoluções**.

c) Qual é a cor com menor preferência?
3. c) Resposta: Vermelho.

4. Considere as notas dos estudantes em uma prova de Matemática.

8,0	7,0	7,0	9,0	10,0	4,0	6,0	8,0
2,0	10,0	6,0	7,0	7,0	5,0	5,0	9,0
2,0	6,0	8,0	8,0	4,0	2,0	7,0	5,0
6,0	7,0	6,0	7,0	5,0	5,0	5,0	7,0
7,0	4,0	4,0	6,0	5,0	6,0	7,0	6,0

a) Quantos estudantes obtiveram nota maior do que 7? 4. a) Resposta: 8 estudantes.

b) Qual foi a menor e a maior nota obtida? 4. b) Resposta: A menor nota foi 2,0 e a maior foi 10,0.

c) Utilizando os dados apresentados, construa no caderno uma tabela de distribuição de frequência contendo as frequências absoluta, relativa, acumulada e acumulada relativa para cada uma das notas. 4. c) Resposta na seção **Resoluções**.

- A atividade **2** explora os tipos de variáveis de um gráfico de colunas para que os estudantes as identifiquem e as classifiquem em quantitativa ou qualitativa, abordando a habilidade **EF08MA24**. Se eles apresentarem dúvidas, retome os conteúdos da página **76**.
- Nas atividades **3** e **4**, auxilie os estudantes a identificar os elementos necessários para construir uma tabela com a distribuição de frequência absoluta e relativa e, na atividade **4**, de frequências absoluta e relativa acumuladas. Oriente-os sobre como organizar uma tabela, principalmente auxiliando-os nos cálculos das porcentagens que podem ser feitos por meio da razão entre frequência absoluta e frequência absoluta total.
- Os dados apresentados no quadro da atividade **3** são fictícios.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à organização de intervalos (tanto numéricos como outros). Para isso, apresente situações em que seja conveniente agrupar dados em intervalos e explore o significado de uma classe, o que é um rol, como se calcula a amplitude, qual é o modo de obter quantidade de intervalos e amplitude de um intervalo e a notação que expressa os extremos de um intervalo de classe. Deixe-os argumentar acerca desses elementos, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o tema e, assim, tornar o assunto significativo.
- Na questão **1**, os estudantes devem fazer a contagem da quantidade de funcionários, cujas idades estão organizadas em um quadro. Aproveite o momento e oriente-os a organizar os dados em ordem crescente ou decrescente, preparando-os para o cálculo da amplitude total.
- Os dados apresentados nos quadros desta página são fictícios.

Intervalos de classe

A gerência de uma loja realizou uma pesquisa para saber a faixa etária de seus funcionários. Cada um dos valores apresentados no quadro a seguir corresponde à idade de cada um dos funcionários.

28	35	32	29	38	26	32	35	42	45
30	32	34	40	29	37	43	48	50	46
26	36	41	52	46	38	48	36	38	41
27	38	55	58	60	44	46	36	38	39
58	57	42	34	37	41	62	64	45	58

Questão 1. Escreva no caderno a quantidade de funcionários que participaram da pesquisa.
Questão 1: Resposta: 50 funcionários.

Podemos organizar os dados em ordem crescente ou decrescente. Essa organização é chamada **rol**.

26	26	27	28	29	29	30	32	32	32
34	34	35	35	36	36	36	37	37	38
38	38	38	38	39	40	41	41	41	42
42	43	44	45	45	46	46	46	48	48
50	52	55	57	58	58	58	60	62	64

Os dados também podem ser organizados em uma tabela de distribuição de frequências em que a variável é "faixa etária dos funcionários". Como há muitos valores diferentes e não há tantos valores repetidos, é conveniente agrupar esses dados em um **intervalos de classe**.

Note como podemos determinar esses intervalos.

- Primeiro, calculamos a diferença entre o maior e o menor valor do rol, chamada **amplitude total**.

$$64 - 26 = 38$$

- Depois, escolhemos de maneira conveniente um valor igual ou maior do que a amplitude total. Neste caso, escolhemos o valor 40. Também devemos escolher a quantidade de intervalos, que neste caso será 8. Com isso, calculamos o quociente entre esses dois valores escolhidos para obter a **amplitude do intervalo**.

$$\frac{\overbrace{40}^{\text{valor maior do que a amplitude}}}{\underbrace{8}_{\text{quantidade de intervalos}}} = \underbrace{5}_{\text{amplitude do intervalo}}$$

- Em seguida, definimos os intervalos de classe a partir do menor valor.

26 ⊢ 31	46 ⊢ 51
31 ⊢ 36	51 ⊢ 56
36 ⊢ 41	56 ⊢ 61
41 ⊢ 46	61 ⊢ 66

Atenção!

A notação ⊢ indica que o valor da esquerda pertence ao intervalo e o da direita não.
Por exemplo, em 26 ⊢ 31, o número 26 pertence ao intervalo, mas o 31 não.

Agora, construímos a tabela de distribuição de frequências utilizando os intervalos de classes.

Ao analisarmos a organização dos dados em rol, verificamos que existem 7 valores iguais ou maiores do que 26 e menores do que 31. Logo, a frequência correspondente à classe 26 ⊢ 31 é igual a 7. Procedendo da mesma maneira, obtemos as frequências das demais classes.

Faixa etária dos funcionários em abril de 2024

Faixa etária	Frequência (*f*)	Frequência relativa (*fr*)	Frequência acumulada (*fa*)	Frequência acumulada relativa (*far*)
26 ⊢ 31	7	14%	7	14%
31 ⊢ 36	7	14%	14	28%
36 ⊢ 41	12	24%	26	52%
41 ⊢ 46	9	18%	35	70%
46 ⊢ 51	6	12%	41	82%
51 ⊢ 56	2	4%	43	86%
56 ⊢ 61	5	10%	48	96%
61 ⊢ 66	2	4%	50	100%
Total	50	100%		

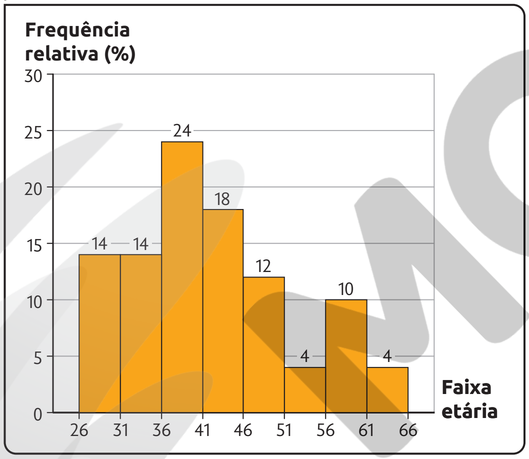
Fonte de pesquisa: anotações da gerência da loja.

Questão 2. Em seu caderno, determine a frequência e a frequência relativa de funcionários na faixa etária de 36 ⊢ 41.

Podemos representar os dados da tabela de distribuição de frequências agrupados em intervalos de classes em um **histograma**. Esse tipo de gráfico representa a frequência por meio de colunas justapostas.

O histograma a seguir representa a frequência relativa da faixa etária dos funcionários da loja.

Faixa etária dos funcionários em abril de 2024



JESSICA SINNEMA/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: anotações da gerência da loja.

Questão 2: Resposta: A frequência de funcionários nessa faixa etária é igual a 12 e a frequência relativa é igual a 24%.

- Aproveite a proposta do livro para construir na lousa, com a participação dos estudantes, uma tabela de distribuição de frequências com os intervalos de classes. Depois, oriente-os a construir um histograma, explicando como são as colunas nesse tipo de gráfico.
- Na questão **2**, os estudantes devem determinar a frequência e a frequência relativa em um determinado intervalo de classe, o que aborda a habilidade **EF08MA24**. Para tirar melhor proveito, oriente-os a identificar essas frequências na tabela anterior.
- Os dados apresentados na tabela e no gráfico desta página são fictícios.

• As atividades deste tópico contribuem para desenvolver a habilidade **EF08MA24**, ao levar os estudantes a classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.

• Na atividade **5**, proponha uma análise crítica baseada no perfil dos funcionários dessa empresa e peça aos estudantes que argumentem se a empresa contrata ou não jovens recém-formados ou pessoas da terceira idade. Aproveite a oportunidade para levá-los a refletir sobre o respeito e as oportunidades das diferentes gerações.

• As atividades **6** e **7** exploram a leitura e a interpretação de informações de tabelas e quadros, além de propor a construção de tabela de distribuição de frequências absoluta e relativa, acumulada e acumulada relativa. Para ampliar o desenvolvimento dessas atividades, formule outras questões aos estudantes. Por exemplo, na atividade **6**, pergunte: "Qual é o percentual de pessoas que ganham 10 ou mais salários mínimos?". Na atividade **7**, questione: "Qual é o percentual de estudantes com medida de massa inferior a 67 kg?".

• Os dados apresentados na tabela da atividade **6** são fictícios.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

5. Em relação à faixa etária dos funcionários citada anteriormente, responda às questões a seguir.

a) Quantos têm menos do que 41 anos?

b) Qual é o percentual de funcionários com idade na faixa etária de 46 a 50 anos?

c) Qual faixa etária tem maior número de funcionários?

5. Respostas: a) 26; b) 12%; c) 36 ⊢ 41.

6. O departamento financeiro de uma empresa organizou a quantidade de funcionários por faixa salarial. Verifique os resultados na tabela a seguir.

Quantidade de salários mínimos recebidos pelos funcionários da empresa em 2024

Faixa salarial	Frequência (*f*)
1 ⊢ 4	18
4 ⊢ 7	15
7 ⊢ 10	9
10 ⊢ 13	5
13 ⊢ 16	3
Total	50

Fonte de pesquisa: departamento financeiro da empresa.

a) Quantas pessoas ganham menos de 7 salários mínimos? 6. a) Resposta: 33 pessoas.

b) De acordo com a tabela, determine a amplitude de cada intervalo de classe. 6. b) Resposta: 3.

c) Copie a tabela no caderno e inclua as frequências relativa, acumulada e acumulada relativa. 6. c) Resposta na seção **Resoluções**.

7. A professora de Biologia realizou uma pesquisa para determinar a medida da massa, em quilograma, dos estudantes do 3º ano. Verifique no quadro a seguir os resultados dessa pesquisa.

65	83,5	63,5	67,2
82	69,8	57	66
60	60	71,7	59
73	74,4	62	79
58	64	67	68
64,5	66	68	71

7. a) Resposta na seção **Resoluções**.

a) No caderno, distribua os dados em 3 intervalos, de maneira que o primeiro seja 57 ⊢ 67. Em seguida, construa uma tabela de distribuição de frequência, indicando as frequências absoluta, relativa, acumulada e acumulada relativa.

b) Qual classe tem maior frequência? 7. b) Resposta: 57 ⊢ 67.

82

8. Um agente de saúde de um município realizou uma pesquisa por amostragem para determinar o Índice de Massa Corporal (IMC) dos habitantes do bairro em que ele trabalha. Verifique os resultados na tabela.

a) Foi pesquisado o IMC de quantas pessoas?
8. a) Resposta: 40.

b) A maior frequência ocorreu em qual intervalo de classe?
8. b) Resposta: 18,5 ⊢ 25.

c) É possível determinar precisamente o IMC de cada uma das pessoas que participaram da pesquisa? Justifique sua resposta.

d) **Junte-se** a um colega e realizem uma pesquisa a respeito do IMC. Depois, calculem o IMC de cada um de vocês. 8. d) Resposta pessoal.

IMC de algumas pessoas em 2024

IMC	Frequência (*f*)
12 ⊢ 18,5	3
18,5 ⊢ 25	25
25 ⊢ 31,5	7
31,5 ⊢ 38	4
38 ⊢ 44,5	1
Total	40

Fonte de pesquisa: registros do agente de saúde.

9. A equipe de organização de um campeonato de futebol realizou um levantamento para identificar a faixa etária dos atletas inscritos. Os resultados estão apresentados no histograma.

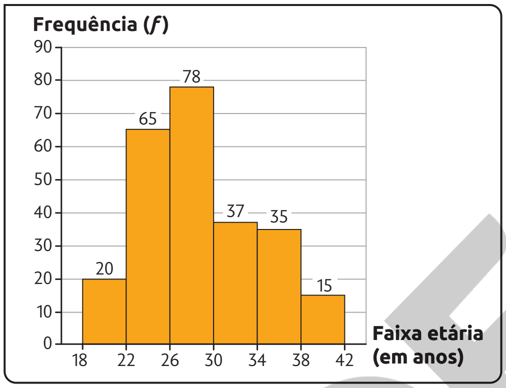
a) Determine a amplitude de cada intervalo de classe utilizado nesse histograma. 9. Respostas: a) 4; b) 26 ⊢ 30; c) 8%.

b) Em que intervalo ocorreu a maior frequência?

c) Qual é a porcentagem de atletas com menos de 22 anos inscritos nesse campeonato?

8. c) Resposta: Não. Espera-se que os estudantes respondam que a tabela apresenta apenas a frequência por intervalo.

Faixa etária dos atletas inscritos em 2024



Fonte de pesquisa: registros da equipe de organização.

10. O professor de Educação Física fez um levantamento para saber a medida de tempo que cada estudante levou para realizar uma atividade física e registrou os resultados no histograma ao lado.

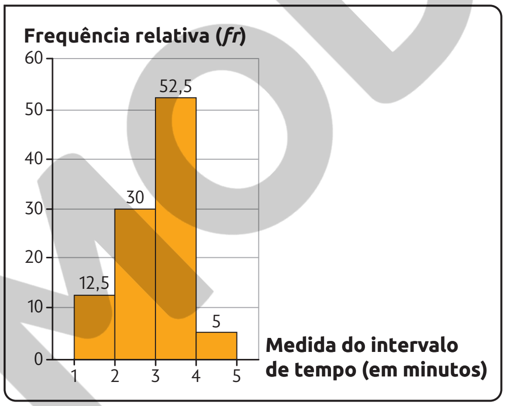
a) Quantos por cento dos estudantes gastaram pelo menos 3 minutos para realizar a atividade física?

b) Qual é a amplitude de cada intervalo de classe utilizado na construção desse histograma?

c) Sabendo que nessa turma há 40 estudantes, quantos deles gastaram menos de 2 minutos para realizar a atividade física?

10. Respostas: a) 57,5%; b) 1; c) 5 estudantes.

Medida de duração do intervalo de tempo gasto na realização da atividade em 2024



Fonte de pesquisa: registros do professor de Educação Física.

- A atividade **8** explora a organização de dados de uma pesquisa em uma tabela de frequência utilizando intervalos de classes. Essa atividade envolve um contexto relacionado ao Índice de Massa Corporal (IMC), que permite reflexões sobre sociedade inclusiva, abordando uma linguagem matemática para comunicar informações.

Como o item **d** da atividade **8** é proposto em duplas, alerte os estudantes acerca da empatia, do respeito, da boa convivência social, a evitar preconceitos e a compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, a fim de promover a saúde mental e a cultura de paz. Se for conveniente, conversem sobre como combater os diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações relativas a esse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual. Além disso, como esse item propõe a interação entre os pares de modo cooperativo, além do planejamento e do desenvolvimento de pesquisa na busca de solução de algum problema, aborda-se nesse caso a **Competência específica de Matemática 8** e a **Competência geral 9**.

Apresente aos estudantes alguns questionamentos para complementar a atividade e discutir sobre a importância de acompanhar o IMC, como: “Qual é o IMC ideal?”; “Quais são as consequências de um IMC fora do padrão?”; “Que atitudes são necessárias para normalizar o IMC de uma pessoa?”.

Depois, promova uma reflexão com base nos argumentos dos estudantes, abordando o tema contemporâneo transversal **Saúde**.

- As atividades **9** e **10** buscam explorar a leitura e a interpretação de frequências em histogramas. Se apresentarem dúvidas, oriente-os sobre como identificar o intervalo de classes em um histograma e como calcular porcentagens de uma classe. Essas duas atividades apresentam contextos que envolvem atividades físicas. Aproveite o momento para enfatizar a importância das atividades físicas para o bem-estar pessoal, abordando o tema contemporâneo transversal **Saúde**.

- Os dados apresentados na tabela e nos histogramas desta página são fictícios.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades desta página, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Para isso, obtenha informações no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Antes de iniciar o conteúdo desta e da página seguinte, em uma perspectiva exploratória (por meio de questionamentos), procure resgatar o conhecimento prévio dos estudantes sobre as medidas de tendência central, média aritmética, moda e mediana. Para isso, apresente na lousa o quadro com as medidas das alturas das jogadoras de handebol do time da escola de Manuela e faça questionamentos como: “Qual é a média das medidas de altura dessas jogadoras?”; “Qual é o valor mais frequente da medida de altura das jogadoras?”; “Existe apenas um valor central no conjunto de dados?”. Deixe-os apresentar o que já sabem sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Depois, siga dando as explicações do livro referentes à média, moda e mediana. No caso da mediana, reforce a importância de organizar o conjunto de valores em ordem crescente ou decrescente e os processos em que as quantidades de valores são pares ou ímpares.

• Além disso, pode-se tirar proveito conversando com os estudantes sobre como geralmente é indicada a medida de altura de uma pessoa. Para tanto, pergunte-lhes como ficaria a representação da medida da altura das jogadoras em metro, levando-os a relacionar conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática, nesse caso, Estatística e Grandezas e Medidas, favorecendo o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 3**.

Medidas de tendência central

Neste tópico estudaremos a média aritmética, a moda e a medida, que são medidas de tendência central. Além disso, estudaremos a amplitude total, que é uma medida de dispersão.

Média aritmética

Verifique as medidas das alturas, em centímetros, das jogadoras de handebol do time da escola de Manuela.

176	173	179	174	182	184	175	176
173	178	174	174	183	174	185	188


OLEKSANDR OSIPOV/SHUTTERSTOCK

Meninas jogando handebol, em Kharkiv, na Ucrânia, em 2019.

Podemos, por exemplo, determinar a **média aritmética** das medidas das alturas das jogadoras adicionando as medidas da altura de cada jogadora e dividindo o resultado obtido pela quantidade de jogadoras.

$$Ma = \frac{176+173+179+174+182+184+175+176+173+178+174+174+183+174+185+188}{16} = 178$$

Assim, a média da medida das alturas das jogadoras é 178 cm.

Média aritmética (*Ma*) ou **média** é a soma dos valores atribuídos à variável dividida pela quantidade de valores adicionados.

Moda e mediana

Podemos verificar que a medida de altura das jogadoras que ocorre com maior frequência é 174 cm. Esse valor é chamado **moda**.

A **moda** (*Mo*) é o valor que ocorre com maior frequência, isto é, que se repete mais vezes em um conjunto de valores. Quando ocorrerem duas modas, o conjunto de valores é chamado **bimodal**; três modas, chamado **trimodal**; quatro modas, **quadrimodal**, e assim por diante. Caso um conjunto de valores não apresente moda, dizemos que o conjunto é **amodal**.

Como esse conjunto tem uma quantidade par de valores (16), a mediana corresponde à média aritmética entre os dois valores centrais.

Assim, para determinar a mediana, primeiro organizamos todo o conjunto de valores em ordem crescente ou decrescente. Nesse caso, organizamos em ordem crescente as medidas das alturas das jogadoras.

$$173, 173, 174, 174, 174, 174, 175, \underbrace{176, 176}_{\text{valores centrais}}, 178, 179, 182, 183, 184, 185, 188$$

$$Md = \frac{176 + 176}{2} = 176$$

Atenção!

Quando o conjunto tem uma quantidade ímpar de valores, a mediana corresponde ao valor central.

Portanto, a mediana das medidas das alturas das jogadoras de handebol é 176 cm.

A **mediana** (*Md*) é o valor central de um conjunto com uma quantidade ímpar de valores que estejam organizados em ordem crescente ou decrescente. Caso o conjunto tenha uma quantidade par de valores, a mediana é dada pela média aritmética dos dois valores centrais.

Amplitude total

Para analisar a dispersão (variação) dos valores de um conjunto, calculamos a **amplitude total**. Essa medida auxilia na compreensão da distribuição dos valores de um conjunto em torno das medidas de tendência central.

Para calcular a amplitude total, subtraímos o menor do maior valor do conjunto de valores. No caso das medidas das alturas das jogadoras de handebol da escola em que Manuela estuda (Time **A**) temos:

$$188 - 173 = 15$$

Portanto, a amplitude total das medidas das alturas das jogadoras é 15 cm.

Agora, vamos comparar a amplitude desse conjunto de valores com o conjunto das medidas das alturas do time de handebol da escola em que Marta estuda (Time **B**). Nesse time, a jogadora mais baixa tem 174 cm e a mais alta, 187 cm. Desse modo, a amplitude total é 13 cm, pois:

$$187 - 174 = 13$$

Como a amplitude das medidas de altura do time **B** é menor do que a do time **A**, concluímos que as medidas de altura das jogadoras do time **B** apresentam menor dispersão, ou seja, estão mais próximas das medidas de tendência central (média, moda e mediana) do que as medidas de altura das jogadoras do time **A**.

Quanto maior a amplitude total, mais afastados os valores do conjunto estarão uns dos outros e das medidas de tendência central. Quanto menor a amplitude, mais próximos os valores do conjunto estarão uns dos outros e, consequentemente, mais próximos das medidas de tendência central.

A **amplitude total** (A_t) de um conjunto de valores é calculada fazendo a diferença entre o maior e o menor valor.

$$A_t = \text{maior valor} - \text{menor valor}$$

- Nesta página, com base nas medidas da altura das jogadoras do quadro da página anterior, questione os estudantes sobre qual é a diferença entre a maior e a menor medida. Depois, apresente o conteúdo do livro e retome com eles o processo de cálculo da amplitude total. Reforce o significado da amplitude total, explicando que, quanto menor for a amplitude total comparada à média, moda e mediana, menor será a variação no conjunto de dados, ou seja, quanto mais se aproximar de zero, mais os dados serão homogêneos, e quanto maior for a amplitude, maior será a variação, o que indica menos homogeneidade.
- Os dados apresentados nesta página são fictícios.

• Todas as atividades deste tópico envolvem a busca de valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) e, por serem contextualizadas, favorecem a compreensão de seus significados, relacionados à amplitude total, o que contempla a habilidade **EF08MA25**.

• Nas atividades **11** e **13**, os estudantes devem calcular a média aritmética. Se necessário, retome com eles esse conceito. Além disso, nessas atividades pode ser recomendado o uso de calculadoras. Na atividade **11**, explore a conversão de metros cúbicos em litros para que os estudantes desenvolvam melhor a noção das medidas de volume apresentadas.

Na atividade **13**, confira se os estudantes compreendem que, para tirar a maior média possível, Júlio precisa obter nota 10 na quarta etapa da seleção. Se for conveniente, efetue na lousa os cálculos necessários para acompanharem os procedimentos necessários.

• Os dados apresentados na tabela da atividade **13** são fictícios.

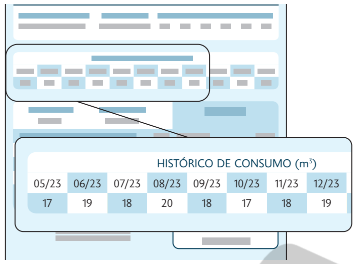
• As atividades **12** e **14** solicitam aos estudantes o cálculo da média aritmética, da moda e da mediana. Se apresentarem dúvidas, retome com eles os processos para obter essas medidas. Para complementar as atividades desta página, faça outros questionamentos ou organize-os em duplas para criarem novas questões a fim de que outra dupla as resolva. Anote na lousa as estratégias que eles aplicaram e auxilie-os no que for preciso.

11. Respostas: a) 18,25 m³; b) Maio, julho, setembro, outubro e novembro.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

11. Verifique a parte destacada da fatura de água da casa de Suely.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual foi o consumo médio mensal de água, em metros cúbicos, na casa de Suely no período de maio a dezembro de 2023?

b) Em quais meses o consumo de água ficou abaixo da média?

12. Analise no quadro as notas da prova de História dos estudantes do 8º ano da escola Crescer.

7,0	9,0	10,0	8,0	6,5	6,0
8,0	7,0	9,0	10,0	9,0	8,0
8,0	7,0	6,0	8,5	5,0	4,0
10,0	9,0	7,0	7,5	6,0	8,0
6,0	9,5	5,0	8,0	7,0	6,0

a) Calcule no caderno a mediana, a moda e a média dessas notas.

b) Determine a amplitude total das notas dos estudantes.

13. A tabela a seguir mostra as três primeiras notas dos candidatos em um processo de seleção para uma vaga de emprego. Nessa seleção, a nota máxima em cada etapa é 10.

12. Respostas: a) 7,75; 8 e 7,5; b) 6.

Nota dos candidatos em cada etapa da seleção em 2024

Nome do candidato	Etapas			
	Prova escrita	Prova prática	Entrevista	Currículo
Cecília	8,8	8,0	8,6	
Júlio	7,4	8,4	9,2	
Mariana	8,7	8,8	9,1	
Roberto	8,4	8,4	9,0	

Fonte de pesquisa: Departamento de Recursos Humanos.

a) Se todos os candidatos obtiverem nota 9,0 no currículo, qual será a média final de cada um deles? Quem ficará em 1º lugar? 13. a) Resposta: Cecília: 8,6; Júlio: 8,5; Mariana: 8,9; Roberto: 8,7; Mariana ficará em 1º lugar.

b) Qual é a maior média possível que Júlio poderá obter ao final das quatro etapas?

13. b) Resposta: 8,75.

14. No quadro a seguir aparece a medida da altura, em centímetro, dos quatro tenistas mais bem ranqueados de alguns países.

Brasil				Espanha				Estados Unidos				França			
183	185	183	185	185	185	188	183	196	211	208	188	193	188	196	183

Fonte de pesquisa: ATP. Disponível em: https://www.atptour.com/. Acesso em: 29 abr. 2022.

a) Calcule no caderno a média, a moda e a mediana da medida da altura dos tenistas para cada país.

b) A medida da altura de qual país apresenta menor amplitude total? 14. b) Resposta: Brasil.

14. a) Resposta: Brasil: média: 184; moda: 183 e 185 (bimodal); mediana: 184; Espanha: média: 185,25; moda: 185; mediana: 185; Estados Unidos: média: 200,75; moda: amodal; mediana: 202; França: média: 190; moda: amodal; mediana: 190,5.

15. (Enem-2011) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro.

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

a) 17 °C, 17 °C e 13,5 °C.
b) 17 °C, 18 °C e 13,5 °C.
c) 17 °C, 13,5 °C e 18 °C.
d) 17 °C, 18 °C e 21,5 °C.
e) 17 °C, 13,5 °C e 21,5 °C.

15. Resposta: Alternativa **b**.

16. A tabela mostra os investimentos realizados ao longo de três anos consecutivos por quatro empresas do setor de telefonia, buscando melhorar a qualidade dos serviços oferecidos aos clientes.

Calcule no caderno a média de investimento anual das quatro empresas nesse período. Qual empresa mais investiu, em média, de 2021 a 2023?

Investimentos anuais das empresas de telefonia

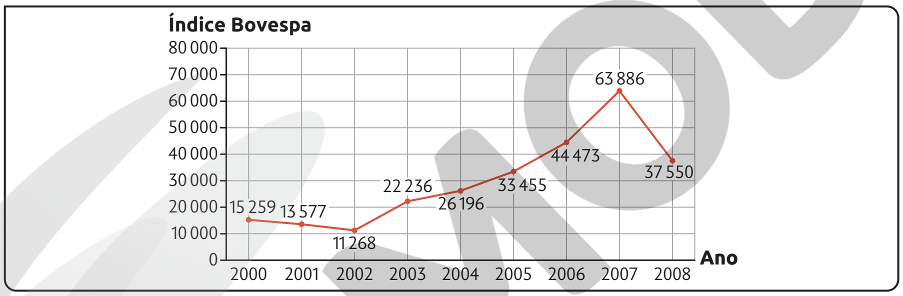
Empresa	Investimento total anual (em milhões de reais)		
	2021	2022	2023
A	82	95	120
B	92	110	104
C	93	101	109
D	84	116	100

Fonte de pesquisa: setor financeiro das empresas.

16. Resposta: **A:** 99 milhões de reais; **B:** 102 milhões de reais; **C:** 101 milhões de reais; **D:** 100 milhões de reais; Empresa **B**.

17. Analise o gráfico a seguir.

Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa) no final dos anos 2000 a 2008



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: B3 Investimentos. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-estatisticas-historicas.htm. Acesso em: 11 jul. 2022.

Considerando o menor e o maior valor assumido por esse índice no período apresentado, determine o aumento percentual aproximado em relação ao menor valor.

17. Resposta: 470%.

- Na atividade **15**, diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **medida**. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **temperatura** indica a medida da temperatura. Se apresentarem dúvidas, auxilie-os a obter os dados no quadro apresentado, a fim de efetuar os cálculos da média, mediana e moda.
- Na atividade **16**, aproveite o momento para explorar com os estudantes a amplitude total de cada empresa, pedindo-lhes que calculem e verifiquem o grau de variabilidade (a dispersão).
- Os dados apresentados na tabela da atividade **16** são fictícios.
- Na atividade **17**, se os estudantes apresentarem dúvidas, explique a eles o processo para obter essa porcentagem e depois explore outras relações, como o aumento porcentual em relação ao ano 2000 e ao ano 2008.

Atividade a mais

Para complementar o trabalho desta página, proponha aos estudantes a atividade a seguir. Escreva-a na lousa para efetuarem os cálculos no caderno.

- Uma escola de Ensino Fundamental entrevistou os estudantes sobre a profissão que eles desejam exercer futuramente. Os resultados obtidos foram organizados em um quadro.

Profissões	Quantidade de estudantes
Professor	25
Dentista	62
Farmacêutico	72
Engenheiro	94
Médico	122

a) Quantos estudantes foram entrevistados ao todo?

b) Em média, quantos estudantes responderam à entrevista?

c) Houve profissões cuja quantidade de votos superou a média? Se sim, quais foram?

d) Qual é a amplitude total desse conjunto de dados?

Resoluções e comentários

a) Adicionando as quantidades de estudantes, temos:

$25 + 62 + 72 + 94 + 122 = 375$

Portanto, 375 estudantes foram entrevistados ao todo.

b) $Ma = \dfrac{25 + 62 + 72 + 94 + 122}{5} = 75$

Portanto, a média das profissões é igual a 75.

c) Sim. Engenharia e Medicina.

d) Calculando a diferença entre o maior e o menor valor, temos:

$122 - 25 = 97$

Portanto, a amplitude total é 97.

• Nesta página, abordam-se dados organizados em tabelas. Converse com os estudantes sobre como essa forma de organização de dados facilita a leitura. Ouça os argumentos deles a respeito disso, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio referente ao assunto e de tornar o estudo mais significativo. Depois, reforce que todas as tabelas devem conter título e fonte.

Ao lidarem com diferentes modos de partilhar informações e ideias, os estudantes compreendem que na Matemática é possível usar diferentes representações e linguagens, o que favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 6**.

• Comente com os estudantes que os dados nesta tabela podem apresentar diferença em relação aos divulgados no Painel Nacional, tendo em vista que nem todos os registros de doses aplicadas chegam a tempo real. Sendo assim, os dados divulgados seguem o prazo de até 48 horas para registro/transferência das doses aplicadas no Sistema de Informação, conforme Medida Provisória nº 1.026, de 6 de janeiro de 2021, e Portaria GM/MS nº 69, de 14 de janeiro de 2021.

• Para complementar a questão **3**, peça-lhes que, em duplas, verifiquem a população total das regiões e calculem a porcentagem de pessoas vacinadas, por região.

• Após trabalhar os conteúdos desta página, avalie a possibilidade de iniciar a seção **Projeto em ação** na página **281**.

Tabelas e gráficos

As tabelas e os gráficos estão presentes no cotidiano e podem ser observados, por exemplo, nas embalagens de produtos alimentícios que apresentam as tabelas nutricionais e em algumas notícias transmitidas pelos diversos meios de comunicação, como televisão, jornais impressos, revistas e internet.

A apresentação de informações em tabelas e gráficos tem o intuito de facilitar a compreensão e a interpretação dos dados.

Questão 3: Resposta: O título é “Quantidade de pessoas imunizadas com a 1ª dose ou dose única da vacina contra COVID-19 por região no Brasil até 7 de abril de 2022” e a fonte de pesquisa é “BRASIL. Ministério da Saúde. *Vacinômetro* - COVID-19. Disponível em: https://infoms.saude.gov.br/extensions/DEMAS_C19_Vacina_v2/DEMAS_C19_Vacina_v2.html. Acesso em: 7 abr. 2022”.

Tabelas

Nas tabelas, as informações são apresentadas em linhas e colunas, o que permite uma rápida leitura e interpretação dos dados.

Toda tabela deve apresentar **título**, utilizado para expor a informação principal, e **fonte de pesquisa**, que mostra a origem dos dados e a data em que foram publicados ou acessados.

Considere a tabela apresentada a seguir.

Quantidade de pessoas imunizadas com a 1ª dose ou dose única da vacina contra COVID-19 por região no Brasil até 7 de abril de 2022

Região	Quantidade de pessoas vacinadas
Norte	13 328 566
Nordeste	46 126 421
Centro-Oeste	13 574 238
Sudeste	78 571 071
Sul	26 465 178

Fonte de pesquisa: BRASIL. Ministério da Saúde. *Vacinômetro* - COVID-19. Disponível em: https://infoms.saude.gov.br/extensions/DEMAS_C19_Vacina_v2/DEMAS_C19_Vacina_v2.html. Acesso em: 7 abr. 2022.


ZURIJETA/SHUTTERSTOCK

Pessoa tomando vacina.

De acordo com os dados apresentados na tabela, podemos concluir que:

- a Região Norte teve a menor quantidade de pessoas vacinadas com a 1ª dose ou a dose única, seguida da Região Centro-Oeste, que também teve uma quantidade menor comparada às demais regiões;
- a maior quantidade de pessoas vacinadas com a 1ª dose ou dose única ocorreu na Região Sudeste do país.

Questão 3. No caderno, escreva o título e a fonte de pesquisa dessa tabela.

A **tabela de dupla entrada** é utilizada para apresentar dois ou mais tipos de informações a respeito do mesmo assunto.

Quantidade de estudantes concluintes de cursos de graduação nas redes públicas e particulares do Brasil em 2022		
Ano	**Rede pública**	**Rede particular**
2020	204174	107448
2019	251374	998702
2018	259302	1004986
2017	251793	947976
2016	246875	922574

Fonte de pesquisa: INSTITUTO Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Sinopse estatística da educação superior*. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/censo-da-educacao-superior/resultados. Acesso em: 9 abr. 2022.

Gráficos

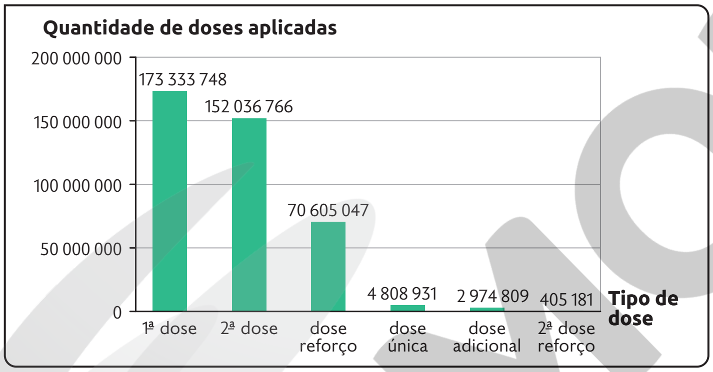
Existem diversos tipos de gráficos, cada um com características específicas, que se adéquam melhor para representar tipos diferentes de conjuntos de dados obtidos por meio de pesquisas.

Assim como nas tabelas, os gráficos devem ter **título** e **fonte de pesquisa**.

Gráfico de colunas

Os **gráficos de colunas** geralmente são utilizados para realizar comparações entre os dados obtidos. Nesses gráficos, aplicam-se retângulos para representar as colunas (verticais ou horizontais) as quais têm as mesmas medidas de largura e o mesmo espaçamento entre elas. A medida de altura – no caso das colunas horizontais – ou a medida do comprimento – no caso das colunas verticais – de cada retângulo deve ser proporcional ao valor que ele representa.

Quantidade de doses da vacina contra a COVID-19 aplicadas, por tipo, no Brasil até 7 de abril de 2022



Fonte de pesquisa: BRASIL. Ministério da Saúde. *Vacinômetro* – COVID-19. Disponível em: https://infoms.saude.gov.br/extensions/DEMAS_C19_Vacina_v2/DEMAS_C19_Vacina_v2.html. Acesso em: 7 abr. 2022.

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Analisando o gráfico, percebemos que a quantidade de doses de reforço aplicadas até abril de 2022 corresponde a aproximadamente metade da quantidade de segundas doses aplicadas.

Questão 4. Escreva no caderno os títulos do eixo horizontal e do eixo vertical do gráfico.

Questão 4: Resposta: O título do eixo horizontal é "Tipo de dose" e o título do eixo vertical é "Quantidade de doses aplicadas".

- Converse com os estudantes sobre a importância de organizar dados de diferentes maneiras, como em gráficos. Ouça os argumentos deles a respeito disso, com o intuito de resgatar o conhecimento prévio e tornar o estudo mais significativo. Depois, explique a eles que uma boa representação facilita a leitura e a interpretação das informações que se deseja transmitir.
- Por meio da questão **4**, compreende-se que todo gráfico deve ter título e fonte. Portanto, peça aos estudantes que identifiquem o título e a fonte da tabela, tanto desta página quanto da página anterior.

• A fim de que os estudantes analisem os dados dos gráficos, faça questionamentos como: “O que é possível perceber em relação à quantidade de atletas homens e mulheres nas edições dos Jogos Olímpicos de 2004 e de 2020?”; “Em 2004, as mulheres representavam quantos por cento dos atletas que participaram do Jogos Olímpicos?”; “E em 2020?”. Espera-se que eles concluam que a diferença entre a quantidade de atletas e mulheres diminuiu.

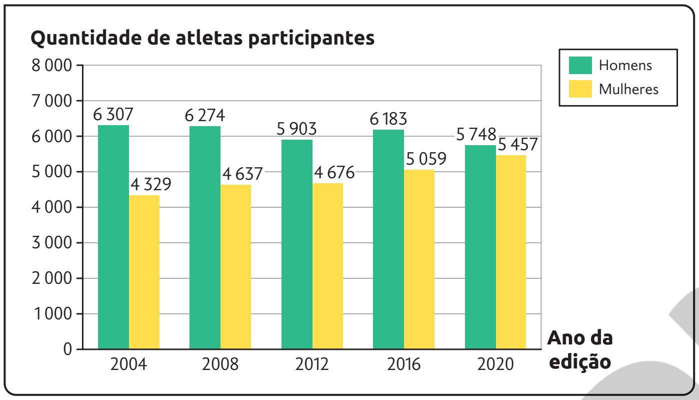
• Ao apresentar o gráfico de linhas, reforce com os estudantes que este modelo de gráfico facilita a compreensão dos dados pesquisados em certo período de tempo. Aproveite as informações para abordar o tema contemporâneo transversal **Educação ambiental**, explorando causas e consequências do desmatamento da floresta Amazônica. Peça-lhes que pesquisem esse tema para, posteriormente, apresentarem suas conclusões aos colegas. Ao explorar situações que expliquem a realidade, com base em fatos e informações confiáveis, a fim de formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões acerca da consciência socioambiental, desenvolvem-se as **Competências gerais 1** e **7**.

Metodologias ativas

Com o intuito de favorecer o trabalho com o gráfico de linhas da página **90**, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Para isso, obtenha informações no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Nos **gráficos de colunas múltiplas ou agrupadas** também são utilizados retângulos para representar as colunas. Porém, eles são agrupados mostrando os vários valores e as diversas informações de uma mesma categoria.

Quantidade de atletas homens e mulheres participantes nos Jogos Olímpicos de 2004 a 2020



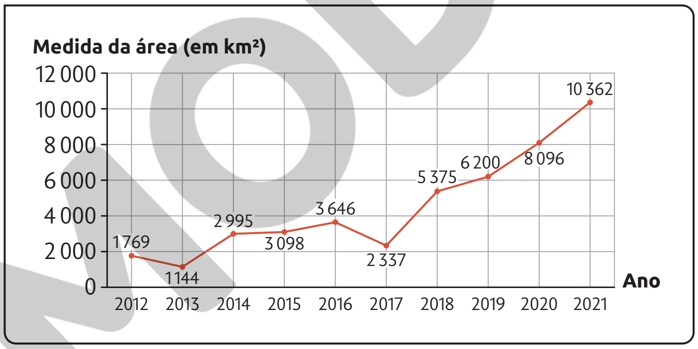
Fonte de pesquisa: INTERNATIONAL Olympic Committee. Disponível em: https://olympics.com/ioc/gender-equality. Acesso em: 4 abr. 2022.

Analisando o gráfico, podemos perceber, por exemplo, que, em 2004, a diferença entre a quantidade de atletas homens e mulheres participantes dos Jogos foi maior do que em 2020.

Gráfico de linhas

O **gráfico de linhas** facilita a visualização do comportamento dos dados pesquisados em certo período de tempo. Nesse tipo de gráfico, são demarcados pontos que representam os dados da pesquisa, ligados por linhas que indicam uma tendência de crescimento, decrescimento ou a constância dos dados entre dois resultados consecutivos no intervalo analisado.

Medida da área desmatada da floresta Amazônica – 2012 a 2021



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: INSTITUTO do homem e meio ambiente da Amazônia (Imazon). Disponível em: https://imazon.org.br/imprensa/desmatamento-na-amazonia-cresce-29-em-2021-e-e-o-maior-dos-ultimos-10-anos/#:~:text=Segundo%20estado%20que%20mais%20desmatou,%2C%20uma%20alta%20de%2049%25. Acesso em: 9 abr. 2022.

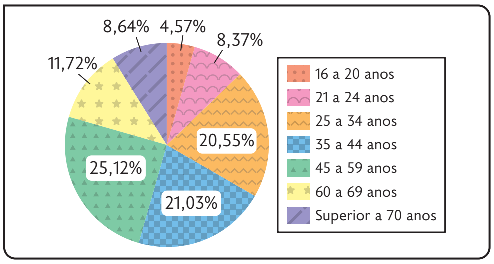
Examinando o gráfico, concluímos que 2013 foi o ano em que houve a menor medida de área desmatada da floresta Amazônica.

Gráfico de setores

O **gráfico de setores**, também conhecido como **gráfico de *pizza***, é adequado para comparar os dados coletados em relação ao universo pesquisado. Assim, cada setor representa partes de um todo, em que os dados geralmente são representados em porcentagem.

Cada setor do gráfico deve ser proporcional à parte dos dados que ele representa, considerando que o total corresponde a 100%.

Porcentagens do eleitorado brasileiro por faixa etária em dezembro de 2021



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

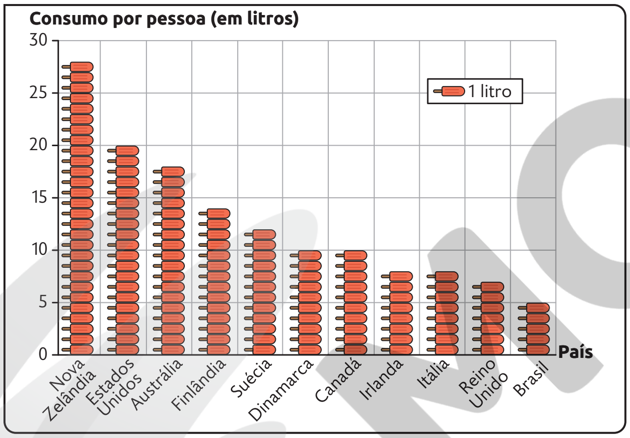
Fonte de pesquisa: BRASIL. Tribunal Superior Eleitoral. Disponível em: https://www.tse.jus.br/eleitor/estatisticas-de-eleitorado/estatistica-do-eleitorado-por-sexo-e-faixa-etaria. Acesso em: 11 abr. 2022.

Pictograma

É comum encontrarmos, em livros, revistas e jornais, gráficos em que as informações de uma pesquisa são representadas por meio de desenhos, figuras, fotos ou demais recursos visuais. A essa representação chamamos **pictograma** ou **gráfico pictórico**.

Nos pictogramas, as dimensões ou a quantidade de desenhos ou figuras que representam cada dado é proporcional ao valor desse dado.

Consumo anual aproximado de sorvetes, por pessoa, de alguns países em 2019 (em litro)



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: WORLD Atlas. Disponível em: https://www.worldatlas.com/articles/the-top-ice-cream-consuming-countries-of-the-world.html. Acesso em: 5 abr. 2022.

Com base nos dados apresentados no pictograma, a Dinamarca e o Canadá apresentaram o mesmo consumo aproximado de litros de sorvete por pessoa em 2019.

- Antes de iniciar o conteúdo desta página, em uma perspectiva exploratória por meio de questionamentos, resgate o conhecimento prévio dos estudantes sobre os gráficos de setores e os pictogramas, geralmente presentes nos meios de comunicação social.

Explore situações em que esses gráficos são mais viáveis que os outros tipos já estudados. No gráfico de setores, apresente a quantidade de eleitores do Brasil e peça-lhes que calculem as porcentagens, como o maior e o menor grupo. Essas informações podem ser obtidas no *site* do Tribunal Superior Eleitoral. Disponível em: https://www.tse.jus.br/eleitor/estatisticas-de-eleitorado/eleitorado. Acesso em: 7 jul. 2022.

• Ao apresentar a pirâmide etária para os estudantes, peça-lhes que localizem suas faixas etárias e a de alguns de seus familiares. Após darem suas opiniões, explore os aspectos da longevidade e outras informações que costumam ser apresentadas neste modelo de gráfico.

• A atividade **18** permite estabelecer relação com os temas contemporâneos transversais **Saúde** e **Alimentação e nutrição**, levando os estudantes a compreender a importância de alguns cuidados com a própria saúde, abordando também a **Competência geral 8**. Além disso, o item **c** desta atividade associa conhecimentos de outras áreas, além da Matemática, desenvolvendo a **Competência geral 4**.

No item **d**, ao solicitar a opinião dos estudantes acerca do assunto, conversem sobre o pluralismo de ideias e a importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo. Desse modo, desenvolve-se a **Competência geral 9**.

No item **e**, os estudantes vão planejar uma pesquisa em duplas, o que favorece a cooperação entre os pares, o respeito à opinião dos colegas e a outras áreas do conhecimento. Sendo assim, os estudantes devem compreender que a Matemática é uma ciência que contribui para solucionar os mais variados tipos de problemas. Com isso, desenvolvem-se as **Competências gerais 1**, **5** e **9** e as **Competências específicas de Matemática 1**, **6** e **8**.

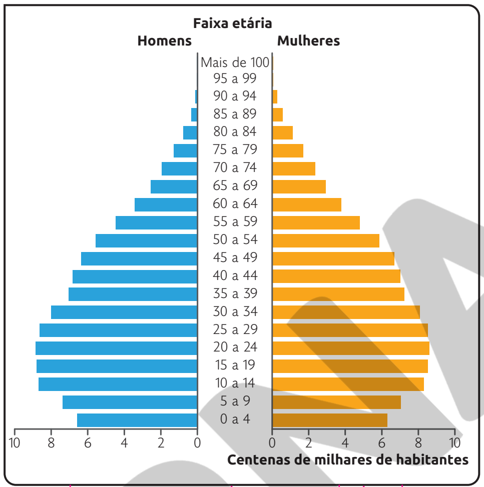
• Como o item **e** da atividade **18** é proposto em duplas, oriente os estudantes a exercitar a empatia, o respeito, a boa convivência social, a evitar preconceitos e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se for conveniente, conversem a respeito do combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações a esse respeito no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

Pirâmide etária

As **pirâmides etárias** são utilizadas para representar uma população, cuja distribuição está disposta em faixas etárias e separada por sexo. Esse tipo de gráfico geralmente é organizado de maneira que na base estejam indicadas as faixas etárias dos mais jovens e no topo as faixas etárias dos mais idosos.

Analisando esta pirâmide etária, podemos concluir que, em 2010, no estado de Minas Gerais, a quantidade de mulheres na faixa etária entre 90 e 94 anos é maior do que a quantidade de homens na mesma faixa etária da população.

Pirâmide etária da população do estado de Minas Gerais em 2010



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: IBGE. Cidades. Disponível em: https://censo2010.ibge.gov.br/sinopse/webservice/frm_piramide.php?codigo=31. Acesso em: 9 abr. 2022.

18. e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que consumir menos calorias do que precisamos pode ocasionar fraqueza, fadiga, perda de cabelo, intolerância ao frio, desnutrição. Já a ação de consumir mais calorias do que precisamos pode levar ao acúmulo de gordura, obesidade, hipertensão, colesterol alto e doenças cardíacas, entre outras consequências.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

18. A tabela ao lado mostra algumas informações sobre a quantidade de **quilocalorias** (kcal) obtidas no consumo de alguns alimentos.

a) Qual dos alimentos apresentados na tabela é o mais calórico? 18. a) Resposta: Amendoim torrado salgado.

b) Quantas calorias uma pessoa vai ingerir se, no café da manhã, comer 100 gramas de pão francês, 100 gramas de iogurte natural e beber 1 copo de leite integral preparado com 100 gramas de leite integral em pó? 18. b) Resposta: 848 kcal.

c) Qual alimento é o mais calórico: 100 gramas de lentilha cozida ou 100 gramas de iogurte natural? 18. c) Resposta: 100 gramas de lentilha cozida.

d) Em sua opinião, qual é a consequência de ingerir mais calorias do que se gasta durante o dia? O que podemos fazer para equilibrar o gasto calórico com a quantidade de calorias ingeridas por dia? 18. d) Resposta pessoal.

Quantidade de quilocalorias em alguns alimentos (por 100 gramas de parte comestível)

Alimento	Quantidade de kcal
Leite integral em pó	497
Iogurte natural	51
Pão francês	300
Ovo de galinha inteiro frito	240
Achocolatado em pó	401
Amendoim torrado salgado	606
Lentilha cozida	93

Fonte de pesquisa: TABELA brasileira de Composição de Alimentos (TACO). Disponível em: https://www.cfn.org.br/wp-content/uploads/2017/03/taco_4_edicao_ampliada_e_revisada.pdf. Acesso em: 25 fev. 2022.

e) **Junte-se** a um colega e pesquisem as consequências para a saúde de consumir diariamente menos calorias do que precisamos e as consequências de consumir mais calorias do que gastamos. Em seguida, façam um cartaz com os resultados da pesquisa e exponham para os colegas.

92

• Por fim, confronte o que eles inicialmente pensavam sobre ingerir mais calorias do que se gasta com o que eles descobriram na pesquisa. Com base nisso, reforce a importância dos hábitos alimentares saudáveis.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a atividade **18**, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Para isso, obtenha informações no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

19. a) Sugestão de resposta: Faturamento mensal de um supermercado durante 1 ano.

19. Exemplifique no caderno uma situação adequada para o tipo de gráfico indicado em cada item.

19. c) Sugestão de resposta: Variação da medida da temperatura máxima de uma cidade ao longo de 1 mês.

a) Gráfico de colunas.

b) Gráfico de colunas agrupadas.

c) Gráfico de linhas.

d) Gráfico de setores.

19. d) Sugestão de resposta: Preferência dos estudantes do 8º ano por um esporte.

20. Exemplifique no caderno o tipo de gráfico mais adequado para a situação indicada em cada item.

19. b) Sugestão de resposta: Quantidade de desempregados por sexo em 2022 e em 2023.

a) Quantidade de habitantes do Brasil por região geográfica. 20. a) Sugestão de resposta: Gráfico de colunas.

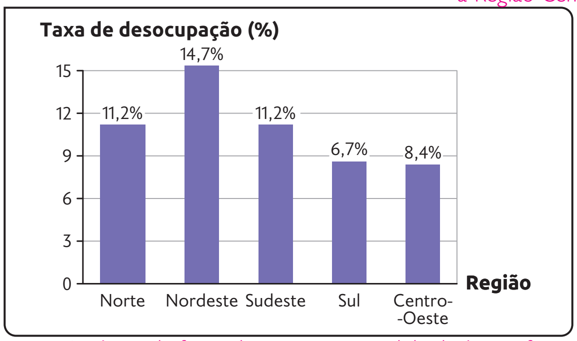
b) Taxa de inflação ao longo de 1 ano. 20. b) Sugestão de resposta: Gráfico de linhas.

c) Resultado de uma eleição presidencial. 20. c) Sugestão de resposta: Gráfico de setores.

21. Analise os gráficos em cada item e em seguida escreva no caderno os erros que eles apresentam.

21. A. Resposta: A coluna referente à Região Norte está com a medida da largura diferente das colunas referentes às demais regiões. A medida da altura da coluna referente à Região Sul está maior do que a medida da altura da coluna referente à Região Centro-Oeste, mas esta última apresenta maior taxa de desocupação do que a Região Sul. A medida da altura da coluna referente à Região Nordeste está acima de 15%, porém sua taxa de desocupação é de 14,7%.

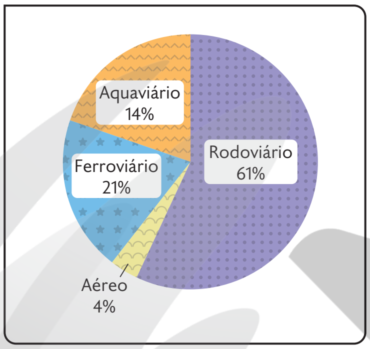
A. **Taxa de desocupação nas grandes regiões do Brasil no 4º trimestre de 2021**



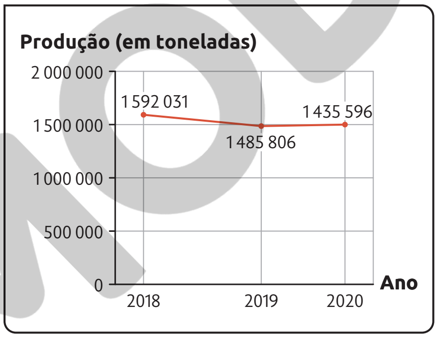
Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/explica/desemprego.php. Acesso em: 29 abr. 2022.

21. B. Resposta: Ausência da fonte de pesquisa e medida da área referente ao setor ferroviário visivelmente igual à do setor aquaviário. Porém, este último tem um percentual significativamente menor do que o ferroviário.

B. **Percentual de uso dos principais modais de transporte no Brasil em 2024**



C. **Produção brasileira de uva de 2018 a 2020**



Fonte de pesquisa: IBGE.Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/home/pimpfbr/brasil. Acesso em: 29 abr. 2022.

21. C. Resposta: Há espaçamentos diferentes no eixo horizontal entre 2018, 2019 e 2020, e a produção referente a 2020 está acima da produção referente a 2019, mas ela foi menor.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- As atividades deste tópico capacitam os estudantes a identificar o tipo de gráfico adequado para representar determinado conjunto de dados, contemplando, assim, a habilidade **EF08MA23**.
- As atividades **19** e **20** se complementam. Auxilie os estudantes a reconhecer os tipos de gráfico adequados a diferentes situações. Se apresentarem dúvidas, oriente-os a retomar os diferentes modelos de gráfico desta unidade.
- A atividade **21** apresenta orientações sobre erros que costumam ocorrer em gráficos veiculados em diferentes meios de comunicação, o que geralmente distorce informações, favorecendo o aparecimento de *fake news*. Portanto, aproveite o momento para orientar os estudantes a identificá-las, explicando que eles devem consultar a fonte da informação, onde ela está publicada e quem a veiculou. Além disso, eles podem conversar com outras pessoas e com profissionais do assunto para verificar se as notícias são atuais e pesquisar outras fontes para conferir se as informações batem.
- Reforce com os estudantes os aspectos necessários ao construir um gráfico, como a escala dos eixos (x, y).

• Na atividade **22**, reforce com os estudantes que o gráfico de linhas geralmente é usado para mostrar tendências ao longo de um período de tempo (anos, meses, dias da semana etc.). Caso tenham dúvidas, oriente-os a interpretar as informações do eixo horizontal e do vertical, verificando os crescimentos e os decrescimentos do gráfico. Também explique a eles que o gráfico apresenta duas linhas e a legenda. Se julgar conveniente, elabore mais questões para explorar as informações.

• Os dados apresentados no gráfico da atividade **22** desta página são fictícios.

• Na atividade **23**, lembre os estudantes de que o gráfico de setores é utilizado para mostrar proporções de um todo, quando se tem 100% das informações.

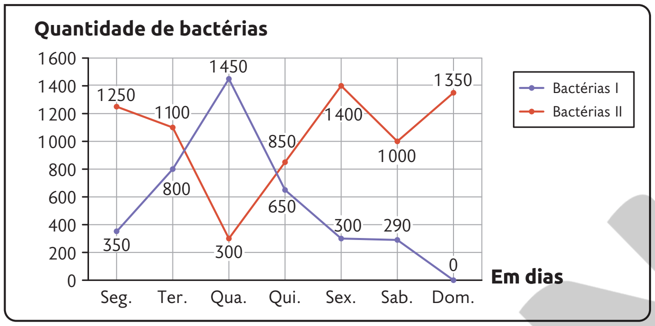
No item **c**, ao pedir a opinião dos estudantes sobre o assunto, conversem a respeito do pluralismo de ideias e a necessidade de buscar dados científicos para obter mais informações referentes a determinado tema. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo, o que possibilita o desenvolvimento da **Competência geral 7**.

Aproveite a proposta em dupla do item **d** para orientá-los quanto à empatia, ao respeito, à boa convivência social, a evitar preconceitos e a aceitar as necessidades e limitações dos outros, com o intuito de promover a saúde mental e a cultura de paz. Se for conveniente, conversem sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações relacionadas a esse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

• Após a atividade **23**, avalie a possibilidade de iniciar a seção **Projeto em ação**, na página **281**, caso não tenha optado por apresentá-la aos estudantes anteriormente.

22. Em um ambiente de cultura, um cientista iniciou o cultivo de bactérias das espécies **I** e **II**. Analise o gráfico a seguir, que apresenta as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante a primeira semana do mês de janeiro de 2023.

Bactérias das espécies I e II - primeira semana do mês de janeiro de 2023



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

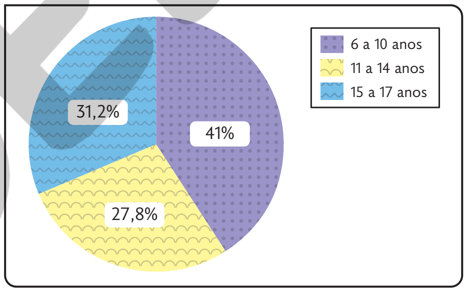
Fonte de pesquisa: registros do cientista.

Em que dia dessa semana a quantidade de bactérias foi máxima? 22. Resposta: Alternativa **a**.

a) Terça-feira.
b) Quarta-feira.
c) Quinta-feira.
d) Sexta-feira.
e) Domingo.

23. No Brasil, o acesso à educação é um direito da criança e do adolescente. Durante a pandemia de COVID-19, muitos estudantes perderam o vínculo com a educação em razão da suspensão das aulas presenciais e da falta de infraestrutura, como a dificuldade de acesso a tecnologias. Analise o gráfico de setores ao lado.

Porcentagem de crianças e adolescentes, por faixa etária, sem acesso à educação ao final de 2020



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: AGÊNCIA Brasil. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2021-04/mais-de-5-milhoes-de-criancas-e-adolescentes-ficaram-sem-aulas-em-2020. Acesso em: 19 abr. 2022.

a) Qual faixa etária teve a maior porcentagem de estudantes sem acesso à educação? 23. a) Resposta: A faixa etária de 6 a 10 anos.

b) Qual é a diferença das porcentagens de estudantes sem acesso à educação entre as faixas etárias de 15 a 17 anos e de 11 a 14 anos? 23. b) Resposta: 3,4%.

c) Em sua opinião, é importante assegurar o direito à educação para crianças e adolescentes? Justifique sua resposta. 23. c) Resposta pessoal.

d) Faça uma pesquisa sobre as consequências da falta do acesso à educação para crianças e adolescentes. Em seguida, registre no caderno os dados de sua pesquisa e converse com o professor e os colegas sobre o assunto.

e) Após sua pesquisa, você mudou de opinião sobre a importância de assegurar o direito à educação para crianças e adolescentes? 23. e) Resposta pessoal.

23. d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes encontrem, na pesquisa, que as possíveis consequências são a baixa autoestima, a falta de oportunidades empregatícias ou empregos com baixos salários e uma sociedade com mais desigualdade social.

24. Em 2020, houve aumento significativo no número de candidatos indígenas eleitos para os cargos de prefeitos e vereadores em relação ao pleito de 2016.

Esses resultados foram comemorados por Joenia Wapichana, única representante indígena eleita para a Câmara dos Deputados na eleição de 2018 e a primeira mulher indígena eleita para ocupar uma vaga no Parlamento.

Fonte de pesquisa: CRESCE número de prefeitos e vereadores indígenas. *Câmara dos Deputados*, 20 nov. 2020. Disponível em: https://www.camara.leg.br/noticias/709156-cresce-numero-de-prefeitos-e-vereadores-indigenas. Acesso em: 29 abr. 2022.

Joenia pertence à etnia Wapichana, povo indígena que, no território brasileiro, vive em Roraima, em uma região conhecida como Serra da Lua, localizada entre os rios Branco e Tacutu. Também há aldeias da etnia Wapichana na Guiana e na Venezuela. Estimava-se que em 2014 a população *Wapichana* era de 9441 indivíduos em território brasileiro.

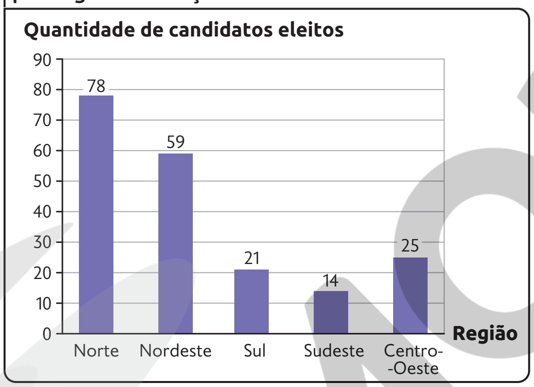
A língua nativa dos Wapichana pertence à família Aruak (ou Arawak), conjunto de línguas ameríndias, ou seja, dos povos indígenas que ocupam o continente americano. Os Arawak são uma etnia que tem sua língua com o mesmo nome. O termo “Arawakan” designa de maneira mais geral a língua Arawak, falada na Venezuela, na Guiana, no Suriname e na Guiana Francesa. Também se utiliza o termo “Maipuran” para designar a família da língua Arawak.

O meio de subsistência desses povos é baseado na agricultura tradicional, em que as famílias normalmente têm os próprios roçados. Entre os produtos produzidos, encontram-se milho, feijão e, principalmente, mandioca.

Fonte de pesquisa: POVOS indígenas do Brasil. Disponível em: https://pib.socioambiental.org/pt/Povo:Wapichana. Acesso em: 29 abr. 2022.

O gráfico a seguir mostra os dados sobre a quantidade de candidatos indígenas eleitos por região na eleição de 2020.

Quantidade de candidatos indígenas eleitos por região na eleição de 2020



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: BRASIL. Agência de Notícias da Câmara dos Deputados. Disponível em: https://www.camara.leg.br/noticias/709156-cresce-numero-de-prefeitos-e-vereadores-indigenas. Acesso em: 29 abr. 2022.

a) Escreva no caderno o nome da primeira mulher brasileira indígena eleita para a Câmara dos Deputados. Qual estado brasileiro ela representa? 24. a) Resposta: Joenia Wapichana; Roraima.

b) Qual era a população da etnia Wapichana residente no Brasil em 2014? Quais países, além do Brasil, os povos Wapichana habitam? 24. b) Resposta: 9441; Guiana e Venezuela.

c) Qual região do Brasil elegeu o maior número de candidatos indígenas na eleição de 2020? 25. c) Resposta: Região Norte.

• Na atividade **24**, ao refletir sobre o aumento na quantidade de candidatos indígenas eleitos para o cargo de prefeitos e vereadores, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Direitos humanos e multiculturalismo na história e na cultura brasileira**. Se possível, oriente os estudantes a pesquisar, em pequenos grupos, a respeito da etnia Wapichana. Decida com eles as informações para cada grupo pesquisar, como alimentação, meios de subsistência, língua, organização familiar e religião.

Nesses momentos, leve os estudantes a desenvolver a **leitura inferencial**. Para isso, faça questionamentos como os apresentados, relacionando o texto aos seus conhecimentos prévios. Oriente-os a trocar opiniões a fim de exercitarem a capacidade de **argumentação**. Se necessário, disponibilize outros textos sobre o assunto para aprofundarem seus conhecimentos e obterem mais subsídios para se posicionarem perante os colegas. Ao final, peça-lhes que registrem seus argumentos no caderno.

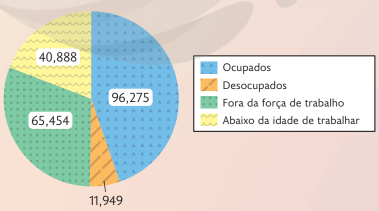
Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a atividade **24**, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

Para avaliar a aprendizagem dos estudantes em relação aos conteúdos abordados até este momento, reproduza o gráfico a seguir na lousa ou em uma folha de papel avulsa e peça-lhes que resolvam os itens.

População brasileira, de acordo com as divisões do mercado de trabalho (em milhões) – 1º trimestre de 2022



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/explica/desemprego.php. Acesso em: 4 jul. 2022.

a) Qual é a população total, em milhões, apresentada no gráfico?

b) Qual é o percentual de pessoas ocupadas em relação à população total apresentada no gráfico?

Resoluções e comentários

a) Calculando as quantidades, temos:

$95\,275 + 11\,949 + 65\,454 + 40\,888 =$
$= 213\,566$

Ou seja, 213 566 milhões de habitantes.

b) Para obter esta porcentagem, efetuamos:

$$\frac{95\,275}{213\,566} \cdot 100 \simeq 44{,}61$$

Portanto, o percentual é 44,61%.

Se julgar conveniente, levante outros questionamentos ou peça aos estudantes que verifiquem como o IBGE calcula a taxa de desocupados.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

- O contexto desta página aborda a **Competência geral 6**, por envolver as relações próprias do mundo do trabalho e as escolhas referentes ao exercício da cidadania e ao projeto de vida.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado aos diferentes tipos de gráfico e depois explore a construção do gráfico de colunas. Deixe que eles apresentem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar os respectivos conhecimentos prévios a fim de tornar o estudo mais significativo.
- Se possível, leve para a sala de aula algumas malhas quadriculadas a fim de construir com eles o gráfico apresentado nesta página.
- Os dados apresentados na tabela desta página são fictícios.

Construindo gráficos

Gráfico de colunas

A direção de um curso preparatório para vestibular realizou uma pesquisa com os estudantes para saber qual área de conhecimento eles preferem cursar na universidade. O resultado da pesquisa foi organizado em uma tabela.

Com os dados apresentados na tabela, vamos construir um gráfico de colunas.

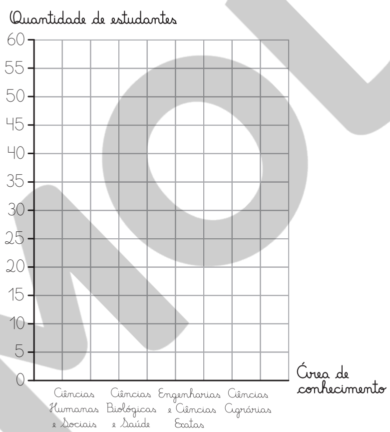
Escolha dos estudantes por área de conhecimento que preferem cursar – fevereiro de 2023

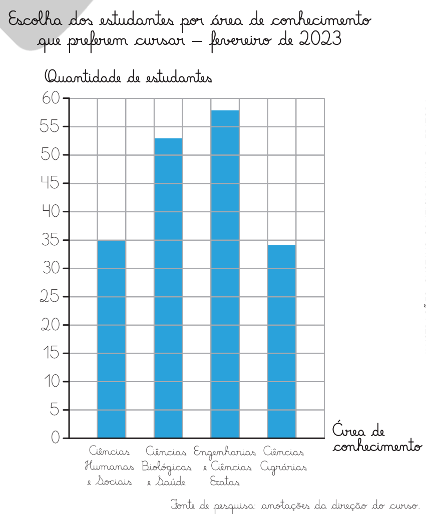
Área de conhecimento	Quantidade de estudantes
Ciências Humanas e Sociais	35
Ciências Biológicas e Saúde	53
Engenharias e Ciências Exatas	58
Ciências Agrárias	34
Total	180

Fonte de pesquisa: anotações da direção do curso.

Para construir esse gráfico, em uma malha quadriculada, inicialmente traçamos dois eixos perpendiculares: um horizontal, para representar as **áreas de conhecimento**, e outro vertical, para representar a **quantidade de estudantes**. No eixo horizontal, indicamos os nomes das áreas de conhecimentos, e no eixo vertical, marcamos a escala escolhida, que no caso consideramos 0,5 cm para cada 5 estudantes.

Em seguida, construímos as colunas relacionadas a cada área de conhecimento, de mesma medida de largura e com a medida da altura proporcional à quantidade de estudantes correspondentes a cada área de conhecimento, de acordo com a escala escolhida. Por fim, escrevemos o título e a fonte de pesquisa do gráfico.





ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Gráfico de setores

Um filme de ação, um de comédia, um de drama e um de terror estavam em cartaz em um cinema. A tabela ao lado mostra, em porcentagem, o público de cada filme em um mesmo dia.

Com os dados da tabela, vamos construir um gráfico de setores. Para isso, inicialmente, calculamos a medida do ângulo central, em graus, correspondente a cada setor do gráfico que representa um gênero do filme. O círculo tem 360° e corresponde ao percentual total de público desse cinema em 25 de março de 2024, ou seja, 100%. Assim, cada setor do círculo representará o percentual de público de cada gênero.

Percentual de público por filme em 25 de março de 2024

Gênero do filme	Porcentagem
Ação	44%
Terror	32%
Comédia	16%
Drama	8%

Fonte de pesquisa: anotações da bilheteria do cinema.

- Ação

Porcentagem	Medida do ângulo (em graus)
100	360
44	x

$$\frac{100}{44} = \frac{360}{x}$$
$$100 \cdot x = 44 \cdot 360$$
$$100x = 15\,840$$
$$\frac{100x}{100} = \frac{15\,840}{100}$$
$$x = 158{,}4 \rightarrow x \simeq 158°$$

- Comédia

Porcentagem	Medida do ângulo (em graus)
100	360
16	z

$$\frac{100}{16} = \frac{360}{z}$$
$$100 \cdot z = 16 \cdot 360$$
$$100z = 5\,760$$
$$\frac{100z}{100} = \frac{5\,760}{100}$$
$$z = 57{,}6 \rightarrow z \simeq 58°$$

- Terror

Porcentagem	Medida do ângulo (em graus)
100	360
32	y

$$\frac{100}{32} = \frac{360}{y}$$
$$100 \cdot y = 32 \cdot 360$$
$$100y = 11\,520$$
$$\frac{100y}{100} = \frac{11\,520}{100}$$
$$y = 115{,}20 \rightarrow y \simeq 115°$$

- Drama

Porcentagem	Medida do ângulo (em graus)
100	360
8	w

$$\frac{100}{8} = \frac{360}{w}$$
$$100 \cdot w = 8 \cdot 360$$
$$100w = 2\,880$$
$$\frac{100w}{100} = \frac{2\,880}{100}$$
$$w = 28{,}8 \rightarrow w \simeq 29°$$

Atenção!

Ao final de cada cálculo, foi realizada uma aproximação para uma medida inteira dos ângulos para facilitar a construção do gráfico.

- Antes de apresentar o processo de construção do gráfico de setores, questione os estudantes a respeito das características desse tipo de gráfico. Deixe que apresentem suas opiniões e depois reforce que o gráfico de setores é útil para mostrar proporções de um todo, quando temos 100% das informações, e que a legenda é necessária para interpretar os dados. Retome também o cálculo da medida do ângulo central e os processos de cálculo da regra de três, estudados anteriormente.
- Os dados apresentados na tabela desta página são fictícios.

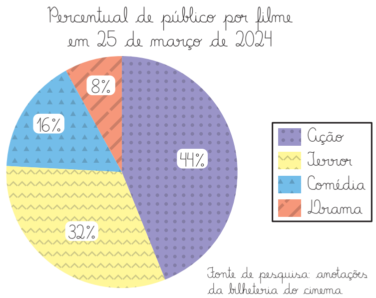
• Para introduzir a construção do gráfico de linhas, inicialmente, questione os estudantes sobre suas características e as situações em que esse tipo de gráfico dever ser usado. Deixe que conversem entre eles e apresentem suas conclusões.

Se achar necessário, retome o plano cartesiano abordando o conceito de eixos perpendicular e horizontal. Explique-lhes que, no caso do gráfico apresentado, o eixo horizontal representa os meses, e o eixo vertical, o consumo mensal de energia elétrica (em kWh).

• Os dados apresentados no gráfico desta página são fictícios.

Para construir o gráfico de setores, traçamos uma circunferência utilizando um compasso e, com o auxílio de uma régua e de um transferidor, marcamos na circunferência a medida de cada ângulo central obtida anteriormente. Em seguida, construímos cada setor correspondente a essas medidas, cujo vértice é o centro da circunferência.

Depois, pintamos cada setor do gráfico com uma cor diferente e compomos a legenda conforme as cores escolhidas. Por fim, indicamos o título e a fonte de pesquisa do gráfico.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

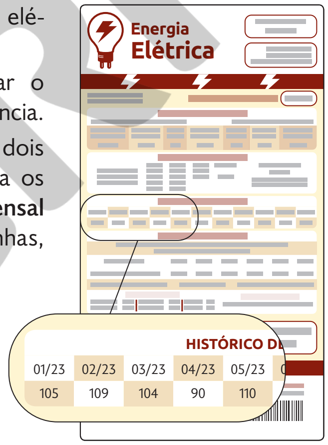
Gráfico de linhas

A fatura ao lado apresenta o consumo mensal de energia elétrica de uma residência em alguns meses de 2023.

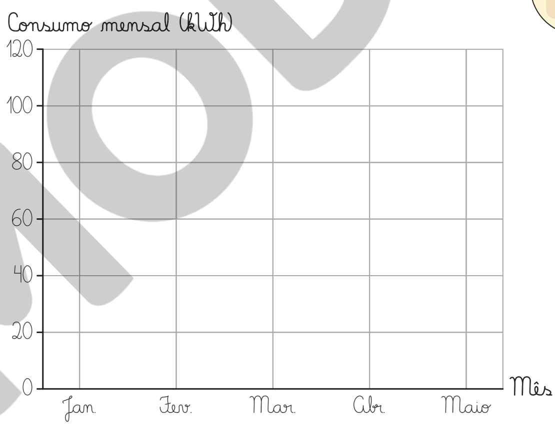
Vamos construir um gráfico de linhas para representar o consumo de energia elétrica em cada mês nessa residência.

Para construir o gráfico de linhas, inicialmente, traçamos dois eixos perpendiculares, em que o eixo horizontal representa os **meses** analisados e o eixo vertical representa o **consumo mensal** de energia elétrica (em kWh). Depois, traçamos algumas linhas, que servirão de referência para marcar os pontos.

No eixo horizontal indicamos os meses (jan., fev., mar., abr. e maio) e no eixo vertical marcamos a escala escolhida, no caso 1 cm para cada 20 kWh.



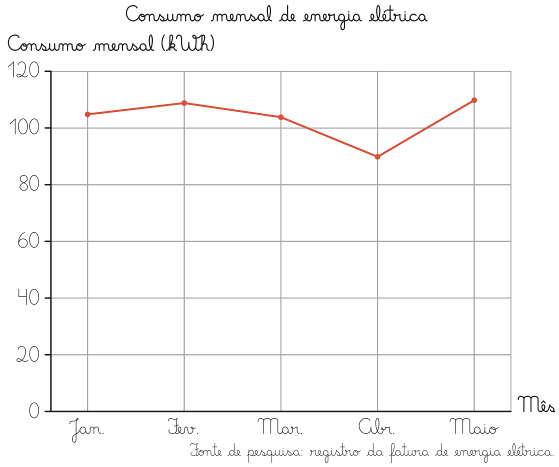
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

98

Em seguida, marcamos os pontos correspondentes ao consumo de energia elétrica de cada mês e, com o auxílio de uma régua, ligamos os pontos por segmentos de retas. Por fim, escrevemos o título e a fonte de pesquisa do gráfico.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

25. c) Resposta: A Região Centro-Oeste.
25. d) Resposta: As regiões Sul, Centro-Oeste e Sudeste.

25. Verifique na tabela a seguir a taxa de mortalidade por 100 mil habitantes para a COVID-19 registrada até 30 de abril de 2022 por região e no Brasil.

Taxa de mortalidade por 100 mil habitantes para COVID-19 registrada até 30 de abril de 2022

Brasil e região	Taxa de mortalidade por 100 mil habitantes
Brasil	315,7
Sul	347,5
Centro-Oeste	388,2
Norte	271,7
Nordeste	225,4
Sudeste	359,1

Fonte de pesquisa: BRASIL. Ministério da Saúde. *Coronavírus Brasil*. Disponível em: https://covid.saude.gov.br/. Acesso em: 30 abr. 2022.

a) No caderno, construa um gráfico para representar os dados apresentados na tabela.
25. a) Resposta na seção **Resoluções**.

b) Que tipo de gráfico você construiu? Por que você escolheu esse tipo?

c) Qual região apresentou a maior taxa de mortalidade por 100 mil habitantes na data da pesquisa?

d) Quais regiões apresentaram taxa de mortalidade por 100 mil habitantes superior à taxa nacional?

26. Junte-se a um colega e construam no caderno um gráfico de setores para representar os dados da tabela a seguir.
26. Respostas na seção **Resoluções**.

Componente curricular preferido pelos estudantes do 8º ano em 2024

Componente curricular	Quantidade de estudantes
Educação Física	12
Ciências	9
Língua Portuguesa	8
Matemática	6
Arte	5
Outras	2

Fonte de pesquisa: setor pedagógico da escola.

25. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico de colunas é o mais adequado para representar esses dados.

• A atividade **25** aborda a habilidade **EF08MA23** ao levar os estudantes a avaliar o tipo de gráfico mais adequado para representar um conjunto de dados. Acompanhe as escolhas deles referentes aos tipos de gráfico e leve-os a perceber que o de colunas é o mais adequado para este contexto.

Após a atividade **25**, avalie a possibilidade de iniciar o trabalho com a seção **Projeto em ação**, disponível na página **281**.

• Na atividade **26**, os estudantes devem construir um gráfico de setores com base em uma tabela. Caso tenham dúvidas, retome com eles os processos apresentados na página **97**. Além disso, oriente-os a analisar o percentual correspondente a cada componente curricular e a relacioná-lo com o respectivo setor do gráfico. Essa atividade, por solicitar diferentes registros, como gráficos e tabelas, favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 6** e, ao mostrar que a Matemática auxilia na partilha de informações, experiências, ideias de diferentes contextos e exercita a empatia e o diálogo, desenvolve **as Competências gerais 4** e **9**.

• Os dados apresentados na tabela da atividade **26** são fictícios.

• Na atividade **27**, oriente os estudantes a construir um gráfico de colunas duplas, explicando a eles que a tabela apresenta mais de uma informação para uma mesma variável. Tire proveito dessa situação para explorar as diferenças entre os planos e a construção da legenda.

• Os dados apresentados na tabela da atividade **27** são fictícios.

• Na atividade **28**, explique aos estudantes que o gráfico de linhas é mais apropriado para comparar o comportamento de uma variável em determinado período de tempo. Nesse caso, busca-se verificar o comportamento da taxa do IPCA no segundo semestre de 2021. Por envolver informações de contexto real, análise de uma tabela, construção de gráfico, realização de uma pesquisa em dupla, registro dos dados pesquisados e a construção de um gráfico de linhas correspondente aos dados da pesquisa, essa atividade aborda as **Competências gerais 1**, **5** e **9** e as **Competências específicas de Matemática 5**, **6** e **8**.

• Aproveite a proposta em duplas da atividade **28** para orientar os estudantes quanto à empatia, ao respeito, à boa convivência social, a evitar preconceitos e a aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se for conveniente, conversem sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações relacionadas a esse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

• Tire melhor proveito da atividade **29**, pedindo aos estudantes que construam também um gráfico que represente o índice de Gini dos estados da região brasileira em que moram. Por exemplo, se os estudantes moram na Região Sul, peça-lhes que construam um gráfico representando o índice de Gini dos estados Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná. Para isso, eles podem obter as informações necessárias no *site*, disponível em: http://tabnet.datasus.gov.br/cgi/ibge/censo/cnv/giniuf.def. Acesso em: 8 jul. 2022.

27. Os planos de TV na modalidade *streaming* oferecem as opções pré-pago e pós-pago. Analise na tabela os preços cobrados por quatro empresas que oferecem esse serviço.

a) Construa no caderno um gráfico de colunas agrupadas para representar os dados da tabela.

b) É possível representar esses dados em outro tipo de gráfico? Justifique sua resposta.

27. a) Resposta na seção **Resoluções**.

Preço de assinatura de TV na modalidade *streaming* em 2024

Empresa	Preço da assinatura em reais por tipo de assinatura	
	Pré-pago	Pós-pago
A	35,00	25,90
B	37,90	27,90
C	17,90	8,99
D	24,90	19,90

Fonte de pesquisa: catálogo de serviços de *streaming*.

28. O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é o principal índice oficial inflacionário brasileiro. Ele é calculado e divulgado mensalmente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Analise na tabela o IPCA mensal do segundo semestre de 2021.

a) Em que mês do segundo semestre de 2021 o IPCA apresentou a maior taxa? Qual foi essa taxa? 28. a) Resposta: Outubro; 1,25%.

b) Construa no caderno um gráfico de linhas para representar as informações da tabela. 28. b) Resposta na seção **Resoluções**.

c) **Junte-se** a um colega e realizem uma pesquisa sobre o IPCA identificando para que serve e como é calculado. 28. c) Resposta pessoal.

d) Pesquise o IPCA mensal ao longo de 2023 e registre os dados em uma tabela. Em seguida, construa no caderno um gráfico de linhas utilizando esses dados.

28. d) Resposta pessoal.

IPCA no segundo semestre de 2021

Mês	IPCA (%)
Julho	0,96
Agosto	0,87
Setembro	1,16
Outubro	1,25
Novembro	0,95
Dezembro	0,73

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?t=series-historicas&utm_source=landing&utm_medium=explica&utm_campaign=inflacao#plano-real-mes. Acesso em: 30 abr. 2022.

29. O Índice de Gini é utilizado para medir o grau de concentração de uma distribuição. Esse índice varia de 0, situação de perfeita igualdade, a 1, em que a desigualdade é máxima, ou seja, com a maior concentração possível.

Verifique na tabela o Índice de Gini referente ao Produto Interno Bruto (PIB) das grandes regiões brasileiras em 2019.

a) Construa no caderno um gráfico para representar os dados da tabela.

29. a) Resposta pessoal.

b) Com base na tabela e no gráfico que você construiu, **elabore** uma questão e troque com um colega. Em seguida, verifique se ele respondeu corretamente.

29. b) Resposta pessoal.

Índice de Gini do PIB das grandes regiões brasileiras em 2019

Grande região	Índice de Gini
Norte	0,791372
Nordeste	0,787295
Sudeste	0,878735
Sul	0,779467
Centro-Oeste	0,835895

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/home/pimpfbr/brasil. Acesso em: 30 abr. 2022.

27. b) Não. Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico de colunas agrupadas é o único modelo indicado, pois apresenta mais de uma informação para uma mesma variável.

Pesquisa estatística

As pesquisas estatísticas são realizadas com diversos objetivos, como verificar a durabilidade de um tipo de material ou conhecer a opinião de certo grupo de pessoas a respeito de um assunto, como as intenções de votos de um grupo de pessoas em certos candidatos durante o período eleitoral.

Um exemplo de pesquisa estatística é o **Censo Demográfico** realizado pelo IBGE, que tem como objetivo verificar as características da população brasileira relacionadas à educação, ao trabalho, à economia, à moradia etc.

Como o Censo envolve toda a **população**, dizemos que se trata de uma **pesquisa censitária**. No entanto, às vezes é inviável realizar uma pesquisa com toda a população em razão de algumas dificuldades, como medida do tempo, custo e acesso a todos os indivíduos. Nesses casos, escolhe-se uma **amostra** da população para realizar a pesquisa, que é denominada **pesquisa amostral**. A pesquisa amostral é realizada de maneira mais rápida e com menor custo, contudo ela tem uma margem de erro, pois não leva em consideração todos os indivíduos da população.

ISMAR INGBER/PULSAR IMAGENS

Recenseadora realizando entrevista no Rio de Janeiro, em 2010.

Em Estatística, chamamos **população** todo conjunto de elementos com pelo menos uma característica em comum. A **amostra** é uma parte selecionada da população, ou seja, um subconjunto não vazio de elementos da população com menor quantidade de elementos.

Atenção!

Uma população estatística não se refere necessariamente a um conjunto de pessoas. Nesse contexto, o termo **população** também pode fazer referência a um conjunto de objetos ou de informações, a exemplo das peças produzidas por uma máquina, de um grupo de animais de certa espécie, entre outros.

Ao realizar uma pesquisa amostral, é preciso definir uma amostra adequada e que esteja de acordo com os objetivos da pesquisa. A amostra deve ser representativa, de maneira que os resultados obtidos possam ser generalizados para a população.

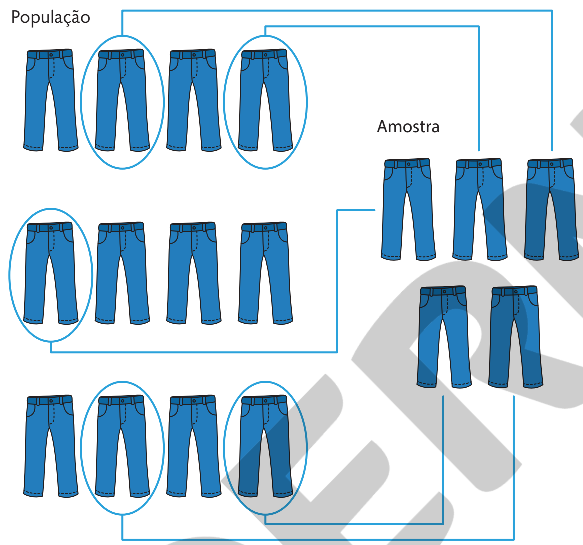
A seguir, vamos estudar três tipos de amostragem: a **amostragem aleatória**, a **amostragem sistemática** e a **amostragem estratificada**.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à pesquisa estatística (censitária e amostral). Deixe que eles apresentem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Em seguida, explore o conteúdo desta página, conversando com eles sobre a seriedade de uma pesquisa, cujos dados (no caso de uma pesquisa amostral) precisam ser representativos a fim de serem generalizados para fins de projeções futuras em diferentes áreas, como as da saúde e das finanças. Quanto à saúde, é possível exemplificar com a pandemia da COVID-19 ao considerar o quanto as pesquisas estatísticas foram importantes para a projeção, com o intuito de conter o contágio com o vírus. Lembre-os de que, no Brasil, existe o órgão IBGE, o qual realiza pesquisas estatísticas com o objetivo de verificar as características da população brasileira relacionadas a aspectos como educação, trabalho, economia e moradia.

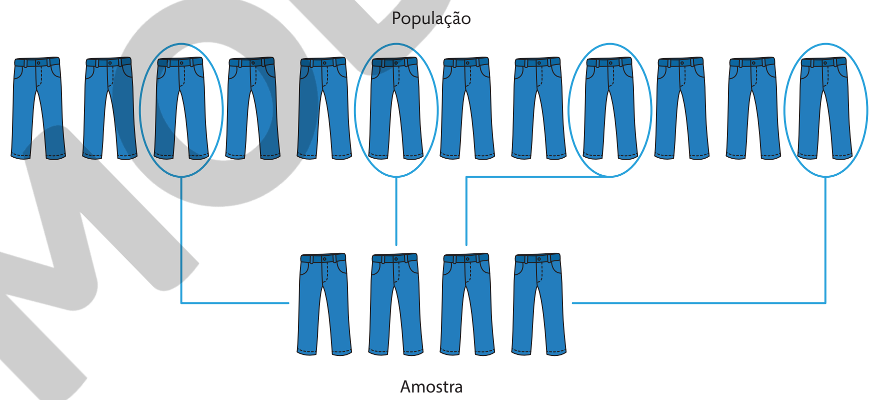
• Nesta página e na próxima, explore os tipos de amostragem: a amostragem aleatória, a amostragem sistemática e a amostragem estratificada. Além dos exemplos apresentados, organize os estudantes em grupos e levantem temas sociais para cada tipo de amostragem. Depois, anote na lousa as ideias deles e oriente-os a citar os motivos que os levaram a escolher os temas. Se apresentarem dúvidas quanto aos tipos de amostragem, auxilie-os.

Exemplificaremos esses três tipos de amostragem. Para isso, considere uma pesquisa feita por uma empresa para saber a qualidade das calças fabricadas em cada lote. Nesse exemplo, a população é o conjunto de todas as calças fabricadas.

- **Amostragem aleatória:** conhecida também como **amostragem simples**, é o tipo de amostragem em que é realizado um sorteio entre os elementos da população, garantindo a cada elemento a mesma probabilidade de pertencer à amostra. Na situação apresentada, pode-se colocar todas as calças produzidas em uma caixa fechada e retirar, aleatoriamente, algumas delas para compor a amostra.

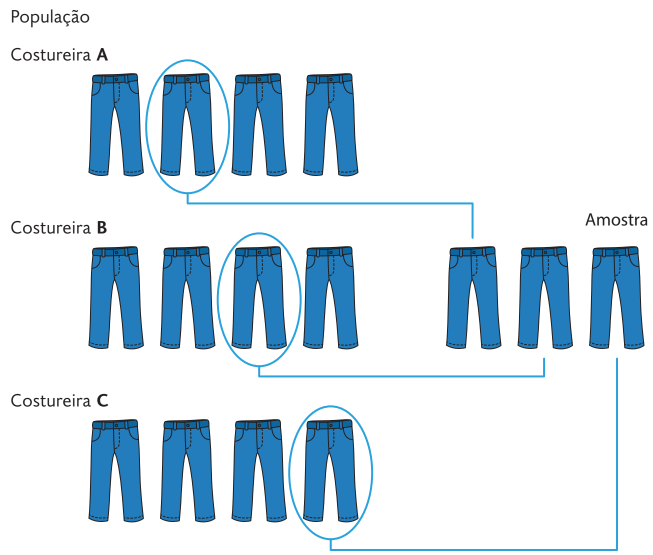


- **Amostragem sistemática:** os elementos da população são organizados seguindo uma ordem predefinida e são escolhidos conforme um critério ou fator de repetição. Por exemplo, na ordem de produção das calças, escolher uma a cada três produzidas.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

- **Amostragem estratificada:** nessa amostragem, a população é dividida em subgrupos ou estratos, conforme critérios estabelecidos pelo estudo. Em seguida, utiliza-se, em cada subgrupo, a amostragem aleatória ou a sistemática. Um exemplo é selecionar aleatoriamente calças produzidas por costureira ou lote.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Etapas de uma pesquisa estatística

Para realizar uma pesquisa estatística, é necessário seguir algumas etapas, com o intuito de prever os instrumentos e os recursos necessários, as dificuldades que podem ocorrer e as alternativas possíveis.

Verifique a seguir as etapas necessárias para a realização de uma pesquisa estatística.

- **1ª etapa – Planejamento**
  Nessa etapa, deve-se decidir o tipo de pesquisa que será realizada: pesquisa censitária ou pesquisa amostral. É preciso definir o tema da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, as variáveis, a população ou o tamanho da amostra, os critérios de escolha dos indivíduos da população ou da amostra, o local, a época e os materiais que serão utilizados.
- **2ª etapa – Coleta de dados**
  Essa etapa é o momento de execução da pesquisa e consiste na aplicação do instrumento de coleta de dados, que pode ser a aplicação de um questionário aos indivíduos que compõem a população ou amostra. Deve-se ficar atento às respostas dos entrevistados e anotá-las com atenção e cuidado para que nenhum dado seja perdido.

- Para explorar a leitura e a análise das etapas de uma pesquisa estatística, desta página e da seguinte, organize os estudantes em duplas. Além disso, oriente-os a anotar suas dúvidas, as ideias para pesquisas, como definem o tipo de amostragem etc.

Algo a mais

- Caso considere relevante, complemente o estudo sobre as etapas de uma pesquisa estatística pedindo aos estudantes que explorem, no *site* do IBGE, as pesquisas e os modos utilizados para divulgação (gráficos, tabelas e textos).

- As atividades **30** e **31** estão associadas à identificação do contexto para as pesquisas amostrais ou censitárias, o que aborda a habilidade **EF08MA26**.

Nessas atividades, certifique-se de que os estudantes compreendem a diferença entre uma pesquisa censitária e uma amostral e de que os dados de uma pesquisa podem ser coletados por meio de questionários estruturados. Se apresentarem dúvidas, peça a alguns deles que citem algumas situações a fim de perguntar aos demais colegas qual é o tipo de pesquisa adequado a cada uma.

Algo a mais

- No livro a seguir, o consagrado economista Charles Wheelan (1966-) discorre sobre os dados certos e as ferramentas estatísticas adequadas que respondem a muitas perguntas relevantes e resolvem situações reais.
- WHEELAN, Charles. *Estatística*: o que é, para que serve, como funciona. São Paulo: Zahar, 2016.

- **3ª etapa – Organização**

  Essa etapa é o momento de organização dos dados coletados. Esses dados podem ser organizados em diversos recursos, como listas, tabelas e/ou gráficos. O pesquisador deverá avaliar o tipo de representação mais adequada, de acordo com a natureza dos dados coletados. Assim, deve-se avaliar todas as formas estudadas de representação de dados estatísticos, como as tabelas (simples, de dupla entrada e de distribuição) e os gráficos (de colunas, de linha, de setores, histogramas e pictogramas).

- **4ª etapa – Análise e interpretação dos dados**

  Nessa etapa, realizam-se a análise dos dados organizados na etapa anterior e a interpretação deles. Com isso, podemos calcular, por exemplo, os valores das medidas de tendência central (média aritmética, moda e mediana) e a amplitude total, os quais permitem visualizar como os dados estão distribuídos. Essa análise possibilita uma interpretação mais fidedigna dos dados.

- **5ª etapa – Divulgação**

  Essa é a última etapa de uma pesquisa estatística e consiste na divulgação dos dados e das informações obtidas após a realização da pesquisa. A divulgação pode ser feita em relatórios, cartazes ou por meio digital, como *blogs*, *sites*, TV e rádio. É importante assegurar que as pessoas interessadas tenham acesso aos resultados da pesquisa.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

30. Em cada item, indique o tipo de pesquisa, censitária ou amostral, mais adequado para cada situação.

a) Uma empresa pretende analisar a qualidade dos produtos produzidos por ela.

b) O setor pedagógico da escola vai realizar uma pesquisa estatística para conhecer a área de conhecimento de interesse dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

c) O município deseja saber a quantidade de pessoas que residem na área rural.

d) Um instituto vai realizar uma pesquisa de intenção de votos para o Senado Federal.

30. Respostas: a) Amostral; b) Censitária; c) Censitária; d) Amostral.

31. O setor de nutrição da escola aplicou o questionário ao lado para conhecer o sabor preferido de suco dos estudantes.

a) Essa pesquisa é censitária ou amostral?

b) Qual será a população entrevistada?

c) Quais dados serão obtidos?

31. a) Resposta: Censitária.

31. b) Resposta: Os estudantes da escola.

31. c) Resposta: Turma, idade e sabor do suco.

SETOR DE NUTRIÇÃO

Questionário

Qual é a sua turma? ____________

Qual é a sua idade? ____________

Qual é o sabor de suco de sua preferência? ____________

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

32. Uma unidade básica de saúde do bairro registrou a quantidade de atendimentos realizados ao longo de 5 dias de determinada semana.

Quantidade de atendimentos realizados em certa semana

Dia da semana	Quantidade de atendimentos
Segunda-feira	68
Terça-feira	59
Quarta-feira	61
Quinta-feira	66
Sexta-feira	61

Fonte de pesquisa: secretária da unidade básica de saúde.

a) Calcule a média, a mediana, a moda e a amplitude total da quantidade de atendimentos. 32. a) A média é 63, a mediana é 61, a moda é 61 e a amplitude total é 9.

b) Qual tipo de gráfico é mais adequado para representar esses dados? 32. b) Sugestão de resposta: Gráfico de colunas.

c) **Elabore** um relatório e descreva os resultados dessa pesquisa, apresentando o tema e a representação dos dados em um gráfico. Explicite suas principais conclusões, levando em consideração as medidas de tendência central e a amplitude total dos dados. 32. c) Resposta pessoal.

33. Verifique no quadro ao lado a média do 1º bimestre de 2023 de Rafael por componente curricular.

Componente curricular	Média do 1º bimestre
Língua Portuguesa	9,0
Matemática	7,3
História	8,2
Geografia	7,4
Ciências	6,0
Arte	9,0
Língua Inglesa	9,8

a) Qual foi a média geral do 1º bimestre de Rafael? 33. a) Resposta: 8,1.

b) Calcule a mediana, a moda e a amplitude total das médias de Rafael. 33. b) A mediana é 8,2, a moda é 9 e a amplitude total é 3,8.

c) Construa no caderno um gráfico de colunas com as informações apresentadas no quadro. 33. c) Resposta na seção **Resoluções**.

d) **Elabore** um relatório e descreva os resultados dessa pesquisa, apresentando o tema, a representação dos dados em um gráfico e suas principais conclusões, levando em consideração as medidas de tendência central e a amplitude total dos dados. 33. d) Resposta pessoal.

34. **Junte-se** a três colegas e realizem uma pesquisa estatística seguindo as etapas apresentadas anteriormente. Definam um tema de interesse, o tipo de amostragem e, ao final, **elaborem** um relatório para divulgar os resultados obtidos.

Como sugestão de temas, vocês podem pesquisar a quantidade de ruas não pavimentadas do bairro ou do município onde vivem, a quantidade de pessoas não alfabetizadas do bairro ou o índice de satisfação com a merenda escolar.

Na construção do relatório, indiquem o tema da pesquisa e utilizem gráficos e/ou tabelas para representar os dados. Para interpretá-los, façam uso das medidas de tendência central, da amplitude total e utilizem um meio de divulgação de fácil acesso, como cartazes, *blogs*, *sites*, entre outros. 34. Resposta pessoal.

- As atividades propostas aos estudantes nesta página contemplam as habilidades **EF08MA25**, **EF08MA26** e **EF08MA27** ao selecionar razões, de diferentes naturezas, que justifiquem as pesquisas amostrais ou censitárias, as ações de planejar e executar pesquisa amostral, comunicar seus resultados e obter os valores de medidas de tendência central.
- Nas atividades **32** e **33**, os estudantes devem efetuar o cálculo das medidas de tendência central. Caso apresentem dúvidas, retomem os respectivos procedimentos. Reforce o significado da amplitude total comparado às medidas da média, moda e mediana, bem como se está próxima dessas medidas ou não e quais delas são boas representações dos dados.

Nessas atividades, ao reconhecer ou escolher os modelos de gráficos para construí-los com base em dados já organizados em quadros e elaborar relatórios e descrever os resultados das pesquisas, comparando as medidas de tendência central e a amplitude total dos dados, envolvendo-se com dados quantitativos e qualitativos, os estudantes compreendem que a Matemática consiste em uma ciência que contribui para a resolução dos mais variados tipos de problema. Assim, desenvolvem-se as **Competências gerais 1**, **2** e **7** e as **Competências específicas de Matemática 1**, **4**, **5** e **6**.

- Os dados apresentados na tabela da atividade **32** são fictícios.
- A atividade **34** propõe um trabalho em grupos para realizarem uma pesquisa estatística seguindo as etapas das páginas **103** e **104**. Oriente-os a escolher o tema de interesse deles, baseando-se no contexto social em que estão inseridos. Auxilie-os na produção do relatório. Após fazerem a pesquisa e os relatórios, que podem ser em formato de cartazes, os estudantes devem socializar o trabalho para a turma toda a fim de compartilharem as informações dos temas abordados.

Como essa atividade propõe um trabalho em grupos, oriente os estudantes quanto à empatia, ao respeito, à boa convivência social, a evitar preconceitos e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se for conveniente, conversem sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. No tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual, podem ser obtidas informações relacionadas a esse assunto.

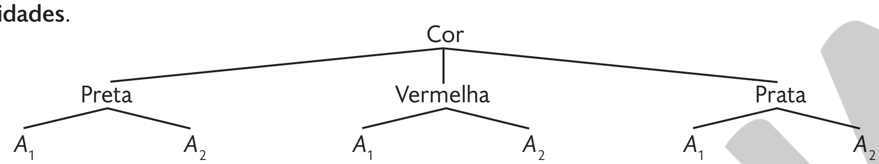
• Proponha aos estudantes a situação desta página antes de abordá-la no livro, a fim de que eles calculem quantas possibilidades diferentes Daniel tem para escolher o automóvel. Eles podem executar essa tarefa em grupos. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Em seguida, considerando as estratégias e resoluções deles, apresente as explicações apresentadas no livro e sistematize, com a participação deles, os procedimentos para calcular a quantidade de possibilidades em situações em que não convém escrever uma a uma. Com isso, retome com eles o "princípio multiplicativo da contagem", estudado anteriormente, e a representação em um quadro de possibilidades.

• Na questão **5**, depois de escrever todas as possibilidades, eles devem fazer os cálculos. Aproveite a ocasião para acrescentar mais uma opção de escolha, como 2 modelos de roda, e peça-lhes que calculem. Por envolver aplicação do princípio multiplicativo, essa questão aborda a habilidade **EF08MA03**.

Possibilidades

Daniel foi a uma concessionária comprar um automóvel. Para determinado modelo, ele pode escolher entre três cores (preta, vermelha e prata) e dois *kits* de acessórios (A_1 ou A_2). Quantas possibilidades diferentes ele tem para escolher esse modelo de automóvel nessa concessionária?

Para responder a essa questão, podemos representar todas as opções de escolha de Daniel construindo um diagrama, conhecido como **diagrama de árvore** ou **árvore de possibilidades**.



Outra maneira de representar todas essas possibilidades é em um quadro, chamado **quadro de possibilidades**.

Cor	***Kit* de acessórios**	
	A_1	**A_2**
Preta	Preta, A_1	Preta, A_2
Vermelha	Vermelha, A_1	Vermelha, A_2
Prata	Prata, A_1	Prata, A_2

Com base no diagrama e no quadro, podemos representar a quantidade de possibilidades pela multiplicação a seguir.

quantidade de opções de cores

quantidade de possibilidades

$$3 \cdot 2 = 6$$

quantidade de opções de *kits* de acessórios

Assim, Daniel tem 6 possibilidades para escolher o automóvel.

Questão 5. Se em vez de 3 opções de cores fossem 4, determine no caderno a quantidade de possibilidades diferentes que Daniel teria para escolher o automóvel.

Questão 5. Resposta: 8 possibilidades.

Chamamos possibilidades todos os resultados possíveis de ocorrer em determinada situação.

Na situação apresentada, calculamos a quantidade de possibilidades realizando uma multiplicação entre a quantidade de opções de cores e a quantidade de opções de *kits* de acessórios. Essa multiplicação é chamada **princípio multiplicativo da contagem**. Tal princípio é uma maneira de realizar adições de parcelas iguais e constitui uma ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem precisar listar todos os elementos.

Se há m quantidades de opções para tomar a decisão D_1, e uma vez realizado D_1, há n quantidades de opções para tomar a decisão D_2, qualquer que tenha sido a primeira escolha, então há $m \cdot n$ quantidades de opções para realizar as decisões D_1 e D_2 simultaneamente.

Agora, considere a situação a seguir.

Quantos números de três algarismos podem ser escritos de maneira que:

- o 1º algarismo seja 1, 2 ou 4?
- o 2º algarismo seja 3 ou 8?
- o 3º algarismo seja 6, 5 ou 9?

Temos 3 opções de escolha para o 1º algarismo, 2 opções para o 2º algarismo e 3 opções para o 3º algarismo. Assim, pelo princípio multiplicativo da contagem, obtemos:

quantidade de opções para o 2º algarismo

quantidade de opções para o 3º algarismo

quantidade de opções para o 1º algarismo $\longrightarrow 3 \cdot 2 \cdot 3 = 18 \longleftarrow$ quantidade de números

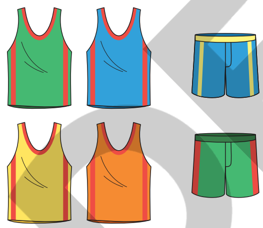
Portanto, há 18 números que satisfazem às condições dadas.

Questão 6. No seu caderno, construa o diagrama de árvore para determinar os números que satisfaçam às condições dadas. Questão 6. Resposta na seção **Resoluções**.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

35. O time de basquetebol de uma escola precisa escolher as cores de seu uniforme, que será composto de 1 camiseta e 1 bermuda. As opções de cores de uniforme que esse time tem estão representadas ao lado.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Construa no caderno um diagrama de árvore e um quadro de possibilidades para representar essa situação.

b) De quantas maneiras diferentes esse time pode compor o uniforme? 35. b) Resposta: 8 maneiras.

35. a) Respostas na seção **Resoluções**.

36. Henrique foi a uma papelaria comprar 1 caderno e 1 lapiseira. Após olhar as opções, ficou em dúvida entre 3 cadernos e 4 lapiseiras. Quantas possibilidades Henrique tem para realizar sua compra? 36. Resposta: 12 possibilidades.

37. De olhos vendados, Rogério vai retirar 2 bolas da caixa ao lado, que contém 1 bola verde, 2 bolas azuis, 2 bolas vermelhas e 3 bolas amarelas.

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Se a primeira bola que Rogério retirar for verde, quantas possibilidades de cores ele terá ao retirar a segunda bola? 37. a) Resposta: 3 possibilidades.

b) Construa no caderno um diagrama de árvore para indicar todas as possibilidades de cores que ele poderá obter ao retirar as duas bolas. 37. b) Resposta na seção **Resoluções**.

c) Quantas possibilidades de cores ele terá ao todo? 37. c) Resposta: 15 possibilidades.

- Na questão **6**, retome com os estudantes o que é um diagrama de árvore e auxilie-os na construção dele.
- As atividades **35**, **36** e **37** envolvem a aplicação do princípio multiplicativo e abordam a habilidade **EF08MA03**. Aproveite essas atividades para verificar os possíveis erros relacionados à interpretação de dados. Se apresentarem dificuldade com a árvore de possibilidades, retome outros exemplos e explique a eles que podem organizar os dados em um quadro de possibilidades. Confira se eles compreendem quando o objetivo das atividades, ou de seus itens, é verificar quais são as possibilidades ou quantas são elas.

- Todas as atividades desta página envolvem a aplicação do princípio multiplicativo e abordam a habilidade **EF08MA03**.
- Ao trabalhar as atividades **38** e **39**, verifique os procedimentos utilizados pelos estudantes e confira se eles organizam a árvore de possibilidade, o quadro de possibilidades ou o princípio multiplicativo. Anote na lousa alguns procedimentos deles e compare uns com os outros. Depois, sistematize.
- Durante a resolução da atividade **40**, sugira aos estudantes que construam um esquema para obter todas as possibilidades. Depois, verifique se fizeram a contagem e se compreenderam que nesta situação não há números formados por algarismos repetidos, como 2 222 e 2 557.
- Ao propor a atividade **41**, verifique se os estudantes aplicam os procedimentos do princípio multiplicativo ou se fazem a contagem por grupos, como de 100 a 199, de 200 a 299. Depois, retome com eles o princípio multiplicativo para compreenderem que o processo apresentado facilita esse tipo de cálculo.
- Na atividade **42**, analise se os estudantes fazem o quociente entre 42 e 6 para obter a resposta de quantas são as blusas. Nesse caso, retome a leitura com eles para identificarem as opções, que são as saias e as blusas.
- A atividade **43** apresenta um quadro com as opções que permitem diferentes possibilidades de escolhas. Após elaborarem os problemas com base no quadro e propor seu problema formulado a um colega, esclareça as possíveis dúvidas. Para isso, promova um ambiente em que todos possam expor suas opiniões sem constranger ninguém ou faltar com o respeito.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **40** e **41**, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

38. Isadora foi comprar uma bicicleta. Ela poderia escolher entre 4 opções de cor, 3 de tamanho e 2 de banco.

a) De quantas maneiras diferentes Isadora pode compor a bicicleta, sabendo que ela deve escolher 1 opção de cor, 1 de tamanho e 1 de banco?

Podemos responder a essa atividade com a seguinte multiplicação. Copie no caderno e complete a expressão.

total de opções de cor
total de opções de banco

$4 \cdot 3 \cdot \blacksquare = \blacksquare$

total de opções de tamanho
total de possibilidades

Atenção!

O resultado que você obteve do total de possibilidades pode ser verificado ao construir um diagrama de árvore ou um quadro de possibilidades.

b) Suponha que Isadora pudesse compor a bicicleta entre 5 opções de cor, 2 opções de tamanho e 4 opções de banco. Nesse caso, qual seria o total de possibilidades?

38. Respostas: a) 2; 24; b) 40 possibilidades.

39. O quadro a seguir representa parte de um cardápio de um restaurante.

Prato principal	Bebida	Sobremesa
Estrogonofe	Suco de frutas	Pudim
Macarrão ao molho		Fruta
Bife parmegiana	Água	Gelatina
Frango grelhado		Bolo

Quantos pedidos distintos podem ser formados por:

a) 1 prato principal e 1 bebida?

b) 1 prato principal, 1 bebida e 1 sobremesa?

39. Respostas: a) 8 pedidos; b) 32 pedidos.

40. Quantos números diferentes de 4 ordens podem ser formados utilizando todos os algarismos a seguir? 40. Resposta: 24 números.

2	5	7	9

41. (OBM-2006) Jade escreveu todos os números de 3 algarismos em cartões amarelos, um por cartão, e escreveu todos os números de 4 algarismos em cartões azuis, um por cartão. Os cartões são todos do mesmo tamanho.

a) Ao todo, quantos cartões foram utilizados? Lembre-se de que, por exemplo, 037 é um número de dois algarismos, bem como 0853 é um número de três algarismos.

b) Todos os cartões são então colocados numa mesma urna e embaralhados. Depois Jade retira os cartões, um a um, sem olhar o que está pegando. Quantos cartões Jade deverá retirar para ter certeza de que há dois cartões azuis entre os retirados?

41. Respostas: a) 9900 cartões; b) 902 cartões.

42. Para montar um *look*, Marina precisa escolher 1 saia e 1 blusa. Sabendo que com as opções disponíveis ela pode montar, ao todo, 42 *looks* diferentes e que havia 6 opções de saia, quantas eram as opções de blusa?

42. Resposta: 7 opções.

43. Rafael foi a uma loja comprar um terno e um sapato para sua festa de formatura. O quadro a seguir apresenta os modelos e as cores disponíveis.

Modelos de terno disponíveis	Cores de terno disponíveis	Cores de sapato disponíveis
tradicional *slim*	cinza azul-marinho bege	preto marrom

Com base no quadro, **elabore** um problema e peça para um colega resolvê-lo. Depois, verifique se ele respondeu corretamente. 43. Resposta pessoal.

108

Probabilidade

Joana está brincando de sortear bolinhas com os amigos. Cada um deles deve retirar, aleatoriamente, 1 bolinha de uma urna que contém bolinhas iguais, enumeradas de 1 a 20, e em seguida devolvê-la na urna. Ganha a brincadeira aquele que retirar a bolinha com o maior número. Joana já sorteou a bolinha com o número 12.


GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a probabilidade de um amigo de Joana sortear uma bolinha com número menor do que 12?

Desse experimento conhecemos o conjunto de todos os resultados possíveis, ou seja, o **espaço amostral**, que denotamos por Ω (lê-se "ômega").

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

Se todos os resultados têm a mesma chance de ocorrer, a **probabilidade** (P) de um evento ocorrer é dada por:

$$P = \frac{\text{quantidade de resultados favoráveis ao evento}}{\text{quantidade de resultados possíveis}}$$

Atenção!

Denominamos evento qualquer subconjunto do espaço amostral. No caso, o subconjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ é o evento de sortear um número menor do que 12.

Nessa situação, como há 11 bolinhas com números menores do que 12 de um total de 20 bolinhas, temos:

$$P = \frac{11}{20} = 0{,}55 = 55\%$$

Portanto, a probabilidade de sortear uma bolinha com número menor do que 12 é 11 em 20, $\frac{11}{20}$ ou 55%.

A probabilidade de ocorrência de cada um dos elementos desse espaço amostral é $\frac{1}{20}$.

Atenção!

Lembre-se de que chamamos **elemento** cada objeto de um conjunto.

Questão 7. Em seu caderno, determine a soma das probabilidades de todos os elementos desse espaço amostral. Questão 7. Resposta: A soma é igual a 1.

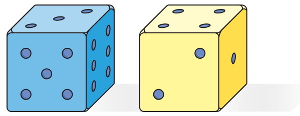
A soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral de um experimento é igual a 1.

- Para que os estudantes associem o conteúdo desta página com os conteúdos das páginas seguintes, explore com eles algumas situações do dia a dia em que seja possível calcular a probabilidade de ocorrer certos eventos. Se não souberem citar alguma situação, cite alguns para auxiliá-los, como a chance de um time de futebol vencer uma partida ou a possibilidade de chover em determinado dia de acordo com a previsão do tempo. Deixe que apresentem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Explique a eles que a probabilidade refere-se à razão entre os números de eventos e o número do espaço amostral, o que pode ser apresentado na forma de fração ou de porcentagem, usando o símbolo %.
- Verifique se os estudantes compreenderam a diferença entre possibilidade e probabilidade e também entre evento e espaço amostral. Se apresentarem dúvidas, proponha uma situação de cálculo de possibilidade e outra de probabilidade, a fim de estabelecerem comparações e perceberem a diferença.
- Na questão **7**, faça questionamentos que os levem a entender que a probabilidade de obter qualquer número do espaço amostral é a mesma dos demais, ou seja, todos os elementos têm $\frac{1}{20}$ de probabilidade de ser sorteados. Portanto, pode-se obter a soma:
$\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \ldots + \frac{1}{20} = \frac{20}{20} = 1$
Ao calcular a probabilidade de eventos e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1, contempla-se a habilidade **EF08MA22**.

- Para apresentar o lançamento de dois dados, se possível, leve para a sala de aula alguns dados com as faces enumeradas de 1 a 6. Com isso, os estudantes terão a oportunidade de produzir significados ao espaço amostral.
- Na questão **8**, se apresentarem dificuldade, oriente-os a consultar o quadro anterior. Também oriente-os quanto à razão entre a quantidade de resultados favoráveis ao evento e a quantidade de resultados possíveis. Explore outras questões, como a probabilidade de sortear um número maior do que 60 ou maior do que 70.
- Na atividade **44**, se os estudantes apresentarem dúvida, levante outras questões de modo que eles verifiquem a probabilidade de o evento acontecer.

Considere outra situação.

Geraldo vai compor um número de dois algarismos com os números obtidos no lançamento de dois dados, um amarelo e outro azul, enumerados de 1 a 6. O número obtido no dado amarelo representa o algarismo da dezena, e o obtido no dado azul, o algarismo da unidade.


HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

Ao lançar os dados, qual é a probabilidade de Geraldo compor um número par?

Para responder a essa pergunta, primeiro vamos construir um quadro de possibilidades para determinar o espaço amostral desse experimento.

Dado amarelo	**Dado azul**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	11	12	13	14	15	16
2	21	22	23	24	25	26
3	31	32	33	34	35	36
4	41	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

Desse modo, o espaço amostral é:

$$\Omega = \left\{\begin{matrix} 11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, \\ 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66 \end{matrix}\right\}$$

Assim, temos 36 resultados possíveis. Outra maneira de obter a quantidade de resultados possíveis é aplicando o princípio multiplicativo da contagem, efetuando $6 \cdot 6 = 36$.

Analisando o quadro de possibilidades, concluímos que a quantidade de resultados favoráveis para que Geraldo consiga formar um número par é 18. Portanto, a probabilidade de ele formar um número par ao lançar os dois dados é dada por:

$$P = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

Questão 8. Em seu caderno, determine a probabilidade de Geraldo formar um número cujo algarismo da dezena seja 3. Questão 8. Resposta: $\frac{6}{36}$ ou $\frac{1}{6}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

44. Em um saco, foram colocadas várias bolinhas iguais, sendo 24 vermelhas, 18 azuis, 15 verdes e 31 laranjas.

HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantas bolinhas foram colocadas no saco? 44. a) Resposta: 88.

b) Ao retirar ao acaso uma bolinha desse saco, qual cor tem mais chance de ser retirada? Por quê? 44. b) A bolinha laranja, pois há mais quantidade dela.

c) Qual é a chance de retirar, ao acaso, uma bolinha azul? E uma bolinha verde?
44. c) Resposta: $\frac{18}{88}$ ou $\frac{9}{44}$; $\frac{15}{88}$.

45. Flávio e Amanda recortaram alguns pedaços de cartolina e com eles confeccionaram fichas com os seguintes números.

192	205	180	152
136	117	72	241
51	190	30	85
147	67	108	

Em seguida, eles misturaram as fichas e as colocaram com os números voltados para baixo.

Ao retirar uma das fichas ao acaso, qual é a probabilidade de o número:

a) terminar em zero?

b) ser par?

c) ser maior do que 100?

d) ser menor do que 125?

e) ser ímpar?

f) ser maior do que 77 e menor do que 151?

45. Respostas: a) $\frac{3}{15}$ ou $\frac{1}{5}$; b) $\frac{8}{15}$; c) $\frac{10}{15}$ ou $\frac{2}{3}$; d) $\frac{7}{15}$; e) $\frac{7}{15}$; f) $\frac{5}{15}$ ou $\frac{1}{3}$.

46. Flávia está participando de uma gincana na escola. Em uma das provas, ela deve estourar 2 balões com os olhos vendados. Dos 21 balões da prova, 5 valem 10 pontos, 8 valem 20 pontos, 2 valem 50 pontos e 6 valem 70 pontos.

a) Qual é a probabilidade de o 1º balão que Flávia estourar valer 20 pontos?

b) Qual é a probabilidade de o 1º balão que Flávia estourar valer mais do que 20 pontos?

c) Supondo que o 1º balão que Flávia estourou valha 10 pontos, qual é a probabilidade de o 2º balão valer 70 pontos?

46. Respostas: a) $\frac{8}{21}$; b) $\frac{8}{21}$; c) $\frac{6}{20}$ ou $\frac{3}{10}$.

47. (Obmep-2010) Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{4}$

47. Resposta: Alternativa **b**.

48. Considere os números de três algarismos distintos, formados pelos algarismos 1, 2 e 3. Qual é a probabilidade de, ao sortearmos um desses números, ele ser:

48. Respostas: a) $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$; b) $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$; c) $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$; d) $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$; e) $\frac{5}{6}$.

a) par?

b) ímpar?

c) múltiplo de 4?

d) múltiplo de 12?

e) menor do que 320?

49. São lançados simultaneamente 1 dado e 1 moeda. 49. a) Resposta na seção **Resoluções**.

a) Construa no caderno um quadro de possibilidades que apresente o espaço amostral desse experimento.

b) Qual é a quantidade de resultados possíveis nesse lançamento?

49. b) Resposta: 12 resultados.

c) Considerando esse lançamento, calcule no caderno a probabilidade de obter, nas faces voltadas para cima:

- o número 1 e cara;
- um número par e qualquer resultado para a moeda;
- coroa e qualquer número para o dado;
- um número ímpar e cara.

49. c) Resposta: $\frac{1}{12}$; $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$; $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{12}$ ou $\frac{1}{4}$.

- As atividades deste tópico envolvem o cálculo de probabilidade de determinados eventos ocorrerem ou não, abordando, assim, a habilidade **EF08MA22**.
- Tire melhor proveito do trabalho com as atividades **45**, **47** e **48** aplicando uma atividade prática. Assim, considerando a quantidade de grupos formados na sala de aula, construa fichas com os números citados. Usando uma urna, peça aos estudantes que realizem sorteios e respondam às questões dessas atividades.
- Na atividade **48**, verifique se os estudantes compreendem o que significa números de três algarismos distintos e como podem obter o conjunto de possibilidades e o espaço amostral. Se necessário, retome o princípio multiplicativo da contagem e os múltiplos de um número.
- A atividade **46** aborda um contexto envolvendo gincana, tema que pode ser associado a **culturas juvenis**. Promova uma conversa com os estudantes e pergunte se eles gostam de participar de gincanas. Se for conveniente, explique a importância desse tipo de atividade como modo de interação social e o respeito mútuo. Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.
- Para a atividade **49**, se possível, providencie algumas moedas e alguns dados a fim de fazer alguns lançamentos com os estudantes. Durante essa dinâmica, peça-lhes que identifiquem o espaço amostral ao lançar uma moeda e um dado, simultaneamente. Assim, eles podem obter as respostas das questões de maneira prática.

- Na atividade **50**, é interessante fazer o experimento com os estudantes. Para isso, construa algumas reproduções do tetraedro e do cubo, numere as faces e faça os experimentos com eles. Verifique se eles aplicam o princípio multiplicativo para calcular o espaço amostral.
- Na atividade **51**, os estudantes podem obter as respostas por meio do conceito de equivalência de frações. Nesse caso, confira se eles representam corretamente e se simplificam as frações para perceber que, no item **b**, a probabilidade é igual.
- Tire melhor proveito da atividade **52**, item **b**, explicando aos estudantes que o resultado de uma probabilidade está entre 0 e 1 e que, se for igual a 1, o evento ocorrerá, mas se for igual a zero, o evento é impossível de acontecer.
- Na atividade **53**, verifique se os estudantes se lembram do conceito de múltiplos, estudado em anos anteriores. Certifique-se de que entenderam que os 8 números múltiplos de 42 formam o espaço amostral, com base nos quais é possível responder a cada item da atividade. Reforce a questão do item **c**, explicando que o cálculo de uma probabilidade associa a ocorrência de um resultado a um valor que varia de 0 a 1.
- Na atividade **54**, os estudantes têm a oportunidade de usar sua criatividade e sua capacidade de argumentar ao elaborar um problema para um colega resolver. Nesse sentido, também desenvolvem um trabalho cooperativo com seus pares, favorecendo, assim, o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 8** e da **Competência geral 9**. Ao final, eles devem verificar se o colega resolveu o problema corretamente e conversar sobre possíveis dúvidas.

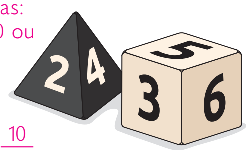
Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

50. Respostas na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

50. Júlio tem um dado com formato de um tetraedro, numerado de 1 a 4, e um dado comum, numerado de 1 a 6. Ele lançou os dados simultaneamente e anotou o número da face do tetraedro voltada para baixo e o número da face do dado comum voltada para cima.

51. Respostas:
a) 5 em 120 ou $\frac{5}{120}$ ou $\frac{1}{24}$;
b) Igual, pois $\frac{5}{120} = \frac{10}{240}$.



HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva no caderno o espaço amostral desse lançamento.
b) Qual é a probabilidade de obter números pares em ambos os dados?
c) Qual é a probabilidade de obter números ímpares em ambos os dados?
d) Qual é a probabilidade de obter um número par e um número ímpar nesse lançamento?
e) Qual é a soma das probabilidades obtidas nos itens anteriores?

51. Em uma confecção foi verificado que, a cada 120 calças fabricadas, 5 apresentavam defeito na costura.
a) Ao retirar uma calça ao acaso de um lote de 120 calças, qual é a probabilidade de ela apresentar defeito na costura?
b) A probabilidade de retirar ao acaso uma calça de um lote de 240 calças e ela apresentar algum defeito é maior do que, menor do que ou igual a de ser retirada de um lote de 120 calças? Por quê?

52. Ana tem 5 cartões com as letras **A**, **B**, **C**, **D** e **E**.
a) Qual é a probabilidade de Ana sortear uma:
- vogal?
- consoante?

b) Calcule no caderno a soma das probabilidades do item anterior.

53. Nos itens a seguir, resolva o que se pede.
a) Escreva no caderno o espaço amostral de um sorteio em que serão considerados todos os divisores de 42.
b) Ao realizar um sorteio, calcule no caderno a probabilidade de obter cada um dos números do espaço amostral.
c) Qual é a soma das probabilidades obtidas no item anterior?
d) Ao sortear um desses números, calcule no caderno a probabilidade de ele ser:
- par;
- ímpar;
- composto por 2 algarismos;
- múltiplo de 6;
- divisor de 11;
- um número primo.

53. Respostas:
a) $\Omega = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$;
b) $\frac{1}{8}$; c) 1.

54. Na imagem a seguir, estão representadas as bolas do jogo de bilhar, sendo 15 bolas numeradas de 1 a 15 mais 1 bola branca sem numeração.

54. Resposta pessoal.

HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

52. Respostas: a) vogal: $\frac{2}{5}$; consoante: $\frac{3}{5}$. b) 1.

Com base nessa informação, **elabore** um problema e troque com o de um colega. Você resolverá o dele e ele vai resolver o seu. Depois, verifique se ele resolveu o problema corretamente.

53. d) Resposta: par: $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$; ímpar: $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$; composto por 2 algarismos: $\frac{3}{8}$; múltiplo de 6: $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$; divisor de 11: $\frac{1}{8}$; um número primo: $\frac{3}{8}$.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. A professora de Educação Física mediu a altura, em centímetro, dos estudantes de sua turma e registrou as medidas em um quadro.

171	157	170	162	159	166
165	168	159	170	167	169
163	167	170	159	164	167
172	175	168	170	173	169
169	174	182	168	171	170
169	174	169	164	181	179

a) Construa, em uma folha de papel avulsa, uma tabela de frequência com 7 intervalos de classe, em que o primeiro seja 157 ⊢ 161, apresentando as frequências absoluta (*f*), relativa (*fr*), acumulada (*fa*) e acumulada relativa (*far*) para as medidas das alturas dos estudantes.

1. a) Resposta na seção **Resoluções**.

b) Qual é a porcentagem dos estudantes que têm medida de altura maior ou igual a 165 cm? 1. b) Resposta: Aproximadamente 78%.

c) Qual é a porcentagem dos estudantes que têm altura medindo 181 cm ou mais?
1. c) Resposta: 6%.

2. O quadro a seguir apresenta o salário, em reais, de 20 funcionários de uma empresa.

2. Respostas:
a) R$ 270,00;
b) R$ 1735,00;
R$ 1870,00;
R$ 1735,50.

1720,00	1640,00	1600,00	1870,00
1600,00	1870,00	1750,00	1870,00
1600,00	1800,00	1790,00	1600,00
1870,00	1600,00	1790,00	1870,00
1650,00	1700,00	1870,00	1650,00

a) Determine a amplitude total dos salários desses funcionários.

b) Calcule em uma folha de papel avulsa a mediana, a moda e a média desses salários.

3. O boletim anual de Renata está representado na tabela.

Boletim anual

Componente curricular	Notas			
	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Língua Portuguesa	10	9,6	9,2	8,8
Língua Inglesa	6,8	7	8,2	8
Matemática	8,4	6,8	7,2	7,6
História	8,2	8	9,6	7,8
Geografia	7,5	6,5	7,7	8,3
Ciências	6,0	5,5	7,0	6,7
Arte	8,5	8,5	9	10

Fonte de pesquisa: secretaria da escola em 2023.

3. b) Resposta: 3,1.

a) Calcule em uma folha de papel avulsa a média anual de Renata em cada componente curricular. Qual foi a média geral?

b) Determine a amplitude total das médias anuais de Renata, por componente curricular.

c) Calcule em uma folha de papel avulsa a mediana e a moda das médias, por componente curricular, obtidas por Renata. 3. c) Resposta: A mediana é 7,5 e a moda é 7,5.

3. a) Resposta: Língua Portuguesa: 9,4; Língua Inglesa: 7,5; Matemática: 7,5; História: 8,4; Geografia: 7,5; Ciências: 6,3; Arte: 9,0; média geral: aproximadamente 7,9.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes constroem tabelas de frequências com intervalos de classe.

Como proceder

- Se os estudantes apresentarem dificuldade, faça na lousa o cálculo de uma porcentagem para obter a frequência relativa.
- Os dados apresentados no quadro dessa atividade são fictícios.

2 e 3. Objetivo

- Averiguar se os estudantes calculam a amplitude total, a mediana, a moda e a média de um conjunto de dados.

Como proceder

- Caso julgue necessário, retome com os estudantes os conceitos de amplitude total, da mediana, da moda e de média das páginas **84** e **85**.
- Os dados apresentados no quadro e na tabela dessas atividades são fictícios.

4. Objetivo

• Avaliar se os estudantes escolhem adequadamente tipos de gráficos de acordo com as variáveis.

Como proceder

• Caso julgue necessário, retome com os estudantes as características dos diferentes tipos de gráfico. Explique para eles que alguns se adaptam melhor a determinadas variáveis dos dados estatísticos.

5. Objetivo

• Constatar se os estudantes constroem gráfico de setores utilizando dados de um quadro.

Como proceder

• Se os estudantes apresentarem dificuldade, retome com eles o procedimento para obter a medida do ângulo central e construir gráficos de setores e, para responder ao item **b**, o processo para o cálculo das porcentagens.

• Os dados apresentados na tabela desta atividade são fictícios.

6. Objetivo

• Avaliar se os estudantes reconhecem todas as ocorrências possíveis em um experimento aleatório e os eventos como parte das ocorrências possíveis (relação entre parte e todo).

Como proceder

• Verifique se os estudantes reconhecem todas as ocorrências possíveis desse experimento, ou seja, a descrição do espaço amostral. Se necessário, mostre, na lousa, algumas dessas ocorrências, auxiliando-os a organizar o quadro de possibilidades.

7 e 8. Objetivo

• Averiguar se os estudantes identificam o número de elementos do espaço amostral e se calculam probabilidade de ocorrência de um evento.

Como proceder

• Verifique se os estudantes se lembram de que o cálculo da probabilidade é feito pela razão entre o número de eventos e o número do espaço amostral.

4. Escreva em uma folha de papel avulsa o tipo de gráfico mais adequado para a situação indicada em cada item.

a) Em uma partida de voleibol, registrou-se a quantidade de *aces* de cada equipe.

b) Em certo município, registrou-se a medida de temperatura máxima diária durante o mês de janeiro.

4. Sugestão de resposta: a) Gráfico de colunas; b) Gráfico de linhas.

Ace: saque que o jogador oponente não consegue rebater.

5. Uma clínica médica realizou uma pesquisa para conhecer a satisfação dos pacientes durante o atendimento. Cada paciente escolheu apenas uma opção. O resultado está apresentado na tabela a seguir.

Pesquisa de satisfação

Qualidade do atendimento	Quantidade de respostas
Ruim	45
Regular	75
Bom	120
Ótimo	60

Fonte de pesquisa: setor de Recursos Humanos da clínica em 2023.

5. b) Resposta na seção **Resoluções**.

a) Quantos pacientes foram entrevistados? 5. a) Resposta: 300 pacientes.

b) Construa em uma folha de papel avulsa um gráfico de setores para representar os dados da tabela. Lembre-se de inserir no gráfico o título e a fonte de pesquisa.

c) Com base no gráfico, o resultado é favorável à clínica? Justifique a resposta no caderno.

6. Considerando o lançamento simultâneo de 2 dados de seis faces, resolva os itens.

a) Construa em uma folha de papel avulsa um quadro de possibilidades que apresente o espaço amostral desse experimento.

6. a) Resposta na seção **Resoluções**.

b) Quantas são as combinações possíveis nesse lançamento?

6. b) Resposta: 36 combinações.

c) Em quantas dessas combinações as faces voltadas para cima de ambos os dados são números pares? 6. c) Resposta: Em 9 combinações.

d) Em quantas dessas combinações as faces voltadas para cima de ambos os dados são números iguais? 6. d) Resposta: Em 6 combinações.

e) Escreva todos os possíveis resultados considerando a adição entre os números nas faces voltadas para cima dos dados.

6. e) Resposta na seção **Resoluções**.

7. Uma urna contém bolas idênticas, sendo ao todo 35 bolas vermelhas, 24 azuis, 41 pretas e 20 amarelas.

a) Quantas bolas há na urna?

b) Ao retirar uma bola dessa urna ao acaso, qual é a probabilidade de ela não ser vermelha?

c) Qual é a probabilidade de retirar ao acaso uma bola azul?

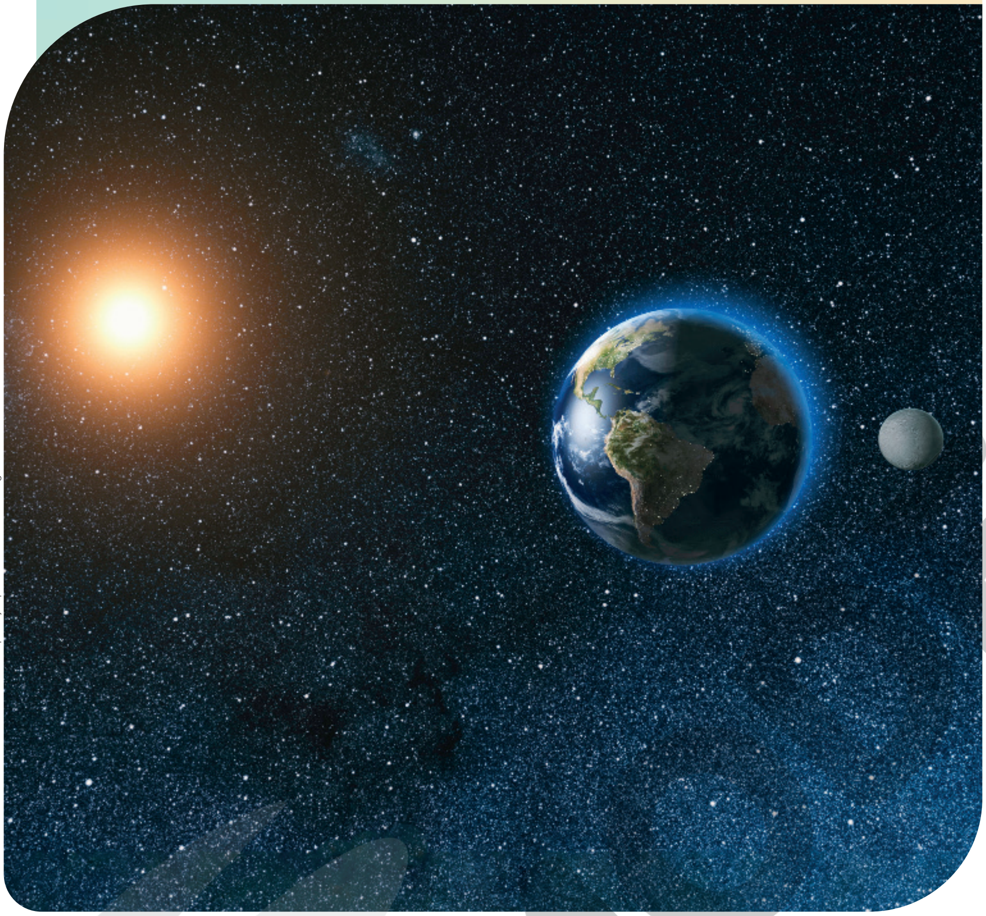
d) Calcule em uma folha de papel avulsa a probabilidade de cada um dos elementos do espaço amostral. Qual é a soma dessas probabilidades? 7. Respostas na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

8. Uma roleta tem 36 casas de mesma medida de área numeradas de 1 a 36. Sabendo que foi sorteado um número par, qual é a probabilidade de esse número ser o 18? 8. Resposta: $\frac{1}{18}$.

5. c) Sim. Espera-se que os estudantes respondam que, embora 15% dos entrevistados tenham indicado a opção ruim e 25% tenham respondido regular, 60% responderam bom ou ótimo.

UNIDADE

6 Transformações geométricas



GOINYK PRODUCTION/SHUTTERSTOCK

Representação do planeta Terra, durante execução do movimento em torno de si mesmo, conhecido como rotação, e do movimento ao redor do Sol, denominado translação.

Agora vamos estudar...

- transformação de reflexão;
- transformação de rotação;
- transformação de translação;
- composição de transformações.

- A abertura da unidade apresenta uma representação da Terra. Verifique se os estudantes estabelecem uma relação entre os movimentos mencionados do planeta Terra e dois dos tipos de transformação que serão trabalhados ao longo da unidade (rotação e translação).
- Avalie a conveniência de realizar uma aula em conjunto com o professor do componente curricular de **Ciências** a respeito de características e curiosidades dos planetas do Sistema Solar. Para isso, podem ser propostas aos estudantes algumas práticas de pesquisa, como pedir que escolham outro planeta do Sistema Solar e pesquisem sobre as medidas de tempo de seu movimento de rotação e de translação. Depois, incentive-os a compartilhar os resultados com os dos colegas. Tais informações podem ser obtidas, por exemplo, acessando o *site* disponível em: http://www.invivo.fiocruz.br/cienciaetecnologia/quantos-anos-voce-tem/. Acesso em: 30 jun. 2022.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, selecione algumas obras do artista Maurits Cornelis Escher (1898-1972). Disponível em: https://mcescher.com/gallery/symmetry/. Acesso em: 30 jun. 2022. Em seguida, com o auxílio de um computador e de um projetor, exiba essas imagens em sala de aula e peça aos estudantes que indiquem os tipos de transformações presentes nessas obras.

Resolução e comentários

As obras de Escher presentes no *site* citado apresentam transformações de reflexão, de rotação, de translação ou combinações de algumas delas. Analise as respostas dos estudantes para diagnosticar seus conhecimentos prévios sobre transformações geométricas.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Estudar as transformações de uma figura por reflexão, rotação e translação.
- Identificar o sentido do ângulo de rotação de uma imagem.
- Identificar figuras simétricas por reflexão, rotação e translação.
- Reproduzir uma imagem em malha quadriculada utilizando rotação.
- Realizar transformações no plano cartesiano com *software* de geometria dinâmica.
- Analisar combinações de transformações geométricas de figuras.
- Construir figuras usando a composição de transformações geométricas.

Justificativas

Os conteúdos desta unidade são relevantes para os estudantes por favorecer a compreensão das transformações e composição de transformações geométricas (reflexão, rotação e translação) e o desenvolvimento da percepção espacial, da capacidade de promover a observação e a criatividade.

Estudar essas transformações geométricas também contribui para a aprendizagem de outros conceitos de Geometria, tais como congruência e semelhança e suas propriedades. As atividades propostas favorecem ações de compreender, conjecturar e generalizar e possibilitam que os estudantes possam investigar, descobrir e perceber figuras que sofreram transformações, que são aspectos importantes na resolução de problemas.

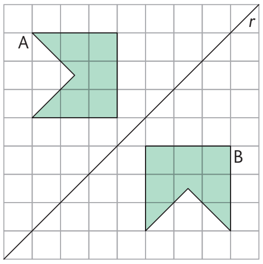
Ao apresentar simetrias na cultura africana (o sona) e nas obras do artista Escher, por exemplo, os estudantes são levados a perceber a Matemática em diferentes culturas, favorecendo o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 1**. Ainda, a utilização do recurso tecnológico GeoGebra, além de proporcionar o desenvolvimento da criatividade, da imaginação, da investigação e observação, aborda a **Competência específica da Matemática 5**.

Estudando transformações geométricas

Você estudou algumas transformações geométricas no 7º ano. Vamos relembrá-las?

Transformação de reflexão

A figura **B** foi construída refletindo a figura **A** em relação à reta *r* (eixo). Nesse caso, para construir a figura **B**, aplicou-se uma **transformação de reflexão** na figura **A** em relação ao eixo *r*.



Atenção!

A figura obtida ao aplicarmos uma transformação em uma dada figura chama-se **imagem** da figura inicial.
No exemplo apresentado, **B** é a imagem da figura **A** pela transformação de reflexão em relação ao eixo *r*.

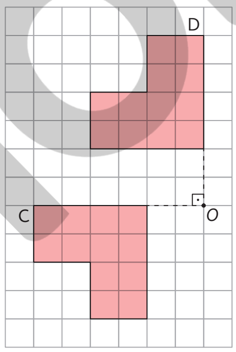
Dizemos que as figuras **A** e **B** são **simétricas por reflexão** em relação ao eixo *r*.

A imagem de uma figura pela transformação de reflexão é idêntica à figura original.

Transformação de rotação

A figura **D** foi construída rotacionando a figura **C** em torno do ponto *O*. Nesse caso, para construir a figura **D**, aplicou-se uma **transformação de rotação** de 90° na figura **C**, no sentido horário, em torno do ponto *O*.

Dizemos que as figuras **C** e **D** são **simétricas por rotação** em torno do ponto *O*.



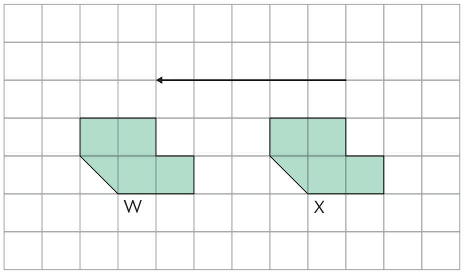
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

A imagem de uma figura pela transformação por rotação é idêntica à figura original.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página e da página seguinte, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a transformações geométricas. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Os conteúdos trabalhados nesta unidade desenvolvem a habilidade **EF08MA18** ao levar os estudantes a reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de geometria dinâmica.

Transformação de translação

A figura **W** foi construída transladando a figura **X**.



Atenção!

A seta apresentada indica a direção, o sentido e a medida da distância em que a figura deve ser transladada.

Nesse caso, para construir a figura **W**, foi aplicada na figura **X** uma **transformação de translação** na direção horizontal 5 unidades para a esquerda. Dizemos que as figuras **W** e **X** são **simétricas por translação**.

A imagem de uma figura pela transformação de translação é idêntica à figura original.

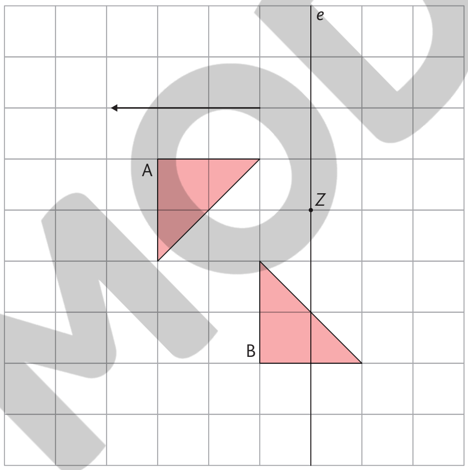
Questão 1. Entre as afirmações a seguir, determine aquela que é verdadeira.
Questão 1. Resposta: Alternativa **b**.

a) A figura B é a imagem da figura A pela transformação de reflexão em relação ao eixo *e*.

b) A figura B é a imagem da figura A pela rotação de 90°, no sentido anti-horário, em torno do ponto *Z*.

c) A figura B é a imagem da figura A pela transformação de translação na direção vertical, 3 unidades para baixo.

d) A figura A é a imagem da figura B pela rotação de 90°, no sentido anti-horário, em torno do ponto *Z*.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- Antes de apresentar para os estudantes o conceito de translação, presente nesta página, desenhe na lousa as figuras **X** e **W** e a seta e questione os estudantes sobre a transformação que foi aplicada na figura **X** para construir a figura **W**. Deixe-os apresentar suas ideias e depois sistematize com eles a transformação de translação, comparando com as transformações de reflexão e de rotação.
- A questão **1** envolve a análise do movimento de transformação de uma figura por rotação. Peça aos estudantes para escreverem no caderno a justificativa das alternativas incorretas. Depois, promova uma conversa oral com a turma pedindo a alguns deles que argumentem sobre as justificativas que escreveram e questione se os colegas concordam ou não e por quê.

• Incentive os estudantes a verificar que o GeoGebra reconhece o ponto se as coordenadas forem digitadas entre parênteses e separadas por vírgula. Também é possível incluir o rótulo do ponto digitando uma letra maiúscula e o sinal de igual antes da coordenada, por exemplo, $G = (2, 5)$.

• É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o GeoGebra, um *software* dinâmico de Matemática que representa conceitos de Geometria e Álgebra. Nesse programa, podemos realizar diversas construções geométricas, usando pontos, retas, circunferências e outras curvas, além de considerar relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção.

• Utilizado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site*. Disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 22 jun. 2022. Caso esta seção seja realizada no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estejam com o *software* instalado. Uma alternativa é usar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

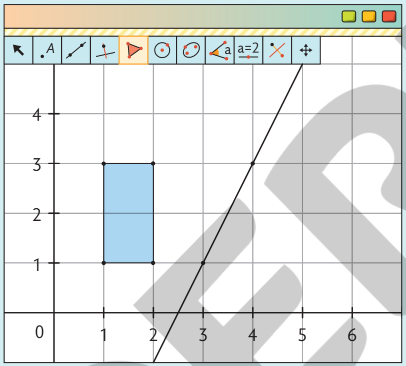
Instrumentos e *softwares*

Transformações no plano cartesiano com o GeoGebra

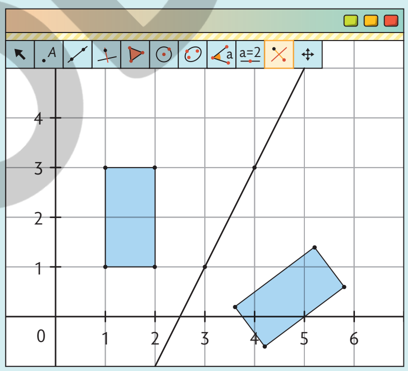
Com o GeoGebra, é possível construir figuras geométricas no plano cartesiano usando transformações de reflexão, rotação ou translação. Execute o passo a passo a seguir.

1º. Clique com o botão direito sobre a **Janela de Visualização**, habilite a opção **Exibir Eixos** e, na aba **Exibir Malha**, escolha a opção **Malha Principal**.

2º. Para construir os vértices do polígono, digite suas coordenadas no campo **Entrada...** (por exemplo, $A(1, 1)$, $B(1, 3)$, $C(2, 3)$ e $D(2, 1)$) e pressione **Enter**. Com a ferramenta **Polígono**, clique nos pontos A, B, C, D criados e novamente em A, para construir o quadrilátero $ABCD$. Construa também dois pontos distintos, como $(3, 1)$ e $(4, 3)$, e trace por eles a reta que será a referência da reflexão.



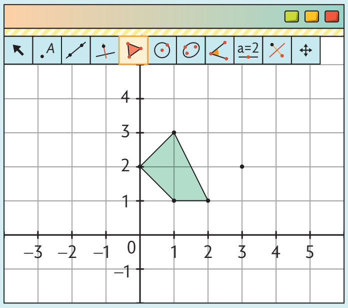
3º. Com a ferramenta **Reflexão em Relação a uma Reta**, clique no polígono e, depois, na reta que passa por $(3, 1)$ e $(4, 3)$.



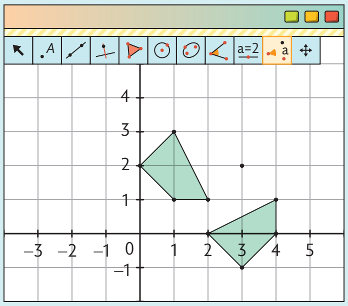
ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Para obter uma figura simétrica por rotação em torno de um ponto, execute os passos a seguir.

1º Construa o polígono e o ponto que será a referência para a rotação. Para isso, use procedimento semelhante ao 2º passo da construção anterior.

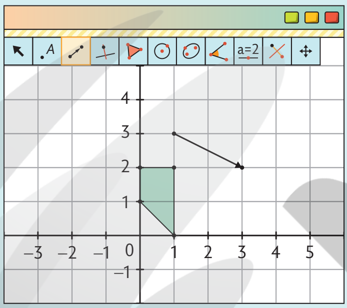


2º Com a ferramenta **Rotação em Torno de um Ponto**, clique no polígono e, depois, no ponto. No campo **Ângulo** da janela que será exibida, digite a medida do ângulo em grau, escolha o sentido – por exemplo, 90° e anti-horário – e clique em **OK**.

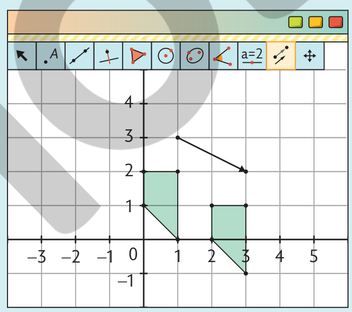


Já para a transformação de translação, execute os passos a seguir.

1º Construa o polígono e dois pontos distintos para delimitar as extremidades da seta, que será a referência para a medida da distância, a direção e o sentido da translação. Com a ferramenta **Vetor**, clique nesses dois pontos, primeiro na extremidade inicial, depois na final.



2º Com a ferramenta **Translação por um Vetor**, clique no polígono e, depois, na seta.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

• Oriente os estudantes a selecionar a ferramenta **Mover** para mudar a posição dos vértices do polígono, dos pontos da reta (para a transformação de reflexão), do ponto *O* (para a transformação de rotação) ou das extremidades da seta (para a transformação de translação) a fim de verificar que a transformação é mantida.

• Na atividade **1**, após a resolução dos estudantes, sane as dúvidas deles fazendo uma analogia. Diga que, para as figuras **X** e **Y** serem simétricas por reflexão, o eixo de simetria deve ser como um “espelho”. Assim, eles podem perceber que, na malha quadriculada **B**, as figuras **X** e **Y** são simétricas por translação.

• Nas atividades **2** e **3**, acompanhe como os estudantes lidam com a questão do ângulo e do sentido de rotação. Para tirar melhor proveito da atividade **3**, peça a eles que escrevam no caderno uma justificativa para os itens que são incorretos. Depois, promova uma conversa com a turma pedindo a alguns deles que argumentem sobre as justificativas que escreveram e questionem se os colegas concordam ou não e por quê.

Metodologias ativas

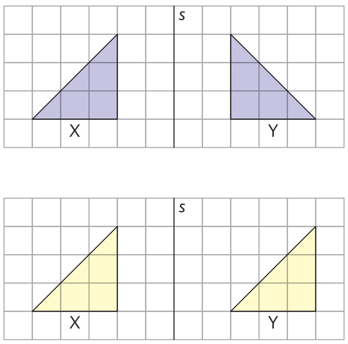
Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Determine em qual das malhas quadriculadas as figuras **X** e **Y** são simétricas por reflexão em relação ao eixo *s*.

A. **B.**

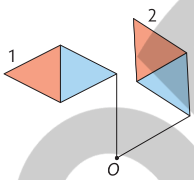


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

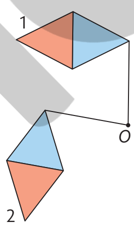
1. Resposta: Na malha quadriculada **A**.

2. Em cada item, para construir a figura **2**, aplicou-se uma transformação de rotação na figura **1** em torno do ponto *O*. Dado o ângulo de rotação em cada item, escreva no caderno se ela foi aplicada no sentido horário ou no anti-horário.

a) Ângulo de rotação: 60°.



b) Ângulo de rotação: 280°.

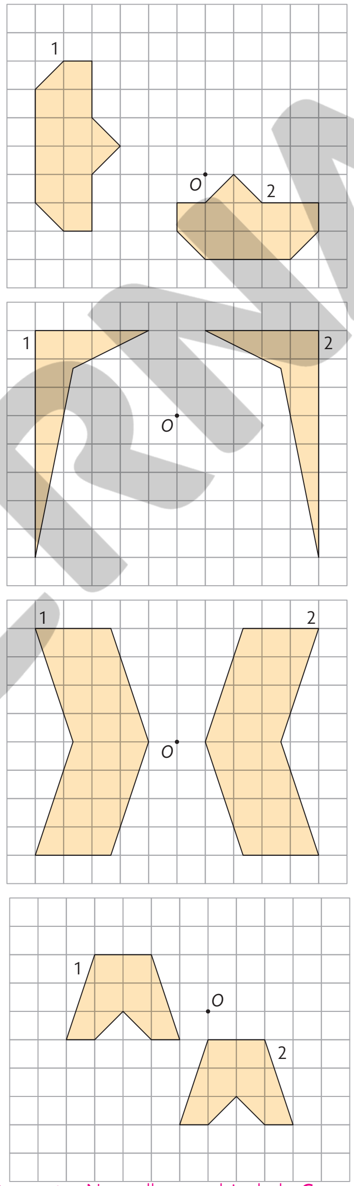


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

2. Respostas: a) Horário; b) Horário.

3. Em qual das malhas quadriculadas a figura **2** é simétrica à figura **1** por rotação em torno do ponto *O*?

A. **B.** **C.** **D.**

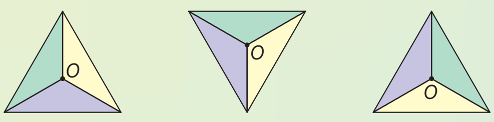


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

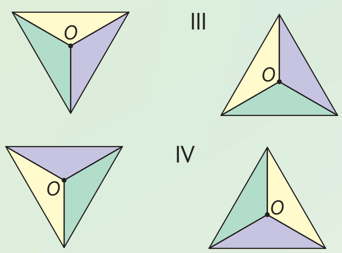
3. Resposta: Na malha quadriculada **C**.

Atividade a mais

• A sequência a seguir é composta de figuras iguais nas quais, de uma posição para a outra, foi aplicada uma transformação de rotação em relação ao ponto *O*.



Entre as figuras a seguir, quais ocupam a 4ª e a 5ª posições, respectivamente?



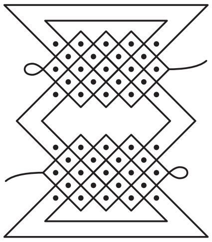
ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Resolução e comentários

Analisando a sequência, podemos perceber que a figura sofre uma transformação de rotação de 120° em sentido horário a cada posição. Assim, a 4ª e 5ª posição são ocupadas pelas figuras **II** e **III**, respectivamente.

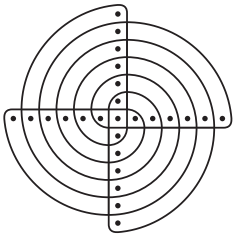
4. No nordeste de Angola, país localizado na África, existe um povo chamado **Quioco**. Uma de suas tradições é, enquanto contam suas histórias, fazer desenhos na areia, os quais, no idioma local, são conhecidos por **sona**. Alguns exemplos estão representados a seguir.

A.



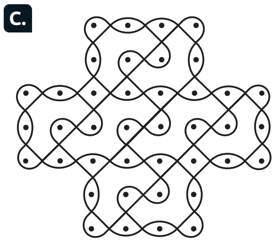
Casal de animais.

B.



Teia de aranha.

C.



Caminho percorrido pela galinha.

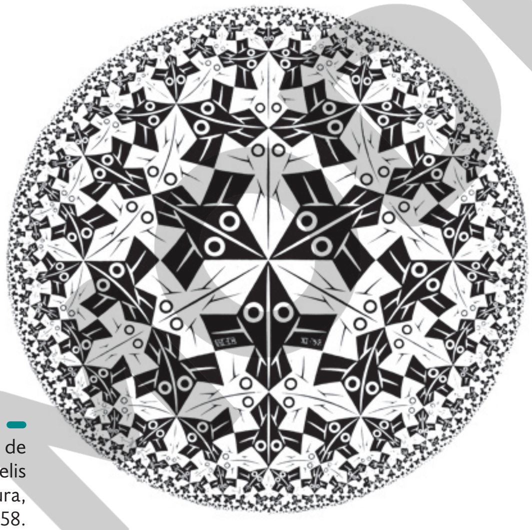
ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Considere um ponto no centro de cada um dos desenhos. Ao aplicarmos uma transformação de rotação no sentido horário em torno desse ponto, qual será o ângulo de rotação para que sua imagem coincida com a figura inicial?

b) Em sua opinião, é importante conhecer e respeitar os diferentes costumes de um povo? Converse com os colegas e professor, argumentando para defender suas ideias.

c) Realize uma pesquisa sobre a importância de respeitar a diversidade cultural. Em seguida, apresente os resultados obtidos para a turma.

5. A figura apresentada ao lado é uma reprodução de um trabalho do artista holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972). Considere um ponto no centro dessa figura. Ao aplicar uma transformação de rotação em torno dele no sentido anti-horário, qual é o menor ângulo de rotação para que sua imagem coincida com a figura inicial? 5. Resposta: 120°.



Limite circular I, de Maurits Cornelis Escher. Xilogravura, 41,8 cm × 41,8 cm, 1958.

4. a) Respostas: **A**: 180°; **B**: 90°; **C**: 180°. b) Resposta pessoal. c) Resposta pessoal.

- Para abordar as transformações geométricas por rotação, a atividade **4** utiliza desenhos do povo Quioco, conhecidos como sona. Para sanar as dúvidas, peça a alguns estudantes que expliquem suas estratégias para a turma e oriente-os com relação à transformação de rotação.

Essa atividade desenvolve o trabalho com o tema contemporâneo transversal **Diversidade cultural**. Crie um ambiente de diálogo para que todos se sintam valorizados e comente a importância das manifestações artísticas e culturais para que percebam as diferenças, admirem-nas e respeitem-nas, de modo a favorecer o desenvolvimento da **Competência geral 3**.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **4**, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Aproveite a atividade **5** e avalie a conveniência de realizar uma aula em conjunto com o professor do componente curricular de **Arte**, explorando com os estudantes informações sobre a vida de Escher e apresentando outras obras dele para que os estudantes explorem as transformações geométricas. Assim, os estudantes são levados a perceber relações da Matemática com outras áreas do conhecimento, o que favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 3**.

Um texto a mais

- Leia o texto a seguir em que a autora discorre a respeito da interdisciplinaridade entre Arte e Matemática, inclusive por meio das obras de Escher.

[...]

Assim, tanto a disciplina Arte como a disciplina Matemática justapostas apresentam cada qual seu valor. Ambas tornam o ensino da outra um meio complementar. Nas obras do artista gráfico M. C. Escher há profundos conhecimentos geométricos matemáticos interligados às Artes Visuais. Nesse sentido, o desenho geométrico, cujo caráter é cognitivo, é importante para o desenvolvimento intelectual e pensamento visual porque ajuda o homem a perceber e a entender o mundo em que vive, independente do espaço geográfico em que se encontra, da cultura ou crença. O fato é que pensa-se o mundo, segundo forma, natureza e espaço, geometricamente. E aí se considera o homem e as interações com o próprio meio; portanto, o desenvolvimento cognitivo fundamentalmente depende destas interações.

[...]

BARTH, Glauce Maris Pereira. *Arte e matemática, subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M. C. Escher*. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

• Para o desenvolvimento da atividade **6**, reproduza e distribua malhas quadriculadas aos estudantes e verifique se eles compreendem como obter uma figura por meio da translação determinada pela seta. Caso apresentem dúvidas, faça na lousa, junto com eles, alguns exemplos, para que percebam que nesse tipo de transformação a figura se desloca segundo uma direção, um sentido indicado e uma medida de distância. Se necessário, proponha a transformação de outras figuras.

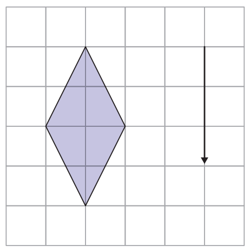
• Na atividade **7**, tire melhor proveito explorando com os estudantes se ocorreu algum tipo de transformação na figura do item **A**, já que ela não é simétrica por translação. Pode ser que eles digam que a figura **2** foi obtida por uma rotação da figura **1**. Nesse caso, leve-os a perceber que elas não são congruentes, ou seja, quando sobrepostas, não coincidem.

• A atividade **8** deve ser realizada no *software* GeoGebra. Aproveite esse momento e amplie a atividade pedindo aos estudantes que, por meio desse *software*, construam uma figura usando a criatividade e, depois, diga para realizarem transformações de rotação, translação e reflexão nessa figura. Essa atividade favorece o desenvolvimento da **Competência geral 5** e da **Competência específica de Matemática 5** porque proporciona aos estudantes a resolução de problemas utilizando tecnologias digitais que permitem validar estratégias e resultados e, ainda, a produção de significado para o conhecimento matemático de forma criativa e crítica.

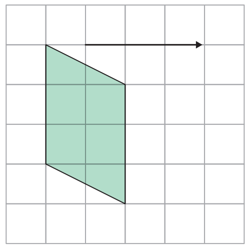
• As atividades desta página usam diferentes recursos (malha quadriculada, *software* GeoGebra) para a compreensão e resolução de problemas que envolvem transformações geométricas, proporcionando uma oportunidade para desenvolver com os estudantes o **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema, utilizando os elementos obtidos nos processos anteriores. Obtenha mais informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.

6. Em uma malha quadriculada, reproduza e obtenha a imagem das figuras por meio da translação determinada pela seta. 6. Respostas na seção **Resoluções**.

A.

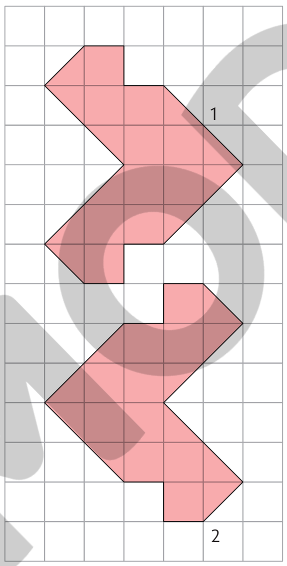


B.



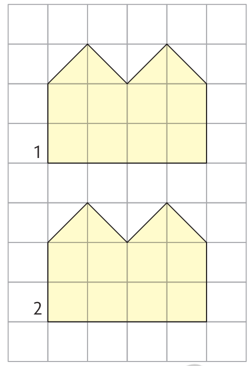
7. Em quais malhas quadriculadas a figura **2** é simétrica à figura **1** por translação?

A.

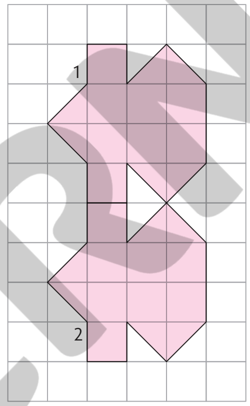


7. Resposta: Nas malhas quadriculadas **B** e **C**.

B.



C.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

8. Utilizando o GeoGebra, construa:

a) o polígono *ABCD* cujas coordenadas dos vértices são $A(2, 3)$, $B(5, 3)$, $C(-2, 0)$ e $D(-1, 2)$.

b) a reta *r* que passa pelos pontos $E(1, 2)$ e $F(0, 0)$.

c) a imagem do polígono *ABCD* pela transformação de reflexão em relação a reta *r*.

d) a imagem do polígono *ABCD* pela transformação de rotação de 75°, no sentido anti-horário, em torno do ponto $O(3, 5)$.

e) a imagem do polígono *ABCD* pela transformação de translação na direção vertical, 3 unidades para baixo.

8. Respostas na seção **Resoluções**.

122

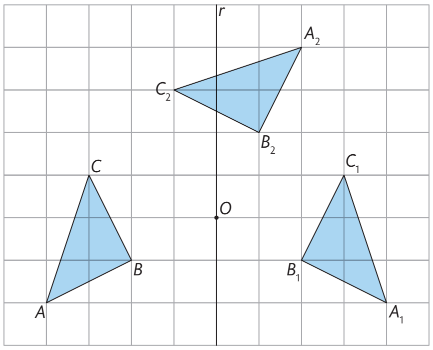
• Avalie o aprendizado dos estudantes em relação aos conteúdos estudados até o momento, reproduzindo e entregando a eles a figura que se encontra no boxe **Sugestão de avaliação** da próxima página. Além disso, leia ou escreva na lousa o enunciado e as questões para que eles possam resolvê-las.

Composição de transformações

No tópico anterior, relembramos certas transformações geométricas. Agora, vamos analisar algumas combinações delas.

- **Reflexão e rotação**

Considere o triângulo *ABC* e a reta *r*. Ao aplicarmos, no triângulo *ABC*, uma reflexão em relação à reta *r* seguida de uma rotação de 90° em torno do ponto *O*, no sentido anti-horário, obtemos o triângulo $A_2B_2C_2$.

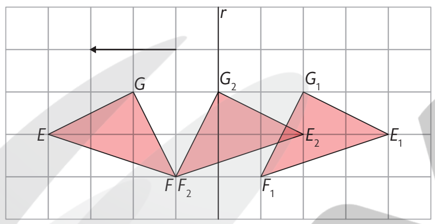


Ao aplicarmos no triângulo *ABC* a transformação de reflexão em relação à reta *r*, obtemos o triângulo $A_1B_1C_1$. Já ao aplicarmos nele a transformação de rotação em torno do ponto *O*, obtemos o triângulo $A_2B_2C_2$.

A imagem de uma figura pela composição de transformações de reflexão e rotação é idêntica à figura original.

- **Reflexão e translação**

Considere o triângulo *EFG* e a reta *r*. Ao aplicarmos no triângulo *EFG* uma reflexão em relação à reta *r* seguida de uma translação na direção horizontal, 2 unidades para a esquerda, obtemos o triângulo $E_2F_2G_2$.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

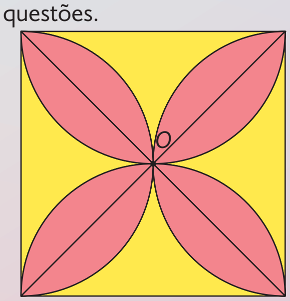
Ao aplicarmos no triângulo *EFG* a transformação de reflexão em relação à reta *r*, obtemos o triângulo $E_1F_1G_1$. Aplicando nele a transformação de translação na direção horizontal, 2 unidades para a esquerda, obtemos o triângulo $E_2F_2G_2$.

A imagem de uma figura pela composição de transformações de reflexão e translação é idêntica à figura original.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página e da página seguinte, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à composição de transformações geométricas. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e de tornar o estudo mais significativo.

Sugestão de avaliação

- Analise a figura a seguir e responda às questões.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Se for aplicada nessa figura uma transformação de rotação em relação ao ponto *O* de 75° no sentido horário, então ainda será necessário aplicar uma transformação de rotação de quantos graus para que a imagem sobreponha a figura inicial?

b) Se for aplicada uma transformação de rotação em relação ao ponto *O* de 270° no sentido anti-horário, então sua imagem vai sobrepor a figura inicial? Justifique sua resposta.

Resoluções e comentários

a) Como a figura pode ser dividida em quatro partes iguais e 360° dividido por 4 é igual a 90°, para que ela sobreponha a figura inicial, deve ser aplicada uma transformação de rotação em relação ao ponto *O* de, no mínimo, 90° no sentido horário ou no sentido anti-horário. Desse modo, como 90° − 75° = 15°, ainda deve ser aplicada nessa figura uma transformação de rotação em relação ao ponto *O*, no sentido horário, de 15°.

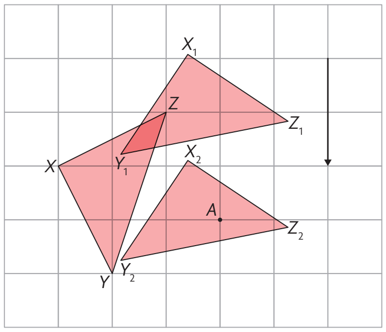
b) Sim, pois a cada rotação de 90° a imagem sobrepõe a figura inicial.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

• Avalie a possibilidade de realizar na prática, com os estudantes, a construção de figuras, usando a composição de transformações apresentada nesta página. Para isso, leve para a sala de aula os instrumentos necessários, como régua e folhas avulsas de papel, e organize-os em grupos para que possam compartilhar as estratégias entre si. Durante esse trabalho, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos.

- **Rotação e translação**

Considere o triângulo *XYZ* e o ponto *A*. Ao aplicarmos no triângulo *XYZ* uma rotação de 60° em torno do ponto *A*, no sentido horário, seguida de uma translação na direção vertical, 2 unidades para baixo, obtemos o triângulo $X_2Y_2Z_2$.

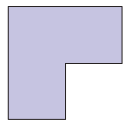


Ao aplicarmos no triângulo *XYZ* a transformação de rotação em torno do ponto *A*, obtemos o triângulo $X_1Y_1Z_1$. Aplicando nele a transformação de translação na direção vertical, 2 unidades para baixo, obtemos o triângulo $X_2Y_2Z_2$.

A imagem de uma figura pela composição de transformações de rotação e translação é idêntica à figura original.

Agora, vamos construir uma figura utilizando a composição de transformações. Para isso, realizamos os seguintes passos.

1º. Inicialmente, construímos a figura ao lado.



2º. Na sequência, aplicamos nela três rotações em torno do ponto *A*, no sentido anti-horário: uma de 90°, outra de 180° e, por fim, uma de 270°.

3º. Por fim, aplicamos na figura obtida no 2º passo uma transformação de reflexão em relação à reta *r*.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

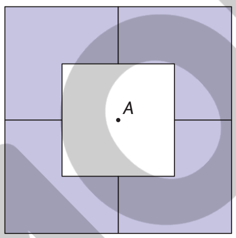


Figura obtida ao final do 2º passo.

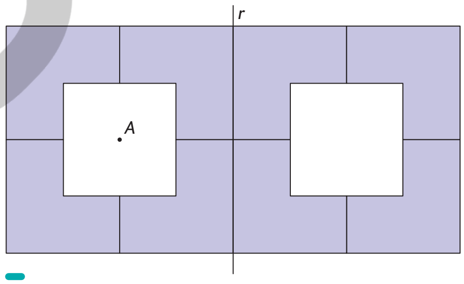


Figura obtida ao final do 3º passo.

Atenção!

Em geral, trocando a ordem das transformações, o resultado é diferente.

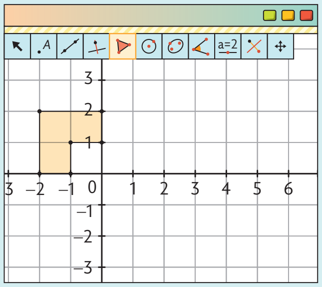
124

Instrumentos e *softwares*

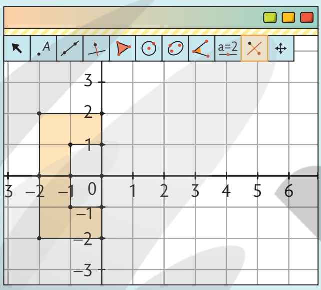
Composição de transformações com o GeoGebra

As etapas apresentadas nesta seção possibilitam construir no GeoGebra a figura obtida ao final do 3º passo, explicado na página anterior, utilizando o plano cartesiano e uma ordem diferente da indicada para a composição de transformações.

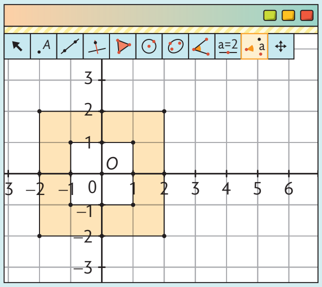
1º Com a ferramenta **Polígono**, construa o polígono a seguir.



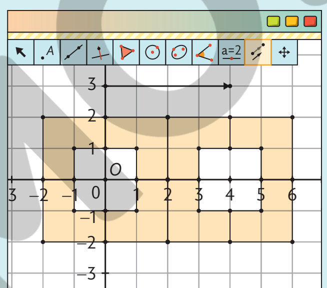
2º Com a ferramenta **Reflexão em Relação a uma Reta**, clique no polígono e depois no eixo horizontal.



3º Marque o ponto O na origem. Com a ferramenta **Rotação em** Torno **de um Ponto**, aplique na figura obtida no passo anterior duas rotações em torno do ponto O, no sentido anti-horário: uma de 90° e outra de 180°.



4º Com a ferramenta **Vetor**, construa uma seta medindo 4 unidades de malha, na direção e no sentido da translação. Usando a ferramenta **Translação por um Vetor**, clique em uma figura e, depois, na seta. Repita essa ação para as demais figuras.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o GeoGebra, um *software* dinâmico de Matemática que representa conceitos de Geometria e Álgebra. Nesse programa, podemos realizar diversas construções geométricas, por meio de pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção.
- Utilizado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site*. Disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 22 jun. 2022. Caso esta seção seja realizada no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estejam com o *software* instalado. Uma alternativa é utilizar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.
- Antes de realizar as construções, para ocultar os eixos, oriente os estudantes a clicar com o botão direito na **Janela de Visualização** e a deixar a opção **Exibir Eixos** desmarcada. Para ocultar a malha, oriente-os a clicar novamente com o botão direito na **Janela de Visualização** e, em seguida, clicar em **Exibir Malha** e selecionar a opção **Sem Malha**.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Na atividade **9**, deixe que os estudantes façam tentativas e erros, produzam argumentos e desenvolvam o espírito de investigação na busca da solução. Depois de acompanhar a resolução deles, anote na lousa alguns dos procedimentos e, caso apresentem dúvidas, retome cada uma das transformações geométricas. Esta atividade favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 2**.

• Para o desenvolvimento da atividade **10**, reproduza e entregue malhas quadriculadas aos estudantes. Organize-os em duplas e deixe que conversem entre si e identifiquem o processo realizado na composição da transformação geométrica do triângulo.

• Aproveite a atividade **11**, que requer a exploração de transformações geométricas em figuras que contêm exemplos de arte em cerâmicas construídas no Brasil, e proporcione aos estudantes a percepção da relação da Matemática com outros campos de conhecimento, como com o componente curricular de **Arte**, abordando, assim, a **Competência específica de Matemática 3**. Se possível, leve para a sala de aula imagens de outras figuras feitas em cerâmicas que contenham transformações geométricas, oportunizando a compreensão da multiplicidade etnocultural que forma a identidade brasileira, a fim de contemplar aspectos do tema contemporâneo transversal **Diversidade cultural**.

Metodologias ativas

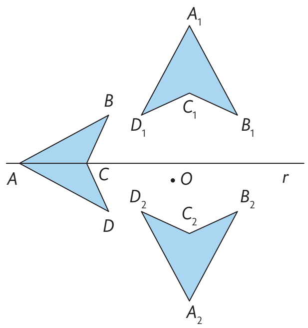
Para desenvolver o trabalho com a atividade **11**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Atividades

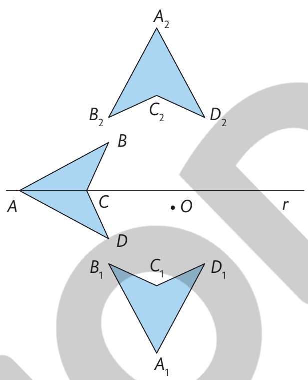
Faça as atividades no caderno.

9. Antônio aplicou no quadrilátero $ABCD$ uma transformação de rotação de 90° em torno do ponto O, no sentido horário, seguida de uma reflexão em relação à reta r, obtendo o quadrilátero $A_2B_2C_2D_2$. Qual dos itens apresenta corretamente o resultado obtido por Antônio? 9. Resposta: Item **A**.

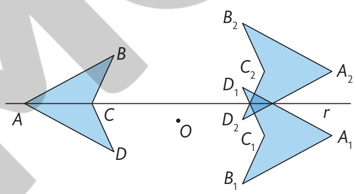
A.



B.

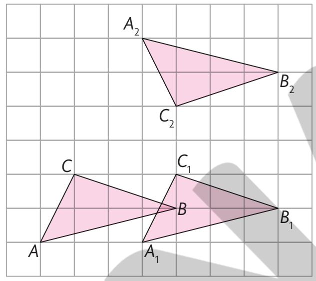


C.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

10. O triângulo $A_2B_2C_2$ foi obtido aplicando no triângulo ABC uma translação seguida de uma reflexão em relação à reta r.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Copie os triângulos em uma malha quadriculada e desenhe:

• a seta que indica a direção, o sentido e a medida da distância em que o triângulo ABC foi transladado.

• a reta r. 10. Respostas na seção **Resoluções**.

11. A foto a seguir apresenta três exemplos de cerâmica marajoara, considerada a arte em cerâmica mais antiga do Brasil.

INES CALIXTO/PULSAR IMAGENS

Cerâmica marajoara, típica da região amazônica.

Que transformações geométricas você identifica nas cerâmicas apresentadas? 11. Resposta: Reflexão e rotação.

12. Utilizando um *software* de Geometria dinâmica, Maria construiu uma figura usando composição de transformações. A seguir, está representada a figura inicial e o resultado obtido por ela.

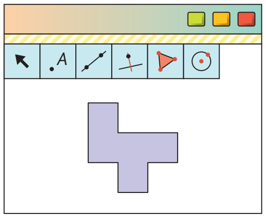
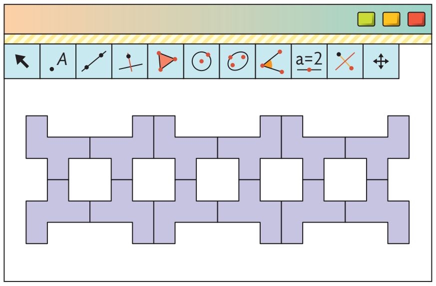


Figura inicial.



Resultado obtido por Maria.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA E RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Entre os itens a seguir, quais indicam, na ordem em que aparecem, uma composição de transformações que pode ter sido usada por Maria? 12. a) Resposta: Itens **B** e **C**.

A. Reflexão, rotação e translação, translação e reflexão.

B. Reflexão, reflexão, reflexão, translação e translação.

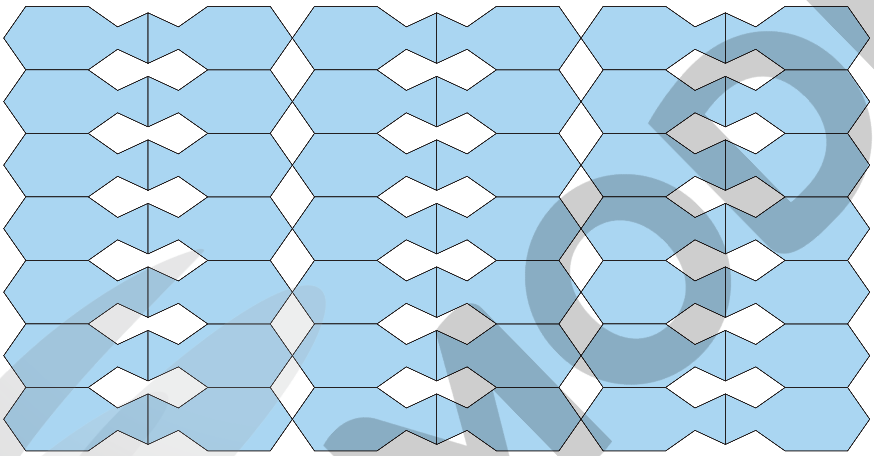
C. Rotação, reflexão, rotação, translação e translação.

D. Translação, translação, translação, reflexão, translação.

b) No GeoGebra, construa uma figura usando composição de transformações.

12. b) Resposta pessoal.

13. A imagem apresentada foi obtida utilizando composição de transformação.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

13. a) Resposta na seção **Resoluções**.

a) Qual é o menor elemento utilizado para compor essa imagem? Dê sua resposta fazendo um desenho em seu caderno.

b) Quais transformações foram usadas nessa construção?

13. b) Sugestão de resposta: Reflexão, translação e rotação.

- As atividades **12** e **13** possibilitam o desenvolvimento da habilidade **EF08MA18**. Elas permitem que os estudantes reconheçam o processo de transformação geométrica por meio de composição, ou seja, que identifiquem os tipos de transformações que foram realizadas. No caso da atividade **12**, o uso de tecnologias digitais colabora para o desenvolvimento da **Competência geral 5** e da **Competência específica de Matemática 5**. Se tiver oportunidade, permita que os estudantes utilizem o *software* GeoGebra, construam outras figuras e realizem diferentes composições de transformações geométricas, deixando-os exercitar a criatividade e a imaginação.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam uma transformação por reflexão de uma figura em relação a uma reta.

Como proceder

- Caso os estudantes tenham dificuldade, explique-lhes que a imagem de uma figura alterada pela transformação de reflexão é idêntica à figura original.

2. Objetivo

- Conferir se os estudantes reproduzem uma figura construída por rotação de 90°.

Como proceder

- Avalie a necessidade de explicar aos estudantes o que é sentido horário e sentindo anti-horário. Se for possível, peça a eles que resolvam essa atividade utilizando o *software* GeoGebra.

3. Objetivo

- Conferir se os estudantes identificam a figura construída por meio da transformação de translação de uma figura inicial.

Como proceder

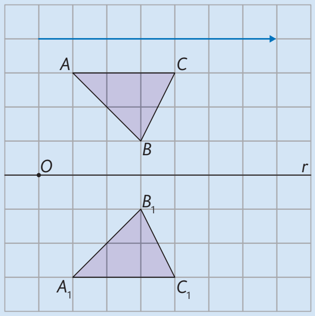
- Verifique se os estudantes se recordam das características de uma transformação por translação e, se for necessário, retome com eles as transformações estudadas nesta unidade.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Resposta: O triângulo $A_1B_1C_1$ é a imagem do triângulo *ABC* pela transformação de reflexão em relação à reta *r*.

1. Analise a imagem.



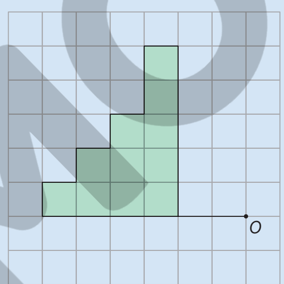
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, copie a frase a seguir em uma folha de papel avulsa, substituindo o ■ por "reflexão em relação à reta *r*"; "rotação em torno do ponto *O*" ou "translação indicada pela seta azul".

> O triângulo $A_1B_1C_1$ é a imagem do triângulo *ABC* pela transformação de ■.

2. Resposta na seção **Resoluções**.

2. Em uma malha quadriculada, reproduza a figura a seguir. Depois, desenhe a imagem da figura construída por rotação de 90° em torno do ponto *O* no sentido anti-horário.

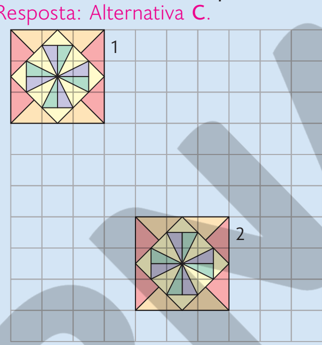


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

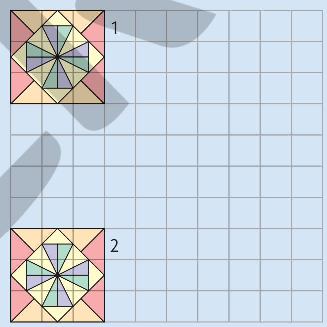
3. Em qual malha quadriculada a figura **2** é a imagem da figura **1** pela transformação de translação na direção horizontal, 7 unidades para a direita, seguida de uma translação na direção vertical, 4 unidades para baixo?

3. Resposta: Alternativa **C**.

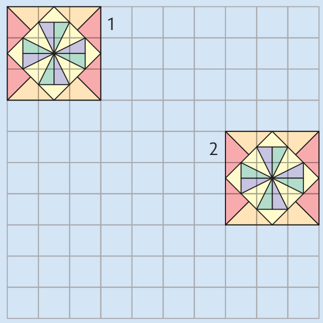
A.



B.



C.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

UNIDADE

7 Cálculo algébrico

KYODO/AP IMAGES/IMAGEPLUS

Foguete *Space Launch System*, projetado para missão não tripulada ao redor da Lua, em plataforma estadunidense da Flórida, em 2022.

Agora vamos estudar...

- expressões algébricas;
- valor numérico de expressões algébricas;
- monômios e polinômios;
- operações com monômios e com polinômios.

- A abertura da unidade apresenta a imagem de um foguete. Peça aos estudantes que realizem uma pesquisa sobre o foguete apresentado e, em seguida, compartilhem os resultados com os colegas.

A ideia principal é abordar o conceito de operações algébricas. Assim, explique a eles que a trajetória de um foguete não tripulado pode ser descrita por meio de uma expressão algébrica. Comente também que, ao constatar se a expressão algébrica corresponde à trajetória desejada, os cientistas atribuem valores numéricos à expressão algébrica e, depois, analisam os resultados. Antes do lançamento definitivo do foguete, muitos cálculos algébricos são realizados para que o resultado seja o mais próximo possível do desejado. Depois desses comentários, apresente aos estudantes os assuntos que serão abordados nesta unidade.

- Se achar conveniente, faça alguns questionamentos a eles sobre o conteúdo da abertura.

a) Você sabe para que serve um foguete?

b) Você sabe o que são foguetes não tripulados e como eles são operados?

c) Você já assistiu a algum filme envolvendo foguetes? Compartilhe sua experiência com os colegas.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, escreva na lousa a expressão numérica $2x + 3y$. Em seguida, peça a eles que determinem o valor numérico dessa expressão quando $x = 5$ e $y = 7$.

Resolução e comentários

O valor numérico da expressão quando $x = 5$ e $y = 7$ será:

$$2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 10 + 21 = 31$$

Se achar conveniente, atribua outros valores para x e y a fim de obter o valor numérico dessa expressão nesses casos.

Informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Representar uma expressão algébrica escrita em linguagem materna utilizando a linguagem algébrica.
- Obter o valor numérico e simplificar uma expressão algébrica.
- Identificar o termo geral de uma sequência e expressá-lo por meio de uma expressão algébrica.
- Identificar um monômio, seu coeficiente e sua parte literal.
- Realizar operações com monômios e com polinômios.
- Determinar o grau de um polinômio e obter seu valor numérico.
- Simplificar polinômios, escrevendo-os na forma reduzida.
- Resolver e elaborar uma situação-problema envolvendo operações com polinômios.
- Realizar multiplicação e divisão de um polinômio por um monômio.
- Calcular o mínimo múltiplo comum de polinômios.
- Identificar frações algébricas.
- Calcular o valor numérico de uma fração algébrica conhecendo os valores das variáveis.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes desenvolvam o pensamento algébrico por meio de atividades que envolvem a representação de uma situação-problema usando a linguagem algébrica. Nesse sentido, as expressões algébricas são apresentadas como um tipo de linguagem matemática, dando ênfase à construção do conceito de monômios e polinômios.

No trabalho envolvendo operações com monômios, é importante que o estudante compreenda o significado do coeficiente e da parte literal, ideias fundamentais para realizar operações e para compreender e operar com polinômios. Ao longo da unidade, figuras geométricas e grandezas são constantemente utilizadas para o entendimento das operações com monômios e polinômios, tornando o estudo mais significativo. O cálculo do mmc de polinômios é abordado como recurso para se compreender o estudo de frações algébricas. Neste último tópico, é importante que o estudante compreenda que se trata de uma expressão algébrica na forma fracionária, em que o denominador é uma variável diferente de zero.

Expressões algébricas

Em algumas situações, a inclusão de letras para generalizar uma situação foi importante para o desenvolvimento da Matemática e, consequentemente, de suas aplicações na resolução de problemas de todas as áreas de conhecimento.

Em Matemática, a área que estuda a representação de letras no lugar de números é chamada **álgebra**. Esse nome surgiu da expressão *al-jabr*, do livro *Al-Jabr wa'l mugabalah*, publicado pelo matemático árabe Al-Khowarizmi por volta de 830.

As letras podem aparecer em **expressões algébricas**, **fórmulas** e **equações**.

No livro *Al-Jabr wa'l mugabalah*, Al-Khowarizmi utilizava um método de resolução de equações parecido com o que utilizamos hoje; a diferença é que em seu método todos os números e símbolos eram expressos por palavras.


SOVFOTO/UIG/FOTOARENA - COLEÇÃO PARTICULAR

Al-Khowarizmi (780-850).

Questão 1. Resposta: Espera-se que os estudantes verifiquem que Al-Khowarizmi fez várias contribuições, entre elas a idealização do sistema decimal com 10 algarismos e a resolução de equações, algo que popularizou métodos algébricos.

Questão 1. Faça uma pesquisa sobre as contribuições de Al-Khowarizmi para a Matemática.

A seguir, apresentamos um exemplo em que podemos usar letras para representar números.

João tem certa quantia em reais, Fernando tem R$ 7,00 a mais do que João e Amanda tem o dobro da quantia de Fernando. Para representar a quantia que cada um deles tem, vamos escrever **expressões algébricas**. Para isso, vamos chamar de x a quantia que João tem.

João: x Fernando: $x + 7$ Amanda: $2(x + 7)$

No exemplo, a letra x pode assumir valores como R$ 10,00 e R$ 15,00, entre outros.

Expressões que apresentam letras e números são chamadas **expressões algébricas**. As letras que aparecem nas expressões algébricas são chamadas **variáveis**, pois podem assumir diversos valores. A seguir, apresentamos alguns exemplos de expressões algébricas.

$3x - 4$ $x + y$ $2x^2 - y$

Atenção!

Em geral, para representar uma expressão algébrica, não utilizamos o símbolo · ou × entre o número e as variáveis.

Questão 2. Uma caneta custa x reais, e um caderno, y reais. Em seu caderno, escreva uma expressão algébrica para representar o valor a ser pago ao se comprar duas canetas e três cadernos.

Questão 2. Resposta: $2x + 3y$.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a expressões algébricas. Com isso, avalie o conhecimento prévio sobre o assunto e, assim, torne o estudo mais significativo.
- Na questão **1**, peça aos estudantes que compartilhem os resultados de sua pesquisa com os colegas. Essa questão evidencia a Matemática como uma construção humana, fruto das necessidades e dos questionamentos de diferentes povos, valorizando os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo social e cultural, o que contribui para o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 1** e da **Competência geral 1**.
- Antes de iniciar a questão **2**, escreva na lousa um valor numérico para representar o preço da caneta e outro para o preço do caderno. Em seguida, escreva a expressão numérica que relacione esses valores, sem a preocupação de determinar a soma. Repita essa ação para outros valores.

Valor numérico de uma expressão algébrica

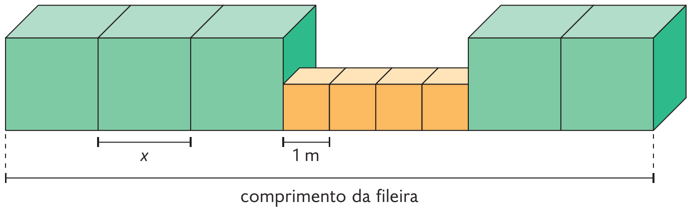
Em algumas situações é necessário obter o **valor numérico** de uma expressão algébrica. Nesse caso, substituímos as letras, ou seja, as variáveis da expressão, por números.

A seguir, apresentamos um exemplo de como obter o valor numérico de uma expressão algébrica.

A fileira a seguir foi construída utilizando dois modelos de cubos, cuja medida do comprimento das arestas é diferente.

Atenção!

Os cubos de mesma cor têm arestas de mesma medida de comprimento. A variável x representa uma medida em metros.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Para representar a medida do comprimento dessa fileira, em metros, podemos escrever uma expressão algébrica e, em seguida, **simplificá-la**.

$$\underbrace{x + x + x} + \underbrace{1 + 1 + 1 + 1} + \underbrace{x + x}$$

$$3x + 4 + 2x$$

$$5x + 4$$

Assim, a expressão algébrica que representa a medida do comprimento da fileira de cubos, em metros, é $5x + 4$.

Se o comprimento da aresta do cubo verde medisse 3 m, ou seja, se $x = 3$, qual seria a medida do comprimento dessa fileira, em metros?

Para responder a essa pergunta, podemos realizar o seguinte cálculo:

$$5x + 4$$

$$5 \cdot 3 + 4 = 15 + 4 = 19$$

Portanto, a medida do comprimento dessa fileira seria 19 m.

Atenção!

Quando simplificamos uma expressão algébrica, escrevemos uma **expressão algébrica equivalente**, mas de maneira mais simples.

- Nesta página, atribua outros valores para a medida de comprimento da aresta x do cubo e, em seguida, calcule a medida do comprimento da fileira. Enfatize que x pode assumir diferentes valores e por isso é uma variável.

Um texto a mais

A página **130** discorre sobre o matemático Al-Khowarizmi. Leia para os estudantes o texto a seguir, apresentando mais informações a respeito dele.

[...]

Al-Khowarizmi

Al-Mamum estabeleceu em Bagdá uma “Casa da Sabedoria” (Bait al-hikma) comparável ao antigo Museu de Alexandria. Entre os mestres havia um matemático e astrônomo Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi, cujo nome, como o de Euclides, iria tornar-se familiar na Europa Ocidental. Esse sábio, que morreu algum tempo antes de 850, escreveu mais de meia dúzia de obras de astronomia e matemática, das quais as mais antigas provavelmente se baseavam nos Sindhind derivados da Índia. Além de tabelas astronômicas, e tratados sobre o astrolábio e o relógio de sol, al-Khowarizmi escreveu dois livros sobre aritmética e álgebra que tiveram papéis muito importantes na história da matemática. Um deles sobrevive apenas em uma única cópia de uma tradução latina com o título *De número hindorum* (Sobre a arte hindu de calcular), a versão árabe original tendo sido perdida. Nessa obra, baseada provavelmente numa tradução árabe de Brahmagupta, al-Khowarizmi deu uma exposição tão completa dos numerais hindus que provavelmente foi o responsável pela impressão muito difundida mas falsa de que nosso sistema de numeração é de origem árabe.

[...]

BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. p. 166.

Algo a mais

- O livro *Polinômios e equações algébricas* aborda temas que permitem uma iniciação à álgebra para a formação de professores do Ensino Médio. Entre esses temas, destacam-se os polinômios e suas propriedades algébricas. Sendo assim, esse livro pode ser usado na complementação dos estudos sobre polinômios.
- HEFEZ, Abramo; VILLELA, Maria Lúcia Torres. *Polinômios e equações algébricas*. 2. ed. São Paulo: SBM, 2018.

- Espera-se que as atividades propostas nesta unidade levem os estudantes a desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, conforme orienta a **Competência específica de Matemática 2**.
- Nas atividades de **1** a **3**, o objetivo é relacionar uma frase a uma expressão algébrica ou o contrário, explorando o pensamento algébrico. Se necessário, revise, na lousa, a ideia de dobro, metade e fração da unidade, com os estudantes.
- O item **e** da atividade **2** contempla a habilidade **EF08MA06** ao explorar a elaboração de problemas envolvendo cálculo do valor numérico de expressões algébricas, além de contribuir para o desenvolvimento das **Competências específicas de Matemática 3**, **6** e **8**, ao relacionar Aritmética e Álgebra, envolver a elaboração e resolução de situações-problema e promover o trabalho colaborativo e cooperativo entre os estudantes. Nesse item, abordam-se, ainda, aspectos das **Competências gerais 2**, **4** e **9**, mediante a formulação e resolução de problemas, o uso de diferentes linguagens (algébrica e materna) e o exercício da empatia e do diálogo, presentes no trabalho colaborativo.
- Na atividade **4**, o objetivo é representar, por meio de uma expressão algébrica, o termo geral de uma sequência geométrica, e calcular o valor numérico dessa expressão. Após responder aos itens **a** e **b**, sugira aos estudantes que escrevam a sequência numérica correspondente às seis primeiras figuras. Em caso de dificuldade no item **c**, peça a eles que relacionem a quantidade de quadradinhos à posição da figura. Ao requerer a observação do comportamento dos termos de uma sequência, essa atividade contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e do espírito de investigação, abordando, dessa maneira, aspectos da **Competência específica de Matemática 2**.
- Utilize a atividade **5** para acompanhar se os estudantes compreenderam o processo de simplificação de uma expressão algébrica.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

3. a) Sugestão de resposta: O triplo de um número mais cinco.
3. b) Sugestão de resposta: A metade de um número menos o quádruplo desse número.
3. d) Sugestão de resposta: A metade do cubo de um número menos esse número.

1. No caderno, associe cada frase a uma das expressões algébricas. Para isso, escreva a letra e o número correspondentes.

1. Resposta: A-3; B-1; C-2.

A. A metade de x mais 2.

B. O dobro de x mais o quadrado de x.

C. O triplo de x menos 7, mais a quinta parte do dobro de x.

1. $2x + x^2$ **2.** $3x - 7 + \frac{2x}{5}$ **3.** $\frac{x}{2} + 2$

2. Escreva no caderno uma expressão algébrica para representar cada frase.

a) O triplo do número x mais 4.

b) O quadrado do número a mais o dobro desse número.

c) A metade do número m menos 5.

d) O quíntuplo do número b mais a oitava parte desse número menos 3.

e) A quarta parte do número n menos 4, mais o quadrado de n.

- Em seu caderno, **elabore** e escreva duas frases semelhantes às apresentadas. Depois, solicite a um colega que escreva as expressões algébricas de variável x para representar as frases escritas. Por último, peça a ele que calcule o valor numérico de cada expressão, dado um valor estipulado por você para a variável. Por fim, verifiquem se as respostas estão corretas.

2. Resposta pessoal.

3. Analise a expressão algébrica a seguir, a qual foi associada a uma frase.

$$2x - \frac{x}{3}$$

O dobro de um número menos sua terça parte.

2. Respostas: a) $3x + 4$; b) $a^2 + 2a$; c) $\frac{m}{2} - 5$; d) $5b + \frac{b}{8} - 3$; e) $\frac{n}{4} - 4 + n^2$.

Escreva no caderno uma frase associada a cada expressão algébrica a seguir.

a) $3x + 5$

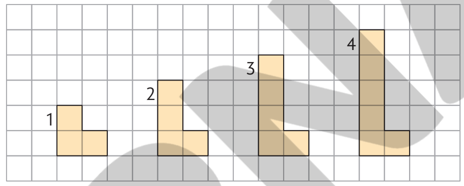
b) $\frac{x}{2} - 4x$

c) $x^2 - 3$

d) $\frac{x^3}{2} - x$

3. c) Sugestão de resposta: O quadrado de um número menos três.

4. Uma sequência de figuras foi desenhada na malha quadriculada a seguir. A partir da 2ª, cada figura tem 1 quadradinho a mais do que a figura anterior.



a) Quantos quadradinhos tem a figura **2**? E a figura **4**?

b) Ao continuar essa sequência, quantos quadradinhos terá a figura **6**?

c) Escreva no caderno uma expressão algébrica que, de acordo com a sequência, represente a quantidade de quadradinhos para uma figura na posição x.

d) De acordo com a expressão algébrica que você escreveu, efetue os cálculos e determine quantos quadradinhos terá:

- a figura **10**;
- a figura **16**;
- a figura **27**.

5. Simplifique as expressões algébricas.

a) $2x + x + x$

b) $5x + 1 + x$

c) $7x - (16x : 4) + 5$

d) $5x + 3(2x + 1) - 7$

e) $5(2 - x) + 4$

f) $(12x - 21) : 3 + 6x + 11$

5. Respostas: a) $4x$; b) $6x + 1$; c) $3x + 5$; d) $11x - 4$; e) $-5x + 14$; f) $10x + 4$.

4. Respostas: a) 4 quadradinhos; 6 quadradinhos; b) 8 quadradinhos; c) $x + 2$; d) 12 quadradinhos; 18 quadradinhos; 29 quadradinhos.

132

Metodologias ativas

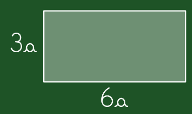
Para desenvolver o trabalho com a atividade **5**, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Monômios

Um professor de Matemática do 8º ano pediu aos estudantes que escrevessem uma expressão algébrica para cada problema a seguir.

1. Um pastel é vendido a R$ 4,30 em uma lanchonete. Qual é o preço de x pastéis nessa lanchonete?

2. O comprimento de certo retângulo mede 6a, e sua largura, 3a. Qual é a medida da área desse retângulo?



3. A distância média percorrida pelo carro de Fabiano com 1 L de etanol mede n km. Qual é a medida da distância média percorrida por esse carro com 42 L de etanol?

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos escrever expressões algébricas para cada problema apresentado.

1. $4{,}3x$ **2.** $18a^2$ **3.** $42n$

A essas expressões algébricas dá-se o nome de **monômio**.

Monômio é toda expressão algébrica formada por um único termo. Esse termo pode ser constituído de um número ou variável apenas ou do produto de um número por uma ou mais variáveis, que apresentam somente expoentes naturais. A seguir, apresentamos alguns exemplos.

$4x$ | $-8x^2$ | $-bc$ | $12x^2y$ | 17 | $10xy^3$ | $4m^2$ | $21abc$

Em um monômio, o número é chamado **coeficiente**, e as variáveis, **parte literal**, como apresentado nos exemplos a seguir.

$\underbrace{7}_{\text{coeficiente}}\underbrace{x}_{\text{parte literal}}$ $\qquad$ $\underbrace{-7}_{\text{coeficiente}}\underbrace{a^3y^2}_{\text{parte literal}}$

Quando o coeficiente de um monômio é 1, indicamos apenas as variáveis. No caso de ser −1, indicamos o sinal de menos seguido das variáveis. Já nos monômios formados apenas por um número, podemos escolher uma letra para representar a variável, e sua parte literal é essa variável com expoente zero. A seguir, apresentamos alguns exemplos.

$-xy$: coeficiente: -1; parte literal: xy

xy^2: coeficiente: 1; parte literal: xy^2

-2: coeficiente: -2; parte literal: x^0

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem escrever a expressão algébrica para os problemas **1**, **2** e **3**. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações presentes no livro.
- Explique aos estudantes que, em geral, para representar um monômio, não usamos o símbolo · ou × entre o número e as variáveis.

Atividade a mais

- Escreva no caderno uma expressão correspondente a cada situação.

a) Em uma lanchonete, o preço de um salgado é x reais e o de um suco, y reais. Comprei 4 salgados e 3 sucos.

b) O triplo do número x mais 15 menos a terça parte de um número y.

c) A metade do quadrado do número x menos seu triplo mais quatro.

Resoluções e comentários

Considerando as expressões de cada item representadas em língua materna, temos:

a) $4x + 3y$

b) $3x + 15 - \frac{y}{3}$

c) $\frac{x^2}{2} - 3x + 4$

- O objetivo da questão **3** é constatar se os estudantes compreenderam como determinar o grau de um monômio. Sistematize-a, escolhendo alguns estudantes para compartilhar oralmente suas respostas com os colegas em sala de aula, pois existem várias respostas para essa questão. Depois, escreva algumas delas na lousa.
- As atividades **6** a **8** têm por objetivo acompanhar se os estudantes reconhecem e associam os elementos que constituem um monômio, identificando seu grau e seus coeficientes. Ao final dessas atividades, enfatize que o coeficiente é um número real não nulo e que a parte literal ou variável é representada por uma letra do nosso alfabeto.
- Nas atividades **9** e **10**, analise se os estudantes compreenderam que, para que dois monômios sejam semelhantes, é necessário e suficiente que tenham a mesma parte literal. É possível que alguns deles entendam que dois monômios que tenham o mesmo coeficiente sejam semelhantes. Se isso acontecer, escreva na lousa os monômios $10x$ e $10x^2y$ para mostrar que, mesmo tendo coeficientes iguais, esses monômios não são semelhantes, pois as partes literais são diferentes.
- Existem várias respostas para a atividade **10**. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas delas na lousa.

Monômios que apresentam a mesma parte literal são chamados **monômios semelhantes**. Apresentamos a seguir alguns exemplos.

- **Monômios semelhantes**
  - $2x$ e $5x$
  - $-4xy$ e $\frac{2}{3}xy$
  - $2{,}4x^2y$ e $-10x^2y$
  - xy^3z e $-7xy^3z$

6. a) Resposta: O coeficiente é 16 e a parte literal é pq.
6. b) Resposta: O coeficiente é -2 e a parte literal é a^3b^2c.
6. c) Resposta: O coeficiente é 1 e a parte literal é mnp.

- **Monômios não semelhantes**
  - 8 e $2x$
  - $4xy$ e $4xy^2$
  - $-3y^4z$ e $\frac{5}{8}y^2z$
  - xy^4z^2 e $7y^4z$

6. d) Resposta: O coeficiente é 22 e a parte literal é x^5.
6. e) Resposta: O coeficiente é 4,2 e a parte literal é w^3z.
6. f) Resposta: O coeficiente é $\frac{2}{3}$ e a parte literal é pq.

Indicamos o **grau de um monômio** adicionando os expoentes das variáveis. O monômio $-2xy^2z^3$, por exemplo, tem grau 6, pois $1 + 2 + 3 = 6$. Analise mais dois exemplos.

$\boxed{4xyz}$

Monômio de grau 3 ou de 3º grau, pois $1 + 1 + 1 = 3$.

6. g) Resposta: O coeficiente é 0,021 e a parte literal é c.
6. h) Resposta: O coeficiente é 100 e a parte literal é g^8h.
6. i) Sugestão de resposta: O coeficiente é 18 e a parte literal é x^0.

$\boxed{-14a^2b^2}$

Monômio de grau 4 ou de 4º grau, pois $2 + 2 = 4$.

O **grau de um monômio** de coeficientes não nulos é dado pela soma dos expoentes das variáveis. Um monômio representado apenas por um número não nulo tem grau zero.

Questão 3. Escreva em seu caderno um monômio de 5º grau com três variáveis.
Questão 3. Sugestão de resposta: $8x^2yz^2$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

7. Respostas: a) Grau 2; b) Grau 6; c) Grau 3; d) Grau 5; e) Grau 4; f) Grau 2; g) Grau 1; h) Grau 9; i) Grau zero.

6. Escreva no caderno o coeficiente e a parte literal do monômio indicado em cada item.

a) $16pq$
b) $-2a^3b^2c$
c) mnp
d) $22x^5$
e) $4{,}2w^3z$
f) $\frac{2}{3}pq$
g) $0{,}021c$
h) $100g^8h$
i) 18

7. Em seu caderno, escreva o grau de cada monômio da atividade anterior.

8. Escreva no caderno o monômio:

a) de coeficiente 2 e parte literal x;
b) de coeficiente 1 e parte literal y;
c) de coeficiente -1 e parte literal x^2.

8. Respostas: a) $2x$; b) y; c) $-x^2$.

9. Separe no caderno os monômios a seguir em grupos, de modo que em cada grupo tenha somente monômios semelhantes.
9. Respostas: $4x$, $-x$, $10x$; $9x^2$, $-5x^2$; $-8xy$, $3xy$, $21xy$; $17x^2y$, $10x^2y$, $-12x^2y$.

$-8xy$	$17x^2y$	$9x^2$
$4x$	$-x$	
$-12x^2y$	$10x^2y$	$21xy$
$3xy$	$-5x^2$	$10x$

10. Escreva no caderno três monômios semelhantes ao monômio $4mn^2$.
10. Sugestão de resposta: $9mn^2$; $-\frac{1}{2}mn^2$; $3{,}5mn^2$.

11. Em seu caderno, **elabore** um problema envolvendo o valor numérico de uma expressão algébrica, identificação de monômios, bem como seu grau, área e perímetro. Para essa produção, considere o retângulo apresentado a seguir. 11. Resposta pessoal.

12. a) Resposta: Diofanto empregava as letras com abreviação.
12. b) Resposta: Em geral, os gregos representavam as quantidades por meio de linhas, determinadas por uma ou duas letras, e raciocinavam como em geometria.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, peça a um colega que resolva o problema e, depois, verifiquem se as respostas estão corretas.

12. Os gregos já empregavam letras para designar números e até mesmo objetos. Os gregos também deixaram os primeiros vestígios do cálculo aritmético efetuado sobre **letras**. Diofanto de Alexandria (300 a.C.) empregava as letras com **abreviação**. Em geral, os gregos representavam as quantidades por linhas, determinadas por uma ou duas letras, e raciocinavam como em geometria.

Os cálculos sobre letras são mais numerosos nos autores hindus do que nos gregos. Os árabes do Oriente empregavam símbolos algébricos a partir da publicação da *Aljebr walmukâbala de Alkarismí* (século IX), e os árabes do Ocidente, a partir do século XII; no século XV, Alcalsâdi introduziu novos símbolos.

A álgebra moderna só adquiriu caráter próprio, independente da aritmética, a partir de Viète, que sistematicamente substituiu a álgebra numérica pela álgebra dos símbolos. Viète não empregava o termo **álgebra**, e sim **análise**, para designar essa parte da ciência Matemática em que brilha seu nome.

Outrora, atribuía-se à origem da palavra álgebra ao nome do matemático árabe Geber; na realidade, essa origem estava presente na operação que os árabes denominavam *aljebr*.

GRANGER/FOTOARENA – COLEÇÃO PARTICULAR

François Viète (1540-1603).

Fonte de pesquisa: LISBOA, Almeida. O emprego das letras no cálculo. *In*: SOUZA, Júlio César de Mello e. *Matemática divertida e curiosa*. 2. ed. Rio de Janeiro: Record, 1991. p. 48-49.

a) De que maneira Diofanto de Alexandria expressava seus cálculos aritméticos?

b) Como os gregos expressavam seus cálculos aritméticos?

c) Com base nas informações apresentadas, qual foi a contribuição de Viète para a álgebra? 12. c) Resposta: Ele substituiu sistematicamente a álgebra numérica pela álgebra dos símbolos.

d) Em seu caderno, escreva um texto expressando sua opinião a respeito da importância de atribuir letras e números para representar expressões, equações e fórmulas. 12. d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes escrevam um texto argumentando, de maneira resumida, que o uso de letras e números é importante para simplificar a escrita.

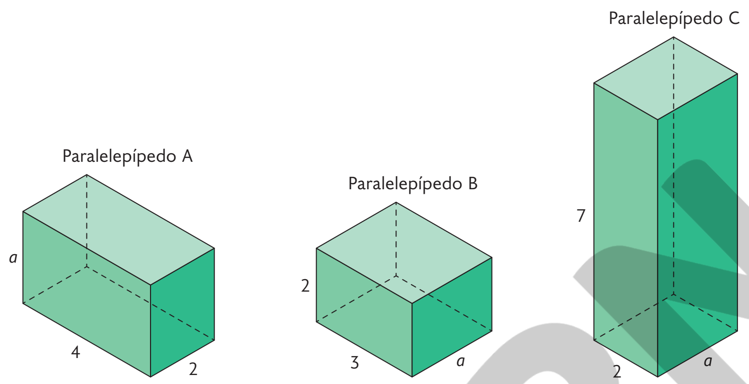
- Na atividade **11**, se necessário, revise de maneira breve os conceitos de perímetro e área de um retângulo. Ao solicitar a elaboração e resolução de um problema envolvendo cálculo do valor numérico de expressões algébricas, contempla-se a habilidade **EF08MA06**. Essa atividade contribui ainda para o desenvolvimento das **Competências específicas de Matemática 3**, **6** e **8**, ao relacionar conceitos e procedimentos entre Aritmética, Álgebra e Geometria, enfrentar situações-problema em múltiplos contextos e envolver os estudantes de modo colaborativo e cooperativo. Nessa atividade, abordam-se, ainda, aspectos das **Competências gerais 2**, **4** e **9**, mediante a formulação e resolução de problemas, o uso de diferentes linguagens (algébrica e materna) e o exercício da empatia e do diálogo, presentes no trabalho colaborativo.
- Na atividade **12**, leia o enunciado com os estudantes, evidenciando o papel da álgebra enquanto linguagem matemática capaz de sintetizar e comunicar ideias. Assim, promove-se a **Competência geral 1**. Converse com os estudantes sobre a Matemática como uma construção humana, cujo desenvolvimento está associado aos anseios e às necessidades de diversas culturas em diferentes momentos da história e da humanidade. É importante ressaltar que essa construção não se deu de maneira linear e que muitos dos resultados que conhecemos hoje levaram muitos anos para ser bem compreendidos. Com isso, contemplam-se aspectos das **Competências específicas de Matemática 1**, **3** e **6** e da **Competência geral 1**. No item **d** dessa atividade, ao pedir a opinião do estudante referente ao assunto, converse com eles sobre o pluralismo de ideias e a importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar a dos colegas, exercitando a empatia e o diálogo, promovendo a **Competência geral 9**.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a medida do volume dos três paralelepípedos retos retângulos juntos. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

Operações com monômios

Adição e subtração de monômios

A seguir estão representados três paralelepípedos retos retângulos.



Com base nas medidas indicadas, qual é a medida do volume dos três paralelepípedos retos retângulos juntos?

Para responder a essa pergunta, vamos determinar inicialmente a medida do volume de cada paralelepípedo reto retângulo.

$V_A = 2 \cdot 4 \cdot a = 8a$ $\qquad$ $V_B = a \cdot 3 \cdot 2 = 6a$ $\qquad$ $V_C = a \cdot 2 \cdot 7 = 14a$

Em seguida, adicionamos as medidas dos volumes obtidos.

$$V_A + V_B + V_C = 8a + 6a + 14a$$

Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, simplificamos a expressão algébrica obtida.

$$V_A + V_B + V_C = 8a + 6a + 14a = (8 + 6 + 14)a = 28a$$

Portanto, a soma das medidas dos volumes dos três paralelepípedos retos retângulos é $28a$.

Quando uma expressão algébrica apresenta monômios semelhantes, podemos simplificá-la, adicionando ou subtraindo os coeficientes dos monômios e mantendo a parte literal. Exemplos:

$$10ab + 7ab + 5ab = (10 + 7 + 5)ab = 22ab$$

$$22xy^2 - 8xy^2 + xy^2 = (22 - 8 + 1)xy^2 = 15xy^2$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

13. Simplifique a expressão algébrica em cada item para obter um monômio.

a) $5ab + 2ab - ab$

b) $12x^2y - 4x^2y - 2x^2y$

c) $20{,}5a^3b^2 - 7{,}3a^3b^2$

d) $x^5y - 5x^5y + 6x^5y$

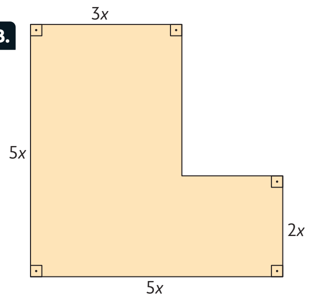
e) $(2 + 3)yz^4 - yz^4$

13. Respostas: a) $6ab$; b) $6x^2y$; c) $13{,}2a^3b^2$; d) $2x^5y$; e) $4yz^4$.

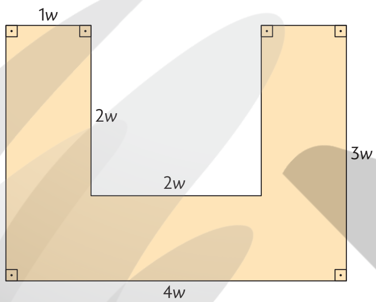
14. Escreva no caderno um monômio para representar a medida do perímetro de cada figura. 14. Respostas: A. $10ab$; B. $20x$; C. $18w$.

A.

B.



C.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

15. Respostas: a) $11ab^2 + 9ab^2 = 20ab^2$; b) $-7x^3y^2 + 10x^3y^2 = 3x^3y^2$; c) $14mn^3 = 9mn^3 + 5mn^3$; d) $-7abc - 13abc + 2abc = -18abc$.

15. Copie no caderno as sentenças substituindo cada ■ pelo monômio adequado.

a) $11ab^2 + ■ = 20ab^2$

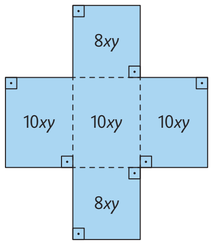
b) $-7x^3y^2 + ■ = 3x^3y^2$

c) $14mn^3 = 9mn^3 + ■$

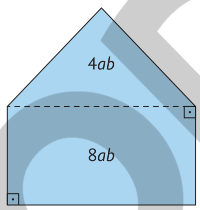
d) $-7abc - ■ + 2abc = -18abc$

16. **Junte-se** a um colega e determinem o monômio que representa a medida da área total das figuras em cada item, sabendo que os monômios indicados representam a medida da área das partes dessas figuras. 16. Respostas: A. $46xy$; B. $12ab$.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

17. **Junte-se** a um colega e escrevam no caderno o que se pede em cada item.

a) Uma adição de monômios cujo resultado seja $18xy^3$.

b) Uma subtração de monômios cujo resultado seja $3a^2b^4$.

c) Uma adição de 3 monômios cujo resultado seja $9n^5m^3$.

17. Sugestão de respostas: a) $7xy^3 + 11xy^3$; b) $5a^2b^4 - 2a^2b^4$; c) $3n^5m^3 + 5n^5m^3 + n^5m^3$.

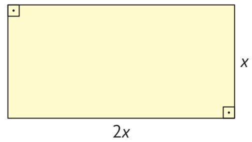
- As atividades **13**, **14** e **15** abordam operações com expressões algébricas. Utilize-as para constatar se os estudantes compreenderam como simplificar um monômio, adicionando ou subtraindo os que têm termos semelhantes. Se necessário, na atividade **14**, lembre-os de que a medida do perímetro de um polígono é obtida adicionando as medidas de comprimento de seus lados. Analise se eles percebem que algumas medidas de comprimento dos lados não são explicitadas. Em caso de dificuldade na atividade **15**, sugira aos estudantes que usem a operação inversa da adição ou da subtração para obter o termo desconhecido. Se necessário, resolva o item **a** na lousa.
- Aproveite o fato de as atividades **16** e **17** serem propostas em grupo/duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Desse modo, promove-se a **Competência específica de Matemática 8** e a **Competência geral 9**. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying*** nas orientações gerais deste manual.
- Na atividade **16**, são utilizados conceitos geométricos e de grandezas para estudar expressões algébricas, e, na atividade **17**, relaciona-se a linguagem algébrica à materna. Com isso, abordam-se as **Competências específicas de Matemática 3** e **6**, bem como a **Competência geral 4**.
- Existem várias respostas para a atividade **17**. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas delas na lousa.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a medida da área do terreno. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente na lousa as explicações encontradas no livro.

• Ao abordar o tópico **Divisão de polinômios**, proponha aos estudantes a pergunta de Aurélio e verifiquem se a resposta de Paula está correta. Em seguida, considerando as estratégias e resoluções propostas por eles, dê as explicações apresentadas no livro.

Multiplicação de monômios

Antônio comprou um terreno com formato retangular cuja medida do comprimento é o dobro da medida da largura. Na figura estão indicadas as medidas das dimensões dele.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com a figura, qual é a medida da área do terreno que Antônio comprou?

Para responder a essa pergunta, precisamos multiplicar os monômios que representam as medidas do comprimento e da largura do terreno.

$$A = x \cdot 2x = 2 \cdot x \cdot x = 2x^2$$

Portanto, a medida da área do terreno que Antônio comprou é $2x^2$.

Em uma multiplicação de monômios, calculamos o produto dos coeficientes e o produto das partes literais. A seguir, apresentamos alguns exemplos.

$2x \cdot 3x = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x = 6 \cdot x^2 = 6x^2$

$3xy \cdot 4x = 3 \cdot 4 \cdot x \cdot x \cdot y = 12 \cdot x^2 \cdot y = 12x^2y$

$3x^2y \cdot 5xy^3 = 3 \cdot 5 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^3 = 15 \cdot x^3 \cdot y^4 = 15x^3y^4$

$8xyz \cdot 8x^2z = 8 \cdot 8 \cdot x \cdot x^2 \cdot y \cdot z \cdot z = 64 \cdot x^3 \cdot y \cdot z^2 = 64x^3yz^2$

Atenção!

Simplificamos as expressões usando a propriedade comutativa da multiplicação e a propriedade da multiplicação de potências de mesma base.

Divisão de monômios

Aurélio fez a seguinte pergunta para Paula.

RODRIGO CORDEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Será que a resposta de Paula está correta?

Para verificar, vamos utilizar a **operação inversa** da multiplicação, ou seja, a divisão.

$$\blacksquare \cdot 2x^3 = 12x^5$$

$$x^5 : x^3 = x^{5-3} = x^2$$

$$12x^5 : 2x^3 = 6x^2$$

$$12 : 2 = 6$$

O monômio que satisfaz as condições mencionadas é $6x^2$. Portanto, a resposta de Paula está correta.

Em uma divisão de monômios, dividimos os coeficientes e dividimos as partes literais. A seguir, apresentamos um exemplo.

$$2x^2y : 2xy = (2 : 2) \cdot (x^2 : x) \cdot (y : y) = 1 \cdot x^{2-1} \cdot y^{1-1} = 1 \cdot x^1 \cdot y^0 = x$$

Esse cálculo também pode ser representado da seguinte maneira.

$$\frac{2x^2y}{2xy} = \frac{2}{2} \cdot \frac{x^2}{x} \cdot \frac{y}{y} = 1 \cdot x^{2-1} \cdot y^{1-1} = 1 \cdot x^1 \cdot y^0 = x$$

Atenção!

Simplificamos a expressão usando a propriedade da divisão de potências de mesma base.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

18. Efetue no caderno as multiplicações dos monômios de cada item. Depois, simplifique os produtos obtidos.

18. Respostas: a) $21x^5y^3$; b) $-77x^8y^6z^3$; c) $-6x^4y^3$; d) $130x^9y^7z$; e) $24x^8y^{11}z^6$; f) $10x^6y^5z^2$.

a) $7x^4y \cdot 3xy^2$

b) $-11x^2y^3 \cdot 7xy^2z \cdot x^5yz^2$

c) $2x^2 \cdot 3xy^2 \cdot (-xy)$

d) $13x^5 \cdot 2x^4y^2 \cdot 5y^5z$

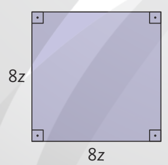
e) $4xz^5 \cdot (-2x^2y^3) \cdot xz \cdot (-3x^4y^8)$

f) $-5x^2z \cdot xy^3 \cdot (-2x^2y^2) \cdot xz$

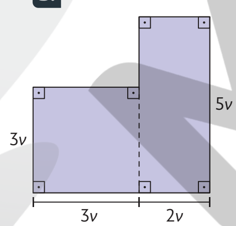
19. Escreva no caderno o monômio que representa a medida da área de cada figura.

19. Respostas: A. $64z^2$; B. $19v^2$; C. $18x^2y$.

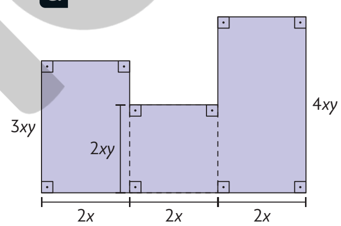
A.



B.



C.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- As atividades desta página abordam a multiplicação de monômios.
- Ao observar dificuldade na atividade **18**, resolva o item **a** na lousa com os estudantes. Ao realizar a multiplicação da parte literal, destaque o uso da propriedade do produto de potências de mesma base.
- Nos itens **B** e **C** da atividade **19**, sugira aos estudantes que façam a decomposição da figura em retângulos. Se necessário, lembre-os de que a medida da área total da figura corresponde à soma das medidas das áreas de cada retângulo decomposto. Para obtê-la, eles farão a adição de monômios, assunto abordado no tópico anterior.

139

- Na atividade **20**, analise se os estudantes realizam a multiplicação das partes literais dos monômios e verifique se compreenderam como utilizar a propriedade de potências de mesma base.
- Na atividade **21**, o objetivo é que eles efetuem divisões de monômios. Oriente-os a dividir inicialmente os coeficientes e, em seguida, a parte literal. Se necessário, escreva algumas potências numéricas de mesma base na lousa e, em seguida, faça a divisão entre elas.
- Na atividade **22**, mostre aos estudantes, na lousa, a solução geométrica, ladrilhando o retângulo maior tendo o retângulo menor como unidade de medida de área. Para isso, divida-o em três linhas e em três colunas.
- Na atividade **23**, ao apresentar um problema em linguagem materna e algébrica, relacionam-se diferentes linguagens. Com isso, abordam-se a **Competência específica de Matemática 6** e a **Competência geral 4**. Aproveite o fato de a atividade **23** ser proposta em grupo/duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz, promovendo a **Competência específica de Matemática 8** e a **Competência geral 9**. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.
- Nas atividades **24** e **25**, os estudantes devem determinar o monômio desconhecido. Em caso de dificuldade, escreva na lousa a operação $18y^5 = 6yA$ e mostre-lhes que $\frac{18y^5}{A} = 6y$ ou que $\frac{18y^5}{6y} = A$. Assim, o monômio desconhecido pode ser obtido efetuando uma divisão entre os monômios conhecidos.
- Na atividade **26**, oriente os estudantes a determinar inicialmente o valor de A, que será utilizado para obter os valores de B e de C.

20. Determine o valor das letras p, q, r, s, t, w e v indicadas nos expoentes, de modo que os resultados dos cálculos estejam corretos.

a) $7x^4 \cdot 3x^p = 21x^6$

b) $10x^4 \cdot 6y^q \cdot 2x = 120x^ry^6$

c) $-4x^4y^2 \cdot 6x \cdot 2x^sy^5 = -48x^8y^t$

d) $13x^4y^w \cdot (-2x^4y^w) = -26x^vy^{10}$

20. Respostas: a) $p = 2$; b) $q = 6$; $r = 5$; c) $s = 3$; $t = 7$; d) $w = 5$; $v = 8$.

21. Efetue as divisões de cada item. Em seguida, simplifique os resultados obtidos.

a) $15x^4 : 5x^3$

b) $12a^2 : 3a^2$

c) $30x^5y : 10x^2$

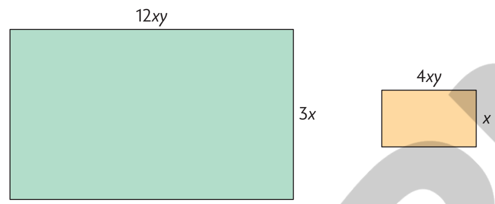
d) $18a^2b^3 : 2ab$

e) $20y^7z^2 : 10y^5z$

f) $32a^5b^6 : 8a^2b^3$

21. Respostas: a) $3x$; b) 4; c) $3x^3y$; d) $9ab^2$; e) $2y^2z$; f) $4a^3b^3$.

22. Com base nas medidas dos comprimentos dos lados dos retângulos apresentados, calcule quantas vezes a medida da área do retângulo verde corresponde à medida da área do retângulo laranja. 22. Resposta: 9 vezes.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

23. **Junte-se** a um colega e respondam às questões a seguir.

a) Que monômio multiplicado por $3x^2$ resulta em $-9x^9$?

b) Que monômio dividido por $2x^2$ resulta em $5x$?

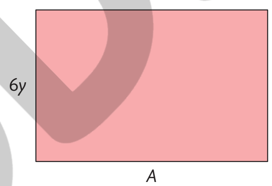
c) Que monômio multiplicado por y^4 resulta em $4y^8$?

d) Que monômio dividido por $5y$ resulta em $6y^4$?

23. Respostas: a) $-3x^7$; b) $10x^3$; c) $4y^4$; d) $30y^5$.

24. A imagem representa um retângulo cuja área mede $18y^5$. Que monômio representa a medida A?

24. Resposta: $3y^4$.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

25. Respostas: a) $6x^2 : 3x = 2x$; b) $x^5y : x^2 = x^3y$; c) $16x^9y^6 : 8x^2y^5 = 2x^7y$; d) $45x^3y^2z^6 : 9x^2yz^3 = 5xyz^3$; e) $8x^2y^4z^3 : 2xy^3z^2 = 4xyz$; f) $12x^7y^9z : 3x^5y^6 = 4x^2y^3z$.

25. Copie no caderno as sentenças a seguir, substituindo cada ■ pelo monômio adequado.

a) $6x^2 : ■ = 2x$

b) $x^5y : ■ = x^3y$

c) $■ : 8x^2y^5 = 2x^7y$

d) $■ : 9x^2yz^3 = 5xyz^3$

e) $■ : 2xy^3z^2 = 4xyz$

f) $12x^7y^9z : ■ = 4x^2y^3z$

26. Nos cálculos a seguir, as letras A, B, C e D representam monômios. Sabendo que as letras iguais indicam o mesmo monômio, determine o monômio correspondente a cada letra.

$\boxed{A + A = 8x^6}$ $\boxed{A \cdot B = 12x^7}$ $\boxed{A : C = 2x}$ $\boxed{C : B = D}$

26. Resposta: $A = 4x^6$; $B = 3x$; $C = 2x^5$; $D = \frac{2x^4}{3}$.

140

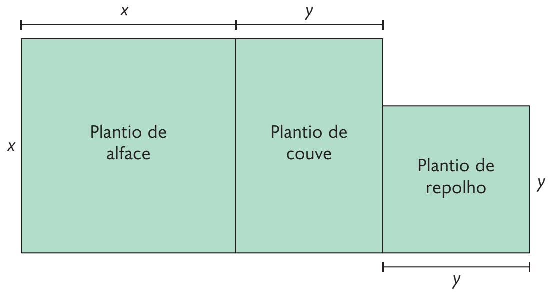
Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **26**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Polinômios

Juliano separou algumas partes de sua chácara, com formato de retângulo, para o plantio de hortaliças orgânicas.

No esquema estão representadas as medidas das dimensões de cada uma dessas partes.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Com base nas indicações do esquema, qual expressão algébrica representa a medida da área total que Juliano reservou para o plantio de hortaliças orgânicas?

Para responder a essa pergunta, vamos determinar inicialmente a medida da área de cada parte.

$A_{alface} = x \cdot x = x^2$ $\quad$ $A_{couve} = x \cdot y = xy$ $\quad$ $A_{repolho} = y \cdot y = y^2$

Agora, adicionamos as medidas das áreas e obtemos a expressão algébrica que representa a medida da área dos três plantios.

$$A_{alface} + A_{couve} + A_{repolho} = x^2 + xy + y^2$$

A expressão algébrica que representa a medida da área total reservada para o plantio de hortaliças orgânicas é chamada **polinômio**.

Polinômio é uma **adição algébrica** de monômios. Cada monômio que o compõe é chamado termo do polinômio. Acompanhe alguns exemplos.

$5 - y$ $\quad$ $3x^2 + 2xy$ $\quad$ $4x^2 - x$

$x + y$ $\quad$ $-\dfrac{4xy^4}{5} + \dfrac{xy}{4} - 4$ $\quad$ $2x^5 - 7x + 12$

Quando um polinômio tem termos que são monômios semelhantes, podemos simplificá-lo. Para exemplificar, vamos simplificar o polinômio a seguir, que apresenta essas características.

$$3(y + 2xy) + 2x^2y - y + 5x^2y$$

- Ao abordar o tópico **Polinômios**, proponha aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que tentem calcular a medida da área reservada para o plantio das hortaliças. Depois, considerando as estratégias e resoluções obtidas por eles, apresente, na lousa, as explicações propostas no livro.
- Aproveite o contexto desta página e converse com os estudantes sobre os benefícios para a saúde física de consumir alimentos orgânicos, os quais são livres de agrotóxicos. Além disso, esses alimentos são normalmente produzidos por pequenos produtores e, ao consumi-los, contribui-se para o fortalecimento da Agricultura Familiar. Dessa maneira, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Saúde**, assim como a **Competência geral 8**.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com os conteúdos desta página, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Se necessário, explique aos estudantes que adição algébrica é uma expressão matemática que contém somente operações de adição e subtração, e o resultado dessa operação é chamado **soma algébrica**.

• A atividade **27** aborda a classificação de polinômios. Aproveite-a para trabalhar com os estudantes o significado do prefixo "poli", que significa "muitos". Portanto, o termo **polinômio** faz referência a muitos monômios. Sugira-lhes que identifiquem a quantidade de termos em cada polinômio, para, em seguida, realizar a classificação.

Primeiro, eliminamos os parênteses, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

$$3(y + 2xy) + 2x^2y - y + 5x^2y = 3y + 6xy + 2x^2y - y + 5x^2y$$

Em seguida, organizamos os monômios semelhantes lado a lado e efetuamos as adições e subtrações entre eles.

$$3y - y + 6xy + 2x^2y + 5x^2y$$

$$2y + 6xy + 7x^2y$$

Dizemos que o polinômio $2y + 6xy + 7x^2y$ está na **forma reduzida**.

Podemos classificar um polinômio escrito na forma reduzida de acordo com a quantidade de termos.

- São chamados **binômios** os polinômios que têm 2 termos.

Por exemplo: $y + x$ e $2 - xy$.

- São chamados **trinômios** os polinômios que têm 3 termos.

Por exemplo: $2y + zw + 7$ e $\frac{7x}{2} - y^2 + x^3$.

- Os **monômios** também são polinômios, porém com um único termo.

Os polinômios com quatro termos ou mais não recebem nomes particulares.

Também podemos definir o **grau de um polinômio**. Para definir, por exemplo, o grau do polinômio reduzido $2x^4 - xy^2 + 3x^2y^4$, determinamos inicialmente o grau de cada um de seus termos.

$2x^4$	$-xy^2$	$3x^2y^4$
4º grau	3º grau, pois $1 + 2 = 3$	6º grau, pois $2 + 4 = 6$

Em seguida, verificamos o termo com maior grau. Nesse caso, o termo $3x^2y^4$ é o de maior grau. Portanto, esse polinômio é do 6º grau ou de grau 6.

O **grau de um polinômio** de coeficientes não nulos escrito na forma reduzida é dado pelo termo de maior grau. Dizemos que um polinômio é nulo quando todos os seus coeficientes forem iguais a zero. O grau do polinômio nulo não é definido.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

27. Os polinômios a seguir estão na forma reduzida. Separe-os em 3 grupos: no grupo **1**, os monômios; no grupo **2**, os binômios; e no grupo **3**, os trinômios.

A. $7x^3y^4 + xy^5$

B. $a^5b^3 - 5ab^2 - 4b^2$

C. $x - 3x^2$

D. $3x^2y^4$

E. $6a^2b^5 + 3a^2 - 2b$

F. $xy^{12} + x^2 + \frac{2}{3}xy$

G. $3a^3b + \frac{7}{10}a^2$

H. $\frac{ab}{3}$

I. $a^2b^2 + 4a^2$

J. $-xy^4$

27. Resposta: Grupo **1**: **D**, **H** e **J**; Grupo **2**: **A**, **C**, **G** e **I**; Grupo **3**: **B**, **E** e **F**.

28. Volte à atividade anterior e determine o grau do polinômio de cada item.

29. De acordo com os valores de x e y, calcule o valor numérico de cada polinômio.

28. Resposta: **A**: grau 7; **B**: grau 8; **C**: grau 2; **D**: grau 6; **E**: grau 7; **F**: grau 13; **G**: grau 4; **H**: grau 2; **I**: grau 4; **J**: grau 5.

A. $\boxed{\begin{array}{l} 2xy - y^2 \\ x = 2;\ y = 7 \end{array}}$

B. $\boxed{\begin{array}{l} x^2y^3 + x - 3y \\ x = -5;\ y = 2 \end{array}}$

29. Respostas: A. −21; B. 189.

30. Simplifique cada polinômio deixando-o na forma reduzida.

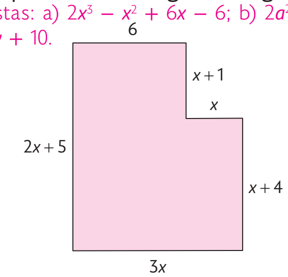
a) $2x^3 + 5x - 3x^2 + x - 6 + 2x^2$

b) $ab^2 + 5 - a^2 - 3b - ab^2 + 3a^2 + 1$

c) $2(xy + 3) - x^2 + 4 - xy + 5x^2$

31. Escreva no caderno um polinômio na forma reduzida que represente a medida do perímetro da figura a seguir.

30. Respostas: a) $2x^3 - x^2 + 6x - 6$; b) $2a^2 - 3b + 6$; c) $4x^2 + xy + 10$.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

31. Resposta: $8x + 16$.

32. Em uma partida de basquetebol, é usado o jargão "cestinha" para o jogador que fez mais pontos. Carlos foi o "cestinha" em uma partida de basquetebol da escola. Ele acertou x cestas de 1 ponto, y cestas de 2 pontos e z cestas de 3 pontos.

a) Escreva no caderno o polinômio que representa a quantidade total de pontos que Carlos fez nessa partida.

32. a) Resposta: $x + 2y + 3z$.

b) Sabendo que Carlos fez 15 pontos nessa partida, atribua valores para x, y e z e determine 3 possibilidades diferentes de cestas que ele pode ter feito nessa partida.

32. b) Sugestão de resposta: $x = 4$, $y = 1$ e $z = 3$; $x = 2$, $y = 2$ e $z = 3$; $x = 1$, $y = 4$ e $z = 2$.

c) No caderno, **elabore** um problema envolvendo polinômios, semelhante ao apresentado anteriormente, e peça a um colega que o resolva. Depois, verifiquem se as respostas estão corretas. 32. c) Resposta pessoal.

33. Para realizar um trabalho escolar, Ana recortou de uma cartolina com formato retangular 2 pedaços também retangulares, como mostra a figura.

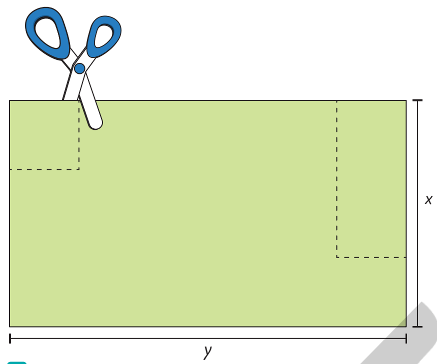
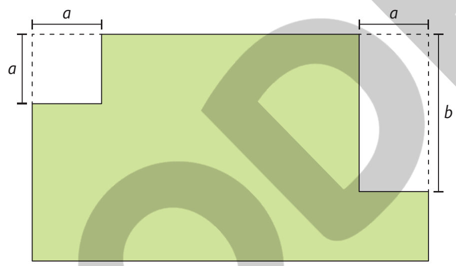


Figura 1: cartolina com as indicações de recorte.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Figura 2: cartolina após os recortes.

a) Com base nas imagens e nas suas indicações de medida, escreva um polinômio na forma reduzida que represente a medida da área do pedaço de cartolina que sobrou.

b) Qual é o grau do polinômio que você escreveu no item **a**?

33. Respostas: a) $xy - a^2 - ab$; b) grau 2 ou 2º grau.

- A atividade **28** aborda o grau de um polinômio. Em caso de dificuldade, sugira aos estudantes que determinem o grau de cada termo, retendo o maior, que será o grau do polinômio.
- A atividade **29** tem por objetivo calcular o valor numérico de um polinômio de duas variáveis. Acompanhe a resolução dos estudantes, observando se eles fazem a substituição e os cálculos adequadamente.
- As atividades **30** e **31** têm por objetivo escrever um polinômio na forma reduzida. Sugira aos estudantes que identifiquem os termos semelhantes, colocando-os lado a lado, para, em seguida, efetuar a operação. Lembre-os de que termos semelhantes são aqueles que têm a mesma parte literal. No item **c** da atividade **30**, peça a eles que iniciem aplicando a distributividade em relação à adição.
- O objetivo da atividade **32** é que os estudantes utilizem um polinômio para representar uma situação dada em linguagem materna. O item **b** aborda o valor numérico de um polinômio, admitindo várias respostas. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas na lousa. Ao requerer a elaboração e resolução de um problema no item **c**, esta atividade permite contemplar a habilidade **EF08MA06**. Além disso, exercita a capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos envolvendo múltiplos contextos e linguagens, contribuindo para o desenvolvimento da autoestima e da perseverança na busca de soluções e promovendo o trabalho colaborativo entre os pares. Permitindo, dessa maneira, abordar as **Competências específicas de Matemática 3**, **6** e **8**, além das **Competências gerais 2** e **4**. Aproveite o fato de esta atividade incentivar a cooperação para orientar os estudantes sobre a importância da empatia, da boa convivência social e da aceitação das necessidades e limitações dos outros, promovendo a **Competência geral 9**. Para tirar melhor proveito desta atividade, aproveite o contexto para envolver o componente curricular de **Educação Física**, a fim de tornar o conteúdo mais significativo para o estudante.
- A atividade **33** tem por objetivo escrever o polinômio e determinar o grau dele. Em caso de dificuldade, oriente os estudantes a calcular a medida da área do retângulo antes dos recortes e, em seguida, calcular a medida da área de cada parte recortada.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a operações com polinômios. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto, tornando o estudo mais significativo.
- A questão **4** tem por objetivo constatar se os estudantes compreenderam como adicionar dois polinômios. Deixe que resolvam livremente. Em seguida, faça uma correção coletiva para identificar possíveis dúvidas e dificuldades.
- A questão **5** aborda o polinômio oposto de outro. Antes de iniciá-la, escreva alguns números na lousa e peça aos estudantes que indiquem o oposto desses números. Em seguida, adicione ao número o seu oposto. Essa questão tem por objetivo levar os estudantes a perceber que, ao adicionar um polinômio a seu oposto, obtém-se um polinômio nulo.

Operações com polinômios

Adição de polinômios

Analise os polinômios indicados nas fichas a seguir.

A.	**B.**	**C.**
$xy + y^2 + 2y$	$3xy + 2y^2 + 5y$	$2xy + 4y^2 + 3y$

Podemos calcular a adição dos polinômios **A** e **B** da seguinte maneira.

$$\mathbf{A} + \mathbf{B}$$

$$\overbrace{(xy + y^2 + 2y)} + \overbrace{(3xy + 2y^2 + 5y)}$$

Inicialmente, eliminamos os parênteses e organizamos os termos semelhantes lado a lado. Depois, efetuamos as adições.

$$\begin{aligned} & xy + y^2 + 2y + 3xy + 2y^2 + 5y = \\ & = xy + 3xy + y^2 + 2y^2 + 2y + 5y = \\ & = (1 + 3)xy + (1 + 2)y^2 + (2 + 5)y = \\ & = 4xy + 3y^2 + 7y \end{aligned}$$

Portanto, o resultado da adição dos polinômios **A** e **B** é o polinômio $4xy + 3y^2 + 7y$.

Questão 4. Determine no caderno o resultado da adição dos polinômios **B** e **C**.

Questão 4. Resposta: $5xy + 6y^2 + 8y$.

Ao adicionar um polinômio ao outro e obter o polinômio nulo como resultado, chamamos esses polinômios de **opostos**. Para obter um polinômio oposto a outro, reescrevemos ele trocando o sinal de cada um de seus termos. O oposto do polinômio $2x + y - 5xy$, por exemplo, é $-2x - y + 5xy$, pois:

$$-(2x + y - 5xy) = -2x - y + 5xy$$

Ao adicionarmos $2x + y - 5xy$ a seu oposto, obtemos o polinômio nulo.

$$\begin{aligned} & (2x + y - 5xy) + (-2x - y + 5xy) = \\ & = 2x + y - 5xy - 2x - y + 5xy = \\ & = 2x - 2x + y - y - 5xy + 5xy = \\ & = (2 - 2)x + (1 - 1)y + (5 - 5)xy = \\ & = 0x + 0y + 0xy = 0 \end{aligned}$$

Questão 5. Escreva no caderno o polinômio oposto ao obtido na questão 4.

Questão 5. Resposta: $-5xy - 6y^2 - 8y$.

Subtração de polinômios

Para calcular a subtração $(4x + 3y + 7xy) - (x - 2y + 5xy)$, adicionamos o 1º polinômio ao oposto do 2º polinômio.

$$(4x + 3y + 7xy) - (x - 2y + 5xy) = (4x + 3y + 7xy) + \underbrace{(-x + 2y - 5xy)}_{\text{oposto de } x - 2y + 5xy}$$

Agora, finalizamos o cálculo.

$$4x + 3y + 7xy - x + 2y - 5xy =$$
$$= 4x - x + 3y + 2y + 7xy - 5xy =$$
$$= (4 - 1)x + (3 + 2)y + (7 - 5)xy =$$
$$= 3x + 5y + 2xy$$

Portanto, o resultado da subtração é o polinômio $3x + 5y + 2xy$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

34. Respostas: A. $x^2 + x - y + 4$; B. $-x^2 - xy - y + 35$; C. $-x^2 - 3x + 9y + 38$; D. $5x^2 + x + xy - 11y - 59$.

34. Copie no caderno as expressões dos quadros **A**, **B**, **C** e **D**, substituindo cada figura pelo polinômio correspondente. Depois, simplifique o polinômio.

▲: $x + 4$	■: $-3x + 4y + 12$
●: $x^2 - y$	◆: $2x^2 + xy - 15$

A. ▲ + ●

B. 20 − ◆ + ●

C. 2 · ■ − ● + 3 · ▲ + 2

D. 3 · ● − 2 · ■ + ◆ − 5 · ▲

35. Em seu caderno, determine o polinômio que, ao ser adicionado ao indicado em cada item, resulta no polinômio nulo.

a) $-3{,}2x^3 + 17x + 14y - 9xy - 1$

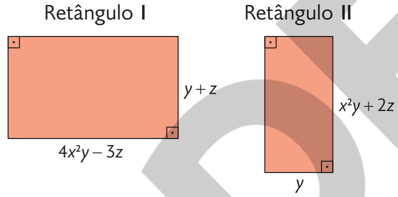
b) $\frac{3}{5}x^7 - 4x + 3xy - 9$

c) $7z^3 + 9xz + 14xy - 21$

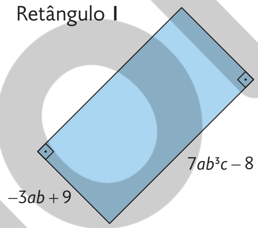
35. Respostas: a) $3{,}2x^3 - 17x - 14y + 9xy + 1$; b) $-\frac{3}{5}x^7 + 4x - 3xy + 9$; c) $-7z^3 - 9xz - 14xy + 21$.

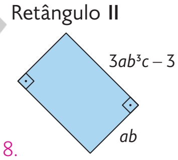
36. Escreva no caderno o polinômio reduzido que representa a diferença entre as medidas dos perímetros dos retângulos **I** e **II** indicados em cada item.

A.



B.





36. Respostas:
a) $6x^2y - 8z$;
b) $8ab^3c - 8ab + 8$.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

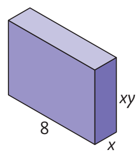
- A atividade **34** aborda a adição e a subtração de polinômios. Oriente os estudantes a substituir, em cada item, a figura pelo polinômio correspondente, escrevendo-o entre parênteses. Em caso de dificuldade nos itens **C** e **D**, peça a eles que apliquem inicialmente a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, para, em seguida, identificar os termos semelhantes.
- A atividade **35** tem por objetivo verificar se os estudantes compreenderam a ideia de polinômio oposto a outro. Ao identificar dificuldade, escreva o polinômio do item **a** na lousa e questione-os sobre como anular o termo $-3{,}2x^3$ realizando uma adição. Se necessário, mostre outros exemplos a eles utilizando números.
- A atividade **36** aborda a subtração de polinômios. Para tirar melhor proveito dessa atividade, peça aos estudantes que determinem, inicialmente, o polinômio que representa a medida do perímetro de cada retângulo. Se necessário, lembre-os de que a medida do perímetro de um retângulo é obtida adicionando as medidas dos comprimentos de seus lados. Analise se os estudantes percebem que subtrair um polinômio de outro é o mesmo que adicionar o primeiro ao oposto do segundo.

145

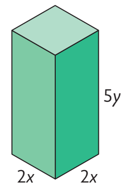
- A atividade **37** tem por objetivo trabalhar adição de polinômios. Antes de responder ao item **a**, oriente os estudantes a calcular a medida do volume de cada paralelepípedo reto retângulo. Se necessário, lembre-os de que a medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo é obtida multiplicando as medidas de suas dimensões. Nesse caso, para obter a medida do volume de cada figura, eles devem efetuar multiplicações entre monômios, assunto abordado na página **138**. Em caso de dificuldade para obter a medida do volume da pilha, digam-lhes que essa medida corresponde à soma das medidas dos volumes dos paralelepípedos retos retângulos que a compõem. O item **b** aborda o cálculo do valor numérico de um polinômio. Se possível, sugira aos estudantes que realizem esses cálculos em uma calculadora.
- O objetivo da atividade **38** é usar um polinômio para representar uma situação dada em linguagem materna. Ao solicitar a elaboração e resolução de um problema, esta atividade tem a oportunidade de contemplar a habilidade **EF08MA06**. Além disso, também são trabalhados os conceitos e procedimentos dos campos da Matemática, como a Aritmética, a Álgebra e a Geometria, ao relacionar figura geométrica, perímetro e valor numérico de um polinômio. Tal atividade exercita a capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, envolvendo múltiplos contextos e linguagens, contribuindo para o desenvolvimento da autoestima e da perseverança na busca de soluções, promovendo um trabalho colaborativo entre os estudantes, contemplando as **Competências específicas de Matemática 3**, **6** e **8**, bem como as **Competências gerais 2** e **4**. Aproveite o fato de esta atividade incentivar a cooperação entre os estudantes para enfatizar a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos, além de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, promovendo a **Competência geral 9**.

37. A seguir, estão representados alguns paralelepípedos retos retângulos, cujas medidas das dimensões estão indicadas em metro.

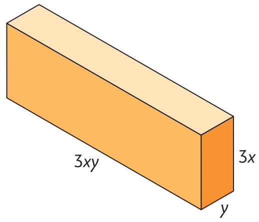
A.



B.

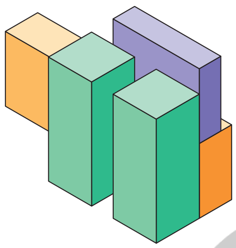


C.

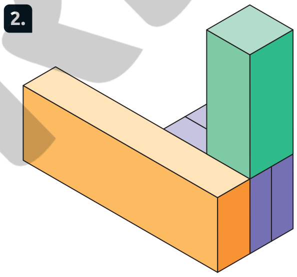


Foram montadas as seguintes pilhas utilizando alguns paralelepípedos retos retângulos como esses. 37. Respostas: a) 1. $48x^2y + 9x^2y^2$; 2. $36x^2y + 9x^2y^2$; 3. $28x^2y + 18x^2y^2$; b) 1. 93,96 m³; 2. 77,76 m³; 3. 96,12 m³.

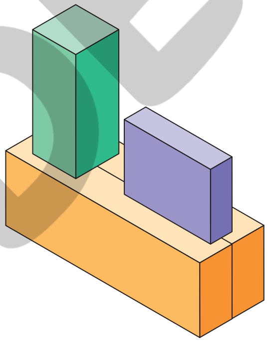
1.



2.



3.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

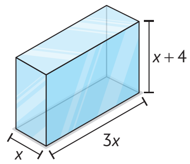
a) Qual polinômio representa a medida do volume total de cada pilha montada?

b) Supondo $x = 0{,}75$ m e $y = 2{,}4$ m, calcule a medida do volume total de cada pilha.

38. Em seu caderno, desenhe a representação de um polígono com até seis lados e indique a medida do comprimento de cada um de seus lados por meio de monômios e binômios. Depois, **elabore** um problema envolvendo essa figura, polinômios e valor numérico de polinômios. Por fim, peça a um colega que o resolva. 38. Resposta pessoal.

Multiplicação de polinômios

Usando resina, a artesã Rosana confeccionou uma peça com formato que lembra um paralelepípedo reto retângulo, cujas medidas das dimensões estão indicadas na imagem.



HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

Qual polinômio representa a medida do volume da peça que Rosana confeccionou?

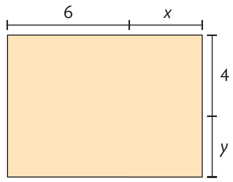
Podemos responder a essa pergunta multiplicando as medidas do comprimento, da largura e da altura da caixa.

$$3x \cdot x \cdot (x + 4)$$
$$3x^2 \cdot (x + 4)$$
$$3x^3 + 12x^2$$

Neste passo, vamos eliminar os parênteses, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

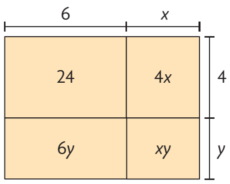
Portanto, o polinômio que representa a medida do volume dessa peça é $3x^3 + 12x^2$.

Agora, analise as medidas dos lados do retângulo ao lado. Podemos obter a medida da área total desse retângulo de duas maneiras diferentes.



1ª maneira

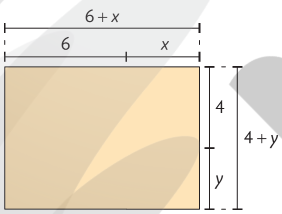
Dividimos o retângulo em outros quatro retângulos menores. Em seguida, obtemos a medida da área de cada um deles e as adicionamos.



$$4x + 6y + xy + 24$$

2ª maneira

Multiplicamos a medida do comprimento pela medida da largura do retângulo. Depois, utilizamos a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e obtemos a medida da área total.



$$(6 + x) \cdot (4 + y) =$$
$$= 24 + 6y + 4x + xy =$$
$$= 4x + 6y + xy + 24$$

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem escrever o polinômio que representa a medida do volume da caixa que Rosana montou. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Verifique se os estudantes perceberam que, tanto na **1ª maneira** quanto na **2ª maneira**, os resultados obtidos são iguais.
- Se necessário, retome a propriedade do produto de potências de mesma base, apresentando alguns exemplos na lousa.

147

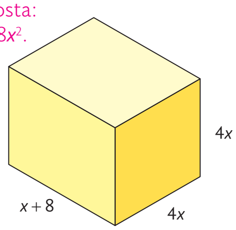
- As atividades **39** e **40** abordam multiplicação de polinômios e o seu valor numérico por meio do cálculo da medida de volume de um paralelepípedo reto retângulo. Para tirar melhor proveito dessas atividades, sugira outras medidas para o valor de x e peça aos estudantes que determinem a medida do volume desse sólido.
- A atividade **41** tem por objetivo efetuar multiplicações de um monômio por um polinômio. Se necessário, sugira aos estudantes que utilizem a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição para efetuar os cálculos.
- Na atividade **42**, é utilizado o cálculo da medida de área de retângulos para trabalhar multiplicação de polinômios. Antes de iniciar a atividade, peça aos estudantes que escrevam o polinômio que representa as medidas dos lados de cada retângulo, para, em seguida, calcular a medida de suas áreas. Para tirar melhor proveito desta atividade, atribua medidas para x e y e solicite aos estudantes que calculem a medida da área desses retângulos.
- O objetivo da atividade **43** é incentivar o raciocínio inverso para determinar o monômio. Para isso, eles podem comparar, um a um, os termos do polinômio $(x + 2)$ com os termos do polinômio indicado em cada item, apoiando-se na divisão de monômios. Se julgar conveniente, utilize o item **a** para mostrar aos estudantes na lousa que, se $M(x + 2) = 3xy + 6y$, em que M é um monômio não nulo, então $(x + 2) = \frac{3xy + 6y}{M}$. Assim, $(x + 2) = \frac{3xy}{M} + \frac{6y}{M}$, em que $x = \frac{3xy}{M}$ e $2 = \frac{6y}{M}$. Essa estratégia retoma a divisão de monômios, assunto abordado nas páginas **138** e **139**, introduzindo o estudo da divisão de um polinômio por um monômio, assunto do próximo tópico.
- Na atividade **44**, verifique se os estudantes realizam as multiplicações corretamente e identificam o termo desconhecido.
- A atividade **45** aborda diversas maneiras de calcular a medida da área do retângulo. Sugira aos estudantes que explorem algumas dessas maneiras e, em seguida, comparem os polinômios obtidos com aqueles indicados em cada item.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

39. Efetue os cálculos no caderno e determine o polinômio que representa a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo a seguir.

39. Resposta: $16x^3 + 128x^2$.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

40. Supondo $x = 2$ cm, calcule a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo da atividade anterior.

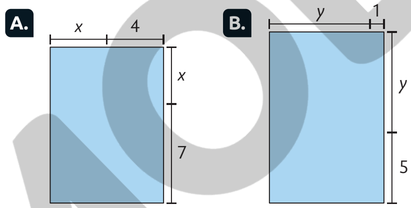
40. Resposta: $V = 640$ cm³.

41. Efetue os cálculos a seguir no caderno e obtenha um polinômio na forma reduzida.

a) $7x \cdot (x + 5)$
b) $x^2 \cdot (x - 7)$
c) $11x^2 \cdot (2x + 1)$
d) $6x \cdot (x^2 + 3)$
e) $5x^2 \cdot (x^2 - 2x)$
f) $4x^3 \cdot (2x^2 + 10)$

41. Respostas:
a) $7x^2 + 35x$;
b) $x^3 - 7x^2$;
c) $22x^3 + 11x^2$;
d) $6x^3 + 18x$;
e) $5x^4 - 10x^3$;
f) $8x^5 + 40x^3$.

42. Escreva no caderno um polinômio na forma reduzida para representar a medida da área de cada retângulo.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

42. Respostas: A. $x^2 + 11x + 28$; B. $y^2 + 6y + 5$.

43. Escreva no caderno o produto de um monômio pelo polinômio $x + 2$ cujo resultado seja:

a) $3xy + 6y$
b) $-xy - 2y$
c) $x^2y + 2xy$
d) $4x^4y + 8x^3y$

43. Respostas: a) $3y(x + 2)$; b) $-y(x + 2)$; c) $xy(x + 2)$; d) $4x^3y(x + 2)$.

44. Respostas: a) $(4x + 4)(y - 1) = 4xy - 4x + 4y - 4$;
b) $(x^2 - y)(y - 10) = x^2y - 10x^2 - y^2 + 10y$;
c) $(-x + 5)(2y + 1) = -2xy - x + 10y + 5$;
d) $(x + 2)(7y - x + 3) = 7xy - x^2 + 3x + 14y - 2x + 6$.

44. Copie as sentenças a seguir no caderno, substituindo cada ■ pelo termo adequado.

a) $(4x + 4)(y - 1) = 4xy - 4x + ■ - 4$

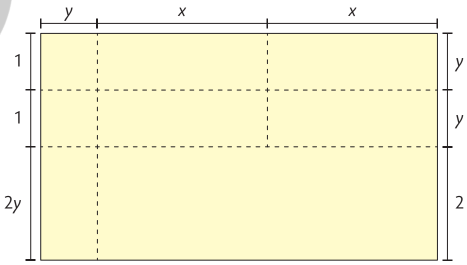
b) $(x^2 - y)(y - 10) = x^2y - 10x^2 - y^2 + ■$

c) $(-x + 5)(2y + 1) = ■ - x + 10y + ■$

d) $(x + 2)(7y - x + 3) =$
$= ■ - x^2 + 3x + ■ - 2x + 6$

45. Entre os polinômios a seguir, qual é o único que não representa a medida da área do retângulo?

45. Resposta: O polinômio **B**.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

A. $8x + 2y^2 + 2y$
B. $4xy + 8x + 2y^2$
C. $8xy + 4y^2$
D. $4xy + 4x + 4y^2$

Outra possibilidade é escrever o polinômio que representa a medida da área dos retângulos menores determinados pelos tracejados e fazer as composições dessas medidas.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **43** e **45**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Divisão de polinômio por monômio

Assim como dividimos monômio por monômio, dividimos polinômio por monômio. Acompanhe, por exemplo, como podemos resolver $(8x^3 - 4x^2) : 2x$, com $x \neq 0$.

Atenção!

Nos exemplos e atividades envolvendo divisão nesta página e nas seguintes, estamos considerando o denominador diferente de zero, pois não existe divisão por zero.

$$(8x^3 - 4x^2) : 2x = \underbrace{(8x^3 : 2x)}_{4x^2} - \underbrace{(4x^2 : 2x)}_{2x}$$

Também podemos realizar esse cálculo escrevendo a expressão em forma de fração e dividir cada termo pelo monômio.

$$(8x^3 - 4x^2) : 2x = \frac{8x^3 - 4x^2}{2x} = \frac{8x^3}{2x} - \frac{4x^2}{2x} = 4x^2 - 2x$$

Portanto, o resultado de $(8x^3 - 4x^2) : 2x$ é o polinômio $4x^2 - 2x$.

Em uma divisão de um polinômio por um monômio não nulo, dividimos cada termo do polinômio pelo monômio. Acompanhe um exemplo.

$$(12x^3 - 4x^2 + 8x) : 4x = \underbrace{(12x^3 : 4x)}_{3x^2} - \underbrace{(4x^2 : 4x)}_{x} + \underbrace{(8x : 4x)}_{2}$$

O cálculo anterior também pode ser representado da seguinte maneira.

$$(12x^3 - 4x^2 + 8x) : 4x = \frac{12x^3 - 4x^2 + 8x}{4x} = \frac{12x^3}{4x} - \frac{4x^2}{4x} + \frac{8x}{4x} = 3x^2 - x + 2$$

Questão 6. Em seu caderno, escreva uma divisão de um polinômio por um monômio não nulo cujo quociente seja igual a $3y + 2$. Questão 6. Sugestão de resposta: $\frac{15xy + 10x}{5x}$.

Questão 7. Qual é o grau do polinômio e do monômio que você escreveu no item anterior?
Questão 7. A resposta depende do polinômio e do monômio escritos. No caso da sugestão de resposta dada, o grau do polinômio é 2 e o grau do monômio é 1.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

46. Efetue no caderno a divisão de polinômio por monômio em cada item e obtenha um polinômio na forma reduzida.

a) $(5x^4 + 15x^7 - 10x) : 5x$

b) $\frac{16y^5 - 20y^7 - 12y^3}{4y^3}$

c) $(18a^5 - 6a^{10} - 3a^2 + 9a^4) : 3a^2$

d) $\frac{20b^3 - 12b^8 + 10b^5 - 8b^4}{6b^2}$

46. Respostas: a) $x^3 + 3x^6 - 2$; b) $4y^2 - 5y^4 - 3$; c) $6a^3 - 2a^8 - 1 + 3a^2$; d) $\frac{10}{3}b - 2b^6 + \frac{5}{3}b^3 - \frac{4}{3}b^2$.

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem simplificar a expressão. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- A divisão de um polinômio por um monômio envolve um pouco mais de complexidade em relação aos tópicos anteriores. Dessa maneira, é importante realizar um trabalho pausado, atentando para as possíveis dúvidas e dificuldades dos estudantes.
- Para responder à questão **6**, use as estratégias sugeridas na atividade **43** da página anterior. Existem várias respostas para esta questão. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas delas na lousa.
- A questão **7** tem por objetivo levar os estudantes a perceber a relação entre os graus dos polinômios envolvidos na divisão. Nesse momento, fique atento às dúvidas dos estudantes e, se possível, apresente outros exemplos semelhantes, para que eles possam sanar possíveis dúvidas.
- A atividade **46** aborda a divisão de um polinômio por um monômio. Lembre os estudantes de que o monômio divide cada termo do polinômio. Avalie a possibilidade de retomar a propriedade da divisão de potências de mesma base e verifique se os estudantes simplificam os polinômios, escrevendo-os na forma reduzida. Para tirar melhor proveito desta atividade, questione-os a respeito do grau de cada polinômio apresentado.

- Na atividade **47**, os estudantes podem utilizar o grau dos polinômios para obter a resposta. No item **a**, por exemplo, o polinômio representado pelo símbolo ● tem necessariamente grau maior do que 4, pois esse é o grau do polinômio quociente. Outra estratégia é selecionar um polinômio e um monômio, efetuar a divisão e comparar o resultado com o polinômio quociente indicado em cada item.
- As atividades **48** e **50** abordam o cálculo da medida de área e de volume, cujas medidas de comprimento dos lados e das arestas, respectivamente, são representadas por polinômios. Na atividade **48**, destaque para os estudantes que as medidas do comprimento de um lado e da área são explicitadas, sendo necessário obter a medida do comprimento do outro lado. Se necessário, faça na lousa um exemplo, com números análogos a esta atividade, para que eles percebam que a medida do comprimento do outro lado é obtida por meio de uma divisão. No item **b** da atividade **50**, o estudante terá que determinar o polinômio que representa a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo e, em seguida, calcular o valor desse polinômio para obter a resposta desta questão.
- Na atividade **49**, os itens **b**, **c** e **d** envolvem divisão de um polinômio por um monômio, em que um deles é desconhecido e o quociente é dado. Em caso de dificuldade, escreva o item **b** na lousa e mostre aos estudantes que a sentença $3x \cdot ■ = 9x^4 - 3x^3$ pode ser escrita como $■ = \dfrac{9x^4 - 3x^3}{3x}$.

47. Nos itens a seguir, cada figura corresponde a um dos polinômios indicados nas fichas. Efetue os cálculos no caderno e determine qual polinômio cada figura representa.

a) ▲ : ● $= 2x^4 - 5$

b) ■ : ◆ $= x^2 + 4x$

c) ◖ : ◢ $= 3x + 5$

Atenção!
Nas divisões indicadas, os divisores são monômios não nulos.

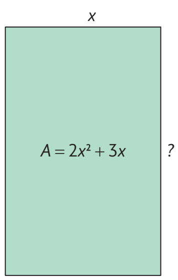
47. Respostas: ▲: $4x^5 - 10x$; ●: $2x$; ■: $x^3 + 4x^2$; ◆: x; ◖: $15x^2 + 25x$; ◢: $5x$.

$4x^5 - 10x$	$5x$	$2x$
x	$15x^2 + 25x$	$x^3 + 4x^2$

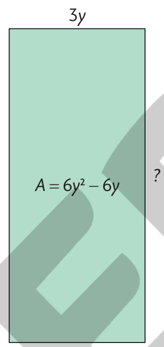
48. Em cada retângulo está indicada a medida do comprimento de um de seus lados e a medida de sua área A. Efetue os cálculos no caderno e determine a medida do comprimento do outro lado. 48. Respostas: A. $2x + 3$; B. $2y - 2$.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

A.



B.



Atenção!
Nesta atividade, utilize a operação inversa da multiplicação, ou seja, a divisão.

49. Copie no caderno as sentenças a seguir substituindo cada ■ pelo polinômio adequado.

a) $(4x^3 + 6x^2) : 2x =$ ■

b) $3x \cdot$ ■ $= 9x^4 - 3x^3$

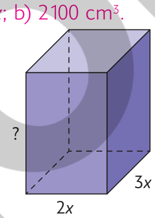
c) $10x^6 :$ ■ $= 5x$

d) ■ $: 7x^2 = 2x + 7$

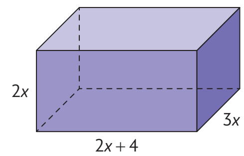
50. Analise os paralelepípedos retos retângulos representados e resolva o que se pede.
50. Respostas: a) $3x$; b) 2100 cm³.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

1.



2.



a) Sabendo que a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo **1** é $18x^3$, qual polinômio representa a medida de sua altura?

b) De acordo com as medidas indicadas no paralelepípedo reto retângulo **2** e sabendo que $x = 5$ cm, calcule a medida de seu volume.

49. Respostas: a) $(4x^3 + 6x^2) : 2x = 2x^2 + 3x$; b) $3x \cdot (3x^3 - x^2) = 9x^4 - 3x^3$; c) $10x^6 : 2x^5 = 5x$; d) $(14x^3 + 49x^2) : 7x^2 = 2x + 7$.

Fatoração de polinômios

Vamos estudar uma maneira de **fatorar** um polinômio, ou seja, escrevê-lo como um produto de polinômios. Essa maneira consiste em **colocar um fator comum em evidência**.

Atenção!

Existem outras maneiras de fatorar um polinômio. Elas serão estudadas no próximo volume.

Considere, por exemplo, o polinômio $3y^2 + 5y$. Para fatorar esse polinômio, inicialmente decompomos cada um de seus termos em um produto de fatores.

$$3y^2 + 5y = 3 \cdot y \cdot y + 5 \cdot y$$

No exemplo, o fator y é comum aos dois termos do polinômio. Por isso, podemos escrever esse fator multiplicando os outros fatores que não são comuns. Nesse caso, dizemos que y foi colocado em evidência.

$$3 \cdot y \cdot y + 5 \cdot y = y(3y + 5)$$

Portanto, a forma fatorada de $3y^2 + 5y$ é $y(3y + 5)$.

Mínimo múltiplo comum de polinômios

Neste tópico, vamos aprender a calcular o **mínimo múltiplo comum** (mmc) de polinômios.

Vamos calcular, por exemplo, o mmc de $12x^4y$ e $4x^3y^2$.

Inicialmente, fatoramos os coeficientes dos monômios.

$$12x^4y = 2^2 \cdot 3 \cdot x^4 \cdot y$$

$$4x^3y^2 = 2^2 \cdot x^3 \cdot y^2$$

Depois, efetuamos o produto de todos os fatores de $12x^4y$ e $4x^3y^2$ considerando apenas os de maior expoente. O mmc é o produto desses fatores:

$$\text{mmc}(12x^4y, 4x^3y^2) = 2^2 \cdot 3 \cdot x^4 \cdot y^2 = 12x^4y^2$$

De maneira semelhante à apresentada, vamos determinar o mmc de $24a^2$ e $18a^2 - 18ab$.

Inicialmente, fatoramos os coeficientes dos polinômios.

$$24a^2 = 2^3 \cdot 3 \cdot a^2$$

$$18a^2 - 18ab = 2 \cdot 3^2 \cdot a \cdot (a - b)$$

Efetuamos o produto de todos os fatores dos polinômios, considerando apenas os de maior expoente. O mmc é o produto desses fatores:

$$\text{mmc}(24a^2, 18a^2 - 18ab) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot a^2 \cdot (a - b) = 72a^2(a - b)$$

- Antes de iniciar o assunto desta página, escreva dois números na lousa e, em seguida, realize a fatoração, escrevendo-os na forma fatorada. Depois, escreva um polinômio na lousa e fatore-o. Esses exemplos prévios buscam revisar a ideia de fatoração, bem como preparar os estudantes para um estudo mais aprofundado.

Um texto a mais

- Avalie a possibilidade de ler para os estudantes o texto a seguir, sobre Maria Laura Mouzinho Leite Lopes (1917-2013).

Primeira doutora do Brasil

Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, cujo nome de solteira era Maria Laura Mouzinho, nasceu em janeiro de 1917 em Timbaúba, Pernambuco. Maria Laura era a primogênita de oito filhos. Sua mãe, Laura Moura Mouzinho, era professora primária (professora do atual Ensino Fundamental I), e seu pai, Oscar Mouzinho, era um respeitado comerciante local e autodidata de grande cultura. Em 1931, concluiu o Ensino Fundamental I na cidade de Recife. Em 1932, ingressou na Escola Normal de Pernambuco, tendo permanecido nessa escola até 1934. Nesse período, foi aluna do professor Luiz de Barros Freire, que segundo ela foi o responsável por sua vocação em Matemática. No ano de 1935, sua família mudou-se para a cidade do Rio de Janeiro, sendo matriculada no Instituto Lafayette. Mudou-se para Petrópolis no ano seguinte, tornando-se aluna do Colégio Sion. Maria Laura obteve seu Bacharelado em Matemática em 1941 e em 1942 concluiu a Licenciatura, ambos na Faculdade Nacional de Filosofia (FNFi). A FNFi foi fundada em 4 de abril de 1939, pelo então Presidente Getúlio Vargas, através do Decreto-lei nº 1.190.

[...]

Nos seis anos seguintes, dedicou-se a sua tese de doutorado intitulada “Espaços projetivos. Reticulados de seus subespaços”, orientada pelo expoente matemático português, professor António Aniceto Ribeiro Monteiro. Em 24 de setembro de 1949, obteve o título de Doutor em Ciência – Matemática, sendo a primeira mulher a se doutorar em Matemática no Brasil.

Maria Laura teve três filhos: José Sérgio, Sílvio Ricardo e Ângela. Morreu dia 20 de junho de 2013 deixando um grande legado.

[...]

Seu trabalho é hoje referência no mundo todo.

FERNANDEZ, Cecília de Souza; AMARAL, Ana Maria Luz Fassarella do; VIANA, Isabela Vasconcellos. *A história de Hipátia e muitas outras matemáticas*. Rio de Janeiro: SBM, 2019. p. 33-35. Disponível em: https://sbm.org.br/colecao-simposios-de-matematica/. Acesso em: 4 jul. 2022.

- A atividade **51** aborda o cálculo de mínimo múltiplo comum de polinômios. Lembre os estudantes de que o mínimo múltiplo comum (mmc) é obtido pela multiplicação de todos os fatores dos polinômios fatorados, considerando apenas os de maior expoente. Ao constatar dificuldade, resolva o item **a** na lousa. Nos itens **e** e **f**, peça a eles que coloquem os termos comuns dos binômios em evidência.
- Na atividade **52**, analise se os estudantes estabelecem relação entre os expoentes das variáveis dos polinômios envolvidos. Se necessário, fatore os polinômios do item **a**, mostrando-lhes que o maior expoente da variável x deve ser 6.
- A atividade **53** relaciona as ideias trabalhadas nas duas atividades anteriores. Sugira aos estudantes que fatorem os polinômios indicados pelas letras e os que resultam do mínimo múltiplo comum. Depois, eles devem analisar os expoentes dos seus fatores para realizar as associações.

Sugestão de avaliação

Utilize a atividade a seguir para avaliar a aprendizagem dos estudantes sobre mínimo múltiplo comum de polinômios. Acompanhe a resolução deles e analise se realizam a fatoração e a divisão de polinômios da maneira correta.

- Calcule no caderno o mmc de $15a^4$, $9a - 6a^2$ e $8a^3$. Depois, divida o mmc pelos polinômios a seguir.

a) $15a^4$

b) $9a - 6a^2$

c) $8a^3$

Resoluções e comentários

Fatorando cada um dos polinômios, temos:

$15a^4 = 3 \cdot 5 \cdot a^4$;

$9a - 6a^2 = 3a(3 - 2a)$

$8a^3 = 2^3 \cdot a^3$

Assim, temos:

$\text{mmc}(15a^4, 9a - 6a^2, 8a^3) =$

$= 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a^4 \cdot (3 - 2a) =$

$= 120a^4(3 - 2a)$

Para responder a cada item, sugira aos estudantes que usem os polinômios na forma fatorada.

a) $\dfrac{2^3 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{a^4} \cdot (3 - 2a)}{\cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{a^4}} =$

$= 2^3 \cdot (3 - 2a) =$

$= 8(3 - 2a) = 24 - 16a$

b) $\dfrac{2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a^4 \cdot (3 - 2a)}{3a(3 - 2a)} =$

$= 2^3 \cdot 5 \cdot a^3 = 40a^3$

c) $\dfrac{2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a^4 \cdot (3 - 2a)}{2^3 \cdot a^3} = 3 \cdot 5 \cdot a \cdot (3 - 2a) =$

$= 15a(3 - 2a) = 45a - 30a^2$

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Para obter o mmc de dois ou mais polinômios, fatoramos inicialmente os coeficientes dos polinômios. Depois, multiplicamos todos os fatores dos polinômios fatorados, considerando apenas os de maior expoente.

A seguir, apresentamos alguns exemplos.

- $\text{mmc}(6x^5, 9x^2y) = 2 \cdot 3^2 \cdot x^5 \cdot y = 18x^5y$

  $6x^5 = 2 \cdot 3 \cdot x^5$; $9x^2y = 3^2 \cdot x^2 \cdot y$

- $\text{mmc}(6a^2b, 5a + ab^4) = 2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b(5 + b^4) = 6a^2b(5 + b^4)$

  $6a^2b = 2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b$; $5a + ab^4 = a(5 + b^4)$

- $\text{mmc}(8a^2b^3, 3a^2 + 2ab) = 2^3 \cdot a^2 \cdot b^3(3a + 2b) = 8a^2b^3(3a + 2b)$

  $8a^2b^3 = 2^3 \cdot a^2 \cdot b^3$; $3a^2 + 2ab = a(3a + 2b)$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

51. Desenvolva os cálculos para obter o mmc dos polinômios.

a) $\text{mmc}(x^5y^4, x^4y^5)$

b) $\text{mmc}(5a^3b, 15ab^2)$

c) $\text{mmc}(20y^3, 4x^2y^6)$

d) $\text{mmc}(a^3b^7, 8ab^2)$

e) $\text{mmc}(12x^3, 4x^2 - 6x)$

f) $\text{mmc}(9ab^5, 2a^2b^2 + 4ab)$

51. Respostas: a) x^5y^5; b) $15a^3b^2$; c) $20x^2y^6$; d) $8a^3b^7$; e) $12x^3(2x^2 - 3)$; f) $18ab^5(ab + 2)$.

52. Efetue os cálculos **mentalmente** e determine qual deve ser o valor de cada figura para que o mmc esteja correto.

a) $\text{mmc}(5x^{\blacksquare}, 25x^2) = 25x^6$

b) $\text{mmc}(7xy^2, 4x^{\blacksquare}) = 28x^3y^2$

c) $\text{mmc}(6a^2b^{\blacksquare}, 8a^{\blacklozenge}b) = 24a^7b$

d) $\text{mmc}(16x^{\blacksquare}y^2z^{\blacklozenge}, 4xy^{\bullet}z^3) = 16x^5y^8z^4$

52. Respostas: a) $\blacksquare$: 6; b) $\blacksquare$: 3; c) $\blacksquare$: 1 e $\blacklozenge$: 7; d) $\blacksquare$: 5, $\blacklozenge$: 4 e $\bullet$: 8.

53. No caderno, associe os polinômios ao mmc correspondente.

A. $8x^2y^4$

B. $12xy^2$

C. $18x^6y$

D. $20x^3y^4$

E. $2x^3 + 4x^2$

F. $16x^2 + 8xy$

1. $\text{mmc}(\blacksquare, \blacksquare) = 36x^6y^2$

2. $\text{mmc}(\blacksquare, \blacksquare) = 40x^3y^4(2x + y)$

3. $\text{mmc}(\blacksquare, \blacksquare) = 8x^2y^4(x + 2)$

53. Resposta: **B** e **C** – 1; **D** e **F** – 2; **A** e **E** – 3.

Frações algébricas

Em uma fábrica, uma máquina **A** produz 1840 peças em t minutos. Que expressão algébrica representa a produção dessa máquina em 1 minuto?

Para responder a essa pergunta, podemos escrever a expressão algébrica a seguir.

$$1840 : t,\ t \neq 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{1840}{t},\ t \neq 0$$

Essa expressão é chamada **fração algébrica**.

Fração algébrica é uma expressão algébrica escrita em forma de fração e que apresenta variáveis no denominador.

Em uma fração algébrica, o denominador representa um número diferente de zero.

Acompanhe alguns exemplos.

$\frac{2x}{y},\ y \neq 0$	$\frac{5x^2 + 3y}{xy + 1},\ xy \neq -1$	$\frac{a + b}{a - b},\ a \neq b$
$\frac{2xy + y^2}{6x},\ x \neq 0$	$\frac{1}{y},\ y \neq 0$	$\frac{y}{y + 2},\ y \neq -2$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

54. Entre as expressões algébricas a seguir, quais são frações algébricas?

A. $\frac{2x + y}{3}$

B. $\frac{5}{x},\ x \neq 0$

C. $\frac{2x^3 + y}{x - 1},\ x \neq 1$

D. $\frac{x^2 + 3y}{xy},\ xy \neq 0$

E. $\frac{x + 7y + 1}{12}$

F. $\frac{9x + 12y + 5}{2y},\ y \neq 0$

54. Resposta: B, C, D e F.

55. Com base nas informações apresentadas no início desta página, responda às questões a seguir.

a) Nessa mesma fábrica, uma máquina **B** demora 12 min a mais para produzir a mesma quantidade de peças da máquina **A**. Que fração algébrica representa a produção da máquina **B** em 1 min? 55. a) Resposta: $\frac{1840}{t + 12},\ t \neq -12$.

b) Sabendo que a máquina **A** produz as 1840 peças em 80 min, qual é a quantidade de peças que ela produz por minuto? E qual é a quantidade de peças que a máquina **B** produz por minuto? 55. b) Resposta: 23 peças; 20 peças.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado às frações. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- A atividade **54** aborda o reconhecimento de frações algébricas. Use-a para avaliar se os estudantes compreenderam a definição desse assunto. Se necessário, enfatize que uma fração algébrica corresponde a uma expressão algébrica escrita em forma de fração, cujo denominador apresenta variáveis.
- Na atividade **55**, retome o problema apresentado no início do tópico. Em caso de dificuldade, destaque para os estudantes que a máquina **B** leva 12 minutos a mais do que a máquina **A** para produzir a mesma quantidade de peças, ou seja, $t + 12$ minutos. O item **b** envolve cálculo do valor numérico das frações algébricas indicadas.

Algo a mais

- Caso considere relevante, complemente o estudo sobre expressões algébricas consultando alguns materiais no portal da OBMEP. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/index?a=1#3. Acesso em: 4 jul. 2022.

• As atividades **56**, **57**, **59** e **60** têm por objetivo utilizar frações algébricas para representar uma situação apresentada em língua materna. Em caso de dificuldade, sugira aos estudantes que determinem inicialmente o polinômio do numerador e, em seguida, o polinômio do denominador. A atividade **60** aborda também o cálculo do valor numérico de uma fração algébrica.

• Por envolver história em quadrinhos, o contexto da atividade **57** promove a **cultura juvenil**, visto que é um gênero textual lido no universo dos jovens. Aproveite-a para fazer alguns questionamentos aos estudantes.

– Alguém se interessa por histórias em quadrinhos?

– Quais são seus títulos favoritos?

– Vocês têm o hábito de ler histórias em quadrinhos?

• Envolva a sala na discussão, desperte o ânimo dos estudantes e converse com eles acerca do tema. Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.

• O objetivo da atividade **58** é que os estudantes escrevam frações algébricas e calculem seu valor numérico. Esta atividade exercita a capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, contribuindo para o desenvolvimento da autoestima e da perseverança na busca de soluções de problemas, oferecendo a oportunidade de contemplar as **Competências específicas de Matemática 6** e **8** e as **Competências gerais 2** e **4**. Aproveite o fato de esta atividade ser proposta em grupo/duplas e oriente os estudantes a respeito da importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying*** nas orientações gerais deste manual. Desse modo, promove-se a **Competência geral 9**.

56. Para cada frase, escreva no caderno uma fração algébrica. 56. a) Resposta: $\frac{a+3}{b}$, $b \neq 0$.

a) A adição de um número a com 3 dividido por um número b.

b) O produto entre $2x$ e $5y$ dividido pela adição de x e y. 56. b) Resposta: $\frac{2x \cdot 5y}{x+y}$, $x \neq -y$.

c) A diferença entre os números $6a$ e $2b^2$ dividido por $5b$. 56. c) Resposta: $\frac{6a - 2b^2}{5b}$, $b \neq 0$.

d) Um número y dividido pelo produto entre 2 e x^2. 56. d) Resposta: $\frac{y}{2x^2}$, $x \neq 0$.

e) A diferença entre o quadrado de $2x + 1$ e 5, dividido pelo triplo de y.

f) A quinta parte de x adicionada a y, dividido pelo dobro de z. 56. f) Resposta: $\frac{\frac{x}{5} + y}{2z}$, $z \neq 0$.

57. Silas tem x revistas em quadrinhos em sua coleção. Dessa coleção, y revistas são repetidas. Sabendo que Silas distribuiu igualmente as revistas não repetidas em z prateleiras, que fração algébrica representa a quantidade de revistas que ele vai colocar em cada prateleira? 57. Resposta: $\frac{x-y}{z}$, $z \neq 0$.

56. e) Resposta: $\frac{(2x+1)^2 - 5}{3y}$, $y \neq 0$.

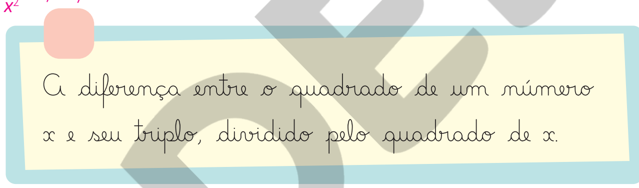
58. **Junte-se** a um colega e, utilizando as sentenças apresentadas a seguir, escrevam no caderno 3 frações algébricas diferentes. Depois determinem o valor numérico de cada fração algébrica que vocês escreveram considerando $x = 2$ e $y = 5$. 58. Resposta pessoal.

$5x^2 + 3y$ | $x - y^2$ | $xy - 7$ | $x^3y^2 - 15$

$y + 5$ | $4x + y$ | $2x^2y$

59. Considere a frase apresentada a seguir.

59. Resposta: $\frac{x^2 - 3x}{x^2}$, $x \neq 0$.



KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

Escreva no caderno uma fração algébrica para representar essa frase.

60. As despesas da festa de final de ano em uma empresa foram de R$ 1350,00. Esse total seria dividido entre todos os funcionários, porém, na última hora, 3 deles desistiram de ir à festa. 60. c) Resposta: $\frac{1350}{p-3}$, $p \neq 3$.

Considere p a quantidade de funcionários da empresa e resolva os itens a seguir.

a) Escreva no caderno a fração algébrica que representa a quantia que cada funcionário pagaria se não houvesse a desistência dos 3 funcionários. 60. a) Resposta: $\frac{1350}{p}$, $p \neq 0$.

b) Que expressão algébrica representa a quantidade de funcionários que de fato pagaram a festa? 60. b) Resposta: $p - 3$.

c) Que fração algébrica representa a quantia que cada funcionário pagou?

d) Calcule a quantia que cada funcionário deveria pagar, antes e depois de 3 deles desistirem, para $p = 30$, ou seja, considerando que a empresa tem 30 funcionários.
60. d) Resposta: Antes de 3 funcionários desistirem: R$ 45,00; depois: R$ 50,00.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Respostas: a) x^2; b) $n + 5$; c) $5{,}48x$.

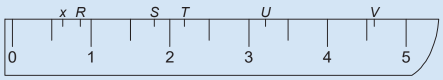
1. Escreva em uma folha de papel avulsa as expressões algébricas que representam as situações a seguir.

a) A medida da área de um quadrado cujo comprimento do lado mede x.

b) A quantidade de figurinhas de José, sabendo que Paulo tem n figurinhas e José tem 5 figurinhas a mais do que Paulo.

c) O preço de x quilogramas de tomate, sabendo que o preço por quilograma é R$ 5,48.

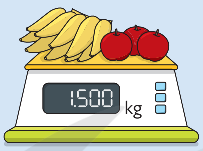
2. (Obmep-2006) A figura representa parte de uma régua graduada de meio em meio centímetro, onde estão marcados alguns pontos. Qual deles melhor representa o número $2x + 1$? 2. Resposta: Alternativa **c**.



REPRODUÇÃO/OBMEP

a) R **b)** S **c)** T **d)** U **e)** V

3. Em uma balança foram colocadas uma penca de bananas e três maçãs, como representado na imagem a seguir.



SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Se a medida da massa da penca de bananas é x kg, escreva a expressão algébrica que representa a medida da massa das 3 maçãs, em quilogramas.

b) Escreva a expressão algébrica que representa a medida da massa aproximada de uma maçã.

3. Respostas: a) $1{,}5 - x$; b) $\frac{1{,}5 - x}{3}$.

4. Em certo plano telefônico é cobrada uma taxa fixa de R$ 69,90 por mês mais R$ 0,17 por minuto em ligações locais.

a) Representando a medida do tempo em minutos por t, escreva em uma folha de papel avulsa uma expressão algébrica que permita calcular o gasto mensal de um cliente que usa esse plano e faz somente ligações locais.

b) Quantos reais esse cliente gastou em um mês em que utilizou 200 minutos em ligações locais?

4. Respostas: a) $69{,}90 + 0{,}17t$; b) R$ 103,90.

5. Respostas: a) R$ 1855,00; R$ 2155,00; b) $1255 + 0{,}03x$.

5. Certa funcionária recebe um salário fixo de R$ 1255,00 e mais 3% do valor de todas as vendas que efetuar no mês.

a) Qual será o salário da funcionária no mês em que ela vender R$ 20000,00 em produtos? E se ela vender R$ 30000,00?

b) Sendo x o valor das vendas realizadas no mês, escreva em uma folha de papel avulsa uma expressão algébrica que represente o salário da funcionária.

6. Larissa tem x livros. Eduarda tem y livros, que são 6 livros a mais do que Larissa, e Bruno tem z livros, que é o triplo da quantidade de Eduarda.

a) Qual é a quantidade de livros de Eduarda? E a de Bruno?

b) Qual é a quantidade de livros de Larissa? E a de Eduarda?

c) Se Eduarda tem 14 livros, qual é a quantidade de livros de Larissa? E a de Bruno?

6. Respostas: a) $x + 6$; $3(x + 6)$; b) $\frac{y}{3} - 6$; $\frac{y}{3}$; c) 8 livros; 42 livros.

1 e 3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes representam uma situação dada em língua materna por meio de uma expressão algébrica.

Como proceder

- Analise se os estudantes compreendem que, na atividade **1**, para resolver o item **a**, devem saber como calcular a medida da área de um quadrado. No item **b**, se necessário, atribua alguns valores para n e peça a eles que determinem a quantidade de figuras de José. Em caso de dificuldade para resolver o item **c**, questione-os sobre como fariam para calcular o preço de 1, de 2 e de 3 quilogramas de tomate. Depois, sugira-lhes que generalizem para x quilogramas. Na atividade **3**, a massa das três maçãs corresponde à diferença entre a massa total e a massa da penca de bananas.

2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam o valor numérico de uma expressão algébrica.

Como proceder

- Caso sintam dificuldade, peça a eles que analisem a posição de x na figura e estimem um valor a ser substituído na expressão algébrica. Considerando que $0{,}5 < x < 1$, qualquer número desse intervalo resultará em um valor numérico da expressão algébrica entre 2 e 3.

4, 5 e 6. Objetivos

- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes em atividades que envolvem a escrita de uma expressão algébrica.
- Avaliar se os estudantes calculam corretamente o valor numérico de uma expressão algébrica.

Como proceder

- Ao constatar dificuldade na atividade **4**, calcule na lousa, com a ajuda dos estudantes, o custo mensal para o uso de 1 minuto, 2 minutos e 10 minutos de ligações locais. Em caso de dificuldade, no item **a** da atividade **5**, mostre na lousa como calcular o percentual de um número. No item **b**, sugira que eles escrevam o valor da comissão de vendas na forma fracionária e na forma decimal. No item **a** da atividade **6**, eles devem escrever as expressões algébricas que representam a quantidade de livros de Eduarda e de Bruno, analisando as relações do enunciado. No item **b**, oriente-os a utilizar a relação inversa. Por exemplo, se Bruno tem o triplo da quantidade de livros de Eduarda, então Eduarda tem a terça parte da quantidade de livros de Bruno.

7. Objetivo

- Constatar se os estudantes representam por meio de uma expressão algébrica o termo geral de uma sequência recursiva.

Como proceder

- Analise se eles percebem que, para obter a figura seguinte, acrescentam-se 3 canudos à figura anterior. Ao constatar dificuldade, peça aos estudantes que desenhem no caderno a próxima figura da sequência e, em seguida, construam um quadro para escrever a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados.

8. Objetivo

- Avaliar se os estudantes compreendem a multiplicação de monômios.

Como proceder

- Analise se eles percebem que, para resolver esta atividade, devem obter a medida do volume de um cubo. Se achar conveniente, sugira que usem a fórmula do cálculo da medida do volume de um cubo, fazendo $(2x)^3 = 2^3x^3 = 8x^3$.

9. Objetivo

- Constatar se os estudantes identificam um monômio.

Como proceder

- Em caso de dificuldade no item **a**, sugira que usem a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

10. Objetivos

- Avaliar se os estudantes resolvem atividades envolvendo a escrita de polinômios na forma reduzida.
- Constatar se os estudantes classificam um polinômio.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, sugira que comecem pela eliminação dos parênteses, fazendo as operações necessárias. Em seguida, devem reduzir os termos semelhantes.

11. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam os valores numéricos de um polinômio.

Como proceder

- Analise se os estudantes substituem os valores de x e y e se efetuam os cálculos corretamente. Se necessário, retome os procedimentos com ajuda deles.

7. (Enem-2010) Uma professora realizou uma atividade com seus estudantes utilizando canudos de refrigerantes para montar figuras, em que cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.

Figura **1**

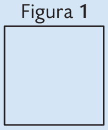


Figura **2**

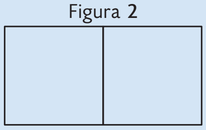
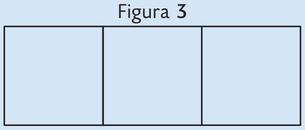


Figura **3**



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

a) $C = 4Q$
b) $C = 3Q + 1$
c) $C = 4Q - 1$
d) $C = Q + 3$
e) $4Q - 2$

7. Resposta: Alternativa **b**.

8. Qual é a medida do volume de um cubo cuja aresta mede $2x$?

8. Resposta: $8x^3$.

9. Certo retângulo cujas medidas do comprimento e da largura são c e l, respectivamente, tem seu perímetro medindo $2(c + l)$.

a) A expressão algébrica que representa a medida do perímetro é um monômio?

b) É possível expressar a medida do perímetro de um quadrado, cujo comprimento do lado mede l, por um monômio? Em caso afirmativo, escreva em uma folha de papel avulsa esse monômio.

9. Respostas: a) Não; b) Sim; $4l$

10. Escreva em uma folha de papel avulsa os polinômios na forma reduzida de cada item. Depois, classifique-os em monômio, binômio ou trinômio.

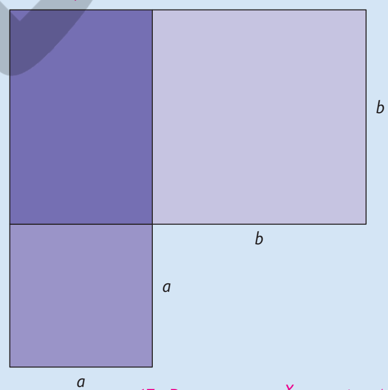
a) $4x^8y + 3(x - x^8y) + 6x - (3x^8y + 9x)$
b) $3x^2y + 4 - 2y^2 - 3x^2y + 4y^2 + 2$
c) $3(5ab + 2) + a^2 - 2 - 3ab - 4a^2$

11. O polinômio $x^2 + 2xy + y^2$ assume maior valor numérico para $x = 2$ e $y = 0$ ou para $x = 6$ e $y = -5$? Qual é esse valor?

11. Resposta: Para $x = 2$ e $y = 0$; 4.

12. A figura a seguir é formada por dois quadrados e um retângulo. Escreva em uma folha de papel avulsa um polinômio que represente a medida da área dessa figura. Depois, calcule a medida da área para $a = 2$ m e $b = 4$ m.

12. Resposta: $a^2 + ab + b^2$; 28 m².



13. Resposta: $\frac{x}{y + 4}$, $y \neq -4$.

13. Que fração algébrica representa um número x dividido pela adição de um número y com 4?

10. Respostas: a) $-2x^8y$; monômio; b) $2y^2 + 6$; binômio; c) $-3a^2 + 12ab + 4$; trinômio.

156

12. Objetivo

- Avaliar se os estudantes escrevem o polinômio que representa a medida da área de uma figura.

Como proceder

- Se necessário, diga a eles que a medida da área desse polígono corresponde à soma das medidas das áreas do quadrado e dos retângulos.

13. Objetivo

- Constatar se os estudantes escrevem uma fração algébrica apresentada em língua materna.

Como proceder

- Analise a estratégia deles e, se necessário, sugira que determinem, separadamente, os polinômios correspondentes ao numerador e ao denominador, para, em seguida, compor a fração algébrica.

UNIDADE

8 Equações e sistemas de equações

ROMAN TRASPOLSKY/SHUTTERSTOCK

Fila de motoristas com seus táxis, aguardando passageiros para uma corrida, cujo preço pode ser calculado por meio de uma equação.

Agora vamos estudar...

- equação do 1º grau com uma incógnita;
- equação fracionária;
- equação do 1º grau com duas incógnitas;
- sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas;
- equação do 2º grau do tipo $ax^2 = c$.

- Explique aos estudantes que o preço de uma corrida de táxi pode ser obtido resolvendo uma equação do 1º grau com uma incógnita. Outra possibilidade é utilizar essa equação para obter a medida da distância que pode ser percorrida por um táxi pagando certo valor monetário.

Dessa maneira, a ideia principal é estabelecer relação com os conteúdos que serão estudados nesta unidade, por meio do conceito de equação, explorando a parte operacional e usando-a para modelar e resolver situações-problema do cotidiano.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestões de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes acerca dos conteúdos que serão trabalhados na unidade, pesquise o valor da bandeirada e o preço por quilômetro rodado em uma corrida de táxi na capital do estado em que moram. Em seguida, escreva na lousa a equação que relaciona o preço a ser pago em função da quantidade de quilômetros rodados, considerando que uma pessoa pagou 30 reais por uma corrida de táxi nessa capital. Depois, peça aos estudantes para determinarem a medida aproximada da quantidade de quilômetros que o táxi percorreu.

Resolução e comentários

Supondo, por exemplo, que em uma capital o valor da bandeirada seja R$ 5,12 e o preço por quilômetro rodado seja R$ 2,49, a equação será $2{,}49x + 5{,}12 = 30$. Para determinar a medida da quantidade de quilômetros rodados, devemos resolver esta equação.

$$2{,}49x + 5{,}12 - 5{,}12 = 30 - 5{,}12$$

$$2{,}49x = 24{,}88$$

$$\frac{2{,}49}{2{,}49}x = \frac{24{,}88}{2{,}49}$$

$$x \simeq 10$$

Logo, foram percorridos aproximadamente 10 km.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Identificar e resolver uma equação do 1º grau com uma incógnita e com duas incógnitas.
- Resolver situações-problema envolvendo equações do 1º grau com uma ou e com duas incógnitas.
- Descrever uma situação por meio de uma equação do 1º grau.
- Resolver equações fracionárias.
- Identificar, escrever e resolver situações-problema envolvendo equações fracionárias.
- Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
- Analisar a solução de um sistema de equações por meio da representação geométrica.
- Reconhecer e resolver um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.
- Resolver sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas utilizando o método da substituição.
- Resolver sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas usando o método da adição.
- Resolver situações-problema envolvendo sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas por meio do método da substituição e do método da adição.
- Utilizar tecnologias para representar graficamente equações do 1º grau e analisar a solução de um sistema.
- Reconhecer equações do 2º grau do tipo $ax^2 = c$.
- Usar tecnologias para resolver equações do 2º grau do tipo $ax^2 = c$, com a diferente de zero.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo equações do 2º grau do tipo $ax^2 = c$.
- Resolver e elaborar situações-problema, com o uso de tecnologias, envolvendo equações do 2º grau do tipo $ax^2 = c$.

Equação do 1º grau com uma incógnita

Na unidade anterior, estudamos expressões algébricas, fórmulas e equações. Nesta unidade, vamos retomar o conceito de equações e aprofundá-lo. Relembre o que é uma equação.

Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade em que há pelo menos uma letra que representa um número desconhecido. Cada letra é uma **incógnita** da equação.

Analise a seguinte situação.

O dobro da idade de Tiago mais 10 anos é igual a 38 anos. Qual é a idade de Tiago?

Para responder a essa pergunta, podemos escrever uma equação e resolvê-la. Indicando por x a idade em anos de Tiago, escrevemos a equação a seguir.

$$\underbrace{2x + 10}_{\text{1º membro}} = \underbrace{38}_{\text{2º membro}}$$

Atenção!

Em uma equação, cada lado em relação ao sinal de igual é chamado **membro**.

Essa equação é um exemplo de **equação do 1º grau com uma incógnita**.

Uma equação do 1º grau com uma incógnita x é uma sentença matemática que pode ser escrita na forma $ax = b$, sendo a e b números reais, com a não nulo.

Vamos resolver a equação $2x + 10 = 38$, ou seja, obter o valor desconhecido da incógnita.

$$2x + 10 = 38$$
$$2x + 10 - 10 = 38 - 10$$

Subtraímos 10 unidades em cada membro da equação.

$$\frac{2x}{2} = \frac{28}{2}$$
$$x = 14$$

Dividimos os dois membros da equação por 2 para que em um dos membros fique apenas x.

Assim, $x = 14$. Portanto, Tiago tem 14 anos.

RODRIGO CORDEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

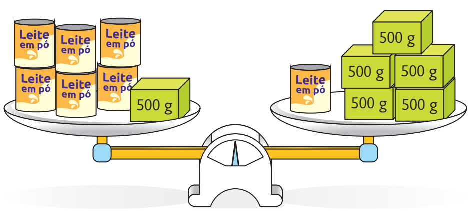
Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprendam a respeito de equação do 1º grau com uma incógnita, equação fracionária, equação do 1º grau com duas incógnitas, representação geométrica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas, sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, solução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, análise da solução de um sistema de equações por meio da representação geométrica e equação do 2º grau do tipo $ax^2 = c$.

Com atividades contextualizadas, procura-se incentivar o uso de procedimentos que os permitam compreender, elaborar e resolver situações-problema que envolvam equações desse tipo. Assim, espera-se capacitá-los para interpretar e compreender formas de resolver e elaborar.

Acompanhe outra situação.

Os pratos da balança representada a seguir estão em equilíbrio. Sabendo que todas as latas de leite em pó têm a mesma medida de massa, podemos obter a medida da massa de cada lata escrevendo e resolvendo uma equação.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Como a balança está em equilíbrio, a medida da massa em um prato é igual à medida da massa em outro prato.

Indicando por x a medida da massa, em quilogramas, de uma lata de leite em pó, temos:

$$6x + 500 = x + 5 \cdot 500$$

Resolvendo a equação, obtemos:

$$\begin{aligned} 6x + 500 &= x + 5 \cdot 500 \\ 6x + 500 &= x + 2\,500 \\ 6x + 500 - 500 &= x + 2\,500 - 500 \\ 6x &= x + 2\,000 \\ 6x - x &= x + 2\,000 - x \\ 5x &= 2\,000 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{2\,000}{5} \\ x &= 400 \end{aligned}$$

Subtraímos 500 unidades em cada membro da equação.

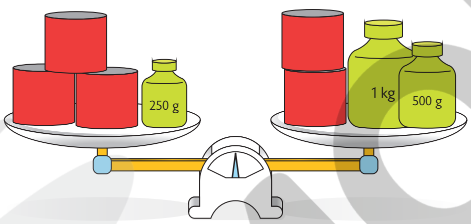
Subtraímos x em cada membro da equação.

Dividimos os dois membros da equação por 5 para que em um dos membros fique apenas x.

Portanto, a massa de cada lata de leite em pó mede 400 g.

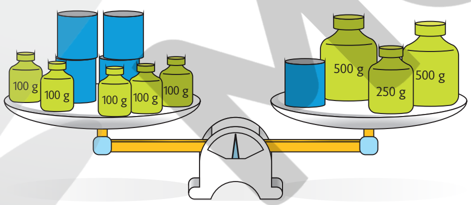
Questão 1. As balanças representadas em cada item estão em equilíbrio. Em seu caderno escreva e resolva uma equação que possibilite determinar a medida da massa da:

A. Lata vermelha.



Questão 1. Respostas:
A. $3x + 250 = 2x + 1500$, ou seja, $x = 1250$ g;
B. $4y + 500 = y + 1250$, ou seja, $y = 250$ g.

B. Lata azul.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- Antes de apresentar o conteúdo desta página e da página seguinte, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a equações. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Verifique a possibilidade de propor a eles a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, respondam à pergunta referente à idade de Tiago. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Se achar conveniente, escreva as equações desta e da próxima página na lousa e resolva-as passo a passo junto com os estudantes.
- Na questão **1**, reforce para eles que uma balança está em equilíbrio quando a medida da massa em um prato é igual à medida da massa do outro prato. Caso apresentem dificuldades na realização desta questão, peça aos estudantes que analisem que, no item **A**, as latas vermelhas têm a mesma medida de massa. Desse modo, indicamos por x a medida da massa de cada lata vermelha, e, para escrever a equação, vale lembrar que tudo deve estar na mesma unidade de medida, ou seja, em quilogramas, nesse caso. No item **B**, todas as latas azuis têm a mesma medida de massa, e, assim, indicamos por y a medida da massa de cada lata azul.

- Nas atividades em que não é indicada a letra a ser usada para representar as incógnitas, os estudantes têm a possibilidade de escolha. Em situações como essa, apresentaremos como resposta uma sugestão de letra, porém os estudantes podem utilizar outras.
- A passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica pode gerar algumas dificuldades nas resoluções das atividades **1**, **2**, **3** e **4** desta página e das atividades **5** e **6** da página seguinte. Ler com atenção, destacar as informações e pensar como representá-las algebricamente pode ser uma ótima estratégia para conduzir a explicação. Caso os estudantes apresentem dificuldade, proponha outras situações para eles passarem da linguagem natural para a linguagem algébrica.

Compreender essas relações propicia ao estudante o sentimento de segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a busca por soluções, favorecendo, assim, o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 3**.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, apresente a eles a atividade a seguir.

- Um vendedor recebe R$ 14,00 por dia além de mais uma quantia por item vendido. Certo dia, ele vendeu 6 itens com preços iguais e recebeu R$ 80,00. Quanto esse vendedor recebeu por item vendido?

Resolução e comentários

Sabemos que o vendedor recebe R$ 14,00 por dia mais uma quantia por item vendido. Como não sabemos quanto o vendedor recebe por item vendido, indicaremos essa quantia por x. Sabemos também que certo dia ele vendeu 6 itens com preços iguais e recebeu R$ 80,00. Dessa maneira, podemos escrever a equação a seguir.

$$6x + 14 = 80$$

Resolvendo a equação, obtemos:

$$6x + 14 = 80$$
$$6x + 14 - 14 = 80 - 14$$
$$6x = 66$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{66}{6}$$
$$x = 11$$

Portanto, o vendedor recebe R$ 11,00 por item vendido.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Podemos simplificar e resolver a equação $4(x - 5) + x - 6 = 16 - 2x$, procedendo da seguinte maneira:

$$4(x - 5) + x - 6 = 16 - 2x$$
$$4x - 20 + x - 6 = 16 - 2x$$
Eliminamos os parênteses aplicando a propriedade distributiva da multiplicação.
$$5x - 26 = 16 - 2x$$
$$5x - 26 + 2x = 16 - 2x + 2x$$
Adicionamos $2x$ em cada membro da equação.
$$7x - 26 = 16$$
$$7x - 26 + 26 = 16 + 26$$
Adicionamos 26 unidades em cada membro da equação.
$$7x = 42$$
$$\frac{7x}{7} = \frac{42}{7}$$
Dividimos os dois membros da equação por 7 para que em um dos membros fique apenas x.
$$x = 6$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Júlia comprou um vestido e uma saia por R$ 149,95. Sabendo que a saia custou R$ 60,00, qual das equações a seguir permite obter o preço do vestido?

a) $x + 149{,}95 = 60$

b) $x - 60 = 149{,}95$

c) $x + 60 = 149{,}95$

d) $x = 149{,}95 + 60$

1. Resposta: Equação **c**.

2. Resolva a equação da atividade anterior e obtenha o preço do vestido.

2. Resposta: R$ 89,95.

3. Resolva no caderno as equações a seguir.

a) $7x = 49$

b) $x + 10 = 18$

c) $2x - 7 = 15$

d) $3x + 2 = -1$

e) $6x + 12 = 54$

f) $5x - 14 = 31$

g) $3(x + 4) + 8 = 2 + x$

h) $7(x - 14) + 20 = 5(x + 3) - 15$

3. Respostas: a) $x = 7$; b) $x = 8$; c) $x = 11$; d) $x = -1$; e) $x = 7$; f) $x = 9$; g) $x = -9$; h) $x = 39$.

4. Bruna expressou um procedimento matemático.

GUILHERME RODRIGUES/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual das equações a seguir permite obter o número pensado por Bruna?

I) $12 - 3x = 36$ **III)** $3x - 12 = 36$

II) $36 + 12 = 3x$ **IV)** $3x + 12 = 36$

b) Determine o número pensado por Bruna.

4. Respostas: a) Equação **IV**; b) 8.

5. No caderno, associe cada situação a seguir a uma das equações.
5. Resposta: A – 2; B – 1; C – 3.

A. Letícia pensou em um número, multiplicou-o por 5, adicionou 17 unidades ao produto e obteve 82 como resultado. Em que número Letícia pensou?

B. O triplo da idade de Gustavo é igual a 78 anos. Qual é a idade de Gustavo?

C. O dobro da quantia em reais que eu tenho menos R$ 63,00 é igual a R$ 153,00. Quantos reais eu tenho?

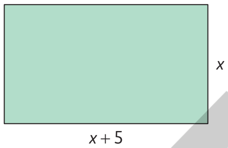
1. $3x = 78$ **2.** $5x + 17 = 82$ **3.** $2x - 63 = 153$

6. Resolva no caderno as equações da atividade anterior e determine a resposta de cada situação. 6. Respostas: A: 13; B: 26 anos; C: R$ 108,00.

7. Geraldo tem um jardim com formato retangular cujo perímetro mede 38 m. A medida do comprimento desse jardim é 5 m maior do que a medida de sua largura.

a) Calcule, em metro, a medida da largura e do comprimento desse jardim.

b) Calcule a medida da área desse jardim.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

7. Respostas: a) Largura: 7 m; comprimento: 12 m; b) 84 m².

8. **Junte-se** a um colega e escrevam no caderno uma equação para representar a situação a seguir. Em seguida, resolvam essa equação e deem a resposta da situação.

A sequoia é considerada a espécie de árvore mais alta do mundo. Ao multiplicarmos a medida da altura que uma sequoia pode atingir por 2 e adicionarmos 96 m ao resultado, obtemos 330 m. Qual é a medida da altura que essa árvore pode atingir?

8. Resposta: $2x + 96 = 330$; $x = 117$; 117 m.

9. Escreva no caderno a equação correspondente a cada situação. Depois, resolva as equações e dê a resposta de cada situação.

a) Paguei a conta da lanchonete com uma cédula de R$ 50,00 e recebi R$ 22,00 de troco. Qual foi o valor da conta? 9. a) Respostas: $50 - x = 22$; $x = 28$; R$ 28,00.

b) O dobro da quantia que recebi, adicionado a R$ 69,00, resulta em R$ 195,00. Qual foi a quantia que recebi? 9. b) Respostas: $2x + 69 = 195$; $x = 63$; R$ 63,00.

c) O triplo da idade de André mais 18 anos é igual a 108 anos. Qual é a idade de André? 9. c) Respostas: $3x + 18 = 108$; $x = 30$; 30 anos.

d) Pensei em um número e multipliquei-o por 6. Ao resultado adicionei 32 e obtive 116. Em que número pensei? 9. d) Respostas: $6x + 32 = 116$; $x = 14$; 14.

- Se necessário, relembre aos estudantes como calcular a medida do perímetro e a medida da área, requisitos imprescindíveis na resolução da atividade **7**.
- Aproveite o fato de a atividade **8** ser proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, da não existência de preconceitos e da compreensão e aceitação das necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Ao incentivar o trabalho em grupo de maneira cooperativa e respeitosa, aborda-se a **Competência geral 9**.

Nessa atividade, explore a relação com os componentes curriculares de **Ciências** e de **Geografia**, falando sobre esse tipo de árvore e de onde ela é nativa. Se julgar conveniente, sugira uma pesquisa extraclasse referente ao tema.

- Na atividade **9**, peça aos estudantes que leiam com atenção, destacando as informações e pensando como representá-las algebricamente, o que pode ser uma ótima estratégia para a resolução. Caso apresentem dificuldade proponha outras situações para eles passarem da linguagem natural para a linguagem algébrica.

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular quantos litros de leite Agnaldo usa para fazer 5 kg e 20 kg de queijo. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Se os estudantes apresentarem dificuldade no acompanhamento da resolução da equação fracionária, revise como se calcula o mínimo múltiplo comum (mmc) de duas expressões algébricas.

Equações fracionárias

Na unidade anterior, você estudou frações algébricas, ou seja, expressões algébricas escritas na forma de fração, que têm variáveis no denominador. Usando frações algébricas, podemos escrever **equações fracionárias**.

> **Equação fracionária** é uma equação que tem pelo menos uma fração com letras no denominador. Essas letras são as incógnitas da equação.

Considere o problema a seguir.

> Agnaldo produz 5 kg de queijo com certa quantidade de litros de leite. Utilizando a mesma receita, para produzir 20 kg de queijo ele precisa acrescentar 30 L de leite. Quantos litros de leite ele usa para fazer 5 kg de queijo? E para fazer 20 kg de queijo?

Para resolver o problema apresentado, escrevemos, inicialmente, uma equação que o represente, indicando por x a quantidade de litros de leite necessária para produzir 5 kg de queijo.

$$\frac{5}{x} = \frac{20}{x + 30}$$

Atenção!

Na equação escrita, $x + 30$ indica a quantidade de litros de leite necessária para produzir 20 kg de queijo.

Para que essa equação seja possível, o denominador de cada fração deve ser diferente de zero. Nesse caso, tem-se $x \neq 0$ e $x \neq -30$.

Acompanhe a resolução dessa equação fracionária.

- Inicialmente, determinamos o mmc(x, $x + 30$), que é $x(x + 30)$. Depois, multiplicamos cada membro da equação pelo mmc para eliminar os denominadores.

$$\frac{5}{x} = \frac{20}{x + 30}$$

$$\cancel{x}(x + 30) \cdot \frac{5}{\cancel{x}} = \frac{20}{\cancel{x + 30}} \cdot x(\cancel{x + 30})$$

$$5(x + 30) = 20x$$

- Em seguida, eliminamos os parênteses aplicando a propriedade distributiva da multiplicação.

$$5(x + 30) = 20x \Rightarrow 5x + 150 = 20x$$

- Na sequência, resolvemos a equação e obtemos o valor de x.

$$\begin{aligned} 5x + 150 &= 20x \\ 5x + 150 - 150 &= 20x - 150 \\ 5x &= 20x - 150 \\ 5x - 20x &= 20x - 150 - 20x \\ -15x &= -150 \\ \frac{-15x}{-15} &= \frac{-150}{-15} \\ x &= 10 \end{aligned}$$

- Por último, verificamos se o valor obtido para a incógnita x não anula algum dos denominadores da equação e se mantém verdadeira a igualdade.

$$\begin{aligned} \frac{5}{x} &= \frac{20}{x + 30} \\ \frac{5}{10} &= \frac{20}{10 + 30} \\ \frac{5}{10} &= \frac{20}{40} \\ \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Nesse caso, o valor obtido para a incógnita x não anulou os denominadores das frações e manteve verdadeira a igualdade. Assim, $x = 10$ é a solução dessa equação fracionária.

Portanto, para fazer 5 kg de queijo Agnaldo utiliza 10 L de leite ($x = 10$), e para fazer 20 kg ele utiliza 40 L de leite ($x + 30 = 10 + 30 = 40$).

Agora, acompanhe a resolução da seguinte equação fracionária.

$$\begin{aligned} \frac{2}{x - 2} + 3 &= \frac{x}{x - 2} \\ \cancel{(x - 2)} \cdot \frac{2}{\cancel{x - 2}} + 3(x - 2) &= \frac{x}{\cancel{x - 2}} \cdot \cancel{(x - 2)} \\ 2 + 3(x - 2) &= x \\ 2 + 3x - 6 &= x \\ 3x - 4 &= x \\ 3x - 4 + 4 &= x + 4 \\ 3x &= x + 4 \\ 3x - x &= x + 4 - x \\ 2x &= 4 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{4}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Multiplicamos os dois membros da equação por $(x - 2)$ para eliminar os denominadores.

Atenção!

Para tornar possível a equação ao lado, devemos considerar o denominador de cada fração diferente de zero, ou seja, $x \neq 2$.

Como vimos anteriormente, ao resolver uma equação fracionária, é preciso garantir que o valor obtido para a incógnita não anule algum dos denominadores da equação e que ele mantenha verdadeira a igualdade. Quando uma dessas situações não ocorre, a equação não tem solução.

- Avalie a conveniência de apresentar na lousa a resolução da equação fracionária apresentada nesta página para que os estudantes possam acompanhar o passo a passo. Além disso, verifique se eles compreendem por que podemos eliminar os denominadores ao multiplicar por $x - 2$ cada membro da equação e, se for necessário, explore esse procedimento com mais exemplos.

• Na atividade **10**, ao resolver uma equação fracionária, é preciso garantir que o valor obtido para a incógnita não anule o denominador da equação e que mantenha a relação de igualdade. Sendo assim, verifique se todos os estudantes chegaram à conclusão de que o item **c** não tem solução caso x seja igual a 4.

• Na resolução do item **A** da atividade **11**, comente com os estudantes que, para calcular a medida da velocidade média, basta fazermos a divisão entre a medida da distância percorrida pela medida de tempo necessária para percorrê-la.

• Se os estudantes apresentarem dificuldades na resolução da atividade **12** ao montar a equação do problema proposto, diga a eles que, como todos os cadernos têm o mesmo preço e x cadernos custaram R$ 150,00, o preço de cada caderno é dado por $\frac{150}{x}$. Da mesma maneira, como todos os livros também têm o mesmo preço e $x - 2$ custou R$ 225,00, o preço de cada livro é dado por $\frac{225}{x-2}$. Como o preço do livro custou o dobro do preço do caderno, multiplicamos por 2 a quantidade de cadernos comprados por Marta. Desse modo, temos:

$$\frac{300}{x} = \frac{225}{x-2}$$

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **12**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Verificamos então o valor $x = 2$ na equação fracionária:

$$\frac{2}{2-2} + 3 = \frac{2}{2-2} \Rightarrow \frac{2}{0} + 3 = \frac{2}{0}$$

Assim, $x = 2$ não pode ser solução dessa equação, pois esse valor anula o denominador e não existe divisão por zero.

Logo, essa equação não tem solução.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

10. Resolva as equações quando possível.

a) $\frac{6}{x} - \frac{12}{x} = \frac{3}{5}$, com $x \neq 0$.

b) $\frac{3}{x} + \frac{6}{3x} = \frac{1}{5}$, com $x \neq 0$.

c) $\frac{4}{x-4} + 5 = \frac{x}{x-4}$, com $x \neq 4$.

d) $\frac{9x}{x-3} - \frac{6}{x+3} = \frac{9x^2 + 102}{(x-3)(x+3)}$, com $x \neq 3$ e $x \neq -3$.

e) $\frac{16}{x} - \frac{5}{x-2} = \frac{9}{x}$, com $x \neq 0$ e $x \neq 2$.

f) $\frac{4}{12x} + \frac{5}{x} = \frac{1}{2}$, com $x \neq 0$.

10. Respostas: a) $x = -10$; b) $x = 25$; c) Não tem solução; d) $x = 7$; e) $x = 4$; f) $x = \frac{32}{3}$.

11. Escreva no caderno uma equação que possibilite resolver cada um dos problemas apresentados. Depois, resolva a equação e obtenha a solução do problema.

A. Um automóvel, a certa medida de velocidade média, percorre 170 km em x horas. Para percorrer 255 km mantendo a mesma medida de velocidade média, esse automóvel gasta 1 hora a mais. Quanto tempo esse automóvel leva para percorrer os 170 km? 11. A. Resposta: $\frac{170}{x} = \frac{255}{x+1}$; $x = 2$; 2 horas.

B. Em uma indústria, diariamente certa quantidade de funcionários produzia 300 peças. A produção diária dessa indústria passou para 420 peças após a contratação de mais 30 funcionários. Considerando que os funcionários têm a mesma produtividade, quantos funcionários trabalhavam nessa indústria antes da contratação? E após a contratação?

11. B. Respostas: $\frac{300}{x} = \frac{420}{x+30}$; $x = 75$; 75 funcionários; 105 funcionários.

Atenção!

Indique por x a quantidade de funcionários e por $x + 30$ a quantidade de funcionários depois da contratação.

12. Marta pagou R$ 150,00 na compra de x cadernos e R$ 225,00 na compra de $x - 2$ livros. Todos os cadernos que Marta comprou têm o mesmo preço e todos os livros também têm o mesmo preço. Sabendo que cada livro custa o dobro de cada caderno, calcule quantos cadernos e quantos livros Marta comprou.

12. Resposta: $2 \cdot \frac{150}{x} = \frac{225}{x-2}$; 8 cadernos e 6 livros.

Equações do 1º grau com duas incógnitas

Sabrina fez uma pergunta a Lucas.

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME RODRIGUES/ ARQUIVO DA EDITORA

Indicando um dos números por x e o outro por y, podemos escrever a equação $x + y = 7$ para representar o que Sabrina está perguntando.

Vamos calcular alguns dos possíveis valores de x e y.

x	y	$x + y$
0	7	$0 + 7 = 7$
1	6	$1 + 6 = 7$
2,5	4,5	$2{,}5 + 4{,}5 = 7$
3	4	$3 + 4 = 7$

x	y	$x + y$
4	3	$4 + 3 = 7$
$\frac{9}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{9}{2} + \frac{5}{2} = 7$
6	1	$6 + 1 = 7$
8	-1	$8 + (-1) = 7$

Os valores de x e y em cada linha são alguns dos possíveis valores que satisfazem a equação, ou seja, são alguns dos possíveis números em que Sabrina pensou.

A equação escrita que representa o questionamento de Sabrina é um exemplo de **equação do 1º grau com duas incógnitas**.

> Uma equação do 1º grau com duas incógnitas, x e y, é uma sentença matemática que pode ser escrita na forma $ax + by = c$, sendo a, b e c números reais, com a e b não nulos.

Acompanhe outros exemplos de equações do 1º grau com duas incógnitas.

- $2x + 5y = 12$
- $5t + w = 1$
- $3z = 5y + 4$

As soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas são **pares ordenados** (x, y).

Algumas soluções da equação $x + y = 7$ são $(0, 7)$, $(1, 6)$, $\left(\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right)$ e $(8, -1)$.

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem responder à pergunta de Sabrina. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

165

- O conteúdo desenvolvido neste tópico possibilita o desenvolvimento da habilidade **EF08MA07** ao associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
- A questão **2** possibilita o desenvolvimento de aspectos da **Competência específica de Matemática 6**, pelo fato de os estudantes representarem as equações em um plano cartesiano, sintetizando conclusões por meio da representação geométrica.

Se achar conveniente, proponha mais equações para eles representarem no plano cartesiano.

Representação geométrica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas

É possível demonstrar que a representação geométrica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas é uma **reta**.

Acompanhe a seguir as etapas necessárias para realizar essa representação no plano cartesiano.

1. Atribua valores para x e calcule o valor correspondente para y, a fim de obter algumas soluções da equação.

2. Em seguida, represente esses pontos (soluções) no plano cartesiano.

3. Por fim, trace a reta que passa por esses pontos.

Agora, utilizando as etapas indicadas, vamos representar a equação $2x - y = 5$ no plano cartesiano.

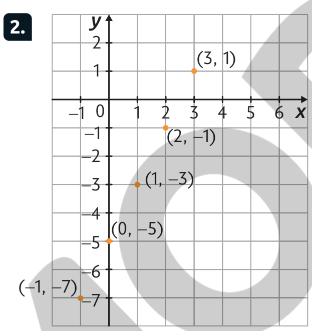
1.

x	y	Solução
-1	$2 \cdot (-1) - y = 5 \Rightarrow y = -7$	$(-1, -7)$
0	$2 \cdot 0 - y = 5 \Rightarrow y = -5$	$(0, -5)$
1	$2 \cdot 1 - y = 5 \Rightarrow y = -3$	$(1, -3)$
2	$2 \cdot 2 - y = 5 \Rightarrow y = -1$	$(2, -1)$
3	$2 \cdot 3 - y = 5 \Rightarrow y = 1$	$(3, 1)$

Atenção!

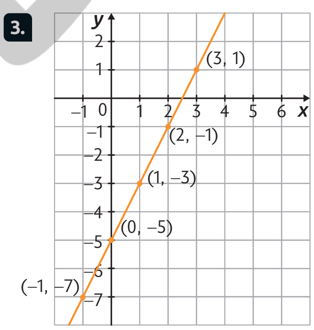
Como a representação gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas é uma reta, basta determinar duas soluções da equação.

2.



Representação das soluções obtidas no quadro.

3.



Reta que passa pelas soluções obtidas no quadro.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Questão 2. Construa um plano cartesiano em uma malha quadriculada. Em seguida, obtenha a representação geométrica das equações a seguir. Questão 2. Respostas na seção **Resoluções**.

a) $x - y = 1$

b) $x + y = 1$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

13. Em quais itens estão apresentadas equações do 1º grau com duas incógnitas?

A. $5x + 8 = 18$

B. $12x = 8y - 56$

C. $6x - 4 = 8$

D. $7y + 5x = 31$

E. $4x + 9 = 3x - 5$

F. $8a + 3b = 30$

G. $2z + 15z = 17$

H. $8t + 48 = 2t$

I. $6m - 51 = 9r$

J. $10c + 6d + 2d = 60$

K. $3s - 49 = -4s$

L. $7j + 8j = -9k - 87$

13. Resposta: **B**, **D**, **F**, **I**, **J** e **L**.

14. Escreva no caderno uma equação para representar cada situação a seguir.

a) O dobro da minha idade mais o triplo da idade do meu filho é igual a 84 anos.

b) Paguei R$ 6,50 por 2 salgados e 1 suco.

c) A diferença entre o preço de 1 par de tênis e de 1 par de sapatos é R$ 48,00.

d) Comprei 3 kg de tomate e 4 kg de batata por R$ 16,53.

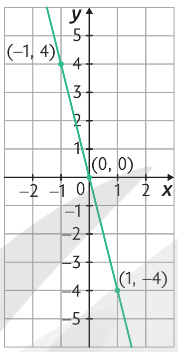
14. Respostas:
a) $2x + 3y = 84$;
b) $2x + y = 6{,}50$;
c) $x - y = 48$;
d) $3x + 4y = 16{,}53$.

Atenção!
Utilize as letras x e y para representar as incógnitas.

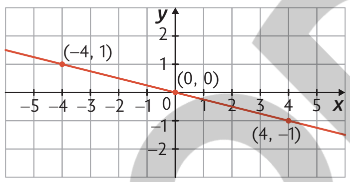
15. Mariana pensou em dois números cuja diferença é 12. Sabendo que um dos números é maior do que 20 e menor do que 23, determine todos os possíveis pares de números em que Mariana pode ter pensado. 15. Resposta: 21 e 9; 22 e 10; 33 e 21; 34 e 22.

16. Em qual dos itens é indicada a representação geométrica da equação $\frac{1}{2}x + 2y = 0$?
16. Resposta: Alternativa **B**.

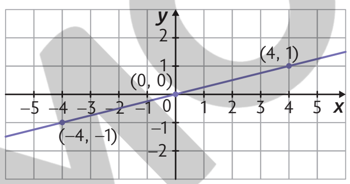
A.



B.



C.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

17. Represente geometricamente as equações de cada item. Para isso, use uma malha quadriculada. 17. Respostas na seção **Resoluções**.

a) $y - x = 0$ **b)** $2x + 3y = 4$ **c)** $-x + 3y = 3$ **d)** $-4x - y = 4$

- Aproveite a atividade **13** para verificar se os estudantes compreenderam a diferença entre equações do 1º grau com uma ou com duas incógnitas.
- A passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica pode gerar algumas dificuldades nas resoluções das atividades **14** e **15**. Ler com atenção, destacar as informações e pensar como representá-las algebricamente pode ser uma ótima estratégia para conduzir a explicação. Caso os estudantes apresentem dificuldade, proponha outras situações para eles passarem da linguagem natural para a linguagem algébrica. Compreender essas relações propicia aos estudantes sentimento de segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a busca por soluções, o que favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 3**.
- As atividades **16** e **17** se complementam ao questionar, na atividade **16**, qual item indica a representação geométrica da equação e ao solicitar, na atividade **17**, que representem as equações geometricamente. Tire melhor proveito delas propondo aos estudantes que se organizem em dupla e conversem entre si, compartilhando as estratégias utilizadas.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles determinem quantos gols cada time fez na partida. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

• A atividade **18** contempla aspectos da habilidade **EF08MA08** e da **Competência específica de Matemática 2**, por levar os estudantes a resolver uma situação-problema que pode ser representada por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas, e por contribuir para a ampliação do **raciocínio lógico-matemático** e da capacidade de produzir argumentos, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, além de proporcionar o desenvolvimento do **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema utilizando os elementos obtidos nos processos anteriores. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.

Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Em um final de semana, foi realizada uma partida entre os times do 8º ano **A** e 8º ano **B** pelo campeonato de futebol da escola.

Durante a partida, foram marcados 8 gols. A diferença entre a quantidade de gols marcados pelo time do 8º ano **A** e a de gols marcados pelo time do 8º ano **B** foi 2 gols.

De acordo com essas informações, quantos gols marcou cada time nessa partida?

Para responder a essa pergunta, podemos escrever duas equações, uma para representar o total de gols marcados durante a partida e outra para representar a diferença entre a quantidade de gols marcados na partida pelos dois times.

Vamos indicar por x a quantidade de gols marcados pelo 8º ano **A** e por y a quantidade de gols marcados pelo 8º ano **B**. Assim:

total de gols — $x + y = 8$

diferença entre a quantidade de gols marcados pelos times — $x - y = 2$

Para representar essa situação, temos duas equações com duas incógnitas em cada uma delas.

Nesse caso, temos o seguinte **sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas**.

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

18. Represente cada uma das situações apresentadas nos itens a seguir por meio de um sistema de equações.

a) Em uma caixa, foram colocadas bolinhas vermelhas e amarelas, chegando a um total de 12 bolinhas. A caixa tem 2 bolinhas vermelhas a mais do que amarelas.

b) Certo tipo de doce é vendido em embalagens do tipo x e y. Duas embalagens do tipo x e três embalagens do tipo y totalizam 19 doces. Já três embalagens do tipo x e duas embalagens do tipo y totalizam 21 doces.

c) Em uma sala de aula há 31 estudantes, entre meninos e meninas. Nela, há 5 meninas a mais do que meninos.

18. Respostas: a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 22 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x + y = 31 \\ x = y + 5 \end{cases}$.

Atenção!

Utilize as letras x e y para representar as incógnitas.

Algo a mais

• No livro citado a seguir, são abordados aspectos dos sistemas de equações lineares sob um ponto de vista histórico em um cenário didático-pedagógico, no âmbito da História da Matemática escolar brasileira.

> SANTOS, Célio Moacir dos; ZUIN, Elenice de Souza Lodron. *Sistemas de equações lineares*: entre a história da matemática e a história da educação matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019.

Solução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Neste tópico, vamos estudar alguns métodos para obter a solução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Antes disso, devemos saber que:

> Uma **solução** de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas é um par ordenado que é solução das duas equações simultaneamente.

Método da substituição

Raul gastou R$ 220,00 na compra de 2 calças e 1 camisa.

Quantos reais custou cada peça de roupa, sabendo que as calças custaram o mesmo preço e a camisa custou R$ 26,00 a menos que a calça?

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Nesse caso, indicando por x o preço de cada calça e por y o preço da camisa escrevemos as seguintes equações:

preço das 2 calças e da camisa — $2x + y = 220$

diferença entre o preço de 1 calça e de 1 camisa — $x - y = 26$

Assim, temos o seguinte sistema de equações: $\begin{cases} 2x + y = 220 \\ x - y = 26 \end{cases}$.

Acompanhe como podemos resolvê-lo utilizando o **método da substituição**.

- Inicialmente, escolhemos uma das equações e isolamos uma das incógnitas. Nesse caso, escolhemos a 2ª equação e isolamos x no 1º membro.

$$\begin{aligned} x - y &= 26 \\ x - y + y &= 26 + y \\ x &= 26 + y \end{aligned}$$

Depois, substituímos x por $26 + y$ na outra equação e resolvemos a equação obtida.

$$\begin{aligned} 2x + y &= 220 \\ 2(26 + y) + y &= 220 \\ 52 + 2y + y &= 220 \\ 52 + 3y &= 220 \\ 52 + 3y - 52 &= 220 - 52 \\ 3y &= 168 \\ \frac{3y}{3} &= \frac{168}{3} \\ y &= 56 \end{aligned}$$

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular quantos reais custou cada peça de roupa. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Explique aos estudantes que, para verificar se a solução obtida está correta, substituímos os valores de x e y nas duas equações e verificamos se a igualdade é verdadeira.

> 1ª equação:

$$\begin{aligned} 2x + y &= 220 \\ 2 \cdot 82 + 56 &= 220 \\ 164 + 56 &= 220 \\ 220 &= 220 \end{aligned}$$

> 2ª equação:

$$\begin{aligned} x - y &= 26 \\ 82 - 56 &= 26 \\ 26 &= 26 \end{aligned}$$

- Como ambas as igualdades são verdadeiras, $x = 82$ e $y = 56$ é a solução do sistema.

• Enfatize para os estudantes que a solução do sistema resolvido nesta página é um par ordenado (x, y), em que $x = 8$ e $y = 14$.

• As atividades deste tópico proporcionam o desenvolvimento da habilidade **EF08MA08** ao levar os estudantes a resolver problemas relacionados ao seu contexto próximo, que podem ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas, e interpretá-los utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

• Tire melhor proveito do trabalho com a atividade **19** elaborando outros sistemas de equações além dos apresentados e reproduzindo-os na lousa para que os estudantes possam copiar e efetuar os cálculos necessários no caderno. Use, para isso, o método da substituição.

• Para obter o valor de x, basta substituir y por 56 na equação $x = 26 + y$.

$$x = 26 + y = 26 + 56 = 82$$

Portanto, uma calça custou R$ 82,00, e uma camiseta, R$ 56,00.

Agora, vamos resolver o sistema $\begin{cases} \dfrac{x}{y-10} = 2 \\ \dfrac{x-5}{y+1} = \dfrac{1}{5} \end{cases}$.

Efetuando os cálculos, obtemos:

$$\frac{x}{y-10} = 2 \Rightarrow x = 2(y-10) = 2y - 20$$

$$\frac{x-5}{y+1} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5(x-5) = y + 1 \Rightarrow y = 5x - 26$$

Sendo assim, o sistema inicial é equivalente ao sistema $\begin{cases} x = 2y - 20 \\ y = 5x - 26 \end{cases}$.

Substituindo $x = 2y - 20$ em $y = 5x - 26$, obtemos:

$$5(2y - 20) - 26 = y$$
$$10y - 100 - 26 = y$$
$$10y - 126 - y + 126 = y - y + 126$$
$$9y = 126$$
$$\frac{9y}{9} = \frac{126}{9}$$
$$y = 14$$

Sabendo que $y = 14$, calculamos o valor de x.

$$x = 2 \cdot 14 - 20 = 28 - 20 = 8$$

Portanto, a solução do sistema é $(8, 14)$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

19. Use o método de substituição para resolver, em seu caderno, os sistemas de equações apresentados nos itens a seguir.

a) $\begin{cases} x = y \\ 5x + 14y = 16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2y = 4x \\ x + 2y = 15 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 18 \\ x + y = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + y = -12 \\ 4x + y = 20 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 10x - 8y = -14 \\ x + y = 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x + y = 65 \\ x - 2y = 10 \end{cases}$

19. Respostas: a) $x = \frac{16}{19}$ e $y = \frac{16}{19}$; b) $x = 3$ e $y = 6$; c) $x = 11$ e $y = -7$; d) $x = 32$ e $y = -108$; e) $x = 1$ e $y = 3$; f) $x = 20$ e $y = 5$.

20. Marcos e Otávio são pintores. Ao todo, eles receberam R$ 980,00 por um trabalho que realizaram. Sabendo que Marcos recebeu R$ 228,00 a menos do que Otávio, calcule quantos reais cada um deles recebeu.

Atenção!

Indique por x a quantia, em reais, recebida por Marcos e por y a quantia recebida por Otávio. Em seguida, escreva no caderno um sistema de equações e resolva-o.

21. Os Jogos Olímpicos de Tóquio 2020 foram realizados de 23 de julho de 2021 a 8 de agosto de 2021.

MIKE EGERTON/PA IMAGES/ALAMY/FOTOARENA

Cerimônia de abertura dos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020, no Japão em 2021.

O Brasil participou dessa edição em 35 modalidades esportivas, com 302 atletas ao todo. O número de homens participantes foi maior do que o de mulheres, com diferença de 22 atletas.

Fonte de consulta: COMITÊ OLÍMPICO DO BRASIL (COB). *Time Brasil*. Disponível em: https://www.cob.org.br/pt/toquio-2020/infografico-brasil-toquio-2020. Acesso em: 2 maio 2022.

21. Resposta: 162 homens e 140 mulheres.

Quantos homens e quantas mulheres compuseram a delegação de atletas do Brasil nessa edição?

20. Resposta: $\begin{cases} x + y = 980 \\ x = y - 228 \end{cases}$; Marcos: R$ 376,00; Otávio: R$ 604,00.

22. Junte-se a um colega para resolver esta atividade. 22. a) Resposta: A - III; B - I; C - II; D - IV.

a) Relacionem no caderno cada problema a seguir ao sistema de equações que permite resolvê-lo.

A. Solange e Gabriel têm juntos R$ 776,00. A quantia que Solange tem é o triplo da quantia de Gabriel. Quantos reais cada um deles tem?

B. O dobro da quantidade de figurinhas que Marcos tem adicionado ao quíntuplo da quantidade de figurinhas que Renata tem é igual a 125 figurinhas. A diferença entre as quantidades de figurinhas que eles têm é igual a 10 figurinhas. Quantas figurinhas cada um deles tem, sabendo que Marcos tem mais figurinhas do que Renata?

C. Em um estacionamento há carros e motos, totalizando 250 veículos. Quantos carros e quantas motos há nesse estacionamento, sabendo que o dobro da quantidade de carros é igual ao triplo da quantidade de motos?

D. A soma da idade de Carlos com o dobro da idade de Lúcia é igual a 125 anos. Qual é a idade de Carlos e a de Lúcia, sabendo que Lúcia tem o dobro da idade de Carlos?

I. $\begin{cases} 2x + 5y = 125 \\ x - y = 10 \end{cases}$

III. $\begin{cases} x + y = 776 \\ x = 3y \end{cases}$

II. $\begin{cases} x + y = 250 \\ 2x = 3y \end{cases}$

IV. $\begin{cases} x + 2y = 125 \\ y = 2x \end{cases}$

b) Resolvam no caderno os sistemas e determinem a resposta de cada problema. 22. b) Respostas: A. Solange: R$ 582,00; Gabriel: R$ 194,00; B. Marcos: 25 figurinhas; Renata: 15 figurinhas; C. Carros: 150; motos: 100; D. Carlos: 25 anos; Lúcia: 50 anos.

171

- Na atividade **20**, analise se os estudantes têm dificuldade de representar a situação descrita no enunciado por meio de um sistema de equações. Em caso afirmativo, resolva essa atividade na lousa para que possam acompanhar o passo a passo e, em seguida, sugira outras situações parecidas a fim de verificar se compreenderam como escrever o sistema.
- A atividade **21** possibilita uma articulação com o componente curricular de **Educação Física** e envolve as **culturas juvenis**, por explorar um contexto envolvendo os Jogos Olímpicos. Aproveite o momento e peça aos estudantes para realizar uma pesquisa extraclasse sobre a criação desses jogos, sua finalidade, as modalidades disputadas, entre outros dados. Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.

Comente com os estudantes que os Jogos Olímpicos que deveriam ter ocorrido em 2020 foram realizados em 2021 por causa da pandemia de COVID-19.

- A atividade **22** aborda as **Competências específicas de Matemática 2** e **8**, por favorecer o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático** e a capacidade de produzir argumentos, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, e também por propiciar a interação cooperativa entre os pares, trabalhando coletivamente na resolução da atividade. O trabalho coletivo, por sua vez, está relacionado com o desenvolvimento da **Competência geral 9**, que também incentiva os estudantes a exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação. Além disso, ao expressar-se e partilhar informações, ideias e sentimentos, eles estão desenvolvendo nesta atividade a **Competência geral 4**.

O trabalho com essa atividade proporciona uma oportunidade para desenvolver o **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema usando os elementos obtidos nos processos anteriores. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.

- Aproveite o fato de a atividade **22** ser proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles a respeito do combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

23. Em certa escola estudam meninos e meninas, totalizando 2 500 estudantes. Quantos meninos e quantas meninas estudam nessa escola, sabendo que o triplo da quantidade de meninos é igual ao dobro da quantidade de meninas?
23. Resposta: 1000 meninos e 1500 meninas.

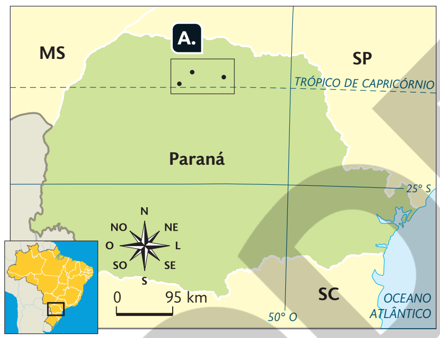
24. A diferença entre a idade de Marcela e a de Augusto é igual a 28 anos. Há 6 anos, a idade de Marcela era o triplo da idade de Augusto. Qual é a idade atual de cada um deles?
24. Resposta: Marcela: 48 anos; Augusto: 20 anos.

25. Certa marca vende suco em embalagens do tipo *x* e do tipo *y*. Juntas, 4 embalagens do tipo *x* e 2 do tipo *y* contêm 5 200 mL. Já 1 embalagem do tipo *x* e 6 do tipo *y* contêm 7 900 mL. Qual é a medida da capacidade de cada tipo de embalagem?
25. Resposta: A embalagem *x* contém 700 mL e a *y* contém 1200 mL.

26. Em uma sessão de cinema foram arrecadados R$ 2 720,00 com a venda das entradas. Cada uma custa R$ 16,00 e estudantes pagam meia-entrada. Com a venda das entradas inteiras, arrecadou-se R$ 800,00 a mais do que o triplo do valor arrecadado com a venda das meias-entradas. Quantas pessoas ao todo pagaram para assistir a essa sessão?
26. Resposta: 200 pessoas.

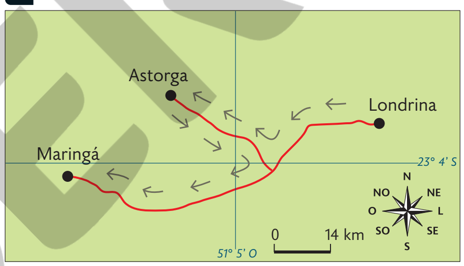
27. No último fim de semana, Adriana fez uma viagem com seu carro. Ela partiu de Londrina com destino a Maringá, ambas cidades no Paraná. Porém, no caminho, Adriana resolveu passar por Astorga, também no Paraná, antes de ir a Maringá, o que aumentou o trajeto em 58 km.

Paraná



Fonte de consulta: ATLAS geográfico escolar. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018.

A.



Atenção!

Indique por *a* a medida da distância entre Londrina e Astorga e por *b* a medida da distância entre Astorga e Maringá.

27. a) Resposta: 101 km.

a) Sabendo que Adriana percorreu um total de 159 km, qual é a medida da distância entre Londrina e Maringá, sem passar por Astorga?

b) A distância entre Londrina e Astorga mede 21,8 km a menos do que a distância entre Astorga e Maringá. Sabendo disso, calcule a medida da distância entre:
- Londrina e Astorga;
- Astorga e Maringá.

27. b) Respostas: 68,6 km e 90,4 km.

28. Com exatamente R$ 120,00 e sem receber troco, Raquel pode comprar 4 bolas de futebol e 1 de voleibol ou 2 bolas de futebol e 2 de voleibol. Qual é o preço unitário de cada bola?
28. Resposta: Cada bola de futebol custa R$ 20,00 e cada bola de voleibol custa R$ 40,00.

172

- As atividades **23**, **24**, **25**, **26**, **27** e **28** favorecem o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 2**, por contribuir para a ampliação do **raciocínio lógico-matemático** e da capacidade de produzir argumentos, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Além disso, proporcionam o desenvolvimento do **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema utilizando os elementos obtidos nos processos anteriores. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **24**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- A atividade **26** permite estabelecer relação com as **culturas juvenis**, por abordar um contexto envolvendo o cinema, espaço no qual se desenvolve uma identidade cultural. Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.
- Tire melhor proveito do trabalho com as atividades desta página propondo aos estudantes que resolvam a atividade do boxe **Atividade a mais** a seguir.

Atividade a mais

- Janaína e sua amiga Márcia têm, juntas, R$ 720,00. Se Janaína emprestar a Márcia R$ 80,00, ficará com o triplo da quantia da amiga. Quantos reais tem cada uma delas?

Resolução e comentários

Vamos indicar Janaína por x e Márcia por y. O valor total que elas têm juntas é R$ 720,00, o que pode ser representado por meio da equação $x + y = 720$. Se Janaína emprestar R$ 80,00 a Márcia, ficará com o triplo da quantia de sua amiga, o que pode ser representado por meio da equação $x - 80 = 3(y + 80)$. Desse modo, temos:

$$\begin{cases} x + y = 720 \\ x - 80 = 3(y + 80) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 720 \\ x - 80 = 3y + 240 \end{cases}$$

Isolando x no 1º membro da 1ª equação, temos:

$$x = 720 - y$$

Substituindo x por $720 - y$ na 2ª equação, temos:

$$x - 80 = 3y + 240$$

$$720 - y - 80 = 3y + 240$$
$$-y + 640 = 3y + 240$$
$$-y - 3y + 640 = 3y - 3y + 240$$
$$-4y + 640 = 240$$
$$-4y + 640 - 640 = 240 - 640$$
$$-4y = -400$$
$$\frac{-4y}{-4} = \frac{-400}{-4}$$
$$y = 100$$

Método da adição

Em uma sala de aula, há 36 estudantes entre meninos e meninas. A diferença entre a quantidade de meninos e de meninas é 6 estudantes. Quantos meninos e quantas meninas há nessa turma, sabendo que há mais meninos do que meninas?

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Indicando por x a quantidade de meninos e por y a quantidade de meninas, podemos escrever as seguintes equações:

total de meninos e meninas — $x + y = 36$

$x - y = 6$ — diferença entre a quantidade de meninos e a quantidade de meninas

Assim, temos o seguinte sistema de equações: $\begin{cases} x + y = 36 \\ x - y = 6 \end{cases}$.

Acompanhe como podemos resolvê-lo utilizando o **método da adição**.

- As duas equações apresentam termos opostos (y na 1ª equação e $-y$ na 2ª equação). Nesse caso, vamos adicioná-las.

$$\begin{array}{rr} & x + y = 36 \\ + & x - y = 6 \\ \hline & 2x + 0y = 42 \\ & 2x = 42 \end{array}$$

Cancelamos $-y$ com $+y$ e, assim, eliminamos a incógnita y.

- Agora, resolvemos a equação $2x = 42$ e obtemos o valor de x.

$$2x = 42$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{42}{2}$$
$$x = 21$$

- Por fim, obtemos o valor de y. Para isso, substituímos x por 21 em uma das equações do sistema, por exemplo, na 1ª equação.

$$x + y = 36$$
$$21 + y = 36$$
$$21 + y - 21 = 36 - 21$$
$$y = 15$$

Portanto, nessa sala de aula há 21 meninos e 15 meninas.

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular quantos meninos e meninas há na sala de aula. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

Substituindo y por 100 na 2ª equação, temos:

$$x - 80 = 3y + 240$$
$$x - 80 = 3(100) + 240$$
$$x - 80 = 300 + 240$$
$$x - 80 + 80 = 540 + 80$$
$$x = 620$$

Como indicamos Janaína por x e Márcia por y, verificamos que Janaína tem R$ 620,00 e Márcia, R$ 100,00.

• Analise se os estudantes apresentam dificuldades na resolução da questão **3**. Verifique se eles aplicam o método apresentado na página e, se necessário, apresente outros exemplos na lousa. Resolva-os junto com eles de maneira que eles próprios citem os passos necessários para solucionar as equações, direcionando-os apenas no uso do método.

Considere o sistema de equações $\begin{cases} x + 4y = 9 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$. Vamos resolvê-lo utilizando o método da adição.

Note que as duas equações desse sistema não têm termos opostos. Assim, não podemos eliminar uma das incógnitas apenas adicionando as duas equações. Em casos semelhantes a esse, com o objetivo de obter termos opostos nas equações, multiplicamos uma ou as duas por números escolhidos convenientemente.

Agora, vamos resolver o sistema.

1º. A 1ª equação tem o termo x e a 2ª equação tem o termo $3x$. Assim, basta multiplicar todos os termos da 1ª equação por -3 para obter uma equação equivalente e com o termo $-3x$, oposto ao termo $3x$.

$$\begin{cases} x + 4y = 9 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x - 12y = -27 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

2º. Adicionamos as duas equações.

$$\begin{array}{rrl} & -3x - 12y & = -27 \\ + & 3x + \ \ 2y & = \ \ 7 \\ \hline & 0x - 10y & = -20 \\ & -10y & = -20 \end{array}$$

3º. Resolvemos a equação obtida e calculamos o valor de y.

$$-10y = -20$$
$$\frac{-10y}{-10} = \frac{-20}{-10}$$
$$y = 2$$

4º. Obtemos o valor de x. Para isso, substituímos y por 2 em uma das equações do sistema, por exemplo, na 1ª equação.

$$x + 4\boxed{y} = 9$$
$$x + 4 \cdot \boxed{2} = 9$$
$$x + 8 = 9$$
$$x + 8 - 8 = 9 - 8$$
$$x = 1$$

Portanto, a solução do sistema é (1, 2).

Questão 3. No sistema $\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 2x - 5y = 16 \end{cases}$, as equações também não têm termos opostos. Utilizando o método apresentado nesta página, resolva esse sistema em seu caderno.

Questão 3: Resposta: (3, −2).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

29. Respostas: a) $x = 15$ e $y = 2$; b) $x = 4$ e $y = 0$; c) $x = 1$ e $y = 3$; d) $x = 7$ e $y = \frac{9}{2}$; e) $x = 7$ e $y = -\frac{7}{8}$; f) $x = 9$ e $y = -\frac{5}{4}$.

29. Resolva em seu caderno os sistemas de equações a seguir por meio do método da adição.

a) $\begin{cases} x + 5y = 25 \\ -x + 3y = -9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 6y = 20 \\ -5x + 14y = -20 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -4x + 3y = 5 \\ 2x - 3y = -7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2y = 16 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x + 8y = 7 \\ x - 8y = 14 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x - 4y = 32 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$

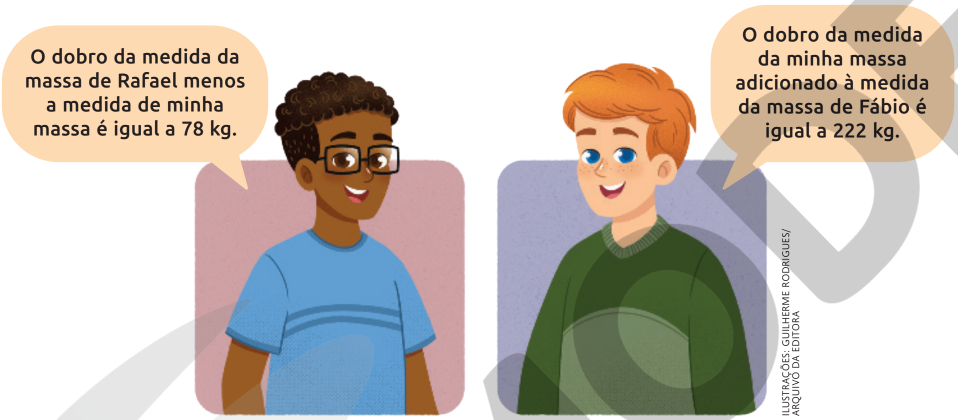
30. A soma de dois números é igual a 12 e a diferença entre eles é igual ao único número primo que é par. Quais são esses números? 30. Resposta: 5 e 7.

31. A soma das idades de Júlia e André é igual a 34 anos. A diferença entre as idades deles é igual a 8 anos. Qual é a idade de Júlia e a de André, sabendo que André é mais novo do que Júlia? 31. Resposta: Júlia: 21 anos; André: 13 anos.

32. Participaram de uma excursão x homens e y mulheres, sendo a maioria homens. A soma das quantidades de homens e de mulheres é igual a 130 pessoas e a diferença entre a quantidade de homens e a de mulheres é igual a 12 pessoas. Quantos homens e quantas mulheres participaram dessa excursão? 32. Resposta: 71 homens e 59 mulheres.

33. Acompanhe o que Rafael e Fábio estão dizendo.

33. Resposta: Rafael: 75 kg; Fábio: 72 kg.



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME RODRIGUES/ ARQUIVO DA EDITORA

Fábio.

Rafael.

Calcule a medida da massa de cada um deles.

34. **Elabore** um problema envolvendo um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Em seguida, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida está correta. 34. Resposta pessoal.

- Complemente o trabalho com a atividade **29**, elaborando outros sistemas de equações além dos apresentados e reproduzindo-os na lousa para que os estudantes possam copiar e efetuar os cálculos necessários no caderno, usando, para isso, o método da adição.
- Nas atividades **30**, **31**, **32** e **33**, os estudantes devem resolver situações-problema representando as situações por meio de um sistema de equações do 1º grau e resolvendo por meio do método da adição. Analise se eles têm dificuldade em usar esse método e, se necessário, retome as explicações da página anterior.

Tire melhor proveito do trabalho com essas atividades, organizando os estudantes em duplas para que possam conversar entre si e compartilhar as estratégias utilizadas.

- Avalie a conveniência de resolver as atividades **30** a **33** utilizando **resolução de problemas**. Informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.
- A atividade **34** aborda a **Competência específica da Matemática 6** ao propor a elaboração e a resolução de situações-problema, incluindo situações imaginadas, permitindo aos estudantes que expressem suas respostas e sintetizem suas conclusões. Ela também aborda as **Competências gerais 2** e **9**, por exercitar sua curiosidade intelectual e criatividade, além de exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação.

175

• Caso os estudantes apresentem dificuldade na realização da atividade **35**, diga a eles que, em cada item desta atividade, deve-se usar inicialmente a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, que é igual a 180°, para, posteriormente, resolver o sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.

• Complemente o trabalho com a atividade **36**, elaborando outros sistemas de equações além dos apresentados e reproduzindo-os na lousa para que os estudantes possam copiar e efetuar os cálculos necessários no caderno, por meio do método da adição.

• Tire melhor proveito do trabalho com as atividades **37** e **38**, organizando os estudantes em grupos grandes, com 5 integrantes, por exemplo, incentivando-os a conversar entre si e a compartilhar suas estratégias. Se achar conveniente, proponha aos grupos outros problemas além dos apresentados.

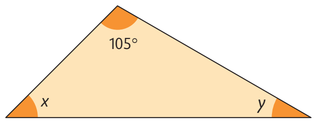
Além disso, avalie a conveniência de resolver essas atividades utilizando **resolução de problemas**. Informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.

• Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **medida** na atividade **38**. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **perímetro** indica a medida do perímetro do retângulo e o termo **área** indica a medida da área de cada cartão.

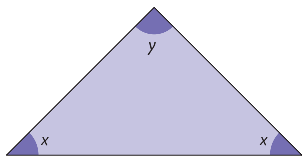
Diga também que não inserimos o termo comprimento. Assim, oriente-os a considerar que a expressão **lados de mesma medida** indica **lados de mesma medida de comprimento**.

35. Com base nas informações apresentadas em cada item, determine x e y, em graus.

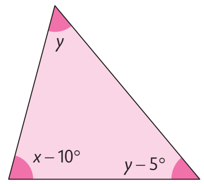
a) A diferença entre x e y é igual a 15°.



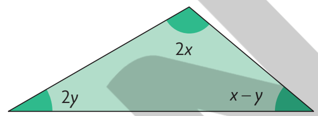
b) y é o dobro de x.



c) A adição de x e y é igual a 140°.



d) A diferença entre x e y é igual a 40°.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

35. Respostas: a) $x = 45°$ e $y = 30°$; b) $x = 45°$ e $y = 90°$; c) $x = 85°$ e $y = 55°$; d) $x = 55°$ e $y = 15°$.

36. Use o método da adição para resolver, em seu caderno, os sistemas de equação a seguir.

a) $\begin{cases} 5x + 2y = -11 \\ x + y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 5y = 47 \\ x + 10y = 74 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 7y = 22 \\ 10x + y = 96 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 6y = 1 \\ 6x - 2y = 13 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x - 8y = 24 \\ 3x - 5y = 22 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 6x + 3y = -15 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 5x - 3y = -6 \\ 3x + 5y = 44 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 7x + 3y = 1 \end{cases}$

37. (Unifor-CE-2005) Em uma barraca na praia, um grupo de turistas pagou R$ 23,40 pelo consumo de 6 cocos verdes e 12 pastéis, enquanto outro grupo pagou R$ 21,30 por 7 cocos verdes e 9 pastéis.

Nessa barraca, 1 coco verde e 1 pastel custam, juntos: 37. Resposta: Alternativa **d**.

a) R$ 2,10
b) R$ 2,30
c) R$ 2,50
d) R$ 2,70
e) R$ 2,90

38. (Obmep-2007) Juliana tem 8 cartões de papel retangulares iguais. Se ela enfileirar todos os cartões juntando lados de mesma medida, ela pode obter um retângulo de perímetro 236 cm ou um retângulo de perímetro 376 cm.

Qual é a área de cada cartão? 38. Resposta: Alternativa **d**.

a) 66 cm^2
b) 132 cm^2
c) 198 cm^2
d) 264 cm^2
e) 330 cm^2

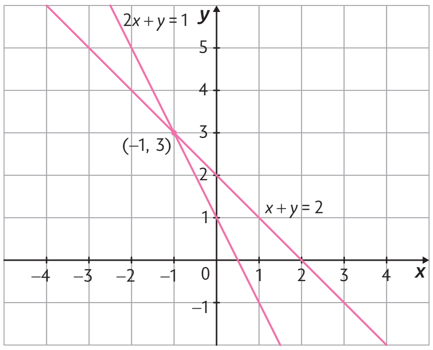
36. Respostas: a) $x = -3$ e $y = 2$; b) $x = 4$ e $y = 7$; c) $x = 10$ e $y = -4$; d) $x = 2$ e $y = -\frac{1}{2}$; e) $x = 4$ e $y = -2$; f) $x = -6$ e $y = 7$; g) $x = 3$ e $y = 7$; h) $x = -\frac{1}{5}$ e $y = \frac{4}{5}$.

Análise da solução de um sistema de equações por meio da representação geométrica

Neste tópico, vamos representar geometricamente alguns sistemas de equações. Para isso, representaremos em um mesmo plano cartesiano cada uma das equações que os compõem.

- Considere o sistema $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$.

As retas que representam as equações são concorrentes, ou seja, cruzam-se em um único ponto, nesse caso, em $(-1, 3)$. Portanto, $(-1, 3)$ é a solução desse sistema.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Questão 4. Utilizando qualquer um dos métodos apresentados anteriormente, resolva em seu caderno o sistema $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ e verifique se, de fato, sua solução é $(-1, 3)$.

Questão 4. Resposta pessoal.

O sistema estudado é um exemplo de **sistema possível e determinado**.

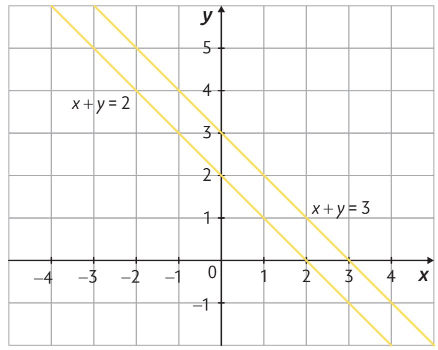
Um sistema de equações é **possível e determinado** quando tem uma única solução. As retas que representam as equações de um sistema possível e determinado são concorrentes.

- Considere o sistema $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 3 \end{cases}$.

Como não existem números que adicionados resultem em 2 e 3, simultaneamente, tal sistema não tem solução. Além disso, como não há pontos que satisfazem as duas equações simultaneamente, as retas que as representam são paralelas, ou seja, estão em um mesmo plano e não se cruzam.

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes que resolvam o sistema de equações apresentado antes de abordá-lo no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem obter a sua solução. Para isso, escreva na lousa o sistema e oriente-os a copiar no caderno. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações do livro.
- A questão **4** oportuniza a sondagem em relação ao método mais utilizado pelos estudantes. Aproveite para perguntar o que os leva a preferir um método a outro.

• Ao final do trabalho com os conteúdos desta página, peça aos estudantes que façam um relatório do que foi apresentado. Nesse relatório, peça a eles que escrevam o que significa dizer que um sistema estudado é possível e determinado, que um sistema estudado é impossível e que um sistema estudado é possível e indeterminado.

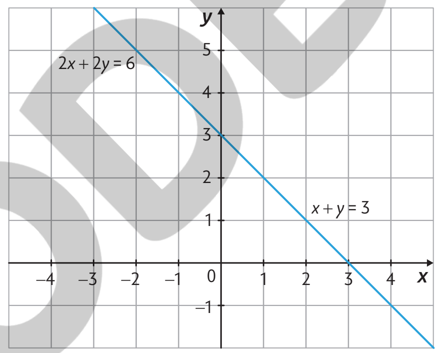


O sistema estudado é um exemplo de **sistema impossível**.

Um sistema de equações é **impossível** quando não tem solução. As retas que representam as equações de um sistema impossível são paralelas.

• Considere o sistema $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$.

Note que as equações são equivalentes, pois ao multiplicarmos cada termo da primeira equação por 2 obtemos a segunda equação. Nesse caso, as equações têm as mesmas soluções e, consequentemente, o sistema apresenta infinitas soluções. As retas que representam as equações são coincidentes, ou seja, estão sobrepostas.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

O sistema estudado é um exemplo de **sistema possível e indeterminado**.

Um sistema de equações é **possível e indeterminado** quando tem infinitas soluções. As retas que representam as equações de um sistema possível e indeterminado são coincidentes.

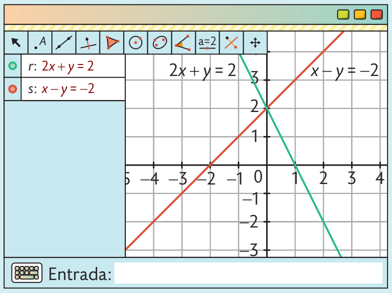
Instrumentos e *softwares*

Equações do primeiro grau com o GeoGebra

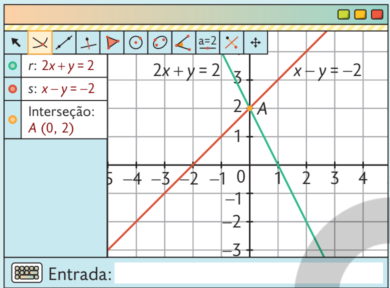
Com o GeoGebra, é possível representar graficamente equações do 1º grau e analisar a solução de um sistema. Execute o passo a passo a seguir.

1º Clique com o botão direito sobre a **Janela de visualização**, habilite a opção **Mostrar Eixos** e, na aba **Malha**, escolha a opção **Malha principal**.

2º Represente graficamente cada equação digitando-a no campo **Entrada...** e pressionando **Enter**, uma por vez, por exemplo, $2x + y = 2$ e $x - y = -2$.

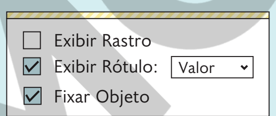


3º Selecione a ferramenta **Interseção de Dois Objetos** e clique nas duas retas para verificar se elas são concorrentes, coincidentes ou paralelas.



Atenção!

Para mostrar a equação que a reta representa, clique sobre ela com o botão direito e, em **Exibir Rótulo**, habilite a opção **Valor**.



Nesse exemplo, como a interseção entre as retas é um ponto, elas são concorrentes, então o sistema é possível e determinado.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o GeoGebra, um *software* dinâmico de Matemática que representa conceitos de Geometria e Álgebra. Nesse programa, podemos realizar diversas construções geométricas utilizando pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção.
- Utilizado em escolas e universidades de diversos países, esse *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito por meio do *site* a seguir.

Disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 8 jul. 2022.

- Caso o trabalho com esta seção seja realizado no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estejam com o *software* instalado. Uma alternativa é utilizar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.
- Uma possibilidade para ampliar o estudo com esta seção é pedir aos estudantes que representem graficamente outros sistemas de equações da unidade e comparem os resultados obtidos. Esse tipo de atividade propicia a familiaridade com o programa e a compreensão de sua utilidade e importância.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Na seção **Instrumentos e *softwares***, comente com os estudantes que, em alguns casos, o ponto de interseção pode ficar fora de enquadramento na **Janela de Visualização**, dando a impressão de que as retas não se cruzam. Nesses casos, é importante verificar a **Janela de Álgebra**. Se julgar conveniente, peça aos estudantes que analisem o sistema a seguir.

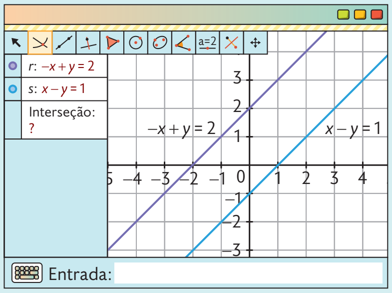
$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ \frac{99}{100}x - y = 1 \end{cases}$$

• Avalie a conveniência de resolver a atividade **39** utilizando **resolução de problemas**. Informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.

• Complemente o trabalho com essa atividade elaborando outros sistemas de equações além dos apresentados e reproduzindo-os na lousa para que os estudantes possam copiar e fazer as representações geométricas. Para isso, reproduza e entregue a eles malhas quadriculadas.

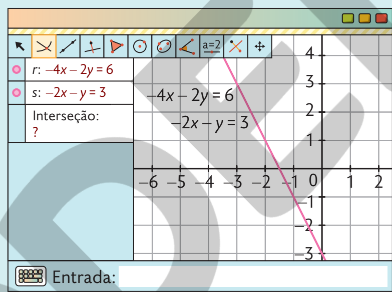
Analise outros exemplos:

• $\begin{cases} -x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$



Como as retas são paralelas, não existe interseção entre elas. Assim, o sistema é impossível. Para esse tipo de sistema, o GeoGebra indica a interseção com uma interrogação (?).

• $\begin{cases} -4x - 2y = 6 \\ -2x - y = 3 \end{cases}$



Note que, como as retas são coincidentes, elas estão sobrepostas. Assim, o sistema é possível e indeterminado. Note que para esse tipo de sistema, o GeoGebra também indica a interseção com uma interrogação (?).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

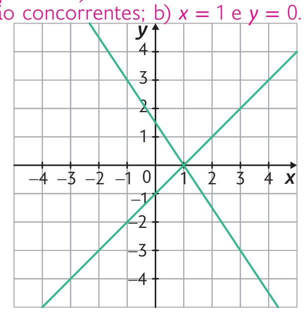
39. Represente cada um dos sistemas geometricamente.

a) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = -2 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

39. Respostas na seção **Resoluções**.

40. A imagem mostra a representação geométrica do sistema $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$.

40. Respostas: a) Possível e determinado, pois as retas são concorrentes; b) $x = 1$ e $y = 0$.

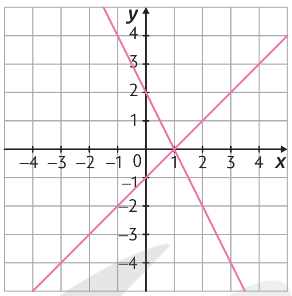


SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) O sistema apresentado é possível e determinado, impossível ou possível e indeterminado? Justifique sua resposta.

b) Caso a resposta do item **a** seja **possível e determinado**, determine a solução do sistema.

41. A imagem mostra a representação geométrica de um sistema de equações.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Entre os sistemas de equações a seguir, determine aquele que está representado geometricamente. 41. Resposta: Alternativa **c**.

a) $\begin{cases} -x - y = 1 \\ -3x - 3y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = -2 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2x - y = -2 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x + y = -2 \\ x - y = 3 \end{cases}$

42. Classifique cada uma das afirmações em verdadeira ou falsa. Depois, reescreva as falsas em seu caderno, corrigindo-as.

a) As retas que representam um sistema possível e determinado são paralelas.

b) As retas que representam as equações de um sistema possível e indeterminado são coincidentes.

c) Um sistema de equações é possível e determinado quando tem uma única solução.

43. Artur é 8 anos mais velho do que sua irmã Isadora. Adicionando suas idades, obtemos 26 anos.

a) Escreva um sistema de equações que possibilite determinar a idade de cada um dos irmãos.

b) Ao representar geometricamente o sistema escrito por você no item **a**, obteremos retas concorrentes, paralelas ou coincidentes?

c) Qual é a idade de cada um dos irmãos?

44. Escreva um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Em seguida, peça a um colega que represente esse sistema utilizando o GeoGebra. Por fim, desafie-o a classificar as retas obtidas em concorrentes, paralelas ou coincidentes. 44. Resposta pessoal.

45. Elabore um problema envolvendo o sistema apresentado a seguir.

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 8x - 4y = -4 \end{cases}$$

43. Respostas: a) $\begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 26 \end{cases}$; b) Concorrentes; c) 17 e 9 anos.

Depois, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta. 45. Resposta pessoal.

42. Respostas: a) Falsa. Sugestão de correção: As retas que representam um sistema possível e determinado são concorrentes; b) Verdadeira; c) Verdadeira.

- As atividades desta página favorecem o desenvolvimento de aspectos da habilidade **EF08MA08**, ao levar os estudantes a resolver e a elaborar problemas que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas.
- Na atividade **40**, leve os estudantes à percepção de que a solução do sistema (1, 0) é o ponto em que as retas se cruzam.
- Tire melhor proveito do trabalho com a atividade **41**, solicitando aos estudantes que representem geometricamente os sistemas de todos os itens, exceto do item **c**, que é a resposta da atividade.
- Na atividade **42**, caso os estudantes tenham dúvidas, avalie a possibilidade de retomar as explicações das páginas **177** e **178**.
- Complemente o trabalho com a atividade **43** fazendo uma adaptação no enunciado. Uma possibilidade é dizer que Artur é 2 anos mais velho do que sua irmã Isadora e que, adicionando suas idades, obtemos 26 anos. Assim, eles devem escrever o sistema e obter as idades 12 e 14 anos.
- A atividade **44** proporciona o desenvolvimento das **Competências gerais 4**, **5** e **9** por possibilitar que os estudantes se expressem, usem tecnologias digitais e partilhem informações, experiências e ideias; também por lhes permitir acessar e produzir informações e conhecimentos e exercer protagonismo e autoria; e por exercitar a empatia e o diálogo. Esta atividade também aborda as **Competências específicas de Matemática 5** e **6**, ao utilizar processos e recorrer a ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais, possibilitando diferentes registros e linguagens.

Se achar necessário, retome com os estudantes os conceitos de retas concorrentes, paralelas ou coincidentes. Para desenvolver o trabalho com essa atividade, leve os estudantes ao laboratório de informática e certifique-se de que todos os computadores tenham o *software* GeoGebra instalado. Uma alternativa é utilizar a versão *on-line* do GeoGebra.

Disponível em: https://www.geogebra.org/. Acesso em: 19 jul. 2022.

- Avalie a conveniência de resolver as atividades **42**, **43** e **44** utilizando **resolução de problemas**. Informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.
- A atividade **45** proporciona o desenvolvimento das **Competências gerais 4**, **5** e **9** por possibilitar que os estudantes se expressem e partilhem informações, experiências e ideias; também por lhes permitir acessar e produzir informações e conhecimentos; e por exercitar a empatia e o diálogo. Também aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**, por utilizar processos e recorrer a ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais, utilizando diferentes registros e linguagens, além de favorecer a interação cooperativa com seus pares, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

- Verifique a possibilidade de desafiar os estudantes com a questão proposta a Antônio, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a medida do comprimento do lado do quadrado. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Tire melhor proveito do trabalho com a questão **5** elaborando outros itens para os estudantes resolverem.

Equação do 2º grau do tipo $ax^2 = c$

Antônio foi desafiado a determinar a medida do comprimento do lado de um quadrado com área medindo 81 mm². Analise o que ele está dizendo.

A equação escrita por Antônio está apresentada a seguir.

KEITHY MOSTACHI/ ARQUIVO DA EDITORA

$$x^2 = 81$$

Atenção!

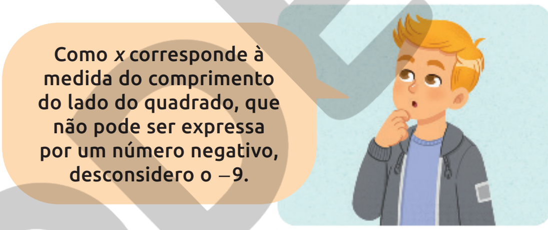
Note que essa equação pode ser escrita na forma $ax^2 = c$, em que $a = 1$ e $c = 81$.

No caso apresentado, temos um exemplo de **equação do 2º grau com uma incógnita**.

Para resolver essa equação, Antônio precisava descobrir quais são os números que, elevados ao quadrado, resultam em 81. Como resposta, ele obteve os seguintes valores para *x*.

KEITHY MOSTACHI/ ARQUIVO DA EDITORA

$$x = 9 \text{ ou } x = -9$$



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME RODRIGUES/ ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, Antônio concluiu que a medida do comprimento do lado do quadrado deve ser 9 mm.

Utilizando uma calculadora, é possível determinar o número positivo que, elevado ao quadrado, resulte em 81. Para isso, basta digitar a seguinte sequência de teclas:

Resultado obtido no visor da calculadora ao executar a sequência de teclas apresentada.

SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Questão 5. Utilizando uma calculadora, determine o número positivo que, elevado ao quadrado, resulte aproximadamente em: Questão 5. Respostas: a) 11,18; b) 8,3; c) 6,5; d) 2,4.

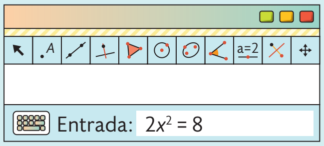
a) 125. **b)** 69. **c)** 42,25. **d)** 5,76.

Instrumentos e *softwares*

Equações do tipo $ax^2 = c$ com o GeoGebra

Com o GeoGebra, é possível resolver equações do tipo $ax^2 = c$, com a diferente de zero. Vamos resolver, por exemplo, a equação $2x^2 = 8$. Para isso, execute o passo a passo a seguir.

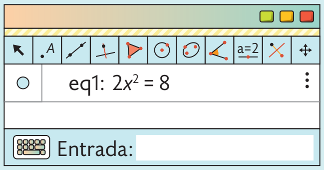
1º No campo **Entrada...**, da **Janela Álgebra**, digite a equação $2x^2 = 8$.



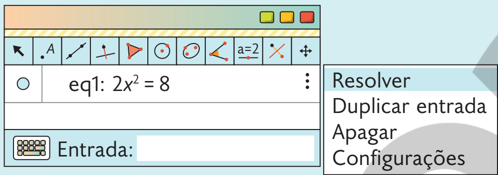
Atenção!

Para escrever o x^2, digite x^2.

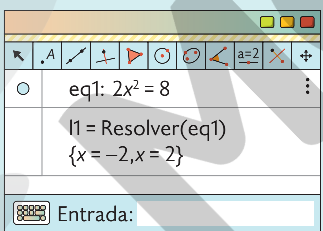
Após realizar o 1º **passo**, a equação fica armazenada na **Janela Álgebra**, conforme apresentado a seguir.



2º Na linha correspondente a **eq1**, clique com o botão esquerdo do *mouse* em ⋮. Em seguida, selecione a opção **Resolver**.



Na **Janela Álgebra**, serão exibidas as soluções da equação (**l1 = Resolver(eq1)**).



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o GeoGebra, um *software* dinâmico de Matemática que representa conceitos de Geometria e Álgebra. Nesse programa, podemos realizar diversas construções geométricas utilizando pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção.
- Utilizado em escolas e universidades de diversos países, esse *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito por meio do *site* a seguir.
Disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 9 jul. 2022.

Caso esta seção seja realizada no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estejam com o *software* instalado. Uma alternativa é usar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

183

- As atividades desta página desenvolvem a habilidade **EF08MA09** ao propiciar a resolução de problemas, com o uso de tecnologias digitais, que podem ser representados por equações do 2º grau do tipo $ax^2 = c$.
- Complemente o trabalho com a atividade **46** pedindo, após identificarem as equações do tipo $ax^2 = c$, que os estudantes as resolvam. Depois, verifique se eles resolveram corretamente.
- Na atividade **47**, organize os estudantes em duplas para que conversem entre si e compartilhem as estratégias que usaram para escrever as equações.
- Nas atividades **48**, **49** e **50**, analise a necessidade de retomar com os estudantes o cálculo da medida da área de quadrados, ressaltando que todos os lados têm comprimento de mesma medida.
- A atividade **51** aborda a **Competência específica de Matemática 6**, ao levar os estudantes a elaborar e resolver situações-problema, incluindo situações imaginadas, expressar suas respostas e sintetizar suas conclusões. Além disso, aborda as **Competências gerais 2** e **9**, por contribuir com o exercício da curiosidade intelectual, além de exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

46. Em quais itens as equações apresentadas são do 2º grau do tipo $ax^2 = c$?

a) $x^2 = 9$

b) $x = 8$

c) $x^2 + x = 1$

d) $-x^2 = -4$

e) $x = -7$

f) $x^2 = 2^2$

g) $7x = 21$

h) $-2x^2 = x$

i) $2x^2 = 8$

j) $4x^2 - 6x = -5$

k) $5x^2 = 125$

l) $-x = 8$

46. Respostas: Alternativas **a**, **d**, **f**, **i** e **k**.

47. Em cada item, escreva uma equação que possibilite resolver o problema. Em seguida, resolva a equação e determine a solução do problema.

a) O quadrado de um número é igual a 9. Que número é esse?

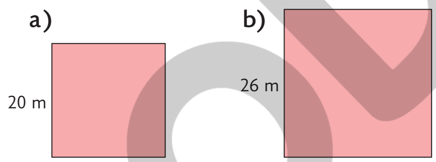
b) O dobro do quadrado de um número é igual a 800. Que número é esse?

c) O triplo do quadrado de um número é igual a 1875. Que número é esse?

d) O dobro do quadrado de um número é igual a 392. Que número é esse?

e) O triplo do quadrado de um número é igual a 3675. Que número é esse?

48. Calcule a medida da área de cada quadrado.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

48. Respostas: a) 400 m²; b) 676 m².

49. Leia o problema a seguir.

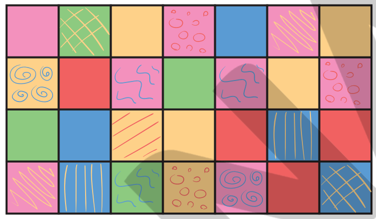
Roberto comprou 40 placas de vidro em formato quadrado para instalar em sua casa. A medida da área total que ele comprou foi de 16000 cm². Qual é a medida do comprimento do lado de cada placa?

a) Escreva uma equação do tipo $ax^2 = c$ que represente a situação.

b) Utilizando o GeoGebra, resolva o problema apresentado.

49. Respostas: a) $40x^2 = 16000$; b) 20 cm.

50. Utilizando pedaços de retalhos com formato de quadrado de dimensões de mesma medida, Marcos confeccionou o tapete apresentado a seguir.

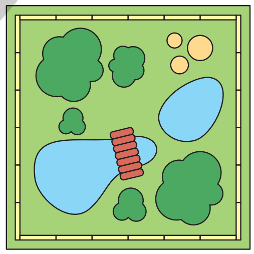


HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que a área desse tapete mede 5488 cm², determine a medida de comprimento do lado de cada um dos pedaços de retalho. Resolva esse problema utilizando uma **calculadora**.

50. Resposta: 14 cm.

51. **Elabore** um problema envolvendo equações do 2º grau do tipo $ax^2 = c$ e a imagem apresentada a seguir.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

51. Resposta pessoal.

Atenção!

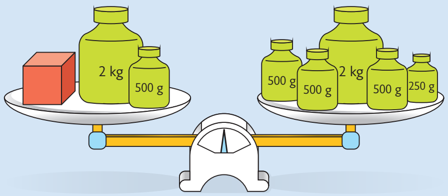
Se considerar necessário, utilize uma calculadora ou o GeoGebra para resolver o problema proposto.

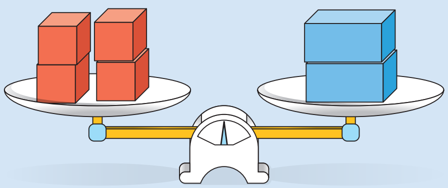
47. Respostas: a) 3 ou −3; b) 20 ou −20; c) 25 ou −25; d) 14 ou −14; e) 35 ou −35.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. As balanças a seguir estão em equilíbrio. Nelas, caixas de mesma cor têm a mesma medida de massa.





Qual é a medida da massa de uma caixa vermelha, em gramas? E de uma caixa azul?

1. Resposta: 1250 g; 2 500 g.

2. Qual é o número cujo quádruplo adicionado a 46 resulta em 118?

2. Resposta: 18.

3. Lauro comprou 2 caixinhas de leite a R$ 3,50 cada uma delas e 5 pães. Pagou a compra com a cédula a seguir e recebeu R$ 5,50 de troco.

BANCO CENTRAL DO BRASIL

Quanto custou cada pão?

3. Resposta: R$ 1,50.

4. Carla nasceu 4 anos antes de seu irmão. Em certo momento, ela tinha o triplo da idade do irmão. Qual era a idade do irmão nesse momento?

4. Resposta: 2 anos.

5. Em uma folha de papel avulsa, associe cada informação a uma equação.

A. A divisão de $x + 15$ por x é igual a $\frac{7}{2}$.

B. A divisão de 3 por x é igual à divisão de 9 por $2x + 4$.

C. A divisão de 8 por x é igual a 4 dividido por $2x - 3$.

1. $\frac{3}{x} = \frac{9}{2x + 4}$

2. $\frac{8}{x} = \frac{4}{2x - 3}$

3. $\frac{x + 15}{x} = \frac{7}{2}$

5. Resposta: A - 3; B - 1; C - 2.

6. Resolva as equações da atividade anterior em uma folha de papel avulsa.

6. Respostas: 1) $x = 4$; 2) $x = 2$; 3) $x = 6$.

7. Em uma marcenaria eram produzidas 2 estantes por dia. Essa produção aumentou para 3 estantes por dia após a contratação de 3 funcionários.

Quantos passaram a ser os funcionários dessa marcenaria após as contratações, sabendo que todos mantiveram o mesmo ritmo de trabalho?

7. Resposta: 9 funcionários.

8. Resolva os sistemas de equações a seguir.

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 14 \\ x - y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + 1 = y \\ x + y = 15 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - 6 = y \\ x + y = 18 \end{cases}$

8. Respostas: a) $x = 6$ e $y = 4$; b) $x = 9$ e $y = 5$; c) $x = 11$ e $y = 10$; d) $x = 7$ e $y = 5$; e) $x = 7$ e $y = 8$; f) $x = 12$ e $y = 6$.

1, 2, 3 e 4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem uma situação-problema que envolve uma equação do 1º grau.

Como proceder

- Na atividade **1**, é possível que alguns estudantes encontrem a solução sem utilizar equações, eliminando as caixas com mesma medida de massa em cada prato e adicionando as medidas restantes para obter a medida da massa da caixa vermelha. Se isso acontecer, explore a solução algébrica na lousa.
- Ao constatar dificuldade na atividade **2**, sugira que usem uma letra para representar o número desconhecido. Outra possibilidade é partir do resultado (118) e efetuar as operações inversas às indicadas. Por envolver contexto monetário, alguns dos estudantes podem resolver a atividade **3** mentalmente. Valorize essa estratégia e, em seguida, pergunte-lhes como seria a solução algébrica. Na atividade **4**, diga-lhes que podem utilizar letras para representar a idade de Carla e a idade de João. Ressalte que ela é 4 anos mais velha do que o irmão.

5 e 6. Objetivo

- Diagnosticar se os estudantes relacionam diferentes representações de uma equação fracionária e se as resolvem.

Como proceder

- Ao constatar dificuldade na escrita da equação fracionária na atividade **5**, resolva o item **A** na lousa, evidenciando as operações entre os termos indicados na frase. Na atividade **6**, lembre-os de calcular o mínimo múltiplo comum entre os polinômios, para, em seguida, multiplicá-lo pelo numerador de cada termo da equação.

7. Objetivo

- Avaliar a aprendizagem dos estudantes na resolução de situações-problema que envolvem uma equação do 1º grau.

Como proceder

- Caso tenham dificuldade, verifique se eles percebem que a contratação de 3 novos funcionários aumentou a produção diária em uma estante.

8. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem sistemas de equações do 1º grau.

Como proceder

- Analise se percebem que, para resolver os sistemas, o método da adição é o mais conveniente nos itens de **a** a **d** e que o método da substituição é o mais conveniente nos itens **e** e **f**. Se achar necessário, retome as explicações sobre esses métodos nas páginas **169** e **170** e na página **173**.

9. Objetivo

- Acompanhar o aprendizado dos estudantes com relação a atividades que envolvem sistema de equações do 1º grau.

Como proceder

- Caso tenham dificuldade, explique a eles que devem escrever uma equação para cada balança.

10, 12, 13 e 14. Objetivo

- Avaliar se os estudantes representam e resolvem uma situação-problema envolvendo um sistema de equações do 1º grau.

Como proceder

- Se necessário, leia o enunciado da atividade **10** com eles, destacando que as incógnitas são a quantidade de meninas e a quantidade de meninos. Por envolver duas incógnitas, lembre-os de que precisam obter duas equações para compor um sistema. Na atividade **14**, verifique se eles percebem que é necessário utilizar o cálculo da medida da área de um quadrado. Enfatize que a medida fornecida corresponde à medida da área de 700 quadrados iguais.

11. Objetivo

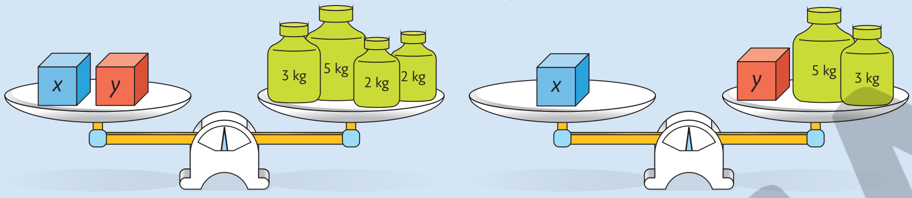
- Constatar se os estudantes representam uma situação-problema por meio de uma equação fracionária e a resolvem.

Como proceder

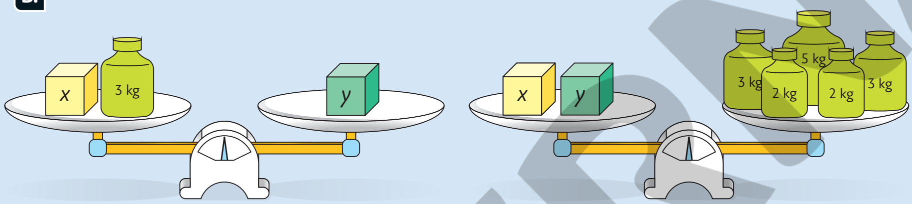
- Ao verificar dificuldade na escrita da equação algébrica, peça aos estudantes que usem uma letra para representar a quantidade de crianças e, em seguida, pergunte como obter a quantidade de balas que receberia cada criança se fossem distribuídas 40 ou 50 balas. Lembre-os de que, na distribuição de 50 balas, há uma criança a mais do que na distribuição de 40 balas. Para resolver a equação, lembre-os de efetuar o cálculo do mínimo múltiplo comum.

9. Em cada item a seguir, é apresentada a mesma balança em equilíbrio em momentos diferentes. Em uma folha de papel avulsa, escreva e resolva um sistema que possibilite determinar os valores de x e y.

A. 9. Respostas: A. $\begin{cases} x + y = 12 \\ x = y + 8 \end{cases}$, $x = 10$ e $y = 2$; B. $\begin{cases} x + 3 = y \\ x + y = 15 \end{cases}$, $x = 6$ e $y = 9$.



B.



10. Em uma sala de aula há 42 estudantes. Sabendo que há mais meninas do que meninos na turma e que a diferença entre a quantidade de meninas e a de meninos é 4, quantas meninas e quantos meninos há nessa sala de aula?
10. Resposta: 19 meninos e 23 meninas.

11. Ao serem distribuídas 40 balas entre certo número de crianças, cada uma delas recebe a mesma quantidade de balas que receberia se fossem distribuídas 50 balas entre esse número de crianças mais 1 criança. Quantas balas cada criança recebe? 11. Resposta: 10 balas.

12. Leandro pagou R$ 119,00 na compra de 1 calça e 1 camiseta. Sabendo que a camiseta custou R$ 25,00 a menos do que a calça, qual é o preço da calça?
12. Resposta: R$ 72,00.

13. Para um espetáculo de teatro, foram colocados à venda ingressos com dois preços distintos. Esses ingressos, dependendo do preço, apresentavam cores diferentes: azul e branco. Observando duas pessoas na fila da bilheteria, constatou-se o seguinte: a primeira comprou 2 ingressos azuis e 2 brancos e gastou R$ 140,00; a segunda comprou 2 ingressos azuis e 3 brancos e gastou R$ 180,00. Qual era o preço de cada ingresso? 13. Resposta: O ingresso azul custa R$ 30,00 e o branco R$ 40,00.

14. Um mosaico é formado por 700 quadrados de mesma medida de área. Se a medida da área total desse mosaico é de 437 500 cm², qual é a medida do comprimento do lado de cada quadrado? 14. Resposta: 25 cm.

UNIDADE

9 Sequências

HUBBLE/NASA

Imagem da Galáxia Messier 74, capturada pelo telescópio Hubble, cujos comprimentos dos arcos de suas espirais, traçados por faixas de poeira sinuosas, sugerem o padrão da sequência de Fibonacci.

Agora vamos estudar...

- o conceito de sequências;
- termo geral e enésimo termo de uma sequência;
- sequências definidas por meio do termo geral;
- sequências definidas por recorrência.

- Antes de iniciar o trabalho com os tópicos da unidade – ou no decorrer desse trabalho –, instigue os estudantes a observar a imagem e conjecturar exemplos de conexões entre ela e os conteúdos. Se necessário, faça perguntas que direcionem o olhar dos estudantes para os aspectos desejados.
- A imagem da abertura da unidade pode ser modelada por curvas em espiral, em que as medidas de comprimento desses arcos seguem um padrão. A ideia principal é abordar o conceito de sequências por meio de aplicações em diferentes contextos, tornando a abordagem do conteúdo significativa para o estudante. Aprimore esse trabalho pedindo aos estudantes que pesquisem outros padrões que existem na natureza e compartilhem seus resultados com os colegas.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados nesta unidade, escreva na lousa a sequência a seguir. Em seguida, peça aos estudantes que analisem essa sequência e determinem seu padrão. Depois, peça a eles que escrevam os três termos seguintes.

$$(10, 6, 2, -2, \ldots)$$

Resolução e comentários

Espera-se que eles percebam que, do segundo em diante, cada termo é igual ao anterior menos 4.

Assim, podemos escrever os três primeiros termos dessa sequência.

$$(10, 6, 2, -2, -6, -10, -14 \ldots)$$

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Observar padrões em sequências numéricas e figurais e determinar suas regularidades.
- Analisar sequências definidas por recorrência ou por meio do termo geral.
- Construir algoritmos por meio de fluxogramas para indicar termos de sequências.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes desenvolvam o **raciocínio lógico-matemático** ao analisar as sequências e suas regularidades. Por meio das atividades propostas, eles são instigados a desenvolver a intuição, a elaboração de estratégias e a capacidade de extrair elementos comuns, fazendo conjecturas e generalizações.

- No decorrer da unidade, os estudantes serão levados a identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural definida por meio de recorrência ou por meio do termo geral e a construir um algoritmo com base em um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes, contemplando, assim, as habilidades **EF08MA10** e **EF08MA11**. Além disso, as atividades propostas permitirão exercitar a investigação, utilizar diferentes linguagens para expressar o mesmo objeto matemático e participar de diálogos de modo cooperativo, o que favorece o desenvolvimento das **Competências gerais 2**, **4** e **9**.
- Nesta unidade, ao determinar a lei de formação de uma sequência por meio do termo geral, os estudantes desenvolvem o **raciocínio lógico-matemático** (dedução, indução, abdução ou raciocínio por analogia). Sempre que julgar conveniente, faça questionamentos com o objetivo de aguçar a capacidade de abstração e de **argumentação** deles.

Estudando sequências

Estudamos em anos anteriores que uma **sequência** é uma lista de elementos ordenados, que podem ser números, figuras ou letras, por exemplo. Cada elemento da sequência chama-se **termo**.

Verifique a seguir, um exemplo de sequência de figuras formadas por pontos.

SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Podemos indicar a quantidade de pontos em cada figura pela seguinte sequência numérica: $(2, 4, 6, 8, 10, \ldots)$. Nela, o primeiro termo é 2, o segundo termo é 4, o terceiro termo é 6, e assim sucessivamente.

> Podemos representar os termos de uma sequência por uma letra e um índice. Por exemplo, o primeiro termo pode ser expresso por a_1 (lê-se: *a* índice 1), o segundo termo por a_2, o terceiro, por a_3 e assim sucessivamente.
>
> Representamos um termo qualquer da sequência por a_n (n-ésimo termo, lê-se: *a* índice *n*), em que *n* é um número natural não nulo e indica a posição ou a ordem do termo na sequência.

Quando uma sequência tem uma lei de formação, ou seja, a obtenção de cada um de seus termos obedece a determinado padrão ou regra, podemos obter os próximos termos, escrevendo o **termo geral** dela. Por exemplo, a sequência apresentada pode ser definida por meio do termo geral $a_n = 2n$ para $n > 0$, que relaciona a quantidade de pontos em cada imagem com a posição que o termo ocupa.

> O **termo geral** de uma sequência nos permite obter qualquer um de seus termos com base na posição *n* que ele ocupa. Por exemplo, o décimo segundo termo da sequência é igual a 24, pois $a_{12} = 24$.

Note também como podemos obter os termos dessa sequência por meio de um fluxograma.

Início → Escolha uma posição *n*. → Calcule $2n$. → O resultado é o termo desejado. → **Fim**

As sequências podem ser **finitas** ou **infinitas**. Dizemos que uma sequência é finita quando é composta por determinada quantidade de termos, ou seja, quando há um último termo. Caso contrário, diz-se que ela é infinita. A sequência apresentada anteriormente é um exemplo de sequência infinita.

Agora, considere a sequência numérica (2, 5, 8, 11, ...), em que:

- $a_1 = 2$
- $a_2 = 5 = 2 + 3$
- $a_3 = 8 = 5 + 3$
- $a_4 = 11 = 8 + 3$

Nela, o primeiro termo é igual a 2, e cada termo, do segundo em diante, é igual ao anterior mais 3. Podemos definir essa sequência da seguinte maneira:

$$\boxed{\begin{array}{l} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} + 3, \text{ para } n > 1 \end{array}}$$

Com isso, podemos calcular o quinto termo dessa sequência da seguinte maneira.

$$a_5 = a_4 + 3 = \underbrace{11}_{a_4} + 3 = 14$$

Portanto, $a_5 = 14$.

Quando definimos os termos de uma sequência em função dos termos anteriores a ele, dizemos que a sequência está definida por **recorrência**.

O fluxograma a seguir possibilita obter os termos da sequência (2, 5, 8, 11, ...).

Início → Escolha uma posição $n > 1$. → Calcule $a_{n-1} + 3$ → O resultado é o termo desejado. → **Fim**

Acompanhe outros exemplos de sequências.

a) A sequência (6, 6, 6, 6, ...), na qual os termos são todos iguais a 6, é um exemplo de **sequência constante**.

b) A sequência (1, 3, 5, 7, ...) pode ser definida pelo termo geral $a_n = 2n - 1$, com $n \geq 1$. Essa é a sequência dos números ímpares positivos.

c) Se definirmos $a_1 = 6$ e $a_n = a_{n-1} + 5$, para $n \geq 2$, obtemos uma sequência em que os seis primeiros termos são:

- $a_1 = 6$
- $a_2 = 6 + 5 = 11$
- $a_3 = 11 + 5 = 16$
- $a_4 = 16 + 5 = 21$
- $a_5 = 21 + 5 = 26$
- $a_6 = 26 + 5 = 31$

Questão 1. Em seu caderno, defina a sequência (2, 4, 6, 8, 10, ...) por recorrência. Essa é a mesma sequência cujo termo geral foi apresentado na página anterior.
Questão 1. Sugestão de resposta: $a_1 = 2$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para $n \geq 2$.

Questão 2. É possível definir a sequência constante do exemplo **a** por recorrência? Em caso afirmativo, apresente essa definição.
Questão 2. Resposta: Sim. Uma possível definição é $a_1 = 6$ e $a_n = a_{n-1}$, para $n \geq 2$.

- A questão **1** propõe a identificação da regularidade de uma sequência figural e incentiva os estudantes a determinar o termo geral. Tire melhor proveito pedindo-lhes que determinem mais termos para essa sequência, além dos apresentados na página anterior como a_{10}, que deve ser formado por 20 pontos.
- Na questão **2**, ressalte o fato de que todos os termos da sequência do exemplo **a** são iguais a 6 e que toda sequência com essa característica (cujos termos são todos iguais) pode ser definida por meio de recorrência.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Escreva no caderno o termo geral de cada sequência.

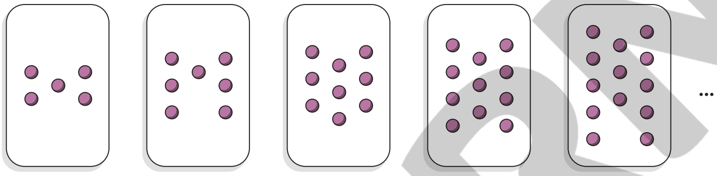
a) (3, 6, 9, 12, 15, ...)
b) (13, 25, 37, 49, ...)
c) (0, 3, 6, 9, 12, ...)
d) $(2x, 4x, 6x, 8x, \dots)$
e) $(x, x^2, x^3, x^4, \dots)$
f) $\left(\frac{1}{x}, \frac{2}{x^2}, \frac{3}{x^3}, \frac{4}{x^4}, \dots\right)$

2. Em cada item, é dado o termo geral, em que n é um número natural não nulo. Escreva em seu caderno os cinco primeiros termos das sequências.

a) $a_n = 22n - 7$
b) $a_n = (n-1)^3$
c) $a_n = \frac{n^2}{3^n}$
d) $a_n = \frac{(n-1)^2 + 1}{n}$

2. Respostas:
a) (15, 37, 59, 81, 103, ...);
b) (0, 1, 8, 27, 64, ...);
c) $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{1}{3}, \frac{16}{81}, \frac{25}{243}, \dots\right)$;
d) $\left(1, 1, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}, \frac{17}{5}, \dots\right)$.

3. Analise a sequência de bolinhas.



1 2 3 4 5 ...

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantas bolinhas terá a figura **6** dessa sequência? 3. a) Resposta: 15 bolinhas.
b) Escreva a sequência que representa a quantidade de bolinhas na posição correspondente. 3. b) Resposta: (5, 7, 9, 11, 13, ...).
c) Qual dos itens apresenta o termo geral da sequência que você escreveu no item anterior? 3. c) Resposta: Alternativa **I**.

I) $a_n = 2n + 3$, com $n > 0$.
II) $a_n = 2n - 3$, com $n > 0$.
III) $a_n = 3 - 2n$, com $n > 0$.
IV) $a_n = 2 + 3n$, com $n > 0$.

d) Determine a quantidade de bolinhas da figura **12** da sequência. 3. d) Resposta: 27 bolinhas.
e) Defina a sequência que você escreveu no item **b** por recorrência.
3. e) Sugestão de resposta: $a_n = a_{n-1} + 2$ com $n > 1$ e $a_1 = 5$.

4. Quais das sequências a seguir estão definidas por recorrência?

a) $a_n = n \cdot (n-1)$, com $n > 0$.
b) $a_n = 3n + n + 1 + 2$, com $n > 0$.
c) $a_n = 2 \cdot (a_{n-1} + 3)$, com $a_1 = 0$ e $n > 1$.
d) $a_n = a_{n-1} \cdot n - a_{n-1}$, com $a_1 = 10$ e $n > 1$.

4. Resposta: Alternativas **c** e **d**.

5. Milena escreveu uma sequência na qual um termo é obtido adicionando os dois termos imediatamente anteriores. Ela considerou $a_1 = -2$ e $a_2 = 3$.

a) Escreva essa sequência até o 7º termo. 5. a) Resposta: (−2, 3, 1, 4, 5, 9, 14, ...).
b) Essa sequência pode ser definida por um termo geral? Em caso afirmativo, escreva como obtê-la. 5. b) Resposta: Não.
c) Essa sequência pode ser definida por recorrência? Em caso afirmativo, escreva como obtê-la. 5. c) Sim; Sugestão de resposta: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, para $n > 2$.

1. Sugestão de respostas: a) $a_n = 3n$, $n > 0$; b) $a_n = 12n + 1$, $n > 0$; c) $a_n = 3n - 3$, $n > 0$; d) $a_n = 2nx$, $n > 0$; e) $a_n = x^n$, $n > 0$; f) $a_n = \frac{n}{x^n}$, $n > 0$.

- As atividades desta unidade oportunizam o desenvolvimento do **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema usando os elementos obtidos nos processos anteriores. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.
- Na atividade **1**, incentive os estudantes a identificar as regularidades das sequências organizando-os em duplas para que possam compartilhar suas estratégias. Ao interagir com seus pares de forma cooperativa, respeitando o modo de pensar um do outro, é favorecido o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 8**.
- Na atividade **2**, auxilie os estudantes a escrever os cinco primeiros termos de cada sequência a partir do termo geral. Caso tenham dificuldade, sugira que substituam n por 1, 2, 3... Ressalte o fato de que só devem ser usados números inteiros diferentes de zero.
- Complemente o trabalho com a atividade **3** solicitando aos estudantes que determinem o segundo termo da sequência cujo termo geral é descrito nos subitens **II** e **IV** do item **b**. Nesse momento, se achar necessário, apresente na lousa os cálculos a seguir.

> Subitem **II**:

$a_n = 2n - 3$
$a_2 = 2 \cdot 2 - 3$
$a_2 = 4 - 3$
$a_2 = 1$

> Subitem **IV**:

$a_2 = 2 + 3n$
$a_2 = 2 + 3 \cdot 2$
$a_2 = 2 + 6$
$a_2 = 8$

- Após a realização da atividade **4**, verifique se os estudantes perceberam a ideia principal de definir uma sequência por meio de recorrência, ou seja, conhecendo o termo anterior, que matematicamente é expresso nesse caso por a_{n-1}.
- Caso os estudantes tenham dificuldade na atividade **5**, ressalte que, por recorrência, a_n é dado por $a_{n-1} + a_{n-2}$, para $n > 2$. Tire melhor proveito dizendo a eles que, em certa sequência, um termo, a partir de a_4, é obtido somando os três imediatamente anteriores e que $a_1 = -5$, $a_2 = -4$ e $a_3 = -3$. Peça aos estudantes que escrevam essa sequência até o 8º termo.

Espera-se que eles escrevam a seguinte sequência: (− 5, −4, −3, −12, −19, −34, −53, −87,...).

Se achar conveniente, explique-lhes que, nessa sequência, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$, para $n > 3$.

Metodologias ativas

- Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**.
- Para desenvolver o trabalho com a atividade **4**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***.

Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

6. **Junte-se** a um colega e analisem a sequência a seguir.

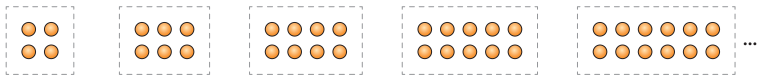
$$(-8, -3, 2, 7, 12, \ldots)$$

a) Construam um fluxograma por meio do qual seja possível obter um termo qualquer dessa sequência. 6. a) Sugestão de resposta na seção **Resoluções**.

b) Usando o fluxograma que vocês construíram, determine os próximos 3 termos dessa sequência. 6. b) Sugestão de resposta: 17, 22, 27.

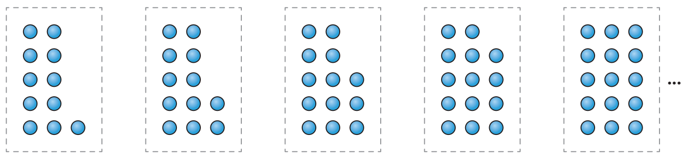
7. Analise as sequências.

Sequência 1



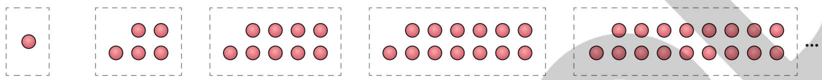
1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição

Sequência 2



1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição

Sequência 3



1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

7. a) Sugestões de resposta: Sequência **1**: $a_n = 2n + 2$, $n > 0$; Sequência **2**: $n + 10$, $n > 0$; Sequência **3**: $4n - 3$, $n > 0$.

a) Para cada uma das sequências, escreva uma fórmula que possibilite obter a quantidade de bolinhas que há em cada figura em função da posição ocupada na sequência.

b) Construa, para cada sequência, um fluxograma que possibilite determinar a quantidade de bolinhas em cada figura de acordo com sua posição.

7. b) Resposta na seção **Resoluções**.

8. Considere a sequência definida por $a_n = a_{n-1} \cdot n$, com $a_1 = 1$ e $n > 1$.

a) Construa um fluxograma que possibilite obter os termos dessa sequência.

b) Usando o fluxograma feito no item anterior, escreva os seis primeiros termos dessa sequência. 8. b) Resposta: (1, 2, 6, 24, 120, 720, ...).

8. a) Resposta na seção **Resoluções**.

- A atividade **6** requer a identificação da regularidade de uma sequência numérica e elaboração de um algoritmo por meio de um fluxograma para, então, indicar outros termos da sequência. Se achar conveniente, peça aos estudantes que obtenham mais termos além dos próximos três.

Aproveite o fato de essa atividade ser proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz, abordando aspectos da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **7**, oriente os estudantes a identificar a regularidade de cada sequência analisando o que muda na quantidade de bolinhas de uma posição para outra.
- A atividade **8** apresenta a definição de uma sequência por meio de recorrência e solicita a construção de um fluxograma. Para tirar melhor proveito, organize os estudantes em duplas para que eles compartilhem as estratégias utilizadas na construção do fluxograma.
- Ao usar diferentes tipos de linguagens, as atividades desta e da próxima página abordam aspectos da **Competência geral 4** e da **Competência específica de Matemática 6**.

191

9. Considere a sequência **A**, definida por $a_n = 2n + 5$, com $n > 0$, e a sequência **B**, definida por $a_n = 2 \cdot a_{n-1} - 1$, com $a_1 = 2$ e $n > 1$.

a) Qual das sequências foi definida por recorrência?

b) Associe cada uma das sequências ao fluxograma que permite obter seus termos.

I. Início → Escolha a posição $n > 1$ de um termo da sequência. → Calcule $2 \cdot a_{n-1} - 1$. → O resultado obtido é o termo desejado. → Fim

II. Início → Escolha a posição n de um termo da sequência. → Calcule $2n + 5$. → O resultado obtido é o termo desejado. → Fim

c) Escreva os 8 primeiros termos de cada uma dessas sequências.

9. Respostas: a) Sequência **B**; b) **A** – **II**; **B** – **I**; c) Sequência **A**: (7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, ...) e sequência **B**: (2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, 129, ...).

10. Analise o que o professor Marcelo está dizendo.

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME RODRIGUES/ ARQUIVO DA EDITORA

10. a) Resposta: (10, 5, 8, 4, 2, 1).

a) Se os estudantes optaram por usar $a_1 = 10$, qual foi a sequência escrita?

b) **Elabore** um fluxograma para obter os termos dessa sequência. 10. b) Resposta na seção **Resoluções**.

c) Usando o fluxograma, escreva em seu caderno essa sequência após escolher um número natural maior do que 1 e diferente de 10 para ser o primeiro termo.

10. c) Resposta pessoal.

- Na atividade **9**, organize os estudantes em grupos para que conversem entre si e compartilhem as estratégias utilizadas. Além disso, tire melhor proveito desta atividade pedindo aos estudantes que, no item **c**, escrevam mais termos para cada sequência, além dos solicitados.
- Na atividade **10**, peça aos estudantes que analisem atentamente cada fala do professor Marcelo antes de responder aos itens. No item **a**, se achar necessário, escreva o segundo e o terceiro termo da sequência na lousa para que eles possam acompanhar os procedimentos necessários e, em seguida, peça-lhes que escrevam os próximos.

Ao final, verifique quais números eles escolheram para resolver o item **c** e analise se escreveram a sequência corretamente.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **10**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Atividade a mais

Complemente o trabalho com as atividades desta unidade reproduzindo a atividade a seguir na lousa e pedindo aos estudantes que a copiem e a resolvam no caderno.

- Analise a seguinte sequência.

(7, 10, 13, 16, 19, ...)

a) Qual dos termos gerais a seguir permite calcular os termos dessa sequência?

I) $a_n = n + 3$
II) $a_n = 7n$
III) $a_n = 3n + 4$
IV) $a_n = 8n - 1$

b) Qual é o 12º termo dessa sequência?

Resoluções e comentários

a) Alternativa **III**.

b) Substituindo n por 12 no termo geral, temos:

$a_{12} = 3 \cdot 12 + 4$
$a_{12} = 36 + 4$
$a_{12} = 40$

Portanto, o 12º termo dessa sequência é 40.

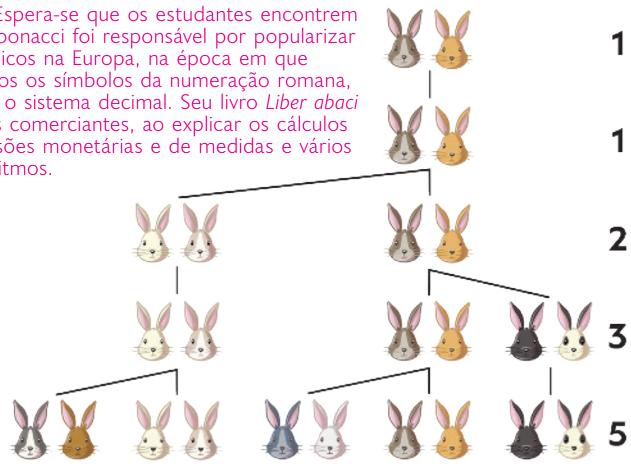
11. Quantos coelhos podem ser gerados de um par de coelhos em um ano, considerando que a cada mês ocorre a produção de um par de coelhos e que um par de coelhos começa a produzir coelhos quando completa dois meses.

Indicando a quantidade de pares de coelhos do mês n por a_n, obtemos:

- $a_1 = 1$ (um par de coelhos jovem)
- $a_2 = 1$ (um par de coelhos adulto, no período fértil)
- $a_3 = 2$ (dois pares de coelhos: um adulto e um jovem)
- $a_4 = 3$ (três pares de coelhos: dois adultos e um jovem)
- $a_5 = 5$ (cinco pares de coelhos: três adultos e dois jovens)

...

11. c) Resposta: Espera-se que os estudantes encontrem que Leonardo Fibonacci foi responsável por popularizar os números arábicos na Europa, na época em que ainda eram usados os símbolos da numeração romana, além de explicar o sistema decimal. Seu livro *Liber abaci* foi muito útil aos comerciantes, ao explicar os cálculos de juros, conversões monetárias e de medidas e vários métodos e algoritmos.



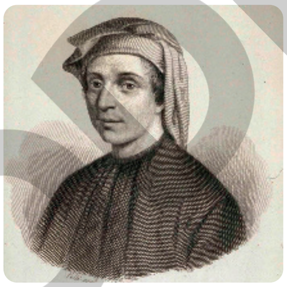
FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Se continuarmos esse processo, obtemos a seguinte sequência:

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...)

Essa sequência foi nomeada Sequência de Fibonacci, em homenagem ao matemático Leonardo de Pisa (1175-1250), também conhecido como Leonardo Fibonacci.

Nessa sequência, os dois primeiros termos são iguais a 1 e cada termo seguinte é obtido adicionando os dois termos anteriores.



PELLÉ – MUSEU GALILEU - INSTITUTO E MUSEU DA HISTÓRIA DA CIÊNCIA, FIRENZE, ITÁLIA

Gravura de Leonardo Finonacci, feita possivelmente entre 1843 e 1850.

a) Determine o 13º termo dessa sequência. 11. a) Resposta: 233.

b) **Junte-se** a um colega e analisem como os termos dessa sequência são formados. Em seguida, definam-na por recorrência. 11. b) $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, com $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $n > 2$.

c) Faça uma pesquisa a respeito de Leonardo Fibonacci e as contribuições dele para a Matemática. Em seguida, monte um cartaz com imagens e informações e exponha sua produção para os colegas.

- O item **c** da atividade **11** permite que os estudantes explorem a história da Matemática, valorizando e usando conhecimentos historicamente construídos, o que permite desenvolver aspectos da **Competência geral 1**.

Um texto a mais

Leia para os estudantes o texto a seguir, apresentando mais informações a respeito de Leonardo Fibonacci.

O pai de Leonardo Fibonacci era mercador e tratava dos negócios pelo mar Mediterrâneo. Por se interessar pelos negócios do pai, Fibonacci viajava sempre em sua companhia pelo Egito, Síria, Grécia e Sicília, levando-o a adquirir conhecimentos matemáticos das culturas das regiões pelas quais passava, aprendendo, inclusive, o sistema indo-arábico. [...]

Como consequência das viagens pelo Oriente Médio, Leonardo Fibonacci teve contato direto com os métodos matemáticos orientais e árabes, tendo forte influência nos trabalhos de al-Khwarizmi e de Abu Kamil. Comparando com o Sistema de numeração romana, ficou convencido de que o sistema indo-arábico era superior e seria mais viável a sua utilização [...]. Dessa maneira, Fibonacci começou a se dedicar a Aritmética e iniciou seus estudos com professores islâmicos. Passou parte de seu tempo estudando na Argélia, onde, além de se dedicar a Aritmética, aprendeu também o idioma árabe.

Ao concluir seus estudos e retornar a sua terra natal, Fibonacci passou a escrever obras intituladas "Liber Abaci" (1202), o livro do ábaco. Uma nova edição foi revisada e publicada em 1228. [...]

OLIVEIRA, Izabel dos Santos. *Sequência de Fibonacci*: uma proposta de sequência didática para os Anos Finais do Ensino Fundamental. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, Valença. Disponível em: https://portal.ifba.edu.br/valenca/cursos/superior/comat/documentos/tcc/TCCasequenciadefibonacciVersoFinal.pdf. Acesso em: 11 jul. 2022.

Algo a mais

- De todos os mistérios da Matemática, a sequência de Fibonacci é considerada uma das mais fascinantes descobertas da história e, visualmente, ela aparece com certa frequência na natureza. Obtenha informações sobre essa sequência consultando o livro a seguir.
- ZAHN, Maurício. *Tópicos de sequência de Fibonacci e o número de ouro*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2020.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes determinam o termo geral de uma sequência numérica.

Como proceder

- Verifique se percebem que o primeiro e o quarto termo estão simplificados. Se achar necessário, explique-lhes que, em cada termo, o numerador é um múltiplo de 3 e o denominador, um número ímpar.

2 e 3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam termos de uma sequência definida por uma recorrência ou por uma lei de formação.

Como proceder

- Acompanhe a solução dos estudantes e, em caso de dificuldade, lembre-os de que o valor de *n* corresponde à posição do termo na sequência. Sendo uma sequência definida por meio de recorrência, lembre-os de que, na atividade **2**, devem considerar o termo anterior para obter o seguinte.

4. Objetivo

- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes na construção de um fluxograma que descreva como obter os termos de uma sequência definida por meio de recorrência.

Como proceder

- Lembre-os de que um fluxograma precisa ter início e fim, além das etapas que indicam como obter os termos da sequência.

5 e 7. Objetivo

- Avaliar se os estudantes determinam o termo geral de uma sequência que representa a quantidade de bolinhas de uma figura.

Como proceder

- Na atividade **5**, sugira que escrevam a sequência numérica correspondente à quantidade de bolinhas de cada figura. Analise se eles percebem que os termos dessa sequência são os múltiplos de 3 a partir do 6. Ao tratar da recorrência da sequência da atividade **7**, lembre-os de definir o primeiro termo e analisar a relação entre as quantidades de bolinhas de duas posições consecutivas.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. a) Sugestão de resposta: $a_n = \frac{3n}{2n+1}$, com $n > 0$.

1. Considere a sequência $\left(1, \frac{6}{5}, \frac{9}{7}, \frac{4}{3}, \frac{15}{11}, \frac{18}{13}, \dots\right)$. Determine:

a) o termo geral da sequência.

b) o termo a_{50}. 1. b) Resposta: $\frac{150}{101}$.

2. Escreva os cinco primeiros termos da sequência definida por $a_n = \frac{a_{n-1}}{2}$, com $a_1 = 2048$ e $n > 1$. 2. Resposta: (2 048, 1 024, 512, 256, 128, ...).

3. A seguir, em cada item, determine a_{25} dado o termo geral da sequência.

a) $a_n = n - 13$, com $n > 0$.

b) $a_n = 6n - 100$, com $n > 0$.

c) $a_n = (n - 5)^2$, com $n > 0$.

d) $a_n = \frac{n+15}{2}$, com $n > 0$.

e) $a_n = 2^{\frac{n}{5}}$, com $n > 0$.

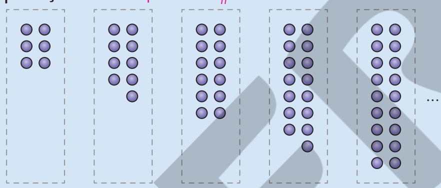
f) $a_n = \sqrt{4n}$, com $n > 0$.

3. Respostas: a) 12; b) 50; c) 400; d) 20; e) 32; f) 10.

4. Considerando $a_1 = -14$ e $a_n = a_{n-1} + 2n$, para todo número natural $n > 1$, construa um fluxograma para obter os termos dessa sequência e escreva os cinco primeiros termos.

4. Resposta na seção **Resoluções**.

5. Analise a sequência de imagens e determine o termo geral para obter a quantidade de bolinhas em cada posição. 5. Resposta: $a_n = 3n + 3$, com $n > 0$.



1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição

6. Analise a sequência.

6. a) Resposta: Alternativa **II**.
6. b) Resposta na seção **Resoluções**.

$$\left(1, 1, \frac{4}{3}, 2, \frac{16}{5}, \frac{16}{3}, \dots\right)$$

a) Entre as alternativas a seguir, determine o termo geral da sequência.

I) $a_n = \frac{n^2}{2^n}$, com $n > 0$ **II)** $a_n = \frac{2^n}{2n}$, com $n > 0$ **III)** $\frac{n^2}{n+2}$, com $n > 0$

b) **Elabore** um fluxograma que permita determinar os termos dessa sequência.

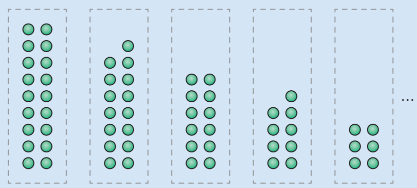
c) Com o fluxograma elaborado no item anterior, determine o décimo termo da sequência. 6. c) Resposta: $\frac{256}{5}$.

7. Daniel construiu a sequência de figuras apresentada.

a) Defina recursivamente a sequência que determina a quantidade de bolinhas em cada posição.

b) Determine a quantidade de bolinhas na sexta posição dessa sequência.

7. b) Sugestão de resposta: 3 bolinhas.



1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

7. a) Sugestão de resposta: $a_n = a_{n-1} - 3$, com $a_1 = 18$ e $1 < n < 8$.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

6. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam o termo geral de uma sequência numérica e se constroem um fluxograma que descreve como os termos dela podem ser obtidos.

Como proceder

- Caso tenham dificuldade, oriente-os a testar o primeiro termo da sequência em cada item. Ao elaborar o fluxograma, lembre-os de que precisam indicar o início, as etapas que levam à determinação dos termos e o fim.

UNIDADE

10 Polígonos e circunferência

BURAKYALCIN/SHUTTERSTOCK

Vista aérea do Pentágono, em Washington, nos Estados Unidos, em 2019, que lembra um polígono de cinco lados.

Agora vamos estudar...

- polígonos e seus elementos;
- diagonais de um polígono convexo;
- figuras congruentes;
- pontos notáveis de um triângulo;
- quadriláteros;
- circunferência, círculo e seus elementos;
- polígonos inscritos e circunscritos na circunferência;
- medida do comprimento da circunferência.

- A imagem da abertura da unidade corresponde à vista superior da sede do Departamento de Defesa dos Estados Unidos, também chamada **Pentágono**, relacionando a figura geométrica plana com o formato do perímetro dessa construção. Comente com os estudantes que figuras geométricas planas estão presentes em diferentes situações do dia a dia e também na Arquitetura, nas Artes e na construção civil.

Dessa maneira, a ideia principal é abordar polígonos e circunferências, relacionando-os a diferentes situações do cotidiano do estudante, tornando esses conteúdos mais significativos para eles.

- Se achar conveniente, faça alguns questionamentos aos estudantes, como:

a) Quais são os elementos que constituem um polígono?

b) Quantos são os lados e os vértices de um pentágono?

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas** nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, pesquise sobre o Museu da Cidade do Recife, conhecido como Forte das Cinco Pontas, e reproduza na lousa o polígono definido pelo contorno de sua vista superior. Em seguida, peça aos estudantes que indiquem a quantidade de lados e de vértices desse polígono.

Resolução e comentários

Ao analisar a vista superior do Museu da Cidade do Recife, é possível perceber que o seu contorno define um polígono com 20 lados e 20 vértices.

Logo, foram percorridos aproximadamente 10 km.

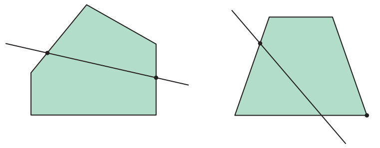
Informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Diagonais de um polígono

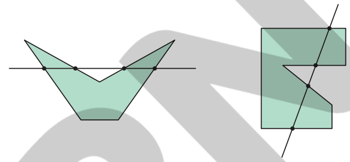
Em anos anteriores, apresentamos o conceito de **polígono**, que é toda linha fechada no plano, formada por segmentos de reta que não se cruzam, de maneira que dois segmentos consecutivos não são parte de uma mesma reta. Cada segmento de reta é um **lado** do polígono. Exceto quando dito o contrário, nesta coleção apresentaremos os polígonos com suas regiões internas coloridas, conforme as imagens desta página.

Com base em algumas características, podemos classificar os polígonos em **convexos** ou **não convexos**.

- **Polígono convexo**: quando qualquer reta que passa por seu interior corta seus lados em somente dois pontos. Analise os exemplos.

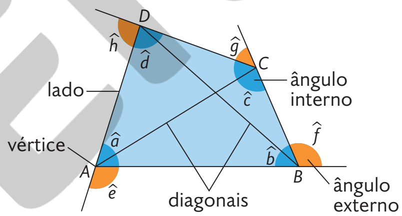


- **Polígono não convexo**: quando existe pelo menos uma reta que passa por seu interior cortando seus lados em mais de dois pontos. Analise os exemplos.

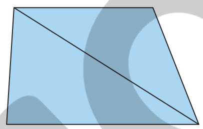


As **diagonais** de um polígono convexo são os segmentos de reta que ligam dois vértices e não são lados desse polígono. No polígono convexo *ABCD*, temos os seguintes elementos.

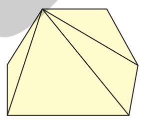
- Vértices: *A*, *B*, *C* e *D*.
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$.
- Diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.
- Medida dos ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$.
- Medida dos ângulos externos: $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$.



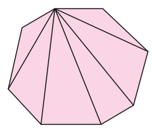
Analise nas figuras a seguir a quantidade de diagonais que partem de um único vértice em alguns polígonos convexos.



Quadrilátero
4 lados
1 diagonal



Hexágono
6 lados
3 diagonais



Octógono
8 lados
5 diagonais

Questão 1. Com base nos polígonos anteriores, quantas diagonais partem de um único vértice de um polígono convexo de 10 lados? Questão 1. Resposta: 7 diagonais.

Questão 2. O que você pode perceber em relação à quantidade de diagonais que partem de um único vértice de cada um desses polígonos?
Questão 2. Resposta: Espera-se que os estudantes percebam que a quantidade de diagonais que partem de cada vértice é igual à quantidade de lados ou vértices do polígono menos 3.

Objetivos da unidade

- Identificar polígonos.
- Classificar figuras como polígono convexo, polígono não convexo ou não polígono.
- Determinar o número de diagonais de um polígono.
- Calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono.
- Determinar as medidas dos ângulos internos e externos de um polígono.
- Classificar triângulos de acordo com as medidas de seus ângulos internos.
- Identificar se dois triângulos são congruentes e indicar os casos de congruência.
- Identificar, em um triângulo, retas ou segmentos de retas como mediana, bissetriz, altura ou mediatriz.
- Identificar os pontos notáveis de um triângulo.
- Identificar e nomear os elementos de um quadrilátero.
- Classificar quadriláteros.
- Utilizar as propriedades dos paralelogramos para calcular medidas dos comprimentos de seus lados e medidas de seus ângulos internos.
- Identificar e classificar trapézios.
- Identificar raios, cordas e diâmetros em uma circunferência.
- Determinar a medida do comprimento do raio, do diâmetro e da circunferência.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes por aprofundar o trabalho com polígonos e circunferências. O estudo sobre polígonos explora o cálculo da quantidade de diagonais de um polígono convexo, bem como a soma das medidas de seus ângulos internos. Também são trabalhados os elementos característicos e diferentes maneiras de classificar um polígono, além dos casos de congruência e os pontos notáveis de triângulos. No estudo dos quadriláteros, espera-se que os estudantes identifiquem e classifiquem seus elementos característicos e percebam que a soma dos seus ângulos internos mede 360°.

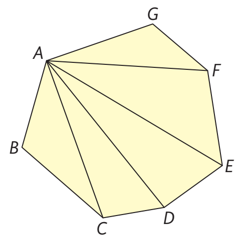
O estudo da circunferência aborda a relação entre raio e diâmetro, construção utilizando régua e compasso e o cálculo da medida de seu comprimento. Ao final da unidade, espera-se que os estudantes sejam capazes de identificar e classificar polígonos, reconhecer triângulos congruentes e calcular a medida do comprimento de uma circunferência.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a polígonos. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Diga aos estudantes que, em um polígono convexo, os ângulos internos são formados por dois lados consecutivos, e os ângulos externos são obtidos prolongando-se um dos lados do polígono.
- As questões **1** e **2** têm por objetivo levar os estudantes a perceber que, de cada vértice, partem $n - 3$ diagonais, em que n é a quantidade de vértices ou lados de um polígono convexo.

Ao analisar os polígonos convexos ao final da página anterior, percebemos que a quantidade de diagonais que partem de um único vértice de cada um deles é igual à quantidade de lados ou vértices do polígono menos 3.

- Quadrilátero: $4 - 3 = 1$
- Hexágono: $6 - 3 = 3$
- Octógono: $8 - 3 = 5$

Utilizando o mesmo raciocínio em um heptágono convexo, temos:

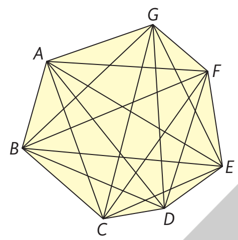


$$\underbrace{7}_{\text{quantidade de vértices ou lados do heptágono}} - \underbrace{3}_{\text{quantidade de vértices não ligados ao vértice } A \text{ por diagonais (vértices } A,\ B \text{ e } G)} = \underbrace{4}_{\text{quantidade de diagonais que partem de um único vértice do heptágono}}$$

Analise todas as diagonais do heptágono convexo apresentado na imagem ao lado.

Podemos calcular a quantidade total de diagonais desse polígono da seguinte maneira.

- Inicialmente, multiplicamos a quantidade de diagonais que partem de um único vértice pela quantidade de vértices ou lados desse polígono.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

$$\overbrace{(7 - 3)}^{\text{quantidade de diagonais que partem de um único vértice}} \cdot \overbrace{7}^{\text{quantidade de vértices ou lados do heptágono}} = 28$$

- Os segmentos de reta AC e CA, por exemplo, representam uma mesma diagonal, e isso acontece com todos os segmentos de reta que ligam vértices não consecutivos do heptágono. Para que cada diagonal não seja contada duas vezes, dividimos o resultado anterior por 2.

$$28 : 2 = 14$$

Assim, o heptágono convexo tem 14 diagonais ao todo.

Em um polígono convexo de n lados ou vértices, a quantidade D de diagonais é calculada por:

$$D = \frac{(n - 3) \cdot n}{2}$$

Questão 3. Qual polígono convexo não tem diagonal? Justifique sua resposta.

Questão 3. Resposta: O triângulo, pois não é possível traçar um segmento de reta que ligue dois vértices e não seja lado do triângulo.

- Peça aos estudantes que apresentem suas conclusões em relação à quantidade de lados ou vértices e às diagonais de um polígono convexo. Após apresentar a fórmula, verifique se eles compreenderam o motivo da divisão por 2.
- Na questão **3**, desenhe um triângulo na lousa e mostre aos estudantes que essa figura não tem diagonal. Utilize a fórmula para mostrar a eles que $n > 3$ ou que $n \geq 4$.

• A atividade **1** tem por objetivo classificar as figuras em polígono convexo, polígono não convexo ou não polígono. Se necessário, desenhe as figuras **A** e **D** na lousa e mostre aos estudantes por que não são polígonos convexos. Na figura **C**, verifique se eles percebem se tratar de um não polígono.

• Para tirar melhor proveito da atividade **2**, peça aos estudantes que façam o desenho, no caderno, dos polígonos mencionados em cada item a fim de auxiliá-los na execução desta atividade. No item **d** existem várias respostas. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas delas na lousa.

• O objetivo da atividade **3** é atribuir sentido à fórmula do cálculo da quantidade de diagonais de um polígono convexo. Sugira aos estudantes que desenhem esses polígonos no caderno e tracem as diagonais que partem de um vértice, a fim de que possam constatar essa quantidade, tornando o aprendizado mais significativo.

• As atividades **4** e **5** têm por objetivo determinar a quantidade de diagonais de um polígono convexo. Para resolvê-las, os estudantes podem utilizar a estratégia explicitada na atividade anterior ou aplicar a fórmula. Na atividade **5**, eles podem, inicialmente, determinar a quantidade de diagonais do polígono e, depois, subtrair essa quantidade das que já estão indicadas. Outra possibilidade é desenhar o polígono no caderno e traçar as diagonais que estão faltando.

• Na atividade **6**, incentive os estudantes a imaginar a figura geométrica espacial. Caso tenham dificuldade, oriente-os a desenhar no caderno cada face que compõe essa figura.

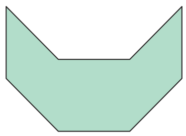
• Na atividade **7**, peça aos estudantes que determinem a quantidade de diagonais de cada polígono. Depois, sugira que analisem as diagonais comuns a ambos os polígonos. Verifique se eles percebem que as diagonais do polígono amarelo que passam pelo centro do polígono rosa não são diagonais deste polígono.

Atividades

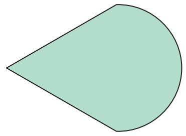
Faça as atividades no caderno.

1. Classifique cada figura em polígono convexo, polígono não convexo ou não polígono. 1. Respostas: **A** e **D**. Polígonos não convexos; **B**. Polígono convexo; **C**. Não polígono.

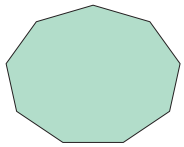
A.



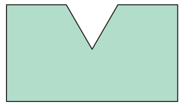
C.



B.



D.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Determine a palavra ou o número que substitui cada ■ adequadamente.

a) Um polígono que tem 6 lados tem ■ vértices. 2. a) Resposta: 6.

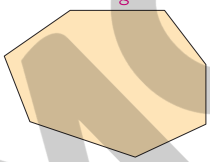
b) Um polígono tem no mínimo ■ lados. 2. b) Resposta: 3.

c) Um polígono convexo de 12 lados tem ■ diagonais. 2. c) Resposta: 54.

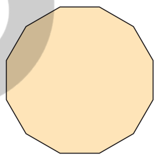
d) O ■ convexo tem ■ diagonais. 2. d) Sugestão de resposta: Pentágono; 5.

3. Determine quantas diagonais partem de um único vértice de cada polígono convexo a seguir. 3. Respostas: A. 4 diagonais; B. 9 diagonais.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

4. Determine a quantidade de diagonais de um polígono convexo que tem:

a) 5 lados;

b) 13 lados;

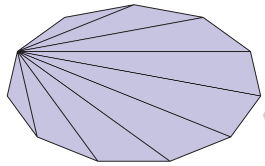
c) 20 lados;

d) 15 lados.

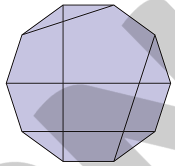
4. Respostas: a) 5 diagonais; b) 65 diagonais; c) 170 diagonais; d) 90 diagonais.

5. Quantas diagonais faltam em cada polígono a seguir para que sejam traçadas todas as diagonais?

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

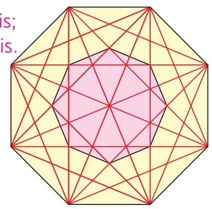
5. Respostas: A. 36 diagonais; B. 30 diagonais.

6. Certa figura geométrica espacial é formada por 12 faces com formato de pentágono e 20 faces com formato de hexágono.

Ao traçar todas as diagonais de cada face, quantas diagonais traçaremos ao todo? 6. Resposta: 240 diagonais.

7. No interior do polígono amarelo foi desenhado um polígono rosa. Sabendo que os segmentos destacados em vermelho representam diagonais desses polígonos, responda os itens.

7. Respostas: a) 12 diagonais; b) 12 diagonais.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantas diagonais do polígono amarelo não representam diagonais do polígono rosa?

b) Quantas diagonais faltam no polígono rosa para que sejam traçadas todas as diagonais?

Metodologias ativas

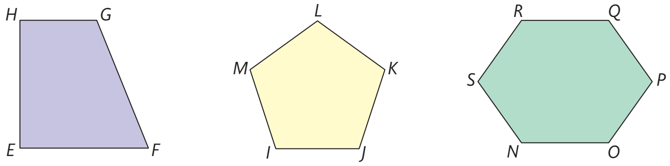
• Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**.

• Para desenvolver o trabalho com a atividade **7**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***.

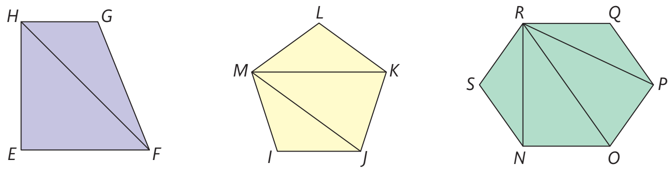
Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Ângulos em um polígono convexo

Analise como podemos calcular a soma das medidas dos ângulos internos dos polígonos convexos a seguir.



Decompomos cada polígono em triângulos traçando todas as diagonais a partir de um único vértice.



2 triângulos   3 triângulos   4 triângulos

Atenção!

Note que cada triângulo obtido é formado por exatamente 3 vértices do polígono.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, multiplicamos 180° pela quantidade de triângulos obtida em cada polígono para obter a soma das medidas dos ângulos internos de cada um deles.

- Quadrilátero: $2 \cdot 180° = 360°$
- Hexágono: $4 \cdot 180° = 720°$
- Pentágono: $3 \cdot 180° = 540°$

O quadro a seguir apresenta a quantidade de lados e de triângulos obtidos em cada polígono, bem como a soma das medidas dos ângulos internos deles.

Nome do polígono convexo	Quantidade de lados	Quantidade de triângulos obtidos	Soma das medidas dos ângulos internos
Quadrilátero	4	2	$2 \cdot 180° = 360°$
Pentágono	5	3	$3 \cdot 180° = 540°$
Hexágono	6	4	$4 \cdot 180° = 720°$

Note que a quantidade de triângulos obtidos em cada polígono é igual à quantidade de lados menos 2, ou seja, em um polígono convexo de n lados são obtidos $n - 2$ triângulos, traçando todas as diagonais partindo de um único vértice.

A soma S_i das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados é calculada por:

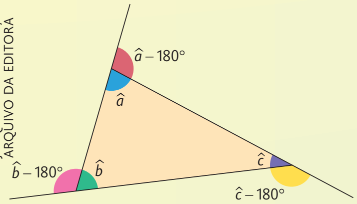
$$S_i = (n - 2) \cdot 180°$$

Questão 4. Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um retângulo?

Questão 4. Resposta: 360°.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a ângulos em um polígono convexo, assunto provavelmente estudado em anos anteriores. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Se considerar necessário, diga aos estudantes que um polígono de 4 lados ou mais pode ser decomposto em triângulos de maneiras diferentes, porém a quantidade de triângulos obtidos é sempre a mesma. Além disso, retome com eles que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, assunto provavelmente tratado em anos anteriores.
- Avalie a possibilidade de confeccionar polígonos de papel em sala de aula e pedir para os estudantes fazerem a decomposição dessas figuras em triângulos. Lembre-os de que a decomposição deve ser feita recortando o material nas diagonais do polígono.
- A questão **4** aborda a soma das medidas dos ângulos internos de um retângulo. Os estudantes devem verificar que todos os ângulos internos de um retângulo medem 90° e multiplicar essa medida por 4 ou decompor esse retângulo em 2 triângulos e calcular $2 \cdot 180°$.

- Se possível, reproduza com os estudantes as situações indicadas em **A** e **B**. Converse com eles, explicando que essa ideia não é uma demonstração matemática, mas sim uma constatação empírica de uma propriedade verdadeira. Se julgar conveniente, faça a demonstração matemática para o triângulo.

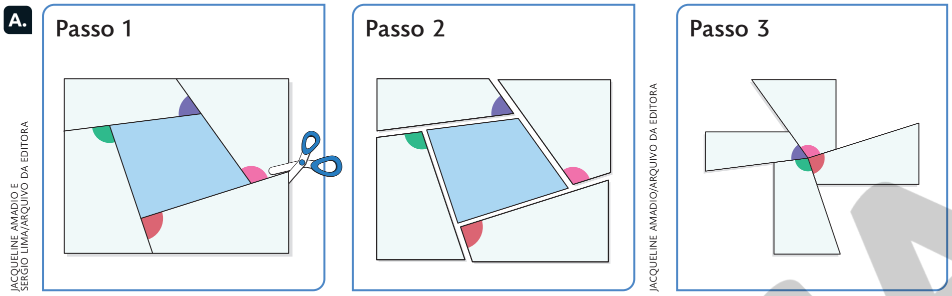


JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

(1)
$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$
(2)
$\hat{x} = (180° - \hat{a}) + (180° - \hat{b}) + (180° - \hat{c})$
$\hat{x} = 180° + 180° + 180° - \hat{a} - \hat{b} - \hat{c}$
$\hat{x} = 540° - (\hat{a} + \hat{b} + \hat{c})$
Substituindo (1) em (2):
$\hat{x} = 540° - 180° = 360°$

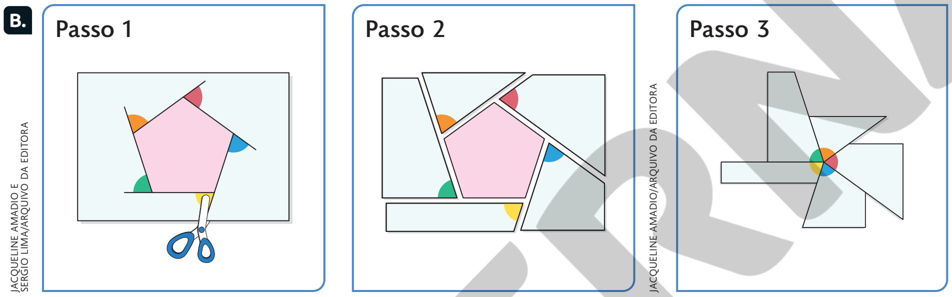
Agora, analise de maneira experimental como podemos obter a soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo por meio de recortes.

A.



JACQUELINE AMADIO E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

B.



JACQUELINE AMADIO E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Com base nas imagens, notamos que a soma das medidas dos ângulos externos de um quadrilátero e de um pentágono convexos é 360°.

A seguir, vamos demonstrar que a soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo de n lados é igual a 360°.

Podemos obter a soma das medidas de todos os ângulos internos (S_i) e todos os ângulos externos (S_e) de um polígono convexo multiplicando a quantidade de lados n por 180°. Nesse caso, podemos escrever $S_i + S_e = n \cdot 180°$.

Atenção!

Os ângulos interno e externo de cada vértice de um polígono convexo são suplementares.

Como $S_i = (n - 2) \cdot 180°$, temos:

$$\overbrace{(n-2) \cdot 180°}^{S_i} + S_e = n \cdot 180°$$

$$n \cdot 180° - 2 \cdot 180° + S_e = n \cdot 180°$$

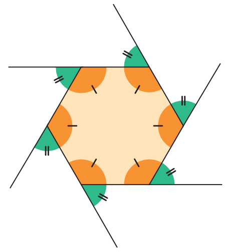
$$S_e = \cancel{n \cdot 180°} - \cancel{n \cdot 180°} + 2 \cdot 180°$$

$$S_e = 360°$$

A soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo de n lados é 360°.

Analise agora o polígono convexo ao lado, que tem ângulos internos de mesma medida e lados de mesma medida de comprimento. Um polígono com essas características é chamado **polígono regular**.

As medidas dos ângulos externos de um polígono regular também são iguais.



Hexágono regular.

Atenção!

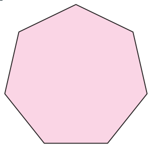
Quando dois ângulos têm medidas iguais, dizemos que eles são congruentes. No polígono apresentado, os ângulos congruentes estão indicados com a mesma quantidade de "tracinhos". Nas próximas páginas deste capítulo, os "tracinhos" também serão utilizados para indicar a congruência dos lados.

Atividades

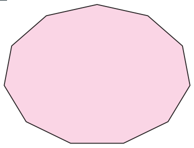
Faça as atividades no caderno.

8. Calcule a soma das medidas dos ângulos internos de cada polígono.

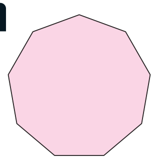
A.



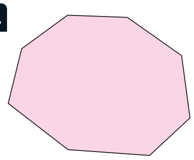
C.



B.



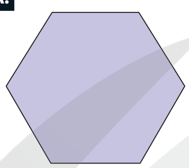
D.



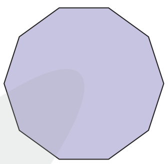
8. Respostas: A. 900°; B. 1260°; C. 1620°; D. 1080°.

9. Determine a medida de cada ângulo interno dos polígonos regulares a seguir.

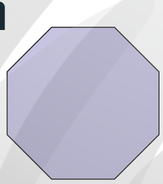
A.



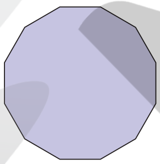
C.



B.



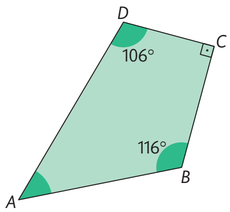
D.



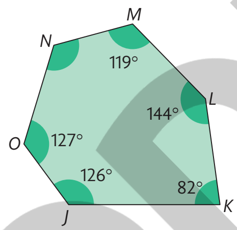
9. Respostas: A. 120°; B. 135°; C. 144°; D. 150°.

10. Determine a medida do ângulo interno desconhecida em cada polígono.

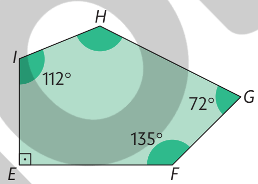
A.



B.



C.



10. Respostas: A. 48°; B. 122°; C. 131°.

11. Calcule a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo que tenha:

a) 2 diagonais.

b) 5 diagonais.

c) nenhuma diagonal.

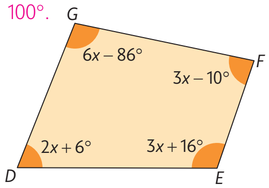
11. Respostas: a) 360°; b) 540°; c) 180°.

- As atividades desta e da próxima página têm por objetivo trabalhar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo e podem ser resolvidas por meio de diferentes estratégias. Deixe os estudantes livres para escolher a que acharem mais conveniente.
- Se necessário, na atividade **8**, peça aos estudantes que desenhem as figuras no caderno e, em seguida, dividam-na em triângulos, traçando as diagonais que partem de um determinado vértice. Outra possibilidade é utilizar a fórmula.
- Na atividade **9**, lembre os estudantes de que, em um polígono convexo regular, os ângulos internos têm mesma medida.
- Na atividade **10**, verifique se eles percebem que a medida do ângulo desconhecido corresponde à diferença entre a soma das medidas dos ângulos internos e a soma das medidas dos ângulos indicados na figura. Por envolver um valor desconhecido, essa atividade trabalha o conceito de equação do 1º grau.
- Na atividade **11**, sugira aos estudantes que identifiquem inicialmente o polígono. Uma possibilidade é desenhar os polígonos, no caderno, e traçar diagonais até obter a quantidade indicada em cada item. No item **c**, desenhe um triângulo na lousa e mostre para os colegas por que esse polígono não tem diagonal.

201

- Na atividade **12**, os estudantes devem perceber que a soma dos ângulos internos do quadrilátero mede 360°. Essa atividade relaciona as unidades temáticas **Geometria** e **Álgebra**, ao envolver equações do 1º grau. Se necessário, retome na lousa o processo de resolução de uma equação desse tipo, a fim de auxiliá-los na resolução desta atividade.
- O item **a** da atividade **13** requer a identificação de polígonos. No item **b**, é possível que os estudantes nomeiem o quadrilátero como quadrado. Para tirar melhor proveito desta atividade, converse com eles sobre ladrilhamento no plano utilizando polígonos convexos regulares e peça a eles que calculem a soma das medidas dos ângulos em torno de um vértice desse ladrilho.
- Na atividade **14**, os estudantes podem utilizar a fórmula da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo substituindo a medida dada em cada item e resolver a equação do 1º grau para a incógnita *n*. Outra possibilidade é obter a quantidade de triângulos em que o polígono pode ser decomposto, dividindo a soma das medidas de seus ângulos internos pela soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo e utilizar um quadro semelhante ao da página **199** para organizar as informações.
- As atividades **15** e **16** têm por objetivo calcular a medida de ângulos externos de um polígono convexo. Na atividade **15**, evidencie que os polígonos são regulares e, por esse motivo, os ângulos internos têm mesma medida. Verifique se eles percebem que as medidas dos ângulos internos e externos adjacentes são suplementares. Atividades como essa propiciam o desenvolvimento do pensamento algébrico, por envolver valores desconhecidos.
- A atividade **17** tem por objetivo identificar polígonos de acordo com suas características. No item **A**, o estudante pode indicar como resposta o retângulo ou o quadrado. Aproveite essa atividade para evidenciar que o quadrado é um caso particular do retângulo. No item **B**, verifique se eles relacionam a quantidade de vértices à quantidade de lados do polígono.

12. Efetue os cálculos e determine o valor de x e a medida de cada ângulo interno do polígono. 12. Respostas: $x = 31°$; $med(G\hat{D}E) = 68°$, $med(D\hat{E}F) = 109°$, $med(E\hat{F}G) = 83°$, $med(D\hat{G}F) = 100°$.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

13. Existem vários tipos de piso para revestimento utilizados na construção ou reforma de um imóvel, entre eles pisos de borracha, de porcelana, de cerâmica e de concreto.

WITOON 214/SHUTTERSTOCK

Piso pré-moldado de peças de concreto, também chamado *paver*.

a) Quais são os nomes dos polígonos que lembram o formato dos pisos indicados na imagem?

b) Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de cada um dos polígonos que você citou no item anterior? E a soma das medidas dos ângulos externos?

c) Sabendo que esses polígonos são regulares, qual é a medida de cada ângulo interno deles?

d) Quantas diagonais cada um desses polígonos tem?

13. Respostas: a) Octógonos e quadrados; b) Octógono: 1080°; 360°; quadrado: 360°; 360°; c) Octógono: 135°; quadrado: 90°; d) Octógono: 20 diagonais; quadrado: 2 diagonais.

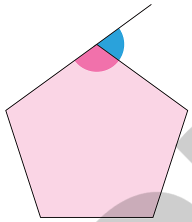
14. Determine a quantidade de lados de um polígono regular cuja soma das medidas dos ângulos internos seja:

a) 360°.
b) 1800°.
c) 1440°.
d) 1080°.

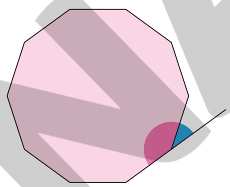
14. Respostas: a) 4 lados; b) 12 lados; c) 10 lados; d) 8 lados.

15. Sem realizar medições, determine a medida do ângulo externo de cada polígono regular. 15. Respostas: A. 72°; B. 36°.

A.

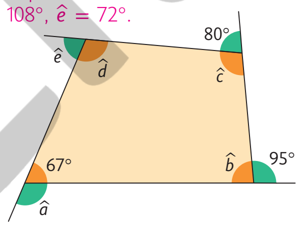


B.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

16. Calcule a medida de cada ângulo indicada por letras no quadrilátero.
16. Resposta: $\hat{a} = 113°$, $\hat{b} = 85°$, $\hat{c} = 100°$, $\hat{d} = 108°$, $\hat{e} = 72°$.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

17. Escreva no caderno o nome do polígono correspondente às informações de cada quadro. 17. Respostas: A. Retângulo; B. Dodecágono regular.

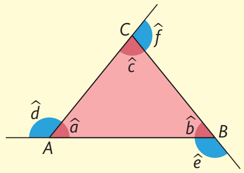
A. A soma das medidas dos ângulos internos é 360°. Todos os ângulos internos têm medidas iguais.

B. Tem 12 vértices. A medida de cada ângulo externo é 30°.

Triângulos

O triângulo é um polígono de três lados. Em um triângulo temos os seguintes elementos.

- Nome: triângulo ABC ou $\triangle ABC$.
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$.
- Vértices: A, B e C.
- Medidas dos ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$.
- Medidas dos ângulos externos: $\hat{d}$, $\hat{e}$ e $\hat{f}$.



Atenção!

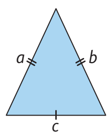
No triângulo ABC, o lado $\overline{AB}$ é oposto ao ângulo $A\hat{C}B$ e, do mesmo modo, o ângulo $A\hat{C}B$ é oposto ao lado $\overline{AB}$.

Podemos classificar os triângulos de acordo com:

- as medidas dos comprimentos dos lados.

Isósceles

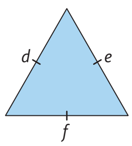
Triângulo que tem pelo menos 2 lados com medidas de comprimento iguais.



$a = b$

Equilátero

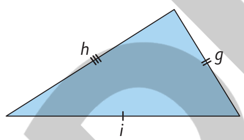
Triângulo que tem todos os lados com medidas de comprimento iguais.



$d = e = f$

Escaleno

Triângulo que tem os 3 lados com medidas de comprimento diferentes.



$i \neq g$, $g \neq h$ e $i \neq h$

- as medidas dos ângulos internos.

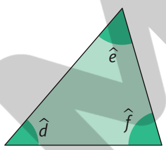
Retângulo

Triângulo que tem um ângulo interno reto.

$\hat{b} = 90°$

Acutângulo

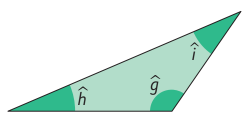
Triângulo que tem os 3 ângulos internos agudos.



$0° < \hat{d} < 90°$, $0° < \hat{e} < 90°$ e $0° < \hat{f} < 90°$

Obtusângulo

Triângulo que tem um ângulo interno obtuso.



$90° < \hat{g} < 180°$

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

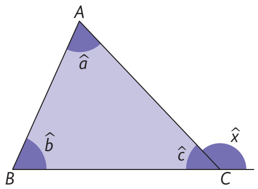
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento prévio dos estudantes relacionado a triângulos, assunto possivelmente estudado em anos anteriores. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o que já sabem acerca do assunto e tornar o estudo mais significativo.

• Para tirar melhor proveito da questão **5**, peça aos estudantes que demonstrem a propriedade aplicada na teoria para o terceiro vértice. Essa questão possibilita o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**. A fim de auxiliá-los a chegar a um tipo de **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), faça questionamentos com o objetivo de aguçar a capacidade de abstração e de **argumentação**. Nesse caso, é esperado que os estudantes tenham compreensão das abstrações exigidas e das argumentações claras e coerentes de que essa questão necessita. Por envolver o raciocínio lógico e a capacidade de produzir argumentos convincentes, essa questão contempla a **Competência específica de Matemática 2**.

• A atividade **18** tem por objetivo identificar, em um triângulo, lados e ângulos opostos a um ângulo em relação ao lado tomado como referência. Amplie essa atividade perguntando aos estudantes sobre os lados adjacentes aos ângulos indicados.

Ângulos nos triângulos

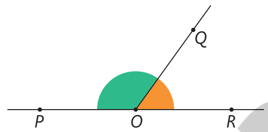
Considere um triângulo *ABC* qualquer, cujos ângulos internos medem $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$. Ao prolongar o lado $\overline{BC}$, determinamos um ângulo externo, **adjacente** ao ângulo de medida $\hat{c}$.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Dois ângulos que têm um lado comum e determinam duas regiões que não têm pontos em comum são chamados **adjacentes**. Na imagem a seguir, os ângulos $P\hat{O}Q$ e $Q\hat{O}R$ são adjacentes.



Por construção, os ângulos de medida $\hat{c}$ e $\hat{x}$ são suplementares, ou seja:

$$\hat{c} + \hat{x} = 180°$$
$$\hat{c} = 180° - \hat{x}$$

Consequentemente:

$$\hat{a} + \hat{b} + \overbrace{\hat{c}}^{180° - \hat{x}} = 180°$$
$$\hat{a} + \hat{b} + 180° - \hat{x} = 180°$$
$$\hat{a} + \hat{b} + 180° - \hat{x} - 180° = 180° - 180°$$
$$\hat{a} + \hat{b} - \hat{x} = 0$$
$$\underbrace{\hat{x}}_{\text{medida do ângulo externo ao ângulo de medida } \hat{c}} = \underbrace{\hat{a} + \hat{b}}_{\text{soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes ao ângulo de medida } \hat{x}}$$

Se realizarmos esse procedimento com os outros vértices do triângulo, chegaremos à mesma relação entre as medidas dos ângulos. Nesse caso, temos a seguinte propriedade.

Em um triângulo, a medida de um ângulo externo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

Questão 5. Em seu caderno, verifique, de maneira semelhante, a propriedade apresentada usando outro vértice do triângulo. Questão 5. Resposta pessoal.

Atividades

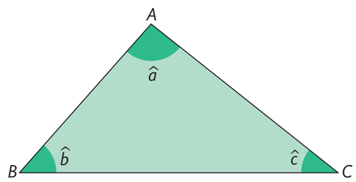
Faça as atividades no caderno.

18. De acordo com as indicações no $\triangle ABC$, responda às questões a seguir.

a) Qual é o lado oposto ao ângulo de medida $\hat{a}$?

b) Qual é a medida do ângulo oposto ao lado $\overline{AC}$?

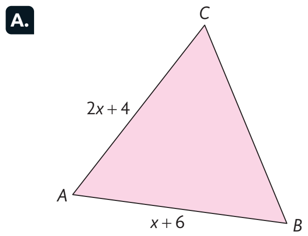
18. Respostas: a) $\overline{BC}$; b) $\hat{b}$.



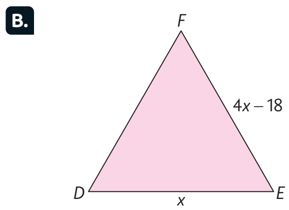
JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

19. Sabendo que os triângulos a seguir são equiláteros, determine o valor de x em cada um deles. 19. Respostas: A. $x = 2$; B. $x = 6$.

A.

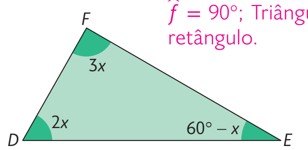


B.



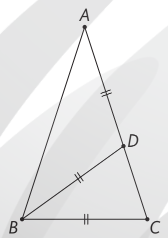
ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

20. Calcule o valor de x e a medida de cada ângulo interno do triângulo DEF. Em seguida, classifique o triângulo de acordo com as medidas obtidas para os ângulos internos. 20. Resposta: $x = 30°$; $\hat{d} = 60°$; $\hat{e} = 30°$ e $\hat{f} = 90°$; Triângulo retângulo.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

21. No triângulo ABC, $AB = AC$ e $AD = DB = BC$. Determine a medida do ângulo $B\hat{A}C$. 21. Resposta: $med(B\hat{A}C) = 36°$.

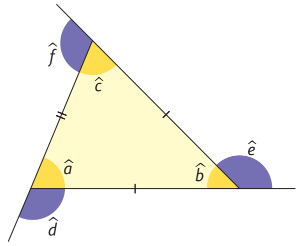


GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Os ângulos adjacentes à base de um triângulo isósceles são congruentes.

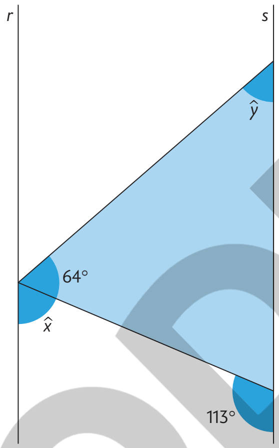
22. Sabendo que o triângulo a seguir é isósceles, indique a afirmação **falsa**. 22. Resposta: Alternativa **d**.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

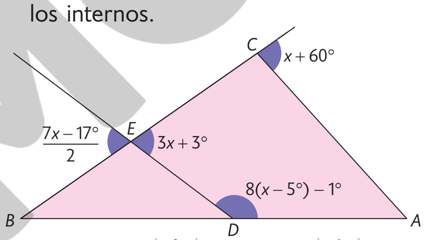
a) $\hat{e} = 2 \cdot \hat{c}$
b) $\hat{f} = \hat{b} + \hat{a}$
c) $\hat{d} = \hat{f}$
d) $\hat{e} = \hat{d}$
e) $\hat{d} + \hat{e} + \hat{f} = 360°$

23. Calcule x e y na figura a seguir, sabendo que $r // s$. 23. Resposta: $\hat{x} = 67°$ e $\hat{y} = 49°$.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

24. Determine a medida de cada ângulo interno do triângulo ABC. Depois, classifique-o em relação à medida dos ângulos internos.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

24. Resposta: $med(B\hat{A}C) = 48°$, $med(A\hat{B}C) = 35°$ e $med(A\hat{C}B) = 97°$; Triângulo obtusângulo.

- Para calcular o valor de x em cada triângulo na atividade **19** e na atividade **20**, peça aos estudantes que escrevam no caderno uma equação e a resolvam.
- Na atividade **21**, sugira aos estudantes que façam o desenho do triângulo no caderno, identifiquem os ângulos de mesma medida e os representem utilizando incógnitas. Depois, peça a eles que analisem a figura, escrevam uma equação e a resolvam.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **21**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- A atividade **22** tem por objetivo trabalhar a relação entre a medida de um ângulo externo e a soma das medidas dos ângulos internos a ele não adjacentes. Se necessário, lembre essa propriedade aos estudantes e peça a eles que identifiquem os ângulos internos de mesma medida. Essa atividade possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. A fim de auxiliar os estudantes a chegar a um tipo de **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), faça questionamentos instigando a capacidade de abstração e de **argumentação** deles. Nesse caso, é esperado que os estudantes tenham uma melhor compreensão das abstrações exigidas e das argumentações claras e coerentes de que a resolução desta atividade necessita. Essa questão contempla a **Competência específica de Matemática 2**, por envolver o raciocínio lógico e a capacidade de produzir argumentos.

- Na atividade **23**, verifique se os estudantes percebem que um dos lados do triângulo é transversal a duas retas paralelas. Se necessário, mostre na lousa que a soma das medidas de dois ângulos colaterais internos mede 180° e que as medidas dos ângulos alternos internos são iguais.
- Para calcular o valor de x na atividade **24**, os estudantes farão uso do conceito de ângulos opostos pelo vértice e do processo de resolução de uma equação do 1º grau. Após obter esse valor, peça a eles que façam as substituições necessárias para determinar a medida dos ângulos internos do triângulo indicado.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado ao termo **congruência**. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

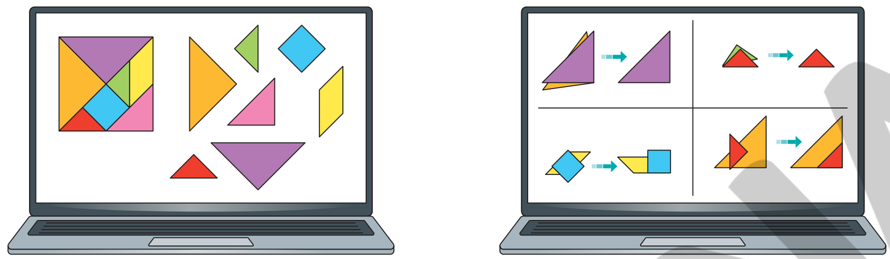
• Se necessário, retome com os estudantes as notações relacionadas a ângulos que são utilizadas neste livro. Por exemplo, no vértice A de um polígono, temos o ângulo interno $\hat{A}$, de medida $\hat{a}$. Fale também sobre as notações de medidas iguais e congruência de segmentos de reta e ângulos: se dois lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ de um polígono têm medidas de comprimento iguais (indicamos assim: $AB = CD$), então esses segmentos de reta são congruentes (indicamos assim: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$); se dois ângulos internos $\hat{E}$ e $\hat{F}$ de um polígono têm medidas iguais, (indicamos assim: $\text{med}(\hat{E}) = \text{med}(\hat{F})$ ou $\hat{e} = \hat{f}$), então esses ângulos são congruentes (indicamos assim: $\hat{E} \cong \hat{F}$).

• A questão **6** tem por objetivo realizar uma pesquisa sobre o tangram. Essa atividade promove os conhecimentos culturalmente construídos, a linguagem artística e o uso de tecnologias digitais para acessar informações, produzir conhecimentos e desenvolver a capacidade de investigação. Dessa maneira, contemplam-se aspectos das **Competências específicas de Matemática 2** e **5** e das **Competências gerais 1**, **4** e **5**. Aproveite o fato de essa questão ser proposta em grupo/duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Com isso, promove-se a **Competência específica de Matemática 8** e a **Competência geral 9**.

• O objetivo da questão **7** é levar os estudantes a perceber as condições necessárias e suficientes para que dois polígonos sejam congruentes. Verifique a justificativa deles e intervenha se necessário, a fim de que obtenham a resposta correta.

Congruência de figuras

Certo programa de computador permite mover e fazer rotações das peças do tangram, cujo formato lembra polígonos. Utilizando esse programa, Heitor organizou esses polígonos e, ao sobrepor alguns deles, percebeu que há polígonos que coincidiram. Analise algumas sobreposições que ele fez.



Os polígonos que coincidiram são chamados **congruentes** e, nesse caso, dizemos que os triângulos verde e vermelho, por exemplo, são congruentes.

Também podemos estabelecer outras congruências: dois segmentos de reta são congruentes quando têm a mesma medida de comprimento; dois ângulos são congruentes quando têm a mesma medida.

Dois ou mais polígonos são congruentes quando seus respectivos lados são congruentes e quando seus respectivos ângulos internos também são congruentes.

Por exemplo, os polígonos $ABCD$ e $EFGH$ a seguir são congruentes.

• Congruência dos lados: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$; $\overline{BC} \cong \overline{FG}$; $\overline{CD} \cong \overline{GH}$; $\overline{AD} \cong \overline{EH}$.

• Congruência dos ângulos internos: $\hat{A} \cong \hat{E}$; $\hat{B} \cong \hat{F}$; $\hat{C} \cong \hat{G}$; $\hat{D} \cong \hat{H}$.

Atenção!

Utilizamos o símbolo $\cong$ para indicar congruência.

Questão 6. **Junte-se** a um colega e realizem uma pesquisa para verificar qual é a origem do tangram. Depois, registrem os resultados no caderno. Questão 6. Resposta nas **orientações ao professor**.

Questão 7. É possível afirmar que dois hexágonos nos quais os respectivos lados têm medidas de comprimento iguais são congruentes? Justifique sua resposta.
Questão 7. Resposta: Não, pois para que dois hexágonos sejam congruentes, é necessário que seus respectivos lados sejam congruentes e os respectivos ângulos internos sejam congruentes.

Resposta

Questão 6.

Espera-se que os estudantes encontrem em sua pesquisa que o tangram é um antigo quebra-cabeça chinês composto de 7 peças, cuja origem é cercada por lendas. Uma delas diz que seu surgimento ocorreu de maneira casual, quando um artista chinês deixou cair no chão um ladrilho de forma quadrada, que se quebrou em 7 partes. Ao tentar montar o ladrilho novamente, o artista percebeu que era possível montar não somente o quadrado original, mas outras figuras com a forma de animais, pessoas, objetos, por exemplo.

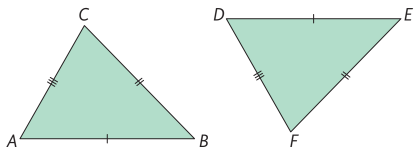
Triângulos congruentes

Para determinar se dois triângulos são congruentes, não é necessário medir o comprimento de todos os lados e todos os ângulos internos deles. Medindo o comprimento de lados e ângulos internos específicos, podemos garantir a congruência dos triângulos.

Atenção!

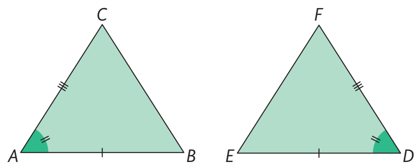
Os lados e os ângulos dos triângulos indicados com a mesma quantidade de “tracinhos” são congruentes.

Quando dois triângulos têm os 3 lados respectivamente congruentes, esses triângulos são congruentes.



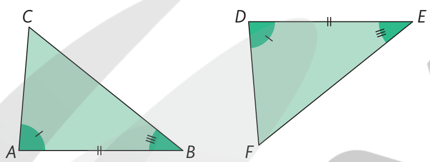
Lado: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$.
Lado: $\overline{BC} \cong \overline{EF}$.
Lado: $\overline{AC} \cong \overline{DF}$.
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$
Esse é o caso de congruência **lado, lado e lado (*LLL*)**.

Quando dois triângulos têm 2 lados respectivamente congruentes e o ângulo interno compreendido entre esses lados também respectivamente congruentes, esses triângulos são congruentes.



Lado: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$.
Ângulo: $C\hat{A}B \cong E\hat{D}F$.
Lado: $\overline{AC} \cong \overline{DF}$.
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$
Esse é o caso de congruência **lado, ângulo e lado (*LAL*)**.

Quando dois triângulos têm 1 lado respectivamente congruente e os 2 ângulos adjacentes a esse lado também respectivamente congruentes, esses triângulos são congruentes.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Ângulo: $B\hat{A}C \cong E\hat{D}F$.
Lado: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$.
Ângulo: $A\hat{B}C \cong D\hat{E}F$.
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$
Esse é o caso de congruência **ângulo, lado e ângulo (*ALA*)**.

Atenção!

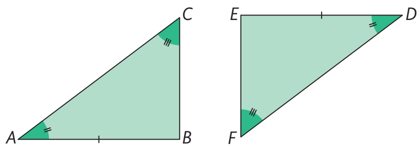
Dois ângulos adjacentes a um lado significa que os vértices desses ângulos são as extremidades desse lado.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a triângulos. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Explique aos estudantes que, ao indicarmos dois triângulos congruentes, por exemplo, $A\hat{B}C \cong D\hat{E}F$, a ordem dos vértices não indica necessariamente a mesma ordem dos ângulos (ou lados) congruentes. Nesse caso, foi convenientemente escolhida a ordem alfabética.

207

- A atividade **25** tem por objetivo identificar triângulos congruentes. Providencie régua e transferidor em quantidade suficiente para que os estudantes efetuem as medições dos comprimentos dos lados e das medidas dos ângulos e verifiquem se os triângulos são congruentes.
- Na atividade **26**, oriente os estudantes a identificar os dois triângulos e, em seguida, verificar os respectivos ângulos e lados com mesma medida.

Quando dois triângulos têm 1 lado respectivamente congruente, 1 ângulo adjacente a esse lado respectivamente congruente e o ângulo oposto a esse lado também respectivamente congruente, esses triângulos são congruentes.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Lado: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$.

Ângulo adjacente: $B\hat{A}C \cong E\hat{D}F$.

Ângulo oposto: $A\hat{C}B \cong D\hat{F}E$.

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$

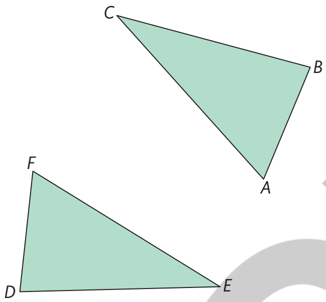
Esse é o caso de congruência **lado, ângulo e ângulo oposto (LAA_o).**

Atividades

Faça as atividades no caderno.

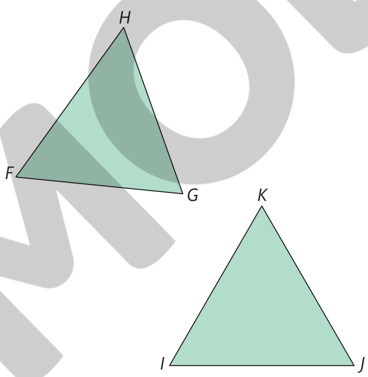
25. Realize as medições necessárias e verifique se os triângulos apresentados em cada item são congruentes.

A.



25. Respostas: A. São congruentes; B. Não são congruentes.

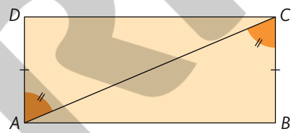
B.



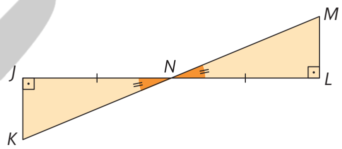
ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

26. Em cada figura, é possível destacar 2 triângulos. Analise se eles são congruentes e determine qual caso pode ser utilizado para verificar essa congruência.

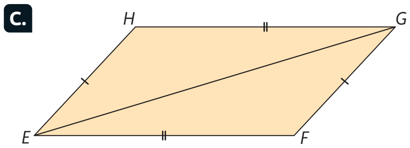
A.



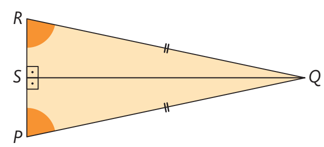
B.



C.



D.

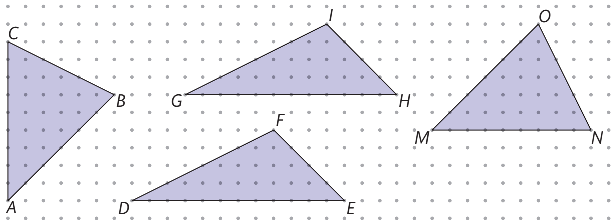


ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

26. Respostas: A. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$; LAL; B. $\triangle KNJ \cong \triangle MNL$; ALA; C. $\triangle EFG \cong \triangle GHE$; LLL; D. $\triangle PQS \cong \triangle RQS$; LAA_o.

27. Quais dos triângulos representados na malha pontilhada são congruentes?

27. Resposta: $\triangle ABC \cong \triangle MON$ e $\triangle DEF \cong \triangle GHI$.

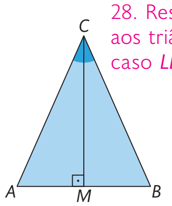


JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

28. No triângulo ABC, $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ e $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.

28. Resposta: Como $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ e $\overline{AM} \cong \overline{MB}$ e o lado $\overline{CM}$ é comum aos triângulos AMC e BMC, esses triângulos são congruentes pelo caso LLL. Portanto, $A\hat{C}M \cong B\hat{C}M$ e $C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA



Atenção!

Note que $\overline{CM}$ é o lado comum aos triângulos AMC e BCM.

De acordo com a imagem, mostre no caderno que $A\hat{C}M \cong B\hat{C}M$ e $C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$.

29. Considere os triângulos cujas medidas estão indicadas nos quadros a seguir.

A. $\triangle ABC$
$AC = 7{,}3$ cm
$\text{med}(\hat{C}) = 60°$
$AB = 7{,}3$ cm

C. $\triangle TUV$
$\text{med}(\hat{T}) = 56°$
$TU = 6{,}2$ cm
$\text{med}(\hat{V}) = 73°$

E. $\triangle NOP$
$NO = 6{,}2$ cm
$\text{med}(\hat{O}) = 51°$
$\text{med}(\hat{N}) = 56°$

B. $\triangle DEF$
$EF = 3$ cm
$DE = 3{,}5$ cm
$\text{med}(\hat{E}) = 103°$

D. $\triangle JKL$
$KL = 3$ cm
$\text{med}(\hat{K}) = 103°$
$JK = 3{,}5$ cm

F. $\triangle QRS$
$QR = 7{,}3$ cm
$RS = 7{,}3$ cm
$QS = 7{,}3$ cm

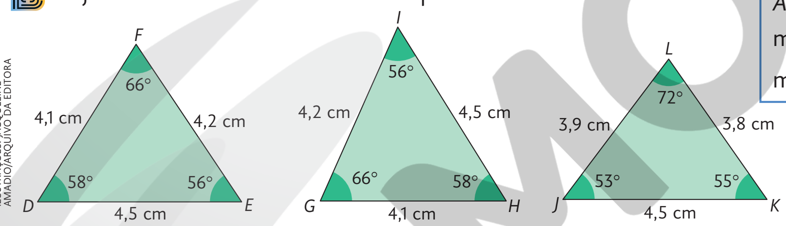
Quais pares de triângulos são congruentes?

29. Resposta: $\triangle ABC \cong \triangle QRS$; $\triangle DEF \cong \triangle JKL$; $\triangle TUV \cong \triangle NOP$.

30. Considere os triângulos representados a seguir e o triângulo ABC, cujas medidas estão indicadas no quadro.

$\triangle ABC$
$AB = 4{,}1$ cm
$\text{med}(B\hat{A}C) = 58°$
$\text{med}(A\hat{C}B) = 56°$

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA



a) Quais desses triângulos são congruentes ao triângulo ABC?

b) Qual é a medida de comprimento do lado $\overline{BC}$ do $\triangle ABC$?

c) Qual é a medida do ângulo $\hat{B}$ e do comprimento lado $\overline{AC}$ do $\triangle ABC$?

30. Respostas: a) $\triangle DFE$ e $\triangle HGI$; b) $BC = 4{,}2$ cm; c) $\text{med}(\hat{B}) = 66°$ e $AC = 4{,}5$ cm.

- Na atividade **27**, oriente os estudantes a definir a distância entre dois pontos da malha pontilhada como unidade de medida de comprimento e comparar as medidas de comprimento dos lados de cada triângulo.
- Para mostrar que os triângulos são congruentes na atividade **28**, verifique se os estudantes percebem que o lado $\overline{CM}$ é comum aos dois triângulos. Outra possibilidade é reconhecer que o $\triangle ABC$ é isósceles e que por isso as medidas dos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são iguais. Logo, os triângulos são congruentes pelo caso LAL.
- Verifique a possibilidade de construir com os estudantes os triângulos indicados na atividade **29**, com régua, compasso e transferidor ou no GeoGebra. Amplie essa atividade selecionando alguns itens e, em seguida, peça aos estudantes que indiquem os casos de congruência dos triângulos.
- Na atividade **30**, sugira aos estudantes que façam um esboço no caderno do $\triangle ABC$ e identifiquem a medida do ângulo desconhecido, utilizando a soma dos ângulos internos de um triângulo. Depois, verifique se eles reconhecem quais dos triângulos apresentados nesta atividade são congruentes ao triângulo $\triangle ABC$ que eles desenharam.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **30**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a pontos notáveis de um triângulo. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

• Explique aos estudantes que em um triângulo há pontos que se destacam, cujas maneiras de obtê-los serão trabalhadas nas páginas seguintes.

• Avalie a possibilidade de reproduzir a situação indicada nesta página. Para isso, providencie cartolinas, barbantes, réguas e tesouras e leve para a sala de aula. Reúna os estudantes em duplas e peça a eles que confeccionem dois triângulos com dimensões de diferentes medidas. Depois, a dupla deve traçar as medianas de cada triângulo construído e, no encontro dessas medianas, inserir um pedaço do cordão, suspendendo o triângulo. Espera-se que percebam que o baricentro é o centro de massa da cartolina recortada em formato de triângulo.

Durante essa dinâmica, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos.

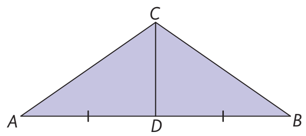
Pontos notáveis de um triângulo

Agora, vamos estudar alguns pontos associados aos triângulos. Esses pontos, que têm características particulares, são chamados **pontos notáveis**. Para determiná-los, vamos traçar **medianas**, **bissetrizes**, **alturas** e **mediatrizes** nos triângulos.

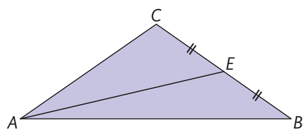
Mediana

A **mediana de um triângulo** é o segmento de reta que tem uma extremidade em um vértice do triângulo e a outra extremidade no ponto médio do lado oposto a esse vértice. O ponto médio do lado do triângulo divide esse lado em dois segmentos de reta congruentes.

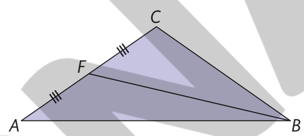
Analise as medianas do triângulo *ABC*.



$\overline{CD}$: mediana relativa ao lado $\overline{AB}$.

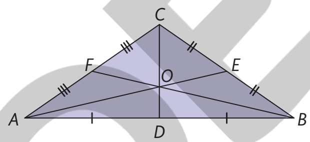


$\overline{AE}$: mediana relativa ao lado $\overline{BC}$.



$\overline{BF}$: mediana relativa ao lado $\overline{AC}$.

No triângulo *ABC* a seguir, foram traçadas as medianas relativas a todos os lados. Todo triângulo tem 3 medianas, que se cruzam em um mesmo ponto. Esse ponto notável é chamado **baricentro** do triângulo.



O: baricentro do triângulo *ABC*.

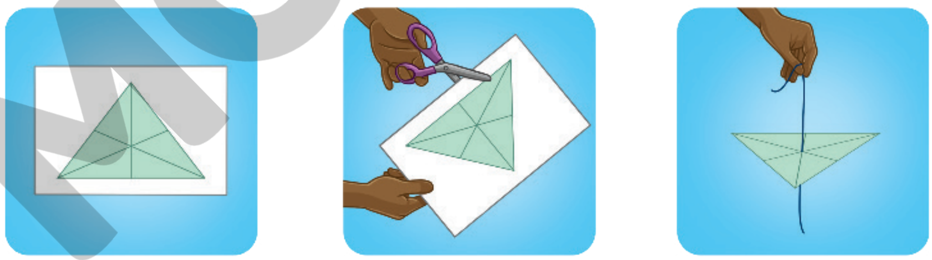
ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

O baricentro é o centro de equilíbrio de um triângulo. Podemos verificar isso desenhando um triângulo qualquer em um papel grosso. Ao suspender o triângulo preso por um barbante fixado ao baricentro, ele se mantém em equilíbrio.

Passo 1

Passo 2

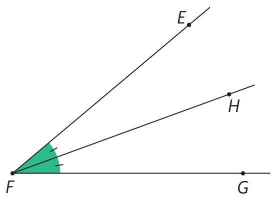
Passo 3



ILUSTRAÇÕES: DEIVY COSTA/ ARQUIVO DA EDITORA

Bissetriz

A **bissetriz de um ângulo** é a semirreta com origem no vértice desse ângulo que o divide em 2 ângulos congruentes. Analise na imagem a bissetriz $\overrightarrow{FH}$ do ângulo $E\hat{F}G$.



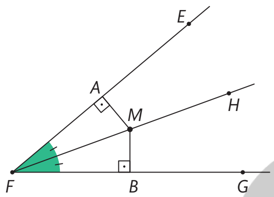
Demonstraremos que, dado um ponto qualquer sobre a bissetriz de um ângulo, esse ponto é equidistante dos lados desse ângulo.

Atenção!

A distância de um ponto M a uma reta r é o comprimento do segmento perpendicular a r que tem extremidades em M e em um ponto de r.

Vamos considerar um ponto M qualquer sobre a bissetriz de $E\hat{F}G$ e os segmentos MA e MB, perpendiculares aos lados $\overrightarrow{FE}$ e $\overrightarrow{FG}$, respectivamente.

Os triângulos FBM e FMA obtidos são congruentes pelo caso de congruência LAA_o, pois $\overline{FM} \cong \overline{FM}$ (lado comum dos triângulos), $M\hat{F}B \cong M\hat{F}A$ ($\overrightarrow{FM}$ é bissetriz do ângulo $E\hat{F}G$) e $M\hat{A}F \cong M\hat{B}F$ (ângulos retos). Dessa forma, $\overline{BM} \cong \overline{AM}$ e o ponto M é equidistante dos lados do ângulo $E\hat{F}G$.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, qualquer ponto sobre a bissetriz de um ângulo é equidistante dos lados desse ângulo, e nenhum outro ponto do plano apresenta essa propriedade.

Atenção!

O conjunto de todos os pontos do plano que têm determinada propriedade é chamado **lugar geométrico** dessa propriedade.

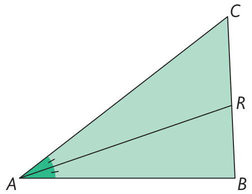
O lugar geométrico dos pontos do plano equidistantes de duas semirretas FE e FG de mesma origem é a bissetriz do ângulo $E\hat{F}G$.

- Se possível, providencie régua, compasso e transferidor e leve para a sala de aula. Após apresentar o conteúdo desta página, construa na lousa um ângulo $A\hat{B}C$ e, em seguida, trace a bissetriz desse ângulo utilizando a régua e o compasso. Depois, com o transferidor, meça cada ângulo obtido. Utilize a figura construída para mostrar aos estudantes que qualquer ponto da bissetriz é equidistante dos lados do ângulo $A\hat{B}C$.

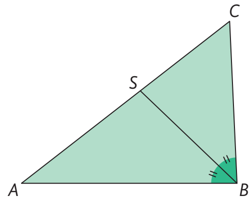
- Explique pausadamente as orientações desta página e enfatize que o encontro das bissetrizes é um ponto notável do triângulo, sendo o centro da circunferência inscrita nele.
- Antes de iniciar o estudo da altura de um triângulo, peça aos estudantes que relatem o que sabem sobre o conceito de altura. Depois, faça alguns questionamentos, como: “Quantas alturas têm um triângulo?” “Existem triângulos cuja altura coincide com um de seus lados?” “A altura e o lado de um triângulo são necessariamente iguais?”.

A **bissetriz de um triângulo** é o segmento de reta que tem uma extremidade em um vértice do triângulo – dividindo o ângulo interno desse vértice em 2 ângulos congruentes – e a outra extremidade no lado oposto a esse vértice.

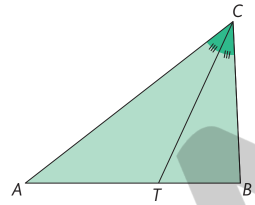
Analise as bissetrizes do triângulo *ABC*.



$\overline{AR}$: bissetriz relativa ao ângulo interno $B\hat{A}C$.

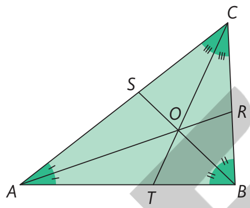


$\overline{BS}$: bissetriz relativa ao ângulo interno $A\hat{B}C$.



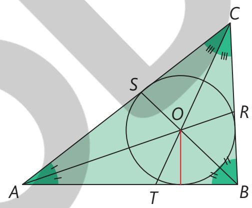
$\overline{CT}$: bissetriz relativa ao ângulo interno $A\hat{C}B$.

No triângulo *ABC* a seguir, foram traçadas as bissetrizes relativas a todos os ângulos internos. Todo triângulo tem 3 bissetrizes, que se cruzam em um ponto. Esse ponto notável é chamado **incentro** do triângulo.



O: incentro do triângulo *ABC*.

Em um triângulo, o incentro é equidistante de seus lados. Assim, podemos traçar uma circunferência com centro no incentro cuja medida de comprimento do raio é igual à medida da distância entre o incentro e qualquer um dos lados do triângulo. Com isso, obtemos uma **circunferência inscrita** no triângulo.



Circunferência inscrita no triângulo *ABC*.

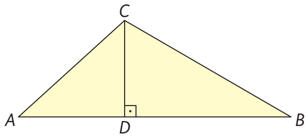
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Altura

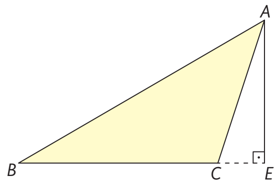
No dia a dia, é comum utilizar a palavra “altura” para indicar um comprimento vertical, como a altura de uma pessoa ou de um prédio.

No entanto, a **altura de um triângulo** é o segmento de reta que tem uma extremidade em um vértice do triângulo e é perpendicular ao lado oposto a esse vértice ou a seu prolongamento. A outra extremidade intersecta o lado oposto ao vértice ou seu prolongamento.

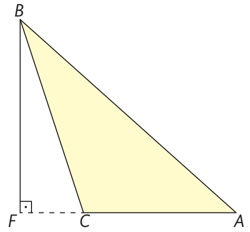
Analise as alturas do triângulo *ABC*.



$\overline{CD}$: altura relativa ao vértice *C* ou ao lado $\overline{AB}$.

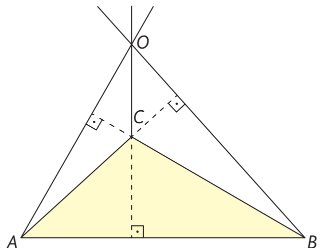


$\overline{AE}$: altura relativa ao vértice *A* ou ao lado $\overline{BC}$.



$\overline{BF}$: altura relativa ao vértice *B* ou ao lado $\overline{AC}$.

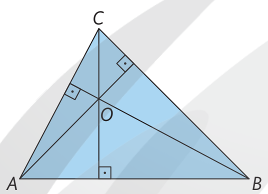
No triângulo *ABC* a seguir, foram traçadas as alturas relativas a todos os lados. Todo triângulo tem 3 alturas. Essas alturas ou seus prolongamentos cruzam-se em um ponto. Esse ponto notável é chamado **ortocentro** do triângulo.



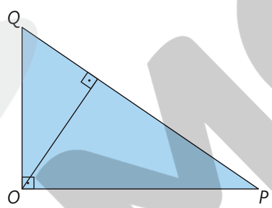
O: ortocentro do triângulo *ABC*.

Analise cada triângulo a seguir e seu ortocentro, indicado pela letra *O*.

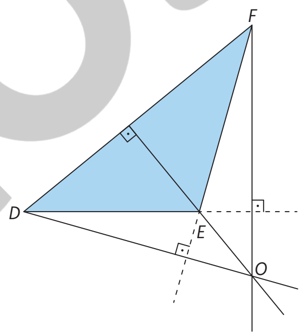
Em um triângulo acutângulo, o ortocentro é um ponto no interior do triângulo.



Em um triângulo retângulo, o ortocentro coincide com o vértice do ângulo reto.



Em um triângulo obtusângulo, o ortocentro é um ponto exterior ao triângulo.



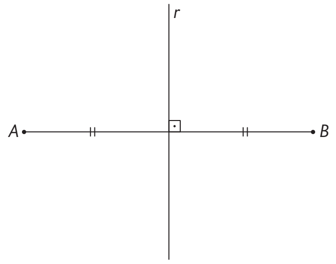
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

• Mostre aos estudantes que todo triângulo tem três alturas, uma relativa a cada lado. Destaque os casos de interseção das alturas, evidenciando que em um deles dois lados coincidem com as alturas. Isso acontece quando o triângulo é retângulo. Em outro caso, duas alturas intersectam o prolongamento do lado oposto ao vértice. Por fim, destaque que o ponto de interseção das alturas é denominado **ortocentro**.

• Explique o assunto desta página pausadamente, observando se os estudantes compreenderam que o ponto P é equidistante aos pontos A e B. Faça um esboço na lousa do segmento $\overline{AB}$ e da reta mediatriz r. Indique alguns pontos dessa reta e enfatize que eles são equidistantes de A e B, pelo caso de congruência de triângulos LAL.

Mediatriz

Na imagem, estão representados o segmento de reta AB e a reta r, perpendicular a esse segmento de reta em seu ponto médio. Essa reta é chamada **mediatriz** do segmento de reta AB.



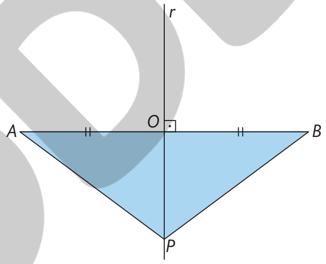
Atenção!
A distância entre dois pontos é o comprimento do segmento de reta que os une.

Demonstraremos agora que qualquer ponto da mediatriz de um segmento de reta é equidistante dos extremos desse segmento.

Vamos considerar um ponto P sobre a mediatriz de $\overline{AB}$ e analisar dois casos.

- Se P for o ponto médio de $\overline{AB}$, temos que $\overline{AP} \cong \overline{BP}$ e P é equidistante dos extremos de $\overline{AB}$.
- Se P não for o ponto médio de $\overline{AB}$, ao traçarmos os segmentos AP e BP, obtemos dois triângulos congruentes AOP e BOP pelo caso de congruência LAL, pois $\overline{AO} \cong \overline{OB}$ (O é o ponto médio de $\overline{AB}$), $\overline{PO} \cong \overline{PO}$ (lado comum dos triângulos) e $A\hat{O}P \cong B\hat{O}P$ (ângulos retos). Dessa forma, $\overline{AP} \cong \overline{BP}$ e o ponto P é equidistante dos extremos de $\overline{AB}$.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

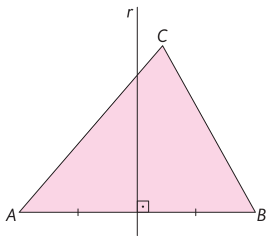


Portanto, qualquer ponto sobre a mediatriz de um segmento é equidistante dos extremos do segmento e nenhum outro ponto do plano tem essa propriedade.

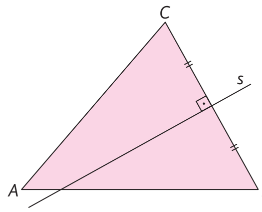
O lugar geométrico dos pontos do plano equidistantes de dois pontos A e B dados é a mediatriz de $\overline{AB}$.

A **mediatriz de um triângulo** é a reta perpendicular a um lado do triângulo em seu ponto médio. O ponto médio do lado do triângulo divide esse lado em dois segmentos de reta congruentes.

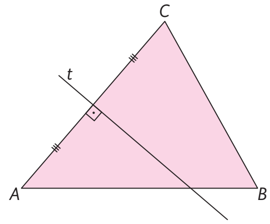
Analise as mediatrizes do triângulo *ABC*.



r: mediatriz relativa ao lado $\overline{AB}$.

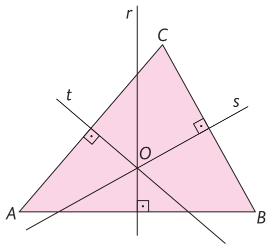


s: mediatriz relativa ao lado $\overline{BC}$.



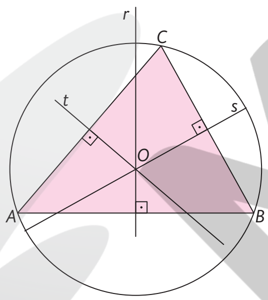
t: mediatriz relativa ao lado $\overline{AC}$.

No triângulo *ABC* a seguir, foram traçadas as mediatrizes relativas a todos os lados. Todo triângulo tem 3 mediatrizes, que se cruzam em um ponto. Esse ponto notável é chamado **circuncentro** do triângulo.



O: circuncentro do triângulo *ABC*.

Em um triângulo, o circuncentro é equidistante de seus vértices. Assim, podemos traçar uma circunferência que passa pelos três vértices do triângulo, cujo centro é o circuncentro e a medida de comprimento do raio é igual à medida da distância entre o circuncentro e qualquer um dos vértices do triângulo. Com isso, obtemos a **circunferência circunscrita** ao triângulo.



Circunferência circunscrita no triângulo *ABC*.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

• Explique aos estudantes que o conceito de mediatriz apresentado na página anterior pode ser usado para determinar as retas mediatrizes dos lados de um triângulo. Após apresentar o assunto desta página, evidencie que o encontro das mediatrizes determina um ponto notável do triângulo, denominado **circuncentro**, ou seja, o centro da circunferência circunscrita ao triângulo. Logo, o circuncentro é equidistante dos vértices do triângulo.

215

• Oriente os estudantes a desenhar um triângulo no caderno para seguir os passos apresentados nesta seção.

Metodologias ativas

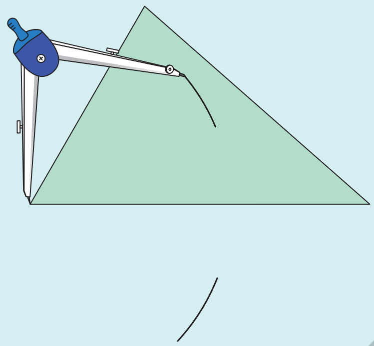
Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos** e ***softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Instrumentos e *softwares*

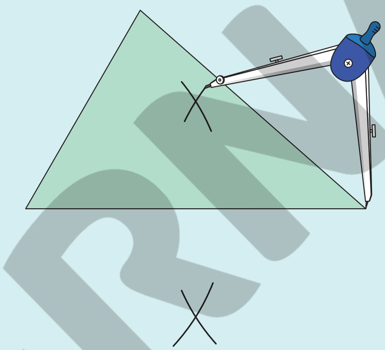
Mediatrizes de um triângulo com régua e compasso

Siga as orientações do professor e o passo a passo para obter as mediatrizes de um triângulo usando régua e compasso.

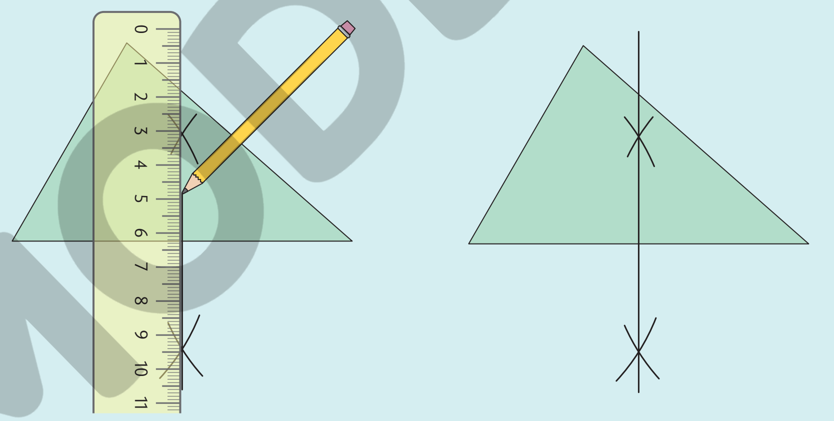
1º. Com a ponta-seca do compasso em um dos vértices do triângulo e abertura maior do que a metade da medida do comprimento do lado, trace dois arcos.



2º. Com a mesma abertura do compasso, posicione a ponta-seca no outro vértice do triângulo e trace novamente dois arcos que cruzam os anteriores.



3º. Utilizando uma régua, trace uma reta perpendicular ao lado do triângulo, passando pelos pontos determinados pelos cruzamentos dos arcos e obtendo a mediatriz relativa ao lado que contém os dois vértices utilizados.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

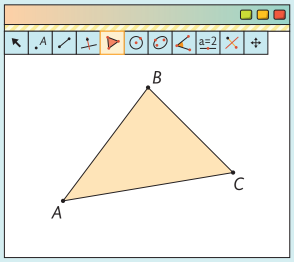
Repita os mesmos procedimentos para os demais lados do triângulo para obter as outras mediatrizes.

Instrumentos e *softwares*

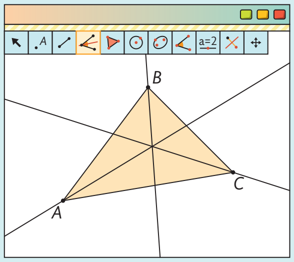
Bissetrizes e incentro de um triângulo com o GeoGebra

Siga as orientações do professor e o passo a passo para obter as bissetrizes e o incentro de um triângulo utilizando o GeoGebra.

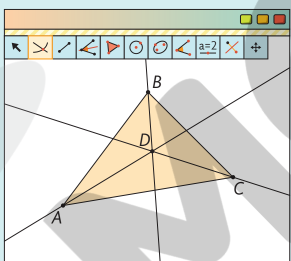
1º Com a ferramenta **Ponto**, marque três pontos não alinhados *A*, *B* e *C*. Depois, com a ferramenta **Polígono** construa o triângulo *ABC*. Para isso, clique sobre os pontos *A*, *B*, *C* e *A*, nessa ordem.



2º Com a ferramenta **Bissetriz**, construa as bissetrizes do triângulo *ABC*. Para isso, sempre respeitando a ordem indicada, clique sobre os pontos *B*, *A*, *C*, sobre os pontos *C*, *B*, *A* e, por fim, sobre os pontos *A*, *C*, *B*.



3º Com a ferramenta **Interseção de Dois Objetos**, clique em duas das bissetrizes construídas. O ponto obtido é o incentro do triângulo.



Com a ferramenta **Mover**, mude a posição dos vértices do triângulo e verifique o que acontece com as bissetrizes e o incentro.

ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o GeoGebra, um *software* dinâmico de Matemática que representa conceitos de **Geometria** e **Álgebra**. Nesse programa, podemos realizar diversas construções geométricas usando pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção.
- Utilizado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 22 abr. 2022. Caso essa seção seja realizada no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estão com o *software* instalado. Uma alternativa é utilizar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.
- Uma possibilidade para complementar o trabalho com essa seção é fazer perguntas para incentivar os estudantes a tirarem suas próprias conclusões, como: "Quantas bissetrizes são necessárias para determinar o incentro"; "Em qual situação as três bissetrizes cruzam no mesmo ponto"; "É possível que o incentro fique localizado fora do triângulo?".

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e softwares**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• As atividades desta página aplicam os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos, contemplando aspectos da habilidade **EF08MA17**.

• A atividade **31** tem por objetivo identificar o que os segmentos de retas representam no triângulo. Oriente os estudantes a analisar as figuras, a fim de que percebam que, nos itens **A** e **C**, o segmento de reta divide o ângulo destacado em duas partes de mesma medida. No item **B**, o segmento de reta divide o lado oposto em duas partes congruentes. Já no item **D**, o segmento é perpendicular ao lado oposto.

• A atividade **32** aborda o conceito de mediana. Aproveite para avaliar se os estudantes compreenderam que a mediana de um triângulo divide o lado oposto ao vértice de sua origem em dois segmentos de reta congruentes.

• A atividade **33** tem por objetivo trabalhar o conceito de mediatriz. Pergunte aos estudantes qual é o lugar geométrico dos pontos do plano que equidistam de dois pontos dados. Se necessário, oriente-os a revisitar a página **214**.

• Na atividade **34**, os estudantes devem relacionar pontos notáveis de um triângulo às retas ou aos segmentos de retas que os definem. Antes de iniciar essa atividade, oriente os estudantes a definir oralmente as palavras indicadas. No item **c**, se necessário, escreva na lousa a definição de triângulo obtusângulo, ou seja, aquele que tem um ângulo com medida maior do que 90°.

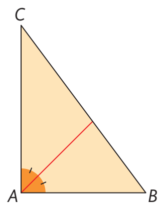
Atividades

Faça as atividades no caderno.

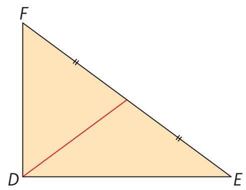
31. De acordo com as indicações em cada triângulo, classifique o segmento de reta vermelho em mediana, bissetriz ou altura.

31. Respostas:
A. Bissetriz;
B. Mediana;
C. Bissetriz;
D. Altura.

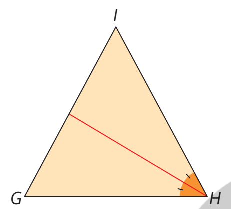
A.



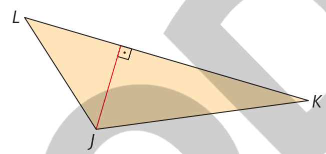
B.



C.



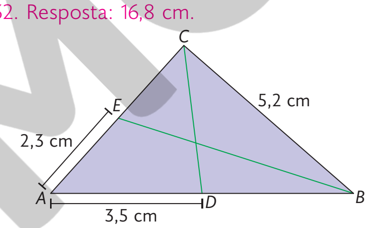
D.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

32. No triângulo a seguir, os segmentos de reta em verde são medianas. Calcule a medida do perímetro desse triângulo.

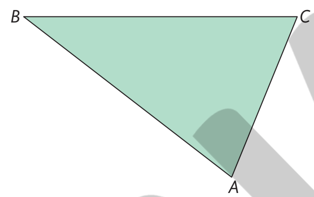
32. Resposta: 16,8 cm.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

33. Resposta: Para obter o ponto, traçamos a mediatriz relativa ao lado $\overline{AB}$ do triângulo. O ponto de interseção da mediatriz traçada como o lado $\overline{BC}$ corresponde ao ponto solicitado.

33. Analise o triângulo *ABC* e escreva em seu caderno como você faria para obter um ponto sobre o lado $\overline{BC}$ que seja equidistante dos vértices *A* e *B* desse triângulo.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

34. Em cada item determine, entre as palavras a seguir, quais substituem cada ■ corretamente.

circuncentro	alturas
mediatrizes	ortocentro
baricentro	medianas

a) O centro da circunferência circunscrita em um triângulo é obtido pelo cruzamento de suas ■ .

b) ■ é o centro de equilíbrio de um triângulo.

c) Nos triângulos obtusângulos, o ponto de encontro das ■ é sempre externo ao triângulo.

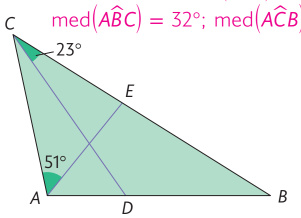
d) O ponto comum das mediatrizes de um triângulo é chamado ■ .

e) ■ é o nome dado ao ponto de encontro das alturas de um triângulo, e o baricentro de um triângulo é obtido pelo cruzamento de suas ■ .

34. Respostas: a) mediatrizes; b) baricentro; c) alturas; d) circuncentro; e) ortocentro; medianas.

35. Sabendo que os segmentos de reta traçados em roxo são bissetrizes do triângulo, determine a medida de cada ângulo interno do triângulo.

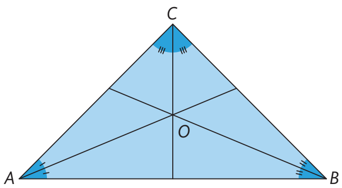
35. Resposta: $med(B\hat{A}C) = 102°$, $med(A\hat{B}C) = 32°$; $med(A\hat{C}B) = 46°$.



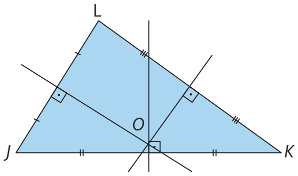
RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

36. O que as retas ou os segmentos de reta traçados em cada triângulo representam? E o que o ponto *O* representa?

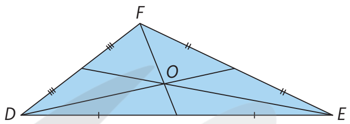
A.



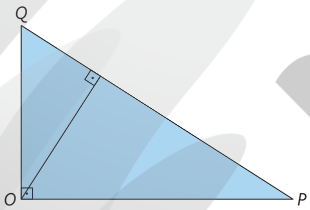
B.



C.



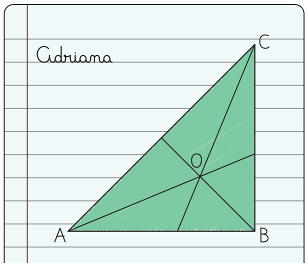
D.

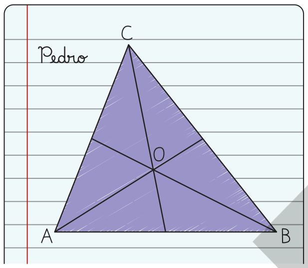


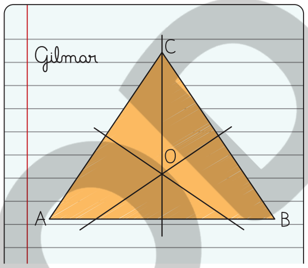
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

37. Uma professora de Matemática do 8º ano pediu aos estudantes que desenhassem um triângulo qualquer e determinassem seu circuncentro. Acompanhe os triângulos desenhados por três estudantes.

37. Respostas: a) Gilmar; b) Adriana: incentro; Pedro: baricentro.







ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Realizando as medições necessárias, escreva no caderno qual dos estudantes obteve o circuncentro do triângulo.

b) Os pontos obtidos pelos outros dois estudantes nos triângulos desenhados por eles representam quais pontos notáveis?

36. Respostas: A. Segmentos de reta: bissetrizes; Ponto *O*: incentro; B. Retas: mediatrizes; Ponto *O*: circuncentro; C. Segmentos de reta: medianas; Ponto *O*: baricentro; D. Segmento de reta: altura; Ponto *O*: ortocentro.

- As atividades desta página aplicam os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos, contemplando a habilidade **EF08MA17**.
- A atividade **35** tem por objetivo calcular as medidas dos ângulos internos de um triângulo utilizando o conceito de bissetriz. Após obter as medidas dos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{C}$, os estudantes devem lembrar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo mede 180°.
- A atividade **36** tem por objetivos identificar o que os segmentos de retas representam no triângulo e nomear os pontos notáveis determinados por esses segmentos. Oriente os estudantes a analisar as figuras, a fim de que percebam que, no item **A**, os segmentos de retas são bissetrizes, pois dividem cada ângulo destacado em duas partes congruentes. No item **B**, os segmentos de retas são mediatrizes, pois não partem de um vértice, são perpendiculares aos lados e os dividem em dois novos segmentos congruentes. No item **C**, os segmentos são medianas, pois os lados opostos aos vértices são divididos em dois segmentos congruentes e, no item **D**, os segmentos são as alturas do triângulo, em que duas delas coincidem com os lados. Verifique se eles utilizam essas informações para determinar, em cada item, os pontos notáveis.
- A atividade **37** aborda o conceito de pontos notáveis em um triângulo. Providencie régua e transferidor para que os estudantes realizem as medições necessárias. Oriente-os a medir as aberturas dos ângulos e os comprimentos dos lados. Sugira que determinem o que esses segmentos de retas representam em cada triângulo.

219

• Por envolver os conceitos de bissetriz e mediatriz como lugares geométricos, as atividades **38**, **39**, **40** e **41** contemplam aspectos da habilidade **EF08MA17**.

• Na atividade **38**, os estudantes devem relacionar pontos notáveis do triângulo aos segmentos de retas que os determinam. Peça a eles que analisem a veracidade de cada afirmação, corrigindo, na lousa, as falsas.

• A atividade **39** aborda o conceito de pontos notáveis de um triângulo. Providencie régua e transferidor para que os estudantes realizem as medições necessárias. Oriente-os a determinar o que os segmentos de retas representam em cada triângulo. Destaque, no item **B**, que, por se tratar de um triângulo retângulo, dois de seus lados coincidem com as alturas, e, no item **C**, o ponto O é equidistante dos vértices do triângulo, pois é o centro de uma circunferência circunscrita a ele.

• A atividade **40** trabalha o conceito de altura de um triângulo, relacionando-o à soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo. Se necessário, relembre que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo mede 180°.

• Na atividade **41**, oriente os estudantes a fazer um esboço da figura no caderno e, em seguida, traçar o segmento de reta que indica os possíveis pontos de instalação do aspersor.

• As atividades **42** e **43** abordam construções com instrumentos de desenho e *software* de geometria dinâmica de mediatrizes e bissetrizes, contemplando a habilidade **EF08MA15**. Se necessário, peça aos estudantes que consultem a seção **Instrumentos e *softwares***, nas páginas **216** e **217**, a fim de auxiliá-los na resolução desta atividade.

Resposta

41. O terreno onde Juliana cultiva morango tem formato triangular e as cercas que dividem esse terreno com os demais usados para o cultivo de alface e couve são lados desse triângulo. O ponto notável que é equidistante dos lados do triângulo é o incentro, o qual é obtido pela interseção das bissetrizes do triângulo. Assim, para que Juliana coloque esse aspersor satisfazendo à condição de estar a uma mesma distância entre as cercas que dividem o terreno do cultivo de morango com os outros que são de cultivo de alface e couve, ela deve traçar as bissetrizes dos ângulos internos do triângulo formado pela cerca do terreno destinado ao cultivo de morango e colocar o aspersor no ponto em que essas bissetrizes se cruzam.

38. Identifique e copie no caderno as frases que apresentam as informações incorretas, corrigindo-as.

a) O incentro de um triângulo é o ponto de encontro de suas medianas.

b) Em um triângulo é possível traçar 3 bissetrizes.

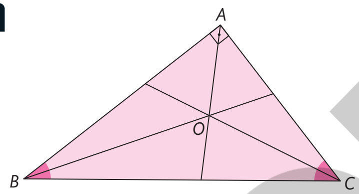
c) Em um triângulo, o segmento de reta que liga um vértice do triângulo ao ponto médio de seu lado oposto é denominado altura.

d) O ortocentro de um triângulo é o ponto de encontro de suas alturas.

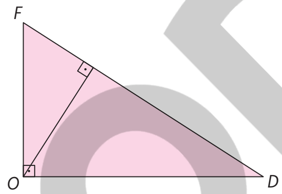
e) O encontro das mediatrizes de um triângulo é denominado circuncentro.

39. Realize as medições necessárias e escreva no caderno qual ponto notável está representado pelo ponto *O* em cada triângulo retângulo a seguir.

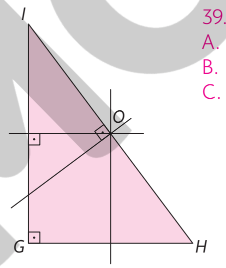
A.



B.



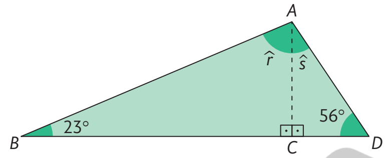
C.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

39. Respostas:
A. Incentro;
B. Ortocentro;
C. Circuncentro.

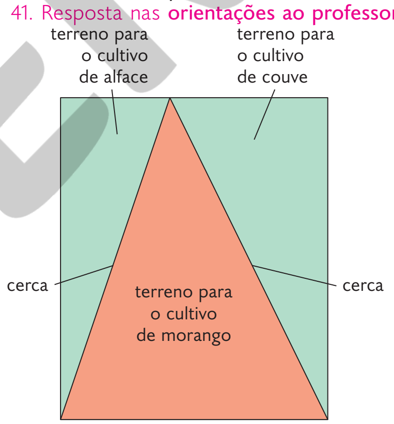
40. No triângulo a seguir, determine $\hat{r}$ e $\hat{s}$, sabendo que $\overline{AC}$ é uma altura do triângulo. 40. Resposta: $\hat{r} = 67°$ e $\hat{s} = 34°$.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

41. A figura a seguir representa um terreno no qual Juliana cultiva alface, couve e morangos. No interior do terreno do cultivo de morangos, ela pretende instalar um aspersor para auxiliar na irrigação, de modo que ele fique instalado a uma mesma medida de distância entre as cercas que dividem o terreno com o cultivo de alface e couve. No caderno, escreva como Juliana deve proceder para colocar esse aspersor considerando a condição estipulada.

41. Resposta nas **orientações ao professor**.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

42. Construa no caderno um triângulo qualquer e, utilizando régua e compasso, trace as três mediatrizes.

42. Resposta pessoal.

43. Utilizando o GeoGebra, construa um triângulo qualquer e, em seguida, obtenha seu incentro e a circunferência inscrita nele. 43. Resposta pessoal.

38. Sugestões de correção: a) O baricentro de um triângulo é o ponto de encontro de suas medianas. c) Em um triângulo, o segmento de reta que liga um vértice do triângulo ao ponto médio de seu lado oposto é denominado mediana.

44. Napoleão Bonaparte (1769-1821), um dos mais famosos generais dos tempos contemporâneos, nasceu em Ajácio, na Córsega, na França. De família pobre, mas dona de um título de nobreza da República de Gênova, aderiu à Revolução Francesa e ficou conhecido por suas brilhantes estratégias de guerra. Em 1793, com apenas 24 anos, tornou-se o mais jovem general do Exército francês. Napoleão Bonaparte era amigo de grandes matemáticos franceses de sua época. Influenciado pelo matemático Lorenzo Mascheroni, realizou alguns estudos relacionados a construções geométricas. A mais famosa das contribuições que Napoleão trouxe à área da Geometria está citada no teorema a seguir.


MUSEU DE HISTÓRIA DA ARTE, VIENA, ÁUSTRIA

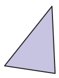
Napoleão Bonaparte, por Andrea Appiani. Séc. XIX. Coleção particular. Óleo sobre tela, 100 cm × 75 cm.

Teorema de Napoleão: os baricentros de 3 triângulos equiláteros, que têm como bases os lados de um triângulo qualquer, são vértices de outro triângulo equilátero.

44. a) Resposta: Napoleão Bonaparte foi um dos mais famosos generais dos tempos contemporâneos e um brilhante estrategista de guerra, tornando-se o mais jovem general do Exército francês, com apenas 24 anos.

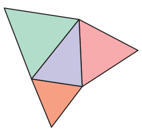
Para aplicar o teorema de Napoleão, executamos os seguintes passos.

1º Desenhamos um triângulo qualquer.

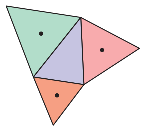


44. e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes encontrem em sua pesquisa o teorema da base média e o teorema de Ceva.

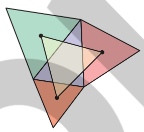
2º A partir dos lados do triângulo anterior, desenhamos 3 triângulos equiláteros.



3º Em seguida, determinamos os baricentros dos 3 triângulos equiláteros.



4º Por último, traçamos segmentos de reta unindo os baricentros e obtemos outro triângulo equilátero.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Fontes de pesquisa: EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004. p. 460, 485, 587, 589; REVISTA do professor de matemática (RPM). São Paulo: SBM, 1989. p. 47.

a) Quem foi Napoleão Bonaparte?

b) Cite, de acordo com o texto, dois fatos importantes na vida de Napoleão Bonaparte. Depois, compare com os colegas e verifique se vocês destacaram os mesmos fatos.

c) Em sua opinião, o interesse de Napoleão pela Matemática contribuiu para que ele se tornasse um estrategista de guerra? 44. c) Resposta pessoal.

d) O que você sabe sobre a Revolução Francesa? Faça uma pesquisa a esse respeito. 44. d) Resposta pessoal.

e) Realize uma pesquisa e verifique se existem outros teoremas relacionados aos pontos notáveis de um triângulo.

44. b) Resposta pessoal: Espera-se que os estudantes citem que Napoleão Bonaparte aderiu à Revolução Francesa, transformou-se em um dos principais estrategistas de guerra da França, tornou-se o mais jovem general do Exército francês, realizou grandes feitos militares e promoveu estudos relacionados a construções geométricas.

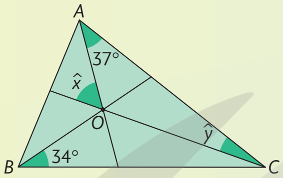
- Durante a atividade **44**, incentive os estudantes a desenvolver a **leitura inferencial**. Para isso, realize questionamentos como os apresentados, relacionando os textos aos seus possíveis conhecimentos prévios. Permita que os estudantes troquem opiniões e exercitem sua capacidade de **argumentação**. Se necessário, disponibilize outros textos sobre o assunto, para que eles possam aprofundar seus conhecimentos e ter mais subsídios para se posicionarem perante os colegas. Ao final, peça-lhes que registrem no caderno os argumentos utilizados. Para tirar maior proveito desta atividade, sugira que realizem uma pesquisa sobre o matemático Lorenzo Mascheroni (1750-1800) e registrem no caderno os resultados obtidos nessa pesquisa.
- Avalie a possibilidade de realizar um trabalho interdisciplinar com o componente curricular de **História**, abordando, por exemplo, as guerras em que Napoleão Bonaparte se envolveu e as estratégias utilizadas por ele.
- No item **c** da atividade **44**, ao pedir a opinião dos estudantes sobre o assunto, converse com eles a respeito do pluralismo de ideias e da importância de buscar dados científicos para saber mais acerca de determinado tema. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo, promovendo a **Competência geral 9**.
- Ao abordar o conhecimento historicamente construído, a linguagem artística e científica, e por incentivar a realização de pesquisas, o item **e** da atividade **44** promove as **Competências gerais 1**, **4** e **5**. Além disso, esse item contribui para a compreensão da Matemática como uma construção humana, decorrente das necessidades e preocupações de diferentes povos, além de fazer uso de processos e ferramentas matemáticas para resolver problemas envolvendo outras áreas do conhecimento, promovendo também as **Competências específicas de Matemática 1** e **5**.
- Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, apresente a eles a atividade do boxe **Sugestão de avaliação** que se encontra na página seguinte. Ao fazer isso, reproduza os triângulos e escreva o enunciado na lousa.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a quadriláteros, assunto possivelmente estudado em anos anteriores. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Ao longo deste tópico, serão trabalhadas demonstrações de propriedades dos quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos, contemplando a habilidade **EF08MA14**.
- A questão **8** tem por objetivo levar os estudantes a perceber que paralelogramos e trapézios são tipos de quadriláteros, porém há outros tipos. Ao propor a construção de quadriláteros sob certas condições, essa questão exercita a curiosidade intelectual, por meio da investigação e da reflexão, contemplando aspectos da **Competência geral 2**.

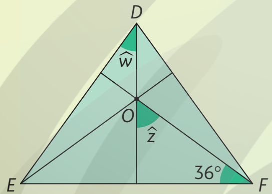
Sugestão de avaliação

- Determine os valores de $\hat{x}$ e $\hat{y}$, $\hat{z}$ e $\hat{w}$ nos triângulos a seguir, sabendo que o ponto O representa o incentro do $\triangle ABC$ e o ortocentro do $\triangle DEF$.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

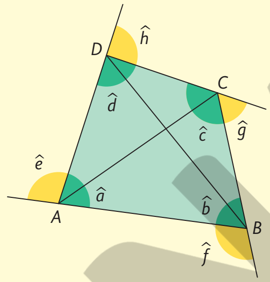
Resoluções e comentários

A. Como o ponto O é o incentro do $\triangle ABC$, os segmentos de retas com origem nos vértices e extremidade nos lados opostos a esses vértices representam bissetrizes. Assim, o ângulo $\hat{A}$ mede 74°, o ângulo $\hat{B}$ mede 68° e o ângulo $\hat{C}$ mede 38°. Logo, $\hat{y} = 19°$. Para determinar a medida $\hat{x}$, podemos efetuar a adição $\hat{x} = \hat{y} + 37°$, pois a medida $\hat{x}$ corresponde ao ângulo externo do $\triangle OAC$. Portanto, $\hat{x} = 56°$.

Quadriláteros

O **quadrilátero** é um polígono de quatro lados e, consequentemente, 4 vértices, 4 ângulos internos, 4 ângulos externos e 2 diagonais, quando convexos. Analise os elementos do quadrilátero *ABCD*a seguir.

- Nome: quadrilátero *ABCD*.
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$.
- Vértices: *A*, *B*, *C* e *D*.
- Diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.
- Medidas dos ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$.
- Medidas dos ângulos externos: $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$.

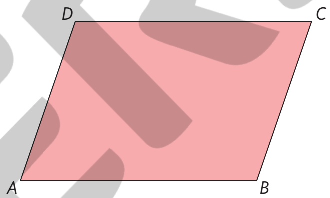


Podemos classificar alguns quadriláteros em paralelogramos ou trapézios.

Paralelogramo é um quadrilátero que tem os lados opostos paralelos.

No paralelogramo *ABCD*:

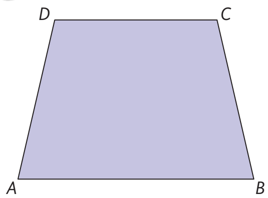
- o lado $\overline{AB}$ é paralelo ao lado $\overline{CD}$ (indicamos assim: $\overline{AB}//\overline{CD}$);
- o lado $\overline{AD}$ é paralelo ao lado $\overline{BC}$.



Trapézio é um quadrilátero que tem somente 2 lados paralelos.

No trapézio *ABCD*:

- o lado $\overline{AB}$ é paralelo ao lado $\overline{CD}$ $(\overline{AB}//\overline{CD})$;
- o lado $\overline{BC}$ não é paralelo ao lado $\overline{AD}$.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Em um trapézio, os lados paralelos são chamados **bases**. Nesse trapézio, $\overline{AB}$ é a **base maior**, e $\overline{CD}$, a **base menor**.

Questão 8. Existem quadriláteros que não são paralelogramos nem trapézios. Com o auxílio de uma régua, construa no caderno dois quadriláteros que não sejam paralelogramos nem trapézios e mostre para um colega. Depois, explique para ele por que o quadrilátero que você construiu não caracteriza um paralelogramo nem um trapézio.

Questão 8. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes construam quadriláteros sem pares de lados paralelos.

Há outras maneiras de calcular essa medida.

B. Sabendo que o ponto O é o ortocentro do $\triangle DEF$, os segmentos de retas com origem nos vértices e extremidade nos lados opostos a esses vértices representam alturas e, portanto, são perpendiculares a esses lados. Logo:

$\hat{z} + 36° = 90°$

$\hat{z} + 36° - 36° = 90° - 36°$

$\hat{z} = 54°$

Utilizando o conceito de ângulo oposto pelo vértice, temos:

$\hat{z} + \hat{w} = 90°$

$54° + \hat{w} = 90°$

$54° - 54° + \hat{w} = 90° - 54°$

$\hat{w} = 36°$

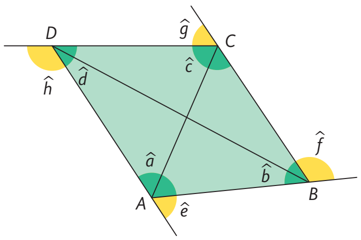
Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

45. Resposta: Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$; vértices: *A*, *B*, *C* e *D*; diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$; medidas dos ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$; medidas dos ângulos externos: $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$.

45. No caderno, nomeie os lados, os vértices, as diagonais, as medidas dos ângulos internos e as medidas dos ângulos externos do quadrilátero.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

46. Indique somente as frases relacionadas a quadriláteros convexos.

A. Polígono que tem 2 diagonais.

B. De cada um de seus vértices partem 2 diagonais.

C. A soma das medidas dos ângulos internos é igual à dos ângulos externos.

D. Traçando uma de suas diagonais, é possível dividir esse polígono em 2 triângulos.

46. Resposta: Frases **A**, **C** e **D**.

47. Considere os ângulos internos de um quadrilátero convexo cujas medidas são

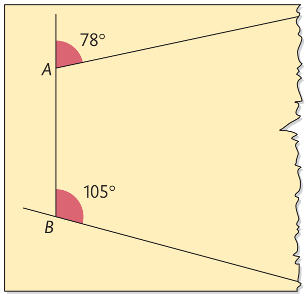
$\hat{a} = 2x + 10°$, $\hat{b} = 2(x - 1°)$, $\hat{c} = 3x - 2°$ e $\hat{d} = \dfrac{x + 18°}{2}$. 47. Resposta: Alternativa **e**.

Determine $(\hat{a} + \hat{b}) - (\hat{c} + \hat{d})$.

a) 14°
b) 16°
c) 18°
d) 22°
e) 24°

48. A figura representa parte de um quadrilátero *ABCD*, no qual estão indicadas a medida de um ângulo interno e a medida de um ângulo externo.

48. a) Resposta: 1 diagonal; 1 diagonal.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantas diagonais é possível traçar partindo do vértice *B*? E do vértice *A*?

b) Escreva no caderno as medidas dos ângulos internos e dos ângulos externos relacionados aos vértices *A* e *B*.

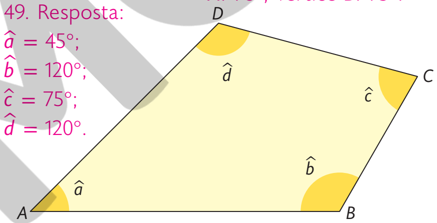
c) Escreva no caderno uma possível medida para cada ângulo interno e ângulo externo relacionados aos vértices *C* e *D*.

49. Determine as medidas dos ângulos internos do quadrilátero de acordo com as dicas a seguir.

- O menor ângulo interno mede 45°.
- $\hat{c} = 30° + \hat{a}$
- $\hat{b} = \hat{d}$

48. b) Resposta: Medidas dos ângulos internos: vértice *A*: 102°; vértice *B*: 105°; medidas dos ângulos externos: vértice *A*: 78°; vértice *B*: 75°.

49. Resposta:
$\hat{a}$ = 45°;
$\hat{b}$ = 120°;
$\hat{c}$ = 75°;
$\hat{d}$ = 120°.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

48. c) Sugestão de resposta: Medidas dos ângulos internos: vértice *C*: 68°; vértice *D*: 85°; medidas dos ângulos externos: vértice *C*: 112°; vértice *D*: 95°.

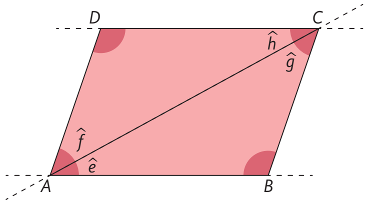
- A atividade **45** tem por objetivo nomear os elementos que constituem um quadrilátero, como pontos, segmentos de retas e ângulos. Aproveite essa atividade para acompanhar o desenvolvimento da escrita matemática dos estudantes ao representar tais elementos geométricos.
- O objetivo da atividade **46** é levar os estudantes a reconhecer algumas características dos quadriláteros. Oriente-os a desenhar um quadrilátero qualquer no caderno e utilizá-lo para explorar as características indicadas em cada item. Ao final da atividade, peça a eles que indiquem o polígono do item **C**.
- A atividade **47** trabalha a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero. Ao resolvê-la, o estudante requer o uso de conhecimentos algébricos, como resolução de equações do 1º grau, valor numérico de uma expressão algébrica e operações envolvendo números fracionários. Caso tenham dificuldades durante a resolução desta atividade, verifique se tais dificuldades referem-se ao campo geométrico ou ao campo algébrico.
- Existem várias respostas para o item **c** da atividade **48**. Sendo assim, durante a resolução desta atividade, espera-se que os estudantes escrevam medidas de ângulos internos que, ao serem adicionadas às informações da atividade, resultem em 360° e escrevam medidas para ângulos externos que, ao serem adicionadas às informações da atividade, resultem também em 360°. Se necessário, com a ajuda dos estudantes, escreva alguns exemplos na lousa.
- A atividade **49** envolve a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero. Sugira aos estudantes que analisem a figura, a fim de identificar o ângulo de menor abertura. Para determinar as medidas dos ângulos $\hat{b}$ e $\hat{d}$, lembre-os, se necessário, de que a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero mede 360° e, utilizando esse resultado, sugira que escrevam uma equação do 1º grau.

• Ao abordar o assunto desta página, verifique se os estudantes estão compreendendo as explicações. Se necessário, faça o desenho do paralelogramo na lousa e utilize-o para esclarecer as dúvidas que surgirem. As demonstrações das propriedades do paralelogramo contribuem para o desenvolvimento da habilidade **EF08MA14**.

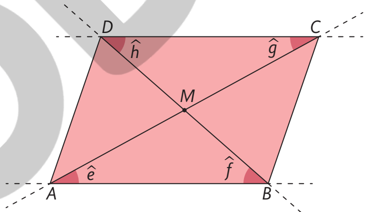
Paralelogramos

Estudamos anteriormente que os paralelogramos têm os lados opostos paralelos. Agora, vamos aprofundar o estudo e verificar as seguintes propriedades dos paralelogramos.

- **1ª propriedade**: em um paralelogramo, os lados opostos são congruentes.
  Para verificar essa propriedade, vamos considerar o paralelogramo *ABCD* e traçar a diagonal $\overline{AC}$, obtendo os triângulos *ABC* e *CDA*.



  Temos $\hat{e} = \hat{h}$ e $\hat{f} = \hat{g}$, pois essas são as medidas de pares de ângulos alternos internos. Além disso, $\overline{AC}$ é o lado comum dos triângulos *ABC* e *CDA*.
  Assim, pelo caso *ALA* de congruência de triângulos, temos $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.
  Portanto, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ e $\overline{DA} \cong \overline{BC}$, isto é, os lados opostos do paralelogramo são congruentes.
- **2ª propriedade**: em um paralelogramo, os ângulos internos opostos são congruentes.
  Para verificar essa propriedade, vamos considerar o paralelogramo *ABCD* apresentado na 1ª propriedade.
  Vimos que $\triangle ABC \cong \triangle CDA$. Então, $A\hat{B}C \cong C\hat{D}A$.
  De maneira semelhante, traçando a diagonal $\overline{BD}$ do paralelogramo, obtemos os triângulos *DAB* e *BCD* e verificamos que $\triangle DAB \cong \triangle BCD$. Então, $D\hat{A}B \cong B\hat{C}D$.
  Portanto, os ângulos internos opostos do paralelogramo são congruentes.
- **3ª propriedade**: em um paralelogramo, as diagonais se cruzam em seus pontos médios.
  Para verificar essa propriedade, vamos traçar as diagonais do mesmo paralelogramo *ABCD* e analisar os triângulos *AMB* e *CMD* obtidos.

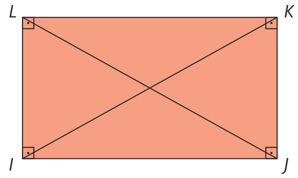


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

  Temos $\hat{e} = \hat{g}$ e $\hat{f} = \hat{h}$, pois são as medidas de pares de ângulos alternos internos. Além disso, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, pois são lados opostos do paralelogramo.
  Assim, pelo caso *ALA* de congruência de triângulos, temos $\triangle AMB \cong \triangle CMD$.
  Portanto, $\overline{AM} \cong \overline{CM}$ e $\overline{BM} \cong \overline{DM}$, isto é, o ponto *M* em que as diagonais se cruzam é o ponto médio de cada diagonal.

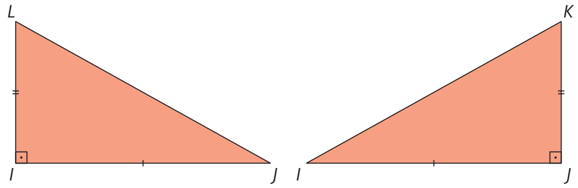
Alguns paralelogramos podem ser classificados em **retângulo**, **losango** ou **quadrado**.

- **Retângulo** é o paralelogramo que tem todos os ângulos internos retos.
  Considere o retângulo *IJKL* a seguir.



Propriedade: em um retângulo, as diagonais são congruentes.

Para verificar essa propriedade, vamos considerar os triângulos *IJL* e *JIK* do paralelogramo anterior, obtidos ao traçar as diagonais desse retângulo.



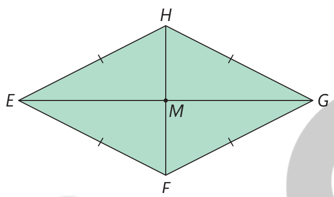
Note que $L\hat{I}J$ e $K\hat{J}I$ são ângulos retos e $\overline{IJ}$ é o lado comum dos triângulos.

Além disso, $\overline{IL} \cong \overline{JK}$, pois são lados opostos do retângulo.

Assim, pelo caso *LAL* de congruência de triângulos, temos $\triangle IJL \cong \triangle JIK$.

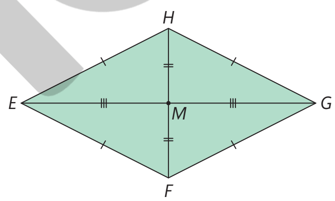
Portanto, $\overline{JL} \cong \overline{IK}$, isto é, as diagonais do retângulo são congruentes.

- **Losango** é o paralelogramo que tem todos os lados com medidas iguais.
  Considere o losango *EFGH* a seguir.



Propriedade: em um losango, as diagonais são perpendiculares entre si e correspondem às bissetrizes dos ângulos internos.

Para verificar essa propriedade, considere os triângulos *EMH*, *GMH*, *FMG* e *FME*, obtidos ao traçar as diagonais do losango *EFGH*. Como $EH = HG = GF = EF$ (lados do losango são congruentes), $EM = MG$ (*M* é ponto médio do segmento *EG*) e $FM = MH$ (*M* é ponto médio do segmento *FH*), segue que os quatro triângulos são congruentes pelo caso *LLL*.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

- Ao desenvolver o trabalho com os conteúdos desta página, ressalte para os estudantes que o retângulo, o quadrado e o losango são paralelogramos. Nesse sentido, promova uma conversa com eles a fim de verificar se compreenderam a diferença entre esses três tipos de quadriláteros.

225

• A questão **9** tem por objetivo demonstrar a propriedade do quadrado por meio da congruência de triângulos. Por se tratar de um quadrilátero, essa questão contempla a habilidade **EF08MA14**. Se necessário, faça o desenho do quadrado na lousa e, com a ajuda dos estudantes, realize a demonstração.

Algo a mais

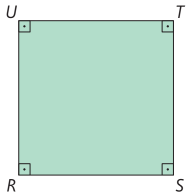
Caso considere relevante, complemente o estudo sobre quadriláteros assistindo ao filme **A Prova**, produzido em 2005, sob a direção de John Madden. Esse filme aborda, entre outras temáticas, demonstrações matemáticas, assunto bastante trabalhado em **Geometria**.

Assim, os 4 ângulos correspondentes com vértices nas extremidades do segmento *EG* são congruentes. O mesmo ocorre com os 4 ângulos com vértices nas extremidades do segmento *FH*. Além disso, ainda da congruência dos quatro triângulos, os quatro ângulos com vértices em *M* são congruentes. Como a soma das medidas desses ângulos é 360°, segue que cada um deles mede 90°.

Portanto, as diagonais do losango são perpendiculares entre si e correspondem às bissetrizes dos ângulos internos.

- **Quadrado** é o paralelogramo que tem todos os lados com medidas iguais e todos os ângulos internos retos. Por isso, o quadrado é um caso particular de losango e de retângulo.

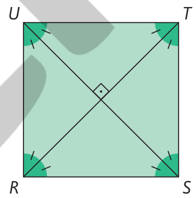
  Considere o quadrado *RSTU* a seguir.



Propriedade: as diagonais de um quadrado são congruentes, perpendiculares entre si e correspondem às bissetrizes dos ângulos internos.

Para verificar essas propriedades, basta saber que o quadrado é um caso particular de losango e de retângulo e, então, que ele apresenta as propriedades de ambos.

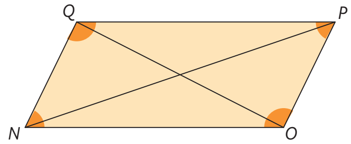
- $\overline{RT} \cong \overline{SU}$;
- $\overline{RT}$ é perpendicular a $\overline{SU}$;
- $\overline{RT}$ é a bissetriz relativa ao ângulo $U\hat{R}S$ ou $S\hat{T}U$;
- $\overline{SU}$ é a bissetriz relativa ao ângulo $R\hat{S}T$ ou $T\hat{U}R$.



Questão 9. Vimos que para verificar a propriedade do quadrado apresentada nesta página basta considerá-lo como um caso particular de losango e de retângulo. Agora, em seu caderno, demonstre essa propriedade utilizando a congruência de triângulos.

Há paralelogramos que não podem ser classificados como retângulo, losango ou quadrado. O paralelogramo *NOPQ* a seguir, por exemplo, é um deles.

- $NP \neq OQ$;
- $\overline{NP}$ não é a bissetriz relativa ao ângulo $Q\hat{N}O$ ou $O\hat{P}Q$;
- $\overline{OQ}$ não é a bissetriz relativa ao ângulo $N\hat{O}P$ ou $P\hat{Q}N$.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Questão 9. Resposta na seção **Resoluções**.

226

Resumindo as propriedades estudadas, obtemos o seguinte quadro.

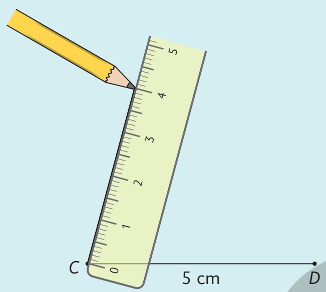
Paralelogramos	Os lados opostos são congruentes. Os ângulos internos opostos são congruentes. As diagonais se cruzam nos respectivos pontos médios.
Retângulos	Têm as propriedades dos paralelogramos. As diagonais são congruentes.
Losangos	Têm as propriedades dos paralelogramos. As diagonais são perpendiculares entre si. As diagonais correspondem às bissetrizes dos ângulos internos.
Quadrados	Como o quadrado é um caso particular de losango e de retângulo, ele tem todas as propriedades de ambos.

Instrumentos e *softwares*

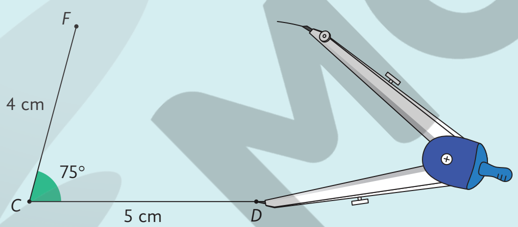
Construindo paralelogramos com régua, compasso e transferidor

Nesta seção, com régua, compasso e transferidor, vamos construir um paralelogramo $CDEF$, tal que $CD = 5\,\text{cm}$, $CF = 4\,\text{cm}$ e $\text{med}(D\hat{C}F) = 75°$. Para isso, siga as orientações do professor e os passos apresentados.

1º. Com régua e transferidor, construa $\overline{CD}$, $\overline{CF}$ e $D\hat{C}F$.



2º. Com a ponta-seca do compasso em D e abertura igual à medida do comprimento de $\overline{CF}$, trace um arco como indicado a seguir.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- Antes de abordar a síntese do quadro, sugira aos estudantes que elaborem seu próprio resumo sobre as propriedades dos quadriláteros estudadas nesse tópico. Depois, peça a eles que comparem com o resumo apresentado no quadro.
- Antes de iniciar o trabalho com a seção **Instrumentos** e ***softwares***, por envolver o uso do compasso, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Ressalte a importância de terem cuidado ao manusear instrumentos dessa natureza.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

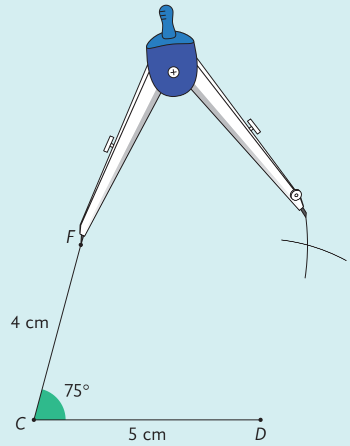
227

• A atividade **50** tem por objetivo identificar quadriláteros. Aproveite o contexto desta atividade para desenvolver um trabalho interdisciplinar com o componente curricular de **Arte**. Se possível, desenvolva um trabalho colaborativo com o professor desse componente curricular. Se achar interessante, sugira aos estudantes que pesquisem outras obras de arte deste e de outros artistas, analisem as figuras geométricas, aspectos relacionados à vida dos artistas e as ideias expressas nessas obras. Dessa maneira, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Diversidade cultural**, como também a **Competência geral 3**.

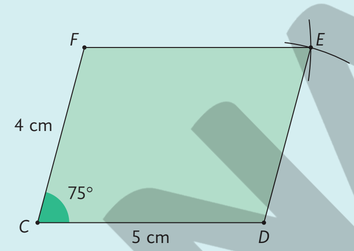
Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **50**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas** nas orientações gerais deste manual.

3º. Com a ponta-seca do compasso em *F* e abertura igual à medida do comprimento de $\overline{CD}$, trace um arco cruzando o anterior.



4º. A interseção dos arcos é o vértice *E* do paralelogramo. Por fim, trace $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ para obter o paralelogramo.

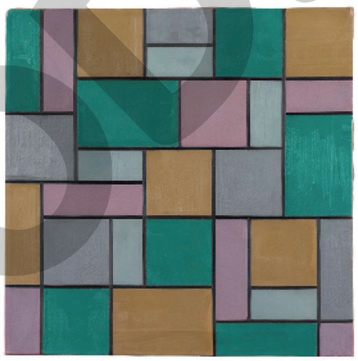


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

50. Theo van Doesburg (1883-1931) foi um importante pintor holandês que iniciou sua carreira influenciado pelos estilos do Pós-Impressionismo e do Fauvismo. Destacou-se com obras abstratas, principalmente trabalhando com figuras geométricas. A seguir, veja uma de suas obras.



MUSEU MUNICIPAL DE HAIA, PAÍSES BAIXOS

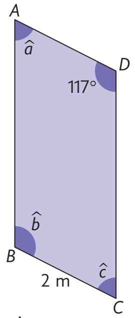
Composição 17, de Theo van Doesburg, 1919. Óleo sobre tela, 50 cm × 50 cm. Museu de Haia, Holanda.

a) Quais quadriláteros você identifica nessa tela?

b) As medidas dos ângulos internos desses quadriláteros são iguais? Quais são as medidas desses ângulos internos? 50. b) Respostas: Sim; 90°.

50. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes identifiquem retângulos e quadrados.

51. Considere o paralelogramo a seguir.



Escreva no caderno:

a) a medida do comprimento do lado $\overline{AD}$.

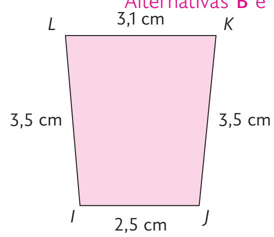
b) as medidas $\hat{a}$ e $\hat{c}$.

c) a medida do comprimento do lado $\overline{AB}$, sabendo que o perímetro desse paralelogramo mede 12 m.

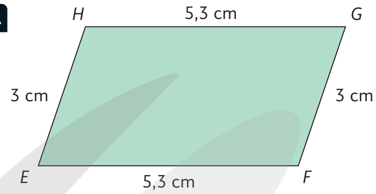
51. Respostas: a) 2 m; b) $\hat{a} = \hat{c} = 63°$; c) 4 m.

52. De acordo com as medidas indicadas, determine qual quadrilátero a seguir é um paralelogramo. 52. Resposta: Alternativas **B** e **C**.

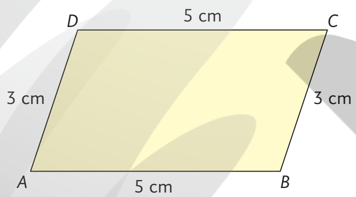
A.



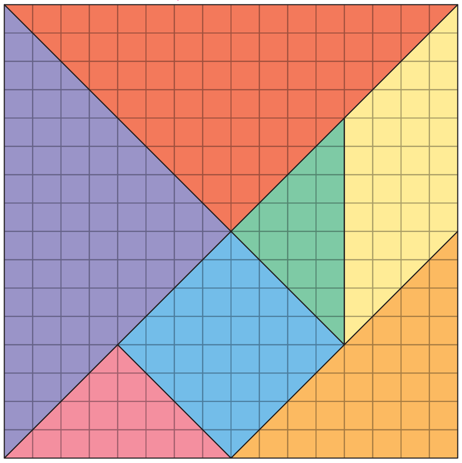
B.



C.



53. Considere o tangram representado a seguir. 53. Respostas: a) Triângulos e quadriláteros; b) Quadrado; c) 45°, 135°, 45° e 135°.

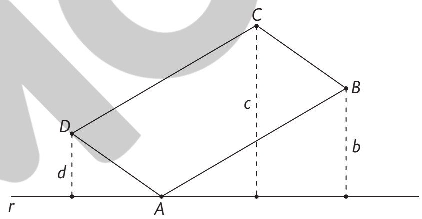


a) As peças que compõem o tangram têm formato de quais polígonos?

b) Qual desses quadriláteros tem ângulos internos retos?

c) Determine as medidas dos ângulos internos do quadrilátero que não têm ângulos retos.

54. Na figura a seguir, *ABCD* é um paralelogramo e o vértice *A* pertence à reta *r*. Sabendo que *b*, *c* e *d* são as medidas das distâncias dos vértices *B*, *C* e *D* à reta *r*, respectivamente, explique por que $c = b + d$. 54. Resposta na seção **Resoluções**.



- As atividades deste tópico abordam aspectos da habilidade **EF08MA14**.
- Nas atividades **51** e **52**, os estudantes farão uso das propriedades do paralelogramo, ao reconhecer que lados e ângulos opostos de um paralelogramo têm, respectivamente, comprimentos e ângulos de mesma medida. Se necessário, lembre-os de que a medida do perímetro de um polígono corresponde à soma das medidas dos comprimentos de seus lados.
- Na atividade **53**, se possível, leve um tangram para a sala de aula, a fim de que os estudantes possam manuseá-lo e identificar os triângulos congruentes. Ao constatar alguma dificuldade, sugira que utilizem o quadriculado da malha para analisar as medidas dos comprimentos dos lados e a medida dos ângulos dos quadriláteros.
- A atividade **54** possibilita trabalhar as propriedades dos quadriláteros associadas à congruência de triângulos. Faça o desenho da figura na lousa e, com a ajuda dos estudantes, construa a solução.

• Para trabalhar a atividade **55**, providencie, com antecedência, régua, compasso e transferidor em quantidade suficiente e disponibilize esse material em sala de aula. Em caso de dificuldade, peça a eles que consultem a seção **Instrumentos e *softwares*** nas páginas **227** e **228**. Ao final da atividade, pergunte se é possível obter um quadrilátero que seja, ao mesmo tempo, retângulo, quadrado e losango.

Nessa atividade, por envolver o uso do compasso, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Ressalte a importância de terem cuidado ao manusear instrumentos dessa natureza.

• Ao propor a construção de quadriláteros utilizando instrumentos de medida, a atividade **55** exercita a curiosidade intelectual, por meio da investigação e da reflexão, bem como mobiliza o uso de ferramentas matemáticas para modelar e resolver problemas. Ao fazer isso, contribui para o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 5** e da **Competência geral 2**. Ao propor o trabalho colaborativo entre os estudantes, esta atividade promove o uso da linguagem matemática e científica para expressar e partilhar informações, abordando, dessa maneira, a **Competência geral 4**. Aproveite o convite à interação entre os estudantes e converse com eles sobre o pluralismo de ideias e a importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo. Desse modo, promovem-se a **Competência específica de Matemática 8** e a **Competência geral 9**.

• Aproveite o fato de que a atividade **55** é proposta em grupo/duplas e oriente os estudantes acerca da importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying*** nas orientações gerais deste manual.

• A atividade **56** tem por objetivo classificar quadriláteros. Oriente os estudantes a considerar as medidas dos ângulos internos e a medida do comprimento do lado do quadradinho da malha para identificar os quadriláteros.

• Na atividade **57**, os estudantes devem utilizar as propriedades dos quadriláteros e a soma dos ângulos internos de um triângulo para identificar a medida dos ângulos internos de cada figura. Em caso de dificuldade para determinar o valor de x, sugira que escrevam uma equação do 1º grau.

55. **Junte-se** a um colega e construam no caderno os paralelogramos cujas medidas estão indicadas nos quadros. Depois verifiquem, entre os paralelogramos que vocês construíram, se há algum retângulo, losango ou quadrado.

55. Resposta na seção **Resoluções**.

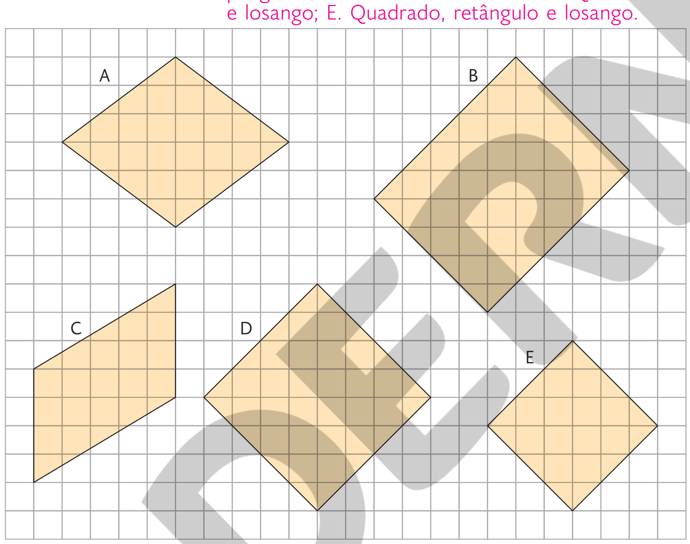
A. Paralelogramo $ABCD$
$AB = 7\,\text{cm}$
$\text{med}(B\hat{A}D) = 62°$
$AD = 5\,\text{cm}$

B. Paralelogramo $EFGH$
$EF = 5\,\text{cm}$
$\text{med}(F\hat{E}H) = 46°$
$EH = 4\,\text{cm}$

C. Paralelogramo $IJKL$
$IJ = 6\,\text{cm}$
$\text{med}(J\hat{I}L) = 110°$
$IL = 3\,\text{cm}$

56. Classifique, se possível, cada paralelogramo desenhado na malha quadriculada em quadrado, retângulo ou losango.

56. Resposta: A. Losango; B. Retângulo; C. Nenhum dos polígonos descritos no enunciado; D. Quadrado, retângulo e losango; E. Quadrado, retângulo e losango.

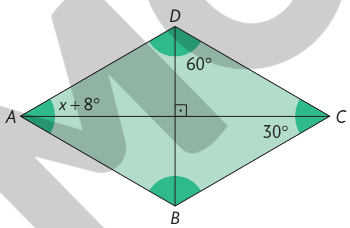


HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

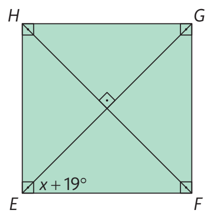
57. Calcule o valor de x em cada paralelogramo.

57. Respostas: A. $x = 22°$; B. $x = 26°$; C. $x = 40°$.

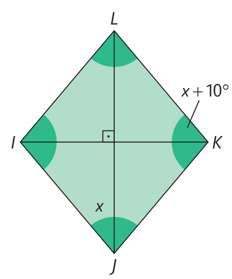
A.



B.



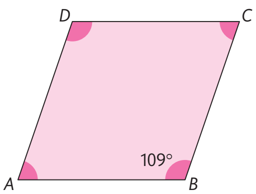
C.



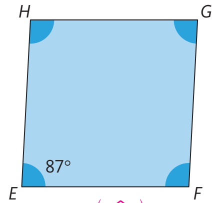
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

58. Determine as medidas dos ângulos internos de cada paralelogramo.

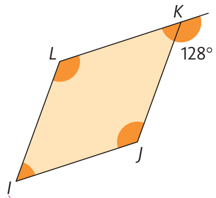
A.



B.



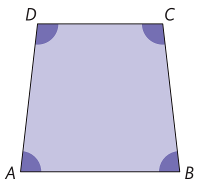
C.



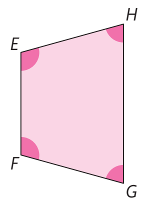
58. Respostas: A. $\text{med}(B\hat{A}D) = 71°$; $\text{med}(A\hat{B}C) = 109°$; $\text{med}(B\hat{C}D) = 71°$; $\text{med}(A\hat{D}C) = 109°$; B. $\text{med}(F\hat{E}H) = 87°$; $\text{med}(E\hat{F}G) = 93°$; $\text{med}(F\hat{G}H) = 87°$; $\text{med}(E\hat{H}G) = 93°$; C. $\text{med}(J\hat{I}L) = 52°$; $\text{med}(I\hat{J}K) = 128°$; $\text{med}(J\hat{K}L) = 52°$; $\text{med}(I\hat{L}K) = 128°$.

Trapézio

Estudamos anteriormente que os trapézios têm somente dois lados opostos paralelos, chamados **bases**.



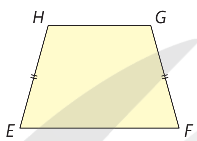
Nesse trapézio, $\overline{AB}$ é a base maior e $\overline{CD}$ é a base menor.



Nesse trapézio, $\overline{GH}$ é a base maior e $\overline{FE}$ é a base menor.

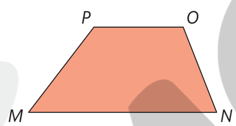
Um trapézio pode ser classificado em **isósceles**, **retângulo** ou **escaleno**.

Trapézio isósceles é aquele que tem os lados não paralelos com medidas de comprimento iguais.



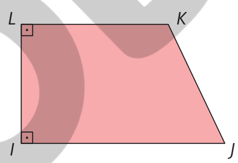
$EH = FG$

Trapézio escaleno é aquele que tem os lados não paralelos com medidas de comprimento diferentes.



$MP \neq NO$

Trapézio retângulo é um trapézio escaleno que tem um dos lados não paralelos perpendicular às bases.



$\overline{IL}$ é perpendicular a $\overline{IJ}$ e a $\overline{KL}$.

Questão 10. Utilizando a congruência de triângulos, mostre, em seu caderno, que no trapézio isósceles, os ângulos internos da mesma base são congruentes e as diagonais são congruentes. Questão 10. Resposta na seção **Resoluções**.

- A atividade **58** tem por objetivo calcular as medidas dos ângulos internos de um paralelogramo. Verifique se os estudantes estão lembrados de que, em um paralelogramo, os ângulos internos opostos são congruentes. Essa atividade aborda ainda a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero e o conceito de ângulos suplementares.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a trapézios. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto, tornando o estudo mais significativo.
- A questão **10** tem por objetivo explorar as características de um trapézio isósceles. Em caso de dificuldade, desenhe um trapézio na lousa e, com a ajuda dos estudantes, faça a demonstração. Ao propor a demonstração de propriedades de um quadrilátero por meio da congruência de triângulos, é abordada a habilidade **EF08MA14**.

• A atividade **59** tem por objetivo identificar e nomear elementos do trapézio. Se necessário, peça aos estudantes que analisem as figuras e identifiquem os lados paralelos. Aproveite essa atividade para acompanhar o desenvolvimento da escrita matemática deles ao representar elementos geométricos.

• Na atividade **60**, o objetivo é classificar trapézios. Em caso de dificuldade, oriente os estudantes a considerar o lado do quadradinho da malha como unidade de medida de comprimento e lembre-os de que todos os ângulos internos do quadrado medem 90°. Nas figuras **C** e **D**, evidencie que os trapézios satisfazem às duas classificações.

• A atividade **61** envolve a soma das medidas dos ângulos internos de um paralelogramo. Ao resolvê-la, requer-se o uso de conhecimentos algébricos, como resolução de equações do 1º grau e valor numérico de uma expressão algébrica. Com isso, ao constatar dificuldades entre os estudantes, verifique se são relacionadas ao campo geométrico ou se são a respeito do campo algébrico. Por envolver diferentes campos da Matemática, essa atividade contempla aspectos da **Competência específica de Matemática 3**.

• A atividade **62** envolve a soma das medidas dos ângulos internos de um trapézio. Sugira aos estudantes que desenhem no caderno os trapézios e destaquem as aberturas dos ângulos informados no enunciado. Se necessário, no item **A**, sugira que consultem a questão **10** da página **231** para relembrar as propriedades do trapézio isósceles.

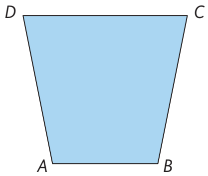
• A atividade **63** tem por objetivo explorar as propriedades do trapézio isósceles. Se necessário, lembre os estudantes de que, em um trapézio isósceles, os lados não paralelos são congruentes. Verifique se eles lembram como calcular a medida do perímetro de um polígono e, se for conveniente, relembre-os de como realizar os cálculos.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

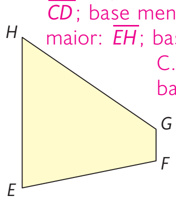
59. Identifique e nomeie no caderno a base maior e a base menor de cada trapézio.

A.

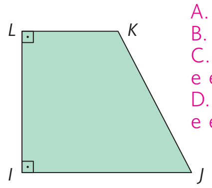


59. Respostas: A. Base maior: $\overline{CD}$; base menor: $\overline{AB}$; B. Base maior: $\overline{EH}$; base menor: $\overline{FG}$; C. Base maior: $\overline{IJ}$; base menor: $\overline{KL}$.

B.

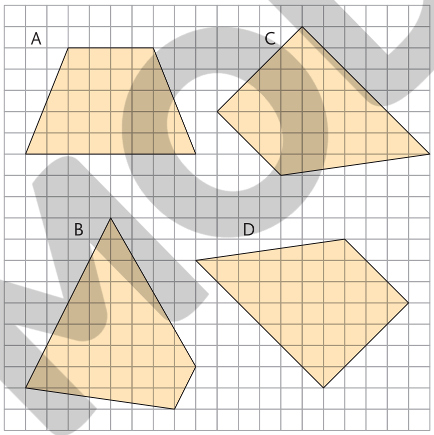


C.



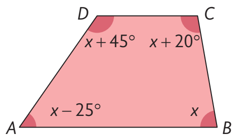
60. Respostas: A. Isósceles; B. Escaleno; C. Retângulo e escaleno; D. Retângulo e escaleno.

60. Classifique cada trapézio da malha quadriculada em isósceles, retângulo ou escaleno.

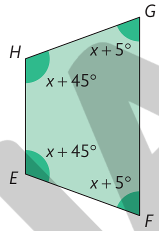


61. Determine o valor de x nos trapézios a seguir. Em seguida, calcule a medida de cada ângulo interno dos trapézios.

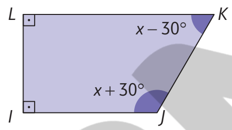
A.



B.



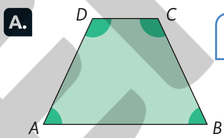
C.



61. Respostas nas **orientações ao professor**.

62. De acordo com as informações, determine a medida de cada ângulo interno dos trapézios a seguir.

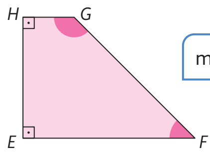
A.



$\text{med}(B\hat{A}D) = \text{med}(A\hat{B}C)$

$\text{med}(B\hat{C}D) = 115°$

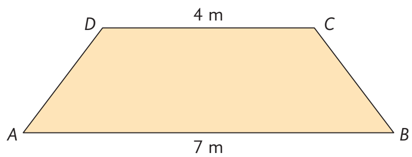
B.



$\text{med}(F\hat{E}H) = 2 \cdot \text{med}(E\hat{F}G)$

62. Respostas nas **orientações ao professor**.

63. Determine as medidas do comprimento de $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$, sabendo que o trapézio é isósceles e que a medida de seu perímetro é 16 m. 63. Resposta: $AD = BC = 2{,}5$ m.



Respostas

61. A. $x = 80°$; $\text{med}(B\hat{A}D) = 55°$; $\text{med}(A\hat{B}C) = 80°$; $\text{med}(B\hat{C}D) = 100°$; $\text{med}(A\hat{D}C) = 125°$; **B.** $x = 65°$; $\text{med}(F\hat{E}H) = 110°$; $\text{med}(E\hat{F}G) = 70°$; $\text{med}(F\hat{G}H) = 70°$; $\text{med}(E\hat{H}G) = 110°$; **C.** $x = 90°$; $\text{med}(L\hat{I}J) = 90°$; $\text{med}(I\hat{J}K) = 120°$; $\text{med}(J\hat{K}L) = 60°$; $\text{med}(A\hat{L}K) = 90°$.

62. A. $\text{med}(B\hat{A}C) = 65°$; $\text{med}(A\hat{B}C) = 65°$; $\text{med}(B\hat{C}D) = 115°$; $\text{med}(A\hat{D}C) = 115°$; **B.** $\text{med}(H\hat{E}F) = 90°$; $\text{med}(E\hat{F}G) = 45°$; $\text{med}(F\hat{G}H) = 135°$; $\text{med}(G\hat{H}E) = 90°$.

Círculo e circunferência

As formas circulares já eram conhecidas e utilizadas pelos povos antigos em várias situações. Temos alguns exemplos a seguir.


JOMAR APLAON/SHUTTERSTOCK

Por volta de 6 mil anos atrás, os mesopotâmicos, que viviam onde hoje é o Iraque, descobriram a roda e a utilizavam em várias de suas atividades.


SMIT/SHUTTERSTOCK

Há aproximadamente 5 mil anos, os inuítes já construíam, no Ártico, seus iglus com base circular.

Inuítes: povos nativos da região do Ártico americano.


GEORGIOS KOLLIDAS/SHUTTERSTOCK – COLEÇÃO PARTICULAR

Moeda grega de prata com o retrato de Alexandre Magno (século IV a.C.).


ALBUM/FOTOARENA – INSTITUTO DE ARTE DE CHICAGO, EUA

Moeda italiana de bronze (século III. a.C.).

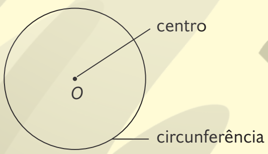

MUSEU DA CASA DA MOEDA DE PORTUGAL, LISBOA

Moeda de ouro da época do Brasil Império.

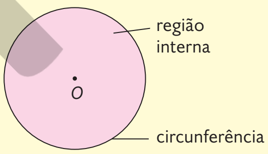
Questão 11. Em sua opinião, quais seriam as propriedades de uma figura circular que propiciaram seu uso desde a Antiguidade? Questão 11. Resposta pessoal.

Nessas imagens, podemos identificar formas que podem ser associadas a circunferências e círculos.

Uma linha fechada em um plano, formada por pontos equidistantes de um ponto fixo (centro) é chamada **circunferência**.



A união da circunferência com todos os pontos em seu interior é chamada **círculo**.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

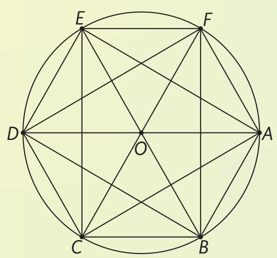
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a círculo e circunferência. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- A questão **11** tem por objetivo levar os estudantes a refletir sobre as razões pelas quais o círculo foi utilizado em situações cotidianas na Antiguidade. Para tirar melhor proveito dessa atividade, peça a eles que deem exemplos de situações já vivenciadas que utilizam o círculo e/ou a circunferência, como rodas de bicicletas, anéis e contornos de regiões, entre outras.
- Ao envolver o contexto da Antiguidade em uma atividade na qual os estudantes devem expor sua opinião, promovem-se os conhecimentos culturalmente construídos sobre o mundo físico, social e cultural, bem como se exercita a curiosidade intelectual, por meio da reflexão e da imaginação, incentivando o uso da linguagem matemática e científica para partilhar informações, experiências e ideias, contemplando as **Competências gerais 1**, **2** e **4**. Ao evidenciar a Matemática como uma construção humana, decorrente das necessidades e preocupações de diferentes povos, abordando a construção de argumentos convincentes levando-os a observações sistemáticas de aspectos presentes nas práticas sociais, são abordadas também as **Competências específicas de Matemática 1**, **2** e **4**.
- Ao pedir a opinião dos estudantes sobre o assunto abordado na questão **11**, converse com eles sobre o pluralismo de ideias e a importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais colegas, exercitando a empatia e o diálogo, promovendo a **Competência geral 9**.

- A atividade **64** tem por objetivo reconhecer objetos circulares que possibilitam desenhar um círculo. Sugira aos estudantes que identifiquem na sala de aula ou no pátio da escola objetos que têm partes circulares e que podem ser utilizados para desenhar um círculo. Ao final da atividade, peça a eles que compartilhem suas respostas com os colegas.
- A atividade **65** aborda a relação entre diâmetro e raio de uma circunferência. Se achar necessário, sugira aos estudantes que desenhem uma circunferência no caderno e, nela, tracem o diâmetro e o raio.

Atividade a mais

Para complementar o trabalho com os conteúdos estudados até o momento, apresente a eles a atividade a seguir. Ao propô-la, reproduza a figura e escreva o enunciado na lousa.

- Analise a imagem a seguir.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Quais segmentos de retas são:

a) Diâmetros?

b) Raios?

c) Cordas?

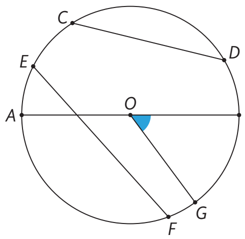
Resoluções e comentários

a) Os diâmetros são os segmentos de retas que passam pelo ponto *O* e seus pontos das extremidades pertencem à circunferência, os quais, nesse caso, são: $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CF}$.

b) Os raios são os segmentos de retas em que uma das extremidades é o ponto *O* e a outra extremidade pertence à circunferência, os quais, nesse caso, são: $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$, $\overline{EO}$ e $\overline{FO}$.

c) As cordas são segmentos de reta cujas extremidades pertencem à circunferência, os quais, nesse caso, são: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{DE}$, $\overline{DF}$ e $\overline{EF}$.

Na circunferência apresentada na imagem, podemos destacar os seguintes elementos.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

- O centro *O*.
- Os pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* e *G* são pontos da circunferência.
- O **raio** da circunferência é qualquer segmento de reta que une o centro da circunferência a um de seus pontos. Na imagem, os segmentos *OA*, *OB* e *OG* são exemplos de raio.
- A **corda** da circunferência é qualquer segmento de reta que une dois pontos distintos dela. Na imagem, os segmentos *AB*, *CD* e *EF* são exemplos de corda.
- O **diâmetro** da circunferência é qualquer corda que passa pelo centro da circunferência. Na imagem, $\overline{AB}$ é exemplo de um diâmetro.
- O **ângulo central** da circunferência é qualquer ângulo com vértice no centro e lados passando por pontos dessa circunferência. Na imagem, o ângulo $B\hat{O}G$ é um exemplo de ângulo central.

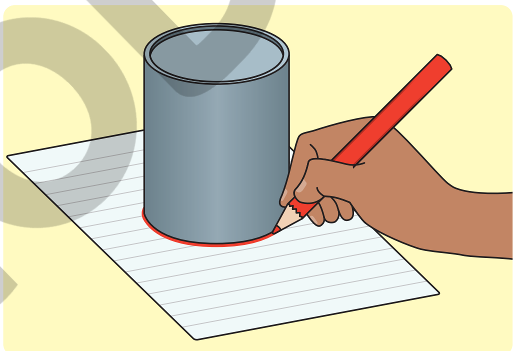
Atenção!

A medida do comprimento do diâmetro é o dobro da medida do comprimento do raio.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

64. Tales usou uma lata como a apresentada a seguir para desenhar um círculo no caderno. Assim como a lata usada por Tales, outros objetos têm partes circulares que podem ser usadas para desenhar círculos. Escreva no caderno alguns objetos que também apresentam essa característica. 64. Sugestões de resposta: Moeda, CD e copo.

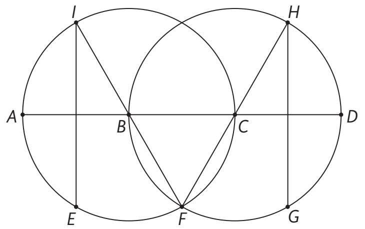

HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

65. Sabendo que o comprimento do diâmetro de uma circunferência mede 27 cm, qual é a medida do comprimento de seu raio? 65. Resposta: 13,5 cm.

234

66. As circunferências a seguir têm centro *B* e *C*. 66. a) Respostas: Raios: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BF}$ e $\overline{BI}$; diâmetros: $\overline{AC}$ e $\overline{FI}$; cordas: $\overline{AC}$, $\overline{EI}$, $\overline{CF}$ e $\overline{FI}$.

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



66. b) Resposta: Raios: $\overline{CB}$, $\overline{CD}$, $\overline{CF}$ e $\overline{CH}$; diâmetros: $\overline{BD}$ e $\overline{FH}$; cordas: $\overline{BD}$, $\overline{GH}$, $\overline{BF}$ e $\overline{FH}$.

a) Classifique os segmentos de reta traçados em raio, diâmetro ou corda da circunferência de centro *B*.

b) Classifique os segmentos de reta traçados em raio, diâmetro ou corda da circunferência de centro *C*.

c) Identifique e nomeie dois ângulos centrais. 66. c) Sugestão de resposta: $A\hat{B}I$ e $B\hat{C}F$.

67. Responda a cada um dos itens a seguir.

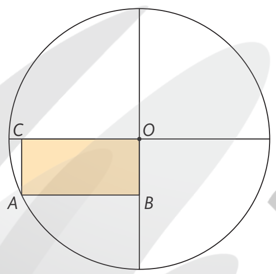
a) Qual é a medida do comprimento do raio de uma circunferência cujo comprimento do diâmetro mede 12,8 cm?

b) Qual é a medida de comprimento do diâmetro de uma circunferência cujo comprimento do raio mede 2,1 cm?

67. Respostas: a) 6,4 cm; b) 4,2 cm.

68. O comprimento da diagonal do retângulo *ABOC* mede 10,5 cm.

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



Qual é a medida de comprimento do diâmetro da circunferência de centro *O*?
68. Resposta: 21 cm.

69. Jade desenhou a maior circunferência possível em uma cartolina retangular de 27,4 cm por 15,3 cm. Qual é, em centímetros, a medida de comprimento do raio da circunferência desenhada por ela? 69. Resposta: 7,65 cm.

70. Félix pretende construir uma bicicleta semelhante à apresentada na foto a seguir. Para isso, ele planejou que a medida do comprimento do raio da roda maior será o dobro da medida do comprimento do diâmetro da roda menor.

PAINTINGS/SHUTTERSTOCK

Homem, em Brisbane, na Austrália, em 2012, andando em uma bicicleta conhecida como Penny Farthing, um tipo de bicicleta criada na década de 1860, cuja característica principal é uma roda dianteira bem maior do que a roda traseira.

70. a) Resposta: 144 cm ou 1,44 m.

a) Sabendo que o comprimento do raio da roda menor medirá 18 cm, determine a medida de comprimento do diâmetro da roda maior.

b) Realize uma pesquisa e verifique quais outros tipos diferentes de bicicleta existem e quais benefícios o uso da bicicleta traz para a saúde e o bem-estar. 70. b) Resposta pessoal.

- A atividade **66** aborda os elementos de uma circunferência. Verifique se os estudantes percebem que o diâmetro é um tipo de corda. O item **c** admite várias respostas. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas delas na lousa.
- As atividades **67**, **68** e **69** retomam a relação entre o diâmetro e o raio de uma circunferência. Aproveite-as para acompanhar a aprendizagem dos estudantes sobre esses conceitos. Na atividade **68**, verifique se percebem que a diagonal do retângulo corresponde ao raio da circunferência. Em caso de dificuldade, peça aos estudantes que desenhem a figura no caderno e tracem a diagonal do retângulo. Na atividade **69**, oriente-os a esboçar, em uma folha do caderno, a maior circunferência possível, a fim de que percebam que a medida do comprimento do raio dessa circunferência corresponde à metade da medida do comprimento do lado menor da folha do caderno.
- Na atividade **70**, para tirar melhor proveito do item **a**, peça aos estudantes que desenhem no caderno as duas circunferências, a fim de auxiliá-los na resolução deste item. Ao trabalhar o item **b**, evidencie os benefícios que o uso da bicicleta proporciona para a saúde e o bem-estar, promovendo o tema contemporâneo transversal **Saúde**. Pergunte também se eles ou as pessoas de sua família têm o hábito de andar de bicicleta, como meio de transporte ou lazer, e deixe que relatem suas experiências.

Metodologias ativas

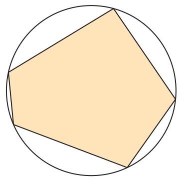
Para desenvolver o trabalho com a atividade **70**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionados a polígonos inscritos e circunscritos. Depois, deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

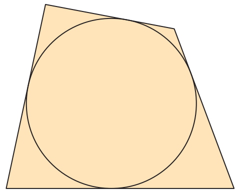
Polígonos inscritos e circunscritos

Considere as figuras a seguir.

A.



B.



Note que, na figura **A**, todos os vértices do polígono pertencem à circunferência. Nesse caso, dizemos que esse polígono está **inscrito** na circunferência.

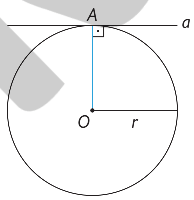
Na figura **B**, pode-se notar que todos os lados do polígono são tangentes à circunferência. Nesse caso, dizemos que o polígono está **circunscrito** à circunferência.

Se uma figura está inscrita em outra, dizemos que essa outra figura está circunscrita à primeira. Se um pentágono está inscrito em uma circunferência, por exemplo, a circunferência circunscreve ou está circunscrita ao pentágono. Em outro exemplo, se um hexágono está circunscrito a uma circunferência, a circunferência inscreve ou está inscrita no hexágono.

Atenção!

Quando uma reta qualquer tem um único ponto em comum com a circunferência, dizemos que essa reta é **tangente à circunferência**. Na imagem, a reta *a* é tangente à circunferência de centro *O* e raio cujo comprimento mede *r*.

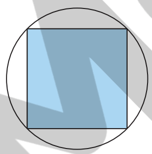
A menor distância do centro *O* à reta *a* é o comprimento do segmento *OA*, perpendicular à reta *a*. Como o ponto *A* pertence à circunferência, *OA* representa um de seus raios.



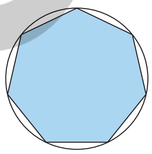
Quando consideramos um **polígono regular**, é sempre possível traçar uma circunferência:

- que contenha todos os seus vértices. Com isso, dizemos que todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência.
- tangenciando todos os seus lados. Sendo assim, dizemos que todo polígono regular pode ser circunscrito a uma circunferência.

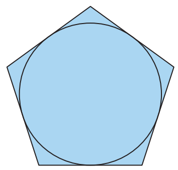
A seguir, temos alguns exemplos.



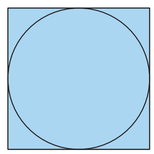
Quadrilátero regular inscrito na circunferência.



Heptágono regular inscrito na circunferência.



Pentágono regular circunscrito à circunferência.



Quadrilátero regular circunscrito à circunferência.

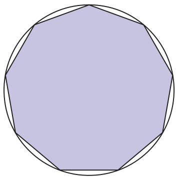
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

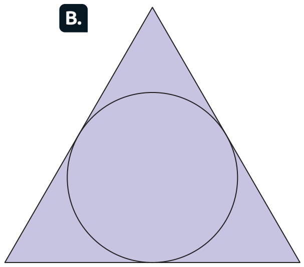
Faça as atividades no caderno.

71. A seguir, identifique a figura com o polígono inscrito em uma circunferência.
71. Resposta: Alternativa A.

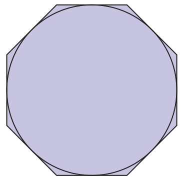
A.



B.

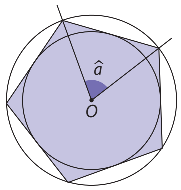


C.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

72. Em um polígono regular, podemos destacar o **centro do polígono**, que é o centro comum da circunferência inscrita e da circunferência circunscrita ao polígono. Além disso, podemos destacar o **ângulo central**, que é o ângulo cujo vértice é o centro do polígono e cujos lados contêm vértices consecutivos do polígono. Na imagem, esses elementos estão destacados em um pentágono regular.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Calcule **mentalmente** e escreva em seu caderno a medida do ângulo central, em graus, de cada polígono regular a seguir.

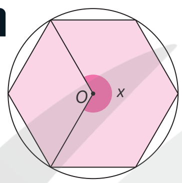
Triângulo	Quadrado	Hexágono	Decágono

72. a) Resposta: Triângulo: 120°; Quadrado: 90°; Hexágono 60°; Decágono: 36°.

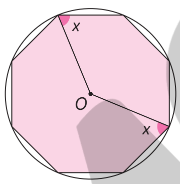
b) Escreva no caderno como você calculou a medida do ângulo central dos polígonos do item anterior. 72. b) Sugestão de resposta: A medida do ângulo central é obtida dividindo 360° pela quantidade de lados do polígono regular.

73. Os polígonos inscritos nas circunferências são regulares e o centro de cada um é *O*. Calcule o valor de *x* em cada item. 73. Respostas: A. 240°; B. 67,5°; C. 45°.

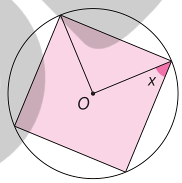
A.



B.



C.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

74. Yuri vai construir um quadrado utilizando compasso e esquadro.

a) Qual deverá ser a medida do ângulo central do quadrado? 74. a) Resposta: 90°.

b) Construa um fluxograma descrevendo passo a passo como construir um quadrado usando compasso e esquadro. 74. b) Resposta na seção **Resoluções**.

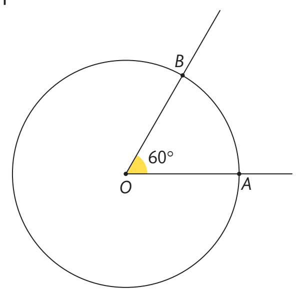
c) Usando o fluxograma do item anterior, construa um quadrado. 74. c) Resposta pessoal.

- A atividade **71** tem por objetivo identificar um polígono inscrito em uma circunferência. Nos itens **B** e **C**, diga aos estudantes que a circunferência está inscrita nos polígonos ou que os polígonos estão circunscritos à circunferência.
- No item **a** da atividade **72**, peça aos estudantes que desenhem no caderno, o ângulo central de cada polígono regular indicado. Após resolver o item **b**, explique-lhes que um polígono regular de *n* lados inscrito em uma circunferência pode ser decomposto em *n* triângulos isósceles, cujo ângulo central de cada um deles tem a mesma medida. Logo, cada ângulo central mede $\frac{360°}{n}$.
- A atividade **73** trabalha o conceito de ângulo central de um polígono regular. Em cada item, oriente os estudantes a calcular a medida do ângulo central do polígono inscrito na circunferência. No item **A**, o valor de *x* é complementar ao ângulo de medida 360°. Nos itens **B** e **C**, sugira que esbocem, no caderno, o desenho de um triângulo que contenha o ângulo central e o valor de *x*.
- A atividade **74** tem por objetivo realizar construções geométricas com compasso e esquadro. Ao propor a construção de um fluxograma para descrever a construção de um quadrado usando esses instrumentos, essa atividade promove a **Competência específica de Matemática 6** e a **Competência geral 2** abordando, ainda, aspectos da habilidade **EF08MA16**.
- A atividade **74** proporciona uma oportunidade para desenvolver com os estudantes o **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema por meio dos elementos obtidos nos processos anteriores. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.

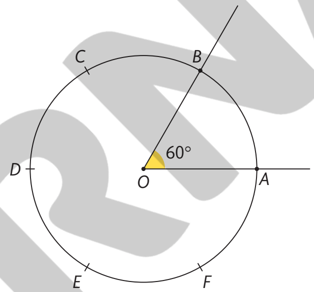
- A atividade **75** proporciona uma oportunidade para desenvolver nos estudantes o **pensamento computacional**. No item **a** desta atividade, ao pedir a opinião dos estudantes a respeito do assunto, converse com eles sobre o pluralismo de ideias e da importância de buscar dados científicos para saber mais acerca de determinado tema. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo, promovendo a **Competência geral 9**.
- Se necessário, diga aos estudantes que os procedimentos para a construção de um ângulo cuja medida é 60° foram abordados na unidade **3** deste volume.
- Ao propor a construção de um fluxograma para descrever a construção de um hexágono regular utilizando compasso e esquadro, o item **b** desta atividade contribui para o desenvolvimento da imaginação e da criatividade na busca de soluções de problemas, promovendo, dessa maneira, a **Competência específica de Matemática 6** e a **Competência geral 2**. Além disso, esse trabalho contempla a habilidade **EF08MA16**.

75. Usando régua e compasso, Antônia construiu um hexágono regular cujo comprimento do lado mede 3 cm da seguinte maneira.

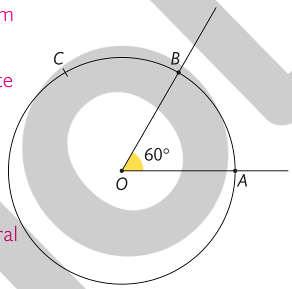
1º Com régua e compasso, Antônia construiu um ângulo com medida igual à do ângulo central de um hexágono regular, que é 60°. Depois, abriu o compasso com abertura medindo 3 cm, fixou a ponta-seca no vértice do ângulo e girou, dando uma volta completa para traçar a circunferência de centro *O*. Na interseção entre as semirretas e a circunferência, marcou os pontos *A* e *B*.



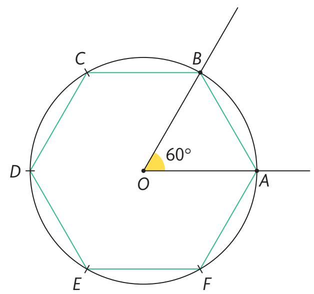
3º Com a mesma abertura e a ponta-seca em *C*, determinou o ponto *D*. Seguindo procedimento semelhante, obteve os pontos *E* e *F* na circunferência, determinando dessa forma todos os pontos correspondentes aos vértices do hexágono.



2º Com a ponta-seca do compasso em *B* e abertura igual a *AB*, marcou sobre a circunferência o ponto *C*.



4º Para finalizar a construção, traçou os lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{AF}$, obtendo, assim, o hexágono regular *ABCDEF*.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

75. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes justifiquem que os triângulos com vértice em *O* e em dois vértices consecutivamente do hexágono são equiláteros, dessa forma, o hexágono está inscrito em uma circunferência e seu ângulo central mede 60°.

a) Em sua opinião, por que os procedimentos executados por Antônia garantem que ela construiu um hexágono regular?

b) Construa um fluxograma descrevendo, passo a passo, como construir um hexágono regular usando compasso e esquadro. 75. b) Resposta na seção **Resoluções**.

Comprimento da circunferência

Para realizar um experimento, Natália utilizou uma fita métrica e mediu os comprimentos aproximados da circunferência e do diâmetro da circunferência de alguns objetos circulares. Depois, ela dividiu a medida do comprimento da circunferência (*C*) de cada objeto pela medida do comprimento de seu respectivo diâmetro (*d*) e verificou que o resultado é um número próximo de 3,14. Para organizar os dados, ela registrou as informações obtidas.


FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Tampa de embalagem	Prato	Volante de carro	DVD
C = 32,4	C = 60,2	C = 125,7	C = 37,7
d = 10,3	d = 19,2	d = 40	d = 12
$\frac{C}{d} = \frac{32,4}{10,3} \simeq 3,15$	$\frac{C}{d} = \frac{60,2}{19,2} \simeq 3,14$	$\frac{C}{d} = \frac{125,7}{40} \simeq 3,14$	$\frac{C}{d} = \frac{37,7}{12} \simeq 3,14$

KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

A razão entre a medida do comprimento de uma circunferência e a medida do comprimento de seu diâmetro é um número irracional que indicamos pela letra grega π (lê-se **pi**), e isso ocorre em todas as circunferências. Assim, escrevemos a seguinte relação:

Atenção!

O número irracional π é dado por $\pi = 3,1415926...$ No entanto, caso não seja dito o contrário, vamos usar neste livro uma aproximação de π com duas casas decimais, isto é, $\pi = 3,14$.

medida do comprimento da circunferência

$$\pi = \frac{C}{d} \text{ ou } C = d \cdot \pi$$

medida do comprimento do diâmetro

Como a medida do comprimento do diâmetro é o dobro da medida do comprimento do raio ($d = 2r$), temos:

$$C = 2r \cdot \pi \text{ ou } C = 2\pi r$$

Com essa fórmula, é possível obter a medida aproximada do comprimento de uma circunferência cujo comprimento do raio mede 7 cm. Considerando $\pi = 3,14$, temos:

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 7 = 43,96$$

Portanto, a medida do comprimento dessa circunferência é, aproximadamente, 43,96 cm.

Questão 12. Determine em seu caderno a medida aproximada do comprimento de uma circunferência cujo comprimento do diâmetro mede 6,8 cm.

Questão 12. Resposta: Aproximadamente 21,35 cm.

- Se possível, reproduza na sala de aula o experimento realizado por Natália. Para isso, selecione previamente alguns objetos circulares, como a tampa de uma panela, uma lata de leite ou um copo, e leve-os para a sala de aula. Com a ajuda dos estudantes, meça com uma fita métrica o comprimento da circunferência e o comprimento do diâmetro do objeto com formato circular e anote as medidas obtidas na lousa. Em seguida, efetue a divisão da medida do comprimento da circunferência pela medida de comprimento do diâmetro de cada objeto medido.
- Explique aos estudantes que dessa maneira só é possível obter uma aproximação para o valor de π com poucas casas decimais, mas que há métodos mais sofisticados que possibilitam obter a expansão de π com trilhões de casas decimais.
- A questão **12** tem por objetivo constatar se os estudantes relacionam adequadamente a medida do comprimento da circunferência com a medida de seu diâmetro. Após finalizarem a questão, com a ajuda deles, faça a correção na lousa utilizando a fórmula.

• As atividades **76** e **77** têm por objetivo calcular a medida do comprimento de uma circunferência, dada a medida do comprimento do raio ou a medida do comprimento do diâmetro. Na atividade **76**, verifique se os estudantes utilizam a fórmula para obter a medida aproximada do comprimento da circunferência adequadamente e, se necessário, com a ajuda deles, resolva um dos itens na lousa, a fim de que possam sanar possíveis dúvidas que surgirem durante a execução dos cálculos e na aplicação dessa fórmula. Na atividade **77**, se necessário, escreva na lousa que 1 m = 100 cm e 1 km = 1000 m. Para resolver o item **b**, se achar conveniente, sugira aos estudantes que usem a regra de três, considerando a medida da distância percorrida em cada volta, obtida no item **a**.

• Na atividade **78**, sugira aos estudantes que utilizem a fórmula para o cálculo da medida aproximada do comprimento da circunferência, substituindo o valor dado no enunciado e resolvendo uma equação do 1º grau com incógnita *r*.

• Na atividade **79**, peça aos estudantes que analisem a figura e identifiquem a medida do raio e a medida do ângulo externo do setor circular amarelo. Uma maneira de resolver essa atividade é orientá-los a calcular a medida do comprimento da circunferência, cujo comprimento do raio mede 2 m, e dela subtrair a medida do comprimento do arco, cujo comprimento do raio mede 2 m e o ângulo central mede 90°.

• A atividade **80** tem por objetivo comparar medidas de comprimento das circunferências. Em caso de dificuldade, oriente os estudantes a determinar, em metros, a medida da distância percorrida por uma criança após uma volta.

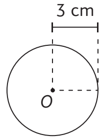
• Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **medida** na atividade **80**. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **raio** indica a medida de comprimento dos raios da figura.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

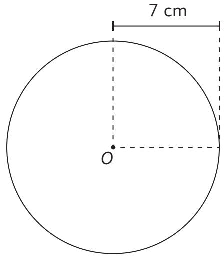
76. Em cada item, determine a medida do comprimento da circunferência de centro *O*.

A.

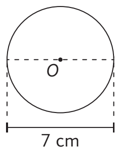


76. Respostas:
A. 18,84 cm;
B. 43,96 cm;
C. 21,98 cm;
D. 34,54 cm.

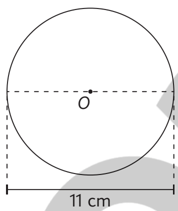
B.



C.



D.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

77. Rafael mediu o comprimento do diâmetro da roda do carro de seu pai para um experimento na aula de Ciências e encontrou 45,26 cm.

a) Qual é, em metro, a medida da distância aproximada percorrida pelo carro quando a roda dá 1 volta completa?

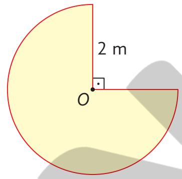
77. Respostas: a) 1,42 m; b) 704 voltas.

b) Quantas voltas aproximadamente dá a roda do carro em um percurso de 1 km?

78. Determine a medida do comprimento do raio de uma circunferência cuja medida do comprimento é 84,78 cm.

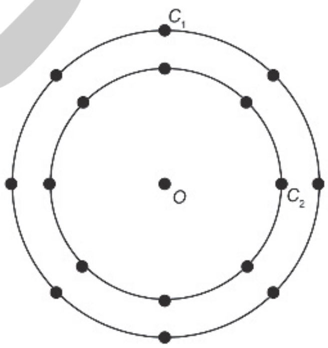
78. Resposta: 13,5 cm.

79. Qual é a medida do comprimento aproximado da linha vermelha da figura a seguir? 79. Resposta: 13,42 m.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

80. (Enem-2015) A figura é uma representação simplificada do carrossel de um parque de diversões, visto de cima. Nessa representação, os cavalos estão identificados pelos pontos escuros, e ocupam circunferências de raios 3 m e 4 m, respectivamente, ambas centradas no ponto *O*. Em cada sessão de funcionamento, o carrossel efetua 10 voltas.



REPRODUÇÃO/ENEM

Quantos metros uma criança sentada no cavalo C_1 percorrerá a mais do que uma criança no cavalo C_2, em uma sessão? Use 3,0 como aproximação para π.

a) 55,5
b) 60,0
c) 175,5
d) 235,5
e) 240,0

80. Resposta: Alternativa **b**.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Respostas na seção **Resoluções**.

1. Desenhe em uma folha de papel avulsa um polígono convexo que tenha as quantidades de diagonais a seguir. Depois, classifique-o de acordo com a quantidade de lados.

a) 9 diagonais. **c)** 5 diagonais.
b) 20 diagonais.

2. Calcule a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo de: 2. Respostas: a) 900°; b) 1440°; c) 1800°; d) 1080°.

a) 7 lados. **c)** 12 lados.
b) 10 lados. **d)** 8 lados.

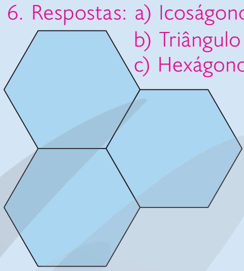
3. Qual é a medida de cada ângulo interno de um:

a) pentágono regular?
b) octógono regular?
c) decágono regular?
d) dodecágono regular?

3. Respostas: a) 108°; b) 135°; c) 144°; d) 150°.

4. Quantos lados tem o polígono convexo em que de cada vértice partem 7 diagonais? 4. Resposta: 10 lados.

5. Quantas diagonais ao todo partem do vértice comum aos três hexágonos a seguir? 5. Resposta: 9 diagonais.

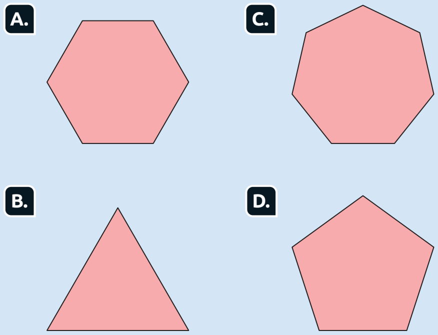


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

6. Qual é o polígono regular cuja medida de cada ângulo interno é: 6. Respostas: a) Icoságono regular; b) Triângulo equilátero; c) Hexágono regular.

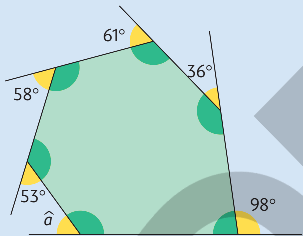
a) 162°? **b)** 60°? **c)** 120°?

7. Entre os polígonos regulares a seguir, escreva em uma folha de papel avulsa quais têm a soma das medidas dos ângulos internos maior do que 540°. 7. Resposta: Polígonos **A** e **C**.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

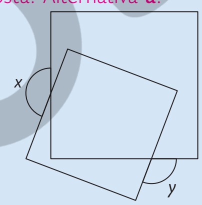
8. Determine $\hat{a}$. 8. Resposta: 54°.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

9. (OBM-2007) A figura mostra dois quadrados sobrepostos. Qual é o valor de $x + y$, em graus? 9. Resposta: Alternativa **a**.

a) 270
b) 300
c) 330
d) 360
e) 390



REPRODUÇÃO/OBM

Atenção!

Para resolver esta atividade, utilize o conceito de ângulos opostos pelo vértice.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam e classificam um polígono convexo a partir da quantidade de diagonais.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, sugira que desenhem polígonos no caderno, iniciando pelo retângulo, e tracem suas diagonais até obter os polígonos procurados.

2 e 3. Objetivo

- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes em atividades envolvendo cálculo da medida dos ângulos internos de um polígono convexo.

Como proceder

- Analise as estratégias dos estudantes. Ao observar que eles estão com dificuldade, escreva na lousa a fórmula da medida dos ângulos internos de um polígono. Evidencie que, na atividade **2**, devem calcular a soma das medidas dos ângulos internos, e, na atividade **3**, a medida de cada ângulo interno, considerando que os polígonos dados são regulares.

4 e 5. Objetivo

- Avaliar se os estudantes relacionam a quantidade de vértices, lados e diagonais de um polígono convexo.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, desenhe um retângulo na lousa e mostre aos estudantes que de cada vértice dessa figura parte uma diagonal. Repita também esse procedimento para o pentágono.

6 e 7. Objetivo

- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes em atividades envolvendo cálculo da medida dos ângulos internos de um polígono convexo regular.

Como proceder

- Nessas atividades, leve os estudantes a perceber que a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo regular de n lados é igual a $n \cdot 180°$.

8 e 9. Objetivo

- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes em atividades envolvendo cálculo da medida dos ângulos internos de um polígono convexo.

Como proceder

- Em caso de dificuldade na atividade **8**, evidencie que as medidas dos ângulos destacados em amarelo são complementares às medidas dos ângulos indicados pela cor verde. Na atividade **9**, retome o conceito de ângulos opostos pelo vértice. Em seguida, peça aos estudantes que contornem o polígono definido pela sobreposição dos quadrados e indiquem a medida de cada ângulo interno. Questione-os a respeito da quantidade de lados desse polígono.

10 e 11. Objetivo

• Avaliar se os estudantes determinam a medida dos ângulos internos de um triângulo.

Como proceder

• Acompanhe as estratégias dos estudantes. Ao constatar dificuldade na atividade **10**, peça a eles que destaquem os lados e os ângulos congruentes. Lembre-os de que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180°. Na atividade **11**, diga que as diagonais do losango são perpendiculares entre si, definindo um ângulo de medida 90°.

12. Objetivo

• Avaliar o desempenho dos estudantes em uma atividade envolvendo o perímetro de um retângulo.

Como proceder

• Se necessário, peça aos estudantes que desenhem os 8 cartões enfileirados, considerando as duas maneiras indicadas no enunciado. Depois, questione-os a respeito das medidas dos comprimentos de cada lado de um dos cartões.

13. Objetivo

• Constatar se os estudantes calculam a medida de um ângulo complementar a outro dado.

Como proceder

• Ao identificar alguma dificuldade, pegue uma tira de papel e reproduza essa atividade com os estudantes, levando-os a perceber que o ângulo sobreposto mede 50°.

14. Objetivo

• Avaliar se os estudantes reconhecem os elementos de uma circunferência.

Como proceder

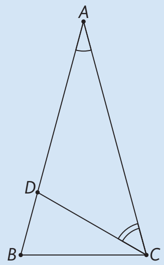
• Para superar possíveis dificuldades, desenhe uma circunferência na lousa e trace uma corda dessa circunferência. Em seguida, peça-lhes que indiquem a corda que passa pelo centro dessa circunferência e a nomeiem.

15. Objetivo

• Avaliar se os estudantes relacionam as medidas dos comprimentos do raio e do diâmetro de uma circunferência.

10. (Obmep-2005) O triângulo ABC é isósceles de base $\overline{BC}$ e o ângulo $B\hat{A}C$ mede 30°. O triângulo BCD é isósceles de base $\overline{BD}$. 10. Resposta: Alternativa **a**.

REPRODUÇÃO/OBMEP



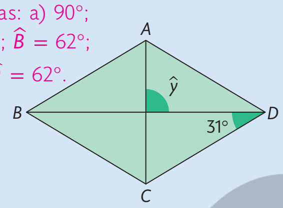
Determine a medida do ângulo $D\hat{C}A$.

a) 45° **b)** 50° **c)** 60° **d)** 75° **e)** 90°

11. Considere o losango $ABCD$ e suas diagonais.

11. Respostas: a) 90°; b) $\hat{A} = 118°$; $\hat{B} = 62°$; $\hat{C} = 118°$; $\hat{D} = 62°$.

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



a) Qual é o valor de $\hat{y}$, em grau?

b) Qual é a medida de cada ângulo interno desse losango?

12. (Obmep-2007) Juliana tem 8 cartões de papelão, retangulares e iguais. Se ela enfileirar todos os cartões juntando apenas lados de mesma medida, a maior fila que ela poderá obter terá comprimento 176 cm e a menor terá comprimento 96 cm.

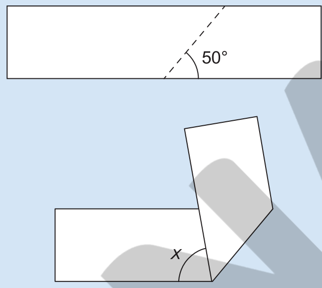
Qual é o perímetro de cada cartão?

a) 54 cm **b)** 68 cm **c)** 76 cm **d)** 96 cm **e)** 80 cm

12. Resposta: Alternativa **b**.

13. (Obmep-2006) Uma tira de papel retangular é dobrada ao longo da linha tracejada, conforme indicado, formando a figura plana da direita. Qual a medida do ângulo x?

REPRODUÇÃO/OBMEP



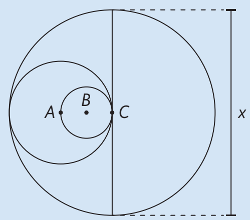
a) 30° **b)** 50° **c)** 80° **d)** 130° **e)** 100°

13. Resposta: Alternativa **c**.

14. Como se chama qualquer corda que passa pelo centro de uma circunferência? 14. Resposta: Diâmetro.

15. Determine o valor de x indicado na figura, sabendo que $AB = 3$ cm e que A, B e C são os centros das circunferências.
15. Resposta: $x = 24$ cm.

RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA



16. A medida do comprimento do raio de uma roda-gigante é 9,5 m. Uma pessoa que deu 8 voltas completas percorreu quantos metros, aproximadamente? 16. Resposta: 477,28 m.

Como proceder

• Sugira que analisem a figura, buscando estabelecer uma relação entre a medida do comprimento do raio da circunferência de centro C com as medidas dos comprimentos dos raios das circunferências de centro A e centro B. Se necessário, evidencie que a medida x corresponde ao diâmetro da circunferência maior.

16. Objetivo

• Acompanhar a aprendizagem dos estudantes em atividades envolvendo a medida do comprimento de uma circunferência.

Como proceder

• Peça aos estudantes que escrevam a fórmula do cálculo da medida do comprimento de uma circunferência, substituindo a medida do raio pelo valor fornecido. Verifique se eles realizam os cálculos corretamente.

UNIDADE

11 Medidas de área

ETTORE CHIEREGUINI/AGIF/AP IMAGES/IMAGEPLUS

Estádio Allianz Parque, sede oficial do time de futebol Palmeiras, em 2022, cuja medida da área, assim como outros estádios oficiais, obedece aos padrões da Federação Internacional de Futebol (FIFA).

Agora vamos estudar...

- medida da área do paralelogramo, do triângulo, do trapézio e do losango;
- medida da área do círculo;
- medida da área de setor e de coroa circulares.

- Esta página de abertura permite que os estudantes estabeleçam relação com os conteúdos que serão estudados nesta unidade por apresentar a foto de um estádio de futebol, cuja medida de área do campo deve seguir os padrões estabelecidos pela FIFA.
- Aproveite o momento e pergunte aos estudantes se eles conhecem outros contextos em que usamos o cálculo de medida de área. Se necessário, comente sobre algumas situações, como na construção civil e na agricultura. Dessa maneira, ao abordar o cálculo da medida de área de superfícies planas, os estudantes poderão perceber aplicações desse conhecimento em situações cotidianas.
- O contexto envolvendo o campo de futebol permite uma associação com as **culturas juvenis**. Para isso, faça, aos estudantes, alguns questionamentos:

a) Você joga futebol?

b) Você já assistiu a alguma partida de futebol em um estádio? Compartilhe sua experiência com seus colegas.

c) Você pratica ou acompanha outros esportes? Em caso afirmativo, quais?

Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, desenhe na lousa um retângulo, cujos comprimentos dos lados meçam 25 cm e 4 cm, e um quadrado com lados medindo 10 cm de comprimento. Em seguida, peça aos estudantes que calculem e comparem as medidas das áreas dessas figuras.

Resolução e comentários

Calculando a medida da área das figuras:

Retângulo:

$$A = 25 \cdot 4 = 100$$

Ou seja, a área do retângulo mede 100 cm^2.

Quadrado:

$$A = 10^2 = 100$$

Ou seja, a área do quadrado mede 100 cm^2.

Portanto, as figuras têm área com mesma medida. Com isso, evidencie para a turma que figuras diferentes podem ter mesma medida de área.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Calcular a medida da área do paralelogramo, do triângulo, do trapézio e do losango.
- Calcular a medida da área do círculo, do setor circular e da coroa circular.
- Calcular a medida do comprimento do raio de um círculo.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo medidas de área de polígonos, círculos, coroa circular e setor circular.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o aprendizado em relação ao cálculo de medida de área de polígonos, do círculo, do setor circular e de coroas circulares. Ao longo do desenvolvimento dos conteúdos, busca-se levar os estudantes a compreender as noções envolvidas no cálculo de área pela composição e decomposição de figuras, possibilitando a produção de significado para cada fórmula.

Espera-se que, ao final desta unidade, os estudantes sejam capazes de calcular a medida da área de polígonos, círculos, setores circulares e coroas circulares, além de resolver e elaborar situações-problema do dia a dia relacionadas a esses conteúdos.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à medida da área do paralelogramo. Deixe que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto, tornando o estudo mais significativo. Se julgar conveniente, comente com os estudantes que a palavra geometria está relacionada à medição de terra (medida de área) e que a sua história está associada a situações vivenciadas em diversas práticas da humanidade, como a partilha de terras às margens do rio Nilo no Egito, a construção de abrigos pelos povos paleolíticos e as artes de diferentes culturas.

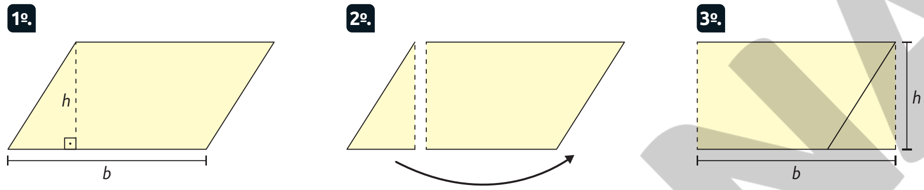
Medida da área do paralelogramo

Ideias relacionadas à medida de área já eram utilizadas há milhares de anos por vários povos antigos, como os egípcios.

Nesta unidade, estudaremos como as medidas das áreas de alguns polígonos podem ser calculadas.

No paralelogramo a seguir, cujo comprimento da base mede b e a altura mede h, vamos acompanhar os passos necessários para calcular a medida de sua área.

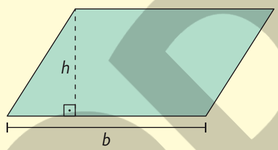
Primeiro, decompomos o paralelogramo em um triângulo e em um quadrilátero. Em seguida, fazemos uma recomposição, formando um retângulo.



O comprimento da base do retângulo tem a mesma medida do comprimento da base do paralelogramo, assim como a altura desse retângulo tem a mesma medida da altura do paralelogramo.

Você já deve ter estudado que, para calcular a medida da área de um retângulo, multiplicamos a medida do comprimento da base pela medida da sua altura. Sendo assim, a medida da área do paralelogramo pode ser obtida do mesmo modo que a medida da área do retângulo.

Para calcular a medida da área de um **paralelogramo**, multiplicamos a medida do comprimento de sua base pela medida de sua altura.



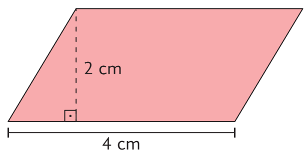
$\boxed{A = b \cdot h}$

A: medida da área do paralelogramo
b: medida do comprimento da base
h: medida da altura

A seguir, calcularemos a medida da área do paralelogramo, utilizando a fórmula.

De acordo com as medidas indicadas, temos:

- medida do comprimento da base: $b = 4$ cm;
- medida da altura: $h = 2$ cm.



Substituímos essas medidas na fórmula e efetuamos os cálculos:

$$\boxed{A = b \cdot h = 4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^2}$$

Logo, a área desse paralelogramo mede 8 cm².

Atenção!

Ao substituir as medidas na fórmula, elas devem estar na mesma unidade de medida.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

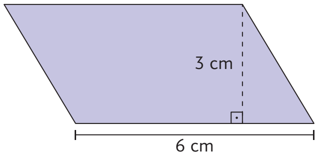
- Os conteúdos trabalhados nesta unidade desenvolvem a habilidade **EF08MA19** ao levar os estudantes a resolver e elaborar problemas que envolvem medidas de área de figuras geométricas, por meio de expressões de cálculo de área em situações como ao determinar a medida de área de terrenos.

Atividades

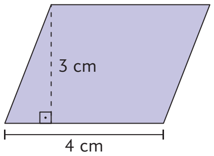
Faça as atividades no caderno.

1. Em seu caderno, calcule a medida da área de cada um dos paralelogramos a seguir. 1. Resposta: A. 18 cm²; B. 12 cm²; C. 15,75 cm²; D. 16,8 cm².

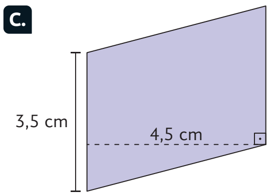
A.



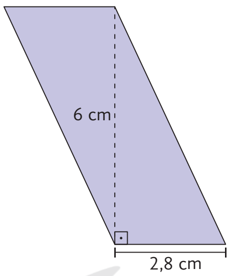
B.



C.



D.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

2. Qual é a medida da base, em centímetros, de um paralelogramo que tem 187 cm² de área e 11 cm de altura? 2. Resposta: 17 cm.

3. Considere um paralelogramo cujo comprimento da base mede 8 cm e cuja altura corresponde a 30% da medida do comprimento da base.

Calcule no caderno a medida da área desse paralelogramo, em centímetros quadrados. 3. Resposta: 19,2 cm².

4. **Junte-se** a um colega e, usando transferidor, régua e compasso, construam, no caderno de vocês, paralelogramos cujas informações são dadas a seguir. Depois, determinem a medida da área A de cada um deles.
4. Respostas na seção **Resoluções**.

A.

Paralelogramo *BCDE*

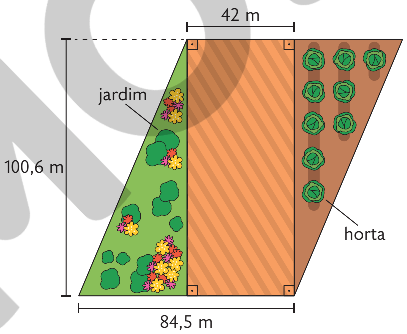
$\overline{BC} // \overline{ED}$	$BC = 5$ cm
EH é a altura	$BE = 4$ cm
H é um ponto de $\overline{BC}$	$EH = 3{,}5$ cm
$\text{med}(C\hat{B}E) = 60°$	

B.

Paralelogramo *FGHI*

$\overline{FG} // \overline{HI}$	$FG = 7$ cm
IJ é a altura	$FI = 6{,}5$ cm
J é um ponto de $\overline{FG}$	$IJ = 4{,}6$ cm
$\text{med}(G\hat{F}I) = 45°$	

5. Cláudia comprou uma chácara cujo terreno tem o formato de um paralelogramo. Nesse terreno, ela deseja construir um jardim e uma horta, como representado na figura geométrica a seguir. No restante do terreno, Cláudia pretende construir uma casa. Calcule, no caderno, qual é a medida da área do terreno destinada à construção do jardim e da horta. 5. Resposta: 4 275,5 m².



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **1**, retome com os estudantes o que é a altura e a base de um paralelogramo, de modo que associem ao cálculo da medida da área do retângulo.
- Na atividade **2**, os estudantes precisam reconhecer que 187 cm² é a medida da área. Se apresentarem dificuldade ou não chegarem a essa interpretação, retome na lousa os procedimentos para calcular a medida da área do paralelogramo e oriente-os no processo de resolução.
- Na atividade **3**, se os estudantes tiverem dificuldades com relação ao cálculo da porcentagem, retome com eles alguns procedimentos ou permita o uso da calculadora.
- Na atividade **4**, oriente os estudantes com relação ao uso do transferidor, da régua e do compasso para que obtenham construções do modo mais preciso possível. Explore com eles o uso destes materiais para que compreendam o processo de construção de um paralelogramo e do cálculo da medida de sua área. Esta atividade, por permitir a interação entre os pares, o trabalho cooperativo e o uso de materiais didáticos, favorece o desenvolvimento das **Competências gerais 4** e **9** e das **Competências específicas de Matemática 5** e **8**.

Durante o trabalho com esta atividade, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Além disso, aproveite o fato de a atividade ser proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

- A atividade **5** envolve uma situação para determinar a medida de área de terreno. Verifique as estratégias dos estudantes e oriente-os na decomposição do paralelogramo para a obtenção da medida da área do triângulo que forma o jardim.

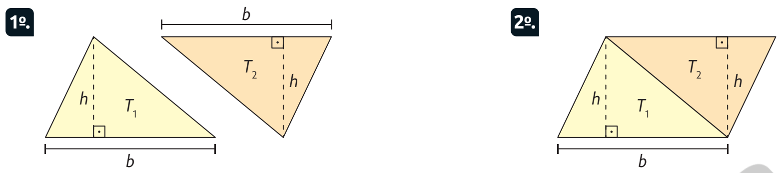
• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à medida da área do triângulo e questione-os sobre a possibilidade de compor um paralelogramo utilizando triângulos. Deixe que eles conversem entre si sobre o assunto tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio e verifique se generalizam o procedimento para calcular a medida da área do triângulo a fim de tornar o estudo mais significativo. Em seguida, sistematize a fórmula para o cálculo da medida da área do triângulo e, se achar necessário, retome com os estudantes que, ao substituir as medidas na fórmula, elas devem estar na mesma unidade de medida.

• Explique aos estudantes que, no triângulo, usamos a “medida do comprimento da altura”, pois a altura de um triângulo é um segmento de reta. Nos demais polígonos, usamos a “medida da altura”, pois a altura é uma distância.

Medida da área do triângulo

No triângulo T_1 representado a seguir, b é a medida do comprimento da base e h é a medida do comprimento da altura.

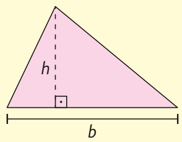
Para calcular a medida da área desse triângulo, consideramos um triângulo T_2, congruente ao triângulo T_1, e compomos um paralelogramo com os triângulos T_1 e T_2.



Os triângulos T_1 e T_2 compõem um paralelogramo com a mesma medida do comprimento da base e com a mesma medida de comprimento da altura do triângulo T_1.

Assim, para obter a medida da área de cada triângulo, calculamos a medida da área do paralelogramo e dividimos por 2, pois os triângulos são congruentes.

Para calcular a medida da área de um **triângulo**, multiplicamos a medida do comprimento de sua base pela medida de comprimento de sua altura e dividimos o resultado por 2.



$$\boxed{A = \frac{b \cdot h}{2}}$$

A: medida da área do triângulo
b: medida do comprimento da base
h: medida do comprimento da altura

Atenção!

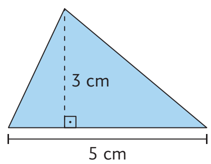
A **altura** de um triângulo é um segmento que liga um vértice ao lado oposto (ou ao seu prolongamento), formando com ele um ângulo reto. Nesse caso, esse lado oposto é chamado **base** do triângulo. Um triângulo tem três alturas, cada uma relativa a determinado lado.

Vamos calcular a medida da área do triângulo a seguir utilizando a fórmula.

Conforme as medidas indicadas, temos:

• medida do comprimento da base: $b = 5\,\text{cm}$;
• medida do comprimento da altura: $h = 3\,\text{cm}$.

Substituímos essas medidas na fórmula e efetuamos os cálculos:



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

$$\boxed{A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}}{2} = \frac{15\text{ cm}^2}{2} = 7{,}5\text{ cm}^2}$$

Logo, a área desse triângulo mede $7{,}5\text{ cm}^2$.

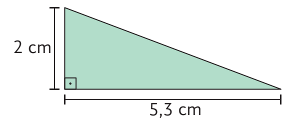
Atividades

Faça as atividades no caderno.

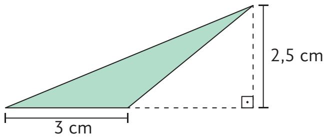
6. Respostas: A. 5,3 cm²; B. 3,75 cm²; C. 10,825 cm².

6. No caderno, calcule a medida da área de cada um dos triângulos a seguir.

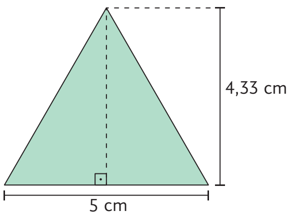
A.



B.



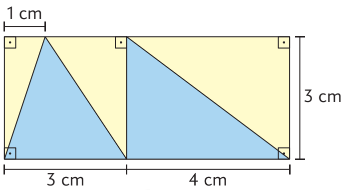
C.



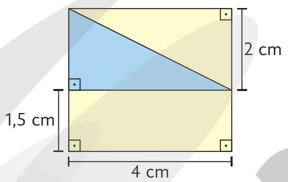
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

7. Em cada imagem a seguir, determine a medida da área da região colorida de amarelo e escreva as respostas em seu caderno. 7. Respostas: A. 10,5 cm²; B. 10 cm².

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

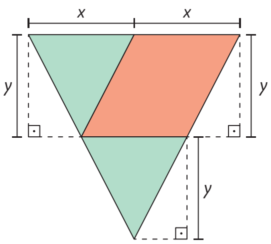
8. Qual é a medida do comprimento da altura, em centímetros, de um triângulo cuja área mede 42 cm² e a base mede 6 cm? 8. Resposta: 14 cm.

9. O comprimento da base de um triângulo mede $3x$ e o comprimento da altura mede x. 9. Respostas: a) $A = \frac{3x^2}{2}$; b) 6 cm.

a) Escreva no caderno uma expressão algébrica que represente a medida da área desse triângulo.

b) Supondo que a área desse triângulo meça 54 cm², qual é o valor de x?

10. A figura geométrica a seguir é formada por 1 paralelogramo e 2 triângulos isósceles cujo comprimento da base mede x.



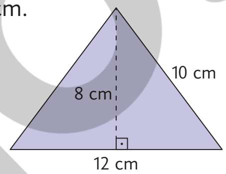
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva no caderno uma expressão algébrica que represente a medida da área total dessa figura geométrica.

b) Em seu caderno, calcule, em centímetro quadrado, a medida da área dessa figura geométrica, considerando $x = 12$ cm e $y = \frac{x}{2} + 5$ cm.

10. Respostas: a) $2xy$; b) 264 cm².

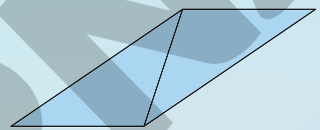
11. No triângulo isósceles a seguir, o comprimento dos lados congruentes mede 10 cm e o comprimento da base mede 12 cm.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Utilizando essas informações, **elabore** um problema envolvendo medida de área e peça a um colega que o resolva. Depois, verifique se ele resolveu corretamente. 11. Resposta pessoal.

- Na atividade **6**, verifique se os estudantes compreendem os elementos necessários para calcular a medida da área de um triângulo. Se necessário, retome a substituição desses elementos na fórmula e apresente mais alguns triângulos para obterem a medida de sua área. Além disso, oriente-os quanto às unidades de área.
- No item **B** da atividade **6**, se achar conveniente, diga aos estudantes que também é possível compor um paralelogramo a partir de um triângulo obtusângulo (como mostra a figura a seguir) com a mesma medida do comprimento da base e a mesma medida de comprimento da altura do triângulo.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, a medida da área do triângulo obtusângulo pode ser calculada dividindo por 2 a medida da área do paralelogramo obtido. Nesse momento, se achar necessário, retome com eles a classificação de um triângulo quanto às medidas de seus ângulos.

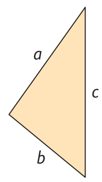
- A resposta para cada item da atividade **7** pode ser obtida de diferentes modos. Incentive os estudantes a compartilhar suas estratégias de resolução com o restante da sala de aula. Se apresentarem dificuldade quanto à identificação das medidas de comprimento do lado e da altura dos triângulos, auxilie-os a identificá-las.
- Na atividade **8**, os estudantes devem obter a medida de comprimento da altura de um triângulo conhecendo as medidas da sua área e de seu comprimento de base. Se achar conveniente, explore na lousa como realizar esse cálculo utilizando a fórmula da medida da área de triângulo de modo que percebam que devem obter, nesse caso, o valor representado por h.
- Na atividade **9**, analise se os estudantes calculam $3x$ vezes x para escrever a expressão algébrica. Se apresentarem dificuldade, retome na lousa os procedimentos para calcular a medida da área do triângulo e oriente-os na resolução da equação.
- Na atividade **10**, se os estudantes apresentarem dificuldade, oriente-os na substituição das medidas fornecidas na fórmula e nos cálculos necessários.
- Na atividade **11**, retome com os estudantes a classificação de um triângulo quanto às medidas de seus lados. Por propor que elaborem e resolvam problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, esta atividade requer uma interação entre os pares e o uso da criatividade e da empatia, desenvolvendo aspectos da **Competência geral 9**.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **10**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

12. Herão foi um egípcio com formação grega, que nasceu, viveu e morreu em Alexandria. Dedicou seus estudos às áreas da Matemática, Física e Engenharia. Não se sabe ao certo a época exata em que ele viveu, mas estimativas de historiadores indicam a segunda metade do século I d.C.

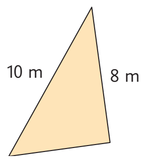
Dos trabalhos que Herão fez relacionados à Geometria, o mais importante é **A métrica**, em que se encontra a dedução da fórmula para calcular a medida da área de um triângulo em função das medidas do comprimento de seus três lados. Essa fórmula ganhou o nome de fórmula de Herão.



$$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$$

- a, b e c são as medidas do comprimento dos lados do triângulo, na mesma unidade de medida;
- p é a medida do semiperímetro do triângulo, ou seja, a metade da medida do seu perímetro $\left(p = \dfrac{a + b + c}{2}\right)$.

Utilizando a fórmula de Herão, podemos calcular a medida da área do triângulo a seguir.



$$p = \frac{6 + 8 + 10}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$A = \sqrt{12 \cdot (12 - 6) \cdot (12 - 8) \cdot (12 - 10)}$$

$$= \sqrt{12 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2} = \sqrt{12 \cdot 12 \cdot 4} = 12 \cdot 2 = 24$$

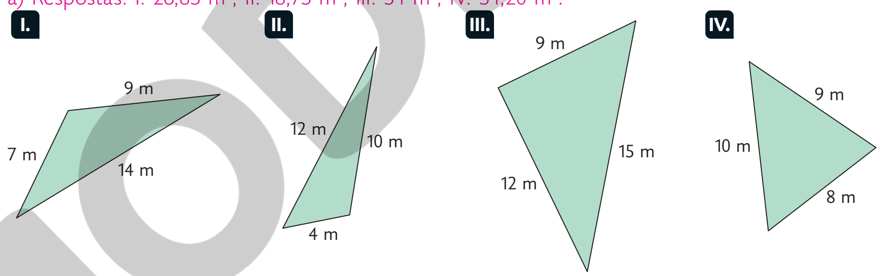
Logo, a área desse triângulo mede 24 cm².

Atenção!

Se necessário, arredonde, para o centésimo mais próximo, os resultados obtidos em cada item.

a) De maneira semelhante e com o auxílio de uma calculadora, determine a medida da área A de cada triângulo a seguir, utilizando a fórmula de Herão.

12. a) Respostas: I. 26,83 m²; II. 18,73 m²; III. 54 m²; IV. 34,20 m².



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

b) Realize uma pesquisa para obter o nome de outros trabalhos desenvolvidos por Herão de Alexandria. Depois, compartilhe-a com os colegas e o professor.

12. b) Resposta nas **orientações ao professor**.

Atenção!

A pesquisa proposta nesta atividade pode ser feita em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

248

- Durante a atividade **12**, sistematize com eles a fórmula de Herão utilizada para calcular a medida da área de um triângulo em função das medidas de seus três lados.
- Esta atividade requer dos estudantes a intepretação e produção de significado para uma fórmula de Herão. Assim, contribui para o desenvolvimento das **Competências específicas de Matemática 1**, **3** e **5** ao fazer uso da Matemática, ressaltando suas características enquanto ciência associada às necessidades humanas; ao proporcionar momentos em que os estudantes obtenham segurança no uso de procedimentos matemáticos para resolver problemas; e ao sugerir o uso de calculadoras. A indicação desse instrumento, por outro lado, também favorece o desenvolvimento da **Competência geral 5** ao promover o uso de tecnologia de forma crítica e criativa.

Resposta

12. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes citem, por exemplo, a Pneumatica, a Dioptra e a Catoptrica.

Um texto a mais

O texto a seguir apresenta mais informações a respeito de Herão de Alexandria. Se achar conveniente, leia-o para os estudantes, a fim de auxiliá-los na pesquisa proposta nessa página.

[...]

Podem-se dividir os trabalhos de Herão em duas classes: a dos geométricos e a dos mecânicos. Os da primeira classe ocupam-se amplamente de problemas de mensuração e os da segunda da descrição de aparelhos mecânicos engenhosos.

Dos trabalhos geométricos de Herão, o mais importante é sua *A Métrica*, em três livros, e só descoberta em 1896 – em Constantinopla, por R. Schöne. [...]

Na *Pneumatica* de Herão há a descrição de cerca de cem engenhos mecânicos e brinquedos, como um sifão, um carro de bombeiro, um dispositivo que abria as portas do templo ao se acender fogo num altar e um órgão de sopro. Sua *Dioptra* se ocupa da descrição e das aplicações à engenharia de uma forma antiga de teodolito. Na *Catoptrica* encontram-se as propriedades elementares dos espelhos e problemas relativos à construção de espelhos objetivando satisfazer certos requisitos, como fazer com que uma pessoa visse a parte de trás de sua cabeça ou que se visse de cabeça para baixo, entre outros. Os trabalhos de Herão em mecânica revelam um domínio apurado dos princípios básicos importantes da matéria.

[...]

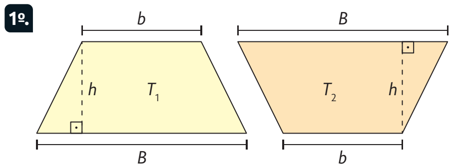
EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2007. p. 206.

Medida da área do trapézio

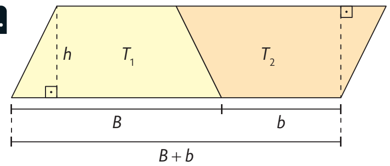
No trapézio T_1 representado a seguir, B é a medida do comprimento da base maior, b é a medida do comprimento da base menor e h é a medida da altura.

Para calcular a medida da área desse trapézio, consideramos um trapézio T_2, congruente ao trapézio T_1, e compomos um paralelogramo com os trapézios T_1 e T_2.

1º.



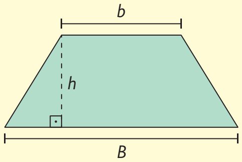
2º.



Os trapézios T_1 e T_2 compõem um paralelogramo cuja medida do comprimento da base é a soma das medidas do comprimento das bases maior com a menor dos trapézios, e cuja medida da altura é a mesma do trapézio T_1.

Assim, basta calcular a medida da área do paralelogramo e dividi-la por 2 para obter a medida da área de cada trapézio, pois eles são congruentes.

Para calcular a medida da área de um **trapézio**, adicionamos a medida do comprimento de sua base maior com a medida do comprimento de sua base menor e multiplicamos a soma por sua medida da altura. Depois, dividimos o resultado por 2.



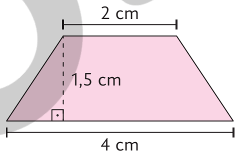
$$\boxed{A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}}$$

A: medida da área do trapézio
B: medida do comprimento da base maior
b: medida do comprimento da base menor
h: medida do comprimento da altura

Analise como podemos calcular a medida da área do trapézio a seguir, utilizando a fórmula.

De acordo com as medidas indicadas, temos:

- medida de comprimento da base maior: $B = 4$ cm;
- medida de comprimento da base menor: $b = 2$ cm;
- medida de comprimento da altura: $h = 1{,}5$ cm.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Substituímos essas medidas na fórmula e efetuamos os cálculos:

$$\boxed{A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(4\,\text{cm} + 2\,\text{cm}) \cdot 1{,}5\,\text{cm}}{2} = \frac{6\,\text{cm} \cdot 1{,}5\,\text{cm}}{2} = \frac{9\,\text{cm}^2}{2} = 4{,}5\ \text{cm}^2}$$

Logo, a área desse trapézio mede 4,5 cm^2.

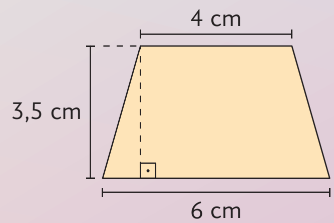
- Antes de iniciar o conteúdo sobre a medida de área do trapézio, verifique os conhecimentos dos estudantes sobre esse polígono. Inicie o trabalho apresentando na lousa a atividade do boxe **Atividade a mais** a seguir (um trapézio isósceles) e peça a eles que resolvam usando o cálculo de medida de área de outras figuras (triângulos, retângulos).

Se for conveniente, peça aos estudantes que desenhem a representação deste trapézio em uma folha de papel avulsa, recortem para manusear e analisem as possibilidades de decomposição dele em dois triângulos e um retângulo. Oriente-os garantindo que eles mesmos possam deduzir a fórmula para calcular a medida da área de um trapézio a partir da experiência realizada. Anote na lousa os procedimentos utilizados e as generalizações que perceberam na resolução da atividade. Depois de comparar com eles suas ideias, apresente a proposta do livro e sistematize a fórmula.

- Se julgar conveniente, conte aos estudantes que, na Antiguidade, o trapézio isósceles teve lugar de honra na religião Védica e na fé Jaina (região da Índia), nas quais essa figura estava associada aos monumentos e altares.

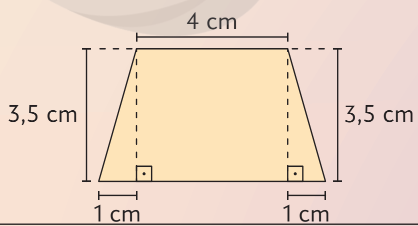
Atividade a mais

- Calcule a medida da área do trapézio a seguir.



Resolução e comentários

Por ser um trapézio isósceles, é possível calcular a medida da área fazendo sua decomposição em um retângulo e dois triângulos retângulos, como indicado a seguir, e calcular as medidas das áreas dessas figuras.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Medida da área do retângulo:

$4 \cdot 3{,}5 = 14$, ou seja, 14 cm^2.

Medida da área de um triângulo:

$\frac{1 \cdot 3{,}5}{2} = 1{,}75$, ou seja, 1,75 cm^2.

Depois de obtidas as medidas das áreas, devemos adicioná-las para determinar a medida da área do trapézio.

Medida da área do trapézio: $14 + 1{,}75 + 1{,}75 = 17{,}5$, ou seja, 17,5 cm^2.

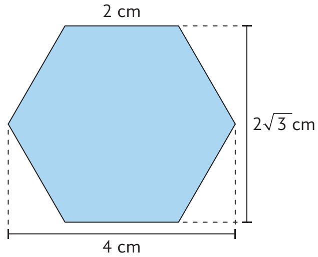
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, explore algumas possibilidades de decomposição de um hexágono regular em outros polígonos já conhecidos pelos estudantes. Peça a eles que desenhem um hexágono regular no caderno e façam sua decomposição em polígonos cuja medida de área eles já sabem calcular. Depois disso, sugira a alguns deles que apresentem suas ideias para os colegas. Durante esse momento, faça conexões com o conteúdo que será abordado.

Se julgar conveniente, retome com os estudantes as operações com radicais.

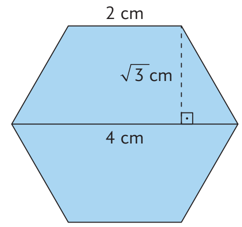
- Na atividade **13**, analise se os estudantes identificam os elementos necessários para calcular a medida da área de um trapézio. Se necessário, retome a substituição desses elementos na fórmula e apresente mais alguns trapézios para obterem a medida de sua área. Se for conveniente, explore a classificação dos trapézios, mostrando que, no item **B**, a medida da altura do trapézio corresponde à medida do comprimento do próprio lado, pois esse trapézio tem um ângulo reto e, por isso, é classificado como trapézio retângulo.
- Nas atividades **14** e **15**, se os estudantes apresentarem dificuldade, procure incentivá-los a substituir as informações dadas na fórmula. Tire melhor proveito apresentando um trapézio com as medidas de sua área e dos comprimentos de sua base maior e menor e peça-lhes para determinar a medida de sua altura.

É possível também calcular a medida da área do hexágono regular a seguir, decompondo-o em 2 trapézios congruentes.

1º.



2º.



Calculamos a medida da área de um dos trapézios:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(4\,\text{cm} + 2\,\text{cm}) \cdot \sqrt{3}\,\text{cm}}{2} =$$

$$= \frac{6\ \text{cm} \cdot \sqrt{3}\ \text{cm}}{2} = 3\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Atenção!

Para obter a medida da altura (h) de um dos trapézios, basta dividir a medida da altura do hexágono regular por 2, ou seja, $\frac{2 \cdot \sqrt{3}\ \text{cm}}{2} = \frac{\cancel{2} \cdot \sqrt{3}\ \text{cm}}{\cancel{2}} = \sqrt{3}$ cm.

Por último, multiplicamos o resultado por 2 para obter a medida da área do hexágono regular.

$$2 \cdot 3\sqrt{3}\ \text{cm}^2 = 6\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Portanto, a área desse hexágono regular mede $6\sqrt{3}$ cm².

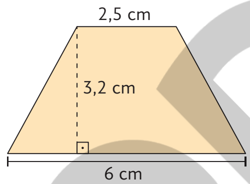
Atividades

Faça as atividades no caderno.

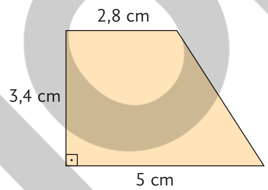
13. Respostas: A. 13,6 cm²; B. 13,26 cm²; C. 12,825 cm².

13. Calcule no caderno a medida da área de cada trapézio mostrado a seguir.

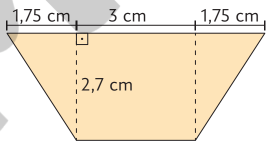
A.



B.



C.

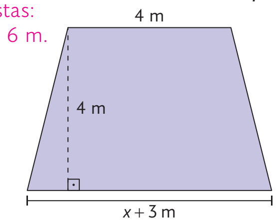


14. A área do trapézio representado a seguir mede 20 m².

a) Determine o valor de x.

b) Qual é a medida do comprimento da base maior desse trapézio?

14. Respostas: a) 3 m; b) 6 m.



15. Considere um trapézio tal que:

- a área meça 35 cm²;
- a altura meça 5 cm;
- o comprimento da base maior meça 10 cm.

Calcule no caderno a medida do comprimento da base menor desse trapézio.

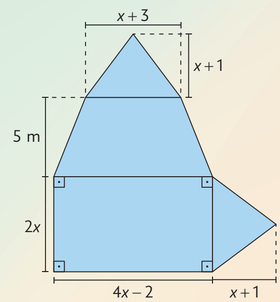
15. Resposta: 4 cm.

250

Sugestões de avaliação

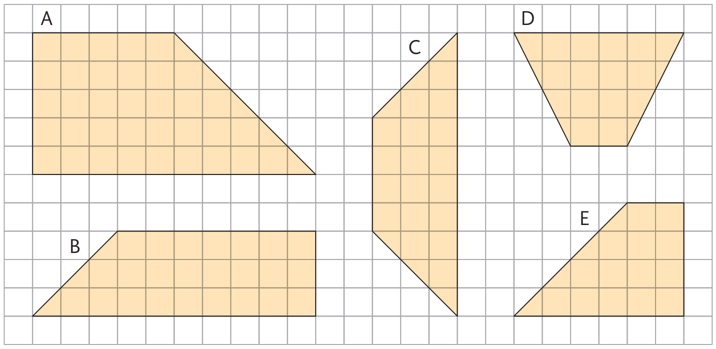
Para avaliar o aprendizado dos estudantes em relação aos conteúdos estudados até o momento, proponha a eles que calculem a medida da área da figura a seguir, reproduzindo-a na lousa e dizendo a eles que a medida da área do trapézio (formado pela decomposição da figura) tem 40 m².

A resolução deste cálculo encontra-se no rodapé da página seguinte.



16. Determine a medida, em centímetros quadrados, da área de cada trapézio a seguir.
16. Respostas: A. 9,375 cm^2; B. 6,375 cm^2; C. 5,25 cm^2; D. 4 cm^2; E. 4 cm^2.

Atenção!
O comprimento do lado de cada ☐ da malha mede 0,5 cm.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

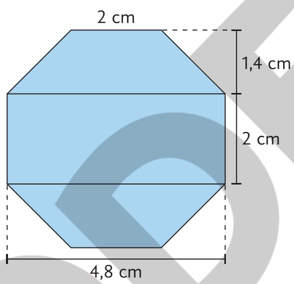
17. As medidas apresentadas nos quadros a seguir referem-se a trapézios. Efetue os cálculos no caderno e obtenha os valores de x, y e z.
17. Resposta: A. 34,5 cm^2; B. 2 cm; C. 3,45 cm.

A. **Trapézio *ABCD***
Comprimento das bases: $AB = 6$ cm e $CD = 9$ cm
Altura: $h = 4{,}6$ cm
Área: $A = x$

B. **Trapézio *EFGH***
Comprimento das bases: $EF = y$ e $GH = 8$ cm
Altura: $h = 6$ cm
Área: $A = 30$ cm^2

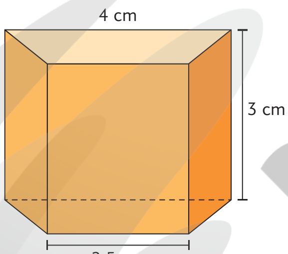
C. **Trapézio *IJKL***
Comprimento das bases: $KL = 4{,}8$ cm e $IJ = z$
Altura: $h = 4$ cm
Área: $A = 16{,}5$ cm^2

18. A figura geométrica ao lado representa a vista superior do tampo de uma mesa.
Sabendo que esse tampo é formado por 2 trapézios isósceles congruentes e por 1 retângulo, determine a medida da área de sua superfície.
18. Resposta: 19,12 cm^2.

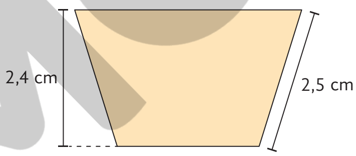


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

19. Determine a medida da área total da superfície do prisma reto representado a seguir, sabendo que suas bases são trapézios isósceles. 19. Resposta: 50,1 cm^2.



Prisma.



Base do prisma.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

251

- Tire melhor proveito da atividade **16** reproduzindo malhas quadriculadas, cujos quadradinhos tenham lados com medida de comprimento igual a 0,5 cm, e entregue aos estudantes. Depois, oriente-os a construir trapézios e a trocar com um colega para calcular as medidas de área. Ao final, eles devem conferir se o colega calculou corretamente.
- A atividade **17** complementa as atividades **14** e **15** ao utilizar a ideia de resolver equações para obter a medida da área ou de comprimento de uma das bases do trapézio. Essas situações articulam as unidades temáticas **Grandezas e medidas** e **Álgebra**, o que favorece o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 3**. Incentive os estudantes a identificar as medidas e a manipular a fórmula corretamente.
- A atividade **18** envolve a decomposição de um octógono em dois trapézios e um retângulo. Explore essa decomposição e as propriedades de um trapézio isósceles. Verifique se conseguem identificar as medidas necessárias para o uso das fórmulas que permitem o cálculo da medida das áreas dos trapézios e do retângulo e, assim, obter a medida da área do octógono. Caso tenham dúvidas, questione-os sobre os elementos da figura associados às fórmulas, de modo que percebam o significado da fórmula em relação à figura correspondente.
- Na atividade **19**, lembre os estudantes de que um prisma é reto quando suas faces laterais são retangulares. Complemente a atividade, levando para a sala de aula reproduções do prisma apresentado, feitas de papel ou outro material, para que os estudantes manuseiem e percebam que, ao calcular a medida da área de um prisma, são usados os procedimentos de cálculo da medida da área dos polígonos.

Resolução e comentários

Inicialmente, calculamos x. Para isso, como a área do trapézio mede 40 m^2, temos:

$$40 = \frac{(4x - 2 + x + 3) \cdot 5}{2}$$

$$40 = \frac{(5x + 1) \cdot 5}{2}$$

$80 = 25x + 5$

$70 = 25x$

$3 = x$ ou $x = 3$

Em seguida, substituímos x nas demais medidas da figura:

$x + 3 = 3 + 3 = 6$

$x + 1 = 3 + 1 = 4$

$2x = 2 \cdot 3 = 6$

$4x - 2 = 4 \cdot 3 - 2 = 10$

$x + 1 = 3 + 1 = 4$

Com isso, calculamos a medida da área dos triângulos e do retângulo.

Retângulo:

$A = 6 \cdot 10 = 60$, ou seja, 60 m^2.

Triângulos:

$\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$, ou seja, 12 cm^2.

Por fim, adicionamos todas as medidas de área.

$40 + 60 + 12 + 12 = 124$

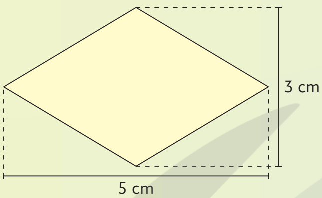
Portanto, a área da figura mede 124 m^2.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

- Antes de iniciar o conteúdo de medida da área do losango desta página, explore com os estudantes as propriedades do losango. Em uma perspectiva exploratória, deixe-os descrever essa figura, como são as medidas de seus lados e suas diagonais. Depois, apresente a eles a atividade do boxe **Atividade a mais** a seguir e incentive-os a resolver utilizando o cálculo de medida de área de outras figuras (triângulos, retângulos).
- Leve-os a perceber que o losango é formado por quatro triângulos congruentes ou que é possível rotacionar os triângulos e formar um retângulo. Anote na lousa as estratégias utilizadas por eles e compare-as. Verifique se fazem generalizações e auxilie-os a obter a fórmula para calcular a medida da área do losango. Depois, fazendo conexão com as ideias deles, apresente os conteúdos do livro e sistematize a fórmula. Se achar necessário, retome com os estudantes que, ao substituir as medidas na fórmula, elas devem estar na mesma unidade de medida.

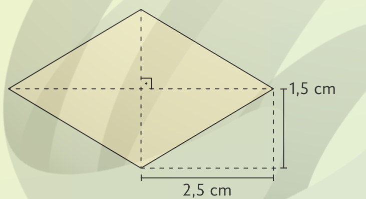
Atividade a mais

- Qual é a medida da área do losango apresentado a seguir?



Resolução e comentários

Inicialmente, decompomos o losango em quatro triângulos.



Depois, calculamos a medida da área de um dos triângulos e multiplicamos o resultado por 4.

Medida da área de um triângulo:

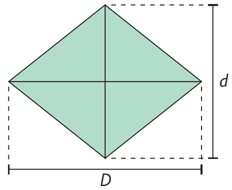
$\frac{2{,}5 \cdot 1{,}5}{2} = 1{,}875$, ou seja, 1,875 cm².

Medida da área do losango:

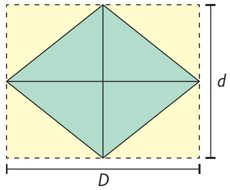
$4 \cdot 1{,}875 = 7{,}5$, ou seja, 7,5 cm².

Medida da área do losango

No losango a seguir, D é a medida do comprimento da diagonal maior e d é a medida do comprimento da diagonal menor.



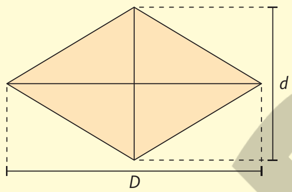
Para calcular a medida da área desse losango, traçamos um retângulo cuja medida do comprimento da base corresponde à medida do comprimento da diagonal maior do losango e cuja medida da altura corresponde à medida do comprimento da diagonal menor.



Esse retângulo é composto de 8 triângulos congruentes, e 4 desses triângulos formam o losango.

Assim, a medida da área do losango é a metade da medida da área desse retângulo.

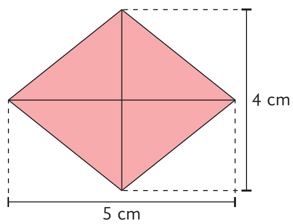
Para calcular a medida da área de um **losango**, multiplicamos a medida do comprimento de sua diagonal maior pela medida do comprimento de sua diagonal menor e dividimos o resultado por 2.



$$\boxed{A = \frac{D \cdot d}{2}}$$

A: medida da área do losango
D: medida do comprimento da diagonal maior
d: medida do comprimento da diagonal menor

Acompanhe o cálculo da medida da área do losango ao lado, utilizando a fórmula.



De acordo com as medidas indicadas, temos:

- medida do comprimento da diagonal maior: $D = 5$ cm;
- medida do comprimento da diagonal menor: $d = 4$ cm.

Substituímos essas medidas na fórmula e efetuamos os cálculos:

$$\boxed{A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{5\text{ cm} \cdot 4\text{ cm}}{2} = \frac{20\text{ cm}^2}{2} = 10\text{ cm}^2}$$

Logo, a área desse losango mede 10 cm².

Atenção!

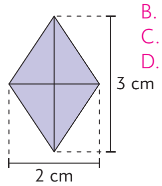
Lembre-se de que, ao substituir as medidas na fórmula, elas devem estar na mesma unidade de medida.

Atividades

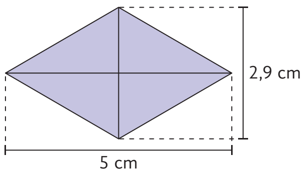
Faça as atividades no caderno.

20. Calcule no caderno a medida da área dos seguintes losangos. 20. Respostas: A. 3 cm²; B. 7,25 cm²; C. 4,255 cm²; D. 5,6 cm².

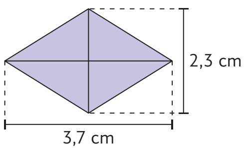
A.



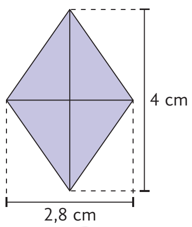
B.



C.



D.

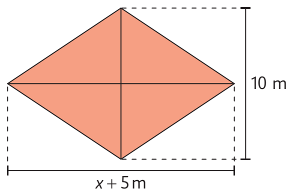


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

21. Sabendo que a área de um losango mede 54 cm² e o comprimento de sua diagonal menor mede 9 cm, determine a medida do comprimento da diagonal maior. 21. Resposta: 12 cm.

22. Determine a medida do comprimento da diagonal menor de um losango que tenha 36 cm² de medida de área e cujo comprimento da diagonal maior meça 9 cm. 22. Resposta: 8 cm.

23. A área do losango representado a seguir mede 75 m².



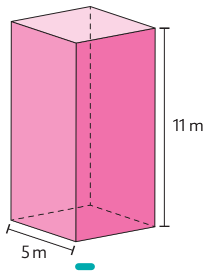
RAFAEL L. GAION /ARQUIVO DA EDITORA

a) Em seu caderno, determine o valor de *x*.

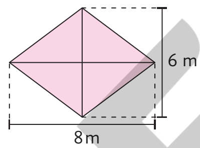
b) Qual é a medida do comprimento da diagonal maior desse losango?

23. Respostas: a) 10 m; b) 15 m.

24. A figura geométrica a seguir é um prisma reto, cujas bases são losangos.



Prisma.



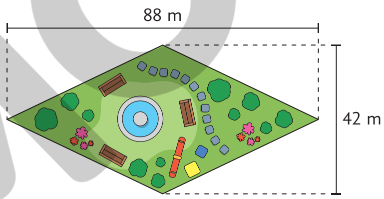
Base do prisma.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION /ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com as medidas indicadas, determine a medida da área total da superfície desse prisma.

24. Resposta: 268 m².

25. Utilizando a imagem a seguir, **elabore** um problema envolvendo cálculo da medida de área.



HELOÍSA PINTARELLI /ARQUIVO DA EDITORA

Depois, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

25. Resposta pessoal.

- Na atividade **20**, analise se os estudantes identificam as medidas das diagonais necessárias para calcular a medida da área de um losango. Caso os estudantes apresentem dificuldade, retome a substituição dessas medidas na fórmula e apresente mais alguns losangos para obterem a medida de suas áreas.
- Nas atividades **21** e **22**, os estudantes precisam identificar as medidas fornecidas da área e do comprimento da diagonal. Analise se eles substituem a medida da área na diagonal do losango ao usar a fórmula. Se apresentarem dificuldade, retome na lousa os procedimentos para calcular a medida da área do losango e oriente-os no processo de resolução da equação.
- Na atividade **23**, se os estudantes apresentarem dificuldade, procure incentivá-los a substituir as informações dadas na fórmula e, caso necessário, anote-as na lousa e sane as dúvidas que tiverem. Se julgar conveniente, apresente outros losangos e forneça a medida de uma de suas diagonais.
- Para a resolução da atividade **24**, lembre aos estudantes que um prisma é reto quando suas faces laterais são retangulares. Se possível, para melhor aproveitar esta atividade, leve para a sala de aula reproduções de prismas iguais ao apresentado na atividade, feitas de papel ou outro material, para que os estudantes manuseiem. Se julgar conveniente, compare com eles as características de um prisma de base quadrangular regular e de um prisma cuja base seja um losango.
- A atividade **25** envolve elaborar e resolver um problema envolvendo o cálculo da medida da área de um terreno com formato de losango. Esta atividade favorece o trabalho cooperativo entre os pares, a imaginação e a criatividade. Incentive os estudantes a expor suas opiniões e respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo, o que favorece o desenvolvimento das **Competências gerais 2**, **4** e **9** e das **Competências específicas de Matemática 6** e **8**.

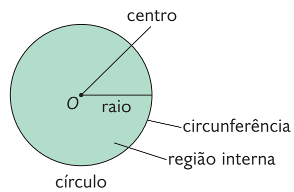
253

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à medida da área do círculo. Para auxiliá-los a apresentar seus conhecimentos prévios, em uma perspectiva exploratória, faça perguntas como: “O que é um círculo?”; “Quais são os elementos do círculo?”; “Como é calculada a medida da área de um círculo?”. Deixe que eles conversem entre si e que façam generalizações para tornar o estudo mais significativo. Anote na lousa as ideias deles que mais contribuem para a aprendizagem da área do círculo. Depois, apresente o conteúdo do livro.

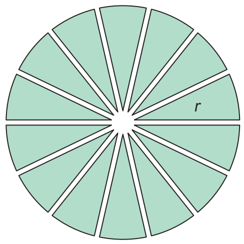
Além disso, sistematize a fórmula para o cálculo da medida da área do círculo e reforce com eles a diferença entre círculo e circunferência.

Medida da área do círculo

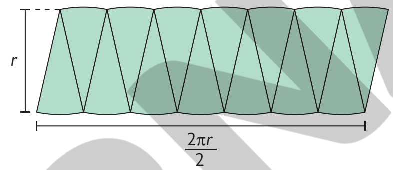
O **círculo** é a reunião da circunferência com todos os pontos que estão em sua região interna. Acompanhe os procedimentos para obter a fórmula que permite calcular a medida da área de um círculo.



- Inicialmente, decompomos o círculo em partes iguais. Por exemplo, na figura a seguir, o círculo de raio medindo r foi decomposto em 14 partes iguais.



- Em seguida, organizamos essas partes, como mostra a imagem a seguir.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Organizando as partes do círculo dessa maneira, obtemos uma figura geométrica que lembra um paralelogramo, cuja medida do comprimento da base é aproximadamente metade da medida do comprimento da circunferência e cuja medida da altura é aproximadamente a medida do comprimento do raio do círculo.

Atenção!

Lembre-se de que a medida C do comprimento de uma circunferência de comprimento de raio medindo r é $C = 2\pi r$.

Quanto maior for a quantidade de partes em que o círculo é decomposto, menos “inclinado” é o lado do paralelogramo. Assim, aumentando significativamente a quantidade de partes, a figura geométrica obtida lembra um retângulo, cuja medida do comprimento da base é metade da medida do comprimento da circunferência e cuja medida da altura é a medida do comprimento do raio do círculo.

Para calcular a medida da área de um paralelogramo, multiplicamos a medida do comprimento de sua base (b) pela medida da sua altura (h). Nesse caso, temos $b = \frac{2\pi r}{2}$ e $h = r$. Assim:

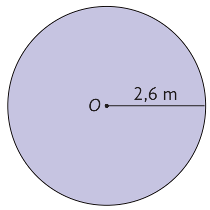
$$A = b \cdot h = \frac{2\pi r}{2} \cdot r = \pi r \cdot r = \pi r^2$$

Como essa figura geométrica é formada por todas as partes do círculo, a medida da área do círculo é dada por:

$$\boxed{A = \pi r^2}$$

254

Agora, vamos calcular a medida aproximada da área do círculo ao lado, utilizando a fórmula $A = \pi r^2$ e considerando $\pi = 3{,}14$.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot (2{,}6 \text{ m})^2 = 3{,}14 \cdot 6{,}76 \text{ m}^2 = 21{,}2264 \text{ m}^2$$

Portanto, a área desse círculo mede aproximadamente 21,2264 m².

Arredondando esse valor ao centésimo mais próximo, obtemos 21,23 m².

Atividades

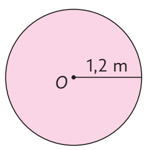
Faça as atividades no caderno.

26. Calcule no caderno a medida da área de cada círculo de centro *O* representado a seguir.

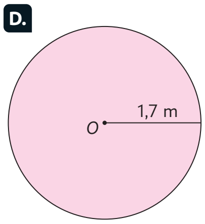
Atenção!

Para resolver as atividades desta unidade, utilize $\pi = 3{,}14$ e, quando necessário, arredonde os resultados ao centésimo mais próximo do valor final.

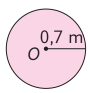
A.



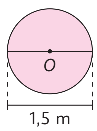
D.



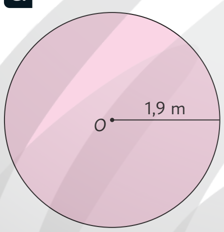
B.



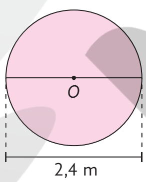
E.



C.



F.



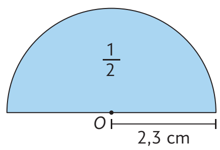
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

26. Respostas: A. 4,52 m²; B. 1,54 m²; C. 11,34 m²; D. 9,07 m²; E. 1,77 m²; F. 4,52 m².

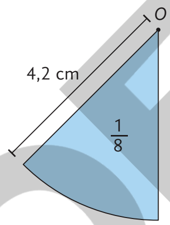
27. Calcule no caderno a medida da área do círculo cujo comprimento do raio mede $5\sqrt{2}$ m. 27. Resposta: 157 m².

28. Cada figura a seguir representa uma fração de um círculo de centro *O*. De acordo com a fração e a medida do comprimento do raio, determine, em seu caderno, a medida aproximada da área de cada uma dessas figuras.

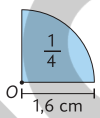
A.



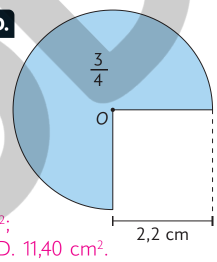
C.



B.



D.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

28. Respostas: A. 8,31 cm²; B. 2,01 cm²; C. 6,92 cm²; D. 11,40 cm².

29. Determine a medida da área do círculo cujo comprimento da circunferência mede 37,68 cm. 29. Resposta: 113,04 cm².

30. Qual é a medida do comprimento do raio do círculo cuja área mede 28,26 cm²? 30. Resposta: Aproximadamente 3 cm.

- Na atividade **26**, analise se os estudantes compreendem a relação entre raio e diâmetro e, se for necessário, retome as explicações da página anterior. Explique para eles que as respostas apresentadas nesses casos são valores aproximados.
- Na atividade **27**, para tirar mais proveito e sanar possíveis dificuldades, relembre como resolver a potenciação de uma raiz quadrada (raio ao quadrado). Depois, se for conveniente, apresente outros exemplos escrevendo-os na lousa e pedindo aos estudantes que efetuem os cálculos no caderno.
- Na atividade **28**, oriente os estudantes na identificação do raio e no cálculo da medida da área do círculo (o todo), para, depois, obterem a parte da medida da área conforme a fração do círculo apresentada no item. Acompanhe o desenvolvimento da atividade e sane as dúvidas, caso apresentem, com relação à fração da medida da área do círculo. Para complementar o trabalho com essa atividade, peça a eles que determinem qual seria a medida da área do círculo (se fosse completo) de cada item.
- Na atividade **29**, retome com os estudantes o processo para calcular a medida do comprimento de uma circunferência. Caso tenham dificuldade resolva alguns exemplos na lousa.
- Na atividade **30**, oriente os estudantes com relação ao uso da fórmula e na resolução da equação para obter o raio.

• Para a resolução das atividades desta página que não estabelecem valor para o π, solicite aos estudantes a aproximação com duas casas decimais ($\pi = 3{,}14$).

• Na atividade **31**, conduza uma leitura individual do problema e depois peça aos estudantes que comentem o que eles entenderam. Após a resolução, se achar necessário, sugira aos estudantes a medida do raio (ou do diâmetro) de outros círculos, a fim de que eles possam realizar os cálculos e verificar que o resultado obtido ao utilizar o método apresentado no Papiro de *Rhind* está próximo do real.

Aproveite o momento e conte um pouco da história desse papiro. Diga que é um documento egípcio de cerca de 1650 a.C., no qual constam, aproximadamente, 85 problemas matemáticos dos diferentes campos da Matemática, entre eles, esse relacionado à área do círculo.

• As atividades **32** e **33** envolvem o cálculo da medida da área do círculo envolvendo terrenos com o formato de quadriláteros. Caso os estudantes tenham dificuldades para identificar a medida do raio, desenhe na lousa as figuras e os auxilie na identificação.

• Inicie a atividade **34** em uma perspectiva exploratória, questionado os estudantes sobre quais procedimentos utilizar para obter a medida da área da região verde. Verifique se compreendem que, no item **A**, podem obter a área dos três círculos, do retângulo e depois realizar a subtração. Do mesmo modo, no item **B**, precisam obter a medida da área do círculo, do triângulo e depois realizar a subtração. Oriente-os a identificar as medidas necessárias para a realização dos cálculos.

• A fim de tirar melhor proveito da atividade **35**, que envolve elaborar e resolver um problema envolvendo do cálculo de medida de área a partir da representação de um cilindro e sua planificação, solicite aos estudantes que se organizem em duplas para efetuar a resolução e a correção do problema elaborado por eles. Essa atividade favorece o trabalho cooperativo entre os pares, a imaginação e a criatividade. Incentive os estudantes a expor suas opiniões e respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo, o que favorece o desenvolvimento das **Competências gerais 2**, **4** e **9** e das **Competências específicas de Matemática 6** e **8**.

31. No Papiro de *Rhind*, encontra-se uma aproximação para a medida da área de um círculo, que seria igual à de um quadrado com comprimento de lado medindo $\frac{8}{9}$ da medida do comprimento do diâmetro do círculo. Utilizando a fórmula da medida da área do círculo e o método utilizado no Papiro de *Rhind*, realize os cálculos e obtenha a medida da área de um círculo cujo comprimento do raio mede 9 m. Depois, verifique se os resultados obtidos são próximos entre si.

32. Para plantar hortaliças, Pedro separou uma região em seu sítio com formato de quadrado, cujo comprimento do lado mede 50 m.

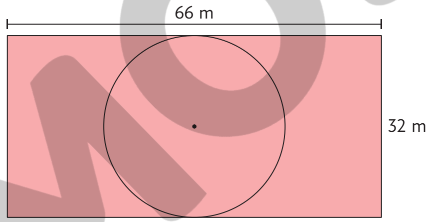
Para facilitar a irrigação, ele separou uma região circular no interior da região quadrada, onde fará o plantio.

a) Qual deve ser a medida do comprimento do raio da região circular para que a medida de sua área seja máxima?

b) Calcule a medida dessa área.

32. Respostas: a) 25 m; b) 1962,50 m^2.

33. A prefeitura de uma cidade vai construir uma praça em um terreno com formato retangular como representado na figura a seguir. A região com formato circular está reservada para a construção de um parque para as crianças.



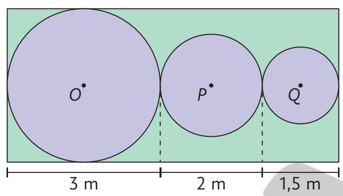
RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

33. Resposta: 1308,16 m^2.

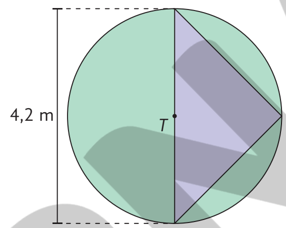
Calcule no caderno a medida da área aproximada do terreno que não está reservada para a construção do parque.

34. Calcule a medida da área da região verde em cada figura a seguir, sendo O, P, Q e T os centros dos círculos.

A.



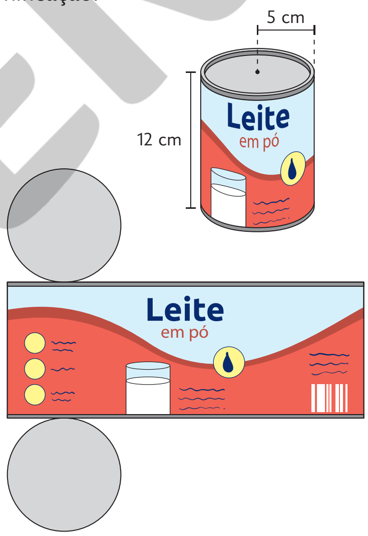
B.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

34. Respostas: A. 7,53 m^2; B. 9,44 m^2.

35. As imagens a seguir mostram uma lata com formato de cilindro reto e sua planificação.



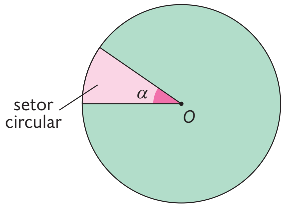
ILUSTRAÇÕES: HELOISA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com essas imagens, **elabore** um problema envolvendo medida de área e peça a um colega que o resolva. Depois, verifique se ele resolveu corretamente. 35. Resposta pessoal.

31. Resposta: Medida da área com o método do Papiro: 256 m^2.
Medida da área com a fórmula: 254,34 m^2.

Medida da área do setor circular

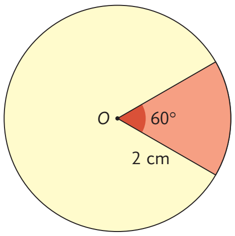
Setor circular é uma parte de um círculo determinada por um **ângulo central** qualquer. Por exemplo, a parte pintada em rosa no círculo a seguir é um setor circular, determinado pelo ângulo central de medida α (lê-se: alfa).



Atenção!
Nesse círculo, a parte verde também é um setor circular.

A **medida da área de um setor circular** é diretamente proporcional à medida do ângulo central que o determina.

Na imagem a seguir estão representados um círculo de centro O com comprimento de raio medindo 2 cm e um setor circular determinado por um ângulo central de medida 60°.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION / ARQUIVO DA EDITORA

Para calcular a medida da área desse setor, inicialmente calculamos a medida da área do círculo, considerando $\pi = 3{,}14$.

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 2^2 = 3{,}14 \cdot 4 = 12{,}56$$

Como a medida da área do setor circular é diretamente proporcional à medida do ângulo central que o determina, podemos escrever a seguinte proporção:

Medida da área (cm²)	Medida do ângulo (graus)
12,56	360
A_S	60

$$\frac{12{,}56}{A_S} = \frac{\cancel{360}^{:10}}{\cancel{60}^{:10}}$$

$$12{,}56 \cdot 6 = A_S \cdot 36$$

$$\frac{36 \cdot A_S}{36} = \frac{75{,}36}{36}$$

$$A_S \simeq 2{,}09$$

Assim, a área desse setor circular mede aproximadamente 2,09 cm².

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a área do setor circular com ângulo de medida igual a 60°. Para isso, apresente na lousa a figura do setor circular apresentado na página. Depois, considerando as estratégias, as generalizações e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

Algo a mais

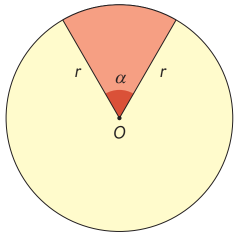
No artigo a seguir, podem ser encontradas algumas informações sobre o Papiro de *Rhind*, tratado na atividade **31** da página anterior, e também sobre outros papiros.

• GASPAR, Maria Terezinha; MAURO, Suzeli. Explorando a geometria através da história da matemática e da etnomatemática. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2004, Recife. *Anais*... Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/07/MC10721746500.pdf. Acesso em: 7 jul. 2022.

• Nesta página, desenvolva com os estudantes o cálculo da medida da área de um setor circular, explicando a relação de proporcionalidade e o uso da "Regra de três".

Se achar necessário, ao apresentar a fórmula da medida da área do setor circular, comente que $\frac{\alpha}{360}$ corresponde a uma fração da medida da área total do círculo.

Agora, analise o círculo de centro O com comprimento de raio medindo r e o setor circular de ângulo central de medida α.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Sabemos que a medida da área total do círculo é πr^2 e que um círculo completo corresponde a 360°. Assim, podemos determinar a fórmula para calcular a medida da área desse setor circular.

Medida da área (cm²)	Medida do ângulo (graus)
πr^2	360
A_s	α

$$\frac{\pi r^2}{A_s} = \frac{360}{\alpha}$$

$$A_s \cdot 360 = \alpha \cdot \pi r^2$$

$$\frac{A_s \cdot 360}{360} = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360}$$

Dividimos os dois membros da equação por 360 para que em um dos membros fique apenas A_s.

$$A_s = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$$

Assim, podemos calcular a medida da área do setor circular de medida α pela seguinte fórmula.

$$\boxed{A_s = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2}$$

A seguir, acompanhe os procedimentos de cálculo da medida da área do setor circular da página anterior, de medida 60°, utilizando essa fórmula e considerando $\pi = 3{,}14$.

$$A_s = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$$

$$A_s = \frac{60}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 2^2$$

$$A_s = \frac{753{,}6}{360}$$

$$A_s \simeq 2{,}093$$

Portanto, a área do setor circular mede aproximadamente 2,09 cm².

Medida da área da coroa circular

A parte dourada em cada moeda a seguir lembra uma **coroa circular**.

BANCO CENTRAL DO BRASIL

Moeda de 1 real.

MPANCHENKO/SHUTTERSTOCK

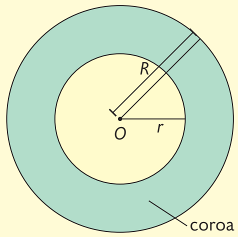
Moeda de 1 euro.

Imagem com elementos não proporcionais entre si.

A região compreendida entre dois círculos concêntricos, de raios com medidas de comprimentos diferentes, é chamada coroa circular.

Por exemplo, na figura, a parte pintada de verde é uma **coroa circular**.

A **medida da área de uma coroa circular** é a diferença entre a medida da área do círculo maior e a medida da área do círculo menor.



Atenção!

Analogamente ao conceito de circunferências concêntricas, **círculos concêntricos** são aqueles que têm o mesmo centro.

Acompanhe como podemos calcular a medida da área da coroa circular (A_C) citada, sendo R a medida do comprimento do raio do círculo maior e r a medida do comprimento do raio do círculo menor.

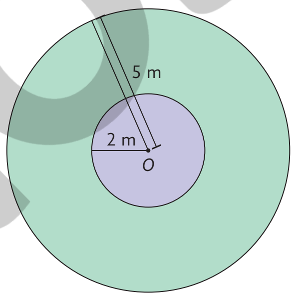
$$A_C = \pi R^2 - \pi r^2 \longleftarrow \text{colocamos o fator comum } \pi \text{ em evidência}$$

$$A_C = \pi(R^2 - r^2)$$

Assim, para obtermos a medida da área de uma coroa circular, utilizamos a fórmula.

$$\boxed{A_C = \pi(R^2 - r^2)}$$

Por exemplo, vamos calcular a medida da área da coroa circular ao lado, indicada em verde, utilizando essa fórmula e considerando $\pi = 3{,}14$.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

$$A_C = \pi(R^2 - r^2)$$

$$A_C = \pi(5^2 - 2^2)$$

$$A_C = \pi(25 - 4)$$

$$A_C = 3{,}14 \cdot 21$$

$$A_C = 65{,}94$$

Logo, a área dessa coroa circular mede aproximadamente 65,94 m^2.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento prévio dos estudantes relacionado à medida da área de uma coroa circular. Deixe que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de tornar o estudo mais significativo.

Proponha na lousa o exemplo apresentado nesta página. Em seguida, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, verifique se generalizaram que a medida da área de uma coroa circular é a diferença entre a medida da área do círculo maior e a medida da área do círculo menor e, depois, apresente as explicações do livro.

259

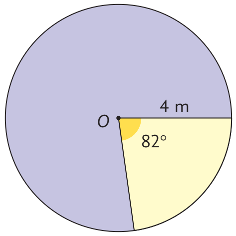
- Na atividade **36**, analise como os estudantes lidam com as informações sobre a medida do comprimento do raio e a medida do ângulo. Se necessário, complemente a atividade elaborando outros itens envolvendo o cálculo da medida da área de setores circulares.
- Na atividade **37**, apresente a resolução do exemplo e reforce com os estudantes a razão entre a medida do ângulo central e a medida do ângulo completo do círculo e a relação com a medida da área total do círculo. Se for necessário, retome com os estudantes alguns conceitos relacionados à fração, como simplificação e multiplicação.

Atividades

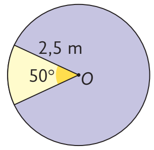
Faça as atividades no caderno.

36. Calcule no caderno a medida da área aproximada do setor circular amarelo de centro *O*, em cada círculo a seguir. 36. Respostas: A. 11,44 m²; B. 2,73 m².

A.

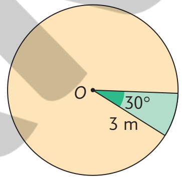


B.



37. A seguir é apresentada outra maneira de calcular a medida da área de um setor circular, considerando a fração do círculo que ele representa. Para isso, considere o setor circular verde representado.

Esse setor é determinado por um ângulo central de medida 30° em um círculo de centro *O* e comprimento de raio medindo 3 m.



- Inicialmente, determinamos a razão entre a medida do ângulo central e do círculo: $\frac{30}{360} = \frac{1}{12}$. Nesse caso, o setor circular é $\frac{1}{12}$ do círculo.
- Depois, calculamos a medida da área total do círculo (*A*), considerando $\pi = 3{,}14$.

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 3^2 = 3{,}14 \cdot 9 = 28{,}26$$

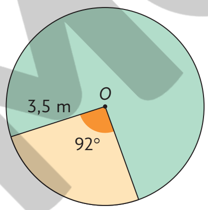
- Por último, calculamos $\frac{1}{12}$ da medida da área total do círculo.

$$\frac{1}{12} \cdot A = \frac{1}{12} \cdot 28{,}26 = \frac{28{,}26}{12} \simeq 2{,}35$$

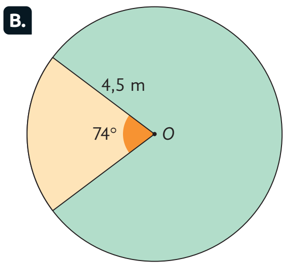
Portanto, a área do setor circular mede aproximadamente 2,35 m².

De maneira semelhante, calcule a medida da área aproximada de cada setor circular laranja, sendo *O* o centro de cada círculo.

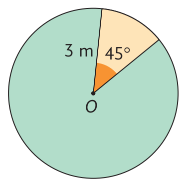
A.



B.

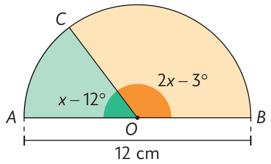


C.



37. Respostas: A. 9,83 m²; B. 13,07 m²; C. 3,53 m².

38. A figura geométrica a seguir representa um semicírculo.

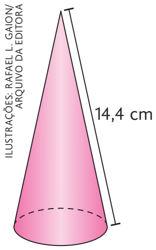


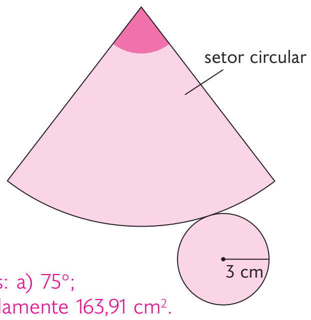
RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Quais são as medidas dos ângulos $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}C$?

b) Qual é a medida da área aproximada do setor circular laranja? E do setor circular verde?

39. As figuras a seguir representam um cone e sua planificação.





ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

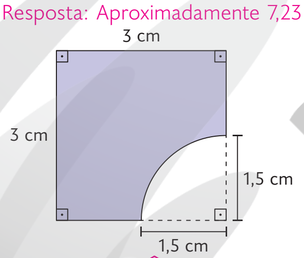
39. Respostas: a) 75°;
b) Aproximadamente 163,91 cm².

a) Com o auxílio do transferidor, meça o ângulo central da planificação desse cone.

b) Calcule no caderno a medida da área total da superfície do cone.

40. Em seu caderno, calcule a medida aproximada da área da figura a seguir.

40. Resposta: Aproximadamente 7,23 cm².

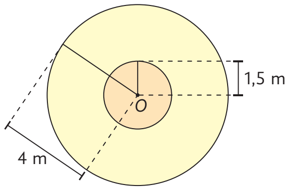


RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

38. Respostas: a) med $(A\hat{O}C) = 53°$; med $(B\hat{O}C) = 127°$;
b) Laranja: aproximadamente 39,88 cm²; verde: 16,64 cm².

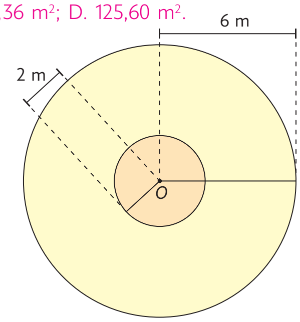
41. Considere as medidas indicadas e calcule no caderno a medida da área da coroa circular de cada item, sabendo que *O* é o centro dos círculos.

A.

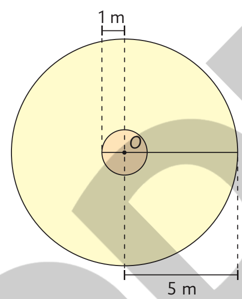


41. Respostas: A. 43,18 m²; B. 100,48 m²; C. 75,36 m²; D. 125,60 m².

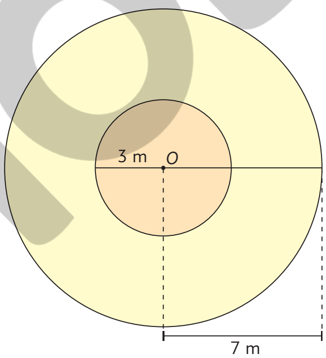
B.



C.



D.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **38**, auxilie os estudantes a compreender que a soma das medidas dos dois ângulos é igual à medida de um ângulo raso. Para tirar melhor proveito dessa atividade, retome com eles alguns tipos de ângulos (raso, complementar e suplementar). Se julgar conveniente, elabore mais exemplos como a figura apresentada e reproduza-os na lousa para que eles possam efetuar os cálculos no caderno.
- Durante a resolução da atividade **39**, monitore o trabalho dos estudantes para descobrir suas estratégias e ideias. Caso perceba dificuldade, oriente-os que, para obter a medida do ângulo central nessa atividade, é preciso calcular a medida do comprimento do arco de circunferência correspondente ao ângulo, cujo comprimento do raio mede 3 cm, e do círculo todo, do qual o arco é parte, cujo comprimento do raio mede 14,4 cm.

Se tiverem dúvidas, explique a eles que não apenas a medida da área, mas também a medida do comprimento de um setor circular, é diretamente proporcional à medida do ângulo central que o determina. Se julgar conveniente, retome as explicações da página **257**.

- Inicie a atividade **40** em uma perspectiva exploratória questionando os estudantes para verificar se percebem o quadrado e a quarta parte de um círculo ou um setor circular com ângulo central medindo 90° . Deixe-os apresentar suas estratégias e, caso tenham dúvidas, resolva exemplos parecidos na lousa.
- Na atividade **41** desta página e na atividade **42** da página seguinte, auxilie os estudantes a identificar a medida do comprimento dos raios dos círculos concêntricos. Verifique se usam a fórmula sistematizada para calcular a medida da área de uma coroa circular ou se calculam a diferença entre a medida da área do círculo maior e a medida da área do círculo menor. Compare essas resoluções na lousa e sane as dúvidas que surgirem.

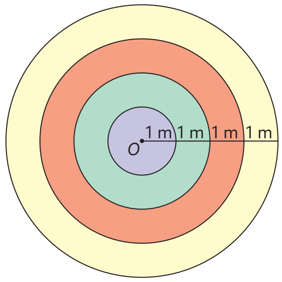
261

- Para resolver as atividades **43**, **44** e **45**, organize os estudantes em grupos e monitore o trabalho deles para descobrir suas estratégias de resolução e ideias matemáticas utilizadas. Além disso, promova uma discussão coletiva a partir das resoluções, dos erros e das ideias deles, destacando e retomando cada aspecto conceitual envolvido nas atividades.
- Para iniciar a resolução da atividade **43**, promova uma leitura com a sala de aula e verifique se os estudantes compreenderam o que é proposto. Auxilie-os a resolver a atividade por partes: primeiro obtendo a medida da área do retângulo e identificando a medida dos comprimentos dos raios dos círculos branco e verde e, em seguida, calculando a medida da área da coroa circular ou obtendo as medida das áreas dos dois círculos (do branco e do verde), a fim de calcular suas diferenças.
- A atividade **44** envolve os conceitos de medidas das área do setor circular e da coroa circular. Auxilie os estudantes a identificar as medidas dos comprimentos dos raios dos setores circulares concêntricos. Se apresentarem dúvidas, resolva exemplos parecidos na lousa.
- A atividade **45** tem como objetivo o cálculo da medida da área de uma coroa circular. Explique aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **medida** nela. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **área** indica a medida da área da coroa circular formada pelo aumento da parte circular pavimentada. Oriente-os, também, a considerar que o termo **diâmetro** indica a medida de comprimento do perímetro.

Durante a resolução desta atividade, analise se os estudantes não confundem a medida do comprimento do diâmetro com a medida do comprimento do raio. Se achar necessário, retome a diferença entre diâmetro e raio.

42. Resposta: Amarelo: 21,98 m²; vermelho: 15,7 m²; verde: 9,42 m².

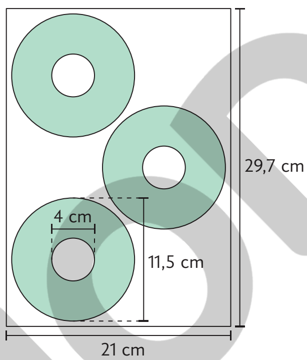
42. Na figura a seguir estão representados 4 círculos concêntricos, de centro *O*.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com as medidas indicadas, calcule no caderno a medida da área das coroas circulares pintadas de amarelo, vermelho e verde.

43. Janaína vai gravar as fotos digitais que estão em seu computador em 3 DVDs, que serão identificados por meio de etiquetas. Para isso, ela foi a uma papelaria e comprou uma folha com três etiquetas adesivas que serão destacadas e coladas. A figura a seguir representa a folha com as etiquetas.



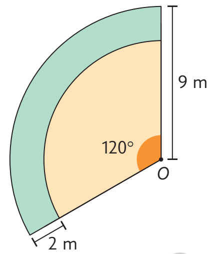
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a medida da área da folha com as etiquetas?

b) Determine a medida da área aproximada de cada etiqueta.

c) Em relação à folha, qual medida da área não faz parte das etiquetas?

44. Calcule no caderno a medida da área da região verde a seguir, formada por setores circulares de centro *O*.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

44. Resposta: Aproximadamente 33,5 m².

45. (Enem-2019) Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo 6 m, é cercada por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em 8 m, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais 100 m² de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.

Utilize 3 como aproximação para π.

A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

a) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 21 m².

b) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 24 m².

c) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 48 m².

d) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 108 m².

e) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 120 m². 45. Resposta: Alternativa **e**.

43. Respostas: a) 623,7 cm²; b) Aproximadamente 91,26 cm²; c) Aproximadamente 349,92 cm².

262

Metodologias ativas

- Para desenvolver o trabalho com a atividade **44**, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Pensamento do *design***.
- Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie também a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**.

Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

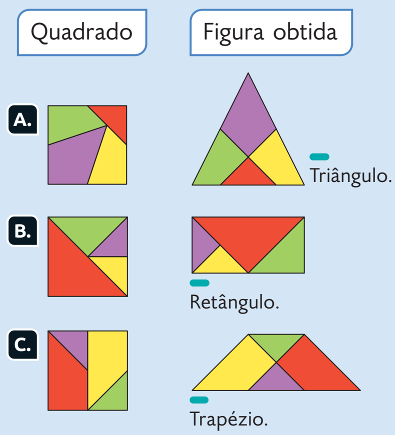
O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Um paralelogramo tem 255 cm^2 de medida de área e o comprimento de sua base mede 15 cm. Qual é a medida da altura desse paralelogramo?

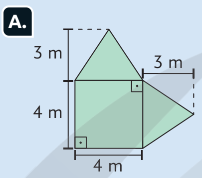
1. Resposta: 17 cm.

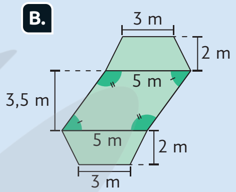
2. O triângulo, o retângulo e o trapézio representados a seguir foram obtidos a partir de quadrados com medidas de áreas iguais.

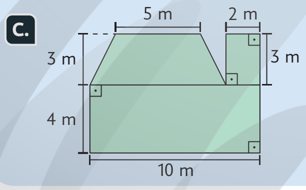


Esses polígonos têm medidas de áreas iguais ou diferentes? Por quê?

3. **Junte-se** a um colega e calculem, em uma folha de papel avulsa, a medida da área de cada figura representada a seguir.





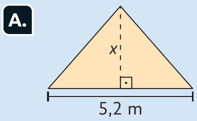


3. Respostas: A. 28 m^2; B. 33,5 m^2; C. 65,5 m^2.

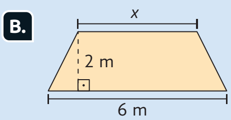
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

4. Respostas: A. 3 m; B. 4 m; C. 2,5 m; D. 4,8 m.

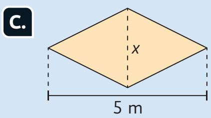
4. Determine o valor de x em cada polígono a seguir.



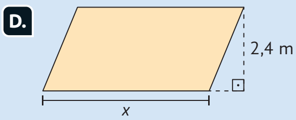
medida da área do triângulo: 7,8 m^2



medida da área do trapézio: 10 m^2



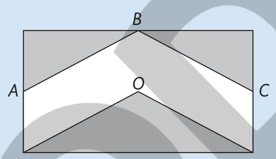
medida da área do losango: 6,25 m^2



medida da área do paralelogramo: 11,52 m^2

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

5. (Obmep-2006) No retângulo a seguir, A, B e C são pontos médios de seus lados e O é o ponto de encontro de suas diagonais. 5. Resposta: alternativa **c**.



REPRODUÇÃO/OBMEP

A área da região sombreada é

a) $\frac{1}{4}$ da área do retângulo.

b) $\frac{1}{3}$ da área do retângulo.

c) $\frac{1}{2}$ da área do retângulo.

d) $\frac{3}{5}$ da área do retângulo.

e) $\frac{2}{3}$ da área do retângulo.

2. Resposta: Iguais. Porque todas as peças do quadrado foram usadas para compor o triângulo, o retângulo e o trapézio, e não foram acrescentadas outras peças na montagem. Portanto, a medida de área do quadrado foi preservada nas medidas de área das figuras obtidas.

1 e 4. Objetivo

- Acompanhar o desempenho dos estudantes em atividades que envolvem o cálculo da medida da área de triângulos e quadriláteros.

Como proceder

- Na atividade **1**, oriente os estudantes a fazer o desenho do paralelogramo no caderno, indicando as medidas fornecidas e, na atividade **4**, avalie a necessidade de escrever as fórmulas necessárias na lousa.

2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes reconhecem a invariância da medida da área de uma figura por decomposição e recomposição.

Como proceder

- Se possível, leve um tangram para a sala de aula e, utilizando suas peças, construa algumas figuras. Assim, mostre aos estudantes que a área do tangram é preservada, pois não houve sobreposição, acréscimo ou retirada de peças.

3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam a medida da área de figuras decompostas em quadriláteros, trapézios e triângulos.

Como proceder

- Lembre-os de que a medida da área da figura original é igual à soma das medidas das áreas das figuras decompostas. No item **C**, confira se eles percebem que a medida do comprimento da base do trapézio pode ser obtida por meio da medida do comprimento do lado do retângulo.

5. Objetivo

- Conferir se os estudantes calculam medidas de área envolvendo a decomposição da figura.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, sugira que decomponham o retângulo em quatro partes, traçando um segmento passando pelos pontos B e O, e outro, por A e C. Dessa maneira, constata-se que a medida da área da região sombreada é metade da medida da área do retângulo. Outra possibilidade é atribuir medidas para os comprimentos das duas dimensões do retângulo e calcular a medida da sua área e das áreas das partes sombreadas.
- Explique aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **medida** nessa atividade. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **área** indica a medida da área.

6. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida da área de uma figura por meio do cálculo da medida da área de quadrados e círculos.

Como proceder

• Verifique se os estudantes percebem que, no item **A**, o quadrado está sobreposto em $\frac{1}{4}$ de cada círculo e, no item **B**, os 2 semicírculos formam um círculo, em que a medida do comprimento do raio é igual à metade da medida do comprimento do lado do quadrado.

7. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida da área de círculos.

Como proceder

• Os estudantes devem perceber que a medida do comprimento do raio do círculo maior é igual à medida do comprimento do diâmetro do círculo menor. Se necessário, evidencie a sobreposição das figuras, levando-os a constatar que a medida da área da região laranja corresponde à diferença entre as medidas das áreas do círculo maior e do menor.

8. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida da área de uma coroa e de um setor circular.

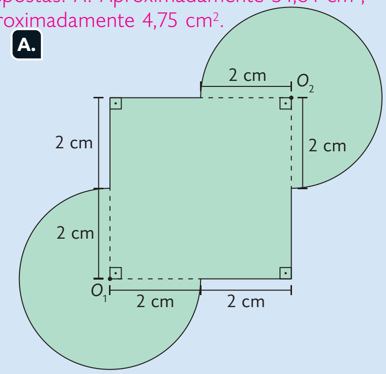
Como proceder

• Ao verificar dificuldade no cálculo da medida da área do setor circular, sugira que calculem a medida da área do círculo maior e a medida da área do círculo menor, evidenciando a sobreposição entre essas figuras. No item **D**, eles devem constatar que a medida da área da parte do retângulo sobreposto ao círculo corresponde a $\frac{1}{4}$ da medida da área desse círculo.

6. Calcule, em uma folha de papel avulsa, a medida da área da região verde em cada figura a seguir.

6. Respostas: A. Aproximadamente 34,84 cm²; B. Aproximadamente 4,75 cm².

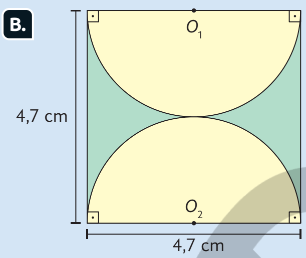
A.



Atenção!

Na figura **B**, as partes amarelas são semicírculos.

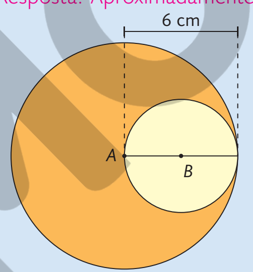
B.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

7. Na figura a seguir, a circunferência com centro *B* é tangente interna à circunferência de centro *A*. Qual é a medida da área da região laranja?

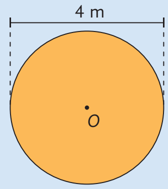
7. Resposta: Aproximadamente 84,78 cm²



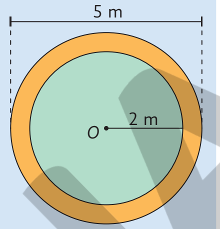
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

8. Calcule, em uma folha de papel avulsa, a medida da área da região laranja em cada figura a seguir, sendo *O* o centro de cada círculo.

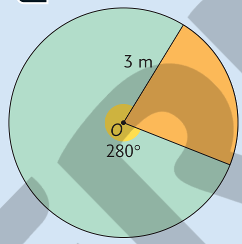
A.



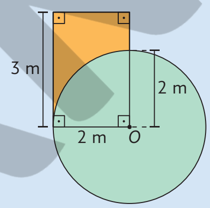
C.



B.

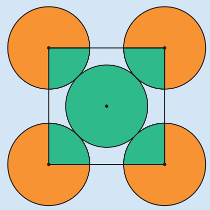


D.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

9. Os círculos com centro *A*, *B*, *C*, *D* e *E* a seguir têm raio com mesma medida de comprimento. 9. Resposta: Alternativa **d**.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que o círculo com centro *E* é tangente aos demais círculos, determine a razão entre a medida da área indicada em verde e a medida da área indicada em laranja.

a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{2}{4}$
c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{2}{3}$
e) $\frac{1}{4}$

8. Respostas: A. 12,56 m²; B. 6,28 m²; C. 7,065 m²; D. 2,86 m².

264

9. Objetivo

• Acompanhar se os estudantes calculam medidas de área envolvendo o cálculo da medida da área do círculo.

Como proceder

• Analise se os estudantes percebem que os 4 setores circulares verdes, quando compostos, formam um círculo e que os setores laranja equivalem a 3 círculos. Dessa maneira, obtêm-se 2 círculos verdes e 3 círculos laranja. Outra possibilidade é atribuir medidas para o comprimento do raio e calcular a medida da área das regiões verde e laranja.

UNIDADE

12 Medidas de volume e de capacidade


CHICO FERREIRA/PULSAR IMAGENS

Vista de parte de um corredor submerso do aquário AquaRio, no Rio de Janeiro, em 2020. Nele, é possível ver parte do grande volume de água que abriga mais de 2 mil animais aquáticos.

Agora vamos estudar...

- medidas de volume;
- medidas de capacidade;
- relação entre medidas de volume e de capacidade;
- medida do volume do paralelepípedo reto retângulo.

- Esta página de abertura permite que os estudantes estabeleçam relação com os conteúdos que serão estudados na unidade por apresentar a foto de pessoas visitando um aquário cuja medida de capacidade é de milhões de litros de água.
- Explique aos estudantes que calcular a medida de capacidade e de volume é útil em muitas situações do cotidiano, como quando precisamos determinar quantos metros cúbicos de areia serão necessários para a construção de uma casa ou quantos litros de água caberão em uma piscina.

Dessa maneira, ao abordar o cálculo da medida de volume ou de capacidade, os estudantes poderão utilizar o conhecimento teórico para resolver situações cotidianas, muito frequentes no estudo de grandezas, especialmente das grandezas geométricas.

- O contexto envolvendo visita a um aquário permite uma associação com as **culturas juvenis**. Para isso, faça aos estudantes alguns questionamentos:

a) Você já visitou ou já ouviu falar de um aquário como esse?

b) Que características de um aquário como esse chamam a sua atenção?

Obtenha informações sobre o AquaRio acessando o *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.aquariomarinhodorio.com.br/o-aquario/. Acesso em: 15 jul. 2022.

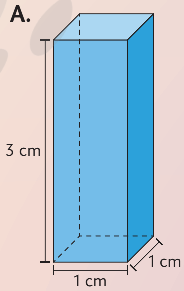
Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

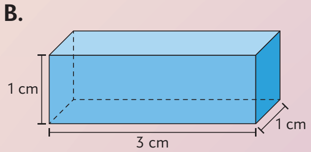
Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, reproduza na lousa os paralelepípedos retos retângulos a seguir e peça-lhes que calculem e comparem suas medidas de volume.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Resoluções e comentários

Calculando a medida de volume de cada paralelepípedo reto retângulo, temos:

A. $V = 1\,\text{cm} \cdot 1\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm} = 3\,\text{cm}^3$

B. $V = 1\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm} \cdot 1\,\text{cm} = 3\,\text{cm}^3$

Portanto, os dois paralelepípedos retos retângulos têm a mesma medida de volume ($3\,\text{cm}^3$).

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Reconhecer as unidades de medida de volume mais utilizadas.
- Transformar unidades de medidas de volumes, reconhecendo a relação entre metro cúbico (m^3) e seus submúltiplos decímetro cúbico (dm^3) e centímetro cúbico (cm^3).
- Calcular a medida de volume de paralelepípedo reto retângulo.
- Reconhecer as unidades de medida de capacidade litro (L) e mililitro (mL).
- Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da medida de volume do paralelepípedo reto retângulo.
- Resolver situações-problema envolvendo os conceitos de medida de volume e medida de capacidade.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o trabalho com as grandezas volume e capacidade e suas respectivas unidades de medida, inclusive reconhecendo a relação entre essas unidades. As transformações envolvendo unidades de medida são essenciais para resolver problemas que envolvem medidas de volume e medidas de capacidade.

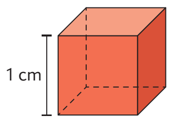
A maioria das atividades desta unidade envolve situações da vida cotidiana. Assim, ao final do estudo com os conteúdos abordados, espera-se que os estudantes realizem transformações entre unidades de medidas de volume e de capacidade; calculem medidas de volume e medidas de capacidade de um paralelepípedo reto retângulo; reconheçam a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes a respeito de medidas de volume. Deixe que eles expliquem e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio deles sobre o assunto e, assim, favorecendo a abordagem do estudo mais significativa.

Medidas de volume

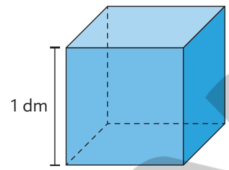
É bem provável que você já tenha estudado algumas unidades de medida de volume, entre elas o **centímetro cúbico** (cm^3), o **decímetro cúbico** (dm^3) e o **metro cúbico** (m^3). Vamos recordá-las!

- Um centímetro cúbico é a medida do volume de um cubo cujo comprimento da aresta mede 1 cm.



Cubo cujo volume mede 1 cm^3.

- Um decímetro cúbico é a medida do volume de um cubo cujo comprimento da aresta mede 1 dm.



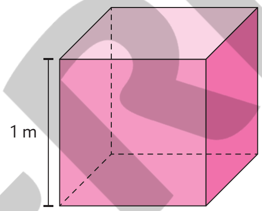
Cubo cujo volume mede 1 dm^3.

Imagens não proporcionais entre si.

- Um metro cúbico é a medida do volume de um cubo cujo comprimento da aresta mede 1 m.

$\boxed{1\ dm^3 = 1000\ cm^3}$

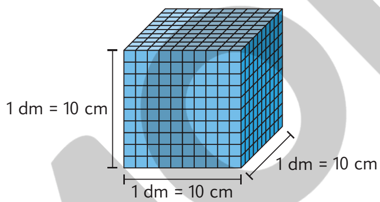
$\boxed{1\ m^3 = 1000\ dm^3}$



Cubo cujo volume mede 1 m^3.

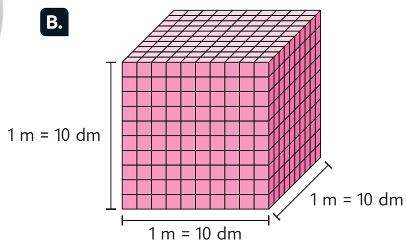
Utilizando figuras, vamos verificar as igualdades apresentadas. Para isso, considere os cubos a seguir.

A.



Cubo formado por 1000 cubinhos de volume medindo 1 cm^3 cada um.

B.



Cubo formado por 1000 cubinhos de volume medindo 1 dm^3 cada um.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Note que o volume do cubo **A** mede 1000 cm^3 ou 1 dm^3. Já o volume do cubo **B** mede 1000 dm^3 ou 1 m^3. Desse modo, obtemos as igualdades apresentadas anteriormente.

Algo a mais

- No artigo a seguir, a autora discorre a respeito das contribuições da resolução de problemas para a aprendizagem dos conceitos relacionados a medidas de volume e medidas de capacidade.

> FERNANDES, Dioney Luiz. Construindo o conceito de volume e capacidade através da resolução de problemas. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 23., 2019, São Paulo. *Anais*..., São Paulo: Unicsul, 2019.

Agora, vamos realizar algumas transformações entre essas unidades de medida.

Decímetro cúbico em centímetro cúbico

Para transformar uma medida em decímetros cúbicos em centímetros cúbicos, basta multiplicá-la por 1000. Analise alguns exemplos.

- $1{,}3\ dm^3 = 1{,}3 \cdot 1000\ cm^3 = 1300\ cm^3$
- $0{,}7\ dm^3 = 0{,}7 \cdot 1000\ cm^3 = 700\ cm^3$

$$\boxed{dm^3} \xrightarrow{\cdot\ 1000} \boxed{cm^3}$$

Metro cúbico em decímetro cúbico

Para transformar uma medida em metros cúbicos em decímetros cúbicos, basta multiplicá-la por 1000. Analise alguns exemplos.

- $7{,}8\ m^3 = 7{,}8 \cdot 1000\ dm^3 = 7\,800\ dm^3$
- $0{,}1\ m^3 = 0{,}1 \cdot 1000\ dm^3 = 100\ dm^3$

$$\boxed{m^3} \xrightarrow{\cdot\ 1000} \boxed{dm^3}$$

Centímetro cúbico em decímetro cúbico

Para transformar uma medida em centímetros cúbicos em decímetros cúbicos, basta dividi-la por 1000. Analise alguns exemplos.

- $535{,}2\ cm^3 = \dfrac{535{,}2}{1000}\ dm^3 = 0{,}5352\ dm^3$
- $936{,}7\ cm^3 = \dfrac{936{,}7}{1000}\ dm^3 = 0{,}9367\ dm^3$

$$\boxed{cm^3} \xrightarrow{:1000} \boxed{dm^3}$$

Decímetro cúbico em metro cúbico

Para transformar uma medida em decímetros cúbicos em metros cúbicos, basta dividi-la por 1000. Analise alguns exemplos.

- $1352\ dm^3 = \dfrac{1352}{1000}\ m^3 = 1{,}352\ m^3$
- $8\,352{,}1\ dm^3 = \dfrac{8\,352{,}1}{1000}\ m^3 = 8{,}3521\ m^3$

$$\boxed{dm^3} \xrightarrow{:1000} \boxed{m^3}$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Copie as igualdades em seu caderno, substituindo os ■ pelos números adequados.

a) $125\ m^3 =$ ■ dm^3
b) $35\ cm^3 =$ ■ dm^3
c) ■ $cm^3 = 0{,}65\ dm^3$
d) ■ $dm^3 = 1{,}9\ m^3$
e) ■ $dm^3 = 185{,}5\ cm^3$
f) $950\ dm^3 =$ ■ m^3
g) ■ $m^3 = 11758\ dm^3$
h) $0{,}08\ dm^3 =$ ■ cm^3
i) $2{,}57\ m^3 =$ ■ dm^3
j) $78{,}3\ dm^3 =$ ■ cm^3
k) $2{,}4\ dm^3 =$ ■ m^3
l) $3458630\ cm^3 =$ ■ dm^3

1. Respostas nas **orientações ao professor**.

2. Armando e José trabalham com construção civil. Em um dia de trabalho, Armando produziu $12\ m^3$ de concreto, e José, $10\,000\ dm^3$. Qual dos trabalhadores produziu a maior quantidade de concreto nesse dia? 2. Resposta: Armando.

- Os conteúdos desta unidade desenvolvem a habilidade **EF08MA21**, ao levar os estudantes a resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é um paralelepípedo reto retângulo.
- Na atividade **1**, os estudantes farão as transformações das unidades de medidas. Promova uma conversa para conferir os resultados a fim de que eles apresentem as estratégias utilizadas.
- Aproveite a atividade **2** para explicar aos estudantes que o número que expressa a medida da grandeza depende da unidade de medida adotada. No exemplo, embora o número 12 seja menor do que o número 1000, ele está associado à unidade de medida metro cúbico, enquanto o número 1000 está associado à unidade de medida decímetro cúbico, e, portanto, $12\ m^3$ é uma medida maior do que $1000\ dm^3$.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Respostas

1. **a)** $125\ m^3 = 125\,000\ dm^3$
b) $35\ cm^3 = 0{,}035\ dm^3$
c) $650\ cm^3 = 0{,}65\ dm^3$
d) $1900\ dm^3 = 1{,}9\ m^3$
e) $0{,}1855\ dm^3 = 185{,}5\ cm^3$
f) $950\ dm^3 = 0{,}95\ m^3$
g) $11{,}758\ m^3 = 11758\ dm^3$
h) $0{,}08\ dm^3 = 80\ cm^3$
i) $2{,}57\ m^3 = 2\,570\ dm^3$
j) $78{,}3\ dm^3 = 78\,300\ cm^3$
k) $2{,}4\ dm^3 = 0{,}0024\ m^3$
l) $3\,458\,630\ cm^3 = 3\,458{,}63\ dm^3$

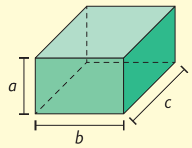
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado ao cálculo da medida do volume do paralelepípedo reto retângulo e do cubo. Deixe que deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio deles sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- A questão **1** envolve o cálculo da medida do volume de um cubo com medidas fracionárias. Tire melhor proveito pedindo aos estudantes que transformem a fração que representa a medida do comprimento da aresta em um número decimal e calculem a medida do volume utilizando esse número a fim de comparar com o resultado em forma de fração.

Medida do volume do paralelepípedo reto retângulo

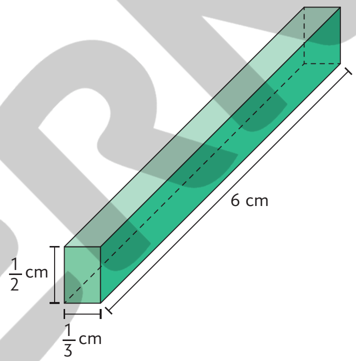
Já estudamos a fórmula que possibilita calcular a medida do **volume de um paralelepípedo reto retângulo**. Vamos relembrar!

Para calcular a medida do volume V de um paralelepípedo reto retângulo em que as dimensões medem a, b e c, fazemos:

$$\boxed{V = a \cdot b \cdot c}$$



Utilizando essa fórmula, vamos calcular, por exemplo, a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo apresentado ao lado.



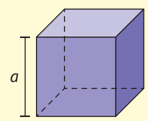
$$V = \frac{1}{2}\text{ cm} \cdot \frac{1}{3}\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 1\text{ cm}^3$$

Portanto, o volume desse paralelepípedo mede 1 cm^3.

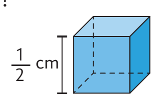
O cubo é um caso particular de paralelepípedo reto retângulo, em que todas as dimensões têm medidas iguais. Sendo assim:

Para calcular a medida do volume V de um cubo cujo comprimento da aresta mede a, fazemos:

$$\boxed{V = a \cdot a \cdot a = a^3}$$



Questão 1. Em qual item é apresentada a medida do volume do cubo a seguir? Faça os cálculos em seu caderno. Questão 1. Resposta: Alternativa **b**.



a) $\frac{1}{6}$ cm^3

b) $\frac{1}{8}$ cm^3

c) $\frac{1}{8}$ m^3

d) $\frac{3}{8}$ cm^3

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

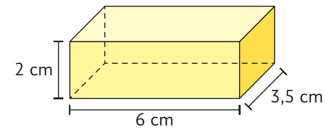
268

Atividades

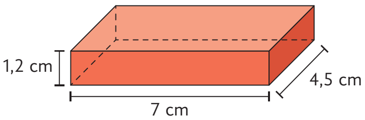
Faça as atividades no caderno.

3. Calcule a medida do volume de cada um dos paralelepípedos retos retângulos.

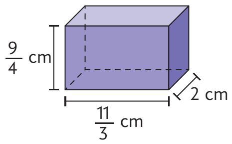
A.



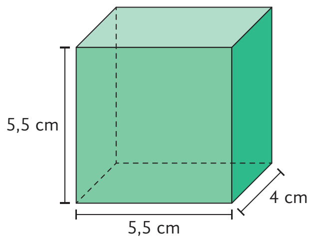
B.



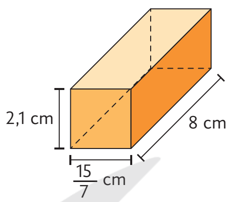
C.



D.



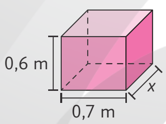
E.



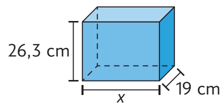
3. Respostas:
A. 42 cm^3;
B. 37,8 cm^3;
C. $\frac{33}{2}$ cm^3;
D. 121 cm^3;
E. 36 cm^3.

4. Em cada item, determine a medida desconhecida.

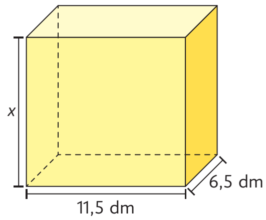
a) O volume do paralelepípedo reto retângulo mede 0,336 m^3.



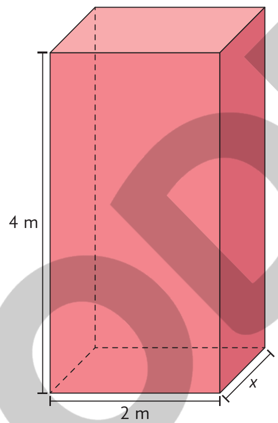
b) O volume do paralelepípedo reto retângulo mede 16 989,8 cm^3.



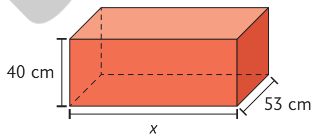
c) O volume do paralelepípedo reto retângulo mede 807,3 dm^3.



d) O volume do paralelepípedo reto retângulo mede 12 m^3.



e) O volume do paralelepípedo reto retângulo mede 212 dm^3 .



4. Respostas: a) 0,8 m; b) 34 cm; c) 10,8 dm; d) 1,5 m; e) 100 cm.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

- Avalie a necessidade de complementar o trabalho com a atividade **3** reproduzindo na lousa outros paralelepípedos retos retângulos para que os estudantes calculem a medida de volume de cada um deles. Depois, confira se eles calcularam corretamente.
- Na atividade **4**, é possível que os estudantes montem uma equação ou que estabeleçam uma estratégia direta para determinar a medida desconhecida, ou seja, dividir o valor da medida de volume pelo produto das outras duas medidas conhecidas. Verifique se algum estudante usa essa ou outra estratégia diferente e compartilhe com os demais da sala de aula.

Em cada item, oriente os estudantes a analisar se a medida do volume e as medidas dos comprimentos das arestas indicadas na figura estão na mesma unidade de medida.

Atividade a mais

- Calcule a medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões medem 1 dm, 10 cm e 0,1 m.

Resolução e comentários

Podemos transformar todas as medidas em decímetros, por exemplo.

10 cm = 1 dm

0,1 m = 1 dm

Então a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo será dada por 1 dm · 1 dm · 1 dm = 1 dm^3.

• A atividade **5** envolve o cálculo da medida do volume de cubo, caso particular do paralelepípedo reto retângulo. Verifique se os estudantes notam que, nesse caso, basta calcular $1{,}5^3$ para obter a medida do volume do cubo.

Aproveite esta atividade para relembrar também que todo quadrado é um retângulo.

• Na atividade **6**, os estudantes têm de calcular a medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo e, em seguida, obter a medida do comprimento da aresta de um cubo com a mesma medida de volume. Se tiverem dificuldade, oriente-os a calcular a raiz cúbica do número que representa a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo. Nesse momento, caso necessário, retome com eles os procedimentos para o cálculo de uma raiz cúbica.

• Aproveite a atividade **7** para explorar com os estudantes maneiras de realizar o cálculo de porcentagem, usando multiplicação, regra de três ou calculadora.

• Tire melhor proveito da atividade **8**, pedindo aos estudantes que efetuem os cálculos fazendo tanto a transformação em centímetro da medida expressa em decímetro quanto a transformação em decímetro da medida expressa em centímetro, de modo que percebam que os resultados são iguais.

• Aproveite a atividade **9** e peça aos estudantes que realizem a atividade em grupo, exercitando a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro, o que favorece o desenvolvimento da **Competência geral 9**.

Verifique se eles notam que a atividade contém três respostas e, caso seja necessário, peça-lhes que façam as transformações das unidades de medida das medidas 8 cm³, 0,008 dm³ e 0,000008 m³ para uma mesma unidade de medida, a fim de que percebam que elas são equivalentes.

• A atividade **10** permite compreender as relações entre conceitos e procedimentos de diferentes unidades temáticas (**Números**, **Álgebra** e **Geometria**) proporcionando aos estudantes o sentimento de segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, aspectos da **Competência específica de Matemática 3**.

Nesta atividade, oriente os estudantes a escrever as medidas do comprimento das arestas dos paralelepípedos retos retângulos e dos volumes indicados nos itens em uma mesma unidade de medida, de modo a facilitar a análise das informações.

5. Qual é a medida do volume de um cubo cujo comprimento da aresta mede 1,5 m? 5. Resposta: 3,375 m³.

6. As dimensões de um paralelepípedo reto retângulo medem 27 cm, 4,5 cm e 6 cm. Qual deve ser a medida do comprimento da aresta de um cubo para que ele tenha a medida do volume igual à desse paralelepípedo?
6. Resposta: 9 cm.

7. Carlos vai construir uma casa de bonecas para suas filhas. Para isso, ele utilizará um bloco de madeira com formato de paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões medem 4 dm, 4 dm e 10 dm. Sabendo que 20% do bloco de madeira serão destinados à construção do telhado, determine a medida do volume de madeira usado na confecção dessa parte da casa. 7. Resposta: 32 dm³.

8. Qual é a diferença entre a medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões medem 5,4 dm, 3,25 dm e 4 dm e a medida do volume de um cubo cujo comprimento da aresta mede 8 cm? 8. Resposta: 69,688 dm³.

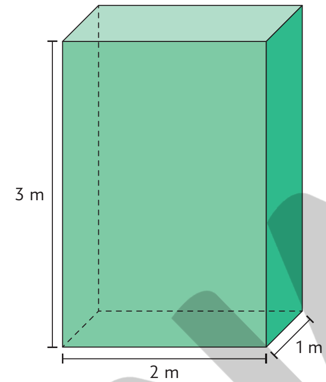
9. Escreva no caderno quais das medidas indicadas a seguir correspondem ao volume do cubo cujo comprimento das arestas mede 2 cm.

0,8 dm³	0,008 dm³
0,008 cm³	0,08 cm³
80 dm³	8 cm³
0,000008 m³	0,008 m³
0,08 m³	

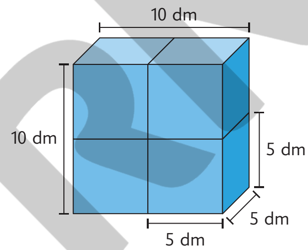
9. Resposta: 8 cm³, 0,008 dm³ e 0,000008 m³.

10. Analise os paralelepípedos retos retângulos.

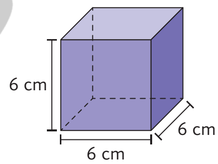
A.



B.



C.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, leia cada informação e classifique-a em verdadeira ou falsa. Depois, reescreva no caderno as falsas, corrigindo-as.

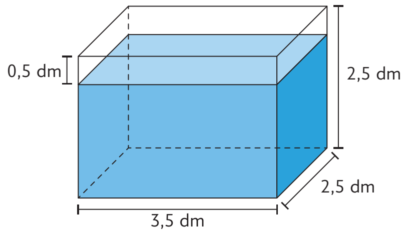
a) 30% da medida do volume do paralelepípedo **A** correspondem a 1800 dm³. 10. a) Resposta: Verdadeira.

b) A quarta parte da medida do volume do empilhamento de cubos **B** equivale a 0,125 m³. 10. b) Resposta: Verdadeira.

c) $\frac{1}{3}$ da medida do volume do cubo **C** é igual a 0,72 dm³. 10. c) Resposta: Falsa. Sugestão de correção: $\frac{1}{3}$ da medida do volume do cubo **C** corresponde a 0,072 dm³.

270

11. Maria está realizando um experimento. Nele, ela deposita objetos dentro de um recipiente com água. O recipiente utilizado tem formato de paralelepípedo reto retângulo e está representado a seguir.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Na imagem estão indicadas as medidas das dimensões internas do recipiente.

No quadro está apresentada a medida do volume dos objetos que Maria depositou no recipiente, um por vez.

Objeto	Medida do volume
A	3062,5 cm³
B	437,5 cm³
C	0,004375 m³
D	0,007 m³
E	1,75 dm³

a) Qual é a medida do volume interno do recipiente usado por Maria?
11. a) Resposta: 21,875 dm³.

b) Entre os objetos, qual tem a maior medida de volume? E a menor?
11. b) Respostas: D; B.

c) Entre os objetos depositados por Maria, algum fez a água transbordar? Em caso afirmativo, qual ou quais?
11. c) Respostas: Sim; D.

d) Qual ou quais dos objetos depositados por Maria fez ou fizeram o nível da água subir:
11. d) Respostas: I-E; II-B; III-C.

I) 2 cm?
II) 0,5 cm?
III) 5 cm?

12. (Enem – 2019) Para decorar sua casa, uma pessoa comprou um vaso de vidro em forma de um paralelepípedo retangular, cujas medidas internas são: 40 cm de comprimento, 35 cm de largura e 60 cm de altura. Em seguida, foi até uma floricultura e escolheu uma planta aquática para colocar nesse vaso. Segundo uma proposta do gerente do local, essa pessoa avaliou a possibilidade de enfeitar o vaso colocando uma certa quantidade de pedrinhas artificiais brancas, de volume igual a 100 cm³ cada uma delas, que ficarão totalmente imersas na água que será colocada no vaso. O gerente alertou que seria adequado, em função da planta escolhida, que metade do volume do vaso fosse preenchido com água e que, após as pedrinhas colocadas, a altura da água deveria ficar a 10 cm do topo do vaso, dando um razoável espaço para o crescimento da planta. A pessoa aceitou as sugestões apresentadas, adquirindo, além da planta, uma quantidade mínima de pedrinhas, satisfazendo as indicações do gerente.

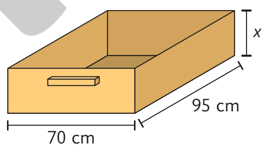
Nas condições apresentadas, a quantidade de pedrinhas compradas foi

a) 140.
b) 280.
c) 350.
d) 420.
e) 700.

12. Resposta: Alternativa b.

13. Na imagem estão indicadas as medidas das dimensões internas da gaveta do escritório de Gabriela. Ao guardar algumas pastas de documentos, cujo volume total mede 70,224 dm³, Gabriela ocupou 48% da gaveta. Qual é a medida da altura (x) dessa gaveta?

13. Resposta: 22 cm.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

- A atividade **11** requer a resolução de um problema que envolve o cálculo da medida do volume de recipiente cujo formato é o de um paralelepípedo reto retângulo. Aproveite para explorar as transformações de unidades de medidas cúbicas e, se achar necessário, retome as explicações da página **267**.
- Aproveite a atividade **12** e peça aos estudantes que façam um croqui representando o vaso e as medidas apresentadas no problema a fim de auxiliar na interpretação dos dados.

Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **medida** nesta atividade. Nesse caso, oriente-os a considerar que os termos **altura** e **volume**, por exemplo, indicam a medida da altura e do volume, respectivamente. Oriente-os também a considerar que o termo **paralelepípedo retangular** indica um paralelepípedo reto retângulo.

- A atividade **13** permite explorar a porcentagem e o cálculo da medida de uma das dimensões de um paralelepípedo reto retângulo conhecendo as duas outras medidas das dimensões e a medida do volume. Aproveite esta atividade e peça aos estudantes que meçam as dimensões de uma gaveta de um armário de sua casa, levem as medidas para a sala de aula e façam um esquema representando a gaveta e pedindo a um colega que calcule a medida do volume. Ao final, eles devem verificar se o colega resolveu corretamente.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **13**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• A atividade **14** envolve transformação de unidade de medida de volume, cálculo de medida de volume e divisão de uma medida de volume por outra. Aproveite para ressaltar que a divisão realizada na resolução desse problema envolve a ideia de medida, ou seja, quantas vezes "cabe".

• Tire melhor proveito da atividade **15**, simulando medidas de comprimento para as arestas dos paralelepípedos retos retângulos, de maneira que as medidas de comprimento das arestas de um sejam o dobro das arestas do outro. Pode-se ainda usar medidas algébricas: (x,y,z) e $(2x,2y,2z)$.

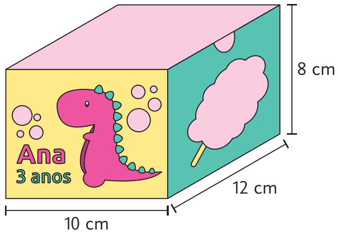
• A atividade **16** requer que os estudantes selecionem, entre as alternativas, as que têm todas as arestas com medida de comprimento maior ou igual a 80 cm e, entre as selecionadas, identifiquem a caixa com menor medida de volume. Esta atividade permite desenvolver o **raciocínio lógico-matemático**, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, aspectos da **Competência específica de Matemática 2**.

Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a expressão "medida do comprimento" nesta atividade. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **aresta** indica a medida do comprimento da a aresta e que o termo **dimensão** indica "medidas de dimensões".

• Tire melhor proveito da atividade de **17**, explicando aos estudantes que podemos calcular a medida do volume do material fazendo a subtração da medida do volume total da caixa pela medida de volume interno da caixa.

Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **medida** nessa atividade. Nesse caso, oriente-os a considerar que os termos **espessura** e **volume** indicam as medidas da espessura e do volume, respectivamente. Oriente-os a considerar também que o termo **dimensão** indica "medidas de dimensões".

14. Como lembrancinhas da festa de aniversário de sua filha, Juliana está preparando minicaixas no formato de paralelepípedo reto retângulo com algodão-doce, conforme apresentado a seguir. No preparo das lembrancinhas, ela enche completamente as caixas.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Quantas caixas são necessárias para que Juliana acondicione 24 dm³ de algodão-doce? 14. Resposta: 25 caixas.

15. Giovana e João desenharam paralelepípedos retos retângulos no caderno. Cada aresta do paralelepípedo feito por ele tem o dobro da medida de comprimento das arestas daquele representado por ela. Considerando G a medida do volume do paralelepípedo desenhado por Giovana e J a medida do volume do paralelepípedo feito por João, podemos afirmar que:

a) $J = 2G$. **c)** $J = 8G$. **e)** $J = \frac{4G}{3}$.
b) $J = 4G$. **d)** $J = G^3$.

15. Resposta: Alternativa **c**.

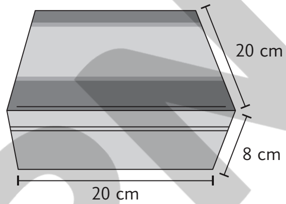
16. Uma transportadora vai enviar um objeto para outra cidade. Esse objeto tem formato cúbico, o comprimento de sua aresta mede 75 cm e não pode ser desmontado. Para armazená-lo, ela deve utilizar uma entre as 5 opções de caixa de papelão, cujas medidas das dimensões estão indicadas a seguir.

- Caixa **1**: 75 cm × 82 cm × 85 cm
- Caixa **2**: 76 cm × 80 cm × 79 cm
- Caixa **3**: 79 cm × 79 cm × 79 cm
- Caixa **4**: 80 cm × 90 cm × 77 cm
- Caixa **5**: 74 cm × 75 cm × 76 cm

a) Qual caixa a transportadora vai utilizar para armazenar esse objeto, de modo que o espaço livre dentro da caixa seja o menor possível?

b) É possível armazenar na mesma caixa mais um objeto com formato cúbico, cujo volume mede 50 653 cm³? Justifique sua resposta.

17. (Enem – 2018) Uma fábrica comercializa chocolates em uma caixa de madeira, como na figura.



REPRODUÇÃO/ENEM

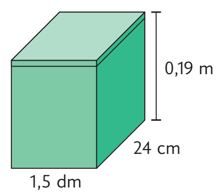
A caixa de madeira tem a forma de um paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões externas, em centímetro, estão indicadas na figura. Sabe-se também que a espessura da madeira, em todas as suas faces, é de 0,5 cm.

Qual é o volume de madeira utilizado, em centímetro cúbico, na construção de uma caixa de madeira como a descrita para embalar os chocolates?

a) 654
b) 666
c) 673
d) 681
e) 693

17. Resposta: Alternativa **c**.

18. Elabore um problema envolvendo a caixa em formato de paralelepípedo reto retângulo apresentada a seguir.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

18. Resposta pessoal.

16. a) Resposta: Caixa **2**; b) Não, pois a medida de comprimento da aresta desse objeto mede 37 cm e com a medida de comprimento da aresta do outro objeto ultrapassa a medida das dimensões da caixa.

• A atividade **18** requer a elaboração de um problema que envolve o cálculo da medida do volume de um recipiente cujo formato é o de um paralelepípedo reto retângulo. A dinâmica do desenvolvimento desta atividade promove o diálogo e o respeito, favorecendo o desenvolvimento da **Competência geral 9**.

Medidas de capacidade

Quando queremos determinar a quantidade de líquido ou gás que um recipiente pode conter, por exemplo, estamos querendo saber a medida da capacidade desse recipiente. Analise alguns exemplos.

Imagens não proporcionais entre si.


TOPSELLER/SHUTTERSTOCK

O ar quente que enche um balão e o faz subir toma sua forma e ocupa completamente seu espaço interno.


TIM UR/SHUTTERSTOCK

O volume de água que uma jarra pode conter é sua capacidade.

O volume interno de um recipiente é sua capacidade.

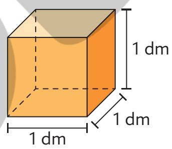
As unidades de medida de capacidade mais utilizadas são o **litro** (L) e o **mililitro** (mL).

$$1 \text{ L} = 1000 \text{ mL}$$

As unidades de medida de capacidade e de volume podem ser relacionadas. Um recipiente cujo volume mede 1 dm^3, por exemplo, tem capacidade medindo 1 L.

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$$

No recipiente com formato cúbico representado ao lado cabe 1 L de água.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Um recipiente cujo volume mede 27 dm^3, por exemplo, tem capacidade medindo 27 L.

Agora, vamos determinar uma equivalência entre litros e metros cúbicos. Sabemos que 1 m^3 = 1000 dm^3 e 1 dm^3 = 1 L. Nesse sentido, temos:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ L}$$

Portanto, 1 m^3 = 1000 L.

Questão 2. Escreva em seu caderno um algoritmo que possibilite converter uma medida em:

a) litros em decímetro cúbico.
b) litros em metros cúbicos.

Questão 2. Respostas na seção **Resoluções**.

- As atividades deste tópico desenvolvem a habilidade **EF08MA20**, ao levar os estudantes a reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de medida de capacidade de recipientes.
- A questão **2** requer a escrita de um algoritmo para a realização de transformações entre as medidas de capacidade mais utilizadas (dm^3, m^3 e litro), o que promove o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**, do espírito de investigação e da capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, além de utilizar diferentes registros e linguagens, como fluxogramas, favorecendo o desenvolvimento das **Competências específicas de Matemática 2** e **6**.

Esta questão **2** oportuniza o desenvolvimento do **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema utilizando os elementos obtidos nos processos anteriores. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **19**, promova uma conversa para conferir os resultados a fim de que os estudantes apresentem suas estratégias e confronte-as com o algoritmo escrito na questão **2** da página anterior. Se achar necessário, retome com os estudantes que 1 L = 1000 mL.
- Na atividade **20**, oriente-os a fazer a transformação de centímetros cúbicos em decímetros cúbicos e então considerar a mesma medida expressa em litros para depois realizar a transformação de litros em mililitros. Aproveite o momento para explorar os múltiplos e submúltiplos do litro.
- Na atividade **21**, os estudantes podem, em um primeiro momento, achar que somente o recipiente do item **A** pode encher a garrafa completamente. Peça a eles que calculem a medida de capacidade dos outros recipientes também a fim de levá-los a concluir que o recipiente do item **C** contém mais do que 1 L de água e, portanto, também poderia encher completamente a garrafa e ainda sobrar água.
- A atividade **22** requer que os estudantes transformem em litro a medida de capacidade que está expressa em metro cúbico. Aproveite esta atividade para motivar uma pesquisa de quantos litros geralmente é gasto em algumas tarefas, como tomar um banho, e discuta a importância da economia de água. Essa temática pode favorecer o desenvolvimento de aspectos da **Competência geral 7**, no que diz respeito ao posicionamento ético em relação ao nosso planeta.
- Na atividade **23**, oriente os estudantes a transformar em metro cúbico a medida dada em litro, antes de efetuar os cálculos necessários.

Respostas

19. a) 0,5 L = 0,0005 m³
b) 3750 mL = 3,75 L
c) 0,02 dm³ = 200 mL
d) 18 250 L = 18,25 m³
e) 830 mL = 0,83 dm³
f) 0,79 dm³ = 0,79 L
g) 0,00095 m³ = 0,950 L
h) 42 000 mL = 0,042 m³
i) 0,00011 m³ = 110 mL
j) 8 500 dm³ = 8 500 L
k) 80 dm³ = 0,08 mL
l) 10,5 m³ = 10 500 L

Atividades

Faça as atividades no caderno.

19. Copie as igualdades em seu caderno, substituindo os ■ pelos números adequados.

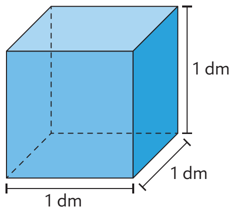
a) 0,5 L = ■ m³	**e)** ■ mL = 0,83 dm³	**i)** ■ m³ = 110 mL
b) 3 750 mL = ■ L	**f)** 0,79 dm³ = ■ L	**j)** ■ dm³ = 8 500 L
c) 0,02 dm³ = ■ mL	**g)** ■ m³ = 0,950 L	**k)** 80 dm³ = ■ mL
d) ■ L = 18,25 m³	**h)** 42 000 mL = ■ m³	**l)** 10,5 m³ = ■ L

19. Respostas na seção **Respostas** e na seção **Resoluções**.

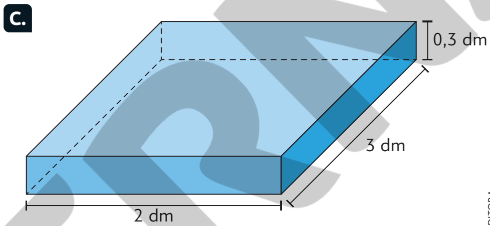
20. O volume interno de um recipiente mede 870 cm³. Qual é a medida da capacidade desse recipiente em mililitros? 20. Resposta: 870 mL.

21. As figuras a seguir representam recipientes em formato de paralelepípedos retos retângulos cheios de água.

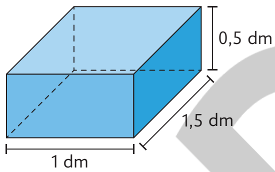
A.



C.



B.



Atenção!
As medidas indicadas correspondem às dimensões internas dos recipientes.

Quais deles têm água suficiente para encher completamente uma garrafa cuja capacidade mede 1 L? 21. Resposta: Alternativas **A** e **C**.

22. Em geral, a fatura de água de uma residência apresenta o consumo mensal de água em metros cúbicos. Considere a fatura de água da casa de Roberto, que indica o consumo de 14 m³ de água no mês de janeiro.

a) Quantos litros de água foram consumidos nesse mês?

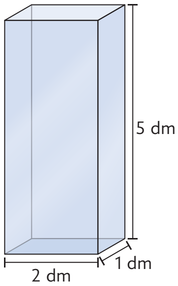
b) No mês seguinte, o consumo de água na casa de Roberto diminuiu 3 500 L. De quantos metros cúbicos foi o consumo nesse mês?

22. Respostas: a) 14 000 L; b) 10,5 m³.

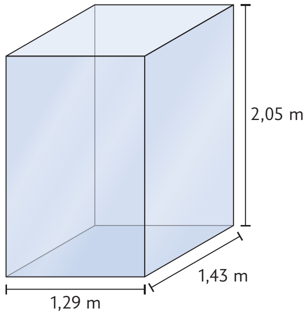
23. A capacidade de um recipiente com formato de paralelepípedo reto retângulo mede 100 000 L. Sabendo que a largura e a altura interna desse recipiente medem, respectivamente, 5 m e 8 m, determine a medida do comprimento interno dele. 23. Resposta: 2,5 m.

24. Em cada item, determine a quantidade de litros de água que cabe em cada recipiente com formato de paralelepípedo reto retângulo, sabendo que as medidas indicadas correspondem às dimensões internas. 24. Respostas: a) 10 L; b) 24 272 L; c) 4,59 L; d) 3 781,635 L; e) 2 564,406 L; f) 356,240 L.

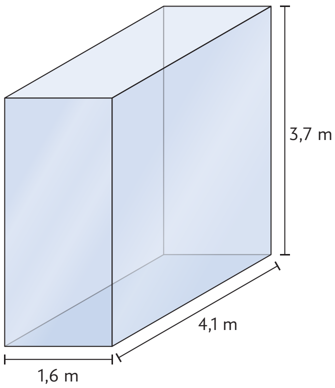
A.



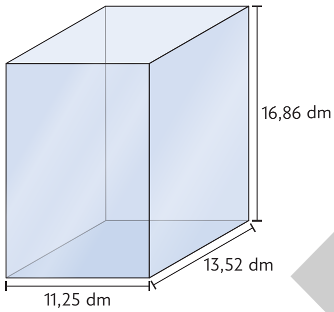
D.



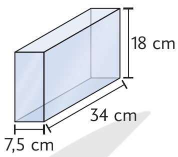
B.



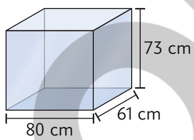
E.



C.

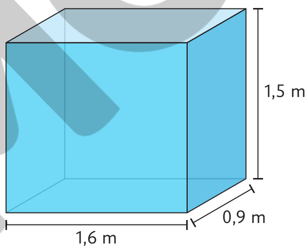


F.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

25. Considere o reservatório em formato de paralelepípedo reto retângulo apresentado ao lado.
Marta vai bombear água para dentro desse reservatório. Supondo que a cada segundo seja despejado 1,8 litro de água, quantos minutos são necessários para encher completamente esse reservatório?
25. Resposta: 20 min.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

- A atividade **24** tem por objetivo que os estudantes calculem a medida da capacidade de recipientes com o formato de paralelepípedo reto retângulo. Ressalte a importância de analisar a unidade de medida de cada figura para efetuar os cálculos corretamente.
- A atividade **25** envolve o cálculo de medida de capacidade. Aproveite para explorar a maneira como os estudantes determinam o tempo para encher o recipiente e, se achar necessário, incentive o uso da regra de três simples.

275

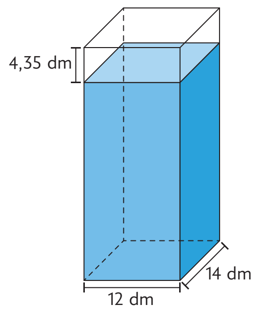
• Sugira aos estudantes que resolvam a atividade **26** em grupo. Deixe que eles elaborem estratégias para chegar à solução. Depois, compartilhe com eles todas as diferentes resoluções, abordando aspectos da **Competência específica de Matemática 8**. Verifique se os estudantes percebem que a parte correspondente à medida 4,35 dm corresponde a 15% da medida de capacidade do recipiente.

• A atividade **27** requer que os estudantes elaborem um problema que envolva cálculo de medida de capacidade de recipientes com formato de paralelepípedo reto retângulo. Se achar conveniente, escolha alguns dos problemas elaborados por eles e resolva-os na lousa com toda a sala de aula.

• Na atividade **28**, simule outras quantidades de mangueiras, como 4 e 5, e oriente-os a efetuar os cálculos considerando essa nova quantidade. Ressalte que todas elas despejam 17 L de água por minuto.

• Na atividade **29**, ressalte com os estudantes que é possível obter a medida de capacidade da garrafa, pois o líquido despejado encheu completamente o recipiente com formato de paralelepípedo reto retângulo.

26. Maurício colocou água no recipiente em formato de paralelepípedo reto retângulo apresentado a seguir.

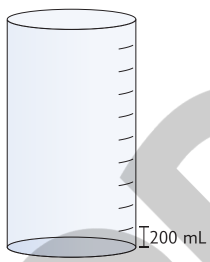


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

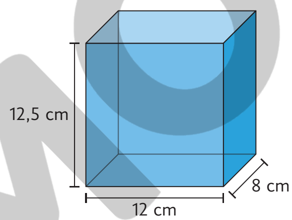
Sabendo que a quantidade de água no recipiente corresponde a 85% de sua medida de capacidade, determine a medida do volume interno desse recipiente em metros cúbicos.

26. Resposta: 4,872 m^3.

27. **Elabore** um problema envolvendo as figuras a seguir.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

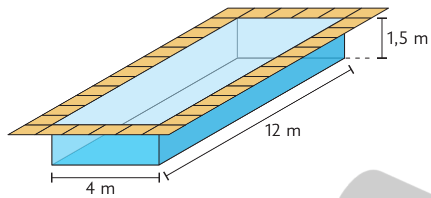


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

27. Resposta pessoal.

28. A figura a seguir representa uma piscina com formato de paralelepípedo reto retângulo.

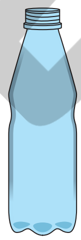


HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

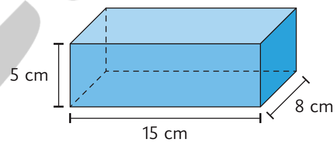
Sabendo que as medidas indicadas correspondem às dimensões internas da piscina e que três mangueiras que despejam 17 L de água por minuto, cada uma, estão enchendo essa piscina, inicialmente vazia, calcule em quantos minutos aproximadamente ela estará cheia.

28. Resposta: 1412 min.

29. A garrafa a seguir estava cheia e Renata despejou todo seu conteúdo no recipiente com formato de paralelepípedo reto retângulo. O conteúdo da garrafa encheu completamente o recipiente e não sobrou líquido algum.


HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Garrafa.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Recipiente.

Atenção!

As medidas indicadas correspondem às dimensões internas do recipiente com formato de paralelepípedo reto retângulo.

a) Qual é a medida, em centímetro cúbico, do volume interno desse recipiente?

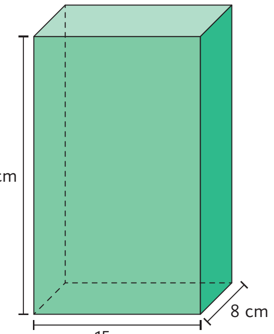
b) Quantos mililitros foram despejados nesse recipiente?

c) Qual é a medida da capacidade dessa garrafa, em mililitro?

29. Respostas: a) 600 cm^3; b) 600 mL; c) 600 mL.

276

30. Analise o paralelepípedo reto retângulo a seguir.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, determine quais afirmações são verdadeiras.

a) Ao dobrar a medida de qualquer uma de suas dimensões, a medida da capacidade será 6 L.

b) Ao dobrar a medida de qualquer uma de suas dimensões, a medida da capacidade será 6 000 L.

c) Ao dobrar a medida de todas as suas dimensões a medida da capacidade será igual a 12 L.

d) Ao triplicar a medida de qualquer uma de suas dimensões, a medida da capacidade será correspondente a 9 L.

e) A medida da capacidade desse paralelepípedo reto retângulo é 3 000 000 mL.

30. Resposta: Alternativas **a** e **d**.

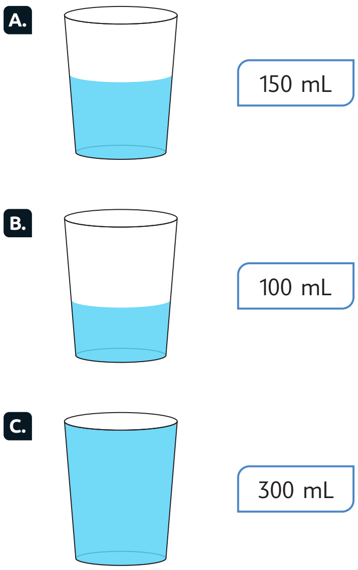
31. **Elabore** um problema envolvendo todas as medidas apresentadas.

40 L	20 cm	0,5 m

Depois, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

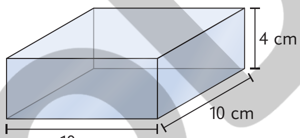
31. Resposta pessoal.

32. A seguir são apresentados três copos iguais com as quantidades de água indicadas.



Imagens não proporcionais entre si.

Considerando o recipiente com formato de paralelepípedo reto retângulo a seguir, responda às questões no caderno.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Que medida de altura a água atingirá ao despejar todo o conteúdo do copo **A** no recipiente?

b) Ao despejar todo o conteúdo dos copos **A** e **B** no recipiente, qual será a medida da altura atingida pela água?

c) Ao despejar todo o conteúdo do copo **C** no recipiente, a água transbordará? Justifique sua resposta.

32. Respostas: a) 1,5 cm; b) 2,5 cm; c) Não, pois a medida da capacidade do recipiente é maior do que 300 mL.

- Na atividade **30**, peça aos estudantes que atentem para as unidades de medida e que realizem as transformações necessárias para a comparação.
- Na atividade **31**, são dadas diferentes medidas para os estudantes elaborarem um problema. Se achar conveniente, escolha alguns dos problemas elaborados por eles e resolva-os na lousa com ajuda de todos.
- Na atividade **32**, leve para a sala de aula outros recipientes, alguns com a indicação de medida de capacidade e outros sem essa informação. Realize experimentos com os estudantes e elabore questões semelhantes às desta atividade.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

1. Objetivo

• Avaliar a aprendizagem dos estudantes em transformações de unidades de medida de volume.

Como proceder

• Ao constatar dificuldade, escreva na lousa as relações entre centímetro cúbico, decímetro cúbico, metro cúbico e litro.

2. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida do volume de um recipiente com formato cúbico.

Como proceder

• Se necessário, lembre-os de como calcular a medida do volume interno de uma caixa cúbica e analise se eles percebem que as unidades de medida do volume da caixa e do objeto são diferentes.

3. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo.

Como proceder

• Para calcular a medida da área da figura dada, oriente-os a decompô-la em retângulos. Outra possibilidade é compor um retângulo com dimensões medindo 14 m e 8 m e, depois, retirar os excedentes.

• Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **medida** nessa atividade. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **capacidade** indica a medida da capacidade.

4. Objetivo

• Constatar se os estudantes obtêm a medida do comprimento da aresta de um paralelepípedo reto retângulo, conhecendo a medida de seu volume.

Como proceder

• Caso tenham dificuldade, sugira que façam o desenho dessa figura no caderno, explicitando as medidas fornecidas.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Quais das igualdades a seguir são verdadeiras?

a) 10 m³ = 10 000 cm³.

b) 35 600 dm³ = 35,6 cm³.

c) 1 750 000 000 cm³ = 1750 m³.

d) 800 cm³ = 0,8 dm³.

e) 2,86 m³ = 2 860 L.

f) 0,3 dm³ = 0,3 L.

g) 9 520 L = 9,52 m³.

h) 4 000 m³ = 4 L.

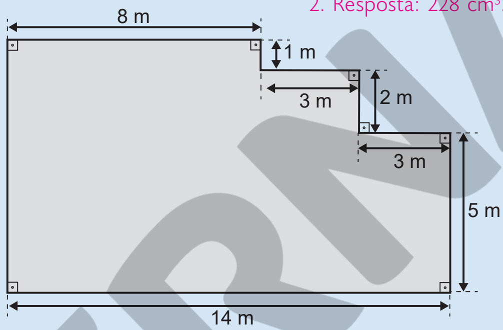
1. Resposta: Alternativas **c**, **d**, **e**, **f** e **g**.

2. Em uma caixa em formato cúbico cujo comprimento das arestas internas mede 12 cm, Flávia guardou um objeto com 1,5 dm³. Qual é a medida de volume que sobrou na caixa?

2. Resposta: 228 cm³.

3. (Enem – 2019) Um mestre de obras deseja fazer uma laje com espessura de 5 cm utilizando concreto usinado, conforme as dimensões do projeto dadas na figura.

O concreto para fazer a laje será fornecido por uma usina que utiliza caminhões com capacidades máximas de 2 m³, 5 m³ e 10 m³ de concreto.



REPRODUÇÃO/ENEM

Qual é a menor quantidade de caminhões, utilizando suas capacidades máximas, que o mestre de obras deverá pedir à usina de concreto para fazer a laje? 3. Resposta: Alternativa **c**.

a) Dez caminhões com capacidade máxima de 10 m³.

b) Cinco caminhões com capacidade máxima de 10 m³.

c) Um caminhão com capacidade máxima de 5 m³.

d) Dez caminhões com capacidade máxima de 2 m³.

e) Um caminhão com capacidade máxima de 2 m³.

4. As dimensões de um paralelepípedo reto retângulo medem a, b e 5 m. Sabendo que o volume desse paralelepípedo mede 250 m³ e que $a = 2b$, determine as medidas das dimensões dele. 4. Resposta: 5 m, 5 m e 10 m.

5. (ENEM – 2017) Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5 mL desse produto para cada 1000 L de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7 m, com largura e comprimento iguais a 3 m e 5 m, respectivamente.

O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50 cm da borda da piscina.

A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada a essa piscina de modo a atender às suas especificações técnicas é 5. Resposta: Alternativa **b**.

a) 11,25 **b)** 27,00. **c)** 28,80. **d)** 32,25. **e)** 49,50.

5. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida de capacidade de uma piscina com formato de um paralelepípedo reto retângulo.

Como proceder

• Sugira que façam o desenho dessa piscina no caderno, indicando as medidas fornecidas. Se considerar necessário, oriente-os a usar a regra de três para obter a quantidade do produto, em mililitros, que será adicionada à água da piscina.

• Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **medida** nesta atividade. Nesse caso, oriente-os a considerar que os termos **profundidade**, **largura** e **comprimento** indicam a medida da profundidade, da largura e do comprimento, respectivamente.

O que eu aprendi?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Respostas: a) $1{,}8 \cdot 10^{-5}$; b) $2 \cdot 10^{2}$; c) 24; d) $6{,}72 \cdot 10^{4}$.

1. Escreva em uma folha de papel avulsa o resultado de cada expressão em notação científica.

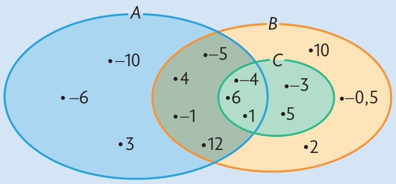
a) $0{,}006 \cdot 0{,}003$

b) $0{,}0002 \cdot 1\,000\,000$

c) $0{,}04 \cdot 1\,200\,000 \cdot 0{,}0005$

d) $0{,}02 \cdot 6\,000 \cdot 0{,}0007 \cdot 800\,000$

2. Os conjuntos *A*, *B* e *C* foram representados com diagramas.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Qual conjunto a seguir é igual a $\{-5, -4, -1, 1, 4, 6, 12\}$? 2. Resposta: $A \cap B$.

- $B \cup C$
- $A \cup B$
- $A \cap C$
- $A \cup B \cup C$
- $A \cap B$
- $A \cup C$

3. Para escolher uma senha para seu computador, Oscar deve escolher uma vogal, seguida de um dos algarismos 0, 2, 4, 6 ou 8. Quantas possibilidades ele tem para compor essa senha? 3. Resposta: 25 possibilidades.

4. Qual é o número cujo triplo adicionado a 27 resulta em 81?
4. Resposta: 18.

5. Em um estacionamento há 30 veículos entre carros e motos. Sabendo que há um total de 100 rodas entre esses veículos, quantas motos existem nesse estacionamento?
5. Resposta: 10 motos.

6. Rosângela comprou um pacote de biscoitos e verificou algumas informações nutricionais.

Informações nutricionais	
Porção de 6 biscoitos (30 g)	
Quantidade por porção	
Valor energético	126 kcal
Carboidratos	21 g
Proteínas	3,1 g
Gorduras totais	3,6 g
Gorduras saturadas	1,1 g
Gorduras trans	não contém
Fibra alimentar	0,8 g
Sódio	109 mg

6. a) Resposta: Aproximadamente 5,17 g.

a) Se Rosângela comer 10 biscoitos desse pacote, quantos gramas de proteínas ela vai ingerir?

b) Sabendo que a massa total de biscoitos no pacote mede 200 g, quantas quilocalorias (kcal) há em todo o pacote?
6. b) Resposta: 840 kcal.

c) Quantos biscoitos há, ao todo, no pacote? 6. c) Resposta: 40 biscoitos.

7. Uma caixa-d'água com capacidade total medindo 500 L estava cheia no começo do dia. Ao final do dia, a caixa-d'água estava com 320 L.

a) Qual foi a quantidade de água utilizada durante esse dia?
7. a) Resposta: 180 L.

b) A quantidade de água que foi utilizada durante esse dia representa quantos por cento da medida da capacidade dessa caixa d'água?
7. b) Resposta: 36%.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam e escrevem o resultado de uma expressão em notação científica.

Como proceder

- Caso apresentem dificuldades, retome a relação entre o posicionamento da vírgula e as potências de base 10.

2. Objetivo

- Averiguar se os estudantes compreendem as operações de união e interseção de conjuntos finitos.

Como proceder

- Caso os estudantes tenham dúvidas, retome a união e a interseção de conjuntos, apresentando alguns exemplos na lousa.

3. Objetivo

- Conferir se os estudantes calculam a quantidade de maneiras em que podemos ordenar os elementos de um conjunto finito.

Como proceder

- Relembre os estudantes de que, por meio do princípio multiplicativo, podemos calcular a quantidade de maneiras que podemos ordenar elementos, de acordo com as opções dadas.

4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem um problema utilizando equação do primeiro grau.

Como proceder

- Analise se os estudantes reconhecem que o problema envolve uma incógnita e uma equação. Se necessário, explore na lousa exemplos similares ao problema, como: o dobro de um número somado a 2 resulta em 12.

5. Objetivo

- Conferir se os estudantes resolvem um sistema de equações com duas incógnitas.

Como proceder

- Se os estudantes tiverem dificuldades, retome com eles que a solução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas é um par ordenado que seja solução das duas equações simultaneamente.

6. Objetivo

- Avaliar se os estudantes efetuam multiplicações com números inteiros e decimais.

Como proceder

- Se apresentarem dúvidas, relembre-os, com alguns exemplos, do modo de efetuar a multiplicação entre inteiros e decimais, destacando a importância do posicionamento correto da vírgula.

7. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem uma situação-problema envolvendo porcentagem e medidas de capacidade.

Como proceder

- Se os estudantes apresentarem dificuldades, retome com eles os processos para cálculo de porcentagem, apresentando exemplos na lousa.

8. Objetivo

- Averiguar se os estudantes reconhecem características de quadriláteros.

Como proceder

- Caso tenham dificuldades, retome com eles a soma dos ângulos internos de um quadrilátero e a noção de medida de perímetro.

9. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam medidas de tendência central de um conjunto de dados.

Como proceder

- Se tiverem dificuldades, relembre-os das definições de média, mediana e moda. Caso julgue necessário, apresente um exemplo na lousa.

10. Objetivo

- Conferir se os estudantes resolvem situações-problema envolvendo medidas de volume e de capacidade.

Como proceder

- Se os estudantes apresentarem dificuldades, relembre-os de que 1 m^3 equivale a 1 000 L. Ressalte também o modo como é realizada a conversão de decímetros cúbicos em metros cúbicos.

11. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam a figura obtida por meio da rotação de uma figura.

Como proceder

- Caso tenham dificuldades, relembre-os sobre as noções de rotação em torno de um ponto e a diferença entre os sentidos horário e anti-horário.

12. Objetivo

- Averiguar se os estudantes calculam a medida da área de trapézios.

Como proceder

- Se tiverem dúvidas, escreva na lousa a fórmula para calcular a medida da área do trapézio, explicando que B é a medida do comprimento da base maior, b é a medida do comprimento da base menor e h é a medida da altura do trapézio.

8. Resolva as questões a seguir em uma folha de papel avulsa.

a) As medidas de três dos ângulos internos de um quadrilátero são 60°, 124° e 56°. Qual é a medida do quarto ângulo interno desse quadrilátero? 8. a) Resposta: 120°.

b) Qual é o nome do quadrilátero que tem todos os ângulos internos com medidas iguais? Qual é a medida de cada ângulo interno desse quadrilátero?
8. b) Respostas: Retângulo; 90°.

c) Um quadrilátero tem ângulos internos medindo x, $x + 10°$, $x + 14°$ e $x + 4°$. Quais são as medidas desses ângulos?
8. c) Resposta: 83°, 93°, 97° e 87°.

d) Os comprimentos dos lados de um quadrilátero medem x, $x + 5$ cm, $2x + 3$ cm e $\frac{1}{2}x$. Sabendo que o perímetro desse quadrilátero mede 62 cm, determine a medida do comprimento de seus lados.
8. d) Resposta: 12 cm, 17 cm, 27 cm e 6 cm.

9. Analise o conjunto de dados apresentado.

15	14	13	17	15
19	15	17	16	18
14	20	19	15	13

Em relação a esse conjunto de dados, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a:

a) 15, 16, 15.
b) 16, 15, 15.
c) 15, 14, 16.
d) 16, 15, 14.

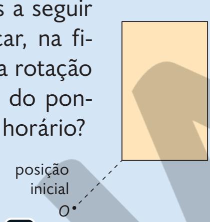
9. Resposta: Alternativa **b**.

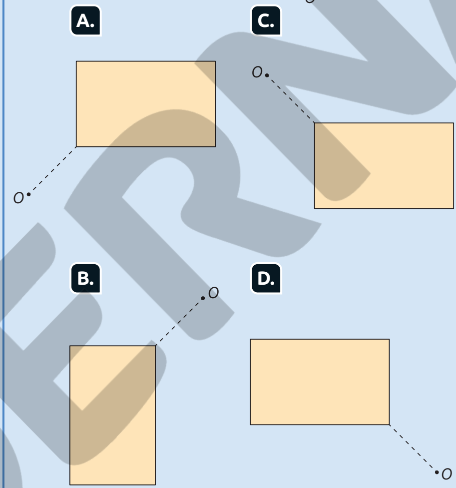
10. Resolva os itens a seguir em uma folha de papel avulsa.

a) 3 000 L equivalem a quantos metros cúbicos?
10. a) Resposta: 3 m^3.

b) Qual é, em decímetro cúbico, a medida do volume de um cubo com o comprimento das arestas medindo 5 dm? Transforme em litros a medida obtida.
10. b) Respostas: 125 dm^3; 125 L.

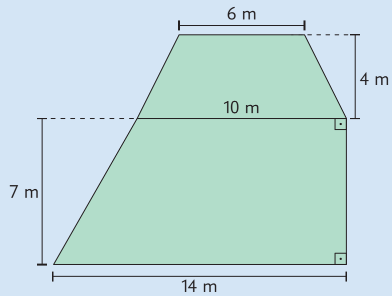
11. Qual das imagens a seguir é obtida ao aplicar, na figura ao lado, uma rotação de 90° em torno do ponto O, no sentido horário?





11. Resposta: Alternativa **C**.

12. Determine a medida da área do terreno apresentado a seguir.
12. Resposta: 116 m^2.



Projeto em ação

Prevenir é o melhor remédio

Para preservar a saúde, é preciso cuidar dela diariamente. Alimentar-se com qualidade, beber bastante água, praticar exercícios físicos e ter bom sono são alguns hábitos de autocuidado que proporcionam muitos benefícios à saúde individual.

Outras atitudes simples, como manter as mãos sempre limpas, deixar os ambientes arejados e evitar aglomerações são medidas que propiciam benefícios à saúde coletiva e auxiliam na prevenção de infecções que podem ser transmitidas de uma pessoa para outra, chamadas **doenças transmissíveis**.

Bate-papo inicial

- Você tem adotado hábitos saudáveis ultimamente?
- Em sua opinião, por que prevenir é o melhor remédio?
- Converse com os colegas e o professor sobre as doenças que podem ser evitadas tomando medidas simples, como as citadas no texto.

Bate-papo inicial: Respostas nas **orientações ao professor**.

A COVID-19 é uma doença transmissível que assolou o mundo a partir do ano de 2020. Foram mais de 30,2 milhões de casos e aproximadamente 670 mil mortes registradas no Brasil até o mês abril de 2022. Várias medidas preventivas foram tomadas para que esses números não fossem ainda maiores. Confira na tirinha ao lado algumas dessas medidas de prevenção adotadas para evitar a proliferação do coronavírus.

© CIBELE SANTOS

CUIDADOS básicos para se prevenir do coronavírus. *Mulher de Trinta*, 16 mar. 2020. Disponível em: https://www.facebook.com/mulher30/photos/a.165907283485493/2783028418440020. Acesso em: 25 maio 2022.

Objetivos

- Usar a pesquisa como instrumento de construção de conhecimento.
- Identificar as informações mais relevantes de uma pesquisa.
- Coletar e registrar informações por meio de texto e de recursos visuais.
- Conhecer algumas doenças transmissíveis e como elas se propagam.
- Refletir e discutir sobre vários aspectos relacionados à prevenção de doenças transmissíveis.

- **Tempo estimado**: entre 4 e 6 semanas.
- **Momentos para começar**: página **88** – Tabela com dados sobre a vacinação contra a COVID-19; página **94** – Atividade **23**, que apresenta porcentagens de crianças e adolescentes sem acesso à educação, o que pode ter relação com a suspensão das aulas presenciais durante a pandemia da COVID-19; página **99** – Atividade **25**, que apresenta dados sobre a mortalidade causada pela COVID-19.
- Os conteúdos e noções tratados nesta seção possibilitam a articulação com os componentes curriculares de **Língua Portuguesa** e de **Ciências**. Durante o andamento do projeto, sempre que julgar conveniente e necessário, convide os professores desses componentes curriculares para realizar trabalhos em conjunto.
- As questões do **Bate-papo inicial** objetivam o levantamento de hipóteses, a exploração do conhecimento prévio e a verificação da opinião dos estudantes a respeito do tema tratado.
- Solicite aos estudantes que anotem as respostas para comparar depois os seus conhecimentos e as opiniões iniciais com o que aprenderam ao final desse trabalho.

Respostas **Bate-papo inicial**

Primeira questão: Resposta pessoal.

Segunda questão: Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que a prevenção é um cuidado com a saúde, tanto individual quanto coletiva, o que evita doenças e a necessidade de algum tratamento médico ou uso de medicamentos.

Terceira questão: Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes mencionem doenças como a COVID-19 e a gripe.

- Primeiro, proponha aos estudantes a leitura coletiva do texto, seguido de um momento de conversa. Permita a eles que compartilhem seus conhecimentos com relação às informações abordadas. Em seguida, prossiga do mesmo modo com a leitura e a análise da tirinha apresentada.

- Durante o desenvolvimento do trabalho, promova momentos de reflexão, revisão e correção do que já foi realizado, de modo a proporcionar um processo de avaliação contínuo.

• As questões propostas nesta página podem ser respondidas tanto oralmente quanto por escrito.

Respostas **Questões relacionadas à tirinha**

1. Espera-se que os estudantes mencionem a vacinação e o uso da máscara.

2. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que sim, pois são medidas que evitam o contato com outras pessoas, diminuindo o risco de contágio desse vírus.

3. Resposta pessoal.

• O trabalho com esta seção desenvolve as **Competências gerais 8** e **10** ao levar os estudantes a se conhecerem, a cuidarem de sua saúde física e a agirem pessoalmente e coletivamente com autonomia, responsabilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos e democráticos. Além disso, aborda a **Competência específica de Matemática 7**, visto que desenvolve um projeto de modo cooperativo, abordando questões sociais.

• No tópico **Mão na massa**, acompanhe os estudantes na formação dos grupos e verifique se eles entenderam os temas e as etapas da pesquisa. Explique-lhes que primeiro cada grupo vai pesquisar a importância de agregar hábitos saudáveis na rotina diária e, em seguida, vai apresentar as informações coletadas por meio da confecção de cartazes.

• Após concluírem essa etapa, eles vão realizar a pesquisa sobre a prevenção de doenças, seguindo o roteiro sugerido no livro.

• Ao falar sobre as *fake news*, oriente os estudantes a desmenti-las. Explique que eles devem consultar a fonte da informação, o lugar onde a notícia está publicada e quem a escreveu ou disse, conversar com outras pessoas e profissionais que entendem do assunto, verificar se as notícias são atuais, procurar outras fontes e analisar se as informações são coerentes. Desse modo, eles desenvolvem a criticidade.

• Se achar necessário, auxilie-os na escolha das doenças sobre as quais vão pesquisar. A seguir, são sugeridos alguns nomes.

1. Quais cuidados, além dos citados na tirinha, contribuem para evitar o contágio da doença?
2. O coronavírus é uma doença altamente transmissível. Em sua opinião, os cuidados citados na tirinha contribuem realmente para evitar o contágio da doença? Justifique sua resposta.
3. Converse com os colegas a respeito da importância de colocar em prática as informações apresentadas no texto, e não apenas conhecê-las.

Respostas das questões **1** a **3** nas **orientações ao professor**.

Mão na massa

O bem-estar refere-se à promoção da saúde e à prevenção de doenças. Pessoas bem informadas quanto a isso tendem a fazer escolhas mais saudáveis em suas vidas, o que contribui para reduzir o desenvolvimento e a gravidade das enfermidades.

As doenças transmissíveis, por exemplo, ainda constituem um dos principais problemas de saúde pública no mundo, e algumas que estavam erradicadas voltam a preocupar. Em 2018, foram registrados mais de 10 mil casos de sarampo no Brasil. O número acendeu o alerta para outras doenças graves, como poliomielite e difteria. Vários fatores influenciam negativamente esses índices, como a falta de imunização e de informação, além das *fake news*.

Nessa proposta, vocês vão confeccionar cartazes e cartilhas com dicas e informações a respeito desses assuntos. A proposta é disseminar conteúdo informativo sobre hábitos saudáveis, visando conscientizar outras pessoas da importância de mudar comportamentos de risco, obtendo, assim, resultados positivos à saúde, com informações sobre diferentes doenças transmissíveis, formas de contágio, sintomas, complicações e maneiras de preveni-las.

A divulgação desse trabalho será por meio de exposição dos cartazes e distribuição das cartilhas, disponibilizadas para a comunidade escolar.

1º passo Planejamento

Organização dos grupos e direcionamento das pesquisas

Inicialmente, organizem-se em grupos de quatro a cinco integrantes.

No grupo, conversem entre si e decidam quais recursos serão utilizados para fazer a pesquisa, como revistas, jornais, *sites*, folhetos, livros e internet. Combinem entre vocês as tarefas destinadas a cada membro do grupo em cada uma das etapas da proposta.

Cada grupo vai pesquisar os dois assuntos indicados a seguir.

• **A promoção da saúde**

Vocês podem ter como tema da pesquisa essa sugestão: “A importância de inserir hábitos saudáveis na rotina diária”. Todos os grupos vão pesquisar o mesmo tema e fazer algumas anotações contemplando os aspectos mais relevantes do assunto. Para apresentar as informações coletadas, vocês vão confeccionar cartazes.

> Coronavírus;
> Influenza;
> Sarampo;
> Rubéola;
> Caxumba;
> Catapora/varicela;
> Paralisia infantil ou poliomielite;
> Meningite;
> Conjuntivite;
> Difteria;
> Herpes.

• Se houver necessidade, faça um sorteio para definir que doenças cada dupla vai pesquisar.

• Se houver possibilidade, apresente aos estudantes alguns modelos de cartazes e cartilhas prontos para inspirá-los.

• Gerencie e oriente os estudantes na produção dos textos com base nas informações coletadas, tanto na confecção dos cartazes quanto no trabalho de produção das cartilhas. Além disso, verifique se todos os grupos seguiram o roteiro sugerido de títulos e subtítulos para os textos que vão compor a cartilha.

• A prevenção de doenças

Outra possibilidade é apresentar, em uma cartilha, informações relevantes a respeito de algumas doenças transmissíveis. O professor vai auxiliá-los, assim cada grupo poderá pesquisar de maneira mais aprofundada determinada doença.

Combinem entre vocês se cada grupo ficará responsável por pesquisar por uma ou mais doenças, pois isso pode variar de acordo com a quantidade de grupos formados. Vocês podem utilizar este roteiro como sugestão de títulos e subtítulos para a produção dos textos.

- Qual é o nome da doença?
- O que é?
- Como se pega?
- Quais são os sintomas?
- Quais são as complicações da doença?
- Qual é a quantidade de casos dessa doença nos últimos 5 anos no Brasil?
- Como prevenir?

É importante que todos os grupos sigam o mesmo roteiro.

Definição dos cartazes e cartilhas

Decidam o tamanho e o tipo de papel que será utilizado para a confecção dos cartazes, que devem ter características específicas e conteúdo breve, objetivo e claro. O tamanho das letras precisa estar grande, para que os cartazes sejam lidos a certa distância e chamem a atenção das pessoas. Vocês podem torná-los mais atrativos enriquecendo-os com imagens, recortes e ilustrações.

Quanto às cartilhas, para que as páginas tenham um padrão visual, é importante especificar antecipadamente alguns detalhes. Com isso, recomenda-se que os textos sejam digitados, o que facilita a reprodução das páginas em quantidades maiores. Escolham fonte, cores e tamanhos das letras dos títulos e do texto, entre outras informações técnicas que favoreçam a composição do material final. Além disso, pensem na capa e no sumário e determinem a ordem das páginas, pois isso os ajudará no momento de montar as cartilhas. Por fim, decidam a quantidade de exemplares que pretendem distribuir.

2º passo Execução

Confecção dos cartazes

Para produzir o conteúdo dos cartazes, vocês devem pensar nas informações mais relevantes para o público.

• Com as páginas concluídas, as duplas deverão trocar os textos entre si para corrigir possíveis erros.

• No momento da exposição do álbum, os estudantes vão expor os cartazes com o intuito de incentivar as pessoas a cuidar da saúde diariamente mantendo hábitos saudáveis. Além disso, vão distribuir as cartilhas para a comunidade escolar, com o objetivo de propagar informações sobre algumas doenças transmissíveis e como preveni-las. Com isso, desenvolve-se o tema contemporâneo transversal **Saúde**.

• É relevante que no momento da **Avaliação** os estudantes possam refletir sobre a atividade como um todo. Incentive-os a identificar o que foi significativo durante todo o trabalho, bem como a receptividade e o impacto tanto neles quanto na comunidade.

Respostas

1. Resposta pessoal.

2. Resposta pessoal.

3. Resposta pessoal.

4. Resposta pessoal.

Uma sugestão é escrever um breve texto sobre a importância de cuidar da saúde diariamente e elencar entre 5 e 10 principais hábitos saudáveis para incentivar as pessoas a inseri-los em sua rotina. Utilizem a criatividade para desenhar, recortar ou colar imagens de modo que elas atraiam a atenção do público.

Confecção das cartilhas

Revisem os textos elaborados para compor as páginas da cartilha antes de realizar a reprodução delas. Reúnam os textos produzidos por todos os grupos e, no momento da montagem das cartilhas, coloquem as páginas de acordo com a ordem descrita no sumário. Esse momento requer bastante atenção para que o material final seja satisfatório. Finalizem cada cartilha com uma capa bem caprichada!

Lembre-se de revisar as cartilhas antes de divulgá-las para a comunidade escolar.

3º passo Divulgação

Chegou a hora de divulgar o trabalho de vocês! Ele será apresentado aos estudantes, professores e funcionários da escola, com o objetivo de informar sobre hábitos saudáveis, atitudes simples que contribuem para uma qualidade de vida melhor, autocuidado, doenças transmissíveis e prevenção de doenças.

Definam, com o professor e com a direção da escola, a melhor data e a maneira de divulgarem o álbum produzido pela turma. Os convites podem ser formais ou feitos pelas mídias sociais da escola.

No dia escolhido, expliquem o objetivo da atividade e digam como o trabalho foi planejado e executado.

Avaliação

Conversem sobre o que acharam das práticas desenvolvidas ao longo do projeto, desde a apresentação e o planejamento até a divulgação dos cartazes e das cartilhas. Discutam os pontos de que mais gostaram e indiquem o que fariam de modo diferente. Algumas questões a seguir podem orientar essa conversa.

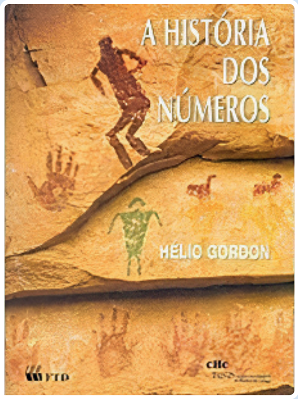
1. Como foi seu desempenho no trabalho em grupo? Você se dedicou à pesquisa e às tarefas destinadas a você? Foi responsável com os prazos e com a organização do trabalho?
2. Os colegas respeitaram a sua opinião e você respeitou a deles? Teve dificuldades em algum momento? Ajudou quando alguém teve dificuldades?
3. Do que mais você gostou durante a sua participação nesse projeto? O que mudaria ou faria de outra maneira?
4. Qual foi sua impressão sobre a receptividade da comunidade escolar com relação à divulgação dos cartazes e à distribuição das cartilhas? As pessoas se mostraram interessadas? Respostas das questões **1** a **4** nas **orientações ao professor**.

Sugestões complementares

Livros

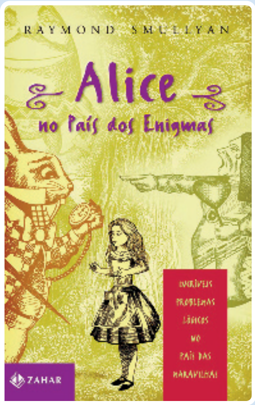
A história dos números

Esse livro apresenta a história da escrita numérica, passando por várias civilizações ao longo dos séculos. O leitor conhecerá a história dos números inteiros positivos, dos fracionários positivos, dos números irracionais e dos demais conjuntos numéricos.



REPRODUÇÃO/EDITORA FTD

A história dos números, de Hélio Gordon. São Paulo: FTD, 2002.



REPRODUÇÃO/EDITORA ZAHAR

Alice no País dos Enigmas: incríveis problemas lógicos no País das Maravilhas

Nesse livro, Alice volta ao País das Maravilhas, que foi transformado em País dos Enigmas pelo autor. Ela é desafiada pelos mais extravagantes quebra-cabeças, propostos por vários personagens diferentes. Descubra um maravilhoso mundo de enigmas e charadas com Alice.

Alice no País dos Enigmas: incríveis problemas lógicos no País das Maravilhas, de Raymond M. Smullyan. Rio de Janeiro: Zahar, 2000.

Mágicas com papel, geometria e outros mistérios

Nesse livro, são apresentados truques, paradoxos, desafios e mágicas, a maioria com relação à geometria. Algumas das atividades propostas usam papel, tesoura e cola, proporcionando aos leitores descobertas surpreendentes. Por meio de paradoxos geométricos, as atividades planejadas buscam trazer a estudantes e professores alternativas para a melhoria do ensino de Matemática. Além disso, os leitores são provocados a descobrir e repensar conceitos de geometria, percebendo que é possível aliar o prazer ao ato de aprender.

REPRODUÇÃO/EDITORA EDUFSCAR

Mágicas com papel, geometria e outros mistérios, de Pedro Luiz Aparecido Malagutti e João Carlos Vieira Sampaio. São Carlos: EDUFSCar, 2014.

- Nesta seção, são apresentadas sugestões de livros, filmes, *sites*, vídeos e *podcasts*, de modo a incentivar nos estudantes a apreciação pela leitura e a busca por informações em outras fontes que não sejam apenas o livro didático.
- Verifique antecipadamente se a biblioteca da escola dispõe dos livros apresentados e, se possível, oriente os estudantes a emprestá-los para fazer a leitura. Além disso, leve-os ao laboratório de informática, caso haja, e permita que acessem os *sites* e os vídeos, além de incentivá-los a ouvir os *podcasts*. Essas práticas contribuem para o enriquecimento cultural e social deles.

Uma proporção ecológica

Nesse livro, conheceremos a história de um grupo de jovens que participam de um projeto que tem por objetivo conscientizar a cidade sobre a importância da coleta seletiva. Durante as diversas aventuras, eles descobrem como a Matemática pode ajudar a organizar o trabalho e avaliar os resultados da coleta seletiva de lixo reciclável. Eles colaboram com toda a comunidade, aprendendo, ensinando e conscientizando.

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

Uma proporção ecológica, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática, 2019.

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

Uma raiz diferente

Esse livro conta a história de Luís, um menino que terminou seus estudos em uma escola rural e só pode continuá-los se for a uma cidade maior. Contudo, seus avós precisam dele para cuidar da roça, deixando-o em um momento delicado de sua vida. Mas tudo muda quando ele conhece uma turma de outra cidade.

Uma raiz diferente, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática, 2019.

Filmes

Estrelas além do tempo

Esse filme narra uma história ambientada no período da corrida espacial, na Guerra Fria. Nessa época, a sociedade norte-americana lida com uma profunda desarmonia racial entre brancos e negros, que também se reflete na Nasa, onde funcionárias negras são obrigadas a trabalhar isoladamente. Três delas são grandes amigas e matemáticas que, além de provar sua competência dia após dia, precisam lidar com o preconceito para ascender na hierarquia da Nasa.

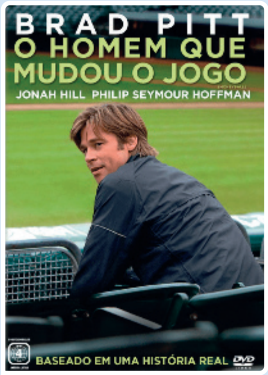
REPRODUÇÃO/FOX FILM DO BRASIL

Estrelas além do tempo. Direção de Theodore Melfi. Estados Unidos: Fox Film do Brasil, 2016 (127 min).

286

O homem que mudou o jogo

Esse filme é baseado em fatos e conta a história do gerente-geral do time de beisebol do Oakland Athletics, que desenvolve um sofisticado programa de estatísticas para o clube. Esse método matemático muda os critérios na hora de classificar jogadores em equipes profissionais e se mostra eficiente dentro de campo, colocando seu time entre as principais equipes do esporte nos anos 1980.



REPRODUÇÃO/SONY PICTURES

O homem que mudou o jogo. Direção de Bennett Miller. Estados Unidos: Sony Pictures, 2012 (133 min).

Locais de visita

- *Prandiano Museu da Matemática*. Rua Gaspar Lourenço, 64, Vila Mariana, São Paulo, SP. Contato: contato@prandiano.com.br.

Esse museu oferece palestras gratuitas aos visitantes, nas quais são utilizados objetos simples para demonstrar a importância da Matemática fora da sala de aula, aplicada ao dia a dia.

O local desfruta de um acervo repleto de peças que destacam a história da Matemática e homenageia seus personagens, além de serem expostos pelas dependências do museu jogos desenvolvidos para ensiná-la de modo lúdico.

Sites

- *Simulações*. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/filter?subjects=math&type=html,prototype. Acesso em: 19 mar. 2022.

Esse *site* apresenta diversos tipos de simulações interativas para a Ciência e para a Matemática, envolvendo o internauta por meio de um ambiente intuitivo em que simulações se parecem com jogos. Assim, é possível aprender mediante a exploração e a descoberta.

- *TV Escola Curitiba*. Disponível em: https://www.youtube.com/channel/UCNJWZ_JXiSnkAeYenC6nT0g/featured. Acesso em: 5 ago. 2022.

O canal da TV Escola Curitiba tem como objetivo amplificar a qualidade da educação brasileira e popularizar o ensino básico. É acessado por professores, coordenadores e gestores escolares, além de alunos da pré-escola ao Ensino Fundamental da rede pública. Sua programação busca atender às demandas de pais preocupados com a educação de seus filhos e de todos os interessados em aprender.

Podcasts

- Matemática Multimídia. *Spotify*, set. 2020. Disponível em: https://open.spotify.com/show/1dtdBx9QBo1jzyIkKYI3iR. Acesso em: 21 mar. 2022.

Nesse programa, podemos descobrir o significado de palavras do mundo da Matemática. Em cada episódio, uma delas é sorteada e, na sequência, pessoas comuns comentam o que acham que ela significa. Depois, ouvimos um especialista no assunto, que descreve e ensina exatamente o significado da palavra sorteada.

287

• Nesta seção, são apresentas as respostas do livro do estudante. Porém, em alguns casos específicos, em atividades abertas ou nas que não cabem na seção, como as que contêm imagens, quadros, tabelas ou esquemas, elas aparecem apenas nas orientações ao professor ou na seção **Resoluções**, a qual encontra-se disponível nas orientações gerais deste manual.

Respostas

O que eu já sei?

1. a) Triângulo e hexágono.
b) 60°
c) Os ângulos têm mesma medida.

2. a) Não é possível.
b) É possível.
c) É possível.
d) Não é possível.

3. a) $-5 < -4$
b) $-10 < 10$
c) $-7 > -8$
d) $0 < 6$
e) $-6 < 0$
f) $9 > -9$

4. a) 12 lápis.
b) $\frac{1}{10}$; 6 lápis.

5. *A*: 0,2; *B*: 0,4; *C*: 0,6; *D*: 1,3; *E*: 1,5; *F*: 1,8; *G*: 2; *H*: 2,1; *I*: 2,5; *J*: 2,7.

6. 135 mL

7. R$ 33962,50

8. a) Modelo **A**: 364 dm^3;
modelo **B**: 390 dm^3;
modelo **C**: 504 dm^3;
modelo **D**: 405 dm^3;
modelo **E**: 612 dm^3.
b) Sim, os modelos **C** e **E**.

9. A. Escaleno; 7,875 cm^2.
B. Isósceles; 4,5 cm^2.
C. Equilátero; 5,3 cm^2.
D. Isósceles; 8 cm^2.

10. A.16 cm^2
B.18 cm^2
C. 8 cm^2
D. 15 cm^2

11. a) 16 palitos.
b) $4n$
c) Sétimo termo: 28 palitos; décimo quinto termo: 60 palitos.

12. a) 1,80 m
b) 0,17 m

13. A massa da caixa **A** mede 5 kg e a da caixa **B** mede 2 kg.

14. 77 °C

15. a) Não.
b) $\frac{1}{2}$;
0,5 ou 50%;
$\frac{3}{4}$;
0,75 ou 75%.

Unidade 1 Potenciação e radiciação

Atividades

1. a) $4^2 = 16$
b) $10^3 = 1000$
c) $6^4 = 1296$
d) $3^3 = 27$
e) $5^2 = 25$
f) $2^4 = 16$

2. a) 36
b) 32
c) 1
d) 343
e) 4096
f) 125
g) 10000
h) 27
i) 1024
j) 1
k) 64
l) 75
m) 1
n) 10000
o) 859
p) 1

3. A. $2^3 = 8$
B. $3^3 = 27$
C. $4^3 = 64$

4. $5^3 = 125$;
$6^3 = 216$;
$7^3 = 343$;
$8^3 = 512$.

5. a) $\frac{1}{16}$
b) $\frac{1}{5}$
c) $\frac{1}{343}$
d) $-\frac{1}{64}$
e) $-\frac{1}{2}$
f) $\frac{1}{9}$
g) $\frac{1}{256}$
h) $-\frac{1}{32}$

6. a) 9
b) $\frac{16}{4}$ ou 4.
c) $\frac{7}{4}$
d) $\frac{27}{125}$

7. a) $\frac{17}{72}$
b) $\frac{1}{72}$
c) $\frac{1}{5184}$
d) $\frac{9}{8}$
e) $\frac{1}{72}$

8. a) $<$
b) $>$
c) $<$
d) $<$
e) $<$
f) $=$

9. **A-2**;
B-1;
C-4;
D-3.

11. a) $2^9 = 512$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1}{2187}$

c) $(-3)^6 = 729$

d) $5^{-1} = \frac{1}{5}$

e) $13^4 = 28\,561$

f) $(-2)^{15} = -32\,768$

g) $(-4)^6 = 4\,096$

h) $14^3 = 2\,744$

12. a) -243

b) 9

c) $\frac{25}{4}$ ou 6,25.

d) $\frac{25}{2}$ ou 12,5.

e) 128

f) 64

13. *A*: 2^{-2};

B: 2^0;

C: 2^4;

D: 2^6;

E: 2^{-1}.

14. a) 337

b) 247

c) 263

d) -407

e) 32

f) $\frac{1}{36}$

16. a) 15^4

b) 20^2

c) 8^3

d) 5^8

e) 42^5

f) 56^7

g) 10^6

h) 3^{10}

17. **C**

18. a^3

19. a) 10^7

b) 10^4

c) 10^7

d) 10^1

e) 10^4

f) 10^0

20. a) 20 000

b) 1 500

c) 0,01

d) 40

e) 0,003

f) 5,6

g) 0,0001

h) 0,7

i) 380

21. Aproximadamente 30 401 000; $3{,}0401 \cdot 10^7$.

22. a) $7{,}348 \cdot 10^{22}$

b) $3 \cdot 10^{-4}$

c) $5{,}4 \cdot 10^6$; $4{,}8 \cdot 10^6$.

d) $3 \cdot 10^5$

23. a) 11

b) 8

c) $\frac{12}{11}$

d) 9

e) $\frac{25}{2}$

f) 6

24. A. 5 cm

B. 7 cm

C. 8 cm

D. 9 cm

25. a) 2 cm

b) 3 cm

c) 4 cm

d) 5 cm

e) 6 cm

f) 7 cm

26. **d**

27. a) 17 e 18

b) 30 e 31

28. a) 16

b) 34

c) 25

d) 17

e) 40

f) 20

g) 39

h) 36

i) 50

29. a) 1,6

b) 2,5

c) 0,5

d) 0,1

30. a) $\sqrt{3} \simeq 1{,}7$

b) $\sqrt{12} \simeq 3{,}5$

c) $\sqrt{19} \simeq 4{,}4$

d) $\sqrt{23} \simeq 4{,}8$

e) $\sqrt{31} \simeq 5{,}6$

31. a) $\sqrt{18} \simeq 4{,}24$

b) $\sqrt{21} \simeq 4{,}58$

c) $\sqrt{29} \simeq 5{,}39$

d) $\sqrt{32} \simeq 5{,}66$

e) $\sqrt{35} \simeq 5{,}92$

32. a) 2

b) 5

c) 7

d) 10

33. a) 2 e 3.

b) 7 e 8.

c) 9 e 10.

d) 14 e 15.

34. a) $3^{\frac{7}{3}}$

b) $24^{\frac{1}{5}}$

c) $5^{\frac{5}{7}}$

d) $3^{\frac{10}{3}}$

35. **1-H**;

2-E;

3-A;

4-B;

5-G;

6-C;

7-F;

8-D.

289

36. a) $5^{\frac{1}{3}}$ e $\sqrt[3]{5}$.
b) $8^{\frac{4}{3}}$ e $\sqrt[3]{8^4}$.
c) $7^{\frac{11}{4}}$ e $\sqrt[4]{7^{11}}$.
d) $3^{\frac{6}{7}}$ e $\sqrt[7]{3^6}$.
e) $7^{\frac{15}{4}}$ e $\sqrt[4]{7^{15}}$.
f) $6^{\frac{1}{9}}$ e $\sqrt[9]{6}$.
g) $9^{\frac{3}{2}}$ e $\sqrt[2]{9^3}$.
h) $5^{\frac{2}{3}}$ e $\sqrt[3]{5^2}$.

O que eu estudei?

1. a) 343
b) 3
c) 2

2. a) $\frac{100}{2\,601}$
b) $\frac{8}{33}$
c) -64
d) -2
e) $\frac{25}{169}$
f) $-100\,000$

3. a) 18^5
b) 5^8
c) $(-4)^{12}$
d) $(-6)^5$
e) 42^4
f) 8^9
g) 3^{10}
h) $\left(\frac{2}{20}\right)^3$ ou $\left(\frac{1}{10}\right)^3$.

4. a) $y = 3$
b) $y = 8$
c) $y = 1$
d) $y = 47$
e) $y = 0$
f) $y = 1$
g) $y = 2$

5. **B**

6. a) 56
b) 56
c) 30
d) 30
e) 12
f) 11

7. a) 6,56
b) 7,35
c) 8,49
d) 9,33
e) 9,75
f) 10,30

8. a) 9 e 10.
b) 3 e 4.
c) 10 e 11.
d) 15 e 16.

9. a) $2^{\frac{2}{3}}$
b) $2^{-\frac{5}{4}}$
c) $2^{\frac{3}{2}}$
d) $2^{-\frac{2}{5}}$

Unidade 2 Conjuntos

Atividades

1. Sugestão de resposta: Conjunto dos papéis: {revista, jornal}, total de 2 elementos; conjunto dos objetos de higiene: {tubo de creme dental, frasco de xampu, sabonete}, total de 3 elementos; conjunto dos objetos de plástico: {régua, garrafa de suco, frasco de xampu, tubo de creme dental}, total de 4 elementos.

2. a) $\{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39\}$
b) $\{11, 55\}$
c) $\{21, 28, 35\}$
d) $\{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40\}$

3. a) $3 \in A$
b) $4 \notin A$
c) $8 \notin C$
d) $5 \in B$
e) $7 \in D$
f) $2 \notin C$
g) $13 \in D$
h) $9 \notin B$

4. a) Falsa.
b) Verdadeira.
c) Falsa.
d) Verdadeira.
e) Falsa.
f) Verdadeira.

5. a) $B = \{3, 6, 9, 15, 21, 24, 30\}$
b) $C = \{5, 15, 25, 30, 35, 45, 55, 60, 75, 85\}$
c) $D = \{7, 14, 63\}$
d) $A \cap B = \{6, 24\}$
e) $B \cap C = \{15, 30\}$
f) $A \cap D = \varnothing$ ou $A \cap D = \{\ \}$.
g) $A \cup D = \{2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 18, 24, 63\}$
h) $B \cup D = \{3, 6, 7, 9, 14, 15, 21, 24, 30, 63\}$
i) $C \cup D = \{5, 7, 14, 15, 25, 30, 35, 45, 55, 60, 63, 75, 85\}$

6. a) $A = \{8, 10, 12, 14, 16, 18\}$
b) $B = \{9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
c) $A \cap B = \varnothing$ ou $A \cap B = \{\ \}$.

7. a) $6 \notin C$
b) $1 \in (A \cap B)$
c) $C \subset A$
d) $7 \in B$
e) $5 \in D$
f) $D \not\subset A$

8. a) 52 entrevistados.
b) 14 entrevistados.
c) 25 entrevistados; 19 entrevistados.
d) 8 entrevistados.
e) 66 pessoas.

9. Números naturais: **B** e **C**;
Números inteiros: **B**, **C** e **D**;
Números racionais: **A**, **B**, **C** e **D**.

10. a) 11 e 29.
b) -16; -2; 11 e 29.

c) $\frac{7}{4}$; −16; −2; 11; 0,38; −0,421 e 29.

11. a) $2 \in \mathbb{N}$
b) $0{,}467 \notin \mathbb{Z}$
c) $-8 \in \mathbb{Z}$
d) $0{,}21 \in \mathbb{Q}$
e) $-\frac{5}{4} \in \mathbb{Q}$
f) $\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$
g) $1{,}131313... \notin \mathbb{N}$
h) $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$

12. As afirmações dos itens **a**, **c** e **e** estão corretas. b) Sugestão de resposta: O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros. d) Sugestão de resposta: Alguns números inteiros pertencem ao conjunto dos números naturais.

13. a) 30, 40.
b) −7, −8, −9.
c) $-\frac{7}{3}$, −2,3.
d) $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$.

14. a) Falsa; $\frac{4}{5} \notin \mathbb{Z}$.
b) Falsa; $197 \in \mathbb{N}$.
c) Verdadeira.
d) Falsa; $-3{,}5 \notin \mathbb{Z}$.
e) Verdadeira.
f) Verdadeira.
g) Verdadeira.
h) Falsa; $-5 \notin \mathbb{N}$.

15. 0,375 e $\frac{-3}{-8}$; $\frac{-5}{4}$ e −1,25; $\frac{15}{99}$ e $0,\overline{15}$; −8 e $-\frac{24}{3}$.

16. a) 0,6
b) −0,111... ou $-0,\overline{1}$.
c) 0,625
d) 0,252525... ou $0,\overline{25}$.
e) 0,152152152... ou $0,\overline{152}$.
f) −2,121212... ou $-2,\overline{12}$.

17. a) $\frac{3}{5}$
b) $\frac{9}{20}$
c) $\frac{49}{25}$
d) $\frac{141}{125}$

18. A: 5,6; B: $-\frac{7}{3}$; C: $\frac{32}{5}$; D: $\frac{396}{999}$; E: −6,8.

19. a) −3; −2.
b) 3; 4.
c) −1; 0.
d) 38; 39.

20. a) $\frac{7}{9}$
b) $\frac{32}{99}$
c) $\frac{11}{9}$
d) $\frac{415}{99}$

21. a) $\frac{233}{90}$
b) $\frac{947}{990}$
c) $\frac{1324}{90}$
d) $\frac{1338}{990}$

22. Sugestão de respostas:
a) −1, 2 e 5.
b) $-\sqrt{7}$ e $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
c) $-\frac{2}{3}$, 0,58, $\sqrt{11}$ e 15.
d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{5}, -\frac{1}{4}, -\frac{2}{9}$.
e) −1,99, $-\sqrt{3}$ e $-\frac{7}{4}$.
f) 0,58 e $\frac{2}{3}$.

23. a) $\in$
b) $\subset$
c) $\not\subset$
d) $\in$
e) $\not\subset$
f) $\subset$
g) $\in$
h) $\not\subset$
i) $\subset$

24. a) $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$.
b) $\mathbb{I}$ e $\mathbb{R}$.
c) $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$.
d) $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$.
e) $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$.
f) $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$.

25. A: −4,785; B: −3,2; C: −1,5; D: −1; E: $\frac{4}{25}$; F: $\frac{3}{7}$; G: $\sqrt{3}$; H: $\sqrt{8}$; I: $\sqrt{17}$.

26. a) 20 e 0.
b) −5; $-\sqrt{16}$; 20 e 0.
c) $0,\overline{8}$; −5; $-\sqrt{16}$; 20; $\frac{\sqrt{121}}{2}$; $-\frac{2}{3}$ e 0.
d) $\sqrt{12}$; $\sqrt{149}$ e $-\sqrt{35}$.
e) $0,\overline{8}$; −5; $-\sqrt{16}$; 20; $\sqrt{12}$; $\frac{\sqrt{121}}{2}$; $-\frac{2}{3}$; $\sqrt{149}$; 0 e $-\sqrt{35}$.

27. $A \notin \mathbb{N}$; $B \in \mathbb{Z}$; $C \notin \mathbb{Z}$; $D \notin \mathbb{N}$; $E \in \mathbb{R}$; $F \notin \mathbb{Z}$; $G \notin \mathbb{N}$; $H \notin \mathbb{N}$; $I \in \mathbb{R}$; $J \in \mathbb{Q}$.

O que eu estudei?

1. a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
b) $B \cap A = \{1, 4, 6\}$
c) $A \cup D = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12\}$
d) $A \cap C = \{1, 4\}$
e) $C \cap D = \varnothing$ ou $C \cap D = \{\ \}$.
f) $C \cup D = \{1, 2, 4, 10\}$

2. $A = \{a, b, c, d, e\}$

3. 2, 5, 7 e 8.

4. −14; −3; $-\frac{7}{3}$; $-\frac{1}{2}$; 0; $\frac{2}{5}$; 1; $\frac{61}{4}$; 16; $\frac{61}{3}$.

5. Sugestões de respostas:
a) 0,61
b) 0,521 e 0,522.
c) 1,7311; 1,7312 e 1,7313.

6. Sugestões de respostas:
a) $\frac{3}{2}$
b) $-\frac{1}{2}$
c) $\frac{8}{5}$
d) $-\frac{8}{5}$

291

7. a) Verdadeira.
b) Falsa.
c) Verdadeira.
d) Falsa.

8. **d**

9. $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$, $0{,}\overline{32} \in \mathbb{Q}$ e $-\sqrt{2} \in \mathbb{I}$.

10. Sugestão de resposta: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{36} = 6$.

Unidade 3 Ângulos

Atividades

1. A. 80°; agudo; B. 90°; reto; C. 150°; obtuso; D. 180°; raso.

2. A. 55°; Complemento: 35°; suplemento: 125°; B. 25°; complemento: 65°; suplemento: 155°; C. 75°; complemento: 15°; suplemento: 105°; D. 40°; complemento: 50°; suplemento: 140°.

3. a) **E** e **G**; **E** e **G**.
b) **A** e **D**; **C** e **H**.

4. A. $x = 15°$; 36°; 144°; B. $x = 11°$; 7°; 83°; C. $x = 8°$; 63°; 27°.

5. A. $\widehat{p} = 112°$; $\widehat{q} = 68°$; $\widehat{r} = 112°$; B. $\widehat{t} = 36°$; $\widehat{u} = 36°$; $\widehat{v} = 54°$; C. $\widehat{f} = 64°$; $\widehat{g} = 64°$; $\widehat{h} = 100°$.

6. A. $x = 7°$; 38°; B. $x = 47°$; 146°.

7. 30°

10. $\text{med}(M\widehat{O}P) = 105°$ e $\text{med}(N\widehat{O}P) = 75°$.

12. a) 82°
b) 73°
c) 64°
d) 146°

14. A. 90°; B. 76°; C. 146°; D. 52°.

15. b) 18°

16. a) 52°
b) 104°
c) Sim.

17. $x = 13°$

18. **c**

19. $x = 6°$; $\text{med}(C\widehat{O}D) = 80°$.

20. $\text{med}(A\widehat{B}C) = 20°$ e $\text{med}(A\widehat{C}B) = 70°$.

21. 69°

22. a) São congruentes.
b) A $\text{med}(R\widehat{Q}S)$ é igual à metade da $\text{med}(S\widehat{Q}U)$.
c) A $\text{med}(R\widehat{Q}S)$ é igual a um terço da $\text{med}(R\widehat{Q}U)$.

23. 120°

24. 132°

25. **b**

27. 100°

O que eu estudei?

1. A. Complementar: 47°; Suplementar: 137°;
B. Complementar: 1°; Suplementar: 91°;
C. Complementar: 65°; Suplementar: 155°;
D. Complementar: 19°; Suplementar: 109°.

2. A. $\text{med}(A\widehat{O}C) = 139°$;
B. $\text{med}(A\widehat{O}D) = 66°$.

3. A. $\text{med}(A\widehat{O}C) = 26°$;
$\text{med}(C\widehat{O}D) = 38°$;
$\text{med}(D\widehat{O}E) = 64°$;
$\text{med}(E\widehat{O}B) = 52°$;
B. $\text{med}(A\widehat{O}C) = 19°$;
$\text{med}(C\widehat{O}D) = 71°$;
$\text{med}(D\widehat{O}B) = 90°$

4. A. 135°; B. 29°.

Unidade 4 Proporcionalidade

Atividades

1. Sugestão de respostas:
a) $\frac{3}{5}$
b) $\frac{74}{118}$
c) $\frac{7}{10}$
d) $\frac{14}{5}$

2. a) $\frac{3}{4}$
b) Significa que a cada 3 questões resolvidas de Português, 4 de Matemática foram solucionadas.

3. **b**, **d**, **e** e **h**.

4. a) $\frac{2}{5}$
b) 18 idosos.

5. a) $x = \frac{15}{2}$
b) $x = 80$
c) $x = \frac{7}{4}$
d) $x = 105$
e) $x = 13$
f) $x = \frac{36}{37}$
g) $x = 5$
h) $x = \frac{7}{2}$

6. a) R$ 9,00
b) R$ 16,50
c) R$ 20,90
d) R$ 22,00
e) R$ 24,00

7. Sugestão de resposta: $\frac{8}{17} = \frac{24}{51}$.

8. a) Sim.
b) Não.
c) Não.
d) Sim.

9. a) Não são proporcionais.
b) São inversamente proporcionais.
c) São inversamente proporcionais.
d) São diretamente proporcionais.
e) Não são proporcionais.

10. **a** e **d**.

11. a) 3 colheitadeiras.
b) Inversamente proporcionais.

12. a) $a = 19{,}5$ e $b = 130$.
b) Diretamente proporcionais.

13. a) $y = 4x$
b) **B**
c) R$ 6,00

15. a) Não proporcionais.
b) $y = 4 + 1{,}5x$
c) R$ 11,50

17. ▲ = 3,75, ■ = 48 e ● = 11,5.

18. a) $x = 13$
b) $x = 832$
c) $x = 15$
d) $x = 81$
e) $x = 12$

19. a) Aproximadamente 7 kWh.
b) Aproximadamente 96,8 kWh.
c) Aproximadamente 42 kWh.
d) Aproximadamente 216 kWh.

20. a) 9 mL
b) 275 kg

21. Aproximadamente 109 balas.

22. a) Aproximadamente 175 L.
b) Aproximadamente 500 kg.

23. 4 h 30 min

24. 21 pessoas.

25. a) 8 funcionários.
b) 2 dias.

26. 12 dias.

27. **c**

28. a) 21 min b) 840 L

29. 24 caixas.

30. R$ 66,00; R$ 56,10.

31. R$ 173,00

33. a) 12 voltas.
b) 21 voltas; 14 voltas.

34. a) 8 h; 28 L por minuto.

O que eu estudei?

1. a) $\frac{3}{2}$
b) Significa que para cada 3 esfirras de carne havia 2 de queijo.

2. a) 27 fichas.
b) $\frac{3}{50}$
c) R$ 300,00

3. a) Não proporcionais.
b) Diretamente proporcionais.
c) Inversamente proporcionais.

4. a) $y = 3x$
b) Gráfico **D**.
c) 16 bolos.

5. a) Quantidade de fotos e quantidade de postagens.
b) Diretamente proporcionais.
c) 171 fotos.

6. a) Aproximadamente 472,5 km.
b) Aproximadamente 10 L.

7. 56 min

8. 12 dias.

9. Para construir sua casa, Anselmo contratou 4 operários. Com essa quantidade de trabalhadores, a casa ficou pronta em 9 meses. Para que a construção fosse finalizada em 6 meses, quantos operários Anselmo deveria ter contratado? Resposta: 6 operários.

10. R$ 311,00

Unidade 5 Estatística, contagem e probabilidade

Atividades

1. a) Quantitativa discreta.
b) Qualitativa nominal.
c) Quantitativa contínua.
d) Qualitativa ordinal.
e) Quantitativa discreta.
f) Qualitativa nominal.
g) Quantitativa contínua.
h) Qualitativa ordinal.

2. As variáveis são “produção brasileira” e “frutas cítricas”. A variável “produção brasileira” é quantitativa e a variável “frutas cítricas” é qualitativa.

3. a) 400 clientes.
c) Vermelho.

4. a) 8 estudantes.
b) A menor nota foi 2,0 e a maior foi 10,0.

5. a) 26
b) 12%
c) 36 ⊢ 41

6. a) 33 pessoas.
b) 3

7. b) 57 ⊢ 67

8. a) 40
b) 18,5 ⊢ 25
c) Não.

9. a) 4
b) 26 ⊢ 30
c) 8%

10. a) 57,5%
b) 1
c) 5 estudantes.

11. a) 18,25 m^3
b) Maio, julho, setembro, outubro e novembro.

293

12. a) 7,75; 8 e 7,5.
b) 6

13. a) Cecília: 8,6; Júlio: 8,5; Mariana: 8,9; Roberto: 8,7; Mariana ficará em 1º lugar.
b) 8,75

14. a) Brasil: média: 184; moda: 183 e 185 (bimodal); mediana: 184; Espanha: média: 185,25; moda: 185; mediana: 185; Estados Unidos: média: 200,75; moda: amodal; mediana: 202; França: média: 190; moda: amodal; mediana: 190,5.
b) Brasil.

15. **b**

16. **A:** 99 milhões de reais; **B:** 102 milhões de reais; **C:** 101 milhões de reais; **D:** 100 milhões de reais; Empresa **B**.

17. 11 268 e 63 886; aproximadamente 470%.

18. a) Amendoim torrado salgado.
b) 848 kcal
c) 100 gramas de lentilha cozida.

19. a) Faturamento mensal de um supermercado durante 1 ano.
b) Quantidade de desempregados por sexo em 2022 e em 2023.
c) Variação da medida da temperatura máxima de uma cidade ao longo de 1 mês.
d) Preferência dos estudantes do 8º ano por um esporte.

20. a) Gráfico de colunas.
b) Gráfico de linhas.
c) Gráfico de setores.

21. A. A coluna referente à Região Norte está com a largura diferente das colunas referentes às demais regiões. A medida da altura da coluna referente à Região Sul está maior do que a medida da altura da coluna referente à Região Centro-Oeste, mas esta última apresenta maior taxa de desocupação do que a Região Sul. A medida da altura da coluna referente à Região Nordeste está acima de 15%, porém sua taxa de desocupação é de 14,7%.
B. Ausência da fonte de pesquisa e medida da área referente ao setor ferroviário visivelmente igual à do setor aquaviário. Porém, este último tem um percentual significativamente menor do que o ferroviário.
C. Há espaçamentos diferentes no eixo horizontal entre 2018, 2019 e 2020, e a produção referente a 2020 está acima da produção referente a 2019, mas ela foi menor.

22. **a**

23. a) A faixa etária de 6 a 10 anos.
b) 3,4%

24. a) Joenia Wapichana; Roraima.
b) 9441; Guiana e Venezuela.
c) Região Norte.

25. c) A Região Centro-Oeste.
d) As regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste.

27. b) Não.

28. a) Outubro; 1,25%.

30. a) Amostral.
b) Censitária.
c) Censitária.
d) Amostral.

31. a) Censitária.
b) Os estudantes da escola.
c) Turma, idade e sabor do suco.

32. a) A média é 63, a mediana é 61, a moda é 61 e a amplitude total é 9.
b) Gráfico de colunas.

33. a) 8,1
b) A mediana é 8,2, a moda é 9 e a amplitude total é 3,8.

35. b) 8 maneiras.

36. 12 possibilidades.

37. a) 3 possibilidades.
c) 15 possibilidades.

38. a) 2; 24.
b) 40 possibilidades.

39. a) 8 pedidos.
b) 32 pedidos.

40. 24 números.

41. a) 9900 cartões.
c) 902 cartões.

42. 7 opções.

44. a) 88
b) A bolinha laranja.
c) $\frac{18}{88}$ ou $\frac{9}{44}$; $\frac{15}{88}$.

45. a) $\frac{3}{15}$ ou $\frac{1}{5}$.
b) $\frac{8}{15}$
c) $\frac{10}{15}$ ou $\frac{2}{3}$.
d) $\frac{7}{15}$
e) $\frac{7}{15}$
f) $\frac{5}{15}$ ou $\frac{1}{3}$.

46. a) $\frac{8}{21}$
b) $\frac{8}{21}$
c) $\frac{6}{20}$ ou $\frac{3}{10}$.

47. **b**

48. a) $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.
b) $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$.
c) $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.
d) $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.
e) $\frac{5}{6}$.

49. b) 12 resultados.
c) $\frac{1}{12}$; $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$; $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{12}$ ou $\frac{1}{4}$.

50. a) Resposta no final da seção **Respostas**.
b) $\frac{6}{24}$ ou $\frac{1}{4}$
c) $\frac{6}{24}$ ou $\frac{1}{4}$
d) $\frac{12}{24}$ ou $\frac{1}{2}$
e) 1

51. a) 5 em 120 ou $\frac{5}{120}$ ou $\frac{1}{24}$.
b) Igual, pois $\frac{5}{120} = \frac{10}{240}$.

52. a) Vogal: $\frac{2}{5}$; consoante: $\frac{3}{5}$.
b) 1

53. a) $\Omega = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$
b) $\frac{1}{8}$
c) 1
d) Par: $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$; ímpar: $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$; composto de 2 algarismos: $\frac{3}{8}$; múltiplo de 6: $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$; divisor de 11: $\frac{1}{8}$; um número primo: $\frac{3}{8}$.

O que eu estudei?

1. b) Aproximadamente 78%.
c) 6%

2. a) R$ 270,00
b) R$ 1735,00; R$ 1870,00; R$ 1735,50.

3. a) Língua Portuguesa: 9,4; Língua Inglesa: 7,5; Matemática: 7,5; História: 8,4; Geografia: 7,5; Ciências: 6,3; Arte: 9,0; média geral: aproximadamente 8,0.
b) 3,1
c) A mediana é 7,5 e a moda é 7,5.

4. a) Gráfico de colunas.
b) Gráfico de linhas.

5. a) 300 pacientes.
c) Sim.

6. b) 36 combinações.
c) Em 9 combinações.
d) Em 6 combinações.

7. a) 120 bolas.
b) $\frac{85}{120}$ ou $\frac{17}{24}$.
c) $\frac{24}{120}$ ou $\frac{1}{5}$.
d) Bolas vermelhas: $\frac{35}{120}$ ou $\frac{7}{24}$; bolas azuis: $\frac{24}{120}$ ou $\frac{1}{5}$; bolas pretas: $\frac{41}{120}$; bolas amarelas: $\frac{20}{120}$ ou $\frac{1}{6}$; 1.

8. $\frac{1}{18}$

Unidade 6 Transformações geométricas

Atividades

1. Na malha quadriculada **A**.

2. a) Horário.
b) Horário.

3. Na malha quadriculada **C**.

4. a) **A**: 180°; **B**: 90°; **C**: 180°.

5. 120°

7. Nas malhas quadriculadas **B** e **C**.

9. Item **A**

11. Reflexão e rotação.

12. a) Itens **B** e **C**.

13. b) Sugestão de resposta: Reflexão, translação e rotação.

O que eu estudei?

1. O triângulo $A_1B_1C_1$ é a imagem do triângulo *ABC* pela transformação de reflexão em relação à reta *r*.

3. C

Unidade 7 Cálculo algébrico

Atividades

1. A-3; B-1; C-2.

2. a) $3x + 4$
b) $a^2 + 2a$
c) $\frac{m}{2} - 5$
d) $5b + \frac{b}{8} - 3$
e) $\frac{n}{4} - 4 + n^2$

3. a) Sugestão de resposta: O triplo de um número mais cinco.
b) Sugestão de resposta: A metade de um número menos o quádruplo desse número.
c) Sugestão de resposta: O quadrado de um número menos três.
d) Sugestão de resposta: A metade do cubo de um número menos esse número.

4. a) 4 quadradinhos; 6 quadradinhos.
b) 8 quadradinhos.
c) $x + 2$
d) 12 quadradinhos; 18 quadradinhos; 29 quadradinhos.

5. a) $4x$
b) $6x + 1$
c) $3x + 5$
d) $11x - 4$

295

e) $-5x + 14$
f) $10x + 4$

6. a) O coeficiente é 16 e a parte literal é pq.
b) O coeficiente é -2 e a parte literal é a^3b^2c.
c) O coeficiente é 1 e a parte literal é mnp.
d) O coeficiente é 22 e a parte literal é x^5.
e) O coeficiente é 4,2 e a parte literal é w^3z.
f) O coeficiente é $\frac{2}{3}$ e a parte literal é pq.
g) O coeficiente é 0,021 e a parte literal é c.
h) O coeficiente é 100 e a parte literal é g^8h.
i) O coeficiente é 18 e a parte literal é x^0.

7. a) Grau 2.
b) Grau 6.
c) Grau 3.
d) Grau 5.
e) Grau 4.
f) Grau 2.
g) Grau 1.
h) Grau 9.
i) Grau zero.

8. a) $2x$
b) y
c) $-x^2$

9. $4x$, $-x$, $10x$; $9x^2$, $-5x^2$; $-8xy$, $3xy$, $21xy$; $17x^2y$, $10x^2y$, $-12x^2y$.

10. Sugestão de resposta: $9mn^2$; $-\frac{1}{2}mn^2$; $3{,}5mn^2$.

12. a) Diofanto empregava as letras com abreviação.
b) Em geral, os gregos representavam as quantidades por meio de linhas, determinadas por uma ou duas letras, e raciocinavam como em geometria.
c) Ele substituiu sistematicamente a álgebra numérica pela álgebra dos símbolos.

13. a) $6ab$
b) $6x^2y$
c) $13{,}2a^3b^2$
d) $2x^5y$
e) $4yz^4$

14. a) $10ab$
b) $20x$
c) $18w$

15. a) $11ab^2 + 9ab^2 = 20ab^2$
b) $-7x^3y^2 + 10x^3y^2 = 3x^3y^2$
c) $14mn^3 = 9mn^3 + 5mn^3$
d) $-7abc - 13abc + 2abc =$
$= -18abc$

16. A. $46xy$
B. $12ab$

17. Sugestão de respostas:
a) $7xy^3 + 11xy^3$
b) $5a^2b^4 - 2a^2b^4$
c) $3n^5m^3 + 5n^5m^3 + n^5m^3$

18. a) $21x^5y^3$
b) $-77x^8y^6z^3$
c) $-6x^4y^3$
d) $130x^9y^7z$
e) $24x^8y^{11}z^6$
f) $10x^6y^5z^2$

19. A. $64z^2$; B. $19v^2$; C. $18x^2y$.

20. a) $p = 2$
b) $q = 6$; $r = 5$.
c) $s = 3$; $t = 7$.
d) $w = 5$; $v = 8$.

21. a) $3x$
b) 4
c) $3x^3y$
d) $9ab^2$
e) $2y^2z$
f) $4a^3b^3$

22. 9 vezes.

23. a) $-3x^7$
b) $10x^3$
c) $4y^4$
d) $30y^5$

24. $3y^4$

25. a) $6x^2 : 3x = 2x$
b) $x^5y : x^2 = x^3y$
c) $16x^9y^6 : 8x^2y^5 = 2x^7y$
d) $45x^3y^2z^6 : 9x^2yz^3 = 5xyz^3$
e) $8x^2y^4z^3 : 2xy^3z^2 = 4xyz$
f) $12x^7y^9z : 3x^5y^6 = 4x^2y^3z$

26. $A = 4x^6$; $B = 3x$; $C = 2x^5$;
$D = \frac{2x^4}{3}$.

27. Grupo 1: **D**, **H** e **J**;
Grupo 2: **A**, **C**, **G** e **I**;
Grupo 3: **B**, **E** e **F**.

28. **A**: grau 7; **B**: grau 8;
C: grau 2; **D**: grau 6;
E: grau 7; **F**: grau 13;
G: grau 4; **H**: grau 2;
I: grau 4; **J**: grau 5.

29. A. -21; B. 189.

30. a) $2x^3 - x^2 + 6x - 6$
b) $2a^2 - 3b + 6$
c) $4x^2 + xy + 10$

31. $8x + 16$

32. a) $x + 2y + 3z$
b) Sugestão de resposta:
$x = 4$, $y = 1$ e $z = 3$;
$x = 2$, $y = 2$ e $z = 3$;
$x = 1$, $y = 4$ e $z = 2$.

33. a) $xy - a^2 - ab$.
b) grau 2 ou 2º grau

34. A. $x^2 + x - y + 4$;
B. $-x^2 - xy - y + 35$;
C. $-x^2 - 3x + 9y + 38$;
D. $5x^2 + x + xy - 11y - 59$.

35. a) $3{,}2x^3 - 17x - 14y + 9xy + 1$
b) $-\frac{3}{5}x^7 + 4x - 3xy + 9$
c) $-7z^3 - 9xz - 14xy + 21$

296

36. a) $6x^2y - 8z$
b) $8ab^3c - 8ab + 8$

37. a) 1. $48x^2y + 9x^2y^2$;
2. $36x^2y + 9x^2y^2$;
3. $28x^2y + 18x^2y^2$.
b) 1. 93,96 m³; 2. 77,76 m³;
3. 96,12 m³.

39. $16x^3 + 128x^2$

40. $V = 640$ m³

41. a) $7x^2 + 35x$
b) $x^3 - 7x^2$
c) $22x^3 + 11x^2$
d) $6x^3 + 18x$
e) $5x^4 - 10x^3$
f) $8x^5 + 40x^3$

42. A. $x^2 + 11x + 28$;
B. $y^2 + 6y + 5$.

43. a) $3y(x + 2)$
b) $-y(x + 2)$
c) $xy(x + 2)$
d) $4x^3y(x + 2)$

44. Resposta no final da seção **Respostas**.

45. **B**

46. a) $x^3 + 3x^6 - 2$
b) $4y^2 - 5y^4 - 3$
c) $6a^3 - 2a^8 - 1 + 3a^2$
d) $\frac{10}{3}b - 2b^6 + \frac{5}{3}b^3 - \frac{4}{3}b^2$

47. ▲: $4x^5 - 10x$;
●: $2x$;
■: $x^3 + 4x^2$;
◆: x;
◖: $15x^2 + 25x$;
◢: $5x$.

48. A. $2x + 3$; B. $2y - 2$.

49. a) $(4x^3 + 6x^2) : 2x = 2x^2 + 3x$
b) $3x \cdot (3x^3 - x^2) = 9x^4 - 3x^3$
c) $10x^6 : 2x^5 = 5x$
d) $(14x^3 + 49x^2) : 7x^2 = 2x + 7$

50. a) $3x$
b) 2100 cm³

51. a) x^5y^5
b) $15a^3b^2$
c) $20x^2y^6$
d) $8a^3b^7$
e) $12x^3(2x^2 - 3)$
f) $18ab^5(ab + 2)$

52. a) ■: 6.
b) ■: 3.
c) ■: 1 e ◆: 7.
d) ■: 5, ◆: 4 e ●: 8.

53. **B** e **C** – 1; **D** e **F** – 2;
A e **E** – 3.

54. **B**, **C**, **D** e **F**.

55. a) $\frac{1840}{t + 12}$, $t \neq -12$.
b) 23 peças; 20 peças.

56. a) $\frac{a + 3}{b}$, $b \neq 0$.
b) $\frac{2x \cdot 5y}{x + y}$, $x \neq -y$.
c) $\frac{6a - 2b^2}{5b}$, $b \neq 0$.
d) $\frac{y}{2x^2}$, $x \neq 0$.
e) $\frac{(2x + 1)^2 - 5}{3y}$, $y \neq 0$.
f) $\frac{\frac{x}{5} + y}{2z}$, $z \neq 0$.

57. $\frac{x - y}{z}$, $z \neq 0$.

59. $\frac{x^2 - 3x}{x^2}$, $x \neq 0$.

60. a) $\frac{1350}{p}$, $p \neq 0$.
b) $p - 3$
c) $\frac{1350}{p - 3}$, $p \neq 3$.
d) Antes de 3 funcionários desistirem: R$ 45,00; depois: R$ 50,00.

O que eu estudei?

1. a) x^2
b) $n + 5$
c) $5{,}48x$

2. **c**

3. a) $1{,}5 - x$
b) $\frac{1{,}5 - x}{3}$

4. a) $69{,}90 + 0{,}17t$
b) R$ 103,90

5. a) R$ 1855,00; R$ 2155,00.
b) $1255 + 0{,}03x$

6. a) $x + 6$; $3(x + 6)$.
b) $\frac{y}{3} - 6$; $\frac{y}{3}$.
c) 8 livros; 42 livros.

7. **b**

8. $8x^3$

9. a) Não.
b) Sim; 4 *l*.

10. a) $-2x^8y$; monômio.
b) $2y^2 + 6$; binômio.
c) $-3a^2 + 12ab + 4$; trinômio.

11. Para $x = 2$ e $y = 0$; 4.

12. $a^2 + ab + b^2$; 28 m².

13. $\frac{x}{y + 4}$, $y \neq -4$.

Unidade 8 Equações e sistemas de equações

Atividades

1. Equação **c**.

2. R$ 89,95

3. a) $x = 7$
b) $x = 8$
c) $x = 11$
d) $x = -1$
e) $x = 7$

297

f) $x = 9$
g) $x = -9$
h) $x = 39$

4. a) Equação **IV**.
b) 8

5. **A** – **2**; **B** – **1**; **C** – **3**.

6. **A**: 13; **B**: 26 anos;
C: R$ 108,00.

7. a) Largura: 7 m; comprimento: 12 m.
b) 84 m²

8. $2x + 96 = 330$; $x = 117$; 117 m.

9. a) $50 - x = 22$; $x = 28$; R$ 28,00.
b) $2x + 69 = 195$; $x = 63$; R$ 63,00.
c) $3x + 18 = 108$; $x = 30$; 30 anos.
d) $6x + 32 = 116$; $x = 14$; 14.

10. a) $x = -10$
b) $x = 25$
c) Não tem solução.
d) $x = 7$
e) $x = 4$
f) $x = \frac{32}{3}$

11. A. $\frac{170}{x} = \frac{255}{x+1}$; $x = 2$; 2 horas.
B. $\frac{300}{x} = \frac{420}{x+30}$; $x = 75$; 75 funcionários; 105 funcionários.

12. $2 \cdot \frac{150}{x} = \frac{225}{x-2}$; 8 cadernos e 6 livros.

13. **B**, **D**, **F**, **I**, **J** e **L**.

14. a) $2x + 3y = 84$
b) $2x + y = 6{,}50$
c) $x - y = 48$
d) $3x + 4y = 16{,}53$

15. 21 e 9; 22 e 10; 33 e 21; 34 e 22.

16. **B**

18. a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$
b) $\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 22 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + y = 31 \\ x = y + 5 \end{cases}$

19. a) $x = \frac{16}{19}$ e $y = \frac{16}{19}$.
b) $x = 3$ e $y = 6$.
c) $x = 11$ e $y = -7$.
d) $x = 32$ e $y = -108$.
e) $x = 1$ e $y = 3$.
f) $x = 20$ e $y = 5$.

20. $\begin{cases} x + y = 980 \\ x = y - 228 \end{cases}$;
Marcos: R$ 376,00;
Otávio: R$ 604,00.

21. 162 homens e 140 mulheres.

22. a) **A** - **III**; **B** - **I**; **C** - **II**; **D** - **IV**.
b) **A**. Solange: R$ 582,00; Gabriel: R$ 194,00; **B**. Marcos: 25 figurinhas; Renata: 15 figurinhas; **C**. Carros: 150; motos: 100; **D**. Carlos: 25 anos; Lúcia: 50 anos.

23. 1 000 meninos e 1 500 meninas.

24. Marcela: 48 anos; Augusto: 20 anos.

25. A embalagem *x* contém 700 mL e a *y* contém 1 200 mL.

26. 200 pessoas.

27. a) 101 km
b) 68,6 km e 90,4 km.

28. Cada bola de futebol custa R$ 20,00 e cada bola de voleibol custa R$ 40,00.

29. a) $x = 15$ e $y = 2$.
b) $x = 4$ e $y = 0$.
c) $x = 1$ e $y = 3$.
d) $x = 7$ e $y = \frac{9}{2}$.
e) $x = 7$ e $y = -\frac{7}{8}$.
f) $x = 9$ e $y = -\frac{5}{4}$.

30. 5 e 7.

31. Júlia: 21 anos; André: 13 anos.

32. 71 homens e 59 mulheres.

33. Rafael: 75 kg; Fábio: 72 kg.

35. a) $x = 45°$ e $y = 30°$.
b) $x = 45°$ e $y = 90°$.
c) $x = 85°$ e $y = 55°$.
d) $x = 55°$ e $y = 15°$.

36. a) $x = -3$ e $y = 2$.
b) $x = 4$ e $y = 7$.
c) $x = 10$ e $y = -4$.
d) $x = 2$ e $y = -\frac{1}{2}$.
e) $x = 4$ e $y = -2$.
f) $x = -6$ e $y = 7$.
g) $x = 3$ e $y = 7$.
h) $x = -\frac{1}{5}$ e $y = \frac{4}{5}$.

37. **d**

38. **d**

40. a) Possível e determinado, pois as retas são concorrentes.
b) $x = 1$ e $y = 0$.

41. **c**

42. a) Falsa. Sugestão de correção: As retas que representam um sistema possível e determinado são concorrentes.
b) Verdadeira.
c) Verdadeira.

43. a) $\begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 26 \end{cases}$
b) Concorrentes.
c) 17 e 9 anos.

298

46. **a**, **d**, **f**, **i**, **k**.

47. a) 3 ou −3
b) 20 ou −20
c) 25 ou −25
d) 14 ou −14
e) 35 ou −35

48. a) 400 m^2
b) 676 m^2

49. a) $40x^2 = 16\,000$
b) 20 cm

50. 14 cm

O que eu estudei?

1. 1250 g; 2 500 g.

2. 18

3. R$ 1,50

4. 2 anos.

5. **A** - 3; **B** - 1; **C** - 2.

6. 1) $x = 4$; 2) $x = 2$; 3) $x = 6$.

7. 9 funcionários.

8. a) $x = 6$ e $y = 4$.
b) $x = 9$ e $y = 5$.
c) $x = 11$ e $y = 10$.
d) $x = 7$ e $y = 5$.
e) $x = 7$ e $y = 8$.
f) $x = 12$ e $y = 6$.

9. A. $\begin{cases} x + y = 12 \\ x = y + 8 \end{cases}$, $x = 10$ e $y = 2$; B. $\begin{cases} x + 3 = y \\ x + y = 15 \end{cases}$, $x = 6$ e $y = 9$.

10. 19 meninos e 23 meninas.

11. 10 balas.

12. R$ 72,00

13. O ingresso azul custa R$ 30,00 e o branco, R$ 40,00.

14. 25 cm

Unidade 9 Sequências

Atividades

1. Sugestão de respostas:
a) $a_n = 3n$, $n > 0$
b) $a_n = 12n + 1$, $n > 0$
c) $a_n = 3n - 3$, $n > 0$
d) $a_n = 2nx$, $n > 0$
e) $a_n = x^n$, $n > 0$
f) $a_n = \frac{n}{x^n}$, $n > 0$

2. a) (15, 37, 59, 81, 103, ...)
b) (0, 1, 8, 27, 64, ...)
c) $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{1}{3}, \frac{16}{81}, \frac{25}{243}, \ldots\right)$
d) $\left(1, 1, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}, \frac{17}{5}, \ldots\right)$

3. a) 15 bolinhas.
b) (5, 7, 9, 11, 13, ...)
c) **I**
d) 27 bolinhas.
e) Sugestão de resposta:
$a_n = a_{n-1} + 2$ com $n > 1$ e $a_1 = 5$.

4. **c** e **d**.

5. a) (−2, 3, 1, 4, 5, 9, 14, ...)
b) Não.
c) Sim; Sugestão de resposta: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, para $n > 2$.

6. b) Sugestão de resposta: 17, 22, 27.

7. Sugestões de respostas:
a) Sequência **1**: $a_n = 2n + 2$, $n > 0$; Sequência **2**: $n + 10$, $n > 0$; Sequência **3**: $4n - 3$, $n > 0$.

8. b) (1, 2, 6, 24, 120, 720, ...)

9. a) Sequência **B**.
b) **A** – **II**; **B** – **I**.
c) Sequência **A**: (7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, ...) e sequência **B**: (2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, 129, ...).

10. a) (10, 5, 8, 4, 2, 1)

11. a) $a_{13} = 233$
b) $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, com $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $n > 2$.

O que eu estudei?

1. a) Sugestão de resposta:
$a_n = \frac{3n}{2n + 1}$, com $n > 0$.
b) $\frac{150}{101}$

2. (2 048, 1 024, 512, 256, 128, ...)

3. a) 12 c) 400 e) 32
b) 50 d) 20 f) 10

5. $a_n = 3n + 3$, com $n > 0$.

6. a) **II** c) $\frac{256}{5}$

7. a) Sugestão de resposta: $a_n = a_{n-1} - 3$, para $a_1 = 18$, e $1 < n < 8$.
b) Sugestão de resposta: 3 bolinhas.

Unidade 10 Polígonos e circunferência

Atividades

1. **A** e **D**. Polígonos não convexos; B. Polígono convexo; C. Não polígono.

2. a) 6
b) 3
c) 54
d) Sugestão de resposta: Pentágono; 5.

3. A. 4 diagonais;
B. 9 diagonais.

4. a) 5 diagonais.
b) 65 diagonais.
c) 170 diagonais.
d) 90 diagonais.

5. A. 36 diagonais;
B. 30 diagonais.

6. 240 diagonais.

299

7. a) 12 diagonais.
b) 12 diagonais.

8. A. 900°; B. 1260°; C. 1620°; D. 1080°.

9. A. 120°; B. 135°; C. 144°; D. 150°.

10. A. 48°; B. 122°; C. 131°.

11. a) 360° c) 180°
b) 540°

12. $x = 31°$; $med(G\widehat{D}E) = 68°$, $med(D\widehat{E}F) = 109°$, $med(E\widehat{F}G) = 83°$, $med(D\widehat{G}F) = 100°$.

13. a) Octógonos e quadrados.
b) Octógono: 1080°; 360°; quadrado: 360°; 360°.
c) Octógono: 135°; quadrado: 90°.
d) Octógono: 20 diagonais; quadrado: 2 diagonais.

14. a) 4 lados. c) 10 lados.
b) 12 lados. d) 8 lados.

15. A. 72°; B. 36°.

16. $\hat{a} = 113°$, $\hat{b} = 85°$, $\hat{c} = 100°$, $\hat{d} = 108°$, $\hat{e} = 72°$.

17. A. Retângulo;
B. Dodecágono regular.

18. a) $\overline{BC}$ b) $\hat{b}$

19. A. $x = 2$; B. $x = 6$.

20. $x = 30°$; $\hat{d} = 60°$; $\hat{e} = 30°$ e $\hat{f} = 90°$; triângulo retângulo.

21. $med(B\widehat{A}C) = 36°$

22. d

23. $\hat{x} = 67°$ e $\hat{y} = 49°$.

24. $med(B\widehat{A}C) = 48°$, $med(A\widehat{B}C) = 35°$ e $med(A\widehat{C}B) = 97°$; Triângulo obtusângulo.

25. A. São congruentes; B. Não são congruentes.

26. A. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$; *LAL*;
B. $\triangle KNJ \cong \triangle MNL$; *ALA*;
C. $\triangle EFG \cong \triangle GHE$; *LLL*;
D. $\triangle PQS \cong \triangle RQS$; LAA_o.

27. $\triangle ABC \equiv \triangle MON$ e $\triangle DEF \equiv \triangle GHI$.

28. Como $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ e $\overline{AM} \cong \overline{MB}$ e o lado $\overline{CM}$ é comum aos triângulos *AMC* e *BMC*, esses triângulos são congruentes pelo caso *LLL*. Portanto, $A\widehat{C}M \cong B\widehat{C}M$ e $C\widehat{A}B \cong C\widehat{B}A$.

29. $\triangle ABC \cong \triangle QRS$;
$\triangle DEF \cong \triangle JKL$;
$\triangle TUV \cong \triangle NOP$.

30. a) $\triangle DFE$ e $\triangle HGI$.
b) $BC = 4{,}2$ cm
c) $\hat{B} = 66°$ e $AC = 4{,}5$ cm.

31. A. Bissetriz;
B. Mediana;
C. Bissetriz;
D. Altura.

32. 16,8 cm

33. Para obter o ponto, traçamos a mediatriz relativa ao lado $\overline{AB}$ do triângulo. O ponto de interseção da mediatriz traçada como o lado $\overline{BC}$ corresponde ao ponto solicitado.

34. a) Mediatrizes.
b) Baricentro.
c) Alturas.
d) Circuncentro.
e) Ortocentro; medianas.

35. $med(B\widehat{A}C) = 102°$, $med(A\widehat{B}C) = 32°$; $med(A\widehat{C}B) = 46°$.

36. A. Segmentos de reta: bissetrizes; Ponto *O*: incentro; B. Retas: mediatrizes; Ponto *O*: circuncentro; C. Segmentos de reta: medianas; Ponto *O*: baricentro; D. Segmento de reta: altura; Ponto *O*: ortocentro.

37. a) Gilmar.
b) Adriana: incentro;
Pedro: baricentro.

38. a) Para determinar o baricentro de um triângulo, basta traçar suas medianas.
c) Em um triângulo, o segmento de reta que liga um vértice do triângulo ao ponto médio de seu lado oposto é denominado do **mediana**.

39. A. Incentro; B. Ortocentro; C. Circuncentro.

40. $\hat{r} = 67°$ e $\hat{s} = 34°$.

44. a) Napoleão Bonaparte foi um dos mais famosos generais dos tempos contemporâneos e um brilhante estrategista de guerra, tornando-se o mais jovem general do Exército francês, com apenas 24 anos.

45. Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$; vértices: *A*, *B*, *C* e *D*; diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$; medidas dos ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$; medidas dos ângulos externos: $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$.

46. Frases **A**, **C** e **D**.

47. **e**

48. a) 1 diagonal; 1 diagonal.
b) Medidas dos ângulos internos: vértice *A*: 102°; vértice *B*: 105°; medidas dos ângulos externos: vértice *A*: 78°; vértice *B*: 75°.

c) Sugestão de resposta: Medidas dos ângulos internos: vértice C: 75°; vértice D: 78°; medidas dos ângulos externos: vértice C: 105°; vértice D: 102°.

49. $\hat{a} = 45°$; $\hat{b} = 120°$; $\hat{c} = 75°$; $\hat{d} = 120°$.

50. b) Sim; 90°.

51. a) 2 m
b) $\hat{a} = \hat{c} = 63°$
c) 4 m

52. **B** e **C**.

53. a) Triângulos e quadriláteros.
b) Quadrado.
c) 45°, 135°, 45° e 135°.

56. A. Losango; B. Retângulo; C. Nenhum dos polígonos descritos no enunciado; D. Quadrado, retângulo e losango; E. Quadrado, retângulo e losango.

57. A. $x = 22°$; B. $x = 26°$; C. $x = 40°$.

58. A. $med(B\hat{A}D) = 71°$;
$med(A\hat{B}C) = 109°$;
$med(B\hat{C}D) = 71°$;
$med(A\hat{D}C) = 109°$;
B. $med(F\hat{E}H) = 87°$;
$med(E\hat{F}G) = 93°$;
$med(F\hat{G}H) = 87°$;
$med(E\hat{H}G) = 93°$;
C. $med(J\hat{I}L) = 52°$;
$med(I\hat{J}K) = 128°$;
$med(J\hat{K}L) = 52°$;
$med(I\hat{L}K) = 128°$.

59. A. Base maior: $\overline{CD}$; base menor: $\overline{AB}$; B. Base maior: $\overline{EH}$; base menor: $\overline{FG}$; C. Base maior: $\overline{IJ}$; base menor: $\overline{KL}$.

60. A. Isósceles; B. Retângulo e escaleno; C. Escaleno; D. Retângulo e escaleno.

61. A. $x = 80°$; $med(B\hat{A}D) = 55°$;
$med(A\hat{B}C) = 80°$;
$med(B\hat{C}D) = 100°$;
$med(A\hat{D}C) = 125°$;
B. $x = 65°$; $med(F\hat{E}H) = 110°$;
$med(E\hat{F}G) = 70°$;
$med(F\hat{G}H) = 70°$;
$med(E\hat{H}G) = 110°$;
C. $x = 90°$; $med(L\hat{I}J) = 90°$;
$med(I\hat{J}K) = 120°$;
$med(J\hat{K}L) = 60°$;
$med(I\hat{L}K) = 90°$.

62. A. $med(B\hat{A}D) = 65°$;
$med(A\hat{B}C) = 65°$;
$med(B\hat{C}D) = 115°$;
$med(A\hat{D}C) = 115°$;
B. $med(H\hat{E}F) = 90°$;
$med(E\hat{F}G) = 45°$;
$med(F\hat{G}H) = 135°$;
$med(G\hat{H}E) = 90°$.

63. $AD = BC = 2{,}5$ m

64. Sugestões de resposta: Moeda, CD e copo.

65. 13,5 cm

66. a) Raios: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BF}$ e $\overline{BI}$;
diâmetros: $\overline{AC}$ e $\overline{FI}$;
cordas: $\overline{AC}$, $\overline{EI}$, $\overline{CF}$ e $\overline{FI}$.
b) Raios: $\overline{CB}$, $\overline{CD}$, $\overline{CF}$ e $\overline{CH}$;
diâmetros: $\overline{BD}$ e $\overline{FH}$;
cordas: $\overline{BD}$, $\overline{GH}$, $\overline{BF}$ e $\overline{FH}$.
c) Sugestão de resposta: $A\hat{B}I$ e $B\hat{C}F$.

67. a) 6,4 cm
b) 4,2 cm

68. 21 cm

69. 7,65 cm

70. a) 144 cm ou 1,44 m.

71. **A**

72. a) Triângulo: 120°; Quadrado: 90°; Hexágono 60°; Decágono: 36°.
b) Sugestão de resposta: A medida do ângulo central é obtida dividindo 360° pela quantidade de lados do polígono regular.

73. A. 240°; B. 67,5°; C. 45°.

74. a) 90°

76. A. 18,84 cm; B. 43,96 cm; C. 21,98 cm; D. 34,54 cm.

77. a) 1,42 m
b) 704 voltas.

78. 13,5 cm

79. 13,42 m

80. **b**

O que eu estudei?

2. a) 900° b) 1440° c) 1800° d) 1080°

3. a) 108° b) 135° c) 144° d) 150°

4. 10 lados.

5. 9 diagonais.

6. a) Icoságono regular.
b) Triângulo equilátero.
c) Hexágono regular.

7. Polígonos **A** e **C**.

8. 54° **9.** **a** **10.** **a**

11. a) 90°
b) $\hat{A} = 118°$; $\hat{B} = 62°$; $\hat{C} = 118°$; $\hat{D} = 62°$.

12. **b**

13. **c**

14. Diâmetro.

15. $x = 24$ cm

16. 477,28 m

301

Unidade 11 Medidas de área

Atividades

1. A. $18\ cm^2$; B. $12\ cm^2$; C. $15{,}75\ cm^2$; D. $16{,}8\ cm^2$.

2. 17 cm

3. $19{,}2\ cm^2$

5. $4\,275{,}5\ m^2$

6. A. $5{,}3\ cm^2$; B. $3{,}75\ cm^2$; C. $10{,}825\ cm^2$.

7. A. $10{,}5\ cm^2$; $10\ cm^2$.

8. 14 cm

9. a) $A = \dfrac{3x^2}{2}$
b) 6 cm

10. a) $2xy$ b) $264\ cm^2$

12. a) I. $26{,}83\ m^2$;
II. $18{,}73\ m^2$;
III. $54\ m^2$;
IV. $34{,}20\ m^2$.

13. A. $13{,}6\ cm^2$; B. $13{,}26\ cm^2$; C. $12{,}825\ cm^2$.

14. a) 3 m b) 6 m

15. 4 cm

16. A. $9{,}375\ cm^2$; B. $6{,}375\ cm^2$; C. $5{,}25\ cm^2$; D. $4\ cm^2$; E. $4\ cm^2$.

17. A. $34{,}5\ cm^2$; B. 2 cm; C. 3,45 cm.

18. $19{,}12\ cm^2$

19. $50{,}1\ cm^2$

20. A. $3\ cm^2$; B. $7{,}25\ cm^2$; C. $4{,}255\ cm^2$; D. $5{,}6\ cm^2$.

21. 12 cm

22. 8 cm

23. a) 10 m b) 15 m

24. $268\ m^2$

26. A. $4{,}52\ m^2$;
B. $1{,}54\ m^2$;
C. $11{,}34\ m^2$;
D. $9{,}07\ m^2$;
E. $1{,}77\ m^2$;
F. $4{,}52\ m^2$.

27. $157\ m^2$

28. A. $8{,}31\ cm^2$;
B. $2{,}01\ cm^2$;
C. $6{,}92\ cm^2$;
D. $11{,}40\ cm^2$.

29. $113{,}04\ cm^2$

30. Aproximadamente 3 cm.

31. Medida da área com o método do Papiro: $256\ m^2$. Medida da área com a fórmula: $254{,}34\ m^2$.

32. a) 25 m
b) $1962{,}50\ m^2$

33. $1\,308{,}16\ m^2$

34. A. $7{,}53\ m^2$;
B. $9{,}44\ m^2$.

36. A. $11{,}44\ m^2$;
B. $2{,}73\ m^2$.

37. A. $9{,}83\ m^2$;
B. $13{,}07\ m^2$;
C. $3{,}53\ m^2$.

38. a) $\text{med}(A\widehat{O}C) = 53°$;
$\text{med}(B\widehat{O}C) = 127°$.
b) Laranja: aproximadamente $39{,}88\ m^2$; verde: $16{,}64\ m^2$.

39. a) 75°
b) Aproximadamente $163{,}91\ cm^2$.

40. Aproximadamente $7{,}23\ cm^2$.

41. A. $43{,}18\ m^2$;
B. $100{,}48\ m^2$;
C. $75{,}36\ m^2$;
D. $125{,}60\ m^2$.

42. Medidas aproximadas. Amarelo: $21{,}98\ m^2$; vermelho: $15{,}7\ m^2$; verde: $9{,}42\ m^2$.

43. a) $623{,}7\ cm^2$
b) Aproximadamente $91{,}26\ cm^2$.
c) Aproximadamente $349{,}92\ cm^2$.

44. Aproximadamente $33{,}5\ m^2$.

45. e

O que eu estudei?

1. 17 cm

2. Iguais.

3. A. $28\ m^2$; B. $33{,}5\ m^2$; C. $65{,}5\ m^2$.

4. A. 3 m; B. 4 m; C. 2,5 m; D. 4,8 m.

5. c

6. A. Aproximadamente $34{,}84\ cm^2$;
B. Aproximadamente $4{,}75\ cm^2$.

7. Aproximadamente $84{,}78\ cm^2$.

8. A. $12{,}56\ m^2$; B. $6{,}28\ m^2$; C. $7{,}065\ m^2$; D. $2{,}86\ m^2$.

9. d

Unidade 12 Medidas de volume e de capacidade

Atividades

1. a) $125\ m^3 = 125\,000\ dm^3$
b) $35\ cm^3 = 0{,}035\ dm^3$
c) $650\ cm^3 = 0{,}65\ dm^3$
d) $1900\ dm^3 = 1{,}9\ m^3$
e) $0{,}1855\ dm^3 = 185{,}5\ cm^3$
f) $950\ dm^3 = 0{,}95\ m^3$
g) $11{,}758\ m^3 = 11\,758\ dm^3$
h) $0{,}08\ dm^3 = 80\ cm^3$
i) $2{,}57\ m^3 = 2\,570\ dm^3$
j) $78{,}3\ dm^3 = 78\,300\ cm^3$
k) $2{,}4\ dm^3 = 0{,}0024\ m^3$
l) $3\,458\,630\ cm^3 = 3\,458{,}63\ dm^3$

2. Armando.

3. A. 42 cm^3; B. 37,8 cm^3;
C. $\frac{33}{2}$ cm^3; D. 121 cm^3;
E. 36 cm^3.

4. a) 0,8 m
d) 1,5 m
b) 34 cm
c) 10,8 dm
e) 100 cm

5. 3,375 m^3 **7.** 32 dm^3

6. 9 cm **8.** 69,688 dm^3

9. 8 cm^3, 0,008 dm^3 e 0,000008 m^3.

10. a) Verdadeira.
b) Verdadeira.
c) Falsa. Sugestão de correção: $\frac{1}{3}$ da medida do volume do cubo **C** corresponde a 0,072 dm^3.

11. a) 21,875 dm^3
b) **D**; **B**.
c) Sim; **D**.
d) I-E; II-B; III-C.

12. **b** **14.** 25 caixas.

13. 22 cm **15.** **c**

16. a) Caixa **2**. b) Não.

17. **c**

19. a) 0,5 L = 0,0005 m^3
b) 3750 mL = 3,75 L
c) 0,02 dm^3 = 200 mL
d) 18 250 L = 18,25 m^3
e) 830 mL = 0,83 dm^3
f) 0,79 dm^3 = 0,79 L
g) 0,00095 m^3 = 0,950 L
h) 42 000 mL = 0,042 m^3
i) 0,00011 m^3 = 110 mL
j) 8 500 dm^3 = 8 500 L
k) 80 dm^3 = 0,08 mL
l) 10,5 m^3 = 10 500 L

20. 870 mL

21. **A** e **C**.

22. a) 14 000 L b) 10,5 m^3

23. 2,5 m

24. a) 10 L
b) 24 272 L
c) 4,59 L
d) 3 781,635 L
e) 2 564,406 L
f) 356,240 L

25. 20 min **26.** 4,872 m^3

28. Aproximadamente 1 412 min.

29. a) 600 cm^3
c) 600 mL
b) 600 mL

30. **a** e **d**.

32. a) 1,5 cm
b) 2,5 cm
c) Não.

O que eu estudei?

1. **c**, **d**, **e**, **f** e **g**.

2. 228 cm^3 **3.** **c**

4. 5 m, 5 m e 10 m.

5. **b**

O que eu aprendi?

1. a) $1{,}8 \cdot 10^{-5}$
c) 24
b) $2 \cdot 10^{2}$
d) $6{,}72 \cdot 10^{4}$

2. $A \cap B$

3. 25 possibilidades.

4. 18

5. 10 motos.

6. a) Aproximadamente 5,17 g.
b) 840 kcal
c) 40 biscoitos.

7. a) 180 L b) 36%

8. a) 120°
b) Retângulo; 90°.
c) 83°, 93°, 97° e 87°.
d) 12 cm, 17 cm, 27 cm e 6 cm.

9. **b**

10. a) 3 m^3
b) 125 dm^3; 125 L.

11. **C** **12.** 116 m^2

Resposta referente à seção **Unidade 5**.

50. a) O espaço amostral desse experimento é:

$$\Omega = \left\{\begin{matrix} (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6) \\ (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6) \\ (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6) \\ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) \end{matrix}\right\}$$

Resposta referente à seção **Unidade 7**.

44. a) $(4x + 4)(y - 1) = 4xy - 4x + 4y - 4$
b) $(x^2 - y)(y - 10) = x^2y - 10x^2 - y^2 + 10y$
c) $(-x + 5)(2y + 1) = -2xy - x + 10y + 5$
d) $(x + 2)(7y - x + 3) = 7xy - x^2 + 3x + 14y - 2x + 6$

303

• Explique aos estudantes que esta seção apresenta referências bibliográficas que foram usadas na elaboração do livro e um breve comentário referente a cada uma delas.

Referências bibliográficas comentadas

- BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
  O autor apresenta, nesse livro, momentos históricos e pensadores que contribuíram para a construção da Matemática como a conhecemos atualmente. Além disso, denota a utilização de diferentes sistemas de numeração ao longo da História e problemas cotidianos que influenciaram o desenvolvimento da Matemática.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC). Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 2 fev. 2022.
  Esse é um documento norteador dos currículos nacionais, que indica competências e habilidades comuns a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada uma das etapas da Educação Básica.
- CARDOSO, Virgínia Cardia. *Materiais didáticos para as quatro operações*. 3. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1996. v. 2.
  A autora trabalha diferentes maneiras para o professor conduzir o processo de ensino e de aprendizagem das quatro operações básicas da Matemática, por meio da utilização de recursos didáticos diferenciados e materiais manipuláveis.
- DIAS, Marisa da Silva; MORETTI, Vanessa Dias. *Números e operações*: elementos lógico-históricos para atividade de ensino. Curitiba: Ibpex, 2011. (Matemática em sala de aula).
  As autoras apresentam, nessa obra, uma retomada histórica a respeito do desenvolvimento de operações matemáticas e dos sistemas de numeração.
- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar, 9*: geometria plana: exercícios resolvidos, exercícios propostos com resposta, testes de vestibular com resposta. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.
  Essa obra aborda conceitos teóricos de Geometria Plana e contém exercícios de aplicação e aprofundamento teórico, selecionados de acordo com níveis diferenciados de dificuldade, indicando também sugestões para a condução das aulas de Matemática que abordam esses conceitos.
- DU SAUTOY, Marcus. *A música dos números primos*: a história de um problema não resolvido na matemática. Tradução: Diego Alfaro. Rio de Janeiro: Zahar, 2007.
  O autor aborda o conceito do que é considerado um dos maiores mistérios da matemática: os números primos. Relacionando esses números com música, o autor parte da hipótese de que é possível haver harmonia entre os números primos, de modo semelhante à harmonia musical.
- DU SAUTOY, Marcus. *Os mistérios dos números*: uma viagem pelos grandes enigmas da matemática (que até hoje ninguém foi capaz de resolver). Tradução: George Schlesinger. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.
  Mistérios numéricos são abordados nesse livro, que explora como a Matemática nos auxilia na tomada de decisões em análise de fenômenos naturais.
- EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004.
  O livro trata de conceitos históricos das principais áreas da matemática, abordando a contribuição de diferentes civilizações, a história de grandes matemáticos e filósofos que colaboraram para o desenvolvimento matemático.
- IFRAH, Georges. *História universal dos algarismos, volume 1*: a inteligência dos homens contada pelos números e pelos cálculos. Tradução: Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.
  O autor aborda o desenvolvimento dos algarismos e a importância da contribuição de diferentes civilizações para que hoje o nosso sistema de numeração fosse tão desenvolvido como é, evidenciando que esse processo foi longo e que foi mudando de acordo com as diferentes percepções históricas.
- LIMA, Elon Lages. *Meu professor de matemática e outras histórias*. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. (Coleção do Professor de Matemática).
  O autor apresenta, nessa obra, reflexões e questionamentos a respeito de conceitos de Matemática elementar, incentivando o desenvolvimento do pensamento crítico do professor que trabalha na Educação Básica, bem como propondo a História da Matemática como um caminho para o processo eficaz de ensino e de aprendizagem dos conceitos abordados.

Siglas

- Enem: Exame Nacional do Ensino Médio
- OBMEP: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
- OBM: Olimpíada Brasileira de Matemática
- Saresp: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
- Unifor-CE: Universidade de Fortaleza

ISBN 978-85-16-13636-9