Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

EDITORA RESPONSÁVEL:
Lilian Aparecida Teixeira

MANUAL DO PROFESSOR

SuperAÇÃO!

MATEMÁTICA

9º ANO

Componente curricular:
MATEMÁTICA

MATERIAL DE DIVULGAÇÃO. VERSÃO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO.
PNLD 2024 - Objeto 1
Código da coleção:
0023 P24 01 00 020 020

MODERNA

SuperAÇÃO!

MATEMÁTICA 9º ANO

MANUAL DO PROFESSOR

Organizadora: Editora Moderna

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável: Lilian Aparecida Teixeira

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).
Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).
Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Elaboração dos originais:

Lilian Aparecida Teixeira
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).

Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).

Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

André Luiz Steigenberger
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede pública de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Jackson da Silva Ribeiro
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Informática na Educação pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Octavio Bertochi Neto
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Neurociência pela Faculdade Campos Elíseos (FCE-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede particular de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Tadasi Matsubara Júnior
Licenciado e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Álisson Henrique dos Santos
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Projeto e produção editorial: Scriba Soluções Editoriais
Edição: Lilian Aparecida Teixeira, Lucília Franco Lemos dos Santos, Denise Maria Capozzi
Assistência editorial: Eduardo Belinelli
Revisão técnica: Tânia Camila Kochmanscky Goulart
Coordenação de preparação de texto e revisão: Moisés M. da Silva
Supervisão de produção: Priscilla de Freitas Cornelsen
Assistência de produção: Lorena França Fernandes Pelisson
Projeto gráfico: Laís Garbelini
Coordenação de arte: Tamires R. Azevedo
Coordenação de diagramação: Adenilda Alves de França Pucca (Nil)
Diagramação: Ana Rosa Cordeiro de Oliveira, Carlos Cesar Ferreira, Fernanda Miyabe Lantmann, Leda Cristina Teodorico, Avits Estúdio Gráfico Ltda.
Pesquisa iconográfica: Vinicius Guerra Pereira Meira
Autorização de recursos: Marissol Martins
Tratamento de imagens: Janaina Oliveira e Jéssica Sinnema

Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Capa: Mariza de Souza Porto, Tatiane Porusselli, Daniela Cunha e Apis Design
Foto: Jovem concentrada jogando xadrez. © Westend61/Getty images
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

SuperAÇÃO! matemática : 9º ano : manual do professor / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Lilian Aparecida Teixeira. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13640-6

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Teixeira, Lilian Aparecida.

22-112159 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

Apresentação

Este **Manual do professor** é um material de apoio que fornece orientações para auxiliar seu dia a dia em sala de aula. Esta coleção tem como objetivo ensinar aos estudantes, além dos conhecimentos específicos do componente curricular de Matemática, habilidades, atitudes e valores, por meio de diferentes temas, atividades e práticas pedagógicas que desenvolvam a argumentação, o pensamento crítico, a autonomia, a empatia e a cooperação, de maneira prática e contextualizada.

No tópico **Conheça a estrutura da coleção**, você vai encontrar informações detalhadas e organizadas sobre a estrutura da coleção, tanto do livro do estudante quanto do **Manual do professor**. Na sequência, apresentamos subsídios teórico-metodológicos acerca do trabalho com o componente curricular de Matemática, sua relação com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), dicas e orientações relativas à prática docente, ao processo de avaliação, à relação com outras áreas de conhecimento e ao aprendizado em sala de aula.

Ao final da primeira parte deste manual disponibilizamos a transcrição das habilidades de Matemática da BNCC, seguidas pelo quadro de conteúdos e pela proposta de sugestões de cronograma, ambos referentes a este volume, para este ano letivo. Esses elementos estão apresentados de maneira organizada, com o intuito de auxiliá-lo em seu planejamento diário, colaborando para que ele seja mais prático e dinâmico.

Na segunda parte deste manual, você vai encontrar a reprodução do livro do estudante, acompanhada de explicações sobre como trabalhar os conteúdos e diversas orientações e comentários, como os objetivos e as justificativas do trabalho com os conteúdos, comentários explicativos relativos às atividades, sugestões de atividades complementares e de avaliação, propostas de integração com outros componentes curriculares, para que você possa enriquecer ainda mais o processo de ensino-aprendizagem.

Esperamos, assim, que este manual contribua para o seu trabalho e favoreça a formação de estudantes aptos a exercer sua cidadania de maneira crítica e ética, respeitando o outro e a diversidade em suas diferentes formas.

Desejamos a você um ótimo ano letivo!

Sumário

Conheça a estrutura da coleção

Livro do estudante

Esta coleção é composta de quatro volumes destinados aos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os volumes estão organizados em unidades e em tópicos com títulos e subtítulos, considerando as competências e as habilidades da BNCC estabelecidas para cada ano.

Além desses elementos, esta coleção apresenta a seguinte estrutura.

O que eu já sei?

Seção presente no início de cada volume com atividades que têm como objetivo propor uma avaliação diagnóstica dos estudantes, permitindo verificar os conhecimentos prévios deles referentes aos conteúdos que são pré-requisitos daqueles que serão abordados no volume. Algumas atividades propostas nessa seção também podem colaborar com a preparação do estudante para exames de larga escala, pois elas têm formato semelhante ao de questões abordadas nesse tipo de exame, como as provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), aplicadas aos estudantes do 9º ano.

Páginas de abertura das unidades

Além de delimitar graficamente cada unidade, a página de abertura tem a função de introduzir, de maneira informal, o conteúdo a ser trabalhado. Nessa página, a foto apresentada tem como objetivo proporcionar um estímulo visual relacionado a alguns dos conteúdos que serão trabalhados. Além disso, o boxe **Agora vamos estudar...** apresenta os conteúdos estudados na unidade, elencados por tópicos. Antes de iniciar o trabalho com os tópicos da unidade, instigue os estudantes a analisar a foto e conjecturar exemplos de conexões entre ela e os conteúdos. Se necessário, faça perguntas que direcionem o olhar dos estudantes para os aspectos desejados.

Desenvolvimento dos conteúdos

Em cada unidade, os conteúdos são apresentados por meio de textos expositivos ou de situações-problema que abordam temas próximos à realidade dos estudantes.

Os conteúdos referentes aos eixos de conteúdos da Matemática são distribuídos de forma alternada e articulada em cada volume. Contudo, cabe ao professor trabalhar os conteúdos na ordem que considerar mais conveniente, conforme suas necessidades em sala de aula.

Instrumentos e *softwares*

Nessa seção, apresentamos orientações para o uso da calculadora comum e da científica, do *software* de Geometria dinâmica e das planilhas eletrônicas, além de instrumentos como régua, esquadro e compasso.

Atividades

Na seção **Atividades**, são apresentadas atividades com características variadas que incentivarão os estudantes a refletir, a relacionar diferentes conteúdos e a ampliar conceitos desenvolvidos nos tópicos, além de desenvolver as competências e habilidades da BNCC.

Atenção!

Boxe com informações complementares para auxiliar os estudantes na compreensão dos conteúdos e na resolução de algumas atividades.

Vocabulário

Apresenta o significado de termos destacados no texto que os estudantes desconheçam ou não compreendam totalmente.

O que eu estudei?

Seção presente ao final de cada unidade com atividades em diferentes formatos, inclusive com características dos exames de larga escala, que têm como objetivo fazer uma avaliação formativa dos estudantes, permitindo-lhes que verifiquem suas aprendizagens e retomem conteúdos trabalhados sempre que for necessário.

O que eu aprendi?

Seção presente ao final de cada volume com atividades que têm como objetivo propor aos estudantes uma avaliação de resultado (ou somativa), permitindo-lhes que consolidem as aprendizagens acumuladas no ano letivo. Algumas atividades com características de exame de larga escala também são propostas nessa seção.

Destaques em atividades e questões

Certas atividades e questões que, por apresentarem estruturas diferenciadas, têm alguns termos em destaque. Confira a seguir algumas informações a respeito de cada um deles.

Cálculo mental

Atividades ou questões que envolvem cálculo mental, desenvolvendo nos estudantes a agilidade para realizar cálculos e verificar os resultados por meio de diferentes estratégias. O termo que indica que a atividade ou a questão envolve cálculo mental é destacado no enunciado. Por exemplo: "**Efetue** os cálculos **mentalmente**.".

Elaboração de problemas

Atividades em que os estudantes deverão elaborar problemas ou questões. O termo que indica que a atividade envolve elaboração de problemas é destacado no enunciado. Por exemplo: "De acordo com os preços apresentados, **elabore** um problema envolvendo adição.".

Estimativa

Atividades ou questões em que é preciso fazer estimativas. O termo que indica que a atividade ou a questão envolve estimativa é destacado no enunciado. Por exemplo: "**Estime** o resultado das subtrações.".

Em duplas e em grupo

Atividades ou questões elaboradas com o objetivo de incentivar os estudantes a trabalhar com os colegas, bem como a debater as principais ideias matemáticas abordadas, incentivando também o respeito às diferentes opiniões. O termo que indica a necessidade de se juntar aos colegas é destacado no enunciado. Por exemplo: "**Junte-se** a um colega e resolvam os problemas".

Algumas atividades são destacadas com ícones. Confira a seguir algumas informações a respeito de cada um deles.

Desafio

Indica que a atividade ou a questão tem caráter desafiador, favorecendo o desenvolvimento de estratégias próprias de resolução.

Instrumentos e *softwares*

Indica que, para resolver a atividade ou a questão, os estudantes precisarão utilizar alguns dos recursos mencionados na seção **Instrumentos e *softwares***, aplicando os conhecimentos adquiridos.

Atividade oral

Atividade oral: indica que a atividade ou a questão deve ser respondida oralmente.

Para a realização de algumas atividades ou questões, são necessários materiais que não acompanham o livro didático (calculadora, régua, compasso, tesoura etc.). Nesses casos, o professor deve solicitar previamente aos estudantes que os levem para a sala de aula. Em algumas situações, eles devem ser incentivados a compartilhá-los com os colegas. O professor ou a escola, na medida do possível, pode providenciar esses materiais.

Projeto em ação

O desenvolvimento dessa seção permite à turma toda que se envolva em uma atividade prática dividida em etapas de planejamento, execução e divulgação para alcançar determinado objetivo. As atividades possibilitam aos estudantes que atuem de modo ativo na resolução de problemas locais ou na reflexão acerca de questões mais amplas, que influenciam a vida de muitas pessoas. Com relação às demais atividades da coleção, a proposta dessa seção demanda um tempo maior de planejamento e realização, mas, apesar de estar localizada no final do volume, não deve ser, necessariamente, a última seção trabalhada. Além disso, as atividades propostas nessa seção estabelecem relações com outros componentes curriculares e exercitam habilidades desenvolvidas em outros momentos do volume. Neste **Manual do professor**, há orientações para auxiliá-lo na condução de todo o processo.

Sugestões complementares

A fim de enriquecer o trabalho em sala de aula, são apresentadas, nessa seção, sugestões de livros, filmes, *sites*, vídeos e *podcasts*, de modo a incentivar o gosto pela leitura e pela busca por informações em outras fontes além do livro didático.

Respostas

Seção que apresenta respostas das atividades, organizadas por unidade.

Referências bibliográficas comentadas

Essa seção apresenta, ao final de cada volume, as referências bibliográficas que foram usadas na elaboração do livro, com um breve comentário sobre cada uma delas.

Siglas

Essa seção apresenta o significado das siglas apresentadas ao longo do volume.

Manual do professor

Este manual é dividido em duas partes. A primeira apresenta **orientações gerais** acerca dos aspectos teórico-metodológicos que fundamentam a coleção, a estrutura e a organização do livro do estudante e do manual do professor, além das resoluções das atividades e das questões apresentadas no livro do estudante.

A segunda parte, chamada **orientações ao professor**, apresenta a reprodução reduzida do livro do estudante com respostas a questões e atividades e algumas orientações pontuais. As respostas que não constam na reprodução do livro do estudante podem ser localizadas nas laterais e nos rodapés dessa parte do manual, no gabarito do livro do estudante e/ou nas resoluções das atividades. Ainda nas laterais e nos rodapés, há orientações específicas para enriquecer e complementar o trabalho com as páginas. Em alguns momentos, para deixar mais evidente o sentido de leitura, na lateral e rodapé de algumas páginas ímpares é utilizado o seguinte recurso visual: .

A estrutura do manual está descrita a seguir.

Seções O que eu já sei?, O que eu estudei? e O que eu aprendi?

Apresentam os objetivos das atividades dessas seções, destacando os conteúdos e as habilidades que se pretende avaliar durante o aprendizado dos estudantes, as orientações de estratégias de remediação para as possíveis dificuldades e como trabalhar as defasagens, além das respostas das atividades.

Páginas de abertura das unidades

Elenca possíveis orientações de como instigar os estudantes a estabelecer relações entre a foto apresentada e o conteúdo que será estudado.

Respostas

As respostas das atividades são apresentadas, preferencialmente, na seção **Respostas**, na reprodução do livro do estudante. Porém, em alguns casos específicos, em atividades abertas ou que não cabem na seção, como as que contêm imagens, quadros, tabelas ou esquemas, elas aparecem apenas nas **orientações ao professor** ou na seção **Resoluções**.

Metodologias ativas

Apresenta as orientações específicas para atividades que envolvem metodologias ativas, podendo remeter às orientações gerais de cada metodologia ativa que estão nas **orientações gerais** deste **Manual do professor**.

Objetivos da unidade

Na primeira página após a abertura da unidade, apresentamos os objetivos que evidenciam o que se espera alcançar no trabalho com a respectiva unidade.

Justificativas

Após os objetivos da unidade, são contempladas as justificativas dos principais objetivos propostos apresentando a importância deles para a formação dos estudantes.

Um texto a mais

Apresenta textos complementares que auxiliam o trabalho com a página ou contribuem para a formação do professor. O trabalho com esse recurso também tem o intuito de proporcionar ao professor a possibilidade de conduzir o conteúdo de maneira alternada e/ou ampliar os próprios conhecimentos a respeito do tema abordado.

Atividade a mais

Sempre que possível, são apresentadas propostas de atividades complementares que envolvem o conteúdo desenvolvido na unidade. Em meio a essas atividades, também é possível reconhecer dinâmicas que proporcionem aos estudantes o exercício de convívio em sociedade, o reconhecimento e o respeito às diferenças, a discussão, a reflexão e o combate a qualquer tipo de violência e a promoção da saúde mental, além de trabalhar de maneira interdisciplinar com outros componentes curriculares.

Sugestão de avaliação

Indica momentos e estratégias para auxiliar o professor no processo de avaliação da aprendizagem dos estudantes. Tais propostas são condizentes com as características desta obra e têm o intuito tanto de preparar a turma para exames quanto de verificar o andamento deles em contexto formativo. As informações obtidas pelo professor por meio desse boxe contribuem para que ele reavalie seu planejamento e o modifique se necessário.

Algo a mais

Apresenta sugestões de livros, artigos, filmes, vídeos, *sites*, entre outras mídias que contribuem para a formação do professor.

Comentários da seção Projeto em ação

Apresenta os objetivos metodológicos do trabalho com os projetos e as orientações relacionadas ao desenvolvimento e à divulgação dessas atividades, destacando as relações interdisciplinares envolvidas, assim como as habilidades e as competências da BNCC trabalhadas. Além disso, esses comentários apresentam ao professor as respostas às questões e as sugestões relacionadas ao envolvimento da comunidade escolar e extraescolar.

Outras orientações específicas ao professor

Além das orientações e dos comentários apresentados nos boxes indicados anteriormente, nas **orientações ao professor** são organizados os tópicos que apresentam comentários, curiosidades, sugestões e informações complementares para o trabalho com as páginas de teoria, atividades, questões e seções.

Nesses comentários, sempre que possível, são evidenciados os códigos das habilidades e das competências gerais e específicas, além dos temas contemporâneos transversais da BNCC que foram trabalhados na página, destacando as relações entre esses itens e o desenvolvimento dos conteúdos. Além disso, são apresentadas, nesses comentários, orientações claras para trabalhar a empatia e a cooperação e desenvolver o pensamento crítico, o pluralismo de ideias e a análise criativa e propositiva, além da capacidade de argumentar e fazer inferências sobre o conteúdo, aspectos essenciais na formação de cidadãos críticos e atuantes na sociedade. Outro aspecto que será evidenciado nesses comentários é o desenvolvimento do pensamento computacional. Sempre que uma atividade ou seção possibilitar esse trabalho, ele estará destacado nas orientações.

Em atividades que envolvem o trabalho com gêneros textuais, o professor encontra orientações sobre como desenvolver nos estudantes a leitura inferencial e a prática de argumentação.

A fim de valorizar e incentivar a autonomia do professor, os comentários das **orientações ao professor** apresentam diferentes maneiras de abordar determinados conteúdos ao iniciar uma aula, destacando contextualizações e situações-problema. Essa estratégia, além de aumentar o interesse dos estudantes pelo assunto, contribui para aproximar os conteúdos trabalhados ao cotidiano deles. Além disso, sempre que necessário, o professor é orientado a providenciar materiais e recursos ou realizar reservas de locais ou de equipamentos antes de iniciar determinadas atividades.

Em atividades práticas que envolvem o manuseio de diferentes materiais e ferramentas ou a visita a locais fora da escola, o professor conta ainda com orientações específicas sobre os cuidados que devem ser tomados a fim de manter a integridade de todos os envolvidos no processo educacional.

Em atividades e abordagens que possibilitam uma articulação com outros componentes curriculares, os comentários das orientações ao professor explicitam essas articulações e trazem sugestões de diferentes estratégias para obter o melhor proveito delas, em conjunto com o professor dos outros componentes curriculares envolvidos.

Fundamentação e orientações gerais

A BNCC e os Anos Finais do Ensino Fundamental

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um dos documentos norteadores da Educação Básica, homologada para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, em 2017, e, em 2018, para o Ensino Médio. A BNCC foi criada como um documento de referência que estabelece as competências gerais e específicas e as habilidades que os estudantes devem desenvolver em cada segmento da Educação Básica ao longo dos anos letivos. Embora a BNCC tenha caráter norteador para todas as instituições de Ensino Básico no Brasil, sabe-se que as instituições de ensino têm realidades distintas, o que demanda a elaboração de currículos adequados ao projeto político pedagógico de cada uma.

Com relação aos Anos Finais do Ensino Fundamental, é importante compreender que a BNCC propõe que os componentes curriculares retomem e ressignifiquem as aprendizagens dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, objetivando o aprofundamento e a ampliação do repertório de aprendizagens dos estudantes, além de fortalecer a autonomia deles com estratégias de ensino que lhes permitam interagir de maneira crítica com as diferentes fontes de informação e conhecimentos.

Para atender a essas necessidades, a BNCC dos Anos Finais do Ensino Fundamental propõe um conjunto de habilidades para cada componente curricular. As habilidades propostas estão relacionadas a objetos de conhecimento compreendidos em conteúdos, conceitos e processos, que se articulam com foco no desenvolvimento das ideias fundamentais de cada componente curricular. Desse modo, a descrição das habilidades é baseada em processos cognitivos, objetos de conhecimento e contextos específicos que fazem parte do meio em que devem se desenvolver, considerando também a faixa etária dos estudantes.

Os volumes desta coleção foram organizados tendo como um dos objetivos contemplar as competências gerais e específicas e as habilidades da BNCC com suas respectivas relações com os objetos de conhecimento. Essas relações podem ser percebidas na organização dos objetivos de aprendizagem e respectivos conteúdos, nas abordagens apresentadas, nas questões no decorrer do desenvolvimento dos conteúdos, nas atividades e em outros momentos dos volumes, como na seção **Projeto em ação**. No **Manual do professor**, destacamos os momentos em que o livro do estudante proporciona o desenvolvimento das competências gerais e específicas e as habilidades, de modo que o livro didático seja uma ferramenta segura e de apoio ao professor no processo de ensino e de aprendizagem.

Competências gerais da Educação Básica

Com base nos princípios éticos, políticos e estéticos preconizados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais, a BNCC apresenta dez competências gerais que consolidam os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, com foco na formação integral dos estudantes nos âmbitos físico, cognitivo, emocional e social. O trabalho com essas competências perpassa todos os componentes curriculares e está intrinsicamente ligado ao desenvolvimento de atitudes e valores fundamentais para a formação cidadã dos estudantes, além de contribuir para a construção de conhecimentos e para o desenvolvimento das habilidades de cada componente curricular.

Confira a seguir as dez **competências gerais** da Educação Básica.

	Competências gerais da Educação Básica
1.	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2.	Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3.	Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4.	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5.	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbitos local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 9-10. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 maio 2022.

Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

A BNCC estabelece, além das competências gerais, as competências específicas para cada componente curricular. Essas competências determinam o trabalho com habilidades, conceitos e noções que orientam a prática docente e que estão relacionados às unidades temáticas e aos objetos de conhecimento, promovendo também o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

De acordo com a BNCC, no decorrer do Ensino Fundamental, os estudantes devem desenvolver as seguintes competências específicas de Matemática.

Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 267. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 maio 2022.

No processo de desenvolvimento das competências gerais, é preciso que os estudantes desenvolvam os princípios das competências específicas de cada área do conhecimento, que é assegurado por meio do trabalho com as habilidades de cada componente curricular.

Competências gerais

↓

Competências específicas de área

As competências específicas de área orientam os estudantes a respeito da expressão das competências gerais em relação às áreas do conhecimento.

↓

Habilidades

O conjunto de habilidades de cada componente curricular possibilita desenvolver as competências específicas de área. Essas habilidades referem-se aos conteúdos, conceitos e processos que os estudantes devem adquirir.

LAÍS GARBELINI/ARQUIVO DA EDITORA

Esta coleção foi elaborada buscando contemplar habilidades e competências específicas relacionadas à Matemática, a fim de fornecer aos estudantes subsídios para desenvolverem as competências gerais propostas na BNCC. Tais relações estão presentes nas abordagens dos conteúdos, em textos, seções e atividades. Confira um exemplo de como é feita essa orientação nos volumes da coleção.

No tópico **Ângulo inscrito**, os estudantes são desafiados a resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica, desenvolvendo, assim, a habilidade **EF09MA11**. A atividade **5** envolve o cálculo de área de um pentágono irregular, que pode ser decomposto em outras figuras, como um retângulo e um triângulo. Essa atividade pode colaborar para exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas e elaborar e testar hipóteses com base em conhecimentos matemáticos, desenvolvendo aspectos da **Competência geral 2** e da **Competência específica de Matemática 2**.

Ao final das **orientações gerais** deste **Manual do professor**, há o **Quadro de conteúdos** deste volume que apresenta as relações entre as habilidades e/ou competências e os conteúdos da área, explicitando como esses elementos são desenvolvidos.

Temas contemporâneos transversais e a formação cidadã

Os temas contemporâneos transversais propõem a inserção de temas nos conteúdos curriculares e nas práticas pedagógicas que auxiliam na contextualização de modo transversal e integrador, favorecendo aos estudantes conhecimentos que contribuem para sua formação cidadã.

Esses temas devem ser considerados por todos os componentes curriculares, devendo ser trabalhados de modo transversal e integrador, ampliando a compreensão dos estudantes com relação a temas sociais, proporcionando o desenvolvimento do pensamento crítico-reflexivo e contribuindo para sua formação cidadã, para a democracia e para a inserção no mundo do trabalho.

Os temas contemporâneos transversais da BNCC visam cumprir a legislação que assegura a Educação Básica. Entre os documentos que guiam o trabalho com esses temas, podemos destacar: as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (DCN), além de leis e decretos, como o Estatuto da Criança e do Adolescente (Lei n. 8.069/1990), a Lei de Educação Ambiental (Lei n. 9.795/1999, Parecer CNE/CP n. 14/2012 e Resolução CNE/CP n. 2/2012), o Código de Trânsito Brasileiro (Lei n. 9.503/1997), o Estatuto do Idoso (Lei n. 10.741/2003), as Diretrizes Nacionais para a Educação em Direitos Humanos (Decreto n. 7.037/2009, Parecer CNE/CP n. 8/2012 e Resolução CNE/CP n. 1/2012), as leis que instituem a obrigatoriedade do ensino de história e cultura afro-brasileira e indígena (Leis n. 10.639/2003 e 11.645/2008, Parecer CNE/CP n. 3/2004 e Resolução CNE/CP n. 1/2004), o Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE (Lei n. 11.947/2009) e as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de nove anos (Parecer CNE/CEB n. 11/2010 e Resolução CNE/CEB n. 7/2010).

A organização dos temas contemporâneos transversais na BNCC acontece por meio de seis macroáreas temáticas, que visam dar subsídios aos estudantes para um melhor entendimento da sociedade em que vivem. As macroáreas que a BNCC aborda se organizam da seguinte maneira.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO/GOVERNO FEDERAL

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas contemporâneos transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília: MEC, 2019. p. 13. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 18 maio 2022.

A seguir, apresentamos uma breve descrição acerca dos temas contemporâneos transversais.

Temas contemporâneos transversais	
Educação ambiental Macroárea: meio ambiente	O desenvolvimento da compreensão do estudante quanto às práticas de consciência ambiental, da consciência dos problemas existentes e das soluções a serem tomadas é o objetivo do trabalho com esse tema. Ele também fomenta o compromisso do estudante com a proteção e a conservação do meio ambiente, reconhecendo-se como parte integrante da natureza.
Educação para o consumo Macroárea: meio ambiente	Esse tema propicia o desenvolvimento da capacidade dos estudantes compreenderem de forma crítica a sua condição de consumidor. Além disso, esse tema tem caráter múltiplo, permitindo-lhe que se relacione com outros temas, como Ciência e tecnologia, Educação ambiental e Saúde, uma vez que o padrão de consumo também está ligado a posicionamentos sociais, compromissos ambientais, ideologias etc.
Educação financeira Macroárea: economia	O trabalho com esse tema permite desenvolver a consciência dos estudantes para um consumo mais consciente, contribuindo, inclusive, para a administração dos próprios recursos financeiros.
Educação fiscal Macroárea: economia	Conhecer o sistema tributário do país, a moeda, a importância dos impostos e a aplicação de recursos aos serviços públicos é o objetivo desse tema, a fim de que o estudante também aprenda a reivindicar direitos sobre produtos e serviços públicos.
Trabalho Macroárea: economia	Esse tema tem o objetivo de levar os estudantes a compreender as relações de trabalho que envolvem todo o processo produtivo até a comercialização dos produtos, o valor do trabalho, a importância de todas as profissões, algumas ocupações no mercado de trabalho, o trabalho infantil, a distribuição desigual da riqueza, entre outros temas.
Ciência e tecnologia Macroárea: ciência e tecnologia	Esse tema possibilita que o estudante compreenda como o ser humano se relaciona com o ambiente ao seu redor, desenvolvendo um olhar crítico acerca dessa relação. Por meio desse tema, ainda é possível contemplar aspectos sociais e humanos da ciência e da tecnologia nos âmbitos político, cultural, econômico e ambiental.
Direitos da criança e do adolescente Macroárea: cidadania e civismo	Esse tema possibilita reflexões na escola sobre direitos e deveres da criança e do adolescente, levando à compreensão de que esse espaço escolar deve promover a interação, a troca de ideias e a cultura de paz, de modo que os estudantes também tomem consciência de seus direitos e deveres.
Educação em direitos humanos Macroárea: cidadania e civismo	A educação em direitos humanos visa à valorização e ao respeito à diversidade étnica e cultural, buscando a igualdade de direitos e valorizando as formas de viver, de expressar ideias e de manifestar crenças e tradições.

Temas contemporâneos transversais	
Educação para o trânsito Macroárea: cidadania e civismo	Esse tema propõe dinâmicas de situações reais e contextualizadas, permitindo aos estudantes que reflitam a respeito do tema e que interajam com o meio social em que vivem.
Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso Macroárea: cidadania e civismo	O trabalho com esse tema tem o objetivo de tratar da importância do respeito e da valorização do idoso, desconstruindo o pensamento negativo sobre o envelhecimento ao qual todos estão sujeitos, além de promover discussões que abordam os direitos previstos no Estatuto do Idoso.
Vida familiar e social Macroárea: cidadania e civismo	Esse tema visa desenvolver a tolerância e o respeito às diferentes formações familiares. Busca também levar os estudantes a compreender o papel das mulheres nas famílias ao longo do tempo com relação às transformações, às permanências e à desconstrução de preconceitos e compreender as complexidades dentro da família e em seu convívio social.
Educação alimentar e nutricional Macroárea: saúde	Favorecer comportamentos e hábitos saudáveis é o objetivo desse tema, que propõe hábitos alimentares favoráveis à qualidade de vida, abordando culturas e culinárias das diversas regiões do país.
Saúde Macroárea: saúde	Esse tema busca promover a vida saudável, valorizando-a também no ambiente escolar. O objetivo principal é entender a saúde de maneira positiva e trabalhar com abordagens que levem os estudantes a cuidar da própria saúde.
Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras Macroárea: multiculturalismo	Esse tema é voltado principalmente para a valorização cultural pluriétnica e para o desenvolvimento do combate ao racismo nas relações étnico-raciais. É importante buscar abordagens que colaborem com a construção da valorização cultural pluriétnica, contribuindo para uma sociedade justa, igualitária, democrática e inclusiva.
Diversidade cultural Macroárea: multiculturalismo	Esse tema tem como principal objetivo sensibilizar os estudantes com relação ao reconhecimento e ao respeito da diversidade étnica e cultural, com abordagens que combatam situações de discriminação.

Nesta coleção, os temas contemporâneos transversais são abordados por meio de atividades contextualizadas envolvendo assuntos relacionados a eles, como Educação em direitos humanos, Ciência e tecnologia, Diversidade cultural, Educação ambiental e Educação financeira. Nessas atividades, além do desenvolvimento do assunto matemático, os estudantes são levados a realizar pesquisas, a expor e defender suas opiniões e a identificar *fake news*.

Nos comentários página a página do manual, orientamos o professor no trabalho com essas atividades a fim de aprimorar a abordagem dos temas, inclusive, em alguns casos, propondo outras tarefas, como conversar com um profissional ou membro da comunidade em que ele vive. Além disso, sempre que possível, explicamos como a abordagem dos temas contemporâneos transversais explora o desenvolvimento das competências gerais, em especial a **Competência geral 9**.

Proposta teórico-metodológica do componente curricular de Matemática

Objetivos da obra

Esta coleção de Matemática – destinada a estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental – tem por objetivo promover o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática por meio de uma linguagem de fácil compreensão, buscando ampliar, assim, o interesse dos estudantes por essa área do conhecimento.

A coleção contempla as cinco unidades temáticas propostas pela BNCC: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. Os conteúdos são retomados em vários momentos da coleção, ampliados e articulados entre si. Sempre que possível, os conteúdos são abordados por meio de situações contextualizadas e próximas à realidade do estudante. Procura-se também associar os conteúdos a outros componentes curriculares, como História, Geografia, Ciências, Língua Portuguesa e Arte.

No decorrer dos volumes, também são propostas situações que tratam de temas contemporâneos transversais, favorecendo o debate em sala de aula e a formação de opinião. Além disso, o conhecimento prévio dos estudantes é valorizado e tomado como ponto de partida para a construção de novos conhecimentos.

As atividades e os textos propostos no livro do estudante incentivam a curiosidade e o espírito de investigação, o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas recorrendo à modelagem matemática, ao raciocínio lógico-matemático (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), à dedução de algumas propriedades e à verificação de conjecturas.

O ensino de Matemática do 6º ao 9º ano

> Na etapa da vida que corresponde ao Ensino Fundamental, o estatuto de cidadão vai se definindo gradativamente conforme o educando vai [...] assumindo a condição de um sujeito de direitos. As crianças, quase sempre, percebem o sentido das transformações corporais e culturais, afetivo-emocionais, sociais, pelas quais passam. Tais transformações requerem-lhes reformulação da autoimagem, a que se associa o desenvolvimento cognitivo. Junto a isso, buscam referências para a formação de valores próprios, novas estratégias para lidar com as diferentes exigências que lhes são impostas.
>
> BRASIL. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. Brasília: MEC: SEB: DICEI, 2013. p. 37.

Todos os dias, as pessoas estão envolvidas em situações nas quais é necessário contar, adicionar, subtrair, multiplicar, dividir, medir, comparar etc. Por isso, o conhecimento matemático constitui uma ferramenta de vasta aplicabilidade e deve ser explorado de forma ampla no Ensino Fundamental, desenvolvendo nos estudantes a estruturação do pensamento, a agilização do raciocínio dedutivo e a capacidade de resolver problemas, além de possibilitar o apoio à construção de conhecimentos em outras áreas do conhecimento.

Além disso, na atual sociedade, a interpretação crítica de informações e sua utilização de modo adequado tornam-se cada vez mais necessárias. Partindo desse princípio, o cidadão deve ser capaz de interpretar e transformar sua realidade, de desenvolver estratégias pessoais e de utilizar recursos tecnológicos para resolver situações-problema, bem como trabalhar de maneira coletiva e cooperativa, entre outras capacidades.

O conhecimento matemático aliado ao saber cotidiano tem a função de contribuir para a formação de cidadãos capazes de compreender e se comunicar na sociedade. Isso porque está relacionado a várias outras áreas, como Ciências da Natureza e Ciências Sociais, e porque está presente nas artes, como em composições musicais e em coreografias, e nos esportes.

Conhecer os objetivos gerais para o Ensino Fundamental de Matemática é essencial para que sejam obtidos bons resultados no processo de ensino e de aprendizagem. Apresentamos a seguir alguns objetivos do ensino de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental.

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios de compreensão e transformação da realidade.
- Perceber o caráter intelectual característico da Matemática como meio que incentiva a curiosidade, o interesse, o espírito investigativo e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.
- Realizar observações empíricas do mundo real com o objetivo de estabelecer relação com conteúdos matemáticos estudados e, com base neles, fazer induções e conjecturas.
- Selecionar, organizar e produzir informações significativas com o objetivo de interpretá-las e avaliá-las criticamente.
- Formular e resolver situações-problema a fim de desenvolver formas de raciocínio e processos utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, além de instrumentos tecnológicos disponíveis.
- Comunicar-se em linguagem matemática usando linguagem simbólica.
- Estabelecer relações entre o conhecimento matemático e o conhecimento de outras áreas do conhecimento.
- Ter segurança na própria capacidade de construção do conhecimento matemático.
- Deduzir algumas propriedades matemáticas e verificar conjecturas.

A resolução de problemas

As situações-problema estão presentes em todos os volumes desta coleção e apresentam diferentes objetivos, tais como:

- abordar conteúdos e conceitos;
- apresentar diferentes estratégias de resolução;
- promover a troca de ideias entre os estudantes por meio de questões abertas;
- resgatar o conhecimento prévio dos estudantes sobre determinado conteúdo;
- aplicar técnicas e conceitos trabalhados anteriormente.

Nas orientações educacionais para o ensino de Matemática, a resolução de problemas tem conquistado um papel de destaque em razão dos benefícios que pode oferecer ao processo de ensino e de aprendizagem desse componente curricular.

Nela, defende-se a proposta de que conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados por meio de situações-problema que levem os estudantes a desenvolver suas estratégias de resolução. Em resumo, uma situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática.

> [...]
>
> Um dos maiores motivos para o estudo da Matemática na escola é desenvolver a habilidade de resolver problemas. Essa habilidade é importante não apenas para a aprendizagem matemática da criança, mas também para o desenvolvimento de suas potencialidades em termos de inteligência e cognição. Por isso, acreditamos que a resolução de problemas deva estar presente no ensino de matemática, em todas séries escolares, não só pela sua importância como forma de desenvolver várias habilidades, mas especialmente por possibilitar ao aluno a alegria de vencer obstáculos criados por sua própria curiosidade, vivenciando, assim, o que significa fazer matemática.
>
> Para uma criança, assim como para um adulto, um problema é toda situação que ela enfrenta e não encontra solução imediata que lhe permita ligar os dados de partida ao objetivo a atingir. A noção de problema comporta a ideia de novidade, de algo nunca feito, de algo ainda não compreendido.
>
> Dessa forma, a primeira característica da abordagem de resolução de problemas que propomos é considerar como problema toda situação que permita algum questionamento ou investigação.
>
> SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia (org.). *Resolução de problemas*. Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 13. (Coleção Matemática de 0 a 6).

Ao se engajar nesse processo, os estudantes poderão:

> [...] identificar e selecionar informações relevantes, buscar padrões, relações e generalizações; formular planos e procedimentos, integrar e empregar conceitos e habilidades aprendidos previamente; e estender seu conhecimento a novas situações. [...]
>
> HOUSE, Peggy A. Aventurando-se pelos caminhos da resolução de problemas. *In*: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997. p. 234.

Isso pode contribuir para que eles deixem de ser apenas espectadores e se tornem agentes no processo de aprendizagem da Matemática.

Alguns pesquisadores afirmam que a principal razão e a real justificativa para ensinar Matemática são sua utilidade e a capacitação que ela desenvolve no estudante para resolver problemas, os quais devem exigir do estudante uma interpretação do enunciado, uma reflexão sobre os dados envolvidos e uma definição de sua estratégia de resolução. Nessa concepção, o educando terá a oportunidade de desenvolver o espírito crítico, o raciocínio lógico e o modo de pensar matemático, bem como perceber que a Matemática pode ajudar na resolução de problemas comuns do dia a dia.

Com a resolução de problemas, tem-se a oportunidade de tornar os estudantes em cidadãos com capacidade de desenvolver as próprias estratégias de resolução nas mais diversas situações.

> [...] Na perspectiva de uma sociedade muito flexível nas demandas trabalhistas e culturais de seus cidadãos e, ao mesmo tempo, muito competitiva, não basta proporcionar conhecimentos "empacotados", fechados em si mesmos. Ao contrário, é preciso tornar os alunos pessoas capazes de enfrentar situações e contextos variáveis, que exijam deles a aprendizagem de novos conhecimentos e habilidades. [...]
>
> POZO, Juan Ignacio (org.). *A solução de problemas*: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Afonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 9.

Para que o trabalho com a resolução de problemas possa ser viabilizado, é necessário que o professor promova situações em sala de aula que possibilitem aos estudantes vivenciar experiências nas quais ela esteja presente. Nesta coleção, as situações-problema são apresentadas com o propósito de desenvolver no estudante habilidades que lhe permitam enfrentar situações em contextos variáveis, no âmbito escolar ou não. Nessa proposta, as atividades visam motivar os estudantes a resgatar conhecimentos prévios, desenvolver estratégias próprias de resolução e verbalizar seu raciocínio por meio da oralidade e de registros escritos.

A prática docente

Atualmente, a interação dos estudantes com a tecnologia incorporou mudanças de comportamento em sala de aula, e essa "geração digital" passou a exigir do professor a mesma alteração. Eles esperam, por exemplo, que o professor utilize essa tecnologia em suas aulas. Com isso, seu papel, mesmo sendo essencial, passa a ser redimensionado significativamente.

Assim como a sociedade, a comunidade escolar e mais especificamente o estudante têm passado por mudanças, por uma transição de metodologias de ensino. O estudante passa a ter participação ativa no processo de ensino e de aprendizagem, ou seja, torna-se protagonista da construção de seu conhecimento. Nesse sentido, o professor torna-se um mediador e um avaliador de processos, ou seja, aquele que ajuda a fornecer as informações necessárias para que o estudante tenha condições de construir seu conhecimento, reestruturando o processo quando necessário. Para Santaló:

> a missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar- lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade.
>
> [...]
>
> SANTALÓ, Luis Antônio. Matemática para não matemáticos. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 11.

Sendo assim, o professor deve assumir os papéis descritos a seguir.

- **Provedor:** aquele que torna os conceitos e os conteúdos matemáticos passíveis de serem aprendidos pelos estudantes, fornecendo informações necessárias que eles ainda não têm condições de obter sozinhos. Para isso, o professor deverá ter um sólido conhecimento dos conteúdos que serão trabalhados.

- **Orientador:** aquele que conduz e organiza o trabalho em sala de aula, buscando desenvolver a autonomia dos estudantes.
- **Incentivador:** aquele que motiva continuamente os estudantes, incentivando-os a refletir, investigar, levantar questões e trocar ideias com os colegas.

Diante disso, é importante que o professor conheça as condições socioculturais, as expectativas e as competências cognitivas dos estudantes. Assim, terá condições de selecionar situações-problema relacionadas ao cotidiano de sua turma. É relevante também o trabalho de determinado conteúdo em diversos contextos, a fim de que eles desenvolvam a capacidade de generalização.

Além disso, o professor precisa ter conhecimento das mudanças que ocorrem dentro e fora da escola. Nesse aspecto, a formação do professor é fundamental, não se resumindo apenas à graduação ou à especialização, mas à formação continuada, a fim de acompanhar o desenvolvimento de estudos e os progressos que ocorrem no âmbito educacional. Não basta, por exemplo, que um professor de Matemática saiba o conteúdo da área; é necessário que ele conheça psicologia, pedagogia, linguagem, sexualidade, infância, adolescência, sonho, afeto, vida etc.

Para se informar a respeito das mudanças que ocorrem fora da escola, o professor precisa estar atento às constantes transformações e evoluções sociais, para, dessa maneira, verificar se seu trabalho contribui para a construção do conhecimento do estudante enquanto cidadão. De acordo com Brousseau:

> o professor é uma espécie de ator. Atua segundo um texto escrito em outro contexto e segundo determinada tradição. Podemos imaginá-lo como um ator da *Commedia dell'arte*: improvisa na hora, em função de um argumento ou uma trama.
>
> [...]

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 71.

Planejamento

Como parte da prática docente, o planejamento tem o intuito de auxiliar o professor a se organizar quanto ao conteúdo curricular que precisa trabalhar e às situações cotidianas de uma sala de aula numerosa. Trata-se de uma estratégia de organização para elencar os objetivos que pretende alcançar; as habilidades e competências que se pretende desenvolver; os conteúdos que necessita preparar; a maneira como o ensino pode ser conduzido; além da verificação dos materiais que utilizará visando ao êxito nas aulas.

Embora tenha a intenção de programar o andamento diário ou semanal dos conteúdos e das práticas, o planejamento deve ser pensado e produzido de maneira flexível, permitindo alterações no decorrer do percurso, pois eventualidades podem ocorrer e a necessidade de uma nova condução do ensino deve ser proposta visando à aprendizagem dos estudantes.

O planejamento pode ser considerado um roteiro norteador, construído de acordo com experiências de falhas e acertos do docente no dia a dia. Ele se torna um instrumento de grande utilidade, principalmente quando o professor já conhece seus estudantes e os ritmos do processo de aprendizado que eles apresentam.

Avaliação

Um aspecto importante do processo de ensino e de aprendizagem é a avaliação. Nesse sentido, partimos do pressuposto de que avaliar consiste em algo essencial a todas as atividades humanas e, consequentemente, a toda proposta educacional.

A avaliação não pode ser pensada como algo isolado, estanque, mas como parte do processo de ensino e de aprendizagem, vinculada a um projeto pedagógico coerente com relação às suas finalidades.

Pensar na ação avaliativa consiste em refletir sobre todos os elementos que compõem o processo de ensino de aprendizagem, ou seja, enxergá-la como parte de um todo.

Vista por essa ótica, como parte de um projeto pedagógico, a avaliação passa a ser uma forma de verificação da eficácia do método didático-pedagógico do professor. Com base nos resultados das avaliações, o professor tem como refletir se os elementos de sua prática estão adequados aos objetivos que pretende atingir e se favorecem a aprendizagem dos estudantes, de modo que possa reorientar sua prática pedagógica quando necessário.

Outro papel importante do processo avaliativo diz respeito aos estudantes. É preciso dar a eles a oportunidade de verificar suas dificuldades e necessidades na construção do conhecimento. E, por meio da avaliação, eles poderão tomar consciência dos conteúdos que já aprenderam e também identificar se é necessária uma dedicação maior com relação a alguns assuntos.

A fim de que a avaliação possa contribuir para uma aprendizagem bem-sucedida por parte dos estudantes, é necessário que ela:

> [...] deixe de ser utilizada como recurso de autoridade, que decide sobre os destinos do educando, e assuma o papel de auxiliar o crescimento.
>
> [...]
>
> LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar*: estudos e proposições. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2006. p. 166.

Diante das considerações apresentadas anteriormente, o processo de avaliação deve ser contínuo e praticado diariamente no ambiente escolar. Uma avaliação contínua é uma maneira de o professor estar ciente das conquistas da turma e, desse modo, manter-se atento às falhas que podem ocorrer no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

> Avaliação é “movimento”, é ação e reflexão. Na medida em que as crianças realizam suas tarefas, efetivam muitas conquistas: refletem sobre suas hipóteses, discutem-nas com pais e colegas, justificam suas alternativas diferenciadas. Esses momentos ultrapassam o momento próprio da tarefa. E, portanto, não se esgotam nelas. As tarefas seguintes incluem e complementam dinamicamente as anteriores. A média de escores, na escola, e a concepção constativa do teste, se contradiz a esse dinamismo. Obstaculiza, provoca a estagnação, as arbitrariedades.
>
> [...]
>
> HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. *Avaliação*: mito e desafio: uma perspectiva construtivista. Porto Alegre: Mediação, 2005. p. 52.

Para proporcionar um trabalho contínuo de avaliação dos estudantes, o professor pode utilizar diversos recursos, a fim de auxiliá-lo nesse processo. Apresentamos a seguir alguns deles.

- Registros orais, que permite ao professor compreender como os estudantes estão desenvolvendo o pensamento e que estratégia estão elaborando na resolução de uma situação matemática, a fim de acompanhar a evolução das ideias manifestadas por eles.
- Registros escritos, que se referem às anotações que os estudantes fazem ao realizar atividades.
- Registros pictóricos, por meio de desenhos, que permitem aos estudantes representar seu conhecimento durante a atividade.

Mediante a utilização de instrumentos que envolvam a produção escrita dos estudantes, o professor terá:

> [...] valiosas informações sobre o modo como compreenderam e registraram suas ideias a respeito de uma situação apresentada. Tais informações fornecem rico material para o professor incorporar ao seu repertório no planejamento das aulas e para orientar suas escolhas didáticas, servindo como referência para conversar sobre matemática com o aluno.
>
> [...]
>
> BURIASCO, Regina Luzia Corio de; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; SOARES, Maria Tereza C. Um estudo sobre a construção de um manual para correção das provas com questões abertas de matemática – AVA2002. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. *Anais*... Recife: UFPE, 2004. p. 2.

Por meio de recursos que possibilitem a comunicação oral, professor e estudantes poderão trabalhar na negociação de significados sobre conceitos, ideias matemáticas relacionadas a eles e estratégias e procedimentos de resolução de problemas, visando auxiliar a turma no processo de aprendizagem da Matemática.

Organizar os trabalhos feitos pelos estudantes em pastas ou arquivos individuais é outra estratégia. Por meio desses arquivos, é possível verificar e identificar os registros e os acertos indicados por eles, além de problemas de aprendizagem, permitindo um acompanhamento da evolução de cada um.

Outra questão importante na avaliação é mantê-los sempre informados de suas competências. Atitudes como a valorização do esforço e comentários sobre a maneira como constroem e se apropriam dos conhecimentos incentivam e conscientizam os estudantes da própria aprendizagem.

Desse modo, a avaliação pode assumir diferentes formas para cumprir com diferentes objetivos.

- **Avaliação diagnóstica**: normalmente realizada antes de iniciar o trabalho com determinado conteúdo curricular. Tem o objetivo de sondar o que os estudantes sabem sobre determinado conteúdo e permite ao professor se basear nesses conhecimentos para planejar suas aulas.
- **Avaliação formativa** (ou de processo): comumente realizada no decorrer do desenvolvimento do conteúdo em estudo. Tem o objetivo de verificar se os estudantes estão acompanhando e compreendendo o conteúdo em estudo. Assim, é possível retomar o processo de ensino e de aprendizagem em tempo real, dar *feedbacks* à turma e rever estratégias de ensino.
- **Avaliação somativa** (ou de resultado): geralmente proposta ao final do trabalho com os conteúdos curriculares. Tem cunho classificatório, por meio de notas, por exemplo, com a intenção de verificar qual foi o aproveitamento obtido pelos estudantes. Com esse tipo de avaliação, é possível ter um panorama sobre as aprendizagens da turma e rever estratégias para suprir possíveis dificuldades dos estudantes.

No processo de avaliação dos estudantes, o livro didático precisa cumprir o papel importante de contribuir com questões de relevante significado. Por isso, esta coleção propõe ao professor oportunidades progressivas de verificar o rendimento da turma e analisar a prática pedagógica utilizada durante o desenvolvimento das unidades. Em cada volume, há a preocupação em oferecer subsídios suficientes para a avaliação acontecer de maneira contínua e coerente na sala de aula, como é o caso, por exemplo, das sugestões de atividades apresentadas nas seções **O que eu já sei?** (atividades que podem ser utilizadas como avaliação diagnóstica), **O que eu estudei?** (atividades que podem ser utilizadas como avaliação formativa) e **O que eu aprendi?** (atividades que podem ser utilizadas como avaliação somativa), além de outras propostas indicadas no boxe **Sugestão de avaliação**, presentes nas **orientações ao professor** deste manual ao redor das reproduções das páginas do livro do estudante.

Esta coleção tem o intuito de auxiliar o professor a preparar os estudantes para desafios futuros. Por esse motivo, apresenta atividades que possibilitam o preparo deles para exames de provas oficiais, como as aplicadas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que visam mensurar a qualidade da aprendizagem. Por meio da linguagem ou da estrutura das atividades, os estudantes entrarão em contanto com exercícios avaliativos que se assemelham aos propostos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), não perdendo a intencionalidade de também servir como parâmetro diagnóstico ou formativo de uma avaliação.

Fichas de avaliação e autoavaliação

Para facilitar o trabalho do professor, ele pode fazer uso de fichas para avaliar o desempenho de cada estudante e, assim, elaborar um relatório individual de acompanhamento da aprendizagem.

A seguir, apresentamos o modelo de uma ficha utilizada para auxiliar no acompanhamento do desenvolvimento individual dos estudantes, com o objetivo de avaliar seus conhecimentos, habilidades, suas atitudes e seus valores.

Modelo de ficha de acompanhamento individual				
Nome do estudante:		**Componente curricular:**		
Turma:		**Período letivo de registro:**		
Acompanhamento de aprendizagem por objetivos e/ou habilidades	**Não consegue executar**	**Executa com dificuldade**	**Executa com facilidade**	**Observações**
Exemplo por objetivo: Realizar pesquisa amostral envolvendo um tema da realidade social.				
Exemplo por habilidade: **(EF09MA23)** Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.				
Acompanhamento socioemocional	**Desenvolvimento do estudante**			
	Sim	**Às vezes**	**Não**	**Observações**
Escuta com atenção a explicação dos conteúdos?				
Questiona quando não compreende o conteúdo?				
Faz uso correto da oralidade e/ou escrita para se expressar?				
Desenvolve as atividades com autonomia?				
Participa de maneira responsável das atividades propostas dentro e fora da sala de aula?				
Coopera com os colegas quando seu auxílio é solicitado?				
Demonstra ter empatia pelas pessoas de seu convívio?				
Demonstra zelo pelos seus materiais e pelos espaços da escola?				
Informações sobre o progresso nesse período letivo				

O exercício de ensino e de aprendizagem não deve ser uma responsabilidade apenas do professor. Ele também deve ser compartilhado com os estudantes, para que eles identifiquem seus avanços e seus limites. Com isso, o professor terá melhores condições de avaliar sua metodologia de ensino. Uma das sugestões para esse processo é o uso de fichas de autoavaliação, por meio das quais eles são incentivados a refletir sobre o próprio desenvolvimento em sala de aula e no processo de aprendizagem.

A seguir, apresentamos um modelo de ficha de autoavaliação.

Ficha de autoavaliação			
Nome:	**Sim**	**Às vezes**	**Não**
Tenho interesse em participar das atividades realizadas em sala de aula?			
Compreendo os assuntos abordados pelo professor?			
Falo com o professor sobre minhas dúvidas?			
Expresso minhas opiniões durante os trabalhos em sala de aula?			
Mantenho um bom relacionamento com meus colegas de turma?			
Organizo meu material escolar?			

Relações entre os componentes curriculares

Considerando as tendências atuais no âmbito da educação e em consonância com os princípios da BNCC, a interdisciplinaridade passou a ser frequentemente sugerida no trabalho escolar. De modo geral, ela tem sido entendida como uma maneira de articular duas ou mais áreas do conhecimento por meio da exploração de determinado assunto, visando à análise, à discussão e à compreensão de tal tema sob os diferentes pontos de vista apresentados em cada uma dessas áreas. Esse modo de trabalho pode auxiliar os estudantes na construção de conhecimentos em uma perspectiva múltipla, com a participação dos professores de outros componentes curriculares e de outras pessoas da comunidade escolar e da comunidade local.

Nesse sentido, o ensino da Matemática deve:

> [...] engajar-se na crescente preocupação com a formação integral do aluno como cidadão da sociedade contemporânea onde cada vez mais é obrigado a tomar decisões políticas complexas. Introduz-se, assim, definitivamente, na agenda da Matemática escolar, o ensino voltado para a formação de cidadãos críticos e responsáveis.
>
> [...]

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p. 15. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

Quando os componentes curriculares são usados para a compreensão dos detalhes de uma situação, os estudantes percebem sua natureza e utilidade. Além disso, o estabelecimento de uma relação entre o conhecimento prévio e o recém-adquirido, inclusive envolvendo outras áreas do conhecimento, permite a criação de conflitos cognitivos, demonstrando a necessidade de reorganização de conceitos e dando significado à aprendizagem. Nesse sentido, a Matemática permite um trabalho integrado, por exemplo, com Geografia, História, Ciências, Língua Portuguesa, Educação Física e Arte.

Para que o trabalho interdisciplinar seja bem estruturado e atinja os objetivos propostos em cada planejamento, é necessário atentar à realidade particular do grupo de estudantes envolvidos. Santomé fornece apontamentos importantes sobre o diagnóstico que antecede tal proposta.

> [...]
>
> A análise do contexto sociocultural oferece as chaves para o diagnóstico do nível cultural dos estudantes, do seu nível real de desenvolvimento, assim como das suas expectativas diante da instituição escolar, dos seus preconceitos, etc. Conhecer as respostas a essas interrogações é requisito essencial para que a proposta planejada possa se ligar diretamente a esses meninos e meninas reais, à sua autêntica vida cotidiana. Outro requisito prévio importante é conhecer e localizar os recursos que existem na comunidade, no meio natural e social, que possam sugerir a realização de tarefas concretas, bem como facilitar e enriquecer outras que podem ser desenvolvidas através da unidade didática.
>
> [...]

SANTOMÉ, Jurjo Torres. *Globalização e interdisciplinaridade*: o currículo integrado. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 225-226.

Para que a aula seja realmente interdisciplinar, é preciso considerar os seguintes pontos.

- Realizar um bom planejamento, atendando às possíveis relações entre o conteúdo do respectivo componente curricular e o dos outros.
- Pesquisar e compreender o conteúdo trabalhado por outros componentes curriculares.
- Conversar com os professores de outros componentes curriculares e, quando possível, envolvê-los em um planejamento conjunto.
- Considerar a heterogeneidade dos estudantes da turma.
- Propor atividades de maneira contextualizada e que auxiliem os estudantes nessa visão interdisciplinar.

Outra forma de viabilizar o trabalho interdisciplinar na escola é por meio do desenvolvimento de projetos. Contudo, para que um projeto interdisciplinar seja bem-sucedido, é preciso garantir mais do que uma simples integração entre componentes curriculares. É necessário que haja também uma integração entre seus participantes, tanto professores quanto estudantes. Para Nogueira, essa integração:

> [..] pretende atingir como complementaridade das diferentes disciplinas, já que demonstra aos alunos possíveis inter-relações nelas existentes.
>
> [...]

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. *Interdisciplinaridade aplicada*. São Paulo: Érica, 1998. p. 33.

Segundo o autor, outro fator importante para a execução de projetos interdisciplinares é a possibilidade de acesso à pesquisa. Com isso, espera-se que o estudante, ao perceber as relações existentes entre os componentes curriculares:

> [...] motive-se a buscar novos conhecimentos sobre um tema, problema ou questão, pois agora o projeto apresenta perspectivas múltiplas, em que todas as disciplinas contribuem de uma certa forma, e, por consequência, ele poderá receber orientações e desafios para a pesquisa de vários professores em prol de um tema único.
>
> [...]

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. *Interdisciplinaridade aplicada*. São Paulo: Érica, 1998. p. 33.

Nesta coleção, o caráter interdisciplinar da Matemática é explorado por meio de atividades, apresentação de informações e contextos diversificados. Nas atividades, a Matemática atua como instrumento de apoio para a resolução de problemas, em geral, vinculados a situações envolvendo medições, cálculos e interpretação de informações relacionadas a várias atividades desenvolvidas por profissionais, bem como à análise e à interpretação de dados populacionais. Algumas dessas articulações estão dispostas nas **orientações ao professor**, com o intuito de contribuir com sugestões que reforçam essa integração dos conhecimentos. No livro do estudante, também é proposta a seção **Projeto em ação**, na qual a realização e a divulgação das atividades possibilitam estabelecer relações interdisciplinares.

O aprendizado em sala de aula

O ambiente escolar abrange uma diversidade de estudantes, os quais potencialmente buscam meios de lidar com situações na vida pessoal e na vida escolar. Eles têm se tornado cada vez mais protagonistas da própria aprendizagem, de sua prática social e da formação do seu futuro. Esse processo recebe grande influência dos espaços a que esses estudantes pertencem, onde vivem experiências, tiram dúvidas e, em seguida, obtêm o êxito daquilo que se espera por meio do conhecimento adquirido, e é na sala de aula que podemos utilizar diferentes estratégias para auxiliar no desenvolvimento do aprendizado.

O trabalho em grupo

Nas aulas de Matemática, os estudantes precisam expressar suas ideias mediante o uso da escrita ou do diálogo com o professor e os colegas. Ao interagir com os colegas durante a realização de algumas atividades, eles têm a oportunidade de desenvolver a capacidade de organizar o raciocínio e comunicá-lo, bem como de argumentar em favor dele e de ouvir seus colegas. Assim, eles são levados a ter atitudes de respeito mútuo, empatia, cooperação, senso crítico, entre outras.

Diversas pesquisas demonstraram que o aumento da oportunidade de discussão e de argumentação aprimora a capacidade de compreensão dos temas ensinados e os processos de raciocínio envolvidos. Desse modo, torna-se necessário que a interação entre os estudantes não seja deixada em segundo plano. Devem ser criados momentos para a comunicação, a reflexão, a argumentação e a troca de ideias entre eles.

O enfrentamento de diferentes ideias e opiniões faz com que os estudantes coordenem as próprias ideias, formando novas relações entre os assuntos. Além disso, os diálogos entre eles os incentivam a reconhecer a necessidade de obter novas informações, reorganizar e reconceituar as ideias já existentes.

Essa interação com os colegas, visando potencializar o desenvolvimento de tais atitudes – essenciais para a formação dos estudantes enquanto indivíduos –, pode ser propiciada pelo trabalho em grupo. O trabalho em pequenas equipes, por exemplo, favorece a interação entre seus integrantes. Com isso, eles têm mais possibilidades de expor ideias, argumentar sobre seus pontos de vista e discutir diferentes estratégias e soluções. Devido a esses fatores, o trabalho em pequenos grupos tem sido mais frequentemente sugerido nas aulas de Matemática, sendo uma prática pedagógica eficiente para trabalhar com turmas que tenham grande quantidade de estudantes e que também apresente ritmos diferentes de aprendizagem.

No entanto, é importante que o professor esteja atento para a forma de organização dos estudantes sugerida em determinada atividade, de modo a permitir que eles atinjam satisfatoriamente os respectivos objetivos estabelecidos.

Iniciar o trabalho em grupo desde a Educação Básica torna-se cada vez mais importante, visto que essa é uma competência valorizada em nossa sociedade, na qual:

> [...] além de ter uma sólida formação, o indivíduo é desafiado a interagir em dinâmicas de grupos com pessoas detentoras de outras competências. [...]
>
> PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 34.

Para que o trabalho em grupo apresente resultados satisfatórios, o professor deve planejar muito bem cada atividade, estar o tempo todo atento ao que acontece e auxiliar os grupos quando necessário. A seguir, são listadas algumas orientações que podem fazer parte do planejamento de uma atividade em grupo.

- Os grupos devem ser heterogêneos e, a cada novo trabalho, os integrantes do grupo devem ser variados.
- Os intervalos entre as realizações dos trabalhos em grupo devem ser avaliados para que as metas a serem atingidas no ano letivo não fiquem comprometidas.

- Devem ser propostas situações adequadas à faixa etária e ao nível de conhecimento dos estudantes.
- O professor deve verificar constantemente as dificuldades dos estudantes e fornecer as informações necessárias à realização da atividade proposta.

No livro do estudante, os trabalhos em dupla e em grupo são sugeridos na abordagem de alguns conteúdos e no desenvolvimento de determinadas atividades, sendo identificados por meio de um destaque em negrito no termo que indica a necessidade de se juntar aos colegas (por exemplo, "**Junte-se** a um colega e resolvam os problemas."). Em algumas dessas atividades, é solicitado a eles que: comparem sua resolução com a de outros colegas, expliquem a alguém seu processo de resolução ou se juntem a um ou mais estudantes para a realização de certa tarefa.

Recursos tecnológicos

Vivemos em um cenário repleto de tecnologias. Os eletrodomésticos de nossa residência ficaram mais modernos e agregaram novas funções; a informatização do comércio permite maior agilidade nas transações comerciais; a consulta e a movimentação bancária também foram facilitadas com o uso da internet e de *smartphones*, especialmente com a elevação do nível de confiança dos usuários com relação a esse meio de comunicação. Diante dessa realidade, a escola deve exercer um papel fundamental na formação de cidadãos aptos a utilizar tais tecnologias.

Na escola, os recursos tecnológicos, como calculadoras e computadores, podem, quando devidamente empregados, desempenhar uma função importante no processo de ensino e de aprendizagem. No entanto, é necessário compreender que, para seu uso em práticas pedagógicas, tanto em sala de aula quanto fora dela, é importante o resultado desse uso, que deve convergir para uma produção colaborativa, na qual estudantes e professores sejam os agentes.

As calculadoras eletrônicas evoluíram de maneira significativa e, como consequência, houve a redução de custo para sua aquisição, o aumento de sua capacidade operacional e também sua incorporação a outros equipamentos, como relógios, computadores, *tablets* e *smartphones*.

Diante disso, não podemos ignorar a presença desse instrumento no cotidiano dos nossos estudantes, visto que é uma tecnologia simples, de fácil manuseio e que pode ser explorada pelo professor em sala de aula.

Ao integrar a calculadora em um processo de descoberta e investigação matemática, cuja situação-problema é o ponto de partida, criam-se condições para o surgimento de novos ambientes que resultarão em novas capacidades e atitudes dos estudantes com uma participação mais ativa e criativa na construção do conhecimento.

Uma maneira de usar a calculadora em sala de aula é explorar os conteúdos utilizando a capacidade operatória da calculadora, propondo atividades que exijam dos estudantes a elaboração de estratégias e a resolução de problemas mais complexos, bem como a tomada de decisões. Além disso, ela pode ser utilizada, em alguns casos, para substituir o cálculo manuscrito, que se apresenta muitas vezes em situações de urgência, ou com números que têm muitos algarismos, portanto, passíveis de erro. A BNCC também propõe que os estudantes utilizem calculadoras e planilhas eletrônicas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e, assim, sejam incentivados, nos anos finais, a interpretar e a elaborar algoritmos, desenvolvendo o pensamento computacional.

O uso da calculadora em sala de aula, portanto, não significa o fim do cálculo, e sim a possibilidade de discussões relacionadas aos processos, às regras, às estratégias e às fórmulas, em vez dos simples e, algumas vezes, trabalhosos cálculos com algoritmos.

É importante lembrar que a habilidade de cálculo e a memorização de fórmulas têm seu valor e não devem ser extinguidas das aulas. O que precisa ser enfatizado é que a Matemática pode ser estudada e ensinada com o auxílio de vários instrumentos, entre eles a calculadora e o computador. Assim, devemos nos preocupar em explorar conceitos, fórmulas e regras de maneira que possibilite aos estudantes compreender o que estão fazendo e usar seus conhecimentos em problemas que se aproximem da realidade.

A utilização de algum recurso tecnológico, como a calculadora, não torna mais fácil algum conteúdo, nem se almeja que os estudantes fiquem dependentes da máquina. O objetivo é dar oportunidade a eles de explorar seus recursos de maneira crítica e consciente, fazendo com que discutam os resultados obtidos, assim como as estratégias utilizadas.

Nesse sentido, ao planejar o uso da calculadora em sala de aula com o objetivo de haver uma contribuição para o aprendizado, deve-se ter noção de suas possibilidades e limitações e conhecer a familiaridade dos estudantes com a máquina. Além disso, é preciso que fiquem evidentes os motivos pelos quais a calculadora está sendo utilizada, além dos objetivos correspondentes.

Quando o professor se dispõe a usar uma calculadora científica, deve estar preparado para tirar dúvidas dos estudantes quanto a seu manuseio. Se não souber utilizá-la em determinada situação, deve admitir suas limitações e propor-se pesquisar tais funções para se atualizar.

Em vários momentos desta coleção, são apresentados exemplos e atividades que demandam a utilização de calculadora e computador. Na seção **Instrumentos e *softwares***, há orientações para o uso das calculadoras comum e científica, *softwares* de geometria dinâmica e planilha eletrônica, além de instrumentos como régua, esquadro e compasso. Além dessa seção, indicamos, com um ícone, atividades que, para serem resolvidas, os estudantes precisarão utilizar alguns dos recursos mencionados na seção **Instrumentos e *softwares***, aplicando conhecimentos adquiridos.

O computador, como apoio ao ensino e à aprendizagem, só faz sentido se for usado como gerador de conhecimento e ferramenta de comunicação, que amplia o currículo, impulsiona o desenvolvimento de competências e habilidades e promove a interação e a colaboração entre professores e estudantes.

A diversidade de seus recursos atende a diferentes metodologias e amplia os espaços educacionais, antes restritos ao ambiente presencial e aos meios impressos. Além disso, o computador pode tornar a aprendizagem mais interessante, criativa e efetiva, com situações didáticas que integram os recursos tecnológicos a outros recursos, como livros, jornais e revistas. Entre eles, destaca-se a internet como um dos mais utilizados na escola para pesquisa, publicação e comunicação.

Outra atividade que pode contribuir para o ensino da Matemática é o trabalho com *softwares*, que tem aumentado e alcançado diversas áreas. Por exemplo, existem *softwares* específicos para as mais diversas atividades, como planilhas eletrônicas, editores de texto, de imagem e de animação, bancos de dados, simuladores, entre outros.

O uso de alguns desses *softwares* pode trazer grandes contribuições para o ensino da Matemática. As planilhas eletrônicas, por exemplo, podem ser empregadas na verificação de resultados e regularidades, na organização de dados numéricos, na plotagem de gráficos etc., colaborando para o desenvolvimento do pensamento computacional. Existe também uma grande variedade de *softwares* matemáticos que podem ser utilizados nas aulas, como o Maple e o GeoGebra.

Por fim, cabe destacar que a inserção do computador nas escolas não veio substituir o professor no processo de ensino e de aprendizagem. Pelo contrário, ela possibilitou dinamizar a função do professor na elaboração, na condução e na avaliação do processo educacional.

Competência leitora

O ato de ler está relacionado à organização dos significados dos textos, à interpretação, à análise, à comparação e ao sentido que os textos trazem. A leitura está presente em diversos momentos de nossas vidas. As crianças buscam sentidos em placas e outras imagens, por exemplo, mesmo antes de serem alfabetizadas. Desse modo, fazer atividades que colaborem para o desenvolvimento da competência leitora dos estudantes também é responsabilidade de todos os componentes curriculares, e não somente de Língua Portuguesa, visto que um mesmo texto pode ser trabalhado de diversas maneiras, de acordo com os objetivos que se pretende alcançar.

A escola é um ambiente em que a prática leitora é aprimorada e o professor pode e deve ser o mediador desse processo, promovendo a interação dos estudantes com ferramentas necessárias para o desenvolvimento da competência leitora, auxiliando-os nessa prática e em entendê-la como algo essencial para a formação como cidadão, entre outras ações.

O professor pode aplicar em sala de aula, por exemplo, estratégias de leitura que viabilizem o trabalho com a competência leitora dos estudantes. A seguir, sugerimos algumas estratégias, baseadas na teoria de Isabel Solé (1998).

Antes da leitura do texto

Antes da leitura, é possível propor aos estudantes alguns questionamentos, de modo que:

- apresentem os conhecimentos prévios a respeito do tema e do gênero textual a ser lido;
- levantem hipóteses sobre quem é o autor, o suporte utilizado e quais são os objetivos do texto;
- antecipem o assunto ou a ideia principal do texto com base em títulos, subtítulos, ilustrações etc.;
- falem sobre suas expectativas com relação à estrutura do gênero.

Durante a leitura do texto

Durante a leitura, é possível propor aos estudantes certos questionamentos, de modo que:

- encontrem o tema ou a ideia principal do texto;
- façam inferências;
- pesquisem no dicionário palavras que não conheçam ou cujo sentido não saibam;
- construam o sentido global do texto;
- identifiquem e compreendam a posição do autor.

Após a leitura do texto

Após a leitura, é possível propor aos estudantes alguns questionamentos, de modo que:

- confrontem seus conhecimentos prévios e as hipóteses levantadas antes da leitura com o que o texto realmente apresenta, podendo confirmar ou refutar as expectativas manifestadas antes e durante a leitura;
- troquem ideias com os colegas a respeito do que foi lido, argumentando sobre suas opiniões e respeitando as opiniões diferentes das suas.

Estratégias como as sugeridas anteriormente podem colaborar para o desenvolvimento de habilidades, tais como: resgate de conhecimentos prévios, levantamento de hipóteses, localização de informações em um texto, compreensão da ideia central de um texto, leitura inferencial, confirmação ou retificação de hipóteses levantadas, argumentação, entre outras.

Ao fazer inferências, os estudantes atribuem coerência intencional aos significados, levando-os a perceber outras informações além das que leram e interpretaram, possibilitando a construção e/ou reconstrução de conhecimentos para si próprios e para os outros, por meio da interação, da comunicação e do diálogo com o texto. Ao propor a leitura inferencial, é preciso que eles sejam orientados a ler raciocinando e interpretando, de modo que compreendam as situações descritas em um texto e cheguem a determinadas conclusões. Desse modo, estratégias de leitura bem conduzidas podem auxiliar nesse processo.

A leitura também auxilia os estudantes a fortalecer sua capacidade de argumentação, habilidade que permite ao indivíduo se expressar, defender ideais e se posicionar, de maneira oral e escrita. Por meio da argumentação, é possível identificar e conhecer diferentes opiniões e argumentos a respeito de determinado assunto, permitindo analisá-lo de diferentes ângulos e utilizar informações confiáveis ao argumentar, de acordo com o posicionamento escolhido.

Nesta coleção, sempre que possível, em atividades que envolvem o trabalho com gêneros textuais, o professor encontra orientações sobre como incentivar os estudantes a desenvolver diferentes habilidades, entre elas a leitura inferencial e a argumentação.

Metodologias e estratégias ativas

O contexto educacional vem passando por grande e considerável evolução. O protagonismo, a participação, a opinião e a experiência dos estudantes têm sido tomados como ponto de partida no processo de ensino-aprendizagem, na intenção de auxiliá-los a alcançar o conhecimento de maneira concreta e significativa. A sala de aula costuma contemplar um grande número de estudantes que carregam consigo diferentes experiências de vida e diversas maneiras de agir e pensar o mundo. Trabalhar com as metodologias e estratégias ativas contribui para que o estudante seja protagonista no processo de aprendizado, possibilitando a construção do conhecimento de maneira prática, reflexiva e autônoma. Desenvolver estratégias como essas permitem um melhor desempenho tanto dos estudantes quanto do professor, enquanto mediador no contexto educacional.

> [...] A ênfase na palavra ativa precisa sempre estar associada à aprendizagem reflexiva, para tornar visíveis os processos, os conhecimentos e as competências do que estamos aprendendo com cada atividade. Ensinar e aprender tornam-se fascinantes quando se convertem em processos de pesquisa constantes, de questionamento, de criação, de experimentação, de reflexão e de compartilhamento crescentes, em áreas de conhecimento mais amplas e em níveis cada vez mais profundos. A sala de aula pode ser um espaço privilegiado de cocriação, *maker*, de busca de soluções empreendedoras, em todos os níveis, onde estudantes e professores aprendam a partir de situações concretas, desafios, jogos, experiências, vivências, problemas, projetos, com os recursos que têm em mãos: materiais simples ou sofisticados, tecnologias básicas ou avançadas. O importante é estimular a criatividade de cada um, a percepção de que todos podem evoluir como pesquisadores, descobridores, realizadores; que conseguem assumir riscos, aprender com os colegas, descobrir seus potenciais. Assim, o aprender se torna uma aventura permanente, uma atitude constante, um progresso crescente.
>
> [...]

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, Lilian; MORAN, José. (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 3.

Esta coleção propõe, em diversos momentos, o trabalho com diferentes estratégias e metodologias ativas, visando proporcionar condições de trabalho significativo com as competências gerais, específicas e habilidades da BNCC. A seguir, são apresentadas as descrições das estratégias de metodologias ativas que serão trabalhadas no decorrer dos volumes, proporcionando o desenvolvimento de atividades contextualizadas com os estudantes.

Gallery walk

Esta metodologia ativa tem sua dinâmica semelhante às exposições vistas em museus, pois consiste, como produto final, na exibição de trabalhos. O que a difere é o protagonismo dos estudantes ao trabalhar a argumentação no decorrer das apresentações dos cartazes construídos em equipe. A estratégia em questão, conhecida como **caminhada na galeria**, ocorre seguindo estes passos.

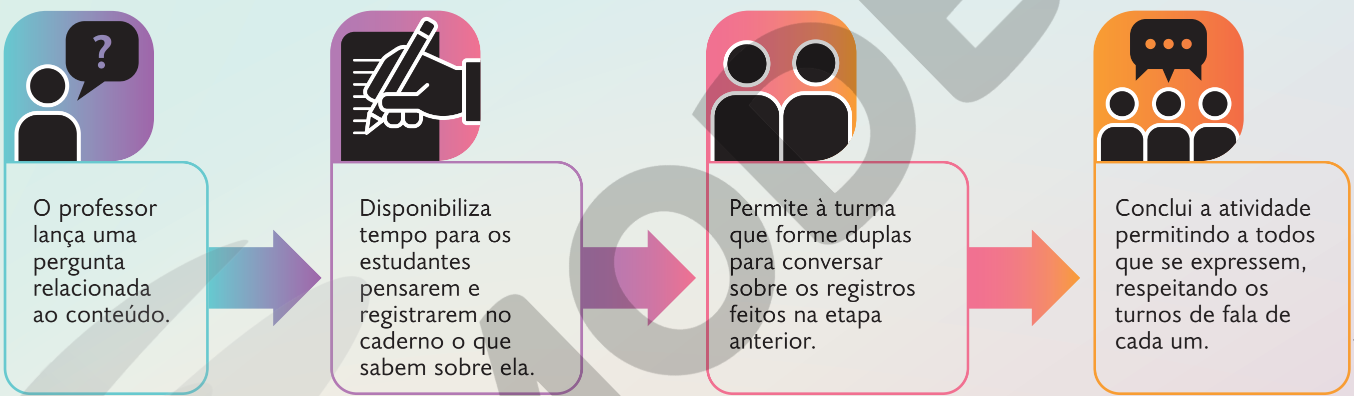
- Em sala de aula, o professor apresenta os temas, assuntos ou situações-problema que pretende colocar em foco na discussão. Se oportuno, tópicos podem ser elencados na lousa com o intuito de proporcionar uma melhor condução do trabalho.
- A turma deve ser organizada em duplas ou grupos, considerando as respectivas especificidades. Isso deve ser avaliado com base na quantidade de assuntos apresentados. O importante é considerar as tarefas que devem ser desempenhadas para que todos os integrantes participem no decorrer da atividade.
- O professor deve disponibilizar tempo para que os grupos tenham condições de fazer pesquisa de busca, aprofundamento, exemplificação e fundamentação dos estudos de maneira contextualizada.

- Cada grupo deve produzir cartazes que servirão de recurso para exposição e apresentação da pesquisa que fizeram. No dia previamente agendado e conforme a ordem preestabelecida com os estudantes, eles se prepararão para as exibições dos trabalhos.
- Os cartazes devem ser fixados em local de fácil acesso à turma (em sala de aula ou no pátio da escola). Assim, terão condições de apreciar os trabalhos dos colegas, fazer leitura e, em momento oportuno, fazer questionamentos aos responsáveis pelo cartaz.
- Para cada apresentação deve ser disponibilizado um tempo viável para a interação de todos. Terminadas as trocas de informação e argumentações entre os estudantes, faça outras inferências voltadas a sanar lacunas que, porventura, possam ter ficado.

Para concluir o trabalho com esta metodologia ativa, o professor deve convidar os estudantes para uma roda de conversa com a intenção de pedir opiniões sobre a atividade realizada. Neste momento, deve-se atentar aos pontos levantados pela turma avaliando o que precisa ser considerado e alterado em outros momentos semelhantes a este.

Think-pair-share

Esta metodologia, também conhecida como **pensar-conversar-compartilhar**, é realizada em três momentos, sendo o primeiro de maneira individual, o segundo em dupla e o terceiro em grupo maior, isto é, agregando todos os que estiverem presentes no dia da dinâmica. O professor tem condições de propô-la antes de iniciar o trabalho com um conteúdo novo, no decorrer da discussão sobre ele ou mesmo enquanto são feitas atividades do livro, por exemplo. Para compreender esta metodologia, verifique a seguir como ela ocorre.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

É interessante combinar com a turma a medida do tempo disponível para as etapas que sucedem a questão lançada, no caso, para o registro no caderno, para o momento em duplas e, por fim, para as exposições dos estudantes a toda a turma. Para esta última etapa, é interessante acordar com eles como se manifestarão, possibilitando a todos que tenham seu momento de fala, de maneira organizada para que possam ser ouvidos e compreendidos. A argumentação é exercitada no decorrer desta metodologia, pois estarão constantemente em pronunciamento de suas falas com a intenção de convencer os colegas acerca das opiniões com as quais concordam ou discordam, apresentando seus pontos de vista.

Quick writing

Trata-se de uma metodologia ativa que proporciona um momento de desafio e de diversão com os estudantes. É desenvolvida com uma medida de tempo cronometrada, para registro de conhecimento prévio ou da compreensão de conteúdos trabalhados com a turma. Desse modo, esta estratégia, também conhecida como **escrita rápida**, pode ocorrer conforme orientações a seguir.

MARCELA PIALARISSI/ARQUIVO DA EDITORA

Esta metodologia desenvolve nos estudantes as habilidades de análise, síntese e registro objetivo sobre a compreensão de determinado conteúdo. Durante seu desenvolvimento, o professor tem o papel de mediador das discussões, lançando posicionamentos com o intuito de trabalhar com seus estudantes a argumentação, por exemplo.

Sorting strips

Esta estratégia, também conhecida como **tiras de classificação**, proporciona aos estudantes a oportunidade de organizar, em sala de aula, os conteúdos em estudo, por meio de classificações. Desse modo, enquanto planeja a aula, o professor deve pensar nas definições, nas características do assunto a ser tratado e transcrevê-las em tiras de papel para serem levadas para a sala de aula. A atividade deverá ser organizada em grupos. Sendo assim, a quantidade de cópias dessas tiras deve ser suficiente para que todos os grupos tenham esse material em mãos. Os passos a seguir descrevem como a atividade ocorre.

- O professor explica o conteúdo e faz questionamentos à turma sobre os assuntos em que se baseou para produzir as tiras de papel, verificando o que eles sabem e/ou o que estão compreendendo a esse respeito.

- A turma é organizada em grupos (por meio de sorteio, afinidade ou outro critério que desejar). Cada grupo recebe um envelope com as tiras referentes aos assuntos estudados.

- Os estudantes devem ler e interpretar as informações apresentadas nas tiras para classificarem-nas de acordo com os assuntos estudados. As classificações organizadas pelo grupo devem ser fixadas em papel *kraft* ou cartolina.

- Terminada a etapa anterior, todos os trabalhos devem ser apresentados e/ou discutidos, para que eles verifiquem os pontos em comum e os divergentes nas classificações feitas pelos grupos, atentando às justificativas para tal divisão.

MARCELA PIALARISSI/ARQUIVO DA EDITORA

Esta metodologia permite explorar diferentes temas e situações-problema, além de desenvolver a habilidade de argumentação e possibilitar trocas e/ou construções de conhecimentos entre os estudantes.

Peer instruction

Esta metodologia ativa, também conhecida como **instrução por pares** ou **abordagem por pares**, ocorre após o estudo de determinado conteúdo, possibilitando discorrer sobre ele de maneira clara, objetiva e sucinta. Em seguida, são disponibilizadas atividades e/ou testes, com o intuito de verificar como os estudantes se saem, percebendo se houve e como ocorreu a compreensão do conteúdo. Nesta metodologia ocorre uma categorização de rendimento da turma para nortear o professor, levando-o a decidir se vale passar para o próximo conteúdo ou se há necessidade de permanecer no mesmo por algum tempo. Assim, verifica-se a seguinte situação sobre a turma.

Rendimento de até 30% de acertos	Nota-se a necessidade de rever o conteúdo estudado. O professor toma para si a responsabilidade de rever a própria metodologia em sala de aula, preocupado com o aprendizado de seus estudantes. Após nova explicação e outros exemplos dados, outras atividades/testes são propostos para verificação do desempenho da turma.
Rendimento entre 30% e 70% de acertos	Caso este tenha sido o panorama observado, o professor conduzirá da seguinte maneira: dividirá a turma em duplas, cuidando para reunir estudantes que tenham compreendido o conteúdo com os que apresentaram dificuldade. O intuito é levá-los a trocar informações entre si, para que um explique ao outro a maneira como chegou à resolução.
Rendimento de mais de 70% de acertos	O professor avança com o conteúdo curricular. No entanto, os estudantes que não alcançaram compreensão devem ter atenção, sendo supridas suas necessidades, por meio de troca de ideias com um colega ou com o professor, visando sanar defasagens em relação ao conteúdo.

É importante que o professor conheça bem sua turma, pois há estudantes com ritmos de aprendizagens diferentes.

Design thinking

Esta metodologia também é conhecida como **pensamento do *design***. Seu objetivo é desenvolver nas pessoas que a praticam principalmente a criatividade, a empatia e a colaboração, visto que partem de um problema do contexto em que vivem, buscando a melhor solução para resolvê-lo.

Nesta metodologia ativa, situações-problema serão propostas para que, em grupos, os estudantes interpretem e compreendam o desafio, projetem e registrem as possibilidades de solução, anotem e providenciem materiais necessários, montem um protótipo para teste e verifiquem se o problema pode ser solucionado com ele.

Em momento seguinte, na data marcada e no local elencado, cada grupo deve apresentar aos demais a solução a que chegou. Ao término da explanação deve ser estipulado determinado tempo para que os demais tenham condições de avaliar, opinar e concordar ou discordar da saída proposta pelo grupo para resolver o problema em questão.

Para cada apresentação, deve-se reservar tempo para a discussão, relato da experiência vivida no decorrer da atividade realizada e apontamentos sobre possíveis causas e efeitos favoráveis ou desfavoráveis dos protótipos apresentados.

O professor será o mediador durante as etapas do trabalho, deixando para os estudantes a prática de pesquisa, o manuseio e a construção do protótipo e a argumentação sobre a solução palpável.

Pensamento computacional

Diante de propostas criativas e inovadoras para a educação, a relação do ensino com a tecnologia vem sendo suprida e adaptada para uma aprendizagem em que estudantes, chamados de nativos digitais, aprimorem ainda mais seu domínio sob as novas tecnologias e aprendam a resolver problemas por meio delas e do pensamento computacional.

As tecnologias educacionais carregam consigo uma maneira dinâmica e atrativa de trabalhar os conteúdos de modo digital e tecnológico em sala de aula. A Sociedade Brasileira de Computação (SBC) propôs estratégias importantes para a formação dos estudantes com o ensino tecnológico, e as organizou em três eixos, considerando-os como conhecimentos básicos de computação. Entre esses eixos, encontra-se o do pensamento computacional. A SBC o define como: “capacidade de sistematizar, representar, analisar e resolver problemas.”.

Etapas da Educação

Cultura digital
- Letramento digital
- Cidadania digital
- Tecnologia e Sociedade

Tecnologia digital
- Representação de dados
- *Hardware* e *Software*
- Comunicação e Redes

Pensamento computacional
- Abstração
- Algoritmos
- Decomposição
- Reconhecimento de padrões

LAÍS GARBELINI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: *CENTRO de Inovação para a Educação Brasileira*. Disponível em: https://curriculo.cieb.net.br/. Acesso em: 17 maio 2022.

O estudante desenvolve diferentes habilidades ao realizar atividades que exploram o pensamento computacional. A BNCC diz que o:

> [...] pensamento computacional envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos [...]

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 474. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 08 jul. 2022.

Esse pensamento está organizado em quatro pilares. Conheça as características de cada um deles, a seguir.

- **Abstração**: classificar e filtrar as informações que são relevantes e que auxiliarão na resolução, descartando o que não é relevante.
- **Decomposição**: dividir, ordenar e analisar o problema em partes, ou em subproblemas, fragmentando-o para auxiliar em sua resolução.
- **Reconhecimento de padrões**: verificar e identificar o que gera o problema e os elementos que o estruturam, identificando características comuns entre os problemas e soluções.
- **Algoritmo**: definição e execução de estratégias para a resolução do problema, podendo ser entendido também como o desenvolvimento de um passo a passo para que o objetivo seja alcançado.

Ao trabalhar o pensamento computacional com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, é importante ter alternativas adequadas e eficientes para desenvolvê-lo. Ao buscar solucionar um problema é possível utilizar ou não todos esses pilares. Essas formas de ação do pensamento computacional e de seus pilares são modos de explorar o raciocínio lógico e viabilizar aprendizagens, por meio da computação plugada ou desplugada.

Plugada: faz uso de ferramentas tecnológicas e digitais, como vídeo, computador, *tablet*, *smartphone*, *softwares* e *hardwares*.

Desplugada: não necessita de recursos tecnológicos, podendo ser aplicada em qualquer contexto educacional, como em jogos manuais, alinhados às metodologias ativas, em dinâmicas ou situação-problema do dia a dia e até mesmo em atividades de pesquisa.

Esta coleção sugere em determinados momentos, do **Manual do professor**, atividades plugadas e desplugadas de maneira contextualizada. Durante a realização das atividades, considere as diferentes características dos estudantes, para que eles possam desenvolver o pensamento computacional, de acordo com as capacidades e habilidades individuais.

Práticas de pesquisa

O desejo de obter ou produzir novas informações é construído por meio de uma inquietação, uma situação-problema, uma dúvida ou um tema a ser investigado. O desenvolvimento da pesquisa permite aos estudantes adquirir conhecimentos por meio da busca de informações para a produção de novos saberes, incentivando sua autonomia, argumentação, defesa de ideias, compreensão de diversas linguagens e a produção de diferentes discursos.

Nesta coleção, serão propostas diversas pesquisas relacionadas à história da Matemática, com o objetivo de promover a compreensão do desenvolvimento histórico de diferentes conceitos e de fatos da realidade, visando identificar e desmentir *fake news*. Uma possível prática de pesquisa que pode ser desempenhada pelos estudantes é a revisão bibliográfica. Essa prática tem como objetivo realizar um levantamento do que já foi escrito e debatido sobre determinado tema ou assunto. A busca pode ser feita em livros, artigos, jornais, *sites* e revistas.

Lima e Mioto defendem que:

> [...] a pesquisa bibliográfica implica em um conjunto ordenado de procedimentos de busca por soluções, atento ao objeto de estudo, e que, por isso, não pode ser aleatório [...]

LIMA, Telma Cristiane Sasso de; MIOTO, Regina Célia Tamaso. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. *Katálysis*, Florianópolis, v. 10, n. esp., maio 2007. p. 38.

Podemos considerar, então, que a pesquisa de revisão bibliográfica revisa e interpreta em seu método a visão de outros autores a respeito de determinado assunto, por meio de estratégias de pesquisa histórica e sócio-histórica, gerando, assim, uma nova visão acerca do tema. A prática de revisão bibliográfica deve ser desenvolvida da seguinte maneira.

- Definir qual tema ou assunto será investigado.
- Buscar informações sobre o tema por meio de palavras-chave, autores, assuntos etc.
- Realizar a pesquisa em fontes importantes, significativas e variadas.
- Selecionar os textos relevantes, de acordo com o objetivo da pesquisa.
- Fazer a leitura atenta do material selecionado.
- Produzir uma síntese com base no material selecionado.

É importante orientar os estudantes a sempre pesquisar em fontes atuais e confiáveis, bem como a confrontar as informações obtidas.

O estudante dos Anos Finais do Ensino Fundamental

Os estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental buscam por conhecimentos que os ajudarão a solucionar os desafios diários e também aqueles que poderão surgir no futuro. Para isso, eles precisam ter suporte social e emocional. Cabe, então, à educação auxiliar na formação e no processo de aprendizagem desse cidadão em todos os seus aspectos, como cita a BNCC:

> [...]
>
> Independentemente da duração da jornada escolar, o conceito de educação integral com o qual a BNCC está comprometida se refere à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea. Isso supõe considerar as diferentes infâncias e juventudes, as diversas culturas juvenis e seu potencial de criar novas formas de existir.
>
> [...]

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 357. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 maio 2022.

Portanto, preparar a juventude para a vida a partir do agora é imprescindível para seu desenvolvimento pessoal e em sociedade, promovendo uma independência responsável frente aos seus estudos, direitos e deveres, na sua representação social enquanto adolescente e em sua interioridade, com seus desejos, sonhos, anseios, sentimentos por meio do ensino-aprendizagem.

Cultura de paz e combate ao *bullying*

Saber ouvir e respeitar os outros é uma maneira de viver em sociedade de forma pacífica. Nesse sentido, a cultura de paz, de acordo com Von (2003) envolvem as práticas de respeito aos valores, atitudes, tradições, comportamentos e modos de vida, que o indivíduo deve desenvolver em relação ao outro, pelos princípios de cada ser humano, ao direito à liberdade de expressão de cada um, direito de ir e vir e pelo respeito aos direitos do ser humano.

O compromisso pessoal que o cidadão firma quando se compromete a promover a cultura de paz é de responsabilidade com a humanidade em seus aspectos físicos, sociais e emocionais, com intuito de fomentar a responsabilidade social em respeitar cada pessoa, evidenciando o bom tratamento às pessoas sem discriminação, preconceito ou violência, prezando por atos generosos, defendendo a liberdade de expressão e diversidade cultural, além de promover a responsabilidade de conservação da natureza e contribuir com a comunidade em que se está envolvido.

Para que essas práticas respeitosas sejam difundidas por meio da educação, o professor deve trabalhá-las de maneira contextualizada e de forma direta ao combate de todo e qualquer tipo de violência e preconceito aos aspectos físicos, sociais, econômicos, psicológicos e sexuais, inclusive com o *bullying*, que é uma das violências mais presenciadas nas instituições escolares, causando constrangimento a quem o sofre, desfavorecendo o ambiente da sala de aula e da escola.

O diálogo é o principal meio de combate à violência na escola, por meio da reflexão sobre o indivíduo e o coletivo, na discussão de ideias, de temas sensíveis e de valores e atitudes. É também um meio de alerta para promover a cultura de paz e os valores éticos educacionais ligados a ela, como respeito, solidariedade, amor e responsabilidade. Tais temáticas são fundamentais atualmente, na busca por fomentar o aprendizado com um olhar mais igualitário, de inclusão, de troca de experiências e de valores, envolvendo os profissionais de educação e os estudantes, uma vez que a educação sem violência é proposta nesta coleção por meio de atividades que promovem valores, atitudes e ideais de paz.

Culturas juvenis

O olhar para a juventude é múltiplo e de contínua construção, pois a cada dia ela vem sendo compreendida de maneira expressiva por meio da transformação constante de sua realidade, que se adequa baseada nos gostos musicais, artísticos, tecnológicos, esportivos, profissionais, entre outros que envolvem essa heterogeneidade. A identidade dessa geração é moldada e vive em constante processo de mudança em relação aos gostos e experiências sociais, por meio de suas relações, fator que também a caracteriza. Essa modulação de identidade e preferências é algo que torna o jovem autônomo em seu modo de agir, de pensar seu presente e seu futuro, bem como de produzir a si mesmo.

Uma de suas principais produções envolve seu modo de ser e agir, de se vestir, comprar e consumir o que lhe agrada, com base em influências de um mundo globalizado cujo trânsito de informações é veloz. A tecnologia e outros recursos influenciadores são fontes que alimentam essas informações e incentivam as produções de estilos e expressões culturais da juventude, podendo ser influenciados pelas redes sociais, por influenciadores digitais, filmes, fotos, *games*, entretenimentos, entre outros recursos tecnológicos que se renovam a cada dia.

Esse momento de descoberta de coisas novas envolve os atos de participar, criar, interagir, dialogar e, principalmente, mudar. A juventude se constrói, reconstrói e planeja para si o que reconhece como tomada de consciência, atitude voltada a alcançar o que se almeja. Esse processo de projeção do futuro vem da necessidade de pensar a sua vida profissional e pessoal. Diante desse desafio, eles argumentam, criam projetos, pesquisam, interagem, descobrem inovações e vivem experiências que os faz pensar em seu crescimento.

Esta coleção propõe trabalhar com as culturas juvenis por meio de diversos temas e atividades explorados nos volumes. Ademais, é contemplado o trabalho com o protagonismo para a construção de projetos particulares, tirando dúvidas e incertezas quanto ao seu futuro pessoal e profissional, possibilitando a eles que o idealize com base naquilo de que gostam, no que pensam e no que expressam.

Habilidades da BNCC - Matemática 9º ano

Unidades temáticas	Habilidades
Números	(EF09MA01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade). (EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica. (EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários. (EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações. (EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.
Álgebra	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. (EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. (EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.
Geometria	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. (EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica. (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

Unidades temáticas	Habilidades
Geometria	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes. (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também *softwares*. (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano. (EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.
Grandezas e medidas	(EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros. (EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.
Probabilidade e estatística	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos. (EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros. (EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central. (EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2017. p. 316-319. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 9 maio 2022.

Quadro de conteúdos do 9º ano

Este volume foi organizado com base na abordagem teórico-metodológica da coleção, que busca transmitir os conhecimentos deste componente curricular e oferecer subsídios para que os estudantes possam, de maneira cada vez mais autônoma, analisar, selecionar, organizar e questionar as informações que farão parte tanto de seu processo de aprendizagem quanto de sua formação cidadã. De acordo com essa proposta, consta a seguir um quadro com a organização dos principais conteúdos e conceitos trabalhados no volume, além dos objetos de conhecimento, das habilidades, das competências gerais e específicas e dos temas contemporâneos transversais. Esses elementos foram organizados com base no trabalho desenvolvido em cada unidade, permitindo uma progressão da aprendizagem de acordo com as necessidades reais da turma em sala de aula. As justificativas referentes aos objetivos de ensino encontram-se na primeira página após a abertura de cada unidade, na parte da reprodução do Livro do Estudante.

Principais conteúdos e conceitos	Objetos de conhecimento	Habilidades	Competências	Temas contemporâneos transversais
Unidade 1 • Os números reais				
• O conjunto dos números irracionais. • Alguns números irracionais. • Representação geométrica de um número irracional. • O conjunto dos números reais.	• Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta. • Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica.	• EF09MA01 • EF09MA02	• Competências específicas: 4, 8. • Competências gerais: 7, 9.	
Unidade 2 • Potenciação e radiciação				
• Potenciação com expoentes naturais. • Potenciação com expoentes negativos. • Potenciação com expoentes fracionários. • Radiciação e cálculo de raízes. • Propriedades dos radicais. • Simplificação de raízes.	• Potências com expoentes negativos e fracionários. • Números reais: notação científica e problemas.	• EF09MA03 • EF09MA04	• Competências específicas: 2, 4, 5, 6, 8. • Competências gerais: 1, 2, 5, 9, 10.	

Principais conteúdos e conceitos	Objetos de conhecimento	Habilidades	Competências	Temas contemporâneos transversais
Unidade 3 • Razão e proporção				
• O conceito de razão e de proporção. • Algumas razões especiais. • Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. • Divisão em partes proporcionais. • Ângulos opostos pelo vértice. • Ângulos formados por um feixe de retas paralelas e uma transversal. • O conceito de razão aplicado a segmentos de reta proporcionais. • O teorema de Tales e sua aplicação nos triângulos.	• Razão entre grandezas de espécies diferentes. • Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. • Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. • Relações métricas no triângulo retângulo. • Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração. • Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	• EF09MA07 • EF09MA08 • EF09MA10 • EF09MA14	• Competências específicas: 1, 2, 6, 8. • Competências gerais: 1, 2, 4, 9.	• Educação ambiental
Unidade 4 • Semelhança de figuras				
• Figuras semelhantes. • Polígonos semelhantes. • Homotetia. • Casos de semelhança em triângulos.	• Semelhança de triângulos.	• EF09MA12	• Competências específicas: 2, 4, 5, 8. • Competências gerais: 1, 2, 9.	
Unidade 5 • Produtos notáveis, fatoração de polinômios e equações do 2º grau				
• Produtos notáveis. • Fatoração de polinômios. • Equação do 2º grau com uma incógnita. • Resolução de equações do 2º grau completas e incompletas. • Relações entre as raízes e outros elementos de uma equação do 2º grau.	• Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis. • Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.	• EF09MA09	• Competências específicas: 1, 2, 3, 6, 8. • Competências gerais: 1, 2, 4, 5, 9.	

Unidade 6 • Triângulo retângulo				
• Triângulo retângulo e seus elementos. • Relações métricas no triângulo retângulo. • Teorema de Pitágoras.	• Relações métricas no triângulo retângulo. • Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração. • Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	• EF09MA13 • EF09MA14	• Competências específicas: 2, 3, 6, 8. • Competências gerais: 2, 9.	
Unidade 7 • Estatística e probabilidade				
• Gráficos. • Medidas de tendência central. • Medidas de dispersão. • Pesquisas amostrais. • Probabilidade.	• Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes. • Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos. • Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório.	• EF09MA20 • EF09MA21 • EF09MA22 • EF09MA23	• Competência específica: 8. • Competência geral: 9.	• Educação ambiental • Educação para o consumo • Educação financeira • Educação em direitos humanos
Unidade 8 • Algumas representações no plano cartesiano				
• Medida da distância entre dois pontos no plano cartesiano. • Ponto médio de um segmento de reta. • Medida do perímetro e da área de figuras planas construídas no plano cartesiano.	• Distância entre pontos no plano cartesiano.	• EF09MA16	• Competências específicas: 2, 6. • Competências gerais: 2, 7, 9.	
Unidade 9 • Funções				
• Conjuntos. • Funções. • Função afim. • Gráfico de uma função afim. • Função quadrática. • Gráfico de uma função quadrática. • Valor máximo e mínimo de uma função quadrática.	• Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.	• EF09MA06	• Competências específicas: 2, 3, 8. • Competências gerais: 1, 5, 9, 10.	• Educação para o consumo • Alimentação e nutrição

Principais conteúdos e conceitos	Objetos de conhecimento	Habilidades	Competências	Temas contemporâneos transversais
Unidade 10 • Circunferência, vistas e perspectiva				
• A circunferência. • A medida do comprimento da circunferência. • Ângulos em uma circunferência. • Polígonos inscritos em uma circunferência e circunscritos a ela. • Vistas ortogonais. • Representação em perspectiva.	• Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo. • Polígonos regulares. • Vistas ortogonais de figuras espaciais.	• EF09MA11 • EF09MA15 • EF09MA17	• Competência específica: 3. • Competências gerais: 2, 9.	
Unidade 11 • Grandezas e medidas				
• Medidas de comprimento. • Medidas em informática. • Medidas de volume. • Relação entre volume e capacidade.	• Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas. • Unidades de medida utilizadas na informática. • Volume de prismas e cilindros.	• EF09MA18 • EF09MA19	• Competências específicas: 1, 5, 6, 8. • Competências gerais: 1, 2, 4, 5, 9.	• Ciência e tecnologia
Unidade 12 • Acréscimo, desconto e juro				
• Matemática financeira. • Acréscimo e desconto. • Juro simples e juro composto.	• Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos.	• EF09MA05	• Competências específicas: 5, 6, 8. • Competências gerais: 2, 4, 5, 6, 10.	• Educação financeira • Educação para o consumo

Sugestões de cronograma

O cronograma a seguir sugere possibilidades de distribuição do conteúdo curricular deste volume durante o ano letivo. Todos os volumes são estruturados considerando a autonomia em sua prática pedagógica. Assim, torna-se possível analisar e verificar diferentes e melhores maneiras de conduzir os estudos junto aos estudantes, pois a sequência dos conteúdos pode ser organizada da maneira que julgar conveniente.

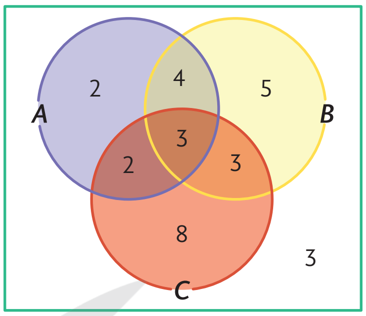
Sugestões de cronograma	
Bimestral	
1º bimestre	O que eu já sei? Unidade 1 – Os números reais Unidade 2 – Potenciação e radiciação Unidade 3 – Razão e proporção
2º bimestre	Unidade 4 – Semelhança de figuras Unidade 5 – Produtos notáveis, fatoração de polinômios e equações do 2º grau Unidade 6 – Triângulo retângulo
3º bimestre	Unidade 7 – Estatística e probabilidade Unidade 8 – Algumas representações no plano cartesiano Unidade 9 – Funções
4º bimestre	Unidade 10 – Figuras geométricas espaciais e planas Unidade 11 – Grandezas e medidas Unidade 12 – Acréscimo, desconto e juro O que eu aprendi?
Trimestral	
1º trimestre	O que eu já sei? Unidade 1 – Os números reais Unidade 2 – Potenciação e radiciação Unidade 3 – Razão e proporção Unidade 4 – Semelhança de figuras
2º trimestre	Unidade 5 – Produtos notáveis, fatoração de polinômios e equações do 2º grau Unidade 6 – Triângulo retângulo Unidade 7 – Estatística e probabilidade Unidade 8 – Algumas representações no plano cartesiano
3º trimestre	Unidade 9 – Funções Unidade 10 – Figuras geométricas espaciais e planas Unidade 11 – Grandezas e medidas Unidade 12 – Acréscimo, desconto e juro O que eu aprendi?

Resoluções

O que eu já sei?

1. a) $6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^1 =$
$= 6\,000 + 800 + 70 + 40 = 6\,910$
b) $6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 =$
$= 6\,000 + 800 + 70 + 4 = 6\,874$
c) $6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 \cdot 4 \cdot 10^0 =$
$= 6\,000 + 800 + 70 \cdot 4 = 7\,080$
d) $6 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^3 =$
$= 6 + 80 + 700 + 4\,000 = 4\,786$
e) $6 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 =$
$= 60\,000 + 8\,000 + 700 + 40 = 68\,740$
Comparando as decomposições dos itens, verificamos que a alternativa correta é a **b**.

2. Podemos representar o conjunto de colegas de Alexandre por meio de um diagrama de Venn. Primeiro, escrevemos nele as informações que são comuns a todos e, em seguida, o que é comum dois a dois, ou seja, aqueles que assistiram a apenas 1 filme. Por fim, incluímos aqueles que não assistiram aos filmes citados por Alexandre.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, temos:
$$3 + 2 + 4 + 3 + 2 + 5 + 8 = 27$$
Subtraindo o total de colegas pelo resultado obtido, temos:
$$30 - 27 = 3$$
Portanto, 3 colegas de Alexandre não assistiram a nenhum dos três filmes.

3. Percebemos que o ângulo que mede 30° é alterno interno a $\hat{x}$. Assim, $\hat{x} = 30°$. Sendo a figura apresentada um losango, podemos dividi-la em quatro triângulos congruentes. Com isso, para obter o valor de $\hat{y}$, efetuamos o seguinte cálculo.
$$\hat{y} = 180° - 30° - 90° = 60°$$
Logo, $\hat{x} = 30°$ e $\hat{y} = 60°$.

4. Para resolver os itens dessa atividade, é necessário verificar que a medida do volume de um cubo equivale ao cubo da medida de comprimento de uma de suas arestas.
a) $27 = x^3$
$x = \sqrt[3]{27}$
$x = \sqrt[3]{3^3}$
$x = 3$
Logo, o comprimento da aresta desse cubo mede 3 cm.
b) $125 = x^3$
$x = \sqrt[3]{125}$
$x = \sqrt[3]{5^3}$
$x = 5$
Logo, o comprimento da aresta desse cubo mede 5 cm.

5. a) Primeiro, devemos calcular 1% de R$ 1500,00, ou seja, $\frac{1500}{100} = 15$. Multiplicando o resultado por 3, temos:
$$15 \cdot 3 = 45$$
Desse modo, houve um aumento de R$ 45,00.
Adicionando o aumento ao valor inicial, temos:
$$1500 + 45 = 1545$$
Portanto, essa mesa custava R$ 1545,00 em fevereiro.
b) Vamos calcular 1% do resultado obtido no item anterior, que é R$ 1545,00. Assim, $\frac{1545}{100} = 15{,}45$. Multiplicando o resultado por 3, temos:
$$15{,}45 \cdot 3 = 46{,}35$$
Desse modo, houve um desconto de R$ 46,35.
Retirando o desconto do preço atual da mesa, obtemos:
$$1545 - 46{,}35 = 1498{,}65$$
Portanto, o preço da mesa passou a ser R$ 1498,65 em maio.
Sendo assim, o preço da mesa não voltou a ser R$ 1500,00, mas passou a ser R$ 1498,65 ao aplicar o desconto.

6. Como o raio da circunferência mede 19 m de comprimento e $\overline{AB} = 2r$, temos:
$$\overline{AB} = 2r = 2 \cdot 19\text{ m} = 38\text{ m}$$
Subtraindo a medida do comprimento de $\overline{AB}$ da medida do comprimento de $\overline{AC}$, obtemos $59 - 38 = 21$.
Portanto, $\overline{BC} = 21$ m.

7. Utilizando a regra de três simples, temos:
$$\frac{16}{x} = \frac{240}{600}$$
$$240x = 9\,600$$
$$x = 40$$
Logo, considerando o mesmo ritmo de trabalho, seriam necessários 40 funcionários para produzir 600 embalagens.

8. Para resolver essa atividade, devemos considerar que a soma das moedas deve resultar em R$ 5,25, e o total de moedas deve ser igual a 15. Assim, temos as seguintes possibilidades, usando 15 moedas.
$15 \cdot 0{,}25 + 0 \cdot 0{,}5 = 3{,}75$
$14 \cdot 0{,}25 + 1 \cdot 0{,}5 = 4{,}00$
$13 \cdot 0{,}25 + 2 \cdot 0{,}5 = 4{,}25$
$12 \cdot 0{,}25 + 3 \cdot 0{,}5 = 4{,}50$
$11 \cdot 0{,}25 + 4 \cdot 0{,}5 = 4{,}75$
$10 \cdot 0{,}25 + 5 \cdot 0{,}5 = 5{,}00$
$9 \cdot 0{,}25 + 6 \cdot 0{,}5 = 5{,}25$

Portanto, para obter essa quantia, seriam necessárias 9 moedas de 25 centavos e 6 moedas de 50 centavos.

9. a) Para obter a média, adicionamos as notas obtidas (2 980) e dividimos o resultado pela quantidade de estudantes (40).

$$\frac{2\,980}{40} = 74{,}5$$

Logo, a média dos estudantes é 74,5.

A moda é 35, pois é o número que mais se repete nesse conjunto de valores.

Para determinar a mediana, devemos primeiro organizar os números em ordem crescente (ou decrescente).

35, 35, 35, 57, 58, 59, 59, 61, 62, 62, 63, 63, 64, 65, 67, 68, 69, 71, 73, 77, 81, 82, 82, 83, 84, 85, 85, 86, 87, 87, 88, 88, 90, 92, 94, 95, 96, 97, 97, 98

Em seguida, como a quantidade de valores nessa amostra é um número par, devemos calcular a média dos dois valores centrais.

$$\frac{77 + 81}{2} = \frac{158}{2} = 79$$

Portanto, a mediana da nota dos estudantes é 79.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes verifiquem que todas as medidas são válidas para representar esse conjunto de dados, a depender da finalidade da representação. Quanto menor for a variação entre as notas, mais próximos os valores estarão ente si.

10. Transformação de rotação de 90° no sentido anti-horário em relação ao ponto *P*.

11. Para determinar quantas possibilidades de escolha há na sorveteria, devemos multiplicar os tipos de casquinhas pelos tipos de sabores e pelos tipos de coberturas disponíveis, ou seja, $6 \cdot 15 \cdot 12 = 1080$. Assim, há 1080 possibilidades de tomar sorvete nessa sorveteria.

12. a) Como ambas as praças são retangulares, devemos adicionar as medidas de comprimento dos lados de cada imagem para obter os perímetros correspondentes.

Praça **1**: $2(3y - z) + 2(z + y) = 6y - 2z + 2z + 2y = 8y$

Praça **2**: $2(3x + y) + 2(2y) = 6x + 2y + 4y = 6x + 6y$

Portanto, a medida do perímetro da praça **1** é dada pela expressão $8y$ e a medida do perímetro da praça **2** é dada pela expressão $6x + 6y$.

b) Para a praça **1** serão necessários 56 m de cerca, pois $8y = 8 \cdot 7 = 56$. Para a praça **2** serão necessários 72 m de cerca, pois $6x + 6y = 6 \cdot 5 + 6 \cdot 7 = 30 + 42 = 72$.

13. a) Sugestão de resposta:

$$a_n = 4n - 6, \text{ em que } n > 0.$$

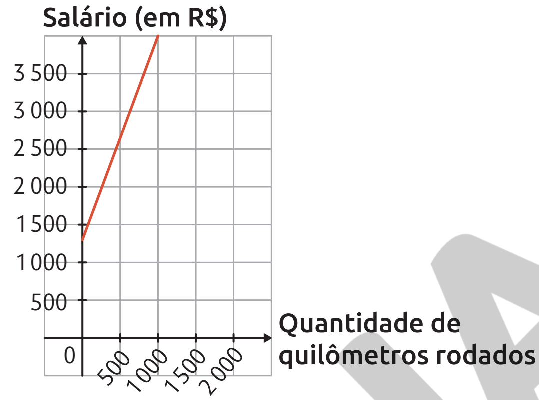
b) Utilizando a lei de formação do item anterior, temos:

$$a_{20} = 4 \cdot 20 - 6 = 80 - 6 = 74$$

Portanto, o vigésimo termo da sequência é 74.

14. a) A equação que possibilita determinar o salário de Roberto é dada por $y = 1300 + 2{,}5x$.

b) Analisando essa equação, verificamos que ela representa uma função linear, ou seja, o salário de Roberto vai aumentar conforme também aumenta a quantidade de quilômetros rodados.



15. A. $A = b \cdot h = 5 \cdot 3 = 15$

Portanto, a área do paralelogramo mede 15 cm².

B. $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$

Portanto, a área do triângulo mede 9 cm².

C. $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(5 + 2) \cdot 4}{2} = \frac{7 \cdot 4}{2} = 14$

Portanto, a área do trapézio mede 14 cm².

D. $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5$

Portanto, a área do losango mede 7,5 cm².

16. a) Existem 4 possibilidades de números pares para essa situação (2, 4, 6 e 8). Assim, a probabilidade de sortear um número par é:

$$\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \text{ ou seja, } 50\%.$$

b) Existem 8 números maiores ou iguais a 5 (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12). Assim, a probabilidade de sortear um número maior ou igual a 5 é:

$$\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \text{ ou seja, } \frac{2}{3} \simeq 66\%.$$

c) Existem 14 números menores do que 15. Assim, a probabilidade é dada por:

$$\frac{14}{20} = \frac{7}{10}, \text{ ou seja, } 70\%.$$

17. a) Afirmação verdadeira, pois 1 L equivale a 1 dm³.

b) Afirmação falsa. Sugestão de correção:

1000 dm³ equivalem a 1000 L.

c) Afirmação verdadeira, pois 1 m³ equivale a 1000 L.

d) Afirmação falsa. Sugestão de correção:

100 000 L equivalem a 100 m³.

Unidade 1 Os números reais

Questão 1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes efetuem a pesquisa de modo responsável, consultem dados confiáveis e validem a fonte das informações, a fim de obter bons resultados. Além disso, espera-se que eles compartilhem com os colegas o resultado do trabalho, colaborando para a construção significativa de conhecimento de todos.

Questão 2. Para representar o número irracional $\sqrt{8}$ na reta numérica, podem ser executadas as etapas apresentadas a seguir.

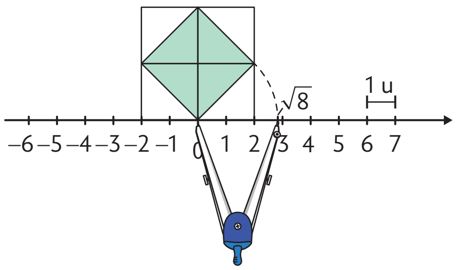
1ª. Construa um quadrado cujo comprimento do lado mede 4 unidades (4 u).

2ª. Em seguida, faça a decomposição desse quadrado em 4 quadrados com o comprimento do lado medindo 2 u.

3ª. Trace as diagonais em cada um dos quadrados obtidos.

Como cada um dos triângulos obtidos (destacados em verde) tem área medindo 2 unidades, consequentemente a área do quadrado verde mede 8 unidades. Portanto, cada um de seus lados mede $\sqrt{8}$ u de comprimento.

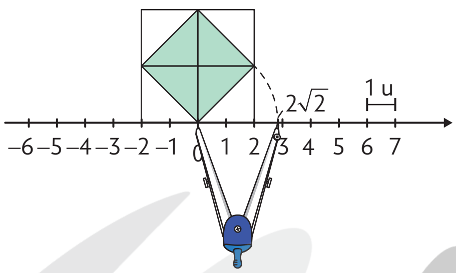
4ª. Com o auxílio de um compasso, transporte para a reta numérica a medida de comprimento do lado do quadrado verde.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

1. Para representar o número $2\sqrt{2}$ na reta numérica, podemos utilizar o mesmo procedimento e os mesmos valores da questão **2**, apresentada na página **15**, já que $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

2. Os números irracionais apresentados na atividade são $\sqrt{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{5}}{3}$ e π.

3. Comparando $\sqrt{3}$ com as raízes quadradas exatas mais próximas, verificamos que $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$. Assim:

$1 < \sqrt{3} < 2$

$1{,}7^2 < 3 < 1{,}8^2$

$1{,}73^2 < 3 < 1{,}74^2$

$2{,}9929 < 3 < 3{,}0276$

$\sqrt{2{,}9929} < \sqrt{3} < \sqrt{3{,}0276}$

$1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$

Continuando esse processo, obtemos $\sqrt{3} = 1{,}7320...$

4. O maior número é $\frac{7}{3}$, pois $\frac{7}{3} = 2{,}3333...$ e $\sqrt{5} = 2{,}2360...$

5. Resposta no final da seção **Resoluções**.

6. Resposta no final da seção **Resoluções**.

O que eu estudei?

1. São irracionais os números $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\sqrt{21}$.

2. a) Alternativa falsa. Sugestão de correção:

O número $2{,}\overline{21}$ adicionado ao número 5 resulta em um número racional.

b) Alternativa verdadeira.

c) Alternativa falsa. Sugestão de correção:

Um número irracional é um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica.

d) Alternativa falsa. Sugestão de correção:

A representação decimal do número irracional $\sqrt{7}$ é 2,6457....

e) Alternativa verdadeira.

3. a) Como $\sqrt{2} \simeq 1{,}41$ e $\sqrt{4} = 2$, então $\sqrt{2} < \sqrt{4}$.

b) Podemos escrever $1{,}3\overline{2}$ como 1,32222... Sendo assim, comparando as casas decimais, verificamos que $1{,}3\overline{2} < 1{,}32419...$.

c) Como $-\pi \simeq -3{,}14$ e $-2\sqrt{2} \simeq -2{,}83$, então $-\pi < -2\sqrt{2}$.

d) Como $3\sqrt{2} \simeq 4{,}24$ e $\frac{\sqrt{7}}{2} \simeq 1{,}32$, então $3\sqrt{2} > \frac{\sqrt{7}}{2}$.

e) Como $-\sqrt{81} = -9$, então $-\sqrt{81} > -10{,}\overline{5}$.

f) Como $3\sqrt{3} \simeq 5{,}2$ e $\frac{12}{5} = 2{,}4$, então $3\sqrt{3} > \frac{12}{5}$.

g) Podemos escrever $0{,}\overline{15}$ como 0,151515... Sendo assim, comparando as casas decimais, verificamos que $0{,}1010010001 < 0{,}\overline{15}$.

h) Como $\frac{\pi}{3} \simeq 1{,}05$, então $\frac{\pi}{3} > 1$.

4. a) Resposta no final da seção **Resoluções**.

b) Resposta no final da seção **Resoluções**.

5. Resposta no final da seção **Resoluções**.

6. Para representar o número irracional $2\sqrt{8}$ na reta numérica, executamos as etapas apresentadas a seguir.

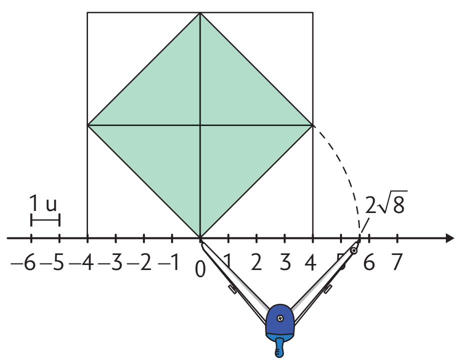
1ª. Construa um quadrado cujo comprimento do lado mede 8 unidades (8 u).

2ª. Em seguida, faça a decomposição desse quadrado em 4 quadrados com o comprimento do lado medindo 4 u.

3ª. Trace as diagonais em cada um dos quadrados obtidos.

Como cada um dos triângulos obtidos (destacados em verde) tem área medindo 8 unidades, consequentemente a área do quadrado verde mede 32 unidades. Portanto, cada um de seus lados mede $\sqrt{32}$ u $= 2\sqrt{8}$ u de comprimento.

4ª. Com o auxílio de um compasso, transporte para a reta numérica a medida de comprimento do lado do quadrado em verde.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Unidade 2 Potenciação e radiciação

Atividades

1. a) $1^{63} = 1$
b) $151^1 = 151$
c) $500^0 = 1$
d) $0^9 = 0$
e) $13^2 = 13 \cdot 13 = 169$
f) $(7)^{-3} = \left(\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{1^3}{7^3} = \frac{1}{343}$
g) $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$
h) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(-\frac{5}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{25}{4}$
i) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{32}{243}$
j) $\left(-\frac{10}{21}\right)^0 = 1$

2. a) $(8)^{-5} = \left(\frac{1}{8}\right)^5 = \left(\frac{1^5}{8^5}\right) = \frac{1}{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{1}{32\,768} < 1$
b) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3^3}{4^3}\right) = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{27}{64} < 1$
c) $\left(\frac{2}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \left(\frac{9^2}{2^2}\right) = \frac{9 \cdot 9}{2 \cdot 2} = \frac{81}{4} > 1$
d) $\left(\frac{11}{15}\right)^{-1} = \left(\frac{15}{11}\right)^1 = \frac{15}{11} > 1$
e) $\left(\frac{7}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{7}\right)^4 = \frac{3^4}{7^4} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{81}{2\,401} < 1$
f) $\left(\frac{15}{14}\right)^{-2} = \left(\frac{14}{15}\right)^2 = \frac{14^2}{15^2} = \frac{14 \cdot 14}{15 \cdot 15} = \frac{196}{225} < 1$
Portanto, as potências das alternativas **c** e **d** são maiores do que 1.

3. a) $2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = 2^8 = 256$
b) $(-8)^{21} \cdot (-8)^{-18} = (-8)^{21-18} =$
$= (-8)^3 = -512$
c) $\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^{1+2} =$
$= \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{64}{27}$
d) $(-3)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-3 \cdot \frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}$
e) $(10)^{-2} : (10)^3 = (10)^{-2-3} = (10)^{-5} =$
$= \left(\frac{1}{10}\right)^5 = \frac{1}{100\,000} = 0{,}00001$
f) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{6}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{2} : \frac{6}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{6}\right)^3 = \left(\frac{15}{12}\right)^3 =$
$= \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5^3}{4^3} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{125}{64}$
g) $(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6 = 4\,096$
h) $(2^{-3})^4 = 2^{-3 \cdot 4} = 2^{-12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1^{12}}{2^{12}} = \frac{1}{4\,096}$

4. a) $(-3)^2 \cdot (-3)^7 = (-3)^{2+7} = (-3)^9 = -19\,683$
b) $\frac{11^{-8}}{11^{-5}} = 11^{-8-(-5)} = 11^{-8+5} = 11^{-3} = \frac{1}{11^3} \simeq 0{,}00075$
c) $\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5^3}{2^3} = \frac{125}{8} = 15{,}625$
d) $\frac{5^3}{2} = \frac{125}{2} = 62{,}5$
e) $(2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10\,000$
f) $[2 \cdot (-8)]^2 = (-16)^2 = 256$

5. a) $(2^2 \cdot 5^2) : 4^1 = 10^2 : 4 = 100 : 4 = 25$
b) $16^3 : (-8)^4 + 15^0 - 1^{11} = 4\,096 : 4\,096 + 1 - 1 =$
$= 1 + 1 - 1 = 1$
c) $4^{-3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{4^3} + \frac{-1}{2^5} = \frac{1}{64} - \frac{1}{32} = \frac{1}{64} - \frac{2}{64} = -\frac{1}{64}$
d) $\left(\frac{8}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{9}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 = \frac{9}{64} + \frac{729}{64} = \frac{738}{64} = \frac{369}{32}$
e) $\left(1 + \frac{4}{5}\right)^3 - \left(\frac{5}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{9}{5}\right)^3 - \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{729}{125} - \frac{81}{625} =$
$= \frac{3\,645}{625} - \frac{81}{625} = \frac{3\,645 - 81}{625} = \frac{3\,564}{625}$

6. a) Como $-243 = (-3)^5$ e, com isso, $(-3)^x = -243 = (-3)^5$, verificamos que $x = 5$.
b) Todo número elevado a 0 é igual a 1. Sendo assim, $\left(\frac{11}{7}\right)^x = 1$. Portanto, $x = 0$.
c) O número 1 elevado a qualquer potência é igual a ele mesmo. Sendo assim, $x^{100} = 1$. Portanto, $x = 1$.
d) Como $-\frac{1}{27} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = (-3)^{-3}$ e, com isso,
$x^{-3} = -\frac{1}{27} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = (-3)^{-3}$. Portanto, $x = -3$.

7. a) $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
b) $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$
c) $10^8 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000\,000$
d) $10^7 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000\,000$
e) $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$
f) $10^0 = 1$

8. No caminhão, há 12 caixas maiores, cada uma com 12 caixas pequenas, e cada caixa pequena tem 12 ovos. Sendo assim, a quantidade de ovos no caminhão é dada por:
$12^3 = 12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$, ou seja, 1728 ovos.

9. Note que $4^{18} + 4^{18} + 4^{18} + 4^{18} = 4 \cdot 4^{18} = 4^1 \cdot 4^{18} = 4^{1+18} = 4^{19}$.
Como $4^{20} > 4^{19}$, então $4^{20} > 4^{18} + 4^{18} + 4^{18} + 4^{18}$.

10. a) $1\,320\,000\,000 = 1{,}32 \cdot 1\,000\,000\,000 = 1{,}32 \cdot 10^9$
b) $149\,600\,000 = 1{,}496 \cdot 100\,000\,000 = 1{,}496 \cdot 10^8$
c) $0{,}000001 = 1 \cdot 0{,}000001 = 1 \cdot 10^{-6}$
d) $0{,}007 = 7 \cdot 0{,}001 = 7 \cdot 10^{-3}$

11. a) Note que $5 \cdot 10^6 = 50 \cdot 10^5$. Desse modo:
$7{,}93 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^6 = 7{,}93 \cdot 10^5 + 50 \cdot 10^5 =$
$= (7{,}93 + 50) \cdot 10^5 = 57{,}93 \cdot 10^5 = 5{,}793 \cdot 10^6$

b) Note que $3{,}99 \cdot 10^{-5} = 399 \cdot 10^{-7}$. Desse modo:
$3{,}99 \cdot 10^{-5} - 4{,}92 \cdot 10^{-7} = 399 \cdot 10^{-7} - 4{,}92 \cdot 10^{-7} =$
$= (399 - 4{,}92) \cdot 10^{-7} = 394{,}08 \cdot 10^{-7} = 3{,}9408 \cdot 10^{-5}$

Questão 1. Espera-se que os estudantes concluam que o inventor do cubo mágico foi o húngaro Ernő Rubik e que o brinquedo também é chamado Cubo de Rubik em homenagem ao seu criador.

Questão 2.

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^7 = 78\,125$

b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$

c) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^5 = -32$

d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64$

Questão 3. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam com suas pesquisas que esse símbolo é uma criação do alemão Christoff Rudolff, em seu livro *Die Coss*, de 1525.

Atividades

12. a) O comprimento do lado do quadrado mede 16 cm, pois $16^2 = 16 \cdot 16 = 256$.
Como um quadrado tem 4 lados, efetuamos:
$$4 \cdot 16 \text{ cm} = 64 \text{ cm}$$
Portanto, o perímetro desse quadrado mede 64 cm.

b) O comprimento do lado do quadrado mede 19 cm, pois $19^2 = 19 \cdot 19 = 361$.
Como um quadrado tem 4 lados, efetuamos:
$$4 \cdot 19 \text{ cm} = 76 \text{ cm}$$
Portanto, o perímetro desse quadrado mede 76 cm.

c) O comprimento do lado do quadrado mede 21 cm, pois $21^2 = 21 \cdot 21 = 441$.
Como um quadrado tem 4 lados, efetuamos:
$$4 \cdot 21 \text{ cm} = 84 \text{ cm}$$
Portanto, o perímetro desse quadrado mede 84 cm.

d) O comprimento do lado do quadrado mede 24 cm, pois $24^2 = 24 \cdot 24 = 576$.
Como um quadrado tem 4 lados, efetuamos:
$$4 \cdot 24 \text{ cm} = 96 \text{ cm}$$
Portanto, o perímetro desse quadrado mede 96 cm.

13. a) $\sqrt[3]{512} = 8$, pois $8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$.
Portanto, o comprimento da aresta mede 8 cm.

b) $\sqrt[3]{1\,331} = 11$, pois $11^3 = 11 \cdot 11 \cdot 11 = 1\,331$.
Portanto, o comprimento da aresta mede 11 cm.

c) $\sqrt[3]{3\,375} = 15$, pois $15^3 = 15 \cdot 15 \cdot 15 = 3\,375$.
Portanto, o comprimento da aresta mede 15 cm.

d) $\sqrt[3]{4\,913} = 17$, pois $17^3 = 17 \cdot 17 \cdot 17 = 4\,913$.
Portanto, o comprimento da aresta mede 17 cm.

14. a) Como $15^3 = 3\,375$, então $\sqrt[3]{3\,375} = 15$.

b) Como $35^2 = 1\,225$, então $\sqrt{1\,225} = 35$.

c) Como $41^2 = 1\,681$, então $\sqrt{1\,681} = 41$.

d) Como $18^3 = 5\,832$, então $\sqrt[3]{5\,832} = 18$.

e) Como $8^4 = 4\,096$, então $\sqrt[4]{4\,096} = 8$.

f) Como $24^3 = 13\,824$, então $\sqrt[3]{13\,824} = 24$.

15. a) $\sqrt[n]{81} = 9$
$\sqrt[n]{9^2} = 9^1$
$9^{\frac{2}{n}} = 9^1$
$\frac{2}{n} = 1$
$n = 2$

b) $\sqrt[n]{125} = 5$
$\sqrt[n]{5^3} = 5^1$
$5^{\frac{3}{n}} = 5^1$
$\frac{3}{n} = 1$
$n = 3$

c) $\sqrt[n]{32} = 2$
$\sqrt[n]{2^5} = 2^1$
$2^{\frac{5}{n}} = 2^1$
$\frac{5}{n} = 1$
$n = 5$

d) $\sqrt[n]{128} = 2$
$\sqrt[n]{2^7} = 2^1$
$2^{\frac{7}{n}} = 2^1$
$\frac{7}{n} = 1$
$n = 7$

e) $\sqrt[n]{2\,187} = 3$
$\sqrt[n]{3^7} = 3^1$
$3^{\frac{7}{n}} = 3^1$
$\frac{7}{n} = 1$
$n = 7$

f) $\sqrt[n]{256} = 4$
$\sqrt[n]{4^4} = 4^1$
$4^{\frac{4}{n}} = 4^1$
$\frac{4}{n} = 1$
$n = 4$

16. Vamos analisar cada um dos itens.

A. $\sqrt[5]{-32}$ tem índice ímpar e radicando negativo, logo tem raiz real.

B. $\sqrt[8]{-256}$ tem índice par e radicando negativo, logo não tem raiz real.

C. $\sqrt[3]{-343}$ tem índice ímpar e radicando negativo, logo tem raiz real.

D. $\sqrt[4]{81}$ tem índice par e radicando positivo, logo tem raiz real.

E. $\sqrt[7]{2\,187}$ tem índice ímpar e radicando positivo, logo tem raiz real.

F. $\sqrt[12]{-4\,096}$ tem índice par e radicando negativo, logo não tem raiz real.

G. $\sqrt{-12}$ tem índice par e radicando negativo, logo não tem raiz real.

H. $\sqrt[7]{-2\,187}$ tem índice ímpar e radicando negativo, logo tem raiz real.

Portanto, as raízes definidas no conjunto dos números reais são **A**, **C**, **D**, **E** e **H**.

17. a) $27^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{27^1} = \sqrt[4]{27}$

b) $40^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{40^2} = \sqrt[5]{1600}$

c) $\left(\frac{7}{6}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7}{6}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{49}{36}}$

d) $\sqrt{18} = \sqrt[2]{18^1} = 18^{\frac{1}{2}}$

e) $\sqrt[3]{6^5} = 6^{\frac{5}{3}}$

f) $\sqrt[5]{81} = \sqrt[5]{9^2} = 9^{\frac{2}{5}}$

18. a) $\left(2^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2} \neq \sqrt[4]{2^3}$

b) $\left(5^{\frac{9}{10}}\right)^{\frac{5}{3}} = 5^{\frac{9}{10}\cdot\frac{5}{3}} = 5^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{5^3} = \sqrt{5^3}$

c) $\left(3^{\frac{3}{8}}\right)^{2} = 3^{\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{1}} = 3^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^3}$

d) $\left(11^{\frac{10}{3}}\right)^{\frac{3}{4}} = 11^{\frac{10}{3}\cdot\frac{3}{4}} = 11^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{11^5} = \sqrt{11^5}$

Portanto, as igualdades verdadeiras são aquelas presentes nos itens **b**, **c** e **d**.

19. a) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$

b) $\sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10}$

c) $\sqrt{\frac{64}{144}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{144}} = \frac{8}{12}$

d) $-\sqrt{\frac{121}{256}} = -\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{256}} = -\frac{11}{16}$

e) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = \frac{\sqrt[3]{-1}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

f) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{1}{3}$

20. a) $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[3\cdot2]{2} = \sqrt[6]{2}$

b) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[4\cdot3]{5} = \sqrt[12]{5}$

c) $\sqrt{\sqrt[5]{8}} = \sqrt[2\cdot5]{8} = \sqrt[10]{8}$

d) $\sqrt[6]{\sqrt[3]{13}} = \sqrt[6\cdot3]{13} = \sqrt[18]{13}$

e) $\sqrt{\sqrt[7]{\sqrt[3]{9}}} = \sqrt[2\cdot7\cdot3]{9} = \sqrt[42]{9}$

f) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{16}}} = \sqrt[4\cdot3\cdot2]{16} = \sqrt[24]{16}$

21. A. $\sqrt{7}\cdot\sqrt{21} = \sqrt{7\cdot21}$ é verdadeira pela terceira propriedade.

B. $\sqrt[3]{5^{15}} = 5^{\frac{15}{3}} = 5^5$

$\sqrt{5^{20}} = 5^{\frac{20}{2}} = 5^{10}$

Portanto, a igualdade não é verdadeira.

C. $\sqrt[7]{\frac{19}{4}} = \frac{\sqrt[7]{19}}{\sqrt[7]{4}}$ é verdadeira pela terceira propriedade.

22. A. A igualdade em **A** é verdadeira pela segunda propriedade.

B. A igualdade em **B** não é verdadeira, pois a terceira propriedade afirma que $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}$.

C. A igualdade em **C** é verdadeira, pois é a definição de expoente fracionário.

D. A igualdade em **D** não é verdadeira, pois a terceira propriedade afirma que $\sqrt[m\cdot n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m\cdot n]{a}}{\sqrt[m\cdot n]{b}}$.

E. A igualdade em **E** não é verdadeira, pois a quarta propriedade afirma que $\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n\cdot p]{a}$.

F. A igualdade em **F** é verdadeira pela terceira propriedade.

23. A. $\frac{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{10}} = \frac{\sqrt[3]{2\cdot5\cdot9}}{\sqrt[3]{4\cdot10}} = \frac{\sqrt[3]{90}}{\sqrt[3]{40}} = \sqrt[3]{\frac{90}{40}} = \sqrt[3]{\frac{9}{4}}$

B. $\frac{\sqrt[9]{8}\cdot\sqrt[9]{\frac{2}{3}}}{\sqrt[9]{5}\cdot\sqrt[9]{4}} = \frac{\sqrt[9]{8\cdot\frac{2}{3}}}{\sqrt[9]{5\cdot4}} = \frac{\sqrt[9]{\frac{16}{3}}}{\sqrt[9]{20}} = \sqrt[9]{\frac{\frac{16}{3}}{20}} = \sqrt[9]{\frac{16}{60}} = \sqrt[9]{\frac{4}{15}}$

C. $\frac{\sqrt[5]{\frac{7}{6}}\cdot\sqrt[5]{\frac{8}{5}}}{\sqrt[5]{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[5]{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt[5]{\frac{7\cdot8}{6\cdot5}}}{\sqrt[5]{\frac{3\cdot1}{2\cdot2}}} = \frac{\sqrt[5]{\frac{56}{30}}}{\sqrt[5]{\frac{3}{4}}} = \sqrt[5]{\frac{\frac{56}{30}}{\frac{3}{4}}} = \sqrt[5]{\frac{56}{30}\cdot\frac{4}{3}} =$

$= \sqrt[5]{\frac{224}{90}} = \sqrt[5]{\frac{112}{45}}$

24. a) $\left(\sqrt[5]{13}\right)^4 = \left(13^{\frac{1}{5}}\right)^4 = 13^{\frac{1}{5}\cdot4} = 13^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{13^4}$

b) $\left(\sqrt[4]{15}\right)^3 = \left(15^{\frac{1}{4}}\right)^3 = 15^{\frac{1}{4}\cdot3} = 15^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{15^3}$

c) $\left(\sqrt[5]{3}\right)^2 = \left(3^{\frac{1}{5}}\right)^2 = 3^{\frac{1}{5}\cdot2} = 3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2}$

d) $\left(\sqrt[7]{7}\right)^6 = \left(7^{\frac{1}{7}}\right)^6 = 7^{\frac{1}{7}\cdot6} = 7^{\frac{6}{7}} = \sqrt[7]{7^6}$

e) $\left(\sqrt[3]{11}\right)^2 = \left(11^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 11^{\frac{1}{3}\cdot2} = 11^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{11^2}$

f) $\left(\sqrt[9]{5}\right)^7 = \left(5^{\frac{1}{9}}\right)^7 = 5^{\frac{1}{9}\cdot7} = 5^{\frac{7}{9}} = \sqrt[9]{5^7}$

25. A. $A = \sqrt[6]{1000}\text{ m}\cdot\sqrt[6]{100}\text{ m} = 1000^{\frac{1}{6}}\cdot100^{\frac{1}{6}}\text{ m}^2 =$

$= \left(10^3\right)^{\frac{1}{6}}\cdot\left(10^2\right)^{\frac{1}{6}} = 10^{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}}\text{ m}^2 = 10^{\frac{5}{6}}\text{ m}^2 = \sqrt[6]{10^5}\text{ m}^2$

B. $A = \sqrt[15]{60^3}\text{ m}\cdot\sqrt[15]{60^2}\text{ m} = 60^{\frac{3}{15}}\cdot60^{\frac{2}{15}}\text{ m}^2 = 60^{\frac{3}{15}+\frac{2}{15}}\text{ m}^2 =$

$= 60^{\frac{5}{15}}\text{ m}^2 = 60^{\frac{1}{3}}\text{ m}^2 = \sqrt[3]{60}\text{ m}^2$

26. a) $\sqrt{3^2\cdot6} = \sqrt{3^2}\cdot\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

b) $\sqrt[3]{4\cdot5^3} = \sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3]{4}\cdot5 = 5\sqrt[3]{4}$

c) $\sqrt[5]{3^5\cdot6^8} = \sqrt[5]{3^5}\cdot\sqrt[5]{6^3\cdot6^5} = 3\cdot\sqrt[5]{6^3}\cdot\sqrt[5]{6^5} =$

$= 3\cdot6\cdot\sqrt[5]{6^3} = 18\sqrt[5]{216}$

d) $\sqrt[4]{2^8 \cdot 7^{10}} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^4} \cdot \sqrt[4]{7^4 \cdot 7^4 \cdot 7^2} =$
$= \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{7^4} \cdot \sqrt[4]{7^4} \cdot \sqrt[4]{7^2} = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \sqrt[4]{7^2} =$
$= 196\sqrt[4]{49}$

e) $\sqrt{2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^5} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5} =$
$= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} =$
$= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} =$
$= 450 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 450\sqrt{10}$

f) $\sqrt[6]{2^8 \cdot 3^5 \cdot 10^7} = \sqrt[6]{2^6 \cdot 2^2 \cdot 3^5 \cdot 10^6 \cdot 10} =$
$= \sqrt[6]{2^6} \cdot \sqrt[6]{10^6} \cdot \sqrt[6]{2^2 \cdot 3^5 \cdot 10} = 2 \cdot 10 \cdot \sqrt[6]{9\,720} =$
$= 20\sqrt[6]{9\,720}$

27. a) Como $64 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$, podemos escrever, de modo simplificado: $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

Portanto, a escrita simplificada de $\sqrt[3]{64}$ é 4.

b) Como $432 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 27 = 2^4 \cdot 27$, podemos escrever, de modo simplificado:
$\sqrt[4]{432} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 27} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{27} = 2 \cdot \sqrt[4]{27}$

Portanto, a escrita simplificada de $\sqrt[4]{432}$ é $2\sqrt[4]{27}$.

c) Como $896 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 14 = 4^3 \cdot 14$, podemos escrever, de modo simplificado:
$\sqrt[3]{896} = \sqrt[3]{4^3 \cdot 14} = \sqrt[3]{4^3} \cdot \sqrt[3]{14} = 4 \cdot \sqrt[3]{14}$

Portanto, a escrita simplificada de $\sqrt[3]{896}$ é $4\sqrt[3]{14}$.

d) Como $2187 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 9 = 3^5 \cdot 9$, podemos escrever, de modo simplificado:
$\sqrt[5]{2\,187} = \sqrt[5]{3^5 \cdot 9} = \sqrt[5]{3^5} \cdot \sqrt[5]{9} = 3 \cdot \sqrt[5]{9}$

Portanto, a escrita simplificada de $\sqrt[5]{2\,187}$ é $3\sqrt[5]{9}$.

e) Como $9\,000 = 30 \cdot 30 \cdot 10 = 30^2 \cdot 10$, podemos escrever, de modo simplificado:
$\sqrt{9\,000} = \sqrt{30^2 \cdot 10} = \sqrt{30^2} \cdot \sqrt{10} = 30 \cdot \sqrt{10}$

Portanto, a escrita simplificada de $\sqrt{9\,000}$ é $30\sqrt{10}$.

f) Como $16\,384 = 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 4 = 16^3 \cdot 4$, podemos escrever, de modo simplificado:
$\sqrt[3]{16\,384} = \sqrt[3]{16^3 \cdot 4} = \sqrt[3]{16^3} \cdot \sqrt[3]{4} = 16 \cdot \sqrt[3]{4}$

Portanto, a escrita simplificada de $\sqrt[3]{16\,384}$ é $16\sqrt[3]{4}$.

28. Terreno **A**: Como $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$, então:

$\sqrt{60} = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \simeq 2 \cdot 1{,}73 \cdot 2{,}24 \simeq 7{,}75$

Portanto, o comprimento do lado desse terreno mede, aproximadamente, 7,75 m.

Terreno **B**: Como $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, então:

$\sqrt{120} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5} =$
$= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \simeq 2 \cdot 1{,}41 \cdot 1{,}73 \cdot 2{,}24 \simeq 10{,}93$

Portanto, o comprimento do lado desse terreno mede, aproximadamente, 10,93 m.

Terreno **C**: Como $90 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 5 \cdot 3^2$, então:

$\sqrt{90} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 3^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3^2} \simeq 1{,}41 \cdot 2{,}24 \cdot 3 \simeq 9{,}48$

Portanto, o comprimento do lado desse terreno mede, aproximadamente, 9,48 m.

Terreno **D**: Como $180 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 5 \cdot 3^2$, então:

$\sqrt{180} = \sqrt{2^2 \cdot 5 \cdot 3^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3^2} \simeq 2 \cdot 2{,}24 \cdot 3 = 13{,}44$

Portanto, o comprimento do lado desse terreno mede, aproximadamente, 13,44 m.

29. a) $6 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6^2 \cdot 3} = \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{108}$

b) $5 \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 6} = \sqrt[3]{125 \cdot 6} = \sqrt[3]{750}$

c) $2 \cdot 4 \cdot \sqrt{10} = 8 \cdot \sqrt{10} = \sqrt{8^2 \cdot 10} = \sqrt{64 \cdot 10} = \sqrt{640}$

d) $2 \cdot 5 \cdot \sqrt[5]{2} = 10 \cdot \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{10^5 \cdot 2} =$
$= \sqrt[5]{100\,000 \cdot 2} = \sqrt[5]{200\,000}$

30. a) Como $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 2 \cdot 3$, então:
$\sqrt[4]{96} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{3} =$
$= 2 \cdot \sqrt[4]{2 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt[4]{6}$
Portanto, $x = 6$.

b) $2\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 7} = \sqrt[3]{8 \cdot 7} = \sqrt[3]{56}$
Portanto, $x = 56$.

c) Como $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 4$, então:
$\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 4} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{4} = 2 \cdot \sqrt[3]{4}$
Portanto, $x = 2$.

d) $2\sqrt{71} = \sqrt{2^2 \cdot 71} = \sqrt{4 \cdot 71} = \sqrt{284}$
Portanto, $x = 284$.

e) $4\sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{4^4 \cdot 8} = \sqrt[4]{256 \cdot 8} = \sqrt[4]{2\,048}$
Portanto, $x = 2\,048$.

f) Como $1\,200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$, então:
$\sqrt{1\,200} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5^2} =$
$= 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 5 = 20 \cdot \sqrt{3}$
Portanto, $x = 20$.

31. Usando as propriedades dos radicais e de potências, temos:
$2\sqrt{627} = \sqrt{2^2 \cdot 627} = \sqrt{4 \cdot 627} = \sqrt{2\,508}$
Sendo assim:
$\sqrt{228 \cdot a} = \sqrt{2\,508}$
Dessa maneira, verificamos que:

$$228 \cdot a = 2\,508$$
$$a = \frac{2\,508}{228} = 11$$

32. $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \sqrt{8}}} = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{\sqrt{4^2 \cdot 8}}} = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3 \cdot 2]{16 \cdot 8}} =$
$= \sqrt{2 \cdot \sqrt[6]{128}} = \sqrt{\sqrt[6]{2^6 \cdot 128}} = \sqrt[2 \cdot 6]{64 \cdot 128} = \sqrt[12]{8\,192}$

Como $8\,192 = 2^{12} \cdot 2$, então:

$\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \sqrt{8}}} = \sqrt[12]{8\,192} = \sqrt[12]{2^{12} \cdot 2} = \sqrt[12]{2^{12}} \cdot \sqrt[12]{\cdot 2} =$
$= 2 \cdot \sqrt[12]{\cdot 2}$

Portanto, $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \sqrt{8}}} = 2\sqrt[12]{2}$.

33. Efetuando os cálculos para os itens de **a** até **d**, obtemos:

a) $\sqrt[4]{2^6 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt[4]{3^4} =$

$= 2 \cdot \sqrt[4]{4} \cdot 3 = 6\sqrt[4]{4}$, que corresponde ao item **g**.

b) $\sqrt[4]{2^5 \cdot 3^5} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2 \cdot 3^4 \cdot 3} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2 \cdot 3} \cdot \sqrt[4]{3^4} =$

$= 2 \cdot \sqrt[4]{6} \cdot 3 = 6\sqrt[4]{6}$, que corresponde ao item **h**.

c) $\sqrt[4]{2^4 \cdot 3^6} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4 \cdot 3^2} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{3^2} =$

$= 2 \cdot 3 \cdot \sqrt[4]{9} = 6\sqrt[4]{9}$, que corresponde ao item **e**.

d) $\sqrt[4]{2^8 \cdot 3^5} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 3} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{3} =$

$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt[4]{3} = 12\sqrt[4]{3}$, que corresponde ao item **f**.

34. Sugestões de resposta:

a) $\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{5}$

b) $\sqrt{7} + \sqrt{3} - \sqrt{7} + 8 \cdot \sqrt{3} =$

$= \sqrt{3} + 8 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = 9\sqrt{3}$

c) $2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{11} + 5 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{11} =$

$= 2 \cdot \sqrt{2} + 5 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{11} - 3 \cdot \sqrt{11} =$

$= 7\sqrt{2} - 4\sqrt{11}$

35. a) Usando a fatoração, temos:

$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5$

$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$

$80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5$

Sendo assim, reescrevemos a expressão e a calculamos.

$\sqrt{45} + \sqrt{20} + \sqrt{80} = \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 5} =$

$= \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} =$

$= 3 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{5} + 4 \cdot \sqrt{5} = 9\sqrt{5}$

b) Usando a fatoração, temos:

$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^2 \cdot 2 \cdot 3 = 3^2 \cdot 6$

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 6$

Sendo assim, reescrevemos a expressão e a calculamos.

$\sqrt{54} + \sqrt{24} - \sqrt{6} = \sqrt{3^2 \cdot 6} + \sqrt{2^2 \cdot 6} - \sqrt{6} =$

$= \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{6} + \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{6} - \sqrt{6} =$

$= 3 \cdot \sqrt{6} + 2 \cdot \sqrt{6} - \sqrt{6} = 4\sqrt{6}$

c) Usando a fatoração, obtemos:

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$

$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^2 \cdot 3$

$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3$

$75 = 5 \cdot 5 \cdot 3 = 5^2 \cdot 3$

Sendo assim, reescrevemos a expressão.

$\sqrt{12} + 3 \cdot \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{75} =$

$= \sqrt{2^2 \cdot 3} + 3 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 3} - \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} =$

$= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3}$

Em seguida, reagrupamos e simplificamos a expressão.

$\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3} =$

$= 2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot \sqrt{3} =$

$= 2 \cdot \sqrt{3} + 9 \cdot \sqrt{3} - 4 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot \sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

36. a) Usando a fatoração, obtemos:

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$

Sendo assim, temos:

$\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{5} = 2 \cdot \sqrt[3]{5}$

Por fim, substituindo na expressão, efetuamos os agrupamentos e a simplificamos.

$\sqrt{n} + \sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{5} + \sqrt{n} = 2 \cdot \sqrt{n} + 2 \cdot \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} =$

$= 2\sqrt{n} + 3\sqrt[3]{5}$.

b) Usando decomposição, fatoração e propriedades dos radicais, obtemos:

$\sqrt{a \cdot b^2} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b^2} = b \cdot \sqrt{a}$

$625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 \cdot 5$

$135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^3 \cdot 5$

Com isso, efetuamos a simplificação da expressão.

$4 \cdot \sqrt{a \cdot b^2} - \sqrt[3]{625} + \sqrt[3]{125} - \sqrt{a \cdot b^2} =$

$= 3 \cdot \sqrt{a \cdot b^2} - \sqrt[3]{5^3 \cdot 5} + \sqrt[3]{3^3 \cdot 5} =$

$= 3 \cdot b \cdot \sqrt{a} - 5 \cdot \sqrt[3]{5} + 3 \cdot \sqrt[3]{5} = 3b \cdot \sqrt{a} - 2\sqrt[3]{5}$

c) Usando a fatoração, obtemos:

$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} =$

$= \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2} = 3 \cdot \sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2} =$

$= \sqrt[3]{5^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{2} = 5 \cdot \sqrt[3]{2}$

$\sqrt{m \cdot p^2} = \sqrt{m} \cdot \sqrt{p^2} = p \cdot \sqrt{m}$

$\sqrt{m^2 \cdot p} = \sqrt{m^2} \cdot \sqrt{p} = m \cdot \sqrt{p}$

Com isso, efetuamos a simplificação da expressão.

$\sqrt[3]{54} + \sqrt{m^2 \cdot p} + \sqrt[3]{250} - \sqrt{m \cdot p^2} + 2 \cdot \sqrt{m^2 \cdot p} =$

$= 3 \cdot \sqrt[3]{2} + m \cdot \sqrt{p} + 5 \cdot \sqrt[3]{2} - p \cdot \sqrt{m} + 2 \cdot m \cdot \sqrt{p} =$

$= 3m\sqrt{p} - p\sqrt{m} + 8\sqrt[3]{2}$

37. Substituindo os valores de a, b e c nas expressões e efetuando os cálculos, obtemos:

a) $a^2 + b^2 + c^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + (-1)^2 + \left(-\sqrt{2}\right)^2 = 5 + 1 + 2 = 8$

b) $a^2 + b^2 - c^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + (-1)^2 - \left(-\sqrt{2}\right)^2 = 5 + 1 - 2 = 4$

c) $a^2 \cdot \left(b^2 + c^2\right) = \left(\sqrt{5}\right)^2 \cdot \left((-1)^2 + \left(-\sqrt{2}\right)^2\right) =$

$= 5 \cdot (1 + 2)\ 5 \cdot 3 = 15$

d) $3 \cdot a^2 + b^2 - c = 3 \cdot \left(\sqrt{5}\right)^2 + (-1)^2 - \left(-\sqrt{2}\right) =$

$= 3 \cdot 5 + 1 + \sqrt{2} = 16 + \sqrt{2}$

e) $a^2 + 4 \cdot a \cdot b - c^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + 4 \cdot \sqrt{5}(-1) - \left(-\sqrt{2}\right)^2 =$

$= 5 - 4 \cdot \sqrt{5} - 2 = 3 - 4\sqrt{5}$

38. A. Efetuando o cálculo dos radicais separadamente, temos:

$\sqrt{4^2} = 4$

$\sqrt{3^4} = 3^{\frac{4}{2}} = 3^2 = 9$

$\sqrt[3]{5^3} = 5$

$\dfrac{\sqrt{2^4}}{4} = \dfrac{2^{\frac{4}{2}}}{4} = \dfrac{2^2}{4} = 1$

$\sqrt{4\,096} = 64$

Adicionando as medidas de comprimento dos lados do triângulo, obtemos:

$\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3^4} - 26 + \sqrt[3]{5^3} + \dfrac{\sqrt{2^4}}{4} + \sqrt{4\,096} - 7 \cdot 2^3 =$

$= 36 - 26 + 5 + 1 + 64 - 56 = 24$

Portanto, o perímetro desse triângulo mede 24 m.

B. Efetuando o cálculo dos radicais separadamente, temos:

$\sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 9} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{9} = 3 \cdot \sqrt{2}$

$2 \cdot \sqrt{32} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 16} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{16} =$

$= 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} = 8 \cdot \sqrt{2}$

$\sqrt{200} = \sqrt{2 \cdot 100} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{100} = 10 \cdot \sqrt{2}$

Adicionando as medidas de comprimento dos lados do quadrilátero, obtemos:

$\sqrt{18} + 2 \cdot \sqrt{32} + 3 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{200} =$

$= 3 \cdot \sqrt{2} + 8 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{2} + 10 \cdot \sqrt{2} = 24 \cdot \sqrt{2}$

Portanto, o perímetro desse quadrilátero mede $24\sqrt{2}$ m.

39. Para simplificar a expressão como um todo, vamos simplificar termo a termo.

a) $\sqrt{72} = \sqrt{2 \cdot 36} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{36} = 6 \cdot \sqrt{2}$

$\sqrt{98} = \sqrt{2 \cdot 49} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{49} = 7 \cdot \sqrt{2}$

$\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 4} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{4} = 2 \cdot \sqrt{2}$

Portanto:

$\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{72} + \sqrt{98}}{\sqrt{8}} = \dfrac{\sqrt{2} + 6 \cdot \sqrt{2} + 7 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} =$

$= \dfrac{(1 + 6 + 7) \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{14}{2} = 7$

b) $\sqrt{243} = \sqrt{81 \cdot 3} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{3} = 9 \cdot \sqrt{3}$

$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot \sqrt{3}$

$\sqrt{2\,187} = \sqrt{729 \cdot 3} = \sqrt{729} \cdot \sqrt{3} = 27 \cdot \sqrt{3}$

$\sqrt{3\,267} = \sqrt{1089 \cdot 3} = \sqrt{1089} \cdot \sqrt{3} = 33 \cdot \sqrt{3}$

Portanto:

$\dfrac{\sqrt{243} - \sqrt{27} + \sqrt{2\,187}}{\sqrt{3\,267}} = \dfrac{9 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{3} + 27 \cdot \sqrt{3}}{33 \cdot \sqrt{3}} =$

$= \dfrac{(9 - 3 + 27) \cdot \sqrt{3}}{33 \cdot \sqrt{3}} = \dfrac{33}{33} = 1$

c) $\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5} = 10 \cdot \sqrt{5}$

$\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5 \cdot \sqrt{5}$

Portanto:

$\dfrac{\sqrt{500} + \sqrt{125} + \sqrt{5}}{2 \cdot \sqrt{5}} = \dfrac{10 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5}}{2 \cdot \sqrt{5}} =$

$= \dfrac{(10 + 5 + 1) \cdot \sqrt{5}}{2 \cdot \sqrt{5}} = \dfrac{16}{2} = 8$

40. Antes de realizar a adição, vamos primeiro simplificar as expressões de *m* e *n*.

Simplificando *m*, temos:

$\sqrt{2\,000} = \sqrt{400 \cdot 5} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{5} = 20 \cdot \sqrt{5}$

$\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5} = 10 \cdot \sqrt{5}$

Sendo assim, podemos escrever:

$m = \sqrt{2\,000} - \sqrt{500} = 20 \cdot \sqrt{5} - 10 \cdot \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$

Para simplificar *n*, calculamos:

$\sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

Sendo assim, podemos escrever:

$n = 24 + \sqrt{180} = 24 + 6\sqrt{5}$

Desse modo:

$m + n = 10 \cdot \sqrt{5} + 24 + 6 \cdot \sqrt{5} = 16\sqrt{5} + 24$

41. a) $3 \cdot \sqrt{20} - 5 \cdot \sqrt{50} + \sqrt{80} =$

$= 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 5} - 5 \cdot \sqrt{25 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 5} =$

$= 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} \simeq$

$\simeq 3 \cdot 2 \cdot 2{,}2 - 5 \cdot 5 \cdot 1{,}4 + 4 \cdot 2{,}2 = -13$

b) $\sqrt{700} + \sqrt{972} - \sqrt{500} =$

$= \sqrt{100 \cdot 7} + \sqrt{324 \cdot 3} - \sqrt{100 \cdot 5} =$

$= 10 \cdot \sqrt{7} + 18 \cdot \sqrt{3} - 10 \cdot \sqrt{5} \simeq$

$\simeq 10 \cdot 2{,}6 + 18 \cdot 1{,}7 - 10 \cdot 2{,}2 = 34{,}6$

c) $2 \cdot \sqrt{45} + \sqrt{50} - \sqrt{18} =$

$= 2 \cdot \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} =$

$= 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{2} \simeq$

$\simeq 6 \cdot 2{,}2 + 5 \cdot 1{,}4 - 3 \cdot 1{,}4 = 16$

d) $\sqrt{98} + \sqrt{200} + \sqrt{162} = \sqrt{49 \cdot 2} + \sqrt{100 \cdot 2} + \sqrt{81 \cdot 2} =$

$= 7 \cdot \sqrt{2} + 10 \cdot \sqrt{2} + 9 \cdot \sqrt{2} =$

$= 26 \cdot \sqrt{2} \simeq 26 \cdot 1{,}4 = 36{,}4$

e) $\sqrt{7\,500} - \sqrt{2\,450} - \sqrt{4\,500} =$

$= \sqrt{2\,500 \cdot 3} - \sqrt{1\,225 \cdot 2} - \sqrt{900 \cdot 5} =$

$= 50 \cdot \sqrt{3} - 35 \cdot \sqrt{2} - 30 \cdot \sqrt{5} \simeq$

$\simeq 50 \cdot 1{,}7 - 35 \cdot 1{,}4 - 30 \cdot 2{,}2 = -30$

42. Vamos isolar a variável *x* em cada uma das igualdades para resolver os itens.

a) $\sqrt{17} + x = 4 \cdot \sqrt{17}$

$x = 4 \cdot \sqrt{17} - \sqrt{17}$

$x = 3\sqrt{17}$

b) $\sqrt{20} + \sqrt{5} = x$

$x = \sqrt{4 \cdot 5} + \sqrt{5}$

$x = 2 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5}$

$x = 3\sqrt{5}$

c) $\sqrt{8} - x = \sqrt{2}$

$\sqrt{4 \cdot 2} - x = \sqrt{2}$

$x = 2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2}$

$x = \sqrt{2}$

d) $x - \sqrt{12} = 6 \cdot \sqrt{3}$

$x - \sqrt{4 \cdot 3} = 6 \cdot \sqrt{3}$

$x - 2 \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot \sqrt{3}$

$x = 6 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3}$

$x = 8\sqrt{3}$

e) $12 \cdot \sqrt{5} - x = -\sqrt{20}$

$$x = 12 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{4 \cdot 5}$$
$$x = 12 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{5}$$
$$x = 14\sqrt{5}$$

f) $5 \cdot \sqrt{7} + x = \sqrt{63}$

$$x = \sqrt{9 \cdot 7} - 5 \cdot \sqrt{7}$$
$$x = 3 \cdot \sqrt{7} - 5 \cdot \sqrt{7}$$
$$x = -2\sqrt{7}$$

43. a) $\sqrt{23} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{23 \cdot 7} = \sqrt{161}$

b) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{9 \cdot 5} \cdot \sqrt{4 \cdot 3} = 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} =$
$= 6 \cdot \sqrt{5 \cdot 3} = 6\sqrt{15}$

c) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{42} = \sqrt{9 \cdot 2} \cdot \sqrt{2 \cdot 21} = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{21} =$
$= 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 2} \cdot \sqrt{21} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{21} = 6\sqrt{21}$

d) $\dfrac{\sqrt{32}}{5} \cdot \dfrac{\sqrt{20}}{2} = \dfrac{\sqrt{16 \cdot 2} \cdot \sqrt{4 \cdot 5}}{10} = \dfrac{4 \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{5}}{10} =$
$= \dfrac{4 \cdot \sqrt{2 \cdot 5}}{5} = \dfrac{4\sqrt{10}}{5}$

e) $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{8 \cdot 2} \cdot \sqrt[3]{27 \cdot 2} =$
$= \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 2} = 6\sqrt[3]{4}$

f) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{25 \cdot 2} \cdot \sqrt{4 \cdot 3} \cdot \sqrt{4 \cdot 2} =$
$= \sqrt{1600 \cdot 3} = \sqrt{1600} \cdot \sqrt{3} = 40\sqrt{3}$

44. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:
O proprietário do terreno gostaria de comprar a quantidade exata de metros quadrados de piso para cobrir todo o terreno. Quantos metros quadrados ele deve comprar?
Solução: A medida da área total do terreno é dada por:

$A = \dfrac{3 \cdot \sqrt{28}}{2} \cdot \dfrac{4 \cdot \sqrt{63}}{3} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{28} \cdot 4 \cdot \sqrt{63}}{2 \cdot 3} =$

$= 2 \cdot \sqrt{28} \cdot \sqrt{63} = 2 \cdot \sqrt{4 \cdot 7} \cdot \sqrt{9 \cdot 7} =$

$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 12 \cdot \sqrt{7^2} = 12 \cdot 7 = 84$

Portanto, ele deve comprar 84 m² de piso.

45. a) $\dfrac{\sqrt[6]{a^5}}{b} \cdot \dfrac{\sqrt[6]{a}}{b} = \dfrac{\sqrt[6]{a^5 \cdot a}}{b^2} = \dfrac{\sqrt[6]{a^{5+1}}}{b^2} = \dfrac{\sqrt[6]{a^6}}{b^2} = \dfrac{a}{b^2}$

b) $\sqrt[5]{x^2 \cdot y^3} \cdot \sqrt[5]{x^3 \cdot y^2} = \sqrt[5]{x^2 \cdot y^3 \cdot x^3 \cdot y^2} =$

$= \sqrt[5]{x^{2+3} \cdot y^{3+2}} = \sqrt[5]{x^5 \cdot y^5} =$

$= \sqrt[5]{x^5} \cdot \sqrt[5]{y^5} = xy$

c) $\sqrt[7]{z^4 \cdot y^2} \cdot \sqrt[7]{z^3 \cdot y^6} = \sqrt[7]{z^4 \cdot y^2 \cdot z^3 \cdot y^6} =$

$= \sqrt[7]{z^{4+3} \cdot y^{2+6}} = \sqrt[7]{z^7 \cdot y^8} =$

$= \sqrt[7]{z^7} \cdot \sqrt[7]{y^7} \cdot \sqrt[7]{y} = zy\sqrt[7]{y}$

d) $\dfrac{\sqrt{7 \cdot a^2}}{\sqrt{9 \cdot b^2}} \cdot \dfrac{\sqrt{7 \cdot a^2}}{\sqrt{9 \cdot b^2}} = \dfrac{\sqrt{7^2 \cdot a^2 \cdot a^2}}{\sqrt{9^2 \cdot b^2 \cdot b^2}} =$

$= \dfrac{\sqrt{7^2} \cdot \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{a^2}}{\sqrt{9^2} \cdot \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{b^2}} = \dfrac{7 \cdot a \cdot a}{9 \cdot b \cdot b} = \dfrac{7a^2}{9b^2}$

46. $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}} =$
$= x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}} = x^{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}+\frac{2}{6}} = x^{\frac{3+2+1+2}{6}} = x^{\frac{2+6}{6}} = x^{\frac{2}{6}+1} =$
$= x \cdot x^{\frac{1}{3}} = x\sqrt[3]{x}$
Portanto, a alternativa correta é a **e**.

47. a) $A + B \cdot C = 2 + \sqrt{2} + \left(2 - \sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{8} =$
$= 2 + \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^2 \cdot 2} =$
$= 2 + \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{2} - 4 = 5\sqrt{2} - 2$

b) $A \cdot B \cdot C = \left(2 + \sqrt{2}\right) \cdot \left(2 - \sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{8} =$
$= \left(4 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\right) \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = (4 - 2) \cdot 2 \cdot \sqrt{2} =$
$= 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

c) $A \cdot C - B = \left(2 + \sqrt{2}\right) \cdot \left(\sqrt{8}\right) - \left(2 - \sqrt{2}\right) =$
$= 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} =$
$= 4 \cdot \sqrt{2} + 4 - 2 + \sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 2$

d) $\dfrac{A - B}{C} = \dfrac{\left(2 + \sqrt{2}\right) - \left(2 - \sqrt{2}\right)}{\sqrt{8}} =$
$= \dfrac{2 - 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = 1$

48. a) $\sqrt[3]{\sqrt{3}} \cdot \sqrt[10]{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3 \cdot 2]{3} \cdot \sqrt[10 \cdot 3]{6} = \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[30]{6} =$
$= 3^{\frac{1}{6}} \cdot 6^{\frac{1}{30}} = 3^{\frac{5}{30}} \cdot 3^{\frac{1}{30}} \cdot 2^{\frac{1}{30}} = 3^{\frac{6}{30}} \cdot 2^{\frac{1}{30}} =$
$= \sqrt[30]{3^6} \cdot \sqrt[30]{2} = \sqrt[30]{3^6 \cdot 2} = \sqrt[30]{1458}$

b) $\sqrt{\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt[6]{5}} = \sqrt[2 \cdot 2]{2} \cdot \sqrt[4 \cdot 6]{5} = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[24]{5} =$
$= 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{24}} = 2^{\frac{6}{24}} \cdot 5^{\frac{1}{24}} = \sqrt[24]{2^6} \cdot \sqrt[24]{5} = \sqrt[24]{2^6 \cdot 5} = \sqrt[24]{320}$

c) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}} : \sqrt[4]{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[2 \cdot 2 \cdot 2]{5} : \sqrt[4 \cdot 5]{5} = \sqrt[8]{5} : \sqrt[20]{5} =$
$= 5^{\frac{1}{8}} : 5^{\frac{1}{20}} = 5^{\frac{5}{40}} : 5^{\frac{2}{40}} = \sqrt[40]{5^5} : \sqrt[40]{5^2} = \sqrt[40]{5^5 : 5^2} =$
$= \sqrt[40]{5^3} = \sqrt[40]{125}$

d) $\sqrt{2 \cdot \sqrt[7]{2}} : \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt[7]{2^7 \cdot 2}} : \sqrt[2 \cdot 3 \cdot 2]{2} =$
$= \sqrt[2 \cdot 7]{2^8} : \sqrt[12]{2} = 2^{\frac{8}{14}} : 2^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{48}{84}} : 2^{\frac{7}{84}} =$
$= \sqrt[84]{2^{48}} : \sqrt[84]{2^7} = \sqrt[84]{2^{48} : 2^7} = \sqrt[84]{2^{41}}$

49. A. $\dfrac{\left(4 + \sqrt{3}\right) \cdot \left(4 - \sqrt{3}\right)}{2} = \dfrac{16 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} =$
$= \dfrac{16 - 3}{2} = \dfrac{13}{2} = 6{,}5$
Portanto, a área do triângulo mede 6,5 m².

B. $3 \cdot \sqrt{8} \cdot 2 \cdot \sqrt{8} = 6 \cdot 8 = 48$
Portanto, a área do paralelogramo mede 48 m².

50. A. $2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 8 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$
$= 8 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 24 \cdot \sqrt{3}$
Portanto, a medida do volume é $24\sqrt{3}$ m³.

B. $\sqrt[3]{24} \cdot 4 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} \cdot 8 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot 9} =$
$= 2 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot 8 \cdot \sqrt[3]{3^3} = 16 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{3} = 48 \cdot \sqrt[3]{3}$
Portanto, a medida do volume é $48\sqrt[3]{3}$ m³.

Questão 4. Para resolver essa questão, vamos racionalizar os denominadores das frações apresentadas na lousa.

- $\dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 5}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

- $\dfrac{3}{\sqrt{15}} = \dfrac{3}{\sqrt{15}} \cdot \dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{15 \cdot 15}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{15^2}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{15}}{15} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$

- $\dfrac{8}{\sqrt{7}} = \dfrac{8}{\sqrt{7}} \cdot \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7 \cdot 7}} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7^2}} = \dfrac{8\sqrt{7}}{7}$

- $\dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{1}{\sqrt{10}} \cdot \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10 \cdot 10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10^2}} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$

Atividades

51. Racionalizando os denominadores, obtemos:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

b) $\dfrac{3}{\sqrt{6}} = \dfrac{3}{\sqrt{6}} \cdot \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6 \cdot 6}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6^2}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{6}}{6} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

c) $\dfrac{8 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{8}} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{8}} \cdot \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{8 \cdot 8}} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{24}}{\sqrt{8^2}} =$

$= \dfrac{8 \cdot \sqrt{4 \cdot 6}}{8} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

d) $\dfrac{3 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 2}} =$

$= \dfrac{3 \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{2^2}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \cdot \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6 \cdot 6}} = \dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{6^2}} = \dfrac{\sqrt{3^2 \cdot 2}}{6} =$

$= \dfrac{3 \cdot \sqrt{2}}{6} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

f) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3 \cdot 3}} = \dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{3^2}} = \dfrac{\sqrt{21}}{3}$

g) $\sqrt{\dfrac{5}{9}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

h) $\sqrt{\dfrac{10}{8}} = \sqrt{\dfrac{5}{4}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

52. Para determinar a medida de um dos lados, basta dividir a medida da área pela medida do outro lado.

A. $\dfrac{16}{4 \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{4}{\sqrt{2}} = \dfrac{4}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{4 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 2}} =$

$= \dfrac{4 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \dfrac{4 \cdot \sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \sqrt{2}$

Portanto, $x = 2\sqrt{2}$ m.

B. $\dfrac{30}{2 \cdot \sqrt{5}} = \dfrac{15}{\sqrt{5}} = \dfrac{15}{\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{15 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 5}} =$

$= \dfrac{15 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \dfrac{15 \cdot \sqrt{5}}{5} = 3 \cdot \sqrt{5}$

Portanto, $y = 3\sqrt{5}$ m.

53. Racionalizando os denominadores, obtemos:

a) $\dfrac{5}{4 \cdot \sqrt{3}} = \dfrac{5}{4 \cdot \sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{5 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{3 \cdot 3}} = \dfrac{5 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{3^2}} =$

$= \dfrac{5 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 3} = \dfrac{5\sqrt{3}}{12}$

b) $\dfrac{2}{2 \cdot \sqrt{6}} = \dfrac{1}{\sqrt{6}} = \dfrac{1}{\sqrt{6}} \cdot \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6 \cdot 6}} = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6^2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$

c) $\dfrac{2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{6}} \cdot \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6 \cdot 6}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{30}}{\sqrt{6^2}} =$

$= \dfrac{2 \cdot \sqrt{30}}{6} = \dfrac{\sqrt{30}}{3}$

d) $\dfrac{\sqrt{3}}{10 \cdot \sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3}}{10 \cdot \sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{10 \cdot \sqrt{5 \cdot 5}} = \dfrac{\sqrt{15}}{10 \cdot \sqrt{5^2}} =$

$= \dfrac{\sqrt{15}}{10 \cdot 5} = \dfrac{\sqrt{15}}{50}$

e) $\dfrac{\sqrt{2}}{3 \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{2}}{3 \cdot \sqrt{7}} \cdot \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{3 \cdot \sqrt{7 \cdot 7}} =$

$= \dfrac{\sqrt{14}}{3 \cdot \sqrt{7^2}} = \dfrac{\sqrt{14}}{3 \cdot 7} = \dfrac{\sqrt{14}}{21}$

f) $\dfrac{2 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 5}} = \dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{5^2}} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$

g) $\dfrac{3 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{8}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{8}} \cdot \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}}{2 \cdot \sqrt{8 \cdot 8}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{16}}{2 \cdot \sqrt{8^2}} =$

$= \dfrac{3 \cdot 4}{2 \cdot 8} = \dfrac{3}{4}$

h) $\dfrac{8 \cdot \sqrt{12}}{3 \cdot \sqrt{5}} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{12}}{3 \cdot \sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{5}}{3 \cdot \sqrt{5 \cdot 5}} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{60}}{3 \cdot \sqrt{5^2}} =$

$= \dfrac{8 \cdot 2 \cdot \sqrt{15}}{3 \cdot 5} = \dfrac{16\sqrt{15}}{15}$

54. Racionalizando os denominadores, obtemos:

a) $\dfrac{5}{\sqrt[6]{2^4}} = \dfrac{5}{\sqrt[6]{2^4}} \cdot \dfrac{\sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2^2}} = \dfrac{5 \cdot \sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2^4 \cdot 2^2}} = \dfrac{5 \cdot \sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2^6}} = \dfrac{5\sqrt[6]{2^2}}{2}$

b) $\dfrac{4}{\sqrt[7]{3^2}} = \dfrac{4}{\sqrt[7]{3^2}} \cdot \dfrac{\sqrt[7]{3^5}}{\sqrt[7]{3^5}} = \dfrac{4 \cdot \sqrt[7]{3^5}}{\sqrt[7]{3^2 \cdot 3^5}} = \dfrac{4 \cdot \sqrt[7]{3^5}}{\sqrt[7]{3^7}} = \dfrac{4\sqrt[7]{3^5}}{3}$

c) $\dfrac{2}{\sqrt[10]{7^6}} = \dfrac{2}{\sqrt[10]{7^6}} \cdot \dfrac{\sqrt[10]{7^4}}{\sqrt[10]{7^4}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt[10]{7^4}}{\sqrt[10]{7^6 \cdot 7^4}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt[10]{7^4}}{\sqrt[10]{7^{10}}} = \dfrac{2\sqrt[10]{7^4}}{7}$

d) $\dfrac{3}{\sqrt[9]{5^2}} = \dfrac{3}{\sqrt[9]{5^2}} \cdot \dfrac{\sqrt[9]{5^7}}{\sqrt[9]{5^7}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt[9]{5^7}}{\sqrt[9]{5^2 \cdot 5^7}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt[9]{5^7}}{\sqrt[9]{5^9}} = \dfrac{3\sqrt[9]{5^7}}{5}$

e) $\dfrac{7}{\sqrt[4]{3^3}} = \dfrac{7}{\sqrt[4]{3^3}} \cdot \dfrac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3}} = \dfrac{7 \cdot \sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3^3 \cdot 3}} = \dfrac{7 \cdot \sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \dfrac{7\sqrt[4]{3}}{3}$

f) $\dfrac{10}{\sqrt[10]{10^7}} = \dfrac{10}{\sqrt[10]{10^7}} \cdot \dfrac{\sqrt[10]{10^3}}{\sqrt[10]{10^3}} = \dfrac{10 \cdot \sqrt[10]{10^3}}{\sqrt[10]{10^7 \cdot 10^3}} = \dfrac{10 \cdot \sqrt[10]{10^3}}{\sqrt[10]{10^{10}}} =$

$= \dfrac{10 \cdot \sqrt[10]{10^3}}{10} = \sqrt[10]{10^3}$

55. Racionalizando os denominadores, obtemos:

a) $\dfrac{2 \cdot y}{\sqrt{y}} = \dfrac{2 \cdot y}{\sqrt{y}} \cdot \dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}} = \dfrac{2 \cdot y \cdot \sqrt{y}}{\sqrt{y^2}} = \dfrac{2 \cdot y \cdot \sqrt{y}}{y} = 2\sqrt{y}$

b) $\dfrac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{a \cdot b}} = \dfrac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{a \cdot b}} \cdot \dfrac{\sqrt{a \cdot b}}{\sqrt{a \cdot b}} = \dfrac{a \cdot \sqrt{a \cdot b^2}}{\sqrt{(a \cdot b)^2}} =$

$= \dfrac{a \cdot b \cdot \sqrt{a}}{a \cdot b} = \sqrt{a}$

c) $\frac{c \cdot \sqrt{d}}{d \cdot \sqrt{c}} = \frac{c \cdot \sqrt{d}}{d \cdot \sqrt{c}} \cdot \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}} = \frac{c \cdot \sqrt{d \cdot c}}{d \cdot \sqrt{c^2}} = \frac{c \cdot \sqrt{d \cdot c}}{d \cdot c} = \frac{\sqrt{dc}}{d}$

d) $\frac{2 \cdot x}{\sqrt{4 \cdot x \cdot z}} = \frac{2 \cdot x}{\sqrt{4 \cdot x \cdot z}} \cdot \frac{\sqrt{4 \cdot x \cdot z}}{\sqrt{4 \cdot x \cdot z}} = \frac{2 \cdot x \cdot \sqrt{4 \cdot x \cdot z}}{\sqrt{(4 \cdot x \cdot z)^2}} =$

$= \frac{2 \cdot x \cdot \sqrt{4 \cdot x \cdot z}}{4 \cdot x \cdot z} = \frac{\sqrt{4 \cdot x \cdot z}}{2 \cdot z} = \frac{2 \cdot \sqrt{x \cdot z}}{2 \cdot z} = \frac{\sqrt{xz}}{z}$

e) $\frac{a \cdot b}{\sqrt{b}} = \frac{a \cdot b}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a \cdot b \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a \cdot b \cdot \sqrt{b}}{b} = a\sqrt{b}$

f) $\frac{d \cdot \sqrt{c}}{\sqrt{c \cdot d}} = \frac{d \cdot \sqrt{c}}{\sqrt{c \cdot d}} \cdot \frac{\sqrt{c \cdot d}}{\sqrt{c \cdot d}} = \frac{d \cdot \sqrt{c^2 \cdot d}}{\sqrt{(c \cdot d)^2}} = \frac{d \cdot c \cdot \sqrt{d}}{c \cdot d} = \sqrt{d}$

56. Racionalizando os denominadores, obtemos:

a) $\frac{4}{\sqrt{5}+1} = \frac{4}{\sqrt{5}+1} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} = \frac{4 \cdot \left(\sqrt{5}-1\right)}{5-1} =$

$= \frac{4 \cdot \left(\sqrt{5}-1\right)}{4} = \sqrt{5}-1$

b) $\frac{\sqrt{6}}{2-\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6}}{2-\sqrt{7}} \cdot \frac{2+\sqrt{7}}{2+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6} \cdot \left(2+\sqrt{7}\right)}{4-7} =$

$= -\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{42}}{3}$

c) $\frac{\sqrt{2}-1}{3+\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}-1}{3+\sqrt{8}} \cdot \frac{3-\sqrt{8}}{3-\sqrt{8}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2} - 3 - \sqrt{16} + \sqrt{8}}{9-8} =$

$= 3 \cdot \sqrt{2} - 3 - 4 + 2 \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 7$

d) $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-2} = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-2} \cdot \frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}+2} =$

$= \frac{3 \cdot \sqrt{6} + 6 + \sqrt{18} + 2 \cdot \sqrt{3}}{6-4} =$

$= \frac{3\sqrt{6} + 6 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{8}{\sqrt{8}+3} = \frac{8}{\sqrt{8}+3} \cdot \frac{\sqrt{8}-3}{\sqrt{8}-3} = \frac{8 \cdot \sqrt{8} - 24}{8-9} =$

$= -\left(8 \cdot \sqrt{8} - 24\right) = 24 - 8 \cdot \sqrt{8} = 24 - 8 \cdot 2\sqrt{2} =$

$= 24 - 16\sqrt{2}$

f) $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-5} = \frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-5} \cdot \frac{\sqrt{7}+5}{\sqrt{7}+5} =$

$= \frac{\sqrt{7} + 5 - \sqrt{35} - 5 \cdot \sqrt{5}}{7-25} =$

$= -\frac{-\sqrt{35} - 5 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{7} + 5}{18} =$

$= \frac{\sqrt{35} + 5\sqrt{5} - \sqrt{7} - 5}{18}$

57. Racionalizando e simplificando, obtemos:

a) $\frac{\sqrt[5]{3^3}}{4} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt[5]{3^5}}{4 \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{4 \cdot \sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} =$

$= \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{4 \cdot \sqrt{6^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{4 \cdot 6} = \frac{\sqrt{6}}{8}$

b) $\frac{\sqrt[3]{5 \cdot 3^2} \cdot \sqrt[3]{5^2 \cdot 3}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{5^3 \cdot 3^3}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5 \cdot 3}{\sqrt[3]{2}} =$

$= \frac{15}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{15 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{15\sqrt[3]{2^2}}{2}$

c) $\frac{2}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

d) $\frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{9^2}} = \sqrt[3]{\frac{10}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{8}} \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{9^2}} =$

$= \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{9^2}} = \sqrt[3]{1} \cdot \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{9^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{\sqrt[3]{54}}{9} =$

$= \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2}}{9} = \frac{\sqrt[3]{2}}{3}$

e) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[5]{3}} \cdot \frac{\left(\sqrt[5]{27}\right)^2}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt{125}}{\sqrt[3]{4}} =$

$= \sqrt{\frac{125}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 16}{4}} \cdot \sqrt[5]{\frac{27 \cdot 27}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{5}} =$

$= \sqrt{25} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[5]{9 \cdot 27} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{5}} = 5 \cdot 2 \cdot \sqrt[5]{3^5} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{5}} =$

$= 10 \cdot 3 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{5}} = 30 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} =$

$= \frac{30 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{5} = 6\sqrt[3]{5^2}$

f) De acordo com as propriedades dos radicais, verificamos que, para qualquer número natural n diferente de zero, temos:

$\frac{n}{\sqrt{n}} = \frac{n}{\sqrt{n}} \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}} = \frac{n \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{n} \cdot \sqrt{n}} = \frac{n \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{n^2}} = \frac{n \cdot \sqrt{n}}{n} = \sqrt{n}$

Sendo assim, podemos escrever e calcular a expressão da seguinte maneira.

$\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{4}{\sqrt{4}} \cdot \frac{5}{\sqrt{5}} \cdot \frac{6}{\sqrt{6}} =$

$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{6} =$

$= \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} =$

$= \sqrt{36} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} =$

$= 6 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = 12\sqrt{5}$

O que eu estudei?

1. Escrevendo em linguagem matemática e resolvendo, temos:

a) $(2 \cdot 6)^2 = (12)^2$

b) $2 \cdot \left(6^2\right) = 2 \cdot 6^2$

c) $(3 \cdot 2)^2 = 6^2$

d) $(2 \cdot 5)^3 = 10^3$

2. Efetuando os cálculos, obtemos:

a) $2^3 \cdot 2^9 = 2^{3+9} = 2^{12} = 4\,096$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$

c) $(-5)^2 \cdot (-5) = (-5)^{2+1} = (-5)^3 = -125$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-7} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-9} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-7-(-9)} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$

e) $(-7)^{12} : (-7)^{10} = (-7)^{12-10} = (-7)^2 = 49$

f) $(-10)^{-21} : (10)^{-26} = -10^{-21} : 10^{-26} =$
$= -10^{-21+26} = -10^5 = -100\,000$

g) $(3^3)^{-2} = 27^{-2} = \dfrac{1}{27^2} = \dfrac{1}{729}$

h) $(4^2)^3 = 16^3 = 4\,096$

3. Em uma diagonal desse quadrado, verificamos que o produto é dado por: $9^5 \cdot 9^2 \cdot 9^{-1} = 9^{5+2-1} = 9^6$.

Sendo assim, por ser um quadrado mágico, todos os produtos a ser calculados devem equivaler a 9^6. Com isso, determinamos cada uma das letras igualando as multiplicações a esse resultado.

- $9^5 \cdot A \cdot 9^3 = 9^6$
  $A = 9^6 : 9^8$
  $A = 9^{6-8}$
  $A = 9^{-2}$

- $9^3 \cdot C \cdot 9^{-1} = 9^6$
  $C = 9^6 : 9^2$
  $C = 9^{6-2}$
  $C = 9^4$

- $9^2 \cdot B \cdot 9^4 = 9^6$
  $B = 9^6 : 9^6$
  $B = 9^{6-6}$
  $B = 9^0$

- $9^5 \cdot 9^0 \cdot D = 9^6$
  $D = 9^6 : 9^5$
  $D = 9^{6-5}$
  $D = 9^1$

- $9^1 \cdot E \cdot 9^{-1} = 9^6$
  $E = 9^6 : 9^0$
  $E = 9^{6-0}$
  $E = 9^6$

4. Resolvendo as expressões, temos:

a) $2^2 + 100^0 + 15^1 - 1^{10} = 4 + 1 + 15 - 1 = 19$

b) $8^2 \cdot 2^4 + 2^{10} = 64 \cdot 16 + 1024 = 1024 + 1024 = 2\,048$

c) $\dfrac{27^3 \cdot 3^5}{81^4} = \dfrac{(3^3)^3 \cdot 3^5}{(3^4)^4} = \dfrac{3^{3\cdot 3} \cdot 3^5}{3^{4\cdot 4}} =$

$= \dfrac{3^9 \cdot 3^5}{3^{16}} = 3^{9+5-16} =$

$= 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$

5. Escrevendo em notação científica, temos:

a) $7\,300\,000\,000 = 7{,}3 \cdot 10^9$

b) $86\,500\,000 = 8{,}65 \cdot 10^7$

c) $0{,}0000000164 = 1{,}64 \cdot 10^{-8}$

d) $0{,}0000000000044 = 4{,}4 \cdot 10^{-12}$

6. Efetuando os cálculos, obtemos:

a) $\dfrac{(4{,}22 \cdot 10^8) + (3{,}4 \cdot 10^7)}{2 \cdot 10^5} =$

$= \dfrac{(42{,}2 \cdot 10^7) + (3{,}4 \cdot 10^7)}{2 \cdot 10^5} =$

$= \dfrac{(42{,}2 + 3{,}4) \cdot 10^7}{2 \cdot 10^5} = \dfrac{45{,}6 \cdot 10^7}{2 \cdot 10^5} =$

$= 22{,}8 \cdot 10^2 = 2\,280$

b) $\dfrac{(9{,}4 \cdot 10^{12}) \cdot (1{,}5 \cdot 10^{13})}{6 \cdot 10^{26}} = \dfrac{(9{,}4 \cdot 1{,}5) \cdot (10^{12} \cdot 10^{13})}{6 \cdot 10^{26}} =$

$= \dfrac{14{,}1 \cdot 10^{25}}{6 \cdot 10^{26}} = 2{,}35 \cdot 10^{-1} = 0{,}235$

c) $\dfrac{4{,}22 \cdot 10^7}{(8{,}86 \cdot 10^6) - (4{,}2 \cdot 10^5)} =$

$= \dfrac{4{,}22 \cdot 10^7}{(88{,}6 \cdot 10^5) - (4{,}2 \cdot 10^5)} =$

$= \dfrac{4{,}22 \cdot 10^7}{(88{,}6 - 4{,}2) \cdot 10^5} =$

$= \dfrac{4{,}22 \cdot 10^2}{84{,}4} = \dfrac{422}{84{,}4} = 5$

7. Vamos calcular as seguintes raízes:

a) $\sqrt{A} = \sqrt{531\,441} = \sqrt{729^2} = 729$

b) $\sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{531\,441} = \sqrt[3]{81^3} = 81$

c) $\sqrt[4]{A} = \sqrt[4]{531\,441} = \sqrt[4]{27^4} = 27$

8. Para determinar o valor de x, basta elevar a medida do comprimento de uma aresta ao cubo e igualar à medida do volume. Assim, temos:

A. $4\,913 = (x + 10)^3$
$17^3 = (x + 10)^3$
$17 = x + 10$
$x = 7$

B. $9\,261 = (2 \cdot x)^3$
$9\,261 = 8 \cdot x^3$
$x^3 = 1157{,}625$
$x^3 = 10{,}5^3$
$x = 10{,}5$

9. Escrevendo as potências como raízes nos itens de **a** até **f**, temos:

a) $x^{\frac{5}{8}} = \sqrt[8]{x^5}$, que corresponde ao item **j**;

b) $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$, que corresponde ao item **l**;

c) $x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$, que corresponde ao item **g**;

d) $x^{\frac{8}{5}} = \sqrt[5]{x^8} = \sqrt[5]{x^5 \cdot x^3} = x\sqrt[5]{x^3}$, que corresponde ao item **h**;

e) $x^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{x^3} = \sqrt{x^2 \cdot x} = x\sqrt{x}$, que corresponde ao item **i**;

f) $x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$, que corresponde ao item **k**.

10. a) $\sqrt[6]{3^2} = \sqrt[x]{3^4}$

$3^{\frac{2}{6}} = 3^{\frac{4}{x}}$

$\frac{2}{6} = \frac{4}{x}$

$2 \cdot x = 6 \cdot 4$

$x = \frac{6 \cdot 4}{2}$

$x = 12$

b) $\sqrt[8]{\sqrt{9}} = \sqrt[x]{9}$

$\sqrt[8 \cdot 2]{9} = \sqrt[x]{9}$

$\sqrt[16]{9} = \sqrt[x]{9}$

$x = 16$

c) $\left(\sqrt[3]{8}\right)^3 = \sqrt[3]{8^x}$

$\left(8^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 8^{\frac{x}{3}}$

$8^{\frac{1}{3} \cdot 3} = 8^{\frac{x}{3}}$

$8 = 8^{\frac{x}{3}}$

$1 = \frac{x}{3}$

$x = 3$

d) $\sqrt{21} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{21^x}$

$\left(\sqrt{21}\right)^3 = \sqrt{21^x}$

$\left(21^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 21^{\frac{x}{2}}$

$\frac{3}{2} = \frac{x}{2}$

$x = 3$

e) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[x]{72}$

$\sqrt[3]{8 \cdot 9} = \sqrt[x]{72}$

$\sqrt[3]{72} = \sqrt[x]{72}$

$x = 3$

f) $\sqrt[5]{27^5} = x$

$27^{\frac{5}{5}} = x$

$x = 27$

11. a) $\sqrt{54} + \sqrt{24} + \sqrt{96} =$

$= \sqrt{9 \cdot 6} + \sqrt{4 \cdot 6} + \sqrt{16 \cdot 6} =$

$= 3 \cdot \sqrt{6} + 2 \cdot \sqrt{6} + 4 \cdot \sqrt{6} =$

$= 9 \cdot \sqrt{6} \simeq 9 \cdot 2{,}45 = 22{,}05$

b) $\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{3} =$

$= \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{3} =$

$= 3 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} =$

$= 4 \cdot \sqrt{3} \simeq 4 \cdot 1{,}73 = 6{,}92$

c) $\sqrt{20} + 5 \cdot \sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{125} =$

$= \sqrt{4 \cdot 5} + 5 \cdot \sqrt{9 \cdot 5} - \sqrt{16 \cdot 5} + \sqrt{25 \cdot 5} =$

$= 2 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} - 4 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot \sqrt{5} =$

$= 18 \cdot \sqrt{5} \simeq 18 \cdot 2{,}24 = 40{,}32$

12. a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 2} \cdot \sqrt{4 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} =$

$= 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \simeq 4 \cdot 1{,}41 \cdot 1{,}73 \simeq 9{,}76$

b) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{16 \cdot 2} \cdot \sqrt{9 \cdot 3} = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{3} =$

$= 12 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \simeq 12 \cdot 1{,}41 \cdot 1{,}73 \simeq 29{,}27$

c) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{50} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{4 \cdot 3} \cdot \sqrt{25 \cdot 2} \cdot \sqrt{9 \cdot 3} =$

$= 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 5 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{3} =$

$= 30 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \simeq 90 \cdot 1{,}41 \simeq 126{,}9$

d) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{18} = 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 2} \cdot \sqrt{9 \cdot 2} =$

$= 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{2} =$

$= 6 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \simeq 12 \cdot 1{,}73 \simeq 20{,}76$

13. $\frac{4}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{4}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{8}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{4 \cdot \sqrt{6}}{6} + \frac{2 \cdot \sqrt{8}}{8} =$

$= \frac{16 \cdot \sqrt{6}}{24} + \frac{6 \cdot \sqrt{8}}{24} = \frac{2 \cdot \left(8 \cdot \sqrt{6} + 3 \cdot \sqrt{8}\right)}{24} =$

$= \frac{8\sqrt{6} + 3\sqrt{8}}{12}$

Portanto, a alternativa correta é a **a**.

14. A. $\frac{6}{2 \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{50}{2 \cdot \sqrt{25}} \cdot \frac{8}{2 \cdot \sqrt{4}} = \frac{6 \cdot 50 \cdot 8}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} =$

$= \frac{2\,400}{80 \cdot \sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$

$= \frac{30 \cdot \sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$

B. $\frac{36}{2 \cdot \sqrt{9}} \cdot \frac{40}{2 \cdot \sqrt{25}} \cdot \frac{10}{2 \cdot \sqrt{5}} = \frac{36 \cdot 40 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{5}} =$

$= \frac{14\,400}{120 \cdot \sqrt{5}} = \frac{120}{\sqrt{5}} = \frac{120}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} =$

$= \frac{120 \cdot \sqrt{5}}{5} = 24\sqrt{5}$

C. $\frac{54}{3 \cdot \sqrt{36}} \cdot \frac{60}{3 \cdot \sqrt{16}} \cdot \frac{20}{3 \cdot \sqrt{7}} =$

$= \frac{54 \cdot 60 \cdot 20}{3 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{7}} =$

$= \frac{64\,800}{648 \cdot \sqrt{7}} = \frac{100}{\sqrt{7}} =$

$= \frac{100}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{100\sqrt{7}}{7}$

Unidade 3 Razão e proporção

Questão 1. Como $x = 6$ e a parte correspondente à quantidade de meninos é representada por $5x$, então a quantidade de meninos é dada por $5 \cdot 6 = 30$.

Questão 2. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes reflitam a respeito da importância da participação ativa dessas comunidades no mapeamento da região em que vivem, resguardando seus direitos e sua herança cultural.

Questão 3. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes realizem a pesquisa de modo responsável, utilizem dados confiáveis e validem as fontes. Além disso, espera-se que eles compartilhem com os colegas as informações coletadas, contribuindo para o enriquecimento do conhecimento coletivo.

Atividades

1. Considerando que há na turma um total de 41 estudantes, pois $15 + 26 = 41$, então:

a) a razão entre a quantidade de meninas e a quantidade de meninos é $\frac{15}{26}$.

b) a razão entre o número de meninas e o total de estudantes é $\frac{15}{41}$.

c) a razão entre o número de meninos e o total de estudantes é $\frac{26}{41}$.

2. Como a proporção é $\frac{2}{3}$, temos:

$$2x + 3x = 125$$
$$5x = 125$$
$$x = 25$$

Multiplicando essa quantidade por 2, obtemos:

$2 \cdot 25 = 50$

Portanto, são 50 figurinhas de carros.

3. Resposta pessoal. Sugestão de problema:

Clarinha percorreu 50 km a uma velocidade média de 100 Km/h. Quanto tempo ela levou para percorrer essa medida de distância?

Resposta: Considerando t o tempo que Clarinha levou, em horas, temos:

$$\frac{50}{t} = 100$$
$$t = \frac{50}{100}$$
$$t = 0{,}5$$

Como 0,5 h equivale à metade de uma hora, então $t = 30$ min.

Portanto, Clarinha demorou meia hora, ou seja, 30 minutos, para percorrer essa medida de distância.

4. Para determinar a velocidade média do ônibus nesse dia, devemos dividir a medida da distância pelo tempo gasto.

$$\frac{9}{\frac{1}{6}} = \frac{9 \cdot 6}{1} = 54$$

Portanto, a velocidade média do ônibus era 54 km/h nesse dia.

5. A densidade demográfica de Petrolina em 2021 era $\frac{359\,372 \text{ hab.}}{4\,561{,}87 \text{ km}^2} \simeq 78{,}8$ hab./km^2.

6. A densidade da pedra é $\frac{115 \text{ g}}{125 \text{ cm}^3} = 0{,}92$ g/cm^3.

7. a) Medindo as medidas no mapa para determinar a medida da distância real, obtemos os resultados a seguir.

- A distância de Poconé até Porto Jofre em linha reta mede 4 centímetros no mapa. Como a escala é 1 centímetro para cada 30 quilômetros, então 4 centímetros correspondem a $4 \cdot 30$ km $= 120$ km.
- A distância de Poconé até Cuiabá em linha reta mede 3,3 centímetros no mapa. Como a escala é 1 centímetro para cada 30 quilômetros, então 3,3 centímetros correspondem a $3{,}3 \cdot 30$ km $= 99$ km.

b) O comprimento da rodovia mede 142 km e a distância entre as duas cidades em linha reta é 120 km. Logo, a diferença é dada por:

$$142 - 120 \text{ km} = 22 \text{ km}$$

8. Resposta pessoal. Sugestão de problema:

Certa cidade tem 150 000 habitantes e sua densidade demográfica é 0,8 habitante por quilômetro quadrado. Qual é a medida da área dessa cidade?

Resposta: Considerando x a medida da área da cidade, temos:

$$\frac{150\,000}{x} = 0{,}8$$
$$x = \frac{150\,000}{0{,}8} = 187\,500$$

Logo, a área dessa cidade mede 187 500 quilômetros quadrados.

Questão 4. Para a primeira igualdade, precisamos mostrar que, dada a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos $\frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$.

De fato, considerando a propriedade fundamental, temos $a \cdot d = b \cdot c$. Adicionando $c \cdot d$ em ambos os membros da igualdade, obtemos:

$$a \cdot d + c \cdot d = b \cdot c + c \cdot d$$
$$(a + c) \cdot d = (b + d) \cdot c$$
$$\frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

Para a segunda igualdade, precisamos mostrar que, dada a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$.

De fato, considerando a propriedade fundamental, temos $a \cdot d = b \cdot c$, e então $-a \cdot d = -b \cdot c$. Adicionando $a \cdot b$ em ambos os membros da igualdade, obtemos:

$$a \cdot b - a \cdot d = a \cdot b - b \cdot c$$
$$(b - d) \cdot a = (a - c) \cdot b$$
$$\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$$

Para a terceira igualdade, precisamos mostrar que, dada a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos $\frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$.

De fato, considerando a propriedade fundamental, temos $a \cdot d = b \cdot c$. Subtraindo $c \cdot d$ em ambos os membros da igualdade, obtemos:

$$a \cdot d - c \cdot d = b \cdot c - c \cdot d$$
$$(a - c) \cdot d = (b - d) \cdot c$$
$$\frac{c}{d} = \frac{a - c}{b - d}$$

Questão 5. Se $x = 1$ kg $= 1000$ g, então podemos escrever e resolver a equação a seguir.

$$1000 = 50 \cdot y$$
$$y = \frac{1000}{50} = 20$$

Portanto, são necessários 20 minutos para descongelar um quilograma de comida.

Questão 6. Se $x = 100$, então podemos escrever e resolver a equação a seguir.

$$100 \cdot y = 16\,200$$
$$y = \frac{16\,200}{100} = 162$$

Portanto, serão necessários 162 minutos (2 horas e 42 minutos) para completar a viagem.

Atividades

9. Em cada item, precisamos verificar se as razões formam uma proporção, ou seja, se são equivalentes.

a) As razões não formam uma proporção, pois $\frac{5}{2} \neq \frac{3}{5}$.

b) As razões formam uma proporção, pois $\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{5} = \frac{15}{20}$.

c) As razões não formam uma proporção, pois $\frac{7}{3} \neq \frac{14}{3}$.

d) As razões não formam uma proporção, pois $\frac{9}{8} \neq \frac{9}{2}$.

e) As razões formam uma proporção, pois $\frac{7}{5} = \frac{7}{5} \cdot \frac{5}{5} = \frac{35}{25}$.

f) As razões formam uma proporção, pois $\frac{6}{13} = \frac{6}{13} \cdot \frac{7}{7} = \frac{42}{91}$.

g) As razões não formam uma proporção, pois $\frac{1}{8} \neq \frac{1}{4}$.

h) As razões formam uma proporção, pois $\frac{12}{15} = \frac{12}{15} \cdot \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{4}{5}$.

i) As razões não formam uma proporção, pois $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{7}$.

10. Analisando as informações, verificamos que a razão entre a quantidade de porções e a quantidade de xícaras de óleo é constante, devido ao fato de serem grandezas diretamente proporcionais, ou seja:

$$\frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$$

Se meia xícara de chá de óleo rende 6 porções, então para determinar quantas xícaras renderiam 24 porções, vamos considerar x a quantidade de xícaras para render 24 porções e usar a razão obtida anteriormente, formando uma proporção.

$$\frac{24}{x} = 12$$
$$x = \frac{24}{12} = 2$$

Logo, serão necessárias 2 xícaras de óleo para que a receita renda 24 porções.

11. Analisando as informações, verificamos que a razão entre a quilometragem total e a quantidade de dias para asfaltar certa medida de distância da estrada é constante, devido ao fato de serem grandezas diretamente proporcionais, ou seja:

$$\frac{76}{12} = \frac{19}{3}$$

Como 12 quilômetros já foram finalizados de um total de 57, ainda faltam 45 km a serem asfaltados, pois $57 - 12 = 45$. Sendo assim, considerando x a quantidade de dias necessários para concluir o serviço, temos:

$$\frac{x}{45} = \frac{19}{3}$$
$$x = \frac{19 \cdot 45}{3}$$
$$x = 19 \cdot 15 = 285$$

Logo, serão necessários 285 dias para concluir o serviço.

12. Nesse caso, o tempo e a velocidade média são grandezas inversamente proporcionais e a razão entre a velocidade e o inverso do tempo é constante igual a:

$\frac{72}{\frac{1}{0{,}3}} = 72 \cdot 0{,}3 = 21{,}6$, em que 0,3 hora corresponde a 18 minutos.

Sendo assim, considerando x o tempo gasto a uma velocidade média de 60 km/h, temos:

$$60 \cdot x = 21{,}6$$
$$x = \frac{21{,}6}{60} = 0{,}36$$

Logo, dirigindo a 60 km/h, Pedro teria gasto 0,36 hora, que equivale a 21,6 minutos, e 0,6 minuto corresponde a 36 segundos.

Portanto, ele teria gasto 21 minutos e 36 segundos.

13. Sendo as grandezas diretamente proporcionais, a razão entre a quantidade de gotas e a medida de massa corporal é constante e igual a $\frac{3}{4}$. Considere x a quantidade de gotas que Mateus deve ingerir. Sendo assim, temos:

$$\frac{x}{32} = \frac{3}{4}$$
$$x = \frac{3 \cdot 32}{4} = 3 \cdot 8 = 24$$

Portanto, Mateus deve tomar 24 gotas do medicamento.

14. Sendo as grandezas inversamente proporcionais, a razão entre a quantidade de torneiras e o inverso do tempo é constante. Sendo 1,5 hora correspondente a 90 minutos, temos:

$$\frac{2}{\frac{1}{90}} = 2 \cdot 90 = 180$$

Considere x o tempo, em minutos, que cinco torneiras demorariam a encher o reservatório. Nesse caso, teremos:

$$5x = 180$$

$$x = \frac{180}{5} = 36$$

Portanto, cinco torneiras abertas iguais a essas demorariam 36 minutos para encher esse reservatório.

15. Com as 3 máquinas novas, a estamparia passou a ter 8 máquinas. Isso significa que antes havia 5 máquinas que produziam ao todo 300 peças diariamente.

Comparando as grandezas nessa situação, verificamos que elas são diretamente proporcionais. Sendo assim, a razão entre a quantidade de peça produzida diariamente e a quantidade de máquinas é constante igual a:

$$\frac{300}{5} = 60$$

Considerando x a quantidade diária de camisetas estampadas que as 3 máquinas novas produzirão diariamente, podemos escrever e calcular a equação a seguir.

$$\frac{x}{3} = 60$$

$$x = 60 \cdot 3 = 180$$

Portanto, haverá aumento de 180 camisetas na produção diária dessa estamparia.

16. Comparando as grandezas nessa situação, verificamos que elas são diretamente proporcionais. Nesse caso, a razão entre a quantidade de páginas impressas e o tempo para imprimi-las é dado por:

$$\frac{960}{3} = 320$$

Considerando x o tempo, em minutos, que a máquina leva para imprimir 1600 páginas, podemos escrever e resolver a equação a seguir.

$$\frac{1600}{x} = 320$$

$$x = \frac{1600}{320} = 5$$

Portanto, essa máquina vai imprimir 1600 páginas em 5 minutos.

17. Nessa situação, verificamos que as grandezas são inversamente proporcionais e a razão entre a quantidade de funcionários e o inverso do tempo gasto é constante igual a:

$$\frac{3}{\frac{1}{5}} = 3 \cdot 5 = 15$$

Considerando x o tempo, em horas, que dois funcionários gastariam para realizar o mesmo serviço, podemos escrever e resolver a equação a seguir.

$$2 \cdot x = 15$$

$$x = \frac{15}{2} = 7{,}5$$

Sendo 0,5 hora equivalente a meia hora, então 7,5 horas podem ser representadas como 7 horas e 30 minutos.

Portanto, mantendo o mesmo ritmo de trabalho, esses dois funcionários precisarão de 7 h 30 min para produzir essa mesma quantidade de refeições.

18. Comparando as grandezas nessa situação, verificamos que elas são inversamente proporcionais e a razão entre a quantidade de galinhas e o inverso da quantidade de dias é constante igual a:

$$\frac{120}{\frac{1}{12}} = 120 \cdot 12 = 1440$$

Considerando x a quantidade de dias em que a ração será suficiente para alimentar 80 galinhas, podemos escrever e resolver a equação a seguir.

$$80 \cdot x = 1440$$

$$x = \frac{1440}{80} = 18$$

Portanto, essa mesma quantidade de ração será suficiente para alimentar as galinhas por 18 dias.

19. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Um ônibus de certa companhia comporta 20 pessoas. Quantos ônibus serão necessários para transportar 160 pessoas em uma excursão?

Resposta: Comparando as grandezas nessa situação, verificamos que elas são diretamente proporcionais e a razão entre a quantidade de pessoas e a quantidade de ônibus é constante igual a:

$$\frac{20}{1} = 20$$

Considerando x a quantidade de ônibus para transportar 160 pessoas, podemos escrever e resolver a equação a seguir.

$$\frac{160}{x} = 20$$

$$x = \frac{160}{20} = 8$$

Portanto, serão necessários 8 ônibus para transportar essa quantidade de pessoas na excursão.

20. Nos itens a seguir, todas as grandezas são diretamente proporcionais e as razões entre elas são constantes.

a) A razão entre a quantidade de carboidrato e a quantidade de arroz é dada por:

$$\frac{28{,}1}{100} = 0{,}281$$

Considerando x a quantidade de arroz para ingerir 365,3 g de carboidratos, temos:

$$\frac{365{,}3}{x} = 0{,}281$$

$$x = \frac{365{,}3}{0{,}281} = 1300$$

Portanto, uma pessoa deve consumir 1300 g de arroz para ingerir 365,3 g de carboidrato.

b) A razão entre a medida de energia e a quantidade de arroz é dada por:

$$\frac{128}{100} = 1{,}28$$

Considerando y a medida de energia presente em 500 g de arroz, temos:

$$\frac{y}{500} = 1{,}28$$

$$y = 500 \cdot 1{,}28 = 640$$

Portanto, em 500 g há 640 quilocalorias.

c) A razão entre a quantidade de proteína e a quantidade de batata-doce cozida é dada por:

$$\frac{0{,}6}{100} = 0{,}006$$

Considerando z a quantidade de proteína presente em 2 kg de batata-doce cozida, temos:

$$\frac{z}{2\,000} = 0{,}006$$

$$z = 2\,000 \cdot 0{,}006 = 12$$

Portanto, em 2 kg de batata-doce cozida há 12 g de proteína.

d) A razão entre a medida de energia e a quantidade de proteína é dada por:

$$\frac{128}{2{,}5} = 51{,}2$$

Considerando k a medida de energia presente em uma porção de arroz com 10 g de proteína, temos:

$$\frac{k}{10} = 51{,}2$$

$$k = 10 \cdot 51{,}2 = 512$$

Portanto, em uma porção de arroz com 10 g de proteína há 512 quilocalorias.

21. Nessa situação, verificamos que as grandezas são diretamente proporcionais e a razão entre a quantidade litros e o tempo é constante igual a:

$$\frac{2\,700}{1} = 2\,700$$

Considerando x a quantidade de litros de água desperdiçada durante 3 horas e 30 minutos (ou 3,5), temos:

$$\frac{x}{3{,}5} = 2\,700$$

$$x = 2\,700 \cdot 3{,}5 = 9\,450$$

Portanto, foram desperdiçados 9 450 L de água até a conclusão do reparo.

22. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Supondo, na atividade anterior, que a vazão seja 4 200 em 2 horas e 15 minutos e que o reparo da tubulação tenha demorado 6 horas e 45 minutos, determine quantos litros foram desperdiçados até a conclusão do reparo.

Resposta: Nessa situação, verificamos que as grandezas são diretamente proporcionais e a razão entre a quantidade de litros e o tempo é constante igual a $\frac{4\,200}{2{,}25}$.

Considerando x a quantidade de litros de água desperdiçada durante 6 horas e 45 minutos, temos:

$$\frac{x}{6{,}75} = \frac{4\,200}{2{,}25}$$

$$x = \frac{4\,200 \cdot 6{,}75}{2{,}25} = 12\,600$$

Portanto, foram desperdiçados 12 600 L de água até a conclusão do reparo.

23. Analisando as grandezas nessa situação, verificamos que elas são diretamente proporcionais e a razão entre as medidas da massa e do volume é constante igual a $\frac{66}{132} = \frac{1}{2}$.

Considerando x a medida da massa de um objeto cujo volume mede 150 cm³, temos:

$$\frac{x}{150} = \frac{1}{2}$$

$$2x = 150$$

$$x = \frac{150}{2} = 75$$

Portanto, a massa do objeto mede 75 g.

24. Resposta pessoal. Sugestão de problema:

A medida da massa de um objeto com certa densidade é 70 g, quando seu volume mede 210 cm³. Determine a medida da massa de outro objeto de mesma densidade, em que seu volume meça 300 cm³.

Resposta: As grandezas são diretamente proporcionais e a razão entre as medidas da massa e do volume é constante igual a $\frac{70}{210} = \frac{1}{3}$. Considere x a medida de massa desse objeto. Assim, temos:

$$\frac{x}{300} = \frac{1}{3}$$

$$3x = 300$$

$$x = \frac{300}{3}$$

$$x = 100$$

Portanto, a massa do objeto mede 100 g.

25. As grandezas são inversamente proporcionais e a razão entre a quantidade de máquinas e o inverso do tempo gasto é constante igual a:

$$\frac{2}{\frac{1}{12}} = 24$$

Considerando x a quantidade de máquinas para realizar o trabalho em 3 horas, temos:

$$3x = 24$$

$$x = 8$$

Portanto, são necessárias 8 máquinas para produzir a mesma quantidade de sapatos em 3 horas.

26. Resposta pessoal. Sugestão de problema:

Supondo, na situação da atividade anterior, que 6 máquinas produzem certa quantidade de pares de sapatos em 10 horas, quanto tempo levaria para que 15 máquinas produzissem essa mesma quantidade de pares?

Resposta: Nessa situação, verificamos que as grandezas são inversamente proporcionais e a razão entre a quantidade de máquinas e o inverso do tempo gasto é constante igual a:

$$\frac{6}{\frac{1}{10}} = 60$$

Considerando x o tempo em que 15 máquinas levariam para produzir essa quantidade de sapatos, temos:

$$15x = 60$$

$$x = 4$$

Portanto, essas máquinas levarão 4 horas para produzir a mesma quantidade de pares de sapatos.

27. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Se 10 pedreiros levam 2 dias para erguer um muro, quantos pedreiros seriam necessários para erguer o mesmo muro em 12 horas, considerando que todos tenham o mesmo ritmo de trabalho?

Resposta: Comparando as grandezas envolvidas nessa situação, verificamos que elas são inversamente proporcionais. Nesse caso, a razão entre a quantidade de pedreiros e o inverso da quantidade de dias é constante igual a:

$$\frac{10}{\frac{1}{2}} = 20$$

Considerando x a quantidade de pedreiros para erguer o muro em 0,5 dia, temos:

$$0{,}5 \cdot x = 20$$

$$x = \frac{20}{0{,}5} = 40$$

Portanto, seriam necessários 40 pedreiros para erguer o mesmo muro em 12 horas.

Questão 7. Se o valor a ser dividido fosse R$ 1250,00, então teríamos a seguinte razão:

$$\frac{1250}{40} = 31{,}25$$

Com isso, vamos determinar a quantia correspondente a cada filho.

- Armando:

$$\frac{x}{12} = 31{,}25$$

$$x = 12 \cdot 31{,}25 = 375$$

Portanto, Armando receberia R$ 375,00.

- Antônio:

$$\frac{y}{13} = 31{,}25$$

$$y = 13 \cdot 31{,}25 = 406{,}25$$

Portanto, Antônio receberia R$ 406,25.

- Amarildo:

$$\frac{z}{15} = 31{,}25$$

$$z = 15 \cdot 31{,}25 = 468{,}75$$

Portanto, Amarildo receberia R$ 468,75.

Questão 8. Se o valor a ser dividido fosse 1593, então teríamos a seguinte razão:

$$\frac{2\,340 \cdot 1\,593}{531} = 7\,020$$

Com isso, vamos determinar a quantia correspondente a cada filho.

- Armando:

$$\frac{x}{\frac{1}{12}} = 7\,020$$

$$x = \frac{7\,020}{12} = 585$$

Portanto, Armando receberia R$ 585,00.

- Antônio:

$$\frac{y}{\frac{1}{13}} = 7\,020$$

$$y = \frac{7\,020}{13} = 540$$

Portanto, Antônio receberia R$ 540,00.

- Amarildo:

$$\frac{y}{\frac{1}{15}} = 7\,020$$

$$z = \frac{7\,020}{15} = 468$$

Portanto, Amarildo receberia R$ 468,00.

Atividades

28. Considerando x e y os valores diretamente proporcionais a 2 e 3, respectivamente, temos:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x+y}{2+3} = \frac{x+y}{5} = \frac{150}{5} = 30$$

$$\frac{x}{2} = 30$$

Logo, $x = 60$.

$$\frac{y}{3} = 30$$

Logo, $y = 90$.

29. Considerando x e y os valores inversamente proporcionais a 2 e 3, respectivamente, temos:

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{x+y}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = \frac{x+y}{\frac{5}{6}} = \frac{6 \cdot 120}{5} = 144$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = 144$$

Logo, $x = 72$.

$$\frac{y}{\frac{1}{3}} = 144$$

Logo, $y = 48$.

30. Note que:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{9} = \frac{z}{12} = \frac{x+y+z}{5+9+12} = \frac{x+y+z}{26} = \frac{1768}{26} = 68$$

$$\frac{x}{5} = 68$$

Logo, $x = 340$.

$$\frac{y}{9} = 68$$

Logo, $y = 612$.

$$\frac{z}{12} = 68$$

Logo, $z = 816$.

Portanto, a alternativa correta é **c**.

31. Considerando x, y e z os valores que Marcos, Antônio e Camila vão receber, respectivamente, temos:

$$\frac{x}{1000} = \frac{y}{1200} = \frac{z}{1500} = \frac{x + y + z}{1000 + 1200 + 1500} =$$

$$= \frac{x + y + z}{3700} = \frac{9\,398}{3\,700} = 2{,}54$$

Com isso, vamos determinar a quantia correspondente a cada um deles.

• Marcos:

$\frac{x}{1000} = 2{,}54$

Logo, $x = 2\,540$.

• Antônio:

$\frac{y}{1200} = 2{,}54$

Logo, $y = 3\,048$.

• Camila:

$\frac{z}{1500} = 2{,}54$

Logo, $z = 3\,810$.

Portanto, Marcos vai receber R$ 2 540,00, Antônio vai receber R$ 3 048,00 e Camila, R$ 3 810,00.

32. Resposta pessoal. Sugestões de resposta:

• O gerente de uma empresa vai pagar aos seus funcionários um bônus de R$ 1200,00 de maneira proporcional à quantidade de horas extras trabalhadas por eles no último semestre. Pedro trabalhou 10 horas extras, Luan trabalhou 20 e Lívia, 30. Quantos reais cada um vai receber?

Resposta: Pedro vai receber R$ 200,00, Luan vai receber R$ 400,00 e Lívia vai receber R$ 600,00.

• O gerente de uma empresa vai pagar aos seus funcionários um bônus de R$ 1200,00 de maneira inversamente proporcional à quantidade de faltas que cada um teve no último semestre. Carmem teve 2 faltas e Daniel, 4. Quantos reais cada um deles vai receber?

Resposta: Carmem vai receber R$ 800,00 e Daniel, R$ 400,00.

33. Considerando x, y e z a parte correspondente a 2, 4 e 6, temos:

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{6}} = \frac{x + y + z}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{220}{\frac{6 + 3 + 2}{12}} = \frac{220}{\frac{11}{12}} = 240$$

$\frac{x}{\frac{1}{2}} = 240$

Logo, $x = 120$.

$\frac{y}{\frac{1}{4}} = 240$

Logo, $y = 60$.

$\frac{z}{\frac{1}{6}} = 240$

Logo, $z = 40$.

34. Considerando x, y e z as quantias que Anderson, Márcia e Gustavo vão receber, respectivamente, temos:

$$\frac{x}{12} = \frac{y}{9} = \frac{z}{11} = \frac{x + y + z}{12 + 9 + 11} = \frac{5\,795}{32}$$

Calculando os valores de x, y e z:

$\frac{x}{12} = \frac{5\,795}{32}$

Logo, $x \simeq 2\,173{,}13$.

$\frac{y}{9} = \frac{5\,795}{32}$

Logo, $y \simeq 1629{,}84$.

$\frac{z}{11} = \frac{5\,795}{32}$

Logo, $z \simeq 1992{,}03$.

Portanto, Anderson vai receber aproximadamente R$ 2 173,13, Márcia vai receber R$ 1629,84 e Gustavo, R$ 1992,03.

35. Considerando x, y e z as quantias que Marlene, Marcos e Marta vão receber, respectivamente, temos:

$$\frac{x}{\frac{1}{2\,300}} = \frac{y}{\frac{1}{2\,000}} = \frac{z}{\frac{1}{2\,700}} = \frac{x + y + z}{\frac{1}{2\,300} + \frac{1}{2\,000} + \frac{1}{2\,700}} =$$

$$= \frac{102\,920}{\frac{540 + 621 + 460}{1\,242\,000}} = \frac{102\,920}{\frac{1621}{1\,242\,000}} = \frac{1\,242\,000 \cdot 102\,920}{1621}$$

Com isso, vamos determinar a quantia correspondente a cada um deles.

• Marlene:

$\frac{x}{\frac{1}{2\,300}} = \frac{1\,242\,000 \cdot 102\,920}{1621}$

Logo, $x \simeq 34\,285{,}50$.

$\frac{y}{\frac{1}{2\,000}} = \frac{1\,242\,000 \cdot 102\,920}{1621}$

Logo, $y \simeq 39\,428{,}33$.

$\frac{z}{\frac{1}{2\,700}} = \frac{1\,242\,000 \cdot 102\,920}{1621}$

Logo, $y \simeq 29\,206{,}17$.

Portanto, Marlene vai receber R$ 34 285,50, Marcos vai receber R$ 39 428,33 e Marta, R$ 29 206,17.

Questão 9.

a) Determinando uma relação entre os ângulos de medidas $\widehat{b}$ e $\widehat{g}$, que são colaterais externos, temos:

Sabemos que $\widehat{f}$ e $\widehat{g}$ são suplementares, logo $\widehat{f} = 180° - \widehat{g}$.

Além disso, sabemos que os ângulos de medidas $\widehat{b}$ e $\widehat{f}$ são correspondentes, ou seja, $\widehat{b} = \widehat{f}$.

Portanto, $\widehat{b} = 180° - \widehat{g}$ e os ângulos de medidas $\widehat{b}$ e $\widehat{g}$ são suplementares.

b) Determinando uma relação entre os ângulos de medidas $\widehat{c}$ e $\widehat{e}$, que são alternos internos, temos:

Sabemos que $\widehat{a}$ e $\widehat{c}$ são opostos pelo vértice, logo $\widehat{a} = \widehat{c}$.

Além disso, sabemos que $\widehat{a}$ e $\widehat{e}$ são correspondentes, ou seja, $\widehat{a} = \widehat{e}$.

Portanto, $\widehat{c} = \widehat{e}$.

c) Determinando uma relação entre os ângulos de medidas $\widehat{b}$ e $\widehat{h}$, que são alternos externos, temos:

Sabemos que $\widehat{b}$ e $\widehat{f}$ são correspondentes, logo $\widehat{b} = \widehat{f}$.

Além disso, $\widehat{f}$ e $\widehat{h}$ são opostos pelo vértice, ou seja, $\widehat{h} = \widehat{f}$.

Portanto, $\widehat{h} = \widehat{b}$.

Atividades

36. a) Como os ângulos são opostos pelo vértice, temos:

$$10x - 5° = 105°$$
$$10x = 110°$$
$$x = 11°$$

b) Como os ângulos são opostos pelo vértice, temos:

$$3x - 64° = 50°$$
$$3x = 114°$$
$$x = 38°$$

c) Como os ângulos são opostos pelo vértice, temos:

$$7x + 100° = 21x + 2°$$
$$14x = 98°$$
$$x = 7°$$

d) Como os ângulos são opostos pelo vértice, temos:

$$2x + 10° = 180° - 2x$$
$$4x = 170°$$
$$x = 42{,}5°$$

37. a) Temos:

$$100° = y - 50°$$
$$y = 150°$$

Além disso:

$$3x + 5° = 180° - 100°$$
$$3x = 75°$$
$$x = \frac{75°}{3} = 25°$$

b) Temos:

$$4x + 12° = 6x - 48°$$
$$2x = 60°$$
$$x = 30°$$

Além disso:

$$5y + 13° = 180° - 132°$$
$$5y + 13° = 48°$$
$$5y = 35°$$
$$y = 7°$$

38. No paralelogramo, $AB = CD$ e $A\widehat{B}M = C\widehat{D}M$ e $B\widehat{A}M = D\widehat{C}M$.

Logo, os triângulos são congruentes pelo caso *ALA*.

Desse modo, $BM = MD$ e $AM = MC$.

Portanto, M é ponto médio das diagonais desse paralelogramo.

39. Substituindo os valores na igualdade dada, temos:

$$\frac{MN}{9} = \frac{14}{6}$$
$$6MN = 126$$
$$MN = 21$$

Logo, $MN = 21$ m.

40. a) $\frac{CB}{AB} = \frac{7}{13}$

b) Ao diminuir dois centímetros cada lado, temos $CB = 5$ cm e $AB = 11$ cm. Assim:

$$\frac{CB}{AB} = \frac{5}{11} \neq \frac{7}{13}.$$

Portanto, a razão não permanece a mesma.

41. a)

$$\frac{RS}{VX} = \frac{28}{AB}$$
$$\frac{8}{3} = \frac{28}{AB}$$
$$8AB = 84$$
$$AB = 10{,}5$$

Logo, $AB = 10{,}5$ cm.

b)

$$\frac{TU}{10} = \frac{VX}{AB}$$
$$\frac{7{,}5}{10} = \frac{3}{AB}$$
$$7{,}5AB = 30$$
$$AB = 4$$

Logo, $AB = 4$ cm.

c)

$$\frac{TU}{VX} = \frac{RS}{AB}$$
$$\frac{7{,}5}{3} = \frac{8}{AB}$$
$$7{,}5AB = 24$$
$$AB = 3{,}2$$

Logo, $AB = 3{,}2$ cm.

42. a)

$$\frac{12}{6} = \frac{18}{x+3}$$
$$2 = \frac{18}{x+3}$$
$$2 \cdot (x+3) = 18$$
$$2x + 6 = 18$$
$$2x = 12$$
$$x = 6$$

b)

$$\frac{4x-2}{x+2} = \frac{2}{3}$$
$$2 \cdot (x+2) = 3 \cdot (4 \cdot x - 2)$$
$$2x + 4 = 12x - 6$$
$$10x = 10$$
$$x = 1$$

c)

$$\frac{6}{4} = \frac{12}{x-3}$$
$$6 \cdot (x-3) = 48$$
$$6x - 18 = 48$$
$$6x = 66$$
$$x = 11$$

d)

$$\frac{1}{4} = \frac{2x+1}{x-3}$$
$$4 \cdot (2x+1) = x - 3$$
$$8x + 4 = x - 3$$
$$7x = -7$$
$$x = -1$$

43. Dos segmentos proporcionais, temos:

$$\frac{BC}{EF} = \frac{CD}{DE}$$
$$\frac{24}{18} = \frac{7x + 2}{13x + 4 - 18}$$
$$312x - 336 = 126x + 36$$
$$186x = 372$$
$$x = 2$$

Desse modo:

$$57 + 7x + 2 + 13x + 4 = 63 + 20 \cdot 2 = 103$$

Portanto, a medida da distância percorrida por Aline foi de 103 m.

Questão 10. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes realizem uma pesquisa sobre as contribuições para as ciências feitas por Tales de Mileto e compartilhem as informações obtidas com a turma.

Atividades

44. De acordo com o teorema de Tales, temos:

a) $\frac{MN}{NO} = \frac{QR}{RS}$

b) $\frac{MP}{MO} = \frac{QT}{QS}$

c) $\frac{MN}{MO} = \frac{QR}{QS}$

d) $\frac{NO}{OP} = \frac{RS}{ST}$

e) $\frac{NP}{NO} = \frac{RT}{RS}$

f) $\frac{NO}{MP} = \frac{RS}{QT}$

45. A. Se quaisquer dois segmentos de reta determinados em uma das retas transversais são proporcionais aos respectivos segmentos de reta determinados na outra reta transversal, essas duas retas são paralelas.

Analisando um exemplo, temos:

$$\frac{12}{15} = \frac{8}{10}$$
$$12 \cdot 10 = 15 \cdot 8$$
$$120 = 120$$

Portanto, as retas são paralelas.

B. Analisando os segmentos de retas, temos:

$$\frac{14}{6} \neq \frac{18}{9}$$

Portanto, as retas não são paralelas.

46. $\frac{AB}{BC} \neq \frac{DE}{EF}$, pois $\frac{13}{16} \neq \frac{40}{60}$.

Logo, as retas não são paralelas.

47. Como as retas são paralelas, temos:

$$\frac{4x - 7}{3x} = \frac{2}{5}$$
$$6x = 20x - 35$$
$$-14x = -35$$
$$x = \frac{35}{14} = \frac{5}{2}$$

Logo:

$$MN = 4x - 7 = 4 \cdot \frac{5}{2} - 7 = 3;$$
$$NO = 3x = 3 \cdot \frac{5}{2} = 7{,}5.$$

Podemos concluir que $MN = 3$ m e $NO = 7{,}5$ m.

48. Considerando x a medida do comprimento do muro, em metros, que Valquíria deve construir, Marcos deve construir $70 - x$. Como as retas são paralelas, temos:

$$\frac{35}{25} = \frac{x}{70 - x}$$
$$25x = 2\,450 - 35x$$
$$60x = 2\,450$$
$$x = \frac{245}{6} \simeq 40{,}8$$

Assim, sabendo que Valquíria deve construir aproximadamente 40,8 m, calculamos quantos metros de muro Marcos deve construir:

$$70 - x = 70 - 40{,}8 = 29{,}2$$

Portanto, Marcos deve construir aproximadamente 29,2 m de muro.

49. Como as retas são paralelas, temos:

$$\frac{3 + 2 + 4}{x + y + 3{,}3} = \frac{2}{3{,}3}$$
$$2 \cdot (x + y) + 6{,}6 = 29{,}7$$
$$2 \cdot (x + y) = 23{,}1$$
$$x + y = 11{,}55$$

Assim, para calcular a quantidade de tela que Patrícia utilizou, calculamos:

$$19{,}6 + 3 + 2 + 4 + 7{,}8 + 3{,}3 + 11{,}55 = 39{,}7 + 11{,}55 = 51{,}25$$

Portanto, Patrícia utilizou 51,25 m.

50. Para determinar o valor de a, analisamos os segmentos de reta nas retas p e q:

$$\frac{18}{a} = \frac{16}{12}$$
$$16a = 216$$
$$a = 13{,}5$$

Portanto, $a = 13{,}5$ m;

Para determinar o valor de b, analisamos os segmentos de reta nas retas p e q:

$$\frac{a}{b} = \frac{12}{20}$$
$$20a = 12b$$
$$20 \cdot 13{,}5 = 12b$$
$$270 = 12b$$
$$b = 22{,}5$$

Portanto, $b = 22{,}5$ m;

Para determinar o valor de c, analisamos os segmentos de reta nas retas o e q:

$$\frac{c}{15} = \frac{16}{12}$$
$$12c = 240$$
$$c = 20$$

Portanto, $c = 20$ m;

Para determinar o valor de d, analisamos os segmentos de reta nas retas o e q:

$$\frac{d}{15} = \frac{20}{12}$$
$$12d = 300$$
$$d = 25$$

Portanto, $d = 25$ m.

51. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Dadas as retas paralelas a, b e c nesta ordem, trace duas transversais s e t tais que:

- A seja interseção de s com a;
- B seja interseção de s com b;
- C seja interseção de s com c;
- D seja interseção de t com a;
- E seja interseção de t com b;
- F seja interseção de t com c.

Se $AC = 35$, $AB = 10$ e $DE = 7$, determine a medida de EF.

Resposta: $EF = 17,5$.

Questão 11. $\frac{BC}{2} = \frac{2,5 + 3,2}{2,5}$

$$\frac{BC}{2} = \frac{5,7}{2,5}$$

$$2,5BC = 11,4$$

$$BC = 4,56$$

Logo, $BC = 4,56$ cm.

Atividades

52. Em cada item, determinamos inicialmente a medida do comprimento do segmento desconhecido e, em seguida, calculamos a medida do perímetro:

A. $\frac{9}{11} = \frac{13,5}{EC}$

$$9EC = 148,5$$

$$EC = 16,5$$

Ou seja, $EC = 16,5$ m.

Logo, a medida do perímetro é dada por:

$$P = 9 + 11 + 25 + 16,5 + 13,5 = 75$$

Portanto, $P = 75$ m.

B. $\frac{9}{7,5} = \frac{6}{AD}$

$$9AD = 45$$

$$AD = 5$$

Ou seja, $AD = 5$ cm.

Logo, a medida do perímetro é $P = 9 + 7,5 + 5 + 6 + 8 = 35,5$.

Portanto, $P = 35,5$ cm.

C. $\frac{7}{5} = \frac{BD}{6}$

$$5BD = 42$$

$$BD = 8,4$$

Ou seja, $BD = 8,4$ cm.

Logo, a medida do perímetro dada por:

$$P = 14 + 7 + 5 + 6 + 8,4 = 40,4$$

Portanto, $P = 40,4$ cm.

53. Como P é ponto médio de AB, $AP = PB = 12,5$ cm. Assim:

$$\frac{15}{12,5} = \frac{QC}{12,5}$$

$$12,5QC = 187,5$$

$$QC = 15$$

Ou seja, $QC = 15$ m. Desse modo:

$$x = 75 - 15 - 15 - 12,5 - 12,5 = 20$$

Portanto, $x = 20$ m.

54. Temos:

$$\frac{OM}{OP} = \frac{ON}{OQ}$$

$$\frac{25}{OP} = \frac{25}{10}$$

$$25OP = 250$$

$$OP = 10$$

Ou seja, $OP = 10$ m.

Como $OM = OP + PM$, temos:

$$25 = 10 + PM$$

$$PM = 15$$

Portanto, $PM = 15$ m.

55. Considerando x a medida da distância entre a estátua e o poste, temos:

$$\frac{x}{3,4} = \frac{5,8}{4,2}$$

$$4,2x = 19,72$$

$$x \simeq 4,7$$

Portanto, a distância entre o poste e a estátua mede, aproximadamente, 4,7 m.

56. a) $\frac{AB}{18} = \frac{AC}{9}$

$$\frac{AB}{18} = \frac{12}{9}$$

$$9AB = 216$$

$$AB = 24$$

Ou seja, $AB = 24$ m.

b) Como $AB = 24$ e $AB = AE + EB$, temos:

$$24 = 2x + 18$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Logo, a medida do perímetro é dada por:

$P = 3 + 9 + 18 + 2 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 1 = 31 + 6 + 15 = 52$

Portanto, o perímetro mede 52 m.

57. a) $\frac{7,2}{8,8} = \frac{9}{x}$

$$7,2x = 79,2$$

$$x = 11$$

Ou seja, $x = 11$ m.

b) Como são 4 arames paralelos com comprimento medindo 11 metros cada, temos:

$$4 \cdot 11 \text{ m} = 44 \text{ m}$$

Portanto, Dirceu vai precisar de 44 m.

58. $75 + 65 + 50 = 190$. Com isso, determinamos os valores de a, b e c:

$$\frac{152}{a} = \frac{190}{75}$$

$$190a = 11400$$

$$a = 60$$

Ou seja, $a = 60$ m.

$$\frac{152}{b} = \frac{190}{65}$$
$$190b = 9\,880$$
$$b = 52$$

Ou seja, $b = 52$ m.

$$\frac{152}{c} = \frac{190}{50}$$
$$190c = 7\,600$$
$$c = 40$$

Ou seja, $c = 40$ m.

59. Como a área de ADE mede 2,16 m², temos:

$$\frac{AD \cdot 1{,}8}{2} = 2{,}16$$
$$AD = \frac{2 \cdot 2{,}16}{1{,}8} = 2{,}4$$

Ou seja, $AD = 2{,}4$ m;

Desse modo:

$$\frac{x + 3}{3} = \frac{4}{2{,}4}$$
$$2{,}4x + 7{,}2 = 12$$
$$2{,}4x = 4{,}8$$
$$x = 2$$

Portanto, $x = 2$ m.

60. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Considere o triângulo ABC com $\overline{ED}//\overline{BC}$, em que $\overline{AB}$ contém E e $\overline{AC}$ contém D. Se $AC = 20$, $DC = 5$ e $AE = 4$ (com todas as medidas dadas em metro), qual é a medida do comprimento de $\overline{EB}$?

Resposta: $EB = \frac{4}{3}$ m.

O que eu estudei?

1. a) Considerando x a medida da largura:

$$\frac{4}{0{,}18} = \frac{3}{x}$$
$$4x = 0{,}54$$
$$x = 0{,}135$$

Ou seja, $x = 0{,}135$ m.

Transformando essa medida em centímetros, temos:

$$0{,}135 \cdot 100 = 13{,}5$$

Logo, $x = 13{,}5$ cm.

b) Considerando y a medida do comprimento da cama na planta:

$$\frac{4}{0{,}18} = \frac{2}{y}$$
$$4y = 0{,}36$$
$$y = 0{,}09$$

Ou seja, $y = 0{,}09$ m.

Transformando essa medida em centímetros, temos:

$$0{,}09 \cdot 100 = 9$$

Logo, $y = 9$ cm.

Por fim, considerando z a medida da largura da cama na planta:

$$\frac{4}{0{,}18} = \frac{0{,}9}{z}$$
$$4z = 0{,}162$$
$$z = 0{,}0405$$

Ou seja, $z = 0{,}0405$.

Transformando essa medida em centímetros, temos:

$$0{,}0405 \cdot 100 = 4{,}05$$

Logo, $z = 4{,}05$ cm.

Portanto, as medidas das dimensões da cama de Renata são 9 cm por 4,05 cm.

2. Temos $4x + 5x = 36$. Assim:

$$9x = 36$$
$$x = 4$$

Logo, a quantidade de meninos é dada por:

$$4x = 4 \cdot 4 = 16$$

E a quantidade de meninas é dada por:

$$5x = 5 \cdot 4 = 20$$

Portanto, 16 meninos e 20 meninas fazem parte dessa turma.

3. 15 min correspondem a $\frac{15}{60}$ h. Com isso:

$$\frac{16}{\frac{15}{60}} \text{ km/h} = \frac{16 \cdot 60}{15} \text{ km/h} = 64 \text{ km/h}$$

Portanto, a medida da velocidade média nesse percurso é 64 km/h.

4. Considerando x e y os valores correspondentes a 4 e 5, respectivamente, temos:

$$\frac{x}{\frac{1}{4}} = \frac{y}{\frac{1}{5}} = \frac{x + y}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}} = \frac{180}{\frac{9}{20}} = 400$$

Com isso, obtemos os valores de x e y.

$$\frac{x}{\frac{1}{4}} = 400$$
$$x = \frac{400}{4} = 100;$$
$$\frac{y}{\frac{1}{5}} = 400$$
$$y = \frac{400}{5} = 80$$

Portanto, a parte inversamente proporcional ao número 4 é 100 e ao número 5 é 80.

5. Considerando x e y os valores correspondentes a Ana e a Rebeca, respectivamente, temos:

$$\frac{x}{7\,200} = \frac{y}{10\,800} = \frac{x + y}{7\,200 + 10800} = \frac{5400}{18\,000} = 0{,}3$$

Com isso, obtemos os valores de x e y.

$$\frac{x}{7\,200} = 0{,}3$$
$$x = 7\,200 \cdot 0{,}3 = 2160$$
$$\frac{y}{10\,800} = 0{,}3$$
$$y = 10\,800 \cdot 0{,}3 = 3\,240$$

Portanto, Ana deve receber R$ 2160,00 e Rebeca, R$ 3 240,00.

6. De acordo com a figura, temos:

$$\frac{63}{27} = \frac{x}{21}$$
$$27x = 1\,323$$
$$x = 49$$

Logo, $x = 49$ m.

7. 60 m + 45 m + 30 m = 135 m.

Considerando $A + B + C = 202{,}5$ m, temos:

$$\frac{135}{60} = \frac{202{,}5}{A}$$
$$135A = 12\,150$$
$$A = 90$$

Logo, $A = 90$ m.

$$\frac{135}{45} = \frac{202{,}5}{B}$$
$$135B = 9\,112{,}5$$
$$B = 67{,}5$$

Logo, $B = 67{,}5$ m.

$$\frac{135}{30} = \frac{202{,}5}{C}$$
$$135C = 6\,075$$
$$C = 45$$

Logo, $C = 45$ m.

Unidade 4 Semelhança de figuras

Questão 1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes façam visitas virtuais em alguns museus. Alguns deles são: o museu do Louvre na França, The National History Museum no Reino Unido e museu do Vaticano em Roma.

Atividades

1. a) A figura **2**, pois tem o mesmo formato e as mesmas medidas de dimensões.

   b) As figuras **2**, **3** e **4** representam ampliações da figura **1**, pois têm o mesmo formato, mas com medidas de dimensões maiores e proporcionais.

   c) As figuras **1**, **2** e **4** representam reduções da figura **3**, pois têm o mesmo formato, mas com medidas de dimensões menores e proporcionais.

   d) Sim, todas as figuras nessa malha são semelhantes, pois têm o mesmo formato e as medidas de quaisquer dois segmentos correspondentes são proporcionais.

2. a) A imagem **B** é uma reprodução da figura original, pois suas medidas de dimensões foram mantidas.

   b) A imagem **A** é uma ampliação da figura original, pois suas medidas de dimensões foram aumentadas proporcionalmente.

   c) A imagem **C** não manteve a proporção das medidas das dimensões da foto original. A medida de uma dimensão foi mantida e a medida de outra dimensão foi aumentada.

3. a) A figura **1** representa uma reprodução da figura original, pois tem as mesmas medidas de dimensões da figura original.

   b) A figura **4** representa uma redução da figura original, pois tem o mesmo formato da figura original, porém foi desenhada em uma malha com quadradinhos menores.

   c) As figuras **1** e **4** são semelhantes à figura original, pois têm o mesmo formato da figura original e os segmentos correspondentes têm medidas de comprimento proporcionais.

   d) As figuras **2** e **3** não são proporcionais à figura original, pois não têm o mesmo formato da figura original.

4. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes ampliem e reduzam a figura usando malhas quadriculadas com quadradinhos menores e maiores, respectivamente, mantendo proporção entre as medidas de comprimento dos segmentos correspondentes.

5. A. Todos os ângulos das figuras são retos e, assim, são congruentes. Desse modo, as figuras são semelhantes. Determinando a razão de semelhança, temos:

   $\frac{3}{2} = 1{,}5$

   B. Os ângulos correspondentes das figuras são congruentes. Determinando a razão de semelhança, temos:

   $\frac{2{,}5}{1{,}25} = \frac{3}{1{,}5} = 2$

   C. Dividindo as medidas de comprimento dos lados correspondentes das figuras, temos:

   $\frac{5}{3}$ e $\frac{3}{1{,}5} = 2$

   Como $\frac{5}{3} \neq 2$, os lados correspondentes dessas figuras não são proporcionais. Portanto, essas figuras não são semelhantes.

6. Utilizando régua e transferidor, obtemos as medidas do comprimento dos lados:

   A. medindo 3,7 cm e 2,6 cm, respectivamente. Além disso, os ângulos internos desses triângulos medem 60°. Desse modo, as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais e os ângulos correspondentes são congruentes. Portanto, os triângulos são semelhantes.

   B. do triângulo maior medindo 3,6 cm, 3,6 cm e 2,7 cm, enquanto os comprimentos dos lados do triângulo menor medem 2,3 cm, 2,3 cm e 1,5 cm. Ao dividirmos as medidas de comprimento dos lados correspondentes, temos:

   $\frac{3{,}6}{2{,}3} \simeq 1{,}6$ e $\frac{2{,}7}{1{,}5} = 1{,}8$.

   Como os lados correspondentes não têm medidas de comprimento proporcionais, os triângulos não são semelhantes.

   C. dos dois triângulos iguais a 2,3 cm, 2,3 cm e 3,2 cm e as medidas de seus ângulos internos iguais a 45°, 45° e 90°. Desse modo, as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais e os ângulos correspondentes são congruentes. Portanto, os triângulos são semelhantes.

7. a) Não. A figura **B** da atividade anterior é um exemplo de dois triângulos que não são semelhantes.

b) Sim. Os triângulos equiláteros são sempre semelhantes, visto que os ângulos internos são congruentes.

8. a) 4 retângulos.

b) Um retângulo tem dimensões medindo 18 cm × 10 cm, um retângulo tem dimensões medindo 10 cm × 9 cm e dois retângulos têm dimensões medindo 9 cm × 5 cm.

c) Não. Se considerarmos os retângulos com dimensões medindo 18 cm × 10 cm e 10 cm × 9 cm, ao dividirmos a medidas de comprimento dos lados correspondentes, temos:

$\frac{18}{10} = 1{,}8$ e $\frac{10}{9} \simeq 1{,}11$

Como $1{,}8 \neq 1{,}11$, os retângulos não são semelhantes.

d) Os retângulos cujas dimensões medem 18 cm × 10 cm e 9 cm × 5 cm são semelhantes. Dividindo as medidas de comprimento de seus lados correspondentes, temos:

$\frac{18}{9} = \frac{10}{5} = 2.$

Logo, esses retângulos são semelhantes.

Os dois retângulos cujas dimensões medem 9 cm × 5 cm são semelhantes, pois seus lados correspondentes têm as mesmas medidas de comprimento.

9. Indicamos por x a medida de comprimento dos lados do triângulo ABC e por y a medida de comprimento dos lados do triângulo DEF.

Logo, a medida do perímetro desses triângulos é $3x$ e $3y$, respectivamente.

Como a soma das medidas de comprimento dos perímetros desses triângulos é igual a 36 m, temos:

$3x + 3y = 36$

Além disso, a razão de semelhança entre esses triângulos é 2 : 1. Logo, $\frac{x}{y} = 2$ e, consequentemente, $x = 2y$. Substituindo x por $2y$ na equação $3x + 3y = 36$, temos:

$$\begin{aligned} 3x + 3y &= 36 \\ 3 \cdot 2y + 3y &= 36 \\ 6y + 3y &= 36 \\ 9y &= 36 \\ \frac{9y}{9} &= \frac{36}{9} \\ y &= 4 \end{aligned}$$

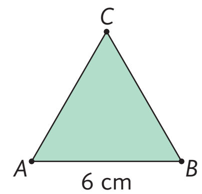
Como $x = 2y$, temos:

$x = 2 \cdot 4 = 8$

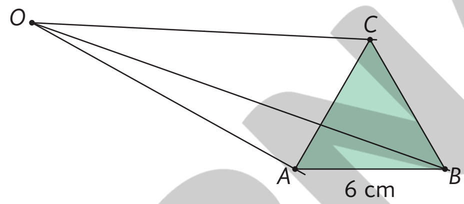
Portanto, os comprimentos dos lados dos triângulos ABC e DEF medem, respectivamente, 8 m e 4 m.

10. Os losangos não são semelhantes entre si, pois, mesmo tendo as medidas de comprimento dos respectivos lados proporcionais, eles não têm pares de ângulos internos congruentes. Os retângulos não são semelhantes, pois, mesmo tendo os respectivos ângulos internos congruentes, as medidas de comprimento dos seus lados correspondentes não são proporcionais.

11. a) Inicialmente, construímos um triângulo equilátero ABC em que os comprimentos dos lados medem 6 cm.

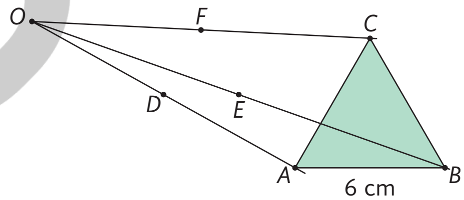


Em seguida, escolhemos o ponto O externo a esse triângulo e traçamos as semirretas com origem nesse ponto e que passam pelos vértices A, B e C.

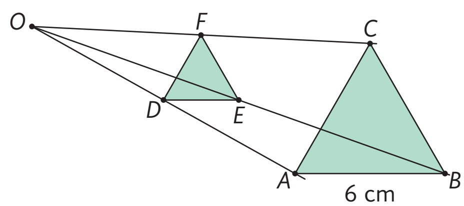


Marcamos os pontos D, E e F sobre as semirretas OA, OB e OC, respectivamente, de modo que $OD = \frac{1}{2} \cdot OA$, $OE = \frac{1}{2} \cdot OB$ e $OF = \frac{1}{2} \cdot OC$. Como consequência disso, os pontos D, E e F são pontos médios dos segmentos OA, OB e OC, respectivamente.

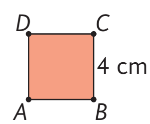
Utilizando o compasso, marcamos os pontos médios D, E e F dos segmentos $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$, respectivamente.



O triângulo DEF é um triângulo equilátero com comprimento de lado medindo 3 cm, obtido por meio de homotetia.

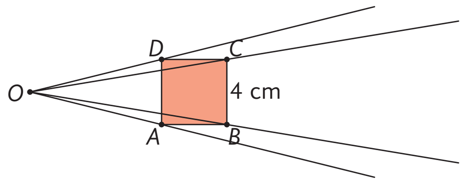


b) Construindo primeiro um quadrado $ABCD$ com comprimento de lado medindo 4 cm, temos:



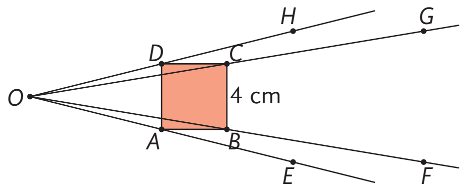
ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Escolhemos um ponto O externo a esse quadrado e, em seguida, traçamos as semirretas com origem nesse ponto e que passam pelos vértices A, B, C e D.

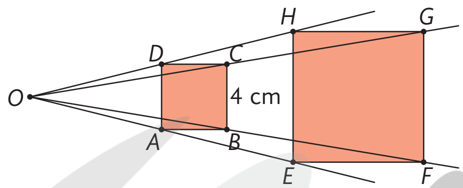


Marcamos os pontos E, F, G e H sobre as semirretas OA, OB, OC e OD, respectivamente, de modo que $OE = 2 \cdot OA$, $OF = 2 \cdot OB$, $OG = 2 \cdot OC$ e $OH = 2 \cdot OD$.

Usando um compasso, com abertura igual à medida de comprimento de $\overline{OA}$ e ponta-seca em A, marcamos o ponto E sobre a semirreta OA. Com abertura igual à medida de comprimento de $\overline{OB}$ e ponta-seca em B, marcamos o ponto F sobre a semirreta OB. Com abertura igual à medida de comprimento de $\overline{OC}$ e ponta-seca em C, marcamos o ponto G sobre a semirreta OC. E com abertura igual à medida de comprimento de $\overline{OD}$ e ponta-seca em D, marcamos o ponto H sobre a semirreta OD.



Agora, ligamos os pontos, E F, G e H, obtendo um quadrado $EFGH$ cujo comprimento dos lados mede 8 cm e que foi obtido por meio de homotetia.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

12. a) Indicando por P, Q e R o vértice de um dos lados de cada hexágono A, B e C, respectivamente, temos:

$OP = 4$ cm, $OQ = 8$ cm e $OR = 14$ cm

Como o comprimento dos lados do hexágono **A** mede 1 m e $OQ = 2 \cdot OP$, a razão de semelhança entre eles é 2 : 1. Logo, o comprimento dos lados do hexágono B mede 2 m.

Do mesmo modo, como $OR = 3{,}5 \cdot OP$, a razão de semelhança entre eles é 3,5. Logo, o comprimento dos lados do hexágono C mede 3,5 m.

b) Usando o mesmo raciocínio do item anterior, temos:

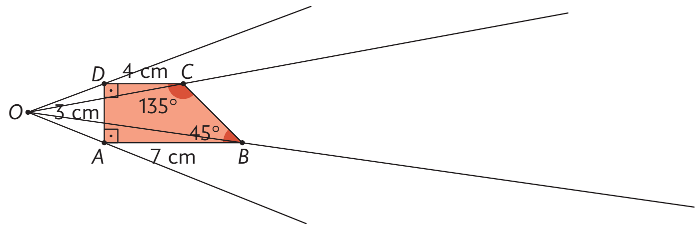
$OP = \frac{1}{2} \cdot OQ$

Assim, a razão de redução é $\frac{1}{2} = 0{,}5$.

c) Do item **a**, temos $OR = 3{,}5 \cdot OP$.

Assim, a razão de ampliação é $\frac{14}{4}$ ou $\frac{7}{2} = 3{,}5$.

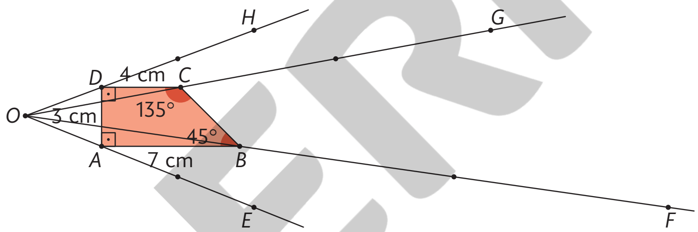
13. A. Escolhemos um ponto O qualquer externo ao trapézio $ABCD$ e traçamos semirretas com origem em O e que passam pelos vértices A, B, C e D.



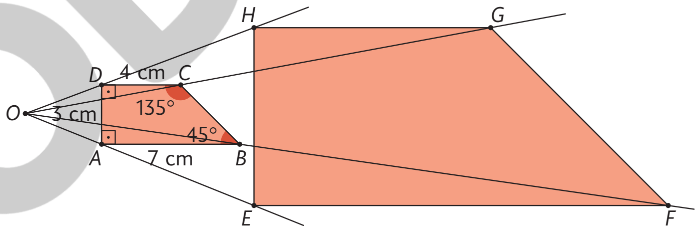
Como a razão de ampliação é 3 : 1, devemos marcar pontos E, F, G e H sobre as semirretas OA, OB, OC e OD, respectivamente, tais que $OE = 3 \cdot OA$, $OF = 3 \cdot OB$, $OG = 3 \cdot OC$ e $OH = 3 \cdot OD$.

Para marcar o ponto E, usando um compasso com abertura igual à medida de comprimento de $\overline{OA}$ e ponta-seca em A, marcamos um ponto sobre a semirreta OA. Mantendo a abertura do compasso e com a ponta-seca nesse ponto, marcamos outro ponto na semirreta OA, que será o ponto E.

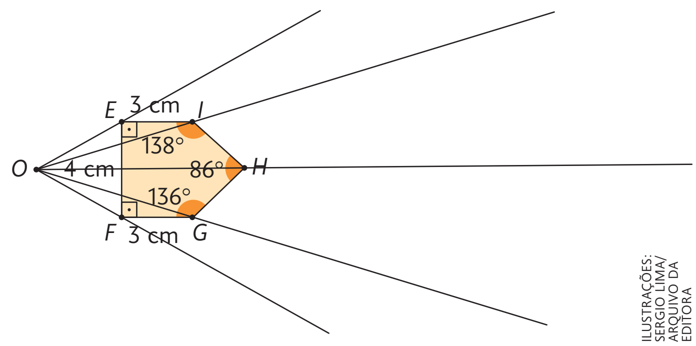
Do mesmo modo, marcamos os pontos F, G e H.



Ligando os pontos E, F, G e H, obtemos o trapézio $EFGH$, que é uma ampliação do trapézio $ABCD$ na razão de semelhança 3 : 1.



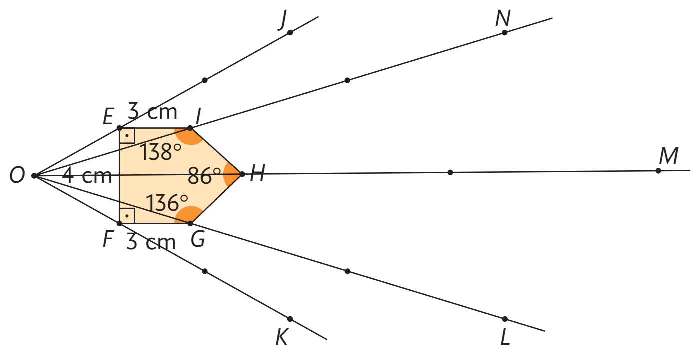
B. Escolhemos um ponto O qualquer externo ao pentágono $EFGHI$ e traçamos semirretas com origem em O e que passam pelos pontos E, F, G, H e I.



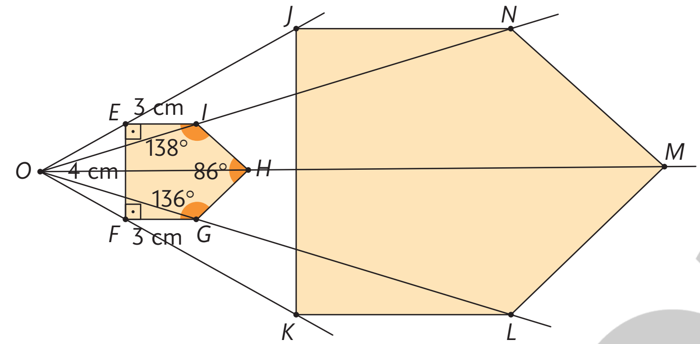
ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Como a razão de ampliação é 3 : 1, marcamos os pontos J, K, L, M e N sobre as semirretas OE, OF, OG, OH e OI, respectivamente, tais que $OJ = 3 \cdot OE$, $OK = 3 \cdot OF$, $OL = 3 \cdot OG$, $OM = 3 \cdot OH$ e $ON = 3 \cdot OI$.

Para marcar o ponto *J*, usando um compasso com abertura igual à medida de comprimento de $\overline{OE}$ e ponta-seca em *E*, marcamos um ponto sobre a semirreta *OE*. Mantendo a abertura do compasso e com a ponta-seca nesse ponto, marcamos outro ponto na semirreta *OE* que será o ponto *J*. Do mesmo modo, marcamos os pontos *K*, *L*, *M* e *N*.

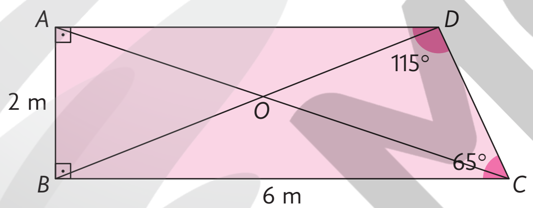


Em seguida, ligamos os pontos *J*, *K*, *L*, *M* e *N*, obtendo o pentágono *JKLMN*, que é uma ampliação do pentágono *EFGHI* na razão de semelhança 3 : 1.

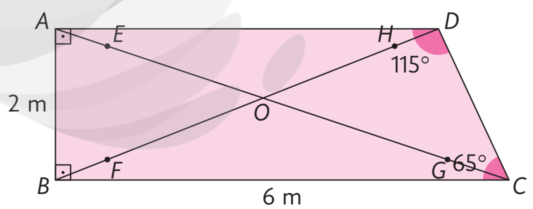


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

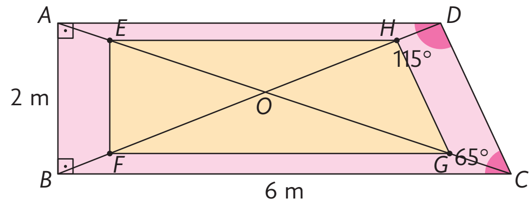
14. A. Inicialmente, marcamos os vértices *A*, *B*, *C* e *D* do trapézio e traçamos suas diagonais marcando o ponto *O*.



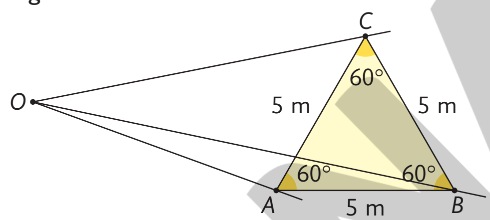
Com auxílio de uma régua e um compasso, marcamos os pontos *E*, *F*, *G* e *H* sobre os segmentos *OA*, *OB*, *OC* e *OD* de maneira que $OE = 0{,}75 \cdot OA$, $OF = 0{,}75 \cdot OB$, $OG = 0{,}75 \cdot OC$ e $OH = 0{,}75 \cdot OD$.



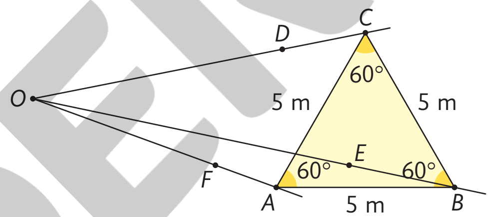
Em seguida, ligamos os pontos *E*, *F*, *G* e *H* do trapézio *EFGH* obtendo uma redução do trapézio *ABCD* na razão de semelhança 1 : 4.



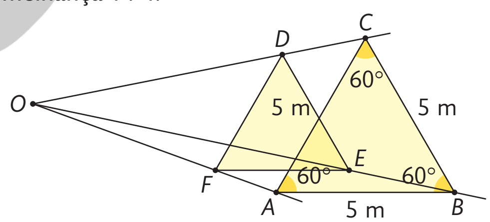
B. Nomeando os vértices *A*, *B* e *C* do triângulo, marcamos um ponto *O* externo ao triângulo e traçamos semirretas com origem nesse ponto e que passam pelos vértices do triângulo.



Com auxílio de régua e compasso, marcamos os pontos *D*, *E* e *F* sobre as semirretas *OA*, *OB* e *OC*, de modo que satisfaça $OD = 0{,}75 \cdot OA$, $OE = 0{,}75 \cdot OB$ e $OF = 0{,}75 \cdot OC$.



Por fim, ligamos os pontos *D*, *E* e *F*, obtendo o triângulo *DEF*, que é uma redução do triângulo *ABC* na razão de semelhança 1 : 4.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

15. A. No triângulo *ABC* temos $AC = 2{,}3$ cm e no triângulo $A_1B_1C_1$ temos $A_1C_1 = 4{,}6$ cm. Assim:

$$\frac{4{,}6}{2{,}3} = 2$$

Logo, a razão de semelhança da homotetia é igual a 2.

B. No retângulo *ABCD* temos $AB = 1{,}6$ cm e no retângulo $A_1B_1C_1D_1$ temos $A_1B_1 = 4$ cm. Assim:

$$\frac{4}{1{,}6} = 2{,}5$$

Logo, a razão de semelhança da homotetia é igual a 2,5.

C. No retângulo *ABCD* temos $AB = 2{,}3$ cm e no retângulo $A_1B_1C_1D_1$ temos $A_1B_1 = 3{,}4$ cm. Assim:

$$\frac{3{,}4}{2{,}3} \simeq 1{,}5$$

Logo, a razão de semelhança da homotetia é aproximadamente 1,5.

16. A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°. Desse modo:

med $(A\widehat{C}B) = 74°$, pois $180° - 53° - 53° = 74°$

med $(D\widehat{E}F) = 53°$, pois $180° - 53° - 74° = 53°$

Logo, med $(A\widehat{B}C)$ = med $(D\widehat{E}F) = 53°$,

med $(A\widehat{C}B)$ = med $(D\widehat{F}E) = 74°$ e

med $(B\widehat{A}C)$ = med $(E\widehat{D}F) = 53°$.

Portanto, pelo caso de semelhança *AAA*, temos $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

Além disso, os triângulos são isósceles, com $AC = BC = 5$ cm e $DE = EF = 3{,}75$ cm. Como os lados $\overline{AC}$ e $\overline{DF}$ são correspondentes, temos:

$$\frac{5}{3{,}75} = \frac{4}{3}$$

Portanto, os triângulos são semelhantes com razão de semelhança $\frac{4}{3}$.

17. a) A medida de comprimento dos lados do triângulo *ABC* é igual a 2,7 cm e a medida de comprimento dos lados do triângulo *BDE* é igual a 4,1 cm. Desse modo, os triângulos são equiláteros, pois polígonos regulares com a mesma quantidade de lados são sempre semelhantes entre si.

b) Calculando a razão de semelhança entre os triângulos *ABC* e *BDE*, temos:

$$\frac{4{,}1}{2{,}7} = \frac{41}{27}$$

18. a) Sim, os triângulos *ABC* e *DEF* são semelhantes, pois eles têm dois pares de ângulos correspondentes congruentes.

b) Como no item anterior a resposta foi afirmativa:

- temos $AB = 24$ cm, $DE = 18$ cm. Como esses lados são correspondentes, calculando a razão de semelhança entre os triângulos *ABC* e *DEF*, temos:
$$\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$
- os triângulos *ABC* e *DEF* são semelhantes pelo caso de semelhança *AAA*, pois têm dois pares de ângulos correspondentes congruentes.

19. Os triângulos das figuras **A** e **D** são semelhantes pelo caso de semelhança *AAA*, pois têm dois pares de ângulos congruentes que medem 60°.

Considerando as medidas de comprimento dos lados dos triângulos das figuras **B** e **E**, temos:

$$\frac{2{,}5}{5} = \frac{2{,}4}{4{,}8} = \frac{4}{8} = 0{,}5$$

Logo, esses triângulos são semelhantes pelo caso *LLL*.

Considerando os lados dos ângulos retos nos triângulos das figuras **C** e **F**, temos:

$$\frac{3}{4} = \frac{4{,}5}{6} = 0{,}75$$

Logo, esses triângulos são semelhantes pelo caso de semelhança *LAL*.

20. Como os triângulos são semelhantes, os lados:

A. $\overline{GH}$ e $\overline{JK}$ são correspondentes. Calculando a razão de semelhança dos triângulos *GHI* e *JKL*, temos:

$$\frac{3{,}6}{4{,}5} = 0{,}8$$

Além disso, os lados $\overline{GI}$ e $\overline{JL}$ também são correspondentes. Assim:

$$\frac{x}{5} = 0{,}8$$
$$x = 5 \cdot 0{,}8$$
$$x = 4$$

Portanto, $x = 4$ m.

B. $\overline{MN}$ e $\overline{PQ}$ são correspondentes. Calculando a razão de semelhança dos triângulos *MNO* e *PQR*, temos:

$$\frac{3{,}6}{6} = 0{,}6$$

Como o triângulo *PQR* é isósceles com base *PQ*, temos: $QR = PR = x$.

Além disso, os lados $\overline{MO}$ e $\overline{PR}$ também são correspondentes. Assim:

$$\frac{x}{6{,}5} = 0{,}6$$
$$x = 6{,}5 \cdot 0{,}6$$
$$x = 3{,}9$$

Portanto, $x = 3{,}9$ m.

C. $\overline{AC}$ e $\overline{ED}$ são correspondentes. Calculando a razão de semelhança dos triângulos *ABC* e *DEF*, temos:

$$\frac{4{,}5}{3} = 1{,}5$$

Além disso, os lados $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$ também são correspondentes. Assim:

$$\frac{x}{4{,}6} = 1{,}5.$$
$$x = 4{,}6 \cdot 1{,}5$$
$$x = 6{,}9$$

Portanto, $x = 6{,}9$ m.

21. A. Os lados que medem 8 m e 5 m são correspondentes. Assim, calculando a razão de semelhança desses triângulos, temos:

$$\frac{8}{5} = 1{,}6$$

Os lados cujos comprimentos medem 6,4 m e *x* são correspondentes. Desse modo, temos:

$$\frac{6{,}4}{x} = 1{,}6$$
$$x \cdot \frac{6{,}4}{x} = 1{,}6 \cdot x$$
$$6{,}4 = 1{,}6x$$
$$\frac{6{,}4}{1{,}6} = \frac{1{,}6x}{1{,}6}$$
$$4 = x$$

Logo, $x = 4$ m.

Além disso, os lados que medem *y* e 3 m são correspondentes. Assim:

$$\frac{y}{3} = 1{,}6$$
$$3 \cdot \frac{y}{3} = 3 \cdot 1{,}6$$
$$y = 4{,}8$$

Portanto, $y = 4{,}8$ m.

B. Os lados cujos comprimentos medem 5 m e 3,5 m são correspondentes. Calculando a razão de semelhança desses triângulos, temos:

$\frac{3{,}5}{5} = 0{,}7$

Os lados que medem x e 3,5 m são correspondentes. Desse modo:

$$\frac{x}{3{,}5} = 0{,}7$$
$$3{,}5 \cdot \frac{x}{3{,}5} = 3{,}5 \cdot 0{,}7$$
$$x = 2{,}45$$

Logo, $x = 2{,}45$ m.

Além disso, os lados cujos comprimentos medem 3 m e y são correspondentes, assim:

$$\frac{3}{y} = 0{,}7$$
$$y \cdot \frac{3}{y} = 0{,}7 \cdot y$$
$$3 = 0{,}7y$$
$$\frac{3}{0{,}7} = \frac{0{,}7y}{0{,}7}$$
$$y \simeq 4{,}3$$

Portanto, $y \simeq 4{,}3$ m.

22. Na semelhança dos triângulos ABC e EDC, os lados $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$ são correspondentes. Desse modo, $AB = 3$ cm e $DE = 1{,}5$ cm. Para obter a razão de semelhança desses triângulos, calculamos:

$\frac{3}{1{,}5} = 2$

Além disso, os lados $\overline{BC}$ e $\overline{DC}$ também são correspondentes, assim, como $BC = 5$ cm, então:

$$\frac{5}{DC} = 2$$
$$DC \cdot \frac{5}{DC} = 2 \cdot DC$$
$$5 = 2 \cdot DC$$
$$\frac{5}{2} = \frac{2 \cdot DC}{2}$$
$$2{,}5 = DC$$

Portanto, $DC = 2{,}5$ cm.

23. Na semelhança dos triângulos MEU e REI, os lados $\overline{MU}$ e $\overline{RI}$ são correspondentes. Com isso, e pelo fato de $MU = 15$ cm e $RI = 45$ cm, para obter a razão de semelhança desses triângulos, fazemos:

$\frac{45}{15} = 3$

Além disso, os lados $\overline{ME}$ e $\overline{RE}$ também são correspondentes. Assim:

$$\frac{RE}{12} = 3$$
$$12 \cdot \frac{RE}{12} = 3 \cdot 12$$
$$RE = 36$$

Logo, o comprimento do lado $\overline{RE}$ mede 36 cm.

Portanto, a alternativa correta é a **d**.

O que eu estudei?

1. A. Um dos lados do polígono **1**, cujo comprimento mede 8,2 cm, é correspondente ao lado do polígono **2**, cujo comprimento mede 4,1 cm. Como os polígonos são semelhantes, para obter a razão de semelhança, calculamos:

$\frac{8{,}2}{4{,}1} = 2$

Logo, o lado do polígono **2** correspondente ao lado do polígono **1**, cujo comprimento mede 6,4 cm, tem medida de comprimento igual a 3,2 cm, pois $\frac{6{,}4}{2} = 3{,}2$.

O lado do polígono **2** correspondente ao lado do polígono **1**, cujo comprimento mede 4,4 cm, tem medida de comprimento igual a 2,2 cm, pois $\frac{4{,}4}{2} = 2{,}2$.

O lado do polígono **1** correspondente ao lado do polígono **2**, cujo comprimento mede 3,8 cm, tem medida de comprimento igual a 7,6 cm, pois $2 \cdot 3{,}8 = 7{,}6$.

Calculando a medida do perímetro desses polígonos, temos:

Polígono **1**:

$4{,}4 + 6{,}4 + 8{,}2 + 7{,}6 = 26{,}6$

Logo, o perímetro mede 26,6 cm.

Polígono **2**:

$3{,}2 + 2{,}2 + 3{,}8 + 4{,}1 = 13{,}3$

Logo, o perímetro mede 13,3 cm.

B. Os polígonos **1** e **2** são paralelogramos. Além disso, os lados opostos de um paralelogramo são congruentes e a razão de ampliação é igual a 2 : 1. Então, as medidas de comprimento dos lados que estão faltando no polígono **1** são 3 cm e 4,8 cm e as medidas de comprimento dos lados que estão faltando no polígono **2** são 1,5 cm e 2,4 cm.

Assim, calculamos a medida do perímetro do polígono **1** e a medida do perímetro do polígono **2**.

Polígono **1**:

$2 \cdot 3 + 2 \cdot 4{,}8 = 15{,}6$

Polígono **2**:

$2 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 2{,}4 = 7{,}8$

Portanto, o perímetro do polígono **1** mede 15,6 cm e o perímetro do polígono **2** mede 7,8 cm.

2. a) Sim. Quaisquer dois polígonos regulares com a mesma quantidade de lados são semelhantes, pois seus ângulos internos são congruentes.

b) Para obter a razão de semelhança entre eles, calculamos:

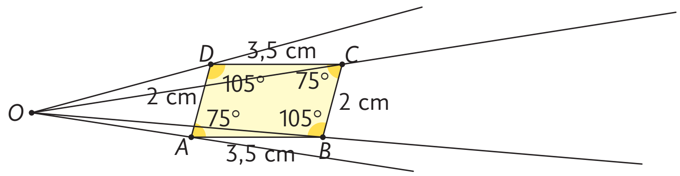
$\frac{6{,}5}{5{,}2} = 1{,}25$

c) O perímetro do hexágono **A** mede 39 dm, pois $6 \cdot 6{,}5 = 39$, e o perímetro do polígono **B** mede 31,2 dm, pois $6 \cdot 5{,}2 = 31{,}2$.

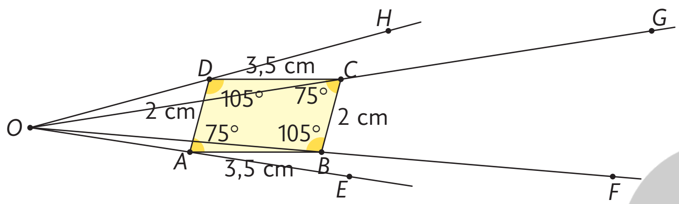
Portanto, a razão da medida do perímetro dos polígonos é $\frac{39}{31{,}2} = 1{,}25$.

d) Sim, as razões obtidas nos itens **b** e **c** são iguais a 1,25. Isso acontece com todos os polígonos regulares semelhantes. De fato, se os polígonos regulares têm *n* lados, em que os lados de um medem *a* e os lados do outro medem *b*, a razão de semelhança do primeiro polígono em relação ao segundo polígono é igual a $\frac{a}{b}$.
Portanto, a razão de semelhança entre os polígonos regulares é igual à razão de semelhança entre as medidas de seus perímetros.

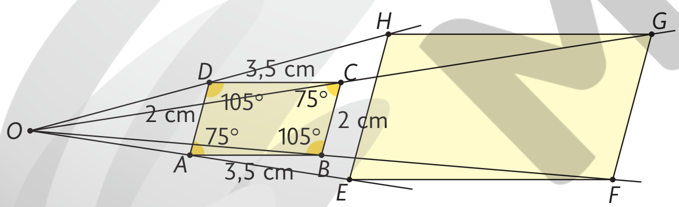
3. A. Escolhemos um ponto *O* qualquer externo ao paralelogramo *ABCD* e traçamos semirretas com origem em *O* e que passam por *A*, *B*, *C* e *D*.



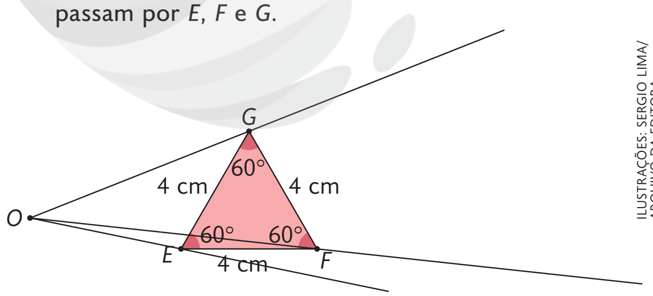
Como a razão de ampliação é 2 : 1, marcamos pontos *E*, *F*, *G* e *H* sobre as semirretas *OA*, *OB*, *OC* e *OD*, respectivamente, tais que $OE = 2 \cdot OA$, $OF = 2 \cdot OB$, $OG = 2 \cdot OC$ e $OH = 2 \cdot OD$.
Usando um compasso com abertura igual à medida de $\overline{OA}$ e ponta-seca em *A*, marcamos o ponto *E* sobre a semirreta *OA*. De modo semelhante, marcamos os pontos *F*, *G* e *H*.



Agora, ligamos os pontos *E*, *F*, *G* e *H*.
O paralelogramo *EFGH* é uma ampliação do paralelogramo *ABCD* na razão de semelhança 2 : 1.

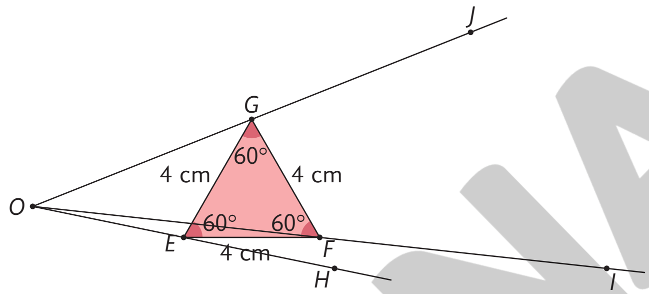


B. Escolhemos um ponto *O* qualquer externo ao triângulo *EFG* e traçamos as semirretas com origem em *O* e que passam por *E*, *F* e *G*.

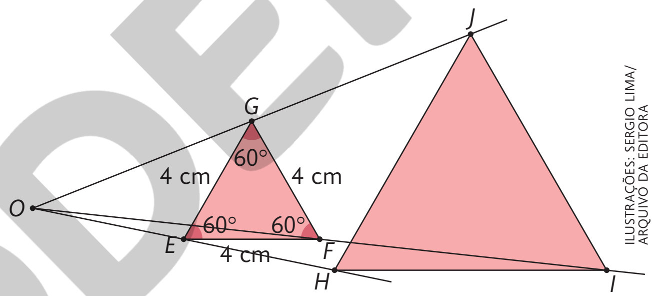


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Como a razão de ampliação é igual a 2, marcamos pontos *H*, *I* e *J* sobre as semirretas *OE*, *OF* e *OG*, respectivamente, tais que $OH = 2 \cdot OE$, $OI = 2 \cdot OF$ e $OJ = 2 \cdot OG$.
Usando um compasso com abertura igual à medida de $\overline{OE}$ e ponta-seca em *E*, marcamos o ponto *H* sobre a semirreta *OE*. De modo semelhante, marcamos os pontos *I* e *J*.



Agora, ligamos os pontos *H*, *I* e *J*.
O triângulo *HIJ* é uma ampliação do triângulo *EFG* na razão de semelhança 2 : 1.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

4. A. No primeiro triângulo, os lados do ângulo que mede 40° têm medidas de comprimento iguais a 4,5 cm e, no segundo triângulo, os lados do ângulo que mede 40° apresentam medidas de comprimento iguais a 4,5 cm e 5 cm.
Desse modo, os lados desses triângulos não são proporcionais e, portanto, os triângulos não são semelhantes.

B. Calculando as razões dos lados correspondentes dos triângulos, temos:

$$\frac{3{,}75}{5} = \frac{2{,}25}{3} = \frac{5{,}25}{7} = 0{,}75.$$

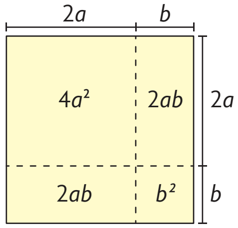
Logo, os triângulos são semelhantes pelo caso *LLL* de semelhança de triângulos.

C. A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°. Assim, a medida do ângulo desconhecida do primeiro triângulo é igual a 95°, pois $180° - 37° - 48° = 95°$.
Como consequência disso, os triângulos têm dois pares de ângulos congruentes e, portanto, os triângulos são semelhantes pelo caso *AAA* de semelhança de triângulos.

Unidade 5 Produtos notáveis, fatoração de polinômios e equações do 2º grau

Atividades

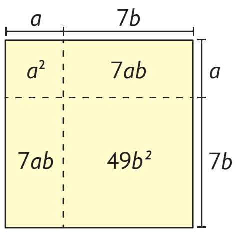
1. a) Considerando um quadrado com o comprimento do lado medindo $2a + b$, temos:



Logo, $(2a + b)^2$ representa a medida da área desse quadrado, que, pela figura geométrica, é igual a $4a^2 + 2ab + 2ab + b^2$.

Portanto, $(2a + b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$.

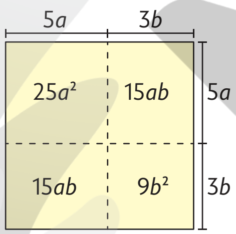
b) Considerando um quadrado com o comprimento do lado medindo $a + 7b$, temos:



Portanto, $(a + 7b)^2$ representa a medida da área desse quadrado, que, pela figura geométrica, é igual a: $a^2 + 7ab + 7ab + 49b^2$

Portanto, $(a + 7b)^2 = a^2 + 14ab + 49b^2$.

c) Considerando um quadrado com o comprimento do lado medindo $5a + 3b$, temos:



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

Logo, $(5a + 3b)^2$ representa a medida da área desse quadrado, que, pela figura geométrica, é igual a $25a^2 + 15ab + 15ab + 9b^2$.

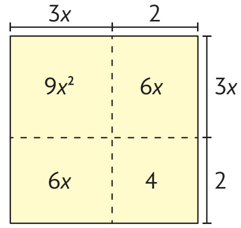
Portanto, $(5a + 3b)^2 = 25a^2 + 30ab + 9b^2$.

2. Calculando o trinômio que representa a medida da área de cada um dos quadrados, temos:

A. $(a + 6b)^2 = (a)^2 + 6ab + 6ab + (6b)^2 = a^2 + 12ab + 36b^2$
Portanto, a medida da área desse quadrado é igual a $(a + 6b)^2 = a^2 + 12ab + 36b^2$.

B. $(2a + b)^2 = (2a)^2 + 2ab + 2ab + (b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$
Portanto, a medida da área desse quadrado é igual a $(2a + b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$.

3. Considerando um quadrado com o comprimento do lado medindo $3x + 2$, temos:



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Logo, $(3x + 2)^2$ representa a medida da área desse quadrado, que, pela figura geométrica, é igual a $9x^2 + 6x + 6x + 4$. Portanto, $(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$.

4. Desenvolvendo os produtos notáveis e substituindo cada ■ pelo valor adequado, temos:

a) 25, pois $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$.

b) $8x$, pois $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$.

c) $9x^2$, pois $(3x + 6)^2 = 9x^2 + 36x + 36$.

d) x^2, pois $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

e) $20x$, pois $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$.

f) $4x^2$, pois $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$.

5. Escrevendo os produtos notáveis na forma de trinômio quadrado perfeito, temos:

a) $(x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1) = x^2 + 2x + 1$.

b) $(9x + 4)^2 = (9x + 4)(9x + 4) = 81x^2 + 72x + 16$.

c) $(x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2) = x^2 + 4x + 4$.

d) $(3x + 7)^2 = (3x + 7)(3x + 7) = 9x^2 + 42x + 49$.

e) $\left(6x + \frac{3}{4}\right)^2 = \left(6x + \frac{3}{4}\right)\left(6x + \frac{3}{4}\right) = 36x^2 + 9x + \frac{9}{16}$.

6. Desenvolvendo os produtos notáveis e substituindo cada ■ pelo valor adequado, temos:

a) $4a^2$, pois $(2a - b)^2 = (2a - b)(2a - b) = 4a^2 - 4ab + b^2$.

b) a^2 e $6ab$, pois $(a - 3b)^2 = (a - 3b)(a - 3b) = a^2 - 6ab + 9b^2$.

c) $9a^2$, $6ab$ e b^2, pois
$(3a - b)^2 = (3a - b)(3a - b) = 9a^2 - 6ab + b^2$.

7. Desenvolvendo os produtos notáveis e utilizando a regra do quadrado da diferença de dois termos, temos:

a) $(a - 5b)^2 = (a - 5b)(a - 5b) = a^2 - 10ab + 25b^2$.

b) $(4a - 5b)^2 = (4a - 5b)(4a - 5b) = 16a^2 - 40ab + 25b^2$.

c) $(3a - 4b)^2 = (3a - 4b)(3a - 4b) = 9a^2 - 24ab + 16b^2$.

d) $(7a - b)^2 = (7a - b)(7a - b) = 49a^2 - 14ab + b^2$.

8. Simplificando cada uma das expressões, temos:

a) $(2a + b)^2 + (a - 3b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2 + a^2 - 6ab + 9b^2$
Logo, $(2a + b)^2 + (a - 3b)^2 = 5a^2 - 2ab + 10b^2$.

b) $3x(2-3y)^2+(4x-5y)^2=$
$=3x(4-12y+9y^2)+16x^2-40xy+25y^2$
Logo, $3x(2-3y)^2+(4x-5y)^2=$
$=12x-76xy+27xy^2+16x^2+25y^2$.

9. a) A medida do comprimento do lado do quadrado amarelo é igual a $y-2x$.
Assim, a medida da área desse quadrado é igual a $(y-2x)^2=y^2-4xy+4x^2$.
Portanto, é um trinômio quadrado perfeito.

b) Para $x=2$ cm e $y=10$ cm, a medida da área:
- de cada retângulo roxo
$(y-2x)\cdot 2x=(10-2\cdot 2)\cdot 2\cdot 2=6\cdot 4=24$, ou seja, 24 cm²;
- do quadrado verde
$(2x)^2=(2\cdot 2)^2=4^2=16$, ou seja, 16 cm²;
- do quadrado amarelo
$(y-2x)^2=(10-2\cdot 2)^2=6^2=36$, ou seja, 36 cm².

c) Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Qual é a medida da área do quadrado verde? Resposta: 36 cm².

10. Desenvolvendo os produtos notáveis e substituindo cada ■ pelo valor adequado, temos:
a) x^2, pois $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$.
b) $4a^2$, pois $(2a+b)(2a-b)=4a^2-b^2$.
c) $16y^2$, pois $(3x-4y)(3x+4y)=9x^2-16y^2$.

11. Escrevendo a diferença de quadrados utilizando a regra do produto da soma pela diferença de dois termos, temos:
a) $(a+4b)(a-4b)=a^2-16b^2$
b) $(5a^2-b)(5a^2+b)=25a^4-b^2$
c) $(-a+2b^3)(-a-2b^3)=a^2-4b^6$

12. Simplificando as expressões algébricas, temos:
a) $(a-2b)(a+2b)+3b^2=a^2-4b^2+3b^2=a^2-b^2$
b) $(x+3y^2)(x-3y^2)-2x(x-4)=$
$=x^2-9y^4-2x^2+8x=-x^2-9y^4+8x$

13. a) Inicialmente, a figura geométrica era um quadrado de lado a com medida de área igual a^2.
Como Jorge recortou um quadrado de lado b, a medida da área recortada é igual a b^2.
Portanto, o polinômio que representa a medida da área da cartolina que sobrou é igual a a^2-b^2.

b) A medida da área do pedaço de cartolina que sobrou é igual a a^2-b^2.
Sabendo que $a+b=8$ cm e $a-b=2$ cm, temos:
$a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)=8\cdot 2=16$
Logo, a medida da área do pedaço de cartolina que sobrou é igual a 16 cm².

14. Resolvendo cada um dos itens da segunda coluna, temos:
1. $4x(2x+3)=4x\cdot 2x+4x\cdot 3=8x^2+12x$, logo **B–1**;
2. $4(2x^2+3)=4\cdot 2x^2+4\cdot 3=8x^2+12$, logo **D–2**;
3. $4x(3x+2)=4x\cdot 3x+4x\cdot 2=12x^2+8x$, logo **A–3**;
4. $4(3x^2-2)=4\cdot 3x^2-4\cdot 2=12x^2-8$, logo **C–4**.

Assim, **A–3**; **B–1**; **C–4**; **D–2**.

15. Colocando cada um dos fatores comuns em evidência, temos:
a) $5x-10=5\cdot x-5\cdot 2=5(x-2)$
b) $2b^2-4b=2b\cdot b-2\cdot 2b=2b(b-2)$
c) $16a^2+12a=4a\cdot 4a+4a\cdot 3=4a(4a+3)$
d) $24y^2-40=8\cdot 3y^2-8\cdot 5=8(3y^2-5)$

16. Fatorando os polinômios e substituindo cada ■ pelo valor adequado, temos:
a) $2a^4$, pois $6a^4-3b=3(2a^4-b)$.
b) $16n^3$, pois $18m^3+16n^3=2(9m^3+8n^3)$.
c) $-20p^2$, pois $-20p^2+32q=4(-5p^2+8q)$.

17. Fatorando os polinômios por agrupamento, temos:
a) $-4m+mn-4y+yn=m(-4+n)+y(-4+n)=$
$=(-4+n)(m+y)$
b) $am-7m+8a-56=m(a-7)+8(a-7)=$
$=(a-7)(m+8)$
c) $10c+20-cv-2v=10(c+2)-v(c+2)=$
$=(c+2)(10-v)$

18. Fatorando os trinômios quadrados perfeitos em cada um dos itens, temos:
a) $4a^2+4ab+b^2=(2a)^2+2\cdot 2a\cdot b+b^2=$
$=(2a+b)^2$
b) $c^2+10cd+25d^2=c^2+2\cdot c\cdot 5d+(5d)^2=$
$=(c+5d)^2$
c) $x^2+6xy+9y^2=x^2+2\cdot x\cdot 3y+(3y)^2=$
$=(x+3y)^2$
d) $49a^2-42ab+9b^2=(7a)^2-2\cdot 7a\cdot 3b+(3b)^2=$
$=(7a-3b)^2$

19. Fatorando as diferenças de quadrados, temos:
a) $16-x^2=4^2-x^2=(4+x)(4-x)$
b) $4x^2-64=(2x)^2-8^2=(2x+8)(2x-8)$
c) $9x^2-4=(3x)^2-2^2=(3x+2)(3x-2)$
d) $49-25x^2=7^2-(5x)^2=(7+5x)(7-5x)$

20. a) Não. A quarta expressão foi fatorada de maneira incorreta.
b) Copiando a expressão e fatorando corretamente, temos:
$$x^2-8x+16=x^2-2\cdot x\cdot 4+4^2=(x-4)^2$$

21. Desenvolvendo os produtos notáveis ou fatorando polinômios, e substituindo cada ■ pelo valor adequado, temos:
a) $8xy$, pois $16x^2+8xy+y^2=(4x+y)^2$.
b) a^2, pois $a^2+10ab+25b^2=(a+5b)^2$.
c) $225x^2$; 1, pois $(15x-1)(15x+1)=225x^2-1$.
d) $14ab$; $7a$; b, pois $49a^2+14ab+b^2=(7a+b)^2$.
e) $3a$; b; $3a$; b, pois $(3a+b)(3a-b)=9a^2-b^2$.

22. Os três trinômios quadrados perfeitos podem ser escritos e fatorados da seguinte forma:

$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$;

$9x^2 + 6xy + y^2 = (3x + y)^2$;

$x^2 + 6xy + 9y^2 = (x + 3y)^2$.

23. Para responder a essa atividade, devemos fatorar os polinômios mais de uma vez, assim:

a) $3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x^2 - 3^2) =$

$= 3(x + 3)(x - 3)$

b) $18x^2 - 32y^2 = 2(9x^2 - 16y^2) = 2[(3x)^2 - (4y)^2] =$

$= 2(3x + 4y)(3x - 4y)$

c) $5x^2 - 20xy + 20y^2 = 5(x^2 - 4xy + 4y^2) =$

$= 5[x^2 - 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2] = 5(x - 2y)^2$

d) $3x^3 + 6x^2 + 3x = 3x(x^2 + 2x + 1) =$

$= 3x(x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2) = 3x(x + 1)^2$

Questão 1. Resposta pessoal. Espera-se que o estudante explique para o colega que, em uma equação do 1º grau, o maior expoente da incógnita x é o 1, enquanto na equação do 2º grau, o maior expoente da incógnita x é o 2.

Questão 2. No quadro **1**, as equações do 2º grau são completas do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, em que $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$.
No quadro **2**, as equações do 2º grau são incompletas do tipo $ax^2 + bx = 0$, em que $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c = 0$.

No quadro **3**, as equações do 2º grau são incompletas do tipo $ax^2 + c = 0$, em que $a \neq 0$, $b = 0$ e $c \neq 0$.

No quadro **4**, as equações do 2º grau são incompletas do tipo $ax^2 = 0$, em que $a \neq 0$, $b = 0$ e $c = 0$.

Atividades

24. São equações do 1º grau: $3x - 4 = 0$; $-5x + 18 = 0$; $-5x - 10{,}4 = 0$; $2x - 9 = 0$.

São equações do 2º grau: $5x^2 - 7x + 8 = 0$; $x^2 + 12 = 0$; $x^2 + 3x + 5 = 0$; $-2x^2 + \frac{x}{2} = 0$.

25. No quadrado **A**, a medida do comprimento do lado é x e a medida da área é 64 m².

Substituindo esse valor na fórmula do cálculo da medida de área de um quadrado, temos $A = x^2$, ou seja, $64 = x^2$.

Assim, $x^2 = 64$, logo a medida do comprimento x é igual a 8 m.

No quadrado **B**, a medida do comprimento do lado é $2x$ e a medida da área é 144 m².

Substituindo esse valor na fórmula do cálculo da medida de área de um quadrado, temos $A = x^2$, ou seja, $144 = (2x)^2$.

Assim, $4x^2 = 144$, ou seja, $x^2 = 36$, logo a medida do comprimento x é igual a 6 m.

26. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

a) $x^2 + 8x + 4 = 0$ e $-x^2 + 8x + 9 = 0$

b) $-x^2 + 4x = 0$ e $3x^2 - x = 0$

c) $5x^2 - 125 = 0$ e $-2x^2 + 72 = 0$

27. As respostas dependem das equações escritas pelos estudantes na atividade anterior.

Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

a) $a = 1$; $b = 8$; $c = 4$ e $a = -1$; $b = 8$; $c = 9$

b) $a = -1$; $b = 4$; $c = 0$ e $a = 3$; $b = -1$; $c = 0$

c) $a = 5$; $b = 0$; $c = -125$ e $a = -2$; $b = 0$; $c = 72$

28. No quadro **A**, a equação é $x^2 - 3x + 7 = 0$. No quadro **B**, a equação é $-25x^2 + 3x = 0$.

29. a) A medida do perímetro dessa sala é dada pelo polinômio $x^2 + 6 + 3 + x^2 + 6 + 3 = 2x^2 + 18$.

Assim, $2x^2 + 18 = 24$. Portanto, a equação é $2x^2 - 6 = 0$.

b) A equação é incompleta, pois o coeficiente b é igual a zero, ou seja, não tem o termo com x.

c) Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Considerando a figura que representa a planta baixa dessa sala e sabendo que a medida de sua área é 45 m², determine o valor de x. Resposta: 3 m.

30. a) $a = -1$; $b = -1$ e $c = 1$

b) $a = 2$; $b = 0$ e $c = -3$

c) $a = 5$; $b = -3$ e $c = -2$

d) $a = 3$; $b = -3$ e $c = 0$

e) $a = -2$; $b = 5$ e $c = -2$

f) $a = 1$; $b = 0$ e $c = 0$

31. a) A medida da área do triângulo é dada por:

$$\frac{3x(x + 2 + 2 + 2)}{2} = \frac{3x(x + 6)}{2} = \frac{3x^2 + 18x}{2} = \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

A medida da área do quadrado é dada por:

$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

A medida da área do retângulo é dada por:

$2(x + 2) = 2x + 4$

Como a medida da área do triângulo é igual à medida da área do quadrado mais a medida da área do retângulo, temos:

$$\frac{3}{2}x^2 + 9x = x^2 + 4x + 4 + 2x + 4$$

Escrevendo-a na forma reduzida, obtemos $x^2 + 6x - 16 = 0$.

b) A equação é completa. Seus coeficientes são: $a = 1$; $b = 6$; $c = -16$.

32. Escrevendo cada uma das equações, temos:

a) $x^2 + 3x = 10$ e, em sua forma reduzida: $x^2 + 3x - 10 = 0$.

b) $2x^2 + \frac{x}{5} = 12$ e, em sua forma reduzida: $2x^2 + \frac{x}{5} - 12 = 0$.

c) $3x^2 - 6 = 5x$ e, na forma reduzida: $3x^2 - 5x - 6 = 0$.

d) $(x + 1)^2 = 52$ e, na forma reduzida: $x^2 + 2x - 51 = 0$.

- Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

a) O quadrado de um número x mais seu dobro é igual a 8. Resposta: $x^2 + 2x - 8 = 0$

b) A medida da área de um quadrado cujo comprimento do lado mede $x - 2$ é 40. Resposta: $x^2 - 4x - 36 = 0$

c) A diferença entre o quadrado de um número x e o seu triplo é igual a 70. Resposta: $x^2 - 3x - 70 = 0$

33. Como $abc = 35$, $a + b + c = 13$ e $b < a < c$, então: $a = 5$; $b = 1$; $c = 7$. Assim, a equação é $5x^2 + x + 7 = 0$.

34. a) Para que a equação seja do 2º grau, o coeficiente de x^2 deve ser diferente de zero.

Assim, $3\blacksquare + 1 \neq 0$, isto é, $\blacksquare \neq -\frac{1}{3}$.

b) Para que a equação seja do 2º grau completa, o coeficiente de x deve ser diferente de zero. Assim, $\blacksquare + 8 \neq 0$, isto é, $\blacksquare \neq -8$.

c) Para que a equação seja do 2º grau incompleta, o coeficiente do termo independente de x deve ser igual a zero. Assim, $\blacksquare + 7 = 0$, isto é, $\blacksquare = -7$.

Questão 3. Resposta: Espera-se que os estudantes verifiquem que Luca Pacioli teve várias contribuições para a Matemática, entre elas, Contabilidade, Aritmética e equações do 2º grau.

Atividades

35. Escrevendo as equações no tipo $ax^2 = c$ e reorganizando-as, quando necessário, para $x^2 = \frac{c}{a}$, ao fazer os cálculos, temos:

a) $x^2 = 25$, logo $x = -\sqrt{25} = -5$ e $x = \sqrt{25} = 5$;

b) $x^2 - 16 = 0$, assim $x^2 = 16$, logo $x = -\sqrt{16} = -4$ e $x = \sqrt{16} = 4$;

c) $2x^2 - 128 = 0$, assim $x^2 = 64$, logo $x = -\sqrt{64} = -8$ e $x = \sqrt{64} = 8$;

d) $x^2 - 144 = 0$, assim $x^2 = 144$, logo $x = -\sqrt{144} = -12$ e $x = \sqrt{144} = 12$;

e) $3x^2 + 15 = 123$, assim $x^2 = 36$, logo $x = -\sqrt{36} = -6$ e $x = \sqrt{36} = 6$;

f) $x^2 - 7 = -2$, assim $x^2 = 5$, logo $x = -\sqrt{5}$ e $x = \sqrt{5}$.

36. a) Se $x^2 - 12 = -8$, então $x^2 = 4$. Assim, $x = 2$ ou $x = -2$.

b) Se $2x^2 - 7 = x^2 + 42$, então $x^2 = 49$. Assim, $x = 7$ ou $x = -7$.

c) Se $\frac{-3x^2 - 11}{2} = -2x^2 + 35$, logo $-3x^2 - 11 = -4x^2 + 70$, então $x^2 = 81$. Assim, $x = 9$ ou $x = -9$.

37. Escrevendo uma equação para cada um dos itens, temos:

a) $x^2 = 121$, logo esse número é $x = 11$ ou $x = -11$.

b) $x^2 - 45 = 396$, logo $x^2 = 441$ e, como a quantia não pode ser um número negativo, $x = 21$. Portanto, essa quantia é igual a R$ 21,00.

38. Calculando, primeiro, a medida da área do retângulo, temos $2x \cdot 3x = 6x^2$.

Assim, $6x^2 = 54$, ou seja, $x^2 = 9$, logo $x = 3$.

Portanto, as medidas das dimensões desse retângulo são 6 m de largura e 9 m de comprimento.

39. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Uma piscina é coberta por uma lona retangular com 392 m² de medida de área. A medida do comprimento da lona é o dobro da medida da largura. Quais são as medidas das dimensões da lona? Resposta: As medidas das dimensões da lona são 14 m de largura e 28 m de comprimento.

40. As equações que não tem raízes reais são:

A, pois $2x^2 + 18 = 0$ resulta em $x^2 = -9$;

D, pois $-x^2 - 49 = 0$ resulta em $x^2 = -49$;

E, pois $\frac{2}{3}x^2 + 22 = 0$ resulta em $x^2 = -33$.

41. Espera-se que os estudantes concluam que as equações desse tipo podem ter uma (caso em que as duas raízes são iguais), duas ou nenhuma raiz. Quanto à relação entre as raízes, quando existir, espera-se que eles concluam que elas podem ser iguais ou opostas.

42. A medida da área de cada quadrado é igual a x^2. Assim, $5x^2 = 45$, ou seja, $x^2 = 9$.

Como a medida do comprimento do lado não deve ser um valor negativo, a medida do comprimento do lado de cada quadrado é igual a 3 m.

43. Como o quadrado e o triângulo equilátero têm um lado comum, a medida do comprimento do lado do quadrado é igual a $2x$. Dessa maneira, $(2x)^2 = 4x^2 = 256$, isto é, $x^2 = 64$.

Logo, $x = 8$ m.

Calculando a medida do perímetro da figura, temos $5 \cdot 2x = 5 \cdot 2 \cdot 8$.

Portanto, a medida do perímetro da figura é igual a 80 m.

44. Cada uma das equações a seguir é do tipo $ax^2 + bx = 0$, nesse caso, o x é o fator comum aos dois termos. Logo, vamos reescrever a equação colocando o x em evidência para, em seguida, determinar suas raízes.

a) $x(x - 3) = 0$, as raízes são 0 e 3.

b) $4x(x + 4) = 0$, as raízes são 0 e -4.

c) $0{,}5x(x + 20) = 0$, as raízes são 0 e -20.

d) $x\left(x + \frac{5}{2}\right) = 0$, as raízes são 0 e $-\frac{5}{2}$.

e) $\frac{3}{4}x(x - 20) = 0$, as raízes são 0 e 20.

f) $8x(x + 2{,}1) = 0$, as raízes são 0 e $-2{,}1$.

g) $x(x - 17) = 0$, as raízes são 0 e 17.

h) $x\left(x - \frac{3}{5}\right) = 0$, as raízes são 0 e $\frac{3}{5}$.

45. Espera-se que os estudantes percebam que as equações do 2º grau desse tipo têm duas raízes reais: uma igual a zero e outra diferente de zero.

46. Como a equação é incompleta do tipo $ax^2 + bx = 0$, ela tem uma raiz igual a zero e outra diferente de zero, ou seja, $x(x + 3) = 0$. Logo, as raízes são 0 e -3, sendo uma raiz nula e uma negativa. Portanto, a alternativa correta é a **b**.

47. a) As medidas dos volumes dos sólidos apresentados, são:

medida do volume do cubo: $x \cdot x \cdot x = x^3$;

medida do volume do paralelepípedo:

$(x + 3) \cdot x \cdot (x - 1) = x^3 - x^2 + 3x^2 - 3x = x^3 + 2x^2 - 3x$.

Como as medidas dos volumes são iguais, então:

$x^3 = x^3 + 2x^2 - 3x$, ou seja, $2x^2 - 3x = 0$.

Resolvendo essa equação, temos:

$$2x^2 - 3x = 0$$

$$x(2x - 3) = 0$$

Assim, $x = 0$ ou $x = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

Portanto, as medidas dos comprimentos das arestas do cubo são iguais a 1,5 cm e as medidas dos comprimentos das arestas do paralelepípedo são iguais a 4,5 cm, 1,5 cm e 0,5 cm.

b) Como as figuras têm a mesma medida de volume, o volume de ambas as figuras mede $\underbrace{3{,}375}_{(1{,}5)^3}$ cm³.

48. Utilizando o teorema de Tales em ambos os itens da atividade, temos:

A. $\frac{3x}{x} = \frac{3}{2x}$, ou seja, $6x^2 - 3x = 0$. Assim, $3x(2x - 1) = 0$, isto é, $x = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{4x - 1}{4} = \frac{\frac{9x}{2}}{6x}$, logo $24x^2 - 6x = 18x$, ou seja, $24x^2 - 24x = 0$.

Assim, $24x(x - 1) = 0$ e, portanto, $x = 1$.

49. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: O retângulo e o triângulo representados na atividade têm a mesma medida de área. Determine o valor de x. Resposta: $x = 15$.

Questão 4. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Espera-se que os estudantes verifiquem que Al-Khwarizmi teve várias contribuições para a Matemática e para a Física, entre elas, a escrita de tabelas astronômicas, tratados sobre o relógio de Sol e o desenvolvimento da Álgebra e da Aritmética.

Atividades

50. Fatorando o 1º membro de cada equação para em seguida resolvê-la, temos:

a) $x^2 + 6x + 9 = (x + 3) \cdot (x + 3) = (x + 3)^2$

Resolvendo a equação fatorada $(x + 3)^2 = 4$, obtemos:

$$x + 3 = -\sqrt{4}$$
$$x + 3 = -2$$
$$x = -5$$

$$x + 3 = \sqrt{4}$$
$$x + 3 = 2$$
$$x = -1$$

b) $x^2 + 18x + 81 = (x + 9) \cdot (x + 9) = (x + 9)^2$

Resolvendo a equação fatorada $(x + 9)^2 = 36$, obtemos:

$$x + 9 = -\sqrt{36}$$
$$x + 9 = -6$$
$$x = -15$$

$$x + 9 = \sqrt{36}$$
$$x + 9 = 6$$
$$x = -3$$

c) $x^2 + 14x + 49 = (x + 7) \cdot (x + 7) = (x + 7)^2$

Resolvendo a equação fatorada $(x + 7)^2 = 16$, obtemos:

$$x + 7 = -\sqrt{16}$$
$$x + 7 = -4$$
$$x = -11$$

$$x + 7 = \sqrt{16}$$
$$x + 7 = 4$$
$$x = -3$$

d) $x^2 - 24x + 144 = (x - 12) \cdot (x - 12) = (x - 12)^2$

Resolvendo a equação fatorada $(x - 12)^2 = 25$, obtemos:

$$x - 12 = \sqrt{25}$$
$$x - 12 = 5$$
$$x = 17$$

$$x - 12 = -\sqrt{25}$$
$$x - 12 = -5$$
$$x = 7$$

e) $x^2 - 12x + 36 = (x - 6) \cdot (x - 6) = (x - 6)^2$

Resolvendo a equação fatorada $(x - 6)^2 = 0$, obtemos:

$$x - 6 = \sqrt{0}$$
$$x - 6 = 0$$
$$x = 6$$

51. a) Isolando o termo independente na equação, temos $x^2 + 8x = -12$. Como $8x = 2 \cdot 4 \cdot x$, obtemos:

$$x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x = -12$$

Para que a expressão seja um trinômio quadrado perfeito, acrescentamos 4^2 aos dois membros da equação, assim:

$$x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + 4^2 = -12 + 4^2$$
$$x^2 + 8x + 16 = -12 + 16$$
$$x^2 + 8x + 16 = 4$$

Fatorando o 1º membro da equação: $(x + 4)^2 = 4$, assim as raízes da equação são:

$$(x + 4)^2 = 4$$

$x + 4 = \sqrt{4}$, ou seja, $x = -2$

$x + 4 = -\sqrt{4}$, ou seja, $x = -6$.

b) Isolando o termo independente da equação, temos $x^2 + 6x = 16$. Como $6x = 2 \cdot 3 \cdot x$, obtemos:

$$x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x = 16$$

Para que a expressão seja um trinômio quadrado perfeito, acrescentamos 3^2 aos dois membros da equação, assim:

$$x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = 16 + 3^2$$
$$x^2 + 6x + 9 = 16 + 9$$
$$x^2 + 6x + 9 = 25$$

Fatorando o 1º membro da equação: $(x + 3)^2 = 25$, assim as raízes da equação são:

$x + 3 = \sqrt{25}$, ou seja, $x = 2$

$x + 3 = -\sqrt{25}$, ou seja, $x = -8$.

c) Isolando o termo independente da equação, temos $x^2 + 12x = 28$. Como $12x = 2 \cdot 6 \cdot x$, obtemos:

$$x^2 + 2 \cdot 6 \cdot x = 28$$

Para que a expressão seja um trinômio quadrado perfeito, acrescentamos 6^2 aos dois membros da equação, assim:

$$x^2 + 2 \cdot 6 \cdot x + 6^2 = 28 + 6^2$$
$$x^2 + 12x + 36 = 28 + 36$$
$$x^2 + 12x + 36 = 64$$

Fatorando o 1º membro da equação: $(x + 6)^2 = 64$, assim as raízes da equação são:

$x + 6 = \sqrt{64}$, ou seja, $x = 2$

$x + 6 = -\sqrt{64}$, ou seja, $x = -14$.

d) Isolando o termo independente da equação, temos $x^2 + 10x = -21$. Como $10x = 2 \cdot 5 \cdot x$, obtemos:

$$x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x = -21$$

Para que a expressão seja um trinômio quadrado perfeito, acrescentamos 5^2 aos dois membros da equação, assim:

$$x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 5^2 = -21 + 5^2$$
$$x^2 + 10x + 25 = -21 + 25$$
$$x^2 + 10x + 25 = 4$$

Fatorando o 1º membro da equação: $(x + 5)^2 = 4$, assim as raízes da equação são:

$x + 5 = \sqrt{4}$, ou seja, $x = -3$

$x + 5 = -\sqrt{4}$, ou seja, $x = -7$.

e) Isolando o termo independente da equação, temos $x^2 + 2x = 15$. Como $2x = 2 \cdot 1 \cdot x$, obtemos:

$$x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x = 15$$

Para que a expressão seja um trinômio quadrado perfeito, acrescentamos 1^2 aos dois membros da equação, assim:

$$x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 = 15 + 1^2$$
$$x^2 + 2x + 1^2 = 15 + 1^2$$
$$x^2 + 2x + 1 = 16$$

Fatorando o 1º membro da equação: $(x + 1)^2 = 16$, assim as raízes da equação são:

$x + 1 = \sqrt{16}$, ou seja, $x = 3$

$x + 1 = -\sqrt{16}$, ou seja, $x = -5$.

f) Isolando o termo independente da equação, temos $x^2 + 20x = -99$. Como $20x = 2 \cdot 10 \cdot x$, obtemos:

$x^2 + 2 \cdot 10 \cdot x = -99$

Para que a expressão seja um trinômio quadrado perfeito, acrescentamos 10^2 aos dois membros da equação, assim:

$$x^2 + 2 \cdot 10 \cdot x + 10^2 = -99 + 10^2$$
$$x^2 + 20x + 100 = -99 + 100$$
$$x^2 + 20x + 100 = 1$$

Fatorando o 1º membro da equação: $(x + 10)^2 = 1$, assim as raízes da equação são:

$x + 10 = \sqrt{1}$, ou seja, $x = -9$

$x + 10 = -\sqrt{1}$, ou seja, $x = -11$.

52. De acordo com a representação do primeiro e do segundo membro da equação, temos:

$$y^2 + 3y + 3y = 8 \cdot 5$$
$$y^2 + 6y = 40$$

Resolvendo-a pelo método de completar quadrado:

$$y^2 + 6y + 9 = 40 + 9$$
$$(y + 3)^2 = 49$$

$y + 3 = \sqrt{49}$, ou seja, $y = 4$

$y + 3 = -\sqrt{49}$, ou seja, $y = -10$.

Como o valor de y representa uma das medidas dos lados do quadrado, então $y = 4$.

53. Substituindo os coeficientes na fórmula resolutiva, temos:

a) $x = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \dfrac{7 \pm \sqrt{25}}{2} = \dfrac{7 \pm 5}{2}$,

ou seja, $x_1 = \dfrac{7 - 5}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ e $x_2 = \dfrac{7 + 5}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$.

b) $a = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{81}}{2}$,

assim $a = \dfrac{-3 \pm 9}{2}$, ou seja, $a_1 = \dfrac{-3 - 9}{2} = -\dfrac{12}{2} = -6$ e

$a_2 = \dfrac{-3 + 9}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$.

c) $y = \dfrac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-20)}}{2 \cdot 2} = \dfrac{6 \pm \sqrt{196}}{4}$,

assim $y = \dfrac{6 \pm 14}{4}$, ou seja, $y_1 = \dfrac{6 - 14}{4} = -\dfrac{8}{4} = -2$ e

$y_2 = \dfrac{6 + 14}{4} = \dfrac{20}{4} = 5$.

d) $y = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3}}{2 \cdot 4} = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{8} = \frac{-8 \pm 4}{8}$,

ou seja, $y_1 = \frac{-8 + 4}{8} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$

e $y_2 = \frac{-8 - 4}{8} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$.

e) $x = \frac{-(-21) \pm \sqrt{(-21)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 0}}{2 \cdot 7} = \frac{21 \pm \sqrt{441}}{14}$,

assim $x = \frac{21 \pm 21}{14}$, ou seja, $x_1 = \frac{21 - 21}{14} = \frac{0}{14} = 0$ e

$x_2 = \frac{21 + 21}{14} = \frac{42}{14} = 3$.

f) $a = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{40}}{2}$,

assim $a = \frac{2 \pm 2\sqrt{10}}{2}$, ou seja,

$a_1 = \frac{2 - 2\sqrt{10}}{2} = \frac{2 \cdot (1 - \sqrt{10})}{2} = 1 - \sqrt{10}$ e

$a_2 = \frac{2 + 2\sqrt{10}}{2} = \frac{2 \cdot (1 + \sqrt{10})}{2} = 1 + \sqrt{10}$.

54. Resolvendo a equação pela fórmula resolutiva, temos:

$x = \frac{-(-26) \pm \sqrt{(-26)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 165}}{2 \cdot 1} = \frac{26 \pm \sqrt{16}}{2}$, assim

$x = \frac{26 \pm 4}{2}$, ou seja, $x_1 = \frac{26 - 4}{2} = \frac{22}{2} = 11$ e

$x_2 = \frac{26 + 4}{2} = \frac{30}{2} = 15$.

Assim, Paula tem 15 anos, pois é a mais velha, e Henrique tem 11 anos.

55. a) Realizando os cálculos:

$$3(6x - 6) + 2x^2 = x^2 + 11x - 28$$
$$18x - 18 + 2x^2 = x^2 + 11x - 28$$
$$2x^2 - x^2 + 18x - 11x - 18 + 28 = 0$$

Escrevendo na forma reduzida, obtemos $x^2 + 7x + 10 = 0$.
Resolvendo a equação, obtemos:

$\Delta = (7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm 3}{2}$

Portanto, as raízes da equação são $x_1 = \frac{-7 + 3}{2} = -2$ e $x_2 = \frac{-7 - 3}{2} = -5$.

b) Realizando os cálculos:

$$-5(-2x + 3) - 3x^2 = 1 - 2x^2$$
$$10x - 15 - 3x^2 = 1 - 2x^2$$
$$-3x^2 + 2x^2 + 10x - 15 - 1 = 0$$

Escrevendo na forma reduzida, obtemos $-x^2 + 10x - 16 = 0$.

Resolvendo a equação, obtemos:

$\Delta = (10)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-16) = 36$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-10 \pm 6}{-2}$

Portanto, as raízes da equação são $x_1 = \frac{-10 + 6}{-2} = 2$ e $x_2 = \frac{-10 - 6}{-2} = 8$.

c) Realizando os cálculos:

$$2x(x - 4) + 5 = -x^2 + 7x - 7$$
$$2x^2 - 8x + 5 = -x^2 + 7x - 7$$
$$2x^2 + x^2 - 8x - 7x + 5 + 7 = 0$$

Escrevendo na forma reduzida, obtemos $3x^2 - 15x + 12 = 0$.
Resolvendo a equação, obtemos:

$\Delta = (-15)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 81$

$x = \frac{-(-15) \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 3} = \frac{-10 \pm 9}{6}$

Portanto, as raízes da equação são $x_1 = \frac{15 + 9}{6} = 4$ e $x_2 = \frac{15 - 9}{6} = 1$.

d) Realizando os cálculos:

$$(x + 2)(2x - 3) = 5x^2 + x - 114$$
$$2x^2 - 3x + 4x - 6 = 5x^2 + x - 114$$
$$2x^2 - 5x^2 - 3x + 4x - x - 6 + 114 = 0$$

Escrevendo na forma reduzida, obtemos $-3x^2 + 108 = 0$.
Resolvendo a equação, obtemos:

$\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 108 = 1296$

$x = \frac{\pm\sqrt{1296}}{2 \cdot (-3)} = \frac{\pm 36}{-6}$

Portanto, as raízes da equação são $x_1 = \frac{36}{-6} = -6$ e $x_2 = \frac{-36}{-6} = 6$.

56. A. A medida da área do retângulo é dada por $2x(x + 1) = 2x^2 + 2x$.
Assim, temos $2x^2 + 2x = 24$, resolvendo-a:

$2x^2 + 2x - 24 = 0$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24) = 196$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm 14}{4}$

As raízes da equação são $x_1 = \frac{-2 + 14}{4} = 3$ e $x_2 = \frac{-2 - 14}{4} = -8$.

Como x representa a medida do lado de um retângulo, segue que $x = 3$. Desse modo, os lados desse retângulo medem respectivamente 6 m e 4 m, pois $2 \cdot 3 = 6$ e $3 + 1 = 4$.
Portanto, o perímetro dessa figura mede $P = 6 + 4 + 6 + 4 = 20$, ou seja, 20 m.

B. A medida da área do triângulo é dada por $\frac{(3x-2)(x+1)}{2} = \frac{3x^2+x-2}{2}$.

Assim, temos: $\frac{3x^2+x-2}{2} = 6$

$$3x^2 + x - 2 = 12$$
$$3x^2 + x - 2 - 12 = 0$$
$$3x^2 + x - 14 = 0$$

Resolvendo a equação:

$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-14) = 169$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm 13}{6}$

As raízes da equação são $x_1 = \frac{-1+13}{6} = 2$ e

$x_2 = \frac{-1-13}{6} = -\frac{7}{3}$.

Como x representa a medida do lado de um triângulo, segue que $x = 2$. Desse modo, o comprimento dos lados desse triângulo medem respectivamente 5 m, 4m e 3 m, pois $2 \cdot 2 + 1 = 5$, $3 \cdot 2 - 2 = 4$ e $2 + 1 = 3$.

Portanto, o perímetro dessa figura mede $P = 4 + 3 + 5 = 12$, ou seja, 12 m.

57. a) Calculando a medida do perímetro do triângulo, temos $3x + 3 + x + 6 + 6x - 3 = 10x + 6$.

Assim, uma equação que possibilite calcular o valor de x é $10x + 6 = 36$, ou seja, $10x - 30 = 0$.

b) A medida da área do triângulo é dada por $\frac{(3x+3)(x+6)}{2} = \frac{3x^2+21x+18}{2}$.

Assim, $\frac{3x^2+21x+18}{2} = 54$, ou seja, $3x^2 + 21x - 90 = 0$.

c) A equação obtida no item **b** é do 2º grau.

d) Resolvendo a equação:

$3x^2 + 21x - 90 = 0$

$\Delta = 21^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-90) = 1521$

$x = \frac{-21 \pm \sqrt{1521}}{2 \cdot 3} = \frac{-21 \pm 39}{6}$

As raízes da equação são $x_1 = \frac{-21+39}{6} = 3$ e

$x_2 = \frac{-21-39}{6} = -10$.

Como x representa a medida do lado de um triângulo, segue que $x = 3$.

Assim, as medidas dos comprimentos dos lados do triângulo são: 9 cm, 12 cm e 15 cm.

58. Resolvendo a equação $x^2 - x - 6 = 0$, temos:

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 5}{2}$

As raízes da equação são $x_1 = \frac{1+5}{2} = 3$ e $x_2 = \frac{1-5}{2} = -2$.

Como $-2 + 3 = 1$, a alternativa correta é a **c**.

59. Considerando os dois números consecutivos como x e $x + 1$, temos:

$$x^2 + (x+1)^2 = 113$$
$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 113$$
$$2x^2 + 2x - 112 = 0$$
$$x^2 + x - 56 = 0$$

Assim, $x = 7$ ou $x = -8$.

Portanto, os números procurados são 7 e 8 ou −8 e −7.

60. Pelo teorema de Tales, temos $\frac{3x}{2x} = \frac{2x+6}{2x-4}$, ou seja, $2x^2 - 24x = 0$ ou, ainda, $x^2 - 12x = 0$. Resolvendo essa equação, temos:

$x(x - 12) = 0$

$x = 0$ ou $x - 12 = 0$, isto é, $x = 0$ ou $x = 12$

Portanto, $x = 12$.

61. Ao resolver a equação $n^2 - 3n - 28 = 0$, temos:

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28) = 121$

$n = \frac{-(-3) \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 11}{2}$

Assim, as raízes da equação são $n_1 = \frac{3+11}{2} = 7$ e

$n_2 = \frac{3-11}{2} = -4$.

Como n representa a quantidade de lados do polígono, concluímos que $n = 7$.

Logo, esse polígono tem 7 lados.

62. A medida da área da planificação desse paralelepípedo é dada por

$2 \cdot 4 \cdot (2x - 1) + 2 \cdot 4 \cdot (x + 2) + 2 \cdot (2x - 1)(x + 2) = 188$, ou seja, $2x^2 + 15x - 92 = 0$.

Assim, $x = 4$.

Portanto, a medida do volume desse paralelepípedo é igual a $4 \cdot 7 \cdot 6 = 168$, isto é, 168 cm³.

63. a) A equação é $x^2 = 8 - 2x$, ou seja, $x^2 + 2x - 8 = 0$.

Resolvendo-a:

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 6}{2}$

Assim, temos $x_1 = \frac{-2+6}{2} = 2$ e $x_2 = \frac{-2-6}{2} = -4$.

b) A equação é $x^2 + 2x = x + 2$, ou seja, $x^2 + x - 2 = 0$.

Resolvendo-a:

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 3}{2}$

Assim, temos $x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$ e $x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$.

64. A medida da área depois do aumento passará a ser 1600 m².

Assim, $(x + 20)(x + 38) = 1600$, ou seja, $x^2 + 58x - 840 = 0$.

Resolvendo essa equação:

$$x = \frac{-58 \pm \sqrt{6724}}{2 \cdot 1} = \frac{-58 \pm 82}{2}$$

Assim $x_1 = \frac{-58 + 82}{2} = 12$ e $x_2 = \frac{-58 - 82}{2} = -70$.

Consideramos $x = 12$, pois representa uma medida de comprimento, em metros.

Portanto, $x = 12$ m.

65. Utilizando a fórmula, temos:

a) $\frac{n(n-3)}{2} = 20$, logo $n^2 - 3n - 40 = 0$, encontramos $n = -5$ ou $n = 8$.

Portanto, esse polígono tem 8 lados.

b) $\frac{n(n-3)}{2} = 35$, logo $n^2 - 3n - 70 = 0$, encontramos $n = -7$ ou $n = 10$.

Portanto, esse polígono tem 10 lados.

c) $\frac{n(n-3)}{2} = 65$, logo $n^2 - 3n - 130 = 0$, encontramos $n = -10$ ou $n = 13$.

Portanto, esse polígono tem 13 lados.

d) $\frac{n(n-3)}{2} = 90$, logo $n^2 - 3n - 180 = 0$, encontramos $n = -12$ ou $n = 15$.

Portanto, esse polígono tem 15 lados.

66. Indicando os dois números consecutivos como sendo x e $x + 1$, verificamos que $x(x + 1) = 380$, ou seja, $x^2 + x - 380 = 0$.

Assim, $x = 19$ ou $x = -20$.

Portanto, os números procurados são 19 e 20 ou -20 e -19.

67. a) Resolvendo a equação $x^2 - 3px - 4p^2 = 0$:

$$\Delta = (-3p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4p^2) = 9p^2 + 16p^2 = 25p^2$$

$$x = \frac{-(-3p) \pm \sqrt{25p^2}}{2 \cdot 1} = \frac{3p \pm 5p}{2}$$

Assim, as raízes da equação são $x_1 = \frac{3p + 5p}{2} = 4p$ e $x_2 = \frac{3p - 5p}{2} = -p$.

b) Resolvendo a equação $-9x^2 + 6px + 3p^2 = 0$:

$$\Delta = (6p)^2 - 4 \cdot (-9p) \cdot (3p^2) = 36p^2 + 108p^2 = 144p^2$$

$$x = \frac{-6p \pm \sqrt{144p^2}}{2 \cdot (-9)} = \frac{-6p \pm 12p}{-18}$$

Assim, as raízes da equação são $x_1 = \frac{-6p + 12p}{-18} = -\frac{p}{3}$ e $x_2 = \frac{-6p - 12p}{-18} = \frac{-18p}{-18} = p$.

c) Resolvendo a equação $3px^2 + 2px - 5p = 0$:

$$\Delta = (2p)^2 - 4 \cdot (3p) \cdot (-5p) = 4p^2 + 60p^2 = 64p^2$$

$$x = \frac{-2p \pm \sqrt{64p^2}}{2 \cdot 3p} = \frac{-2p \pm 8p}{6p}$$

Assim, as raízes da equação são $x_1 = \frac{-2p + 8p}{6p} = 1$ e $x_2 = \frac{-2p - 8p}{6p} = -\frac{5}{3}$.

d) Resolvendo a equação $3p^2x^2 - 5px - 2 = 0$:

$$\Delta = (-5p)^2 - 4 \cdot (3p^2) \cdot (-2) = 25p^2 + 24p^2 = 49p^2$$

$$x = \frac{-(-5p) \pm \sqrt{49p^2}}{2 \cdot 3p^2} = \frac{5p \pm 7p}{6p^2}$$

Assim, as raízes da equação são $x_1 = \frac{5p + 7p}{6p^2} = \frac{2}{p}$, com $p \neq 0$, e $x_2 = \frac{5p - 7p}{6p^2} = -\frac{1}{3p}$, com $p \neq 0$.

e) Resolvendo a equação $6x^2 - 12px = 0$:

$$\Delta = (-12p)^2 - 4 \cdot (6) \cdot 0 = 144p^2$$

$$x = \frac{-(-12p) \pm \sqrt{144p^2}}{2 \cdot 6} = \frac{12p \pm 12p}{12}$$

Assim, as raízes da equação são $x_1 = \frac{12p + 12p}{12} = 2p$ e $x_2 = \frac{12p - 12p}{12} = 0$.

f) Resolvendo a equação $2px^2 - 8p = 0$:

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot (2p) \cdot (-8p) = 64p^2$$

$$x = \frac{\pm\sqrt{64p^2}}{2 \cdot 2p} = \frac{\pm 8p}{4p}$$

Assim, as raízes da equação são $x_1 = \frac{8p}{4p} = 2$ e $x_2 = \frac{-8p}{4p} = -2$.

68. a) Calculando o mmc entre os denominadores da equação: $2 \cdot 2x$. Assim:

$$\frac{x}{2} \cdot (2 \cdot 2x) + \frac{9}{2x} \cdot (2 \cdot 2x) = -5 \cdot (2 \cdot 2x)$$

$$2x^2 + 18 = -20x$$

$$2x^2 + 20x + 18 = 0$$

Resolvendo a equação, obtemos $x_1 = -9$ e $x_2 = -1$.

Como os valores obtidos são diferentes de 0, as raízes da equação são $x_1 = -9$ e $x_2 = -1$.

b) Calculando o mmc entre os denominadores da equação, obtemos x. Assim:

$$x \cdot x + \frac{10}{x} \cdot x = 5 \cdot x$$

$$x^2 + 10 = 5x$$

$$x^2 - 5x + 10 = 0$$

Essa equação não tem raízes reais.

c) Calculando o mmc entre os denominadores da equação: $(x + 1) \cdot 11$. Assim:

$$\frac{x - 21}{11} \cdot (x + 1) \cdot 11 = \frac{-11}{x + 1} \cdot (x + 1) \cdot 11$$

$$x^2 - 20x - 21 = -121$$

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

Resolvendo essa equação, obtemos $x_1 = x_2 = 10$.

Como os valores obtidos são diferentes de -1, as raízes da equação são $x_1 = x_2 = 10$.

d) Calculando o mm entre os denominadores da equação: $(x - 2) \cdot x$. Assim:

$$\frac{4}{x-2} \cdot (x-2) \cdot x = 2 \cdot (x-2) \cdot x - \frac{6}{x} \cdot (x-2) \cdot x$$

$$4x = 2x^2 - 4x - 6x + 12$$

$$2x^2 - 4x - 4x - 6x + 12 = 0$$

$$2x^2 - 14x + 12 = 0$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

Resolvendo essa equação, obtemos $x_1 = 6$ e $x_2 = 1$.

Como os valores obtidos são diferentes de 0 e de 2, as raízes da equação são $x_1 = 6$ e $x_2 = 1$.

e) Calculando o mmc entre os denominadores da equação: $(x + 1) \cdot x$. Assim:

$$\frac{4}{x} \cdot (x+1) \cdot x + 2 \cdot (x+1) \cdot x = \frac{3}{x+1} \cdot (x+1) \cdot x$$

$$4x + 4 + 2x^2 + 2x = 3x$$

$$2x^2 + 4x + 2x - 3x + 4 = 0$$

$$2x^2 + 3x + 4 = 0$$

Essa equação não tem raízes reais.

f) Resposta no final da seção **Resoluções**.

g) Resposta no final da seção **Resoluções**.

69. a) Como 2 é uma raiz, temos $2^2 + 6 \cdot 2 - 4m = 0$, ou seja, $m = 4$.

Assim, a equação é $x^2 + 6x - 16 = 0$, logo a outra raiz é -8.

B. Substituindo x por -7, temos $(-7)^2 - 9m - 4 = 0$, ou seja, $m = 5$.

Assim, a equação é $x^2 - 49 = 0$ e a outra raiz é 7.

70. Resolvendo a equação $\frac{x+1}{x} = \frac{2x-3}{4}$, temos:

$$\frac{x+1}{x} \cdot x \cdot 4 = \frac{2x-3}{4} \cdot x \cdot 4$$

$$2x^2 - 7x - 4 = 0$$

Assim, $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = 4$.

71. a) Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{84}{x-3} = \frac{84}{x} + 9$$

$$\frac{84}{x-3} = \frac{84 + 9x}{x}$$

$$84x = 84x - 252 + 9x^2 - 27x$$

$$x^2 - 3x - 28 = 0$$

Resolvendo essa equação, obtemos $x_1 = 7$ e $x_2 = -4$.

Como x representa a quantidade de pessoas, consideramos $x = 7$.

Portanto, 4 pessoas distribuíram os panfletos.

b) A quantidade de panfletos distribuídos por cada pessoa é dada por $84 : 4 = 21$, isto é, cada pessoa distribuiu 21 panfletos.

72. a) Temos $\Delta = 8^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 32 = 576 > 0$.

A equação tem duas raízes reais diferentes. Resolvendo a equação:

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{576}}{2 \cdot (-4)} = \frac{-8 \pm 24}{-8}$, assim $x_1 = \frac{-8 + 24}{-8} = -2$ e $x_2 = \frac{-8 - 24}{-8} = 4$.

b) Temos $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = -11 < 0$. A equação não tem raízes reais.

c) Temos $\Delta = 3^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-8) = 25 > 0$.

A equação tem duas raízes reais diferentes. Resolvendo a equação:

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{-3 \pm 5}{1}$, assim $x_1 = -3 + 5 = 2$ e

$x_2 = -3 - 5 = -8$.

d) Temos $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot \frac{1}{8} \cdot 2 = 0$.

A equação tem duas raízes reais iguais. Resolvendo a equação:

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{4}}$, assim $x_1 = x_2 = 4$.

73. Utilizando as relações de soma e produto, temos:

a) $S = -\frac{2}{1} = -2$ e $P = \frac{-8}{1} = -8$.

b) $S = -\frac{25}{5} = -5$ e $P = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}$.

c) $S = -\frac{0}{2} = 0$ e $P = \frac{16}{2} = 8$.

d) $S = -\frac{0}{1} = 0$ e $P = \frac{-\sqrt{7}}{1} = -\sqrt{7}$.

74. a) Como $\Delta = 4 - 40n$, a equação terá duas raízes reais iguais quando $4 - 40n = 0$, isto é, $n = \frac{1}{10}$.

b) A equação não terá raízes reais se $4 - 40n < 0$, isto é, quando $n > \frac{1}{10}$.

75. a) Como $S = -\left(\frac{-8}{1}\right) = 8$ e $P = \frac{15}{1} = 15$, as raízes são 3 e 5.

b) Como $S = -\left(\frac{-3}{1}\right) = 3$ e $P = \frac{2}{1} = 2$, as raízes são 1 e 2.

c) Como $S = -\frac{11}{1} = 11$ e $P = \frac{28}{1} = 28$, as raízes são 4 e 7.

76. De acordo com as raízes apresentadas, temos:

a) $S = 9$ e $P = 20$, assim a equação é $x^2 - 9x + 20 = 0$.

b) $S = 1$ e $P = -2$, assim a equação é $x^2 - x - 2 = 0$.

c) $S = 0$ e $P = -3$, assim a equação é $x^2 - 3 = 0$.

d) $S = 15$ e $P = 0$, assim a equação é $x^2 - 15x = 0$.

77. Como $a = 1$ e $x_1 = -2$, a forma fatorada da equação $x^2 - 3x - 10 = 0$ é $(x + 2)(x - x_2) = 0$.

Assim, temos $2 - x_2 = -3$ e $-2x_2 = -10$. Logo, $x_2 = 5$.

Portanto, a raiz da equação é igual a 5.

78. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

a) Uma das raízes da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ é 3. Utilizando a forma fatorada, determine a outra raiz. Resposta: $x_2 = 2$.

b) Uma das raízes da equação $x^2 + 7x + 12 = 0$ é -4. Utilizando a forma fatorada, determine a outra raiz. Resposta: $x_2 = -3$.

79. a) Como $S = 5 + x_2 = 3$ e $P = 5x_2 = -10$, temos $x_2 = -2$.

b) Como $S = 2 + x_2 = \frac{7}{3}$ e $P = 2x_2 = \frac{2}{3}$, temos $x_2 = \frac{1}{3}$.

c) Como $S = \frac{5}{2} + x_2 = \frac{3}{2}$ e $P = \frac{5x_2}{2} = -\frac{5}{2}$, temos $x_2 = -1$.

O que eu estudei?

1. Escrevendo a medida da área do quadrado roxo, temos $(2x - y)^2$.

Desenvolvendo esse produto notável, temos $4x^2 - 4xy + y^2$.

Portanto, a medida da área do quadrado roxo é igual a $4x^2 - 4xy + y^2$.

2. Escrevendo a forma fatorada dos polinômios da primeira coluna, temos:

A. $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$,
logo **A–3**;

B. $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$,
logo **B–2**;

C. $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x + 5)(x - 5)$,
logo **C–1**.

3. a) $(x + 7)$, pois $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$.

b) $(2y + 3)$; $(2y - 3)$, pois $(2y + 3)(2y - 3) = 4y^2 - 9$.

c) $(-2x + 2y)$; $(2x + 2y)$, pois
$9x + (-2x + 2y)(2x + 2y) = -4x^2 + 4y^2 + 9x$.

4. Indicando por x a idade de João, a idade de José será $x - 4$.
Assim, temos $x \cdot 2(x - 4) = 280$, ou seja, $2x^2 - 8x - 280 = 0$.

5. a) A medida da área do paralelogramo é
$(5x - 4)(x + 1) = 5x^2 + x - 4$.
A medida de seu perímetro é
$5x - 4 + x + 2 + 5x - 4 + x + 2 = 12x - 4$.
Como essas medidas são iguais, temos
$5x^2 + x - 4 = 12x - 4$, isto é, $5x^2 - 11x = 0$.

b) A equação é incompleta. Seus coeficientes são:
$a = 5$, $b = -11$ e $c = 0$.

6. Como o cubo tem 6 faces quadradas e, nesse caso, as medidas de suas arestas têm comprimento igual a x, a equação que representa a situação é $6x^2 = 1176$.

Resolvendo essa equação, encontramos $x = 14$ e $x = -14$.

Portanto, a medida do comprimento de cada aresta do cubo é igual a 14 cm.

7. Indicando a quantia que Guilherme tinha de x, de acordo com a dica, temos $2x^2 + 4x = 3x^2 - 10x$. Escrevendo essa equação em sua forma reduzida: $x^2 - 14x = 0$.

Resolvendo-a:

$x(x - 14) = 0$

$x = 0$ ou $x - 14 = 0$, assim $x = 0$ ou $x = 14$

Portanto, $x = 14$, isto é, Guilherme tinha R$ 14,00 na carteira.

8. Considerando os três números naturais consecutivos como $x - 1$, x e $x + 1$, temos:

$x - 1 + x + x + 1 = (x - 1) \cdot x \cdot (x + 1)$, isto é, $x^3 - 4x = 0$.

Fatorando essa equação, temos $x(x^2 - 4) = 0$.

Resolvendo a equação, encontramos as raízes $x_1 = 0$, $x_2 = -2$ e $x_3 = 2$, mas apenas o resultado de x_3 torna os três números naturais (1; 2; 3).

Assim, a soma dos seus quadrados será $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$.

Portanto, a alternativa correta é a **a**.

9. a) Representando a medida da largura do terreno por x, a medida do comprimento será $x + 8$.
Assim, $x(x + 8) = 240$, ou seja, $x^2 + 8x - 240 = 0$.

b) Isolando o termo independente na equação, temos $x^2 + 8x = 240$.

Como $8x = 2 \cdot 4 \cdot x$, obtemos:

$$x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x = 240$$

Para que a expressão seja um trinômio quadrado perfeito, acrescentamos 4^2 aos dois membros da equação, assim:

$$x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + 4^2 = 240 + 4^2$$
$$x^2 + 8x + 16 = 240 + 16$$
$$x^2 + 8x + 16 = 256$$

Fatorando o 1º membro da equação: $(x + 4)^2 = 256$, as raízes dela são:

$$(x + 4)^2 = 256$$

$x + 4 = \sqrt{256}$, ou seja, $x = 12$ e $x + 4 = -\sqrt{256}$, logo $x = -20$.

Como x representa a medida da largura de um terreno, $x = 12$.

Portanto, a medida da largura do terreno é igual a 12 m e a medida do comprimento é $\underbrace{20}_{12 + 8}$ m.

10. A medida da área do jardim é dada por $(x + 1)^2 - 1 = 15$.
Assim, temos $x^2 + 2x + 1 - 1 = 15$, ou seja, $x^2 + 2x - 15 = 0$.

Nessa equação, temos $a = 1$; $b = 2$; $c = -15$.

Assim, $\Delta = 2^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-15) = 4 + 60 = 64$.

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot (1)} = \frac{-2 \pm 8}{2}$$

Desse modo, as raízes da equação são:

$x_1 = \frac{-2 + 8}{2} = 3$ e $x_2 = \frac{-2 - 8}{2} = -5$.

Como x é uma medida de comprimento, logo $x > 0$.

Portanto, $x = 3$ m.

A medida do comprimento da cerca é igual a $4 + 4 = 8$, isto é, 8 m.

11. De acordo com o enunciado da atividade, podemos escrever:

$\frac{(8 + 2x)(6 + x)}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} + \underbrace{39}_{\text{medida da área aumentada}}$, ou seja, $2x^2 + 20x + 48 = 126$.

Logo, $2x^2 + 20x - 78 = 0$.

Dividindo a equação por 2, obtemos $x^2 + 10x - 39 = 0$.

Resolvendo essa equação, temos:

$a = 1$; $b = 10$; $c = -39$

Assim, $\Delta = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-39) = 256$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{256}}{2 \cdot 1} = \frac{-10 \pm 16}{2}$

Portanto, as raízes da equação são $x_1 = \frac{-10 + 16}{2} = 3$ e $x_2 = \frac{-10 - 16}{2} = -13$.

Como x é uma medida de comprimento, logo $x > 0$.

Portanto, $x = 3$ cm.

12. Pelo enunciado, temos $x^2 = 1980 - x$, isto é, $x^2 + x - 1980 = 0$.

Resolvendo essa equação, temos:

$a = 1$; $b = 1$; $c = -1980$

Assim, $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1980) = 7921$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7921}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 89}{2}$

Portanto, as raízes da equação são $x_1 = \frac{-1 + 89}{2} = 44$ e $x_2 = \frac{-1 - 89}{2} = -45$.

Logo, $x = 44$, ou seja, o avô de Júlia nasceu no ano de 1936 e em 1980 ele completou 44 anos.

Em 2006, ele completou 70 anos.

Portanto, a alternativa correta é a **d**.

13. Como as raízes da equação $2x^2 + bx + c = 0$ são iguais a $x_1 = 2$ e $x_2 = -3$, temos:

$S = x_1 + x_2 = 2 + (-3) = -1$

Como $S = -\frac{b}{a}$ e $b = a$, então $b = 2$.

$P = x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = -6$.

Como $P = \frac{c}{a}$ e $c = -6a$, então:

$c = -6(2) = -12$

$$b - c = 2 - (-12) = 2 + 12 = 14$$

Portanto, a alternativa correta é a **b**.

14. a) De acordo com a atividade, podemos escrever a seguinte equação:

$\frac{x}{2} = \frac{-32}{x - 16}$, com $x \neq 16$.

b) Escrevendo a equação do item **a** na forma reduzida, temos:

$$\frac{x}{2} \cdot 2(x - 16) = \frac{-32}{x - 16} \cdot 2(x - 16)$$

$$x^2 - 16x = -64$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

Resolvendo a equação:

$\Delta = (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64 = 0$

$x = \frac{-(-16)}{2 \cdot 1} = \frac{16}{2} = 8$

Assim, $x = 8$. Portanto, Eduardo pensou no número 8.

15. Representando a quantidade de táxis por x, temos:

$$\frac{560}{x - 2} = \frac{560}{x} + 5$$

Escrevendo-a na forma reduzida:

$$\frac{560}{x - 2} \cdot x(x - 2) = \frac{560}{x} \cdot x(x - 2) + 5 \cdot x(x - 2)$$

$$560x = 560x - 1120 + 5x^2 - 10x$$

$$5x^2 - 10x - 1120 = 0$$

$$x^2 - 2x - 224 = 0$$

Resolvendo essa equação, obtemos:

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{900}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 30}{2}$$

As raízes dessa equação são $x_1 = \frac{2 + 30}{2} = 16$ e $x_2 = \frac{2 - 30}{2} = -14$.

Assim, temos $x = 16$, ou seja, na frota, há 16 táxis.

16. O produto das raízes da equação é $\frac{c}{a} = \frac{24}{6} = 4$. Portanto, a alternativa correta é a **c**.

Unidade 6 Triângulo retângulo

Questão 1. Considerando os triângulos DBA e DAC, temos:

$$\frac{n}{h} = \frac{h}{m}$$

Consequentemente, $h^2 = m \cdot n$.

Atividades

1. a) Os triângulos que apresentam um de seus ângulos medindo 90°, ou seja, os triângulos retângulos são AEC, AEB, ADE e EDB.

b) No $\triangle AEC$, temos:

$$25° + 90° + \widehat{C} = 180°$$
$$\widehat{C} = 180° - 115° = 65°$$

Como $\triangle ABC$ é isósceles, $\widehat{B} = \widehat{C}$, logo $\widehat{B} = 65°$.

No $\triangle EDB$, temos:

$$65° + 90° + \widehat{E} = 180°$$
$$\widehat{E} = 180° - 155° = 25°$$

Logo, no $\triangle EDB$, $\widehat{E} = 25°$.

No $\triangle ADE$, $\widehat{E} = 90° - 25° = 75°$, assim:

$$75° + 90° + \widehat{A} = 180°$$
$$\widehat{A} = 180° - 165° = 15°$$

Portanto, no $\triangle ADE$, $\widehat{A} = 15°$, $\widehat{D} = 90°$ e $\widehat{E} = 75°$.

c) Nos triângulos, temos:

$A\widehat{E}C \equiv A\widehat{E}B$, $A\widehat{D}E \equiv E\widehat{D}B$, $A\widehat{B}E \equiv D\widehat{B}E \equiv A\widehat{C}E$ e $C\widehat{A}E \equiv B\widehat{A}E$

Logo, os triângulos apresentam um ângulo reto e um ângulo em comum, com isso, os triângulos *AEC*, *AEB*, *ADE* e *EDB* são semelhantes.

2. A. Para determinar o valor de *b*, calculamos:

$$b^2 = a \cdot m$$
$$b^2 = 18 \cdot 8$$
$$b^2 = 144$$
$$b = \sqrt{144}$$
$$b = 12$$

Logo, $b = 12$ cm.

Para determinar o valor de *h*, calculamos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 8 \cdot 10$$
$$h^2 = 80$$
$$h = 4\sqrt{5}$$

Logo, $h \simeq 8{,}94$ cm.

B. Para determinar os valores de *a* e *h*, calculamos:

$$a = 25 + 9 = 34$$

Logo, $a = 34$ cm.

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 25 \cdot 9$$
$$h^2 = 225$$
$$h = \sqrt{225} = 15$$

Logo, $h = 15$ cm.

C. Primeiro, calculamos os valores de *m* e *n*:

$$b^2 = a \cdot m$$
$$(3{,}6)^2 = 6 \cdot m$$
$$12{,}96 = 6m$$
$$m = \frac{12{,}96}{6} = 2{,}16$$

Logo, $m = 2{,}16$ cm.

Como $a = m + n$, temos:

$$6 = 2{,}16 + n$$
$$n = 3{,}84$$

Logo, $n = 3{,}84$ cm.

E, para determinar o valor de *h*, calculamos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 2{,}16 \cdot 3{,}84$$
$$h^2 = 8{,}2944$$
$$h = 2{,}88$$

Logo, $h = 2{,}88$ cm.

D. Para determinar o valor de *h*, calculamos:

$$c \cdot h = b \cdot n$$
$$3{,}3 \cdot h = 4{,}4 \cdot 1{,}98$$
$$3{,}3h = 8{,}712$$
$$3{,}3h = 8{,}712$$
$$h = \frac{8{,}712}{3{,}3} = 2{,}64$$

Logo, $h = 2{,}64$ cm.

Para determinar o valor de *m*, fazemos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$(2{,}64)^2 = m \cdot 1{,}98$$
$$6{,}9696 = 1{,}98m$$
$$m = \frac{6{,}9696}{1{,}98} = 3{,}52$$

Logo, $m = 3{,}52$ cm.

3. Temos $x = a$ e $b = c = 4$. Substituindo *b* e *c* em $c^2 = a \cdot n$ e $b^2 = a \cdot m$, temos os seguintes resultados:

$$4^2 = x \cdot n$$
$$16 = xn$$
$$n = \frac{16}{x}$$

e

$$4^2 = x \cdot m$$
$$16 = xm$$
$$m = \frac{16}{x}$$

Além disso, $x = m + n$. Desse modo:

$$x = \frac{16}{x} + \frac{16}{x}$$
$$x = \frac{32}{x}$$
$$x^2 = 32$$
$$x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Logo, $x = 4\sqrt{2}$ cm.

4. A. Como $n = 1{,}6$ e $m = 2{,}5 - 1{,}9 = 0{,}9$, para determinar o valor de *h*, fazemos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 1{,}6 \cdot 0{,}9 = 1{,}44$$
$$h = \sqrt{1{,}44} = 1{,}2$$

Logo, $h = 1{,}2$ m.

Calculando a medida da área do triângulo, temos:

$$A = \frac{2{,}5 \cdot 1{,}2}{2} = 1{,}5$$

Logo, $A = 1{,}5\ m^2$.

B. Como $b = 3{,}75$ e $m = 2{,}25$, então:

$$b^2 = a \cdot m$$
$$(3{,}75)^2 = a \cdot 2{,}25$$
$$14{,}0625 = 2{,}25a$$
$$a = \frac{14{,}0625}{2{,}25} = 6{,}25$$

Logo, $a = 6{,}25$ m.

Assim, $n = 6{,}25 - 2{,}25 = 4$. Calculando o valor de h, obtemos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 2{,}25 \cdot 4 = 9$$
$$h = \sqrt{9} = 3$$

Logo, $h = 3$ m.

Calculando a medida da área do triângulo, temos:

$$A = \frac{6{,}25 \cdot 3}{2} = 9{,}375$$

Logo, $A = 9{,}375\ m^2$.

C. Para determinar o valor de h, fazemos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 2{,}51 \cdot 4{,}49 = 11{,}2699$$
$$h = \sqrt{11{,}2699} \simeq 3{,}36$$

Como $a = \underbrace{7}_{4{,}49\,+\,2{,}51}$, calculando a medida da área, temos:

$$A = \frac{7 \cdot 3{,}36}{2} \simeq 11{,}76$$

Logo, a área mede, aproximadamente, $11{,}76\ m^2$.

D. Como $c = 4{,}8$ e $n = 3{,}6$, calculando o valor de a, temos:

$$c^2 = a \cdot n$$
$$(4{,}8)^2 = a \cdot 3{,}6$$
$$23{,}04 = 3{,}6a$$
$$a = \frac{23{,}04}{3{,}6} = 6{,}4$$

Logo, $a = 6{,}4$ m.

Desse modo, $m = 6{,}4 - 3{,}6 = 2{,}8$, ou seja, 2,8 m.

Calculando o valor de h, obtemos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 2{,}8 \cdot 3{,}6 = 10{,}08$$
$$h = \sqrt{10{,}08} \simeq 3{,}17, \text{ ou seja, } 3{,}17 \text{ m}$$

Calculando a medida da área:

$$A = \frac{6{,}4 \cdot 3{,}17}{2} \simeq 10{,}14$$

Logo, a área mede aproximadamente $10{,}14\ m^2$.

E. Temos $a = 6{,}2$, $b = 4{,}96$ e $c = 3{,}72$. Calculando o valor de m e n, obtemos:

$$b^2 = a \cdot m$$
$$(4{,}96)^2 = 6{,}2 \cdot m$$
$$24{,}6016 = 6{,}2m$$
$$m = \frac{24{,}6016}{6{,}2} = 3{,}968, \text{ ou seja, } 3{,}968 \text{ m}$$

Assim, $n = 6{,}2 - 3{,}968 = 2{,}232$, isto é, 2,232 m.

Calculando o valor de h, temos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 3{,}968 \cdot 2{,}2328 = 8{,}856576$$
$$h = \sqrt{8{,}856576} = 2{,}976, \text{ ou seja, } 2{,}976 \text{ m}$$

Calculando a medida da área, temos:

$$A = \frac{6{,}2 \cdot 2{,}976}{2} \simeq 9{,}23$$

Logo, a área mede aproximadamente $9{,}23\ m^2$.

Questão 2. Temos $b^2 = a \cdot m$ e $c^2 = a \cdot n$. Adicionando essas duas relações métricas, temos:

$$b^2 + c^2 = a \cdot m + a \cdot n$$
$$b^2 + c^2 = a \cdot (m + n)$$

Como $a = m + n$, fazemos:

$$b^2 + c^2 = a \cdot a$$
$$b^2 + c^2 = a^2$$

Portanto, $a^2 = b^2 + c^2$, o que demonstra esse teorema.

Questão 3. Utilizando o teorema de Pitágoras, temos:

$$13^2 = 5^2 + 12^2$$
$$169 = 25 + 144$$
$$169 = 169$$

Portanto, o triângulo indicado é um triângulo retângulo.

Atividades

5. Utilizando o teorema de Pitágoras, temos:

A.
$$x^2 = 20^2 + 40^2$$
$$x^2 = 400 + 1600$$
$$x^2 = 2000$$
$$x = \sqrt{2000}$$
$$x = 20\sqrt{5}$$

Logo, $x = 20\sqrt{5}$ cm.

B.
$$40^2 = x^2 + 24^2$$
$$1600 = x^2 + 576$$
$$x^2 = 1600 - 576$$
$$x^2 = 1024$$
$$x = \sqrt{1024}$$
$$x = 32$$

Logo, $x = 32$ cm.

C.

$$(27{,}5)^2 = x^2 + 22^2$$
$$756{,}25 = x^2 + 484$$
$$x^2 = 756{,}25 - 484$$
$$x^2 = 272{,}25$$
$$x = \sqrt{272{,}25}$$
$$x = 16{,}5$$

Logo, $x = 16{,}5$ cm.

D.

$$x^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2$$
$$x^2 = 2 + 3$$
$$x^2 = 5$$
$$x = \sqrt{5}$$

Logo, $x = \sqrt{5}$ cm.

E.

$$x^2 = 30^2 + 30^2$$
$$x^2 = 900 + 900$$
$$x^2 = 1800$$
$$x = \sqrt{1800}$$
$$x = 30\sqrt{2}$$

Logo, $x = 30\sqrt{2}$ cm.

6. Para inserir os valores no Calc, fazemos:

1º. Nas células **A1**, **B1** e **C1**, escreva "Cateto menor", "Cateto maior" e "Hipotenusa", respectivamente. Nessas colunas, serão exibidas as medidas dos comprimentos desses segmentos.

	A	B	C
1	Cateto menor	Cateto maior	Hipotenusa
2	9	12	15
3	16	12	20
4	15	10	18,027756377
5	7	4	8,0622577483
6	12	5	13

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

2º. Na célula **C2**, digite = RAIZ(**A2*A2** + **B2*B2**). Essa fórmula permite calcular a medida do comprimento da hipotenusa, dadas as medidas dos comprimentos dos catetos, informadas nas células **A2** e **B2**.

Portanto, as medidas apresentadas nas alternativas **a**, **b** e **e** representam as medidas dos comprimentos dos lados de triângulos retângulos.

7. Em todos os itens, a diagonal do polígono representa a hipotenusa do triângulo retângulo e o:

- polígono A é um quadrado cujo lado mede 5 cm, assim:

$$a^2 = 5^2 + 5^2$$
$$a^2 = 25 + 25$$
$$a = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Logo, o comprimento da diagonal mede $5\sqrt{2}$ cm.

- polígono B é um quadrado cujo lado mede 3 cm, assim:

$$a^2 = 3^2 + 3^2$$
$$a^2 = 9 + 9$$
$$a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Logo, o comprimento da diagonal mede $3\sqrt{2}$ cm.

- polígono C é um retângulo cujos comprimento e a largura medem, respectivamente, 14 cm e 10,5 cm. Desse modo:

$$a^2 = 14^2 + (10{,}5)^2$$
$$a^2 = 196 + 110{,}25$$
$$a = \sqrt{306{,}25} = 17{,}5$$

Logo, o comprimento da diagonal mede 17,5 cm.

8. A. Como m representa a medida de um dos catetos, temos:

$$(5{,}95)^2 = m^2 + (3{,}3)^2$$
$$35{,}4025 = m^2 + 10{,}89$$
$$m^2 = 35{,}4025 - 10{,}89 = 24{,}5125$$
$$m = \sqrt{24{,}5125} \simeq 4{,}95$$

Logo, $m = 4{,}95$ cm.

B. Como h representa a medida de um dos catetos, calculamos:

$$(3{,}6)^2 = h^2 + (1{,}99)^2$$
$$12{,}96 = h^2 + 3{,}9601$$
$$h^2 = 12{,}96 - 3{,}9601 = 8{,}999$$
$$h = \sqrt{8{,}999} \simeq 3$$

Logo, $h \simeq 3$ cm.

Calculando o valor de m, temos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$(3)^2 = m \cdot 1{,}99$$
$$9 = 1{,}99m$$
$$m = \frac{9}{1{,}99} \simeq 4{,}52$$

Logo, $m \simeq 4{,}52$ cm.

Assim, o valor de b é dado por:

$$b^2 = 3^2 + (4{,}52)^2$$
$$b^2 = 9 + 20{,}4304$$
$$b = \sqrt{29{,}4304} \simeq 5{,}42$$

Portanto, $b \simeq 5{,}42$ cm.

C. Para determinar o valor de n, calculamos:

$$3^2 = (2{,}5)^2 + n^2$$
$$9 = 6{,}25 + n^2$$
$$n^2 = 9 - 6{,}25 = 2{,}75$$
$$n = \sqrt{2{,}75} \simeq 1{,}66$$

Logo, $n \simeq 1{,}66$ cm.

E para determinar o valor de m, fazemos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$(2{,}5)^2 = m \cdot 1{,}66$$
$$6{,}25 = 1{,}66m$$
$$m = \frac{6{,}25}{1{,}66} \simeq 3{,}77$$

Logo, $m = 3{,}77$ cm.

D. Para determinar o valor de h, calculamos:

$$(3{,}2)^2 = (2{,}1)^2 + h^2$$
$$10{,}24 = 4{,}41 + h^2$$
$$h^2 = 10{,}24 - 4{,}41 = 5{,}83$$
$$h = \sqrt{5{,}83} \simeq 2{,}41$$

Logo, $h = 2{,}41$ cm.

Calculando o valor de m, temos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$(2{,}41)^2 = m \cdot 2{,}1$$
$$5{,}8081 = 2{,}1m$$
$$m = \frac{5{,}8081}{2{,}1} \simeq 2{,}77$$

Logo, $m \simeq 2{,}77$ cm.

Calculando o valor de b:

$$b^2 = (2{,}77)^2 + (2{,}41)^2$$
$$b^2 = 7{,}6729 + 5{,}8081$$
$$b = \sqrt{13{,}481} \simeq 3{,}67$$

Portanto, $b \simeq 3{,}67$ cm.

9. Indicando a medida do outro cateto por x e realizando os cálculos, temos:

$$75^2 = 45^2 + x^2$$
$$5\,625 = 2\,025 + x^2$$
$$x^2 = 5\,625 - 2\,025 = 3\,600$$
$$x = \sqrt{3\,600} = 60$$

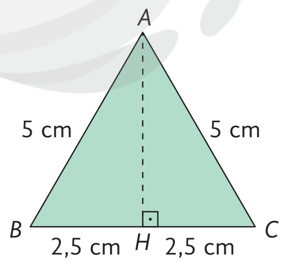
Logo, $x = 60$ m.

Calculando a medida da área:

$$A = \frac{45 \cdot 60}{2} = 1\,350$$

Portanto, a área desse triângulo mede 1 350 m².

10. Como o triângulo é equilátero e o perímetro mede 15 cm, o comprimento de cada um dos lados mede 5 cm. A altura de um triângulo equilátero é a mediana relativa ao lado $\overline{BC}$, assim:



GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

Calculando a medida da altura $\overline{AH}$, temos:

$$5^2 = (2{,}5)^2 + (AH)^2$$
$$25 = 6{,}25 + (AH)^2$$
$$(AH)^2 = 25 - 6{,}25 = 18{,}75$$
$$AH = \sqrt{18{,}75} \simeq 4{,}33$$

Portanto, o comprimento da altura desse triângulo mede, aproximadamente, 4,33 cm.

11. Utilizando o teorema de Pitágoras para determinar a medida da largura do outro lado do terreno, indicando essa medida por x, temos:

$$90^2 = 72^2 + x^2$$
$$x^2 = 90^2 - 72^2$$
$$x^2 = 8\,100 - 5\,184 = 2\,916$$
$$x = \sqrt{2\,916} = 54$$

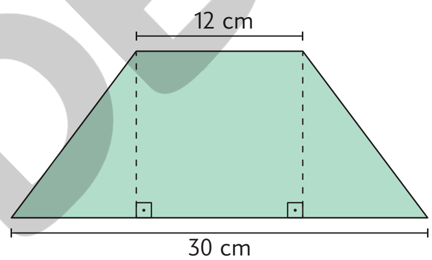
Logo, $x = 54$ m.

Assim, fazemos:

$$P = 72 + 54 + 72 + 54 = 252$$

Portanto, o perímetro desse terreno mede 252 m.

12. Podemos decompor o trapézio isósceles da seguinte maneira:



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Calculando a medida do comprimento da base de cada triângulo retângulo, temos:

$$(30 - 12) : 2 = 18 : 2 = 9, \text{ ou seja, } 9 \text{ cm}$$

Utilizando o teorema de Pitágoras para determinar a medida do comprimento do lado e indicando essa medida por x, temos:

$$x^2 = 12^2 + 9^2$$
$$x^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$$
$$x = \sqrt{225} = 15$$

Logo, o comprimento do lado mede 15 cm.

Adicionando as medidas do comprimento dos lados, calculamos a medida do perímetro desse trapézio:

$$P = 15 + 15 + 30 + 12 = 72$$

Portanto, o perímetro desse trapézio mede 72 cm.

13. A face do cubo é um quadrado, ou seja, todos os lados têm a mesma medida. Como a diagonal mede $15\sqrt{2}$ cm, indicando a medida de comprimento de sua aresta por x, temos:

$$(15\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$$
$$225 \cdot 2 = 2x^2$$
$$x^2 = 225$$
$$x = \sqrt{225} = 15$$

Logo, o comprimento da aresta desse cubo mede 15 cm.

Calculando a medida do volume do cubo:

$$V = x^3 = 15^3 = 3\,375$$

Portanto, o volume desse cubo mede 3 375 cm³.

14. A. Calculando a medida do comprimento da altura:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 4 \cdot 16 = 64$$
$$h = \sqrt{64} = 8$$

Logo, o comprimento da altura mede 8 m.

Para determinar o valor de *b*, fazemos:

$$b^2 = 4^2 + 8^2$$
$$b^2 = 16 + 64 = 80$$
$$b = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

Ou seja, $b = 4\sqrt{5}$ m.

Temos $a = \underbrace{20}_{4\,+\,16}$, calculando o valor de *c*:

$$20^2 = (4\sqrt{5})^2 + c^2$$
$$400 = 16 \cdot 5 + c^2$$
$$c^2 = 400 - 80$$
$$c^2 = 400 - 80 = 320$$
$$c^2 = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$$

Ou seja, $c = 8\sqrt{5}$ m.

Assim, calculando a medida do perímetro, temos:

$$P = 20 + 4\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = 20 + 12\sqrt{5}$$

Portanto, o perímetro mede $20 + 12\sqrt{5}$ m.

B. Calculando a medida de *b*:

$$b^2 = (14{,}4)^2 + (19{,}2)^2$$
$$b^2 = 207{,}36 + 368{,}64 = 576$$
$$b = \sqrt{576} = 24$$

Ou seja, $b = 24$ m.

Calculando a medida de *m*:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$(19{,}2)^2 = m \cdot 14{,}4$$
$$368{,}64 = 14{,}4m$$
$$m = \frac{368{,}64}{14{,}4} = 25{,}6$$

Ou seja, $m = 25{,}6$ m.

Desse modo, temos:

$$a = 25{,}6 + 14{,}4 = 40$$

Logo, $a = 40$ m.

Calculando a medida de *c*:

$$40^2 = 24^2 + c^2$$
$$1600 = 576 + c^2$$
$$c^2 = 1600 - 576 = 1024$$
$$c = \sqrt{1024} = 32, \text{ ou seja, } 32 \text{ cm.}$$

Desse modo, calculando a medida do perímetro, temos:

$$P = 40 + 24 + 32 = 96$$

Portanto, o perímetro mede 96 cm.

15. a) Como as diagonais do quadrado se cruzam no ponto médio de cada segmento, temos:

$$AC = BD = \underbrace{5\sqrt{2}}_{2\,\cdot\,2{,}5\sqrt{2}}$$

Logo, o comprimento de cada diagonal mede $5\sqrt{2}$ cm.

Indicando a medida do comprimento do lado do quadrado por *x*, como a medida da hipotenusa do triângulo *ABC* mede $5\sqrt{2}$ cm, temos:

$$(5\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$$
$$25 \cdot 2 = 2x^2$$
$$x^2 = 25$$
$$x = \sqrt{25} = 5$$

Portanto, o comprimento do lado desse quadrado mede 5 m.

b) Calculando a medida do perímetro desse quadrado, temos:

$$P = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

Logo, o perímetro mede 20 m.

c) Calculando a medida da área, temos:

$$A = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5$$

Portanto, a área do triângulo *ACD* mede 12,5 m.

16. A diagonal do retângulo representa a hipotenusa do triângulo retângulo formado por ela. Em cada item, usando as medidas dos catetos e indicando a medida da hipotenusa por *x*, temos:

a) $x^2 = 28^2 + 21^2$

$$x^2 = 784 + 441 = 1225$$
$$x = \sqrt{1225} = 35$$

Portanto, o comprimento da diagonal desse retângulo mede 35 m.

b) $x^2 = 5^2 + 12^2$

$$x^2 = 25 + 144 = 169$$
$$x = \sqrt{169} = 13$$

Portanto, o comprimento da diagonal desse retângulo mede 13 m.

c) $x^2 = 1^2 + 3^2$

$x^2 = 1 + 9 = 10$

$x = \sqrt{10}$

Portanto, o comprimento da diagonal desse retângulo mede $\sqrt{10}$ m.

d) $x^2 = 5^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2$

$x^2 = 25 + 2$

$x = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

Portanto, o comprimento da diagonal desse retângulo mede $3\sqrt{3}$ m.

17. A. Para determinar a medida da altura, calculamos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 18 \cdot 32 = 576$$
$$h = \sqrt{576} = 24$$

Logo, a altura mede 24 m.

Como a base desse triângulo mede $\underbrace{50}_{18\,+\,32}$ m, a medida da área é dada por:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{50 \cdot 24}{2} = 600$$

Logo, a área mede 600 m².

Para determinar a medida do perímetro, precisamos calcular a medida dos outros lados. Assim, indicando-os por a e b e usando o teorema de Pitágoras, temos:

$$a^2 = 18^2 + 24^2$$
$$a^2 = 324 + 576 = 900$$
$$a = \sqrt{900} = 30\text{, ou seja, } a = 30 \text{ m}$$
$$b^2 = 32^2 + 24^2$$
$$b^2 = 1024 + 576 = 1600$$
$$b = \sqrt{1600} = 40\text{, ou seja, } b = 40 \text{ m}$$

Assim, $P = 50 + 30 + 40 = 120$, ou seja, 120 m.

Portanto, o perímetro mede 120 m, a área mede 600 m² e o comprimento da altura mede 24 m.

B. Para calcular a medida da base, precisamos determinar a medida de n. Assim:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 144 \cdot 25 = 3\,600$$
$$h = \sqrt{3\,600} = 60\text{, ou seja, } h = 60 \text{ m.}$$

Como $EF = \underbrace{169}_{25\,+\,144}$ m, a medida da área é dada por:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{169 \cdot 60}{2} = 5\,070$$

Logo, a área mede 5 070 m².

Calculando a medida do comprimento do lado $\overline{DF}$:

$$(DF)^2 = 60^2 + 144^2$$
$$(DF)^2 = 3600 + 20\,736$$
$$(DF)^2 = 24\,336$$
$$DF = \sqrt{24\,336} = 156$$

Ou seja, $DF = 156$ m.

Logo, o perímetro mede:

$$P = 156 + 169 + 65 = 390$$

Ou seja, $P = 390$ m.

Portanto, o perímetro mede 390 m, a área mede 5 070 m² e o comprimento da altura do triângulo mede 60 m.

18. a) Calculando a medida do comprimento da parte da escada que está apoiada até a sua base e indicando essa medida por x, temos:

$$x^2 = (4{,}8)^2 + (1{,}2)^2$$
$$x^2 = 23{,}04 + 1{,}44 = 24{,}48$$
$$x = \sqrt{24{,}48} \simeq 4{,}95$$

Ou seja, x mede aproximadamente 4,95 m.

Portanto, o comprimento aproximado da escada mede $\underbrace{5{,}98}_{4{,}95\,+\,1{,}03}$ m.

b) Para que o topo da escada coincida com o topo do muro, a medida do comprimento total da escada representará a hipotenusa. Indicando a medida da distância entre a base da escada e o muro por x, temos:

$$(5{,}98)^2 = (4{,}8)^2 + x^2$$
$$35{,}7604 = 23{,}04 + x^2$$
$$x^2 = 35{,}7604 - 23{,}04 = 12{,}724$$
$$x = \sqrt{12{,}724} \simeq 3{,}57$$

Portanto, para que o topo da escada coincida com o topo do muro, a base da escada deve estar a, aproximadamente, 3,57 m de distância do muro.

19. Indicando a medida do comprimento do cabo de aço por x e calculando a medida de seu comprimento, temos:

$$x^2 = 10^2 + (7{,}5)^2$$
$$x^2 = 100 + 56{,}25 = 156{,}25$$
$$x = \sqrt{156{,}25} = 12{,}5$$

Ou seja, x mede 12,5 m.

Como foram utilizados 4 cabos de aço com mesma medida de comprimento, temos:

$$4 \cdot 12{,}5 = 50$$

Portanto, foram utilizados 50 m de cabo de aço para sustentar essa torre.

20. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Determine a medida do comprimento do segmento AE.

Resposta: $\overline{AE} = 5{,}4$ m.

21. De acordo com a imagem, ABC é um triângulo retângulo. Calculando, inicialmente, a medida do comprimento do lado $\overline{AC}$, temos:

$$(\overline{AC})^2 = 7^2 + 24^2$$
$$(\overline{AC})^2 = 49 + 576 = 625$$
$$\overline{AC} = \sqrt{625} = 25$$

Ou seja, $\overline{AC} = 25$ m.

Calculando a medida do comprimento do lado $\overline{AD}$, temos:

$$25^2 = 20^2 + (\overline{AD})^2$$
$$625 = 400 + (\overline{AD})^2$$
$$(\overline{AD})^2 = 625 - 400 = 225$$

$\overline{AD} = \sqrt{225} = 15$, ou seja, $\overline{AD} = 15$ m.

Assim, calculando a medida do perímetro desse quadrilátero, temos:

$$P = 15 + 20 + 24 + 7 = 66$$

Portanto, o perímetro mede 66 m.

22. Determinando, inicialmente, as raízes da equação $x^2 - 7x + 12 = 0$, temos:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 49 - 48 = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 1}{2}$$

Assim, $x_1 = \frac{7+1}{2} = 4$ e $x_2 = \frac{7-1}{2} = 3$.

Logo, as raízes da equação são $x_1 = 4$ e $x_2 = 3$.

Como as raízes da equação correspondem às medidas dos catetos de um triângulo retângulo, em centímetros, temos $b = 4$ cm e $c = 3$ cm.

Calculando a medida da hipotenusa:

$$a^2 = 4^2 + 3^2$$
$$a^2 = 16 + 9 = 25$$
$$a = \sqrt{25} = 5$$

Ou seja, a mede 5 cm.

Calculando a medida do perímetro desse triângulo, temos:

$$P = 5 + 4 + 3 = 12$$

Portanto, o perímetro mede 12 cm.

23. De acordo com a figura desenhada por Aroldo, temos: $a^2 + b^2 + c^2 = 24$. Assim:

$$b^2 + c^2 = 24 - a^2 \text{ (I)}$$

Além disso, podemos escrever $a^2 = b^2 + c^2$ (**II**)

Substituindo **I** em **II**, temos:

$$a^2 = 24 - a^2$$
$$2a^2 = 24$$
$$a^2 = 12$$

Como o lado do quadrado maior mede a, a sua área mede $\underbrace{12 \text{ cm}^2}_{\text{medida de } a^2}$.

Portanto, a alternativa **c** está correta.

24. A medida do segmento $\overline{AP}$ representa a hipotenusa do triângulo retângulo AHP. Nesse triângulo, o cateto $\overline{AH}$ mede 2 cm, pois representa a medida da aresta do cubo. O outro cateto é a metade da diagonal do quadrado $EFGH$. Realizando os cálculos, temos:

$$d = \ell\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$
$$\frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

Logo, a metade da diagonal desse quadrado mede $\sqrt{2}$ cm.

Agora, vamos usar o teorema de Pitágoras para determinar a medida do segmento $\overline{AP}$:

$$(AP)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2^2$$
$$(AP)^2 = 2 + 4 = 6$$

$AP = \sqrt{6}$, ou seja, $\sqrt{6}$ cm.

Portanto, a alternativa correta é a **c**.

O que eu estudei?

1. A. Inicialmente, calculamos a medida da projeção ortogonal do cateto $\overline{AC}$. Assim:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$12^2 = m \cdot 9$$
$$144 = 9m$$
$$m = \frac{144}{9} = 16$$

Ou seja, m mede 16 cm.

Calculando a medida de x, temos:

$$x^2 = 12^2 + 16^2$$
$$x^2 = 144 + 256 = 400$$
$$x = \sqrt{400} = 20$$

Ou seja, $x = 20$ cm.

B. Determinando a medida de c:

$$c^2 = 4^2 + 8^2$$
$$c^2 = 16 + 64 = 80$$
$$c = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

Ou seja, $c = 4\sqrt{5}$ m.

Para obter o valor de a, fazemos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$8^2 = m \cdot 4$$
$$64 = 4m$$
$$m = \frac{64}{4} = 16$$

Ou seja, m mede 16 m.

Assim:

$$a = 16 + 4 = 20$$

Ou seja, $a = 20$ m.

O valor de b é dado por:

$$b^2 = 16^2 + 8^2$$
$$b^2 = 256 + 64 = 320$$
$$b = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$$

Ou seja, $b = 8\sqrt{5}$ cm.

C. Calculando a medida de y, temos:

$$12^2 = 13 \cdot y$$
$$144 = 13y$$
$$y = \frac{144}{13}$$

Ou seja, $y = \frac{144}{13}$ m.

Calculando o valor de x:

$$12^2 = \left(\frac{144}{13}\right)^2 + x^2$$
$$144 = \frac{20\,736}{169} + x^2$$
$$x^2 = 144 - \frac{20\,736}{169} = \frac{3\,600}{169}$$
$$x = \sqrt{\frac{3\,600}{169}} = \frac{\sqrt{3\,600}}{\sqrt{169}} = \frac{60}{13}$$

Ou seja, $x = \frac{60}{13}$ m.

D. Para determinar a medida da altura, fazemos:

$$h^2 = 4 \cdot (9 - 4)$$
$$h = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Ou seja, $2\sqrt{5}$ m.

Calculando o valor da medida de b, temos:

$$b^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + 5^2$$
$$b^2 = 4 \cdot 5 + 25 = 20 + 25 = 45$$
$$b = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Ou seja, $b = 3\sqrt{5}$ m.

Calculando o valor de c, temos:

$$c^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + 4^2$$
$$c^2 = 4 \cdot 5 + 16 = 20 + 16 = 36$$
$$c = \sqrt{36} = 6$$

Ou seja, $c = 6$ m.

2. Calculando a medida de h, temos:

$$h^2 = m \cdot n$$
$$h^2 = 9 \cdot 25 = 225$$
$$h = \sqrt{225} = 15$$

Portanto, o comprimento da altura mede 15 m.

3. Realizando os cálculos, temos:

$$\triangle ABG\text{: } a^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$$

Assim, $a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Ou seja, $a = 2\sqrt{2}$ u.

$$\triangle ACF\text{: } \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 4^2 + b^2$$

Assim: $b^2 = \left(4\sqrt{2}\right)^2 - 4^2 = 16 \cdot 2 - 16 = 16$

$$b = \sqrt{16} = 4$$

Ou seja, $b = 4$ u.

$\triangle ADE$: $\left(5\sqrt{2}\right)^2 = 5^2 + c^2$. Assim:

$$c^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 - 5^2 = 25 \cdot 2 - 25 = 25$$
$$c = \sqrt{25} = 5$$

Ou seja, $c = 5$ u.

Completando o quadro, temos:

Triângulo	Medida do comprimento		
	cateto	cateto	hipotenusa
ABG	2 u	2 u	$2\sqrt{2}$ u
ACF	4 u	4 u	$4\sqrt{2}$ u
ADE	5 u	5 u	$5\sqrt{2}$ u

4. O quadrado *ABCD* pode ser decomposto em seis triângulos retângulos. Considerando, incialmente, a medida dos catetos e indicando por x a medida do cateto $\overline{DI}$, o quadrado contém o lado do triângulo *ADI*, cuja medida de comprimento é igual a $3x$. Assim:

$$\underbrace{10^2}_{AI} = \underbrace{x^2}_{DI} + \left(\underbrace{3x}_{AD}\right)^2$$
$$100 = 10x^2$$
$$x = \sqrt{10}\text{ cm}$$

Calculando a medida da área do triângulo *ADI*, temos:

$$A = \frac{x \cdot 3x}{2}$$
$$A = \frac{\sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10}}{2} = 15\text{, ou seja, } 15\text{ cm}^2$$

Como a medida do triângulo *AIH* corresponde ao dobro da medida da área do triângulo *ADI*, sua medida de área é igual a 30 cm².

Unidade 7 Estatística e probabilidade

Atividades

1. a) O grupo que apresenta a maior quantidade de espécies em extinção é o dos peixes, com 409 espécies ameaçadas. O grupo que apresenta a menor quantidade de espécies em extinção é o dos anfíbios, com 41 espécies ameaçadas.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que sim, pois a preservação de animais é importante para manter o equilíbrio da natureza.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam, após pesquisar, quais animais, dentro dos grupos, estão correndo risco de extinção e entendam que isso ocorre em razão da destruição dos hábitats naturais, das mudanças climáticas, da poluição e da caça predatória. Além disso, espera-se que reconheçam a importância de preservar os animais em risco pois, assim, mantém-se o equilíbrio de ecossistemas. Quanto às atitudes que podem ser tomadas, espera-se que eles compreendam que é possível proteger animais ameaçados respeitando locais de proteção, conscientizando as pessoas sobre a importância da preservação, evitando a poluição e o desmatamento, entre outras ações.

d) Resposta pessoal. Com essa questão, espera-se que os estudantes se conscientizem da importância de preservar os animais em extinção.

e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes apresentem fotos do animal escolhido e comentem sobre a importância de preservá-lo.

2. a) Do total de entrevistados, 62,6% sempre reciclam e 23% reciclam de vez em quando.

b) I. $500 \cdot 0{,}626 = 313$

Portanto, 313 pessoas sempre reciclam.

II. $500 \cdot 0{,}144 = 72$

Portanto, 72 pessoas não reciclam.

III. $500 \cdot 0{,}23 = 115$

Portanto, 115 pessoas reciclam de vez em quando.

3. a) A ação teve o maior preço no dia 5/5 e o menor preço ocorreu no dia 7/5.

b) De 2/5 a 4/5, o preço da ação aumentou. Para determinar em quantos reais o preço aumentou, fazemos:

$12{,}93 - 12{,}3 = 0{,}63$

Portanto, de 2/5 a 4/5, o preço da ação aumentou R$ 0,63.

c) Para calcular a variação de preço entre os dias 4/5 e 7/5, fazemos:

$11{,}14 - 12{,}93 = -1{,}79$

Portanto, a variação de preço foi de –R$ 1,79.

4. a) Sugestão de resposta: o gráfico de linhas, pois ele apresenta a evolução no consumo no período desejado por Amanda.

b) I. O consumo de energia na casa de Amanda aumentou de novembro para dezembro de 2023.

II. O maior consumo de energia elétrica ocorreu no mês de julho.

5. Sugestões de resposta: Situação **A**: gráfico de setores, pois permite a comparação dos dados com o todo; Situação **B**: gráfico de linhas, pois possibilita o acompanhamento da evolução do preço do produto; Situação **C**: gráfico de colunas, pois propicia a comparação dos dados entre si.

Questão 1. Para calcular a medida da massa média dos jogadores do time **B**, fazemos:

$$Ma = \frac{42{,}9 + 45{,}1 + 48{,}4}{14} + \frac{60{,}5 + 43{,}1 + 45{,}3 + 49{,}4}{14} + \frac{61{,}4 + 44{,}3 + 46{,}1 + 49{,}4}{14} + \frac{44{,}3 + 48{,}3 + 60{,}3}{14} = 49{,}2$$

Portanto, a massa média dos jogadores do time **B** mede 49,2 kg.

Questão 2. A mediana das medidas de massa dos jogadores do time **B** é dada por:

$$Md = \frac{46{,}1 + 48{,}3}{2} = 47{,}2$$

Portanto, a mediana das medidas de massa dos jogadores do time **B** é 47,2 kg.

Atividades

6. a) Para calcular a média de visitas por dia no período, fazemos:

$$\frac{1825145}{2922} \simeq 625$$

Portanto, esse *site* recebeu, em média, aproximadamente 625 visitas diárias nesse período.

b) Para calcular a média de visitas por mês no período, inicialmente, convertemos 2922 dias em meses. Para isso, fazemos:

$$\frac{2922}{30} \simeq 97{,}4$$

Agora, calculamos a média de visitas por mês, ou seja:

$$\frac{1825145}{97{,}4} \simeq 18739$$

Portanto, esse *site* recebeu, em média, aproximadamente 18739 visitas mensais nesse período.

c) Para calcular a média de visitas por ano no período, inicialmente, convertemos 2922 dias em anos. Para isso, fazemos:

$$\frac{2922}{365} \simeq 8$$

Agora, calculamos a média de visitas por ano, ou seja:

$$\frac{1825145}{8} \simeq 227987$$

Portanto, esse *site* recebeu, em média, aproximadamente 227987 anuais nesse período.

7. a) A maior quantidade exportada foi em maio e a menor, em dezembro.

b) No mês de janeiro, a exportação foi menor do que a de fevereiro. Para calcular a diferença entre as quantidades exportadas, fazemos:

$$15\,488\,310 - 13\,662\,850 = 1\,825\,460$$

Portanto, a diferença entre as quantidades de mel exportadas entre os meses de janeiro e fevereiro é de 1825 460 kg.

c) Para calcular a média anual de exportação de mel, devemos adicionar os valores de todos os meses e dividir a soma obtida por 12, que é a quantidade de meses considerada. Assim:

$$Ma_{\text{ano}} = \frac{13\,662\,850 + \cdots + 6\,325\,436}{12}$$

$$Ma_{\text{ano}} = 13\,611\,757{,}83$$

Portanto, em média, foram exportados mensalmente 13 611 757,83 kg de mel no Brasil.

d) A quantidade de mel exportada ficou abaixo da quantidade média exportada nos meses de julho, agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro.

e) Para calcular a mediana dos valores apresentados no gráfico, inicialmente, devemos organizá-los em rol. Nesse caso, obtemos:

6 235 436 (dezembro), 7 225 850 (novembro), 10 422 177 (outubro), 10 432 560 (agosto), 10 436 472 (julho), 10 753 433 (setembro), 13 662 850 (janeiro), 15 488 310 (fevereiro), 16 362 998 (março), 20 038 413 (junho), 20 710 951 (abril) e 21 481 635 (maio).

Os valores centrais são aqueles correspondentes aos meses de janeiro e setembro. Desse modo:

$$Md = \frac{13\,662\,850 + 10\,753\,433}{2} = 12\,208\,141{,}5$$

Portanto, a mediana dos valores apresentados é 12 208 141,5 kg.

f) A exportação de mel entre os meses de setembro e dezembro de 2021 diminuiu. A exportação de mel entre os meses de março a maio de 2021 aumentou.

8. a) Para calcular a quantidade média de pessoas morando em cada casa, fazemos:

$$Ma = \frac{3 + 7 + 2 + 4 + 6 + \ldots + 2 + 6 + 3 + 2 + 5}{40} = 4{,}45$$

Portanto, moram, em média, 4 pessoas por residência.

b) Sim, a moda é 6 pessoas. Esse número representa a quantidade de pessoas por residência que apresenta maior frequência no conjunto de dados, ou seja, a maioria das casas tem 6 moradores.

c) A mediana dos valores é 5 pessoas, pois, colocando os valores em ordem crescente, o valor 5 aparece nas duas posições centrais dos dados.

9. a) A nota média dos estudantes do 9º ano **A** pode ser calculada adicionando todas as notas e dividindo a soma obtida pelo total de notas, ou seja:

$$Ma = \frac{10 + 9 + 8 + 5 + \ldots + 10 + 9 + 8 + 7}{27} \simeq 7{,}1$$

Analogamente, a nota média dos estudantes do 9º ano **B** é dada por:

$$Ma = \frac{5 + 9 + 10 + 10 + \ldots + 5 + 5 + 4 + 3}{27} \simeq 5{,}6$$

Portanto, a nota média dos estudantes do 9º ano **A** foi 7,1 e a dos estudantes do 9º **B** foi 5,6.

b) Os valores que mais aparecem em ambos os conjuntos de dados é 10. Portanto, a moda das notas dos estudantes do 9º ano **A** é 10 e a dos estudantes do 9º **B** também é 10.

c) Para determinarmos qual turma apresentou a menor dispersão entre as notas, calculamos a amplitude de cada um dos conjuntos de dados.

- 9º ano **A**: $10 - 2 = 8$
- 9º ano **B**: $10 - 1 = 9$

Como a amplitude das notas dos estudantes do 9º ano **A** é menor, concluímos que essa turma apresentou menor dispersão entre as notas.

10. a) O piloto **A**.

b) Indicando por Ma_A, Ma_B, Ma_C, Ma_D e Ma_E, respectivamente, a média da medida de tempo por volta dos pilotos **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, temos:

- $Ma_A = \frac{65 + 84 + 65 + 85}{4} = 74{,}75$, ou seja, 74,75 s.
- $Ma_B = \frac{84 + 79 + 81 + 72}{4} = 79$, ou seja, 79 s.
- $Ma_C = \frac{79 + 75 + 75 + 72}{4} = 75{,}25$, ou seja, 75,25 s.
- $Ma_D = \frac{70 + 79 + 72 + 86}{4} = 76{,}75$, ou seja, 76,75 s.
- $Ma_E = \frac{75 + 76 + 77 + 87}{4} = 78{,}75$, ou seja, 78,75 s.

c) O piloto **A** largará na 1ª posição, pois teve a menor média entre as voltas. O piloto **E** largará na 4ª posição, pois teve a 4ª menor média entre as voltas.

d) Para determinarmos qual piloto apresentou a menor dispersão entre as medidas de tempo em cada volta, calculamos a amplitude do conjunto de dados correspondente a cada piloto.

- Piloto **A**: $85 - 65 = 20$, ou seja, 20 s.
- Piloto **B**: $84 - 72 = 12$, ou seja, 12 s.
- Piloto **C**: $79 - 72 = 7$, ou seja, 7 s.
- Piloto **D**: $86 - 70 = 16$, ou seja, 16 s.
- Piloto **E**: $87 - 75 = 12$, ou seja, 12 s.

Como a amplitude das medidas de tempo correspondente ao piloto **C** é a menor, concluímos que ele apresentou menor dispersão entre as medidas de tempo de cada volta.

11. a) I. A moda dessa pesquisa para as mulheres é "Própria residência".

II. A moda dessa pesquisa para os homens é "Via pública ou outro local público".

III. Resposta pessoal. Com essa questão, espera-se que os estudantes se conscientizem da importância do combate à violência contra a mulher.

b) I. Resposta pessoal. Nessa questão, espera-se que os estudantes optem pelo gráfico de setores, pois ele facilita a comparação das partes com o todo.

II. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes optem pelo gráfico de colunas duplas.

Questão 3. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que a intenção do gráfico é fazer a marca que publicou o gráfico parecer muito mais popular entre os consumidores.

Atividades

12. A. Fonte de pesquisa.

B. Legenda.

C. Ano da pesquisa.

D. Fonte de pesquisa.

E. Data.

13. a) A escala do eixo vertical não está em proporção.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico foi manipulado para parecer que a cidade recebe uma quantidade de turistas que falam inglês ou espanhol próxima à quantidade de turistas brasileiros.

14. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes cheguem à conclusão de que a fonte de pesquisa é importante na análise dos resultados expostos na tabela.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes compreendam que o proprietário da loja não divulgou a fonte de pesquisa, pois tinha a intenção de manipular os consumidores.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que as respostas foram dadas por pessoas que podem ser parciais e, nesse caso, seria necessário coletar informações com um grupo mais diverso.

15. a) Pesquisa amostral, pois apenas uma parte da população em estudo foi entrevistada.

b) Pesquisa censitária, pois toda a população em estudo foi entrevistada.

c) Pesquisa amostral, pois apenas uma parte da população em estudo foi entrevistada.

16. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes optem pelo método de amostragem que julgarem mais pertinente, com base nas próprias experiências.

17. Amostragem probabilística, pois os entrevistados foram escolhidos aleatoriamente.

18. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes sigam as etapas propostas na realização da pesquisa amostral.

19. Na resolução dessa atividade, considere o evento A "obter cara no primeiro lançamento" e o evento B "obter coroa no segundo lançamento".

a) $P(A) = \frac{1}{2}$.

b) $P(B) = \frac{1}{2}$.

c) Como os eventos A e B são independentes, temos $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Portanto, a probabilidade de obter cara no primeiro lançamento e coroa no segundo é $\frac{1}{4}$.

20. Considere o evento G "obter a letra G no primeiro sorteio", o evento O "obter a letra O no segundo sorteio" e o evento L "obter a letra L no terceiro sorteio".

- $P(G) = \frac{1}{6}$
- A probabilidade de ocorrer O, dado que ocorreu G, é $\frac{2}{5}$.
- A probabilidade de ocorrer L, dado que O e G ocorreram, é $\frac{1}{4}$.

Portanto, a probabilidade de formar a palavra GOL, sorteando as letras nessa ordem, é dada por:

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{120} = \frac{1}{60}$$

21. Considere o evento A "obter 5 ou 6 pontos no primeiro giro" e o evento B "obter 1 ou 2 pontos no segundo giro". Como os eventos A e B são independentes, segue que a probabilidade de o jogador sortear os números que ele precisa é:

$$\frac{2}{8} \cdot \frac{4}{8} = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$$

22. $P = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$

Portanto, a probabilidade de Márcia responder corretamente a essas três questões é $\frac{1}{125}$.

23. $P = \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{52} = \frac{28\,561}{7\,311\,616}$

Portanto, a probabilidade de Amanda sortear 4 cartas do mesmo naipe é $\frac{28\,561}{7\,311\,616}$.

24. $P = \frac{24}{75} \cdot \frac{23}{74} \cdot \frac{22}{73} \cdot \frac{21}{72} = \frac{255\,024}{29\,170\,800} = \frac{1771}{202\,575}$

O que eu estudei?

1. a) Semana **1**: 984 + 841 = 1825

Semana **2**: 975 + 826 = 1801

Semana **3**: 899 + 715 = 1614

Semana **4**: 953 + 787 = 1740

Portanto, houve mais pagantes na semana **1**, totalizando 1825 pagantes.

b) Filme **1**: $984 + 826 + 899 + 787 = 3496$

Filme **2**: $841 + 975 + 715 + 953 = 3484$

Portanto, o filme que teve mais pagantes foi o filme **1**.

2. Inicialmente, organizamos os dados apresentados em um quadro.

Quantidade de irmãos	Frequência
0	4
1	9
2	11
3	7
4	2
5	2

a) De acordo com o quadro, a quantidade de irmãos com maior frequência nessa turma é 2.

b) Há 31 estudantes com menos de 4 irmãos, pois: $7 + 11 + 9 + 4 = 31$.

c) $Ma = \dfrac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 9 + 2 \cdot 11 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{35} = 2$

$Mo = 2$

$Md = 2$

Portanto, a média, a moda e a mediana são todas iguais a 2.

3. a) $Ma_{\text{Natália}} = \dfrac{7{,}8 + 8{,}4 + 8{,}6 + 8{,}4 + 7{,}9 + 9{,}5 + 8{,}1 + 8{,}0}{8}$

$Ma_{\text{Natália}} \simeq 8{,}34$

$Mo_{\text{Natália}} = 8{,}4$

$Md_{\text{Natália}} = \dfrac{8{,}1 + 8{,}4}{2} = 8{,}25$

$Ma_{\text{Bia}} = \dfrac{6{,}2 + 7{,}9 + 7{,}4 + 10{,}0 + 8{,}6 + 9{,}2 + 7{,}6 + 7{,}0}{8}$

$Ma_{\text{Bia}} \simeq 7{,}99$

As notas de Bia não têm moda, pois todas aparecem na mesma quantidade.

$$Md_{\text{Bia}} = \frac{7{,}6 + 7{,}9}{2} = 7{,}75$$

b) Para determinar qual das irmãs apresentou notas com menor dispersão, calculamos a amplitude de cada um dos conjuntos de dados.

- Natália: $9{,}5 - 7{,}8 = 1{,}7$
- Bia: $10 - 7 = 3$

Portanto, as notas de Natália apresentaram menor dispersão.

4. Inicialmente, determinaremos a quantidade de bolinhas de cada cor.

- Branca: sabendo que no 1º sorteio a probabilidade de tirar uma bolinha branca é $\frac{1}{5}$, concluímos que há ao todo na urna 5 bolinhas brancas, pois $\frac{1}{5}$ de 25 é igual a 5.
- Preta: como a probabilidade de tirar uma bolinha preta no 2º sorteio, sabendo que no 1º sorteio saiu branca, é $\frac{1}{3}$ e não há reposição de bolinhas, concluímos que há ao todo 8 bolinhas pretas na urna, pois $\frac{1}{3}$ de $\underbrace{24}_{25\,-\,1}$ é igual a 8.
- Vermelha: há 12 bolinhas vermelhas na urna, pois:

$$\underbrace{25}_{\substack{\text{total de}\\ \text{bolinhas}}} - \overbrace{8}^{\substack{\text{quantidade}\\ \text{de bolinhas}\\ \text{pretas}}} - \underbrace{5}_{\substack{\text{quantidade}\\ \text{de bolinhas}\\ \text{vermelhas}}} = 12$$

a) Nas condições expostas, como não há reposição, ao realizar o 3º sorteio, há 12 bolinhas vermelhas de um total de 23. Assim, a probabilidade de retirar uma bolinha vermelha no 3º sorteio, sabendo que no 1º e no 2º foram retiradas uma bolinha branca e uma preta, respectivamente, é $\frac{12}{23}$.

b) A probabilidade de obter 3 bolinhas pretas é:

$$\frac{8}{25} \cdot \frac{7}{24} \cdot \frac{6}{23} = \frac{14}{575}$$

Unidade 8 Algumas representações no plano cartesiano

Questão 1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que, nos casos em que as abscissas ou as ordenadas dos pontos são iguais, é possível contar quantas unidades de comprimento há entre os pontos, bastando realizar a projeção nos eixos e efetuar uma subtração. Já no caso em que as abscissas ou as ordenadas dos pontos são respectivamente diferentes, é necessário utilizar o teorema de Pitágoras, pois não é possível contar quantas unidades de comprimento há entre os pontos.

Questão 2. Inicialmente determinamos a medida do comprimento dos lados do retângulo.

$AB = \left|-1 - (-4)\right| = |-1 + 4| = |3| = 3$

$BC = |8 - 1| = |7| = 7$

$CD = \left|-4 - (-1)\right| = |-4 + 1| = |-3| = 3$

$AD = |8 - 1| = |7| = 7$

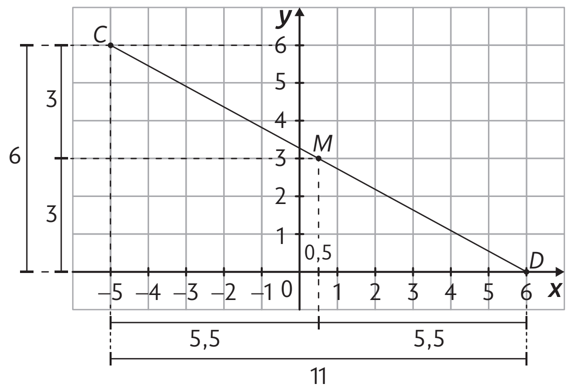
Agora, calculamos a medida da área A e do perímetro P.

$A = 3 \cdot 7 = 21$

$P = 3 + 7 + 3 + 7 = 20$

Portanto, a área mede 21 unidades de área o perímetro, 20 unidades de comprimento.

Questão 3. Ao considerarmos as projeções do segmento CD nos eixos x e y, segue que o valor 0,5 divide a projeção no eixo x em dois segmentos congruentes e o valor 3 divide a projeção no eixo y em dois segmentos congruentes.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, as coordenadas do ponto médio do segmento CD são $(0{,}5;\ 3)$.

Atividades

1. a) As coordenadas dos pontos são $A(4,\ 0)$, $B(3,\ 3)$, $C(-3,\ -2)$, $D(-4,\ 4)$ e $E(2,\ -3)$.

b) Seja O a origem do plano cartesiano.

- Medida da distância entre O e A.

$OA = |4 - 0| = |4| = 4$

Portanto, a distância entre O e A mede 4 u.c.

- Medida da distância entre O e B.

$$(OB)^2 = 3^2 + 3^2$$
$$(OB)^2 = 9 + 9$$
$$(OB)^2 = 18$$
$$OB = \sqrt{18}$$
$$OB = 3\sqrt{2}$$

Portanto, a distância entre O e B mede $3\sqrt{2}$ u.c.

- Medida da distância entre O e C.

$$(OC)^2 = 3^2 + 2^2$$
$$(OC)^2 = 9 + 4$$
$$(OC)^2 = 13$$
$$OC = \sqrt{13}$$

Portanto, a distância entre O e C mede $\sqrt{13}$ u.c.

- Medida da distância entre O e D.

$$(OD)^2 = 4^2 + 4^2$$
$$(OD)^2 = 16 + 16$$
$$(OD)^2 = 32$$
$$OD = \sqrt{32}$$
$$OD = 4\sqrt{2}$$

Portanto, a distância entre O e D mede $4\sqrt{2}$ u.c.

- Medida da distância entre O e E.

$$(OE)^2 = 2^2 + 3^2$$
$$(OE)^2 = 4 + 9$$
$$(OE)^2 = 13$$
$$OE = \sqrt{13}$$

Portanto, a distância entre O e E mede $\sqrt{13}$ u.c.

2. Para cada um dos polígonos, inicialmente, determinamos a medida do comprimento de cada um de seus lados e, em seguida, a medida de seu perímetro.

- Triângulo ABC.

> Medida do comprimento do lado $\overline{AB}$:

$AB = |4 - 1| = |3| = 3$

> Medida do comprimento do lado $\overline{BC}$:

$BC = |0 - 4| = |-4| = 4$

> Medida do comprimento do lado $\overline{AC}$:

$$(AC)^2 = 3^2 + 4^2$$
$$(AC)^2 = 9 + 16$$
$$(AC)^2 = 25$$
$$AC = \sqrt{25}$$
$$AC = 5$$

- Medida do perímetro (P_{ABC}):

$$P_{ABC} = AB + BC + AC = 3 + 4 + 5 = 12$$

Portanto, o perímetro do triângulo ABC mede 12 u.c.

- Triângulo DEF.

> Medida do comprimento do lado $\overline{DE}$:

$DE = |-2 - 4| = |-6| = 6$

> Medida do comprimento do lado $\overline{EF}$:

$$(EF)^2 = 3^2 + 3^2$$
$$(EF)^2 = 9 + 9$$
$$(EF)^2 = 18$$
$$EF = \sqrt{18}$$
$$EF = 3\sqrt{2}$$

> Medida do comprimento do lado $\overline{DF}$:

$$(DF)^2 = 3^2 + 3^2$$
$$(DF)^2 = 9 + 9$$
$$(DF)^2 = 18$$
$$DF = \sqrt{18}$$
$$DF = 3\sqrt{2}$$

> Medida do perímetro (P_{DEF}):

$$P_{DEF} = DE + EF + DF = 6 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6 + 6\sqrt{2}$$

Portanto, o perímetro do triângulo *DEF* mede $(6 + 6\sqrt{2})$ u.c.

• Quadrilátero *GHIJ*

> Medida do comprimento do lado $\overline{GH}$:

$$(GH)^2 = 3^2 + 2^2$$
$$(GH)^2 = 9 + 4$$
$$(GH)^2 = 13$$
$$GH = \sqrt{13}$$

> Medida do comprimento do lado $\overline{HI}$:

$$(HI)^2 = 2^2 + 3^2$$
$$(HI)^2 = 4 + 9$$
$$(HI)^2 = 13$$
$$HI = \sqrt{13}$$

> Medida do comprimento do lado $\overline{IJ}$:

$$(IJ)^2 = 3^2 + 2^2$$
$$(IJ)^2 = 9 + 4$$
$$(IJ)^2 = 13$$
$$IJ = \sqrt{13}$$

> Medida do comprimento do lado $\overline{GJ}$:

$$(GJ)^2 = 2^2 + 3^2$$
$$(GJ)^2 = 4 + 9$$
$$(GJ)^2 = 13$$
$$GJ = \sqrt{13}$$

> Medida do perímetro (P_{GHIJ}):

$$P_{GHIJ} = GH + HI + IJ + GJ =$$
$$= \sqrt{13} + \sqrt{13} + \sqrt{13} + \sqrt{13} = 4\sqrt{13}$$

Portanto, o perímetro do quadrilátero *GHIJ* mede $4\sqrt{13}$ u.c.

3. Seja *M* o ponto médio de $\overline{AB}$. Nesse caso, temos:

$$(MB)^2 = (6 - 2)^2 + (5 - 2)^2$$
$$(MB)^2 = 4^2 + 3^2$$
$$(MB)^2 = 16 + 9$$
$$(MB)^2 = 25$$
$$MB = \sqrt{25}$$
$$MB = 5$$

Como $AB = 2 \cdot MB$, segue que: $AB = 2 \cdot 5 = 10$.

Portanto, o comprimento do segmento *AB* mede 10 u.c.

4. a) Para cada um dos polígonos, inicialmente, determinamos a medida do comprimento de cada um de seus lados e, em seguida, a medida de seu perímetro.

• Paralelogramo *ABCD*

> Medida do comprimento do lado $\overline{AB}$:

$AB = |0 - (-4)| = |4| = 4$

> Medida do comprimento do lado $\overline{BC}$:

$$(BC)^2 = 2^2 + 3^2$$
$$(BC)^2 = 4 + 9$$
$$(BC)^2 = 13$$
$$BC = \sqrt{13}$$

> Medida do comprimento do lado $\overline{CD}$: os lados $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ são congruentes. Logo, $CD = 4$.

> Medida do comprimento do lado $\overline{AD}$: os lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ são congruentes. Logo, $AD = \sqrt{13}$.

> Medida do perímetro (P_{ABCD}):

$P_{ABCD} = 4 + \sqrt{13} + 4 + \sqrt{13} = 8 + 2\sqrt{13}$

Portanto, o perímetro do paralelogramo *ABCD* mede $(8 + 2\sqrt{13})$ u.c.

• Triângulo *EFG*

> Medida do comprimento do lado $\overline{EF}$:

$EF = |-2 - 2| = |-4| = 4$

> Medida do comprimento do lado $\overline{FG}$:

$FG = |4 - (-1)| = |4 + 1| = |5| = 5$

> Medida do comprimento do lado $\overline{EG}$:

$$(EG)^2 = 5^2 + 4^2$$
$$(EG)^2 = 25 + 16$$
$$(EG)^2 = 41$$
$$EG = \sqrt{41}$$

> Medida do perímetro (P_{EFG}):

$P_{EFG} = 4 + 5 + \sqrt{41} = 9 + \sqrt{41}$

Portanto, o perímetro do triângulo *EFG* mede $(9 + \sqrt{41})$ u.c.

b) • Medida da área do paralelogramo *ABCD*: inicialmente, determinamos a medida da altura *h* do paralelogramo.

$$h = |4 - 1| = |3| = 3$$

Agora, calculamos a medida da área A_{ABCD} do polígono.

$$A_{ABCD} = AB \cdot h = 4 \cdot 3 = 12$$

Portanto, a área do paralelogramo mede 12 u.a.

- Medida da área do triângulo *EFG*: a medida da área do triângulo é dada por:

$$A_{EFG} = \frac{FG \cdot EF}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Logo, a área do triângulo mede 10 u.a.

5. Uma possibilidade para o cálculo da medida da área desse polígono é decompô-lo em dois polígonos: quadrado *ABDE* e triângulo *BCD*. Em seguida, calcular a medida da área de cada um deles e, por fim, adicionar as medidas obtidas.

- Medida da área do quadrado *ABDE*:

$$AE \cdot ED = |3 - (-2)| \cdot |2 - (-3)| = 5 \cdot 5 = 25$$

- Medida da área do triângulo *BCD*: essa medida é dada por $\frac{BD \cdot h}{2}$, em que *h* indica a medida do comprimento da altura relativa ao lado $\overline{BD}$. Assim:

$$\frac{BD \cdot h}{2} = \frac{AE \cdot |4 - 2|}{2} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$$

Adicionando as medidas obtidas, temos:

$$25 + 5 = 30$$

Portanto, a área do polígono *ABCDE* mede 30 u.a.

6. a) Para saber se o triângulo *ABC* é isósceles, precisamos calcular a medida do comprimento de cada um de seus lados.

- Medida do comprimento do lado $\overline{AB}$:

$$(AB)^2 = 2^2 + 6^2$$
$$(AB)^2 = 4 + 36$$
$$(AB)^2 = 40$$
$$AB = \sqrt{40}$$
$$AB = 2\sqrt{10}$$

- Medida do comprimento do lado $\overline{BC}$:

$$(BC)^2 = 2^2 + 6^2$$
$$(BC)^2 = 4 + 36$$
$$(BC)^2 = 40$$
$$BC = \sqrt{40}$$
$$BC = 2\sqrt{10}$$

- Medida do comprimento do lado $\overline{AC}$:

$$AC = |4 - 0| = |4| = 4$$

Como $AB = BC = 2\sqrt{10}$ u.c., segue que o triângulo *ABC* é isósceles.

b) - Ponto médio do lado $\overline{BC}$: ao considerar as projeções do segmento *BC* nos eixos *x* e *y*, segue que: em relação ao eixo *x*, o valor 3 divide a projeção de $\overline{BC}$ em dois segmentos congruentes; em relação ao eixo *y*, o valor 4 divide a projeção de $\overline{BC}$ em dois segmentos congruentes. Logo, as coordenadas do ponto *D* são (3, 4).

- Ponto médio do lado $\overline{AC}$: para determinar a abscissa do ponto médio desse segmento, basta dividir a medida de seu comprimento por 2, ou seja:

$$\frac{|4 - 0|}{2} = 2$$

A ordenada do ponto é 1. Nesse caso, as coordenadas do ponto *E* são (2, 1).

- Ponto médio do lado $\overline{AB}$: ao considerar as projeções do segmento *AB* nos eixos *x* e *y*, segue que: em relação ao eixo *x*, o valor 1 divide a projeção de $\overline{AB}$ em dois segmentos congruentes; em relação ao eixo *y*, o valor 4 divide a projeção de $\overline{AB}$ em dois segmentos congruentes. Logo, as coordenadas do ponto *F* são (1, 4).

c) Para saber se o triângulo *DEF* é isósceles, precisamos calcular a medida do comprimento de cada um de seus lados.

- Medida do comprimento de $\overline{DE}$:

$$(DE)^2 = 1^2 + 3^2$$
$$(DE)^2 = 1 + 9$$
$$(DE)^2 = 10$$
$$DE = \sqrt{10}$$

- Medida do comprimento de $\overline{EF}$:

$$(EF)^2 = 1^2 + 3^2$$
$$(EF)^2 = 1 + 9$$
$$(EF)^2 = 10$$
$$EF = \sqrt{10}$$

- Medida do comprimento de $\overline{DF}$:

$$DF = |1 - 3| = |-2| = 2$$

Como $DE = EF = \sqrt{10}$ u.c, segue que o triângulo *DEF* é isósceles.

d) Inicialmente, calculamos a medida do perímetro de ambos os triângulos.

$$P_{ABC} = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{10} + 4 = 4\sqrt{10} + 4$$

$$P_{DEF} = \sqrt{10} + \sqrt{10} + 2 = 2\sqrt{10} + 2$$

Agora, calculamos a medida de suas áreas.

$$A_{ABC} = \frac{4 \cdot (7 - 1)}{2} = 12$$

$$A_{DEF} = \frac{2 \cdot (4 - 1)}{2} = 3$$

Portanto, $P_{ABC} = (4\sqrt{10} + 4)$ u.c., $A_{ABC} = 12$ u.a.,

$P_{DEF} = (2\sqrt{10} + 2)$ u.c. e $A_{DEF} = 3$ u.a.

7. a) Para saber se o triângulo *ABC* é isósceles, precisamos calcular a medida do comprimento de cada um de seus lados.

• Medida do comprimento do lado $\overline{AB}$:

$$(AB)^2 = 2^2 + 4^2$$

$$(AB)^2 = 4 + 16$$

$$(AB)^2 = 20$$

$$AB = \sqrt{20}$$

$$AB = 2\sqrt{5}$$

• Medida do comprimento do lado $\overline{BC}$:

$$(BC)^2 = 4^2 + 2^2$$

$$(BC)^2 = 16 + 4$$

$$(BC)^2 = 20$$

$$BC = \sqrt{20}$$

$$BC = 2\sqrt{5}$$

• Medida do comprimento do lado $\overline{AC}$:

$$(AC)^2 = 2^2 + 6^2$$

$$(AC)^2 = 4 + 36$$

$$(AC)^2 = 40$$

$$AC = \sqrt{40}$$

$$AC = 2\sqrt{10}$$

Como $AB = BC = 2\sqrt{5}$ u.c., segue que o triângulo é isósceles.

b) Considere P_{ABC} e A_{ABC} a medida do perímetro e da área do triângulo ABC, respectivamente.

$$P_{ABC} = AB + BC + AC =$$

$$= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{10} =$$

$$= 4\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$$

Como o triângulo é retângulo em B, temos:

$$A_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}}{2} =$$

$$= \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

Portanto, o perímetro desse triângulo mede $\left(4\sqrt{5} + 2\sqrt{10}\right)$ u.c. e a área, 10 u.a.

8. Para calcular a medida do comprimento da mediana $\overline{AM}$ relativa ao lado $\overline{BC}$, inicialmente, vamos determinar as coordenadas do ponto médio M de $\overline{BC}$. Ao projetarmos o segmento BC sobre o eixo x, o valor 1 divide esta projeção em dois segmentos congruentes. Ao projetarmos o segmento BC sobre o eixo y, o valor 1 divide essa projeção em dois segmentos congruentes. Logo, as coordenadas do ponto M são (1, 1). Assim:

$$(AM)^2 = (1 - (-1))^2 + (1 - 0)^2$$

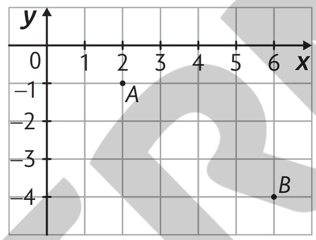
$$(AM)^2 = 4 + 1$$

$$(AM)^2 = 5$$

$$AM = \sqrt{5}$$

Portanto, a medida do comprimento de $\overline{AM}$ é igual a $\sqrt{5}$ u.c.

9. Projetando o segmento AB sobre o eixo x, o valor 4 divide esta projeção em dois segmentos congruentes e projetando o segmento AB sobre o eixo y, o valor 3 divide essa projeção em dois segmentos congruentes. Logo, as coordenadas do ponto que representa a localização da escola nesse plano cartesiano são (4, 3).



CARLOS BORIN/ ARQUIVO DA EDITORA

10. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

A escola em que Mariana estuda fica no ponto médio de A e B. Quais são as coordenadas do ponto que representa a localização da escola nesse plano cartesiano?

Resposta: (4; −2,5).

O que eu estudei?

1. a) A medida da distância entre os pontos A e B é igual à medida do comprimento do segmento AB. Efetuando os cálculos, temos:

$$(AB)^2 = 4^2 + 3^2$$

$$(AB)^2 = 16 + 9$$

$$(AB)^2 = 25$$

$$AB = \sqrt{25}$$

$$AB = 5$$

• Portanto, a medida da distância entre os pontos A e B é igual a 5 u.c.

b) A medida da distância entre os pontos A e C é igual à medida do comprimento do segmento AC. Efetuando os cálculos, temos:

$$(AC)^2 = 3^2 + 3^2$$

$$(AC)^2 = 9 + 9$$

$$(AC)^2 = 18$$

$$AC = \sqrt{18}$$

$$AC = 3\sqrt{2}$$

• Portanto, a medida da distância entre os pontos A e C é igual a $3\sqrt{2}$ u.c.

2. • Ponto médio de $\overline{AB}$: ao considerar as projeções do segmento AB nos eixos x e y, segue que: em relação ao eixo x, o valor -3 divide esta projeção em dois segmentos congruentes; em relação ao eixo y, o valor 1 divide essa projeção em dois segmentos congruentes. Logo, as coordenadas do ponto médio de $\overline{AB}$ são $(-3, 1)$.

• Ponto médio de $\overline{CD}$: ao considerar as projeções do segmento CD nos eixos x e y, segue que: em relação ao eixo x, o valor 1 divide esta projeção em dois segmentos congruentes; em relação ao eixo y, o valor 2 divide essa projeção em dois segmentos congruentes. Logo, as coordenadas do ponto médio de $\overline{CD}$ são $(1, 2)$.

• Ponto médio de $\overline{EF}$: ao considerar as projeções do segmento nos eixos x e y, segue que: em relação ao eixo x, o valor 3 divide esta projeção em dois segmentos congruentes; em relação ao eixo y, o valor 3 divide essa projeção em dois segmentos congruentes. Logo, as coordenadas do ponto médio de $\overline{EF}$ são $(3, 3)$.

• Ponto médio de $\overline{GH}$: para determinar a ordenada do ponto médio desse segmento, basta dividir a medida de seu comprimento por 2.

$$\frac{|2-0|}{2} = 1$$

A abscissa do ponto é 4. Nesse caso, as coordenadas do ponto médio de $\overline{GH}$ são $(4, 1)$.

3. a) Inicialmente, calculamos a medida do comprimento da diagonal $\overline{AC}$.

$$(AC)^2 = 5^2 + 4^2$$
$$(AC)^2 = 25 + 16$$
$$(AC)^2 = 41$$
$$AC = \sqrt{41}$$

Agora, calculamos a medida do comprimento da diagonal $\overline{BD}$.

$$(BD)^2 = 1^2 + 4^2$$
$$(BD)^2 = 1 + 16$$
$$(BD)^2 = 17$$
$$BD = \sqrt{17}$$

Portanto, o comprimento da diagonal $\overline{AC}$ mede $\sqrt{41}$ u.c. e o da diagonal $\overline{BD}$, $\sqrt{17}$ u.c.

b) A medida da área desse paralelogramo é dada por $AD \cdot h$, em que h indica a medida da altura.

$$AD \cdot h = (1-(-2)) \cdot (5-1) = 3 \cdot 4 = 12$$

Portanto, a medida da área do paralelogramo é igual a 12 u.a.

4. a) Calculando a medida do comprimento do segmento AB, temos:

$$(AB)^2 = 3^2 + 3^2$$
$$(AB)^2 = 9 + 9$$
$$(AB)^2 = 18$$
$$AB = \sqrt{18}$$
$$AB = 3\sqrt{2}$$

Portanto, a medida da distância do ponto A até o ponto B é igual a $3\sqrt{2}$ u.c.

b) Calculando a medida do comprimento do segmento AC, temos:

$$(AC)^2 = 3^2 + 4^2$$
$$(AC)^2 = 9 + 16$$
$$(AC)^2 = 25$$
$$AC = \sqrt{25}$$
$$AC = 5$$

Portanto, a medida da distância do ponto A até o ponto C é igual a 5 u.c.

c) Calculando a medida do comprimento do segmento AD, temos:

$$AD = |0-3| = |-3| = 3$$

Portanto, a medida da distância do ponto A até o ponto D é igual a 3 u.c.

5. • Ponto médio de $\overline{AB}$: ao considerar as projeções do segmento AB nos eixos x e y, segue que: em relação ao eixo x, o valor 1,5 divide esta projeção em dois segmentos congruentes; em relação ao eixo y, o valor 1,5 divide essa projeção em dois segmentos congruentes. Logo, as coordenadas do ponto médio de $\overline{AB}$ são (1,5; 1,5).

• Ponto médio de $\overline{AC}$: ao considerar as projeções do segmento AC nos eixos x e y, segue que: em relação ao eixo x, o valor 1,5 divide esta projeção em dois segmentos congruentes; em relação ao eixo y, o valor 1 divide essa projeção em dois segmentos congruentes. Portanto, as coordenadas do ponto médio de $\overline{AC}$ são (1,5; 1).

• Ponto médio de $\overline{AD}$: ao considerar a projeção do segmento AD no eixo x, segue que o valor 1,5 divide esta projeção em dois segmentos congruentes. Os pontos A e D têm ordenada igual a 3, assim, o ponto médio do segmento AD também terá ordenada igual a 3. Logo, as coordenadas do ponto médio de $\overline{AD}$ são (1,5; 3).

• Ponto médio de $\overline{CD}$: ao considerar a projeção do segmento CD no eixo y, segue que o valor 1 divide essa projeção em dois segmentos congruentes. Os ponto C e D têm abscissa igual a 0, assim, o ponto médio do segmento CD também terá abscissa igual a 0. Portanto, as coordenadas do ponto médio de $\overline{CD}$ são (0; 1).

Unidade 9 Funções

Questão 1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes obtenham em suas pesquisas que de acordo com observações realizadas, os cientistas procuravam a fórmula de uma função para explicar consecutivos resultados obtidos e que esse importante conceito desenvolveu-se com o trabalho de grandes matemáticos, como Newton, Leibniz, Bernoulli, Euler, entre outros.

Questão 2. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes utilizem dados confiáveis, validem as informações com mais de uma fonte e tenha respeito com o colega durante a realização da pesquisa, contribuindo assim para enriquecer o conhecimento de todos.

Questão 3.

a) Usando a função $f(x) = 2x$ para $x = 1210$, obtém-se $f(1210) = 2 \cdot 1210 = 2420$.

b) Usando a função $f(x) = 2x$ para $x = 2\sqrt{2}$, obtém-se $f(2\sqrt{2}) = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

c) Usando a função $f(x) = 2x$ para $x = -7{,}6$, obtém-se $f(-7{,}6) = 2 \cdot (-7{,}6) = -15{,}2$.

d) Usando a função $f(x) = 2x$ para $x = \pi$, obtém-se $f(\pi) = 2 \cdot \pi = 2\pi$.

Atividades

1. a) Considerando que a quantia a ser paga y é igual à quantidade de ingressos x multiplicada pelo preço da unidade, a fórmula que expressa o valor a ser pago por Renato em função da quantidade de ingressos é $y = 10{,}5 \cdot x$.

b) Renato pagará:

I. R$ 73,50, pois $y = 10{,}5 \cdot 7 = 73{,}5$;

II. R$ 94,50, pois $y = 10{,}5 \cdot 9 = 94{,}5$;

III. R$ 126,00, pois $y = 10{,}5 \cdot 12 = 126$;

IV. R$ 157,50, pois $y = 10{,}5 \cdot 15 = 157{,}5$.

c) Substituindo $y = 52{,}50$ em $y = 10{,}5 \cdot x$, temos:

$$52{,}50 = 10{,}5 \cdot x$$
$$\frac{52{,}50}{10{,}5} = \frac{x \cdot 10{,}5}{10{,}5}$$
$$x = 5$$

Portanto, Renato comprou 5 ingressos.

2. a) $P = x + 7 + x + 7$

$P = 14 + 2x$

b) $A = \frac{b \cdot 4}{2}$

$A = 2b$

3. a) $P = 2 + 4 + 3 + 3 + 3 + 7x + 2 + 4 + 3 + 3 + 3 + 7x$

$P = 30 + 14x$

b) Considerando $P = 30 + 14x$, temos:

I. $P = 30 + 14 \cdot 2$

$P = 30 + 28$

$P = 58$

Logo, o perímetro mede 58 m.

II. $P = 30 + 14 \cdot 1{,}5$

$P = 30 + 21$

$P = 51$

Logo, o perímetro mede 51 m.

III. $P = 30 + 14 \cdot 2{,}8$

$P = 30 + 39{,}2$

$P = 69{,}2$

Logo, o perímetro mede 69,2 m.

IV. $P = 30 + 14 \cdot 3$

$P = 30 + 42$

$P = 72$

Logo, o perímetro mede 72 m.

4. a) Considerando que cada acerto vale 5 pontos, x representa a quantidade de acertos e y a pontuação obtida, a sentença que representa a pontuação obtida em função da quantidade de acertos é $y = 5x$.

b) Tiago acertou 15 questões. Logo, $x = 15$.

Substituindo em $y = 5x$, obtemos:

$y = 5 \cdot 15 = 75$

Portanto, ele obteve 75 pontos.

c) Substituindo $y = 60$ em $y = 5x$, obtemos:

$60 = 5x$

Logo, $x = 12$.

Ou seja, para obter 60 pontos, um estudante deve acertar 12 questões.

d) Considerando $y = 100$ e substituindo em $y = 5x$, temos $100 = 5x$ e $x = 20$.

Ou seja, a prova tem 20 questões no total.

5. a) O preço aumenta R$ 2,00 a cada hora, começando com valor de R$ 4,50 na primeira hora. Desse modo, $y = 2{,}50 + 2x$, pois:

Medida do tempo (em horas)	Preço (R$)
1	2,50 + 2 · 1 + = 4,50
2	2,50 + 2 · 2 = 6,50
3	2,50 + 2 · 3 = 8,50
4	2,50 + 2 · 4 = 10,50
5	2,50 + 2 · 5 = 12,50
x	$2{,}50 + 2x$

b) Considerando $x = 8$ e substituindo em $y = 2{,}50 + 2x$, temos:

$y = 2{,}50 + 2 \cdot 8 = 18{,}50$

Ou seja, R$ 18,50.

c) Considerando $y = 14{,}50$ e substituindo em $y = 2{,}50 + 2x$, temos:

$14{,}50 = 2{,}50 + 2x$

Desse modo, $x = 6$, ou seja, 6 horas.

6. a) Cada biscoito contém 15 g. Assim, a medida da massa m em função da quantidade de biscoito b pode ser representada por $m = 15b$.

b) Cada biscoito contém 70 kcal. Assim, o valor calórico c em função da quantidade de biscoitos b pode ser representado por $c = 70b$.

c) Considerando $m = 15b$ e $b = 7$, temos:

$m = 15 \cdot 7 = 105$

Ou seja, 105 g.

Considerando $c = 70b$ e $b = 7$, temos:

$c = 70 \cdot 7 = 490$

Ou seja, 490 kcal.

d) Considerando $m = 15b$ e $m = 180$, temos:

$180 = 15b$

Assim, $b = 12$, ou seja, 12 biscoitos. Como cada biscoito tem 70 kcal, temos:

$c = 70 \cdot 12 = 840$

Ou seja, 840 kcal.

Questão 4. $a = 5$ e $b = 0$.

Atividades

7. As funções definidas por $y = ax + b$ com a e b reais são $p = 3q$; $r = \frac{s+2}{3}$; $r = -s$; $t = -\frac{1}{2} + u$.

8. a) $a = 1$ e $b = 5$.

b) $a = -3$ e $b = 2$.

c) $a = \frac{1}{2}$ e $b = -4$.

d) $a = 7$ e $b = -2$.

e) $a = -5$ e $b = 0$.

f) $a = 4$ e $b = 4$.

9. Considerando a função $y = 8x + 3$.

a) Seja $y = 10$, temos:

$$10 = 8x + 3$$
$$10 - 3 = 8x + 3 - 3$$
$$7 = 8x$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{7}{8}$$
$$x = \frac{7}{8}$$

b) Seja $y = -29$, temos:

$$-29 = 8x + 3$$
$$-29 - 3 = 8x + 3 - 3$$
$$-32 = 8x$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{-32}{8}$$
$$x = -4$$

c) Seja $y = 18$, temos:

$$18 = 8x + 3$$
$$18 - 3 = 8x + 3 - 3$$
$$15 = 8x$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{15}{8}$$
$$x = \frac{15}{8}$$

d) Seja $y = -15$, temos:

$$-15 = 8x + 3$$
$$-15 - 3 = 8x + 3 - 3$$
$$-18 = 8x$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{-18}{8}$$
$$x = -\frac{9}{4}$$

e) Seja $y = \frac{31}{5}$, temos:

$$\frac{31}{5} = 8x + 3$$
$$31 = 5 \cdot (8x + 3)$$
$$31 = 40x + 15$$
$$31 - 15 = 40x + 15 - 15$$
$$16 = 40x$$
$$\frac{40x}{40} = \frac{16}{40}$$
$$x = \frac{2}{5}$$

f) Seja $y = -\frac{1}{3}$, temos:

$$-\frac{1}{3} = 8x + 3$$
$$-1 = 3 \cdot (8x + 3)$$
$$-1 = 24x + 9$$
$$-1 - 9 = 24x + 9 - 9$$
$$-10 = 24x$$
$$\frac{24x}{24} = \frac{-10}{24}$$
$$x = -\frac{5}{12}$$

10. a) Considerando que o hexágono é regular, podemos afirmar que todos os lados têm medida de comprimento igual. Denominando essa medida por x, temos:

$P = x + x + x + x + x + x$

Ou seja, $P = 6x$. Essa é uma função afim.

b) Considerando $P = 6x$ e $x = 8{,}3$, temos:

$P = 6 \cdot 8{,}3 = 49{,}8$

Ou seja, a medida do perímetro é 49,8 cm.

c) Considere $P = 6x$ e $P = 45$ cm, temos:

$45 = 6x$

Assim:

$x = \frac{45}{6} = 7{,}5$

Ou seja, o comprimento de cada lado mede 7,5 cm.

11. a) Como a medida da temperatura em graus Fahrenheit (F) é dada em função da medida da temperatura em graus Celsius (C), podemos definir a função afim $F = a \cdot C + b$.

Para $C = 0°$, sabemos que $F = 32°$, e para $C = 100°$, temos $F = 212°$.

Substituindo na função os respectivos valores, temos:

(I): $32 = a \cdot 0 + b$ e (II): $212 = a \cdot 100 + b$

Por (I), concluímos que $b = 32$. Substituindo em (II), temos:

$$212 = a \cdot 100 + 32$$
$$212 - 32 = a \cdot 100 + 32 - 32$$
$$180 = a \cdot 100$$
$$\frac{100a}{100} = \frac{180}{100}$$
$$a = \frac{9}{5}$$

Logo, a função afim será $F = \frac{9}{5}C + 32$.

b) Considere $F = \frac{9}{5}C + 32$ e $C = 35$. Assim:

$F = \frac{9}{5} \cdot 35 + 32 = 95$

Ou seja, 95 °F.

c) Isolando C em $F = \frac{9}{5}C + 32$, temos:

$C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$

Assim, cada grau na escala Fahrenheit corresponde a $\frac{5}{9}$ grau na escala Celsius.

12. a) Considerando que R\$ 4,50 é o valor fixo e R\$ 2,75 é o valor variável de acordo com a quilometragem, a lei de formação da função afim é $y = 2{,}75x + 4{,}5$, que expressa o valor cobrado y em função da quantidade de quilômetros percorridos x.

b) Considerando $y = 2{,}75x + 4{,}5$, temos:

I. $x = 2$, então $y = 2{,}75 \cdot 2 + 4{,}5 = 10$, ou seja, R\$ 10,00.

II. $x = 9{,}4$, então $y = 2{,}75 \cdot 9{,}4 + 4{,}5 = 30{,}35$, ou seja, R\$ 30,35.

III. $x = 15$, então $y = 2{,}75 \cdot 15 + 4{,}5 = 45{,}75$, ou seja, R\$ 45,75.

c) Considerando $y = 2{,}75x + 4{,}5$:

I. $y = 7{,}80$. Logo:

$$7{,}80 = 2{,}75x + 4{,}5$$
$$7{,}80 - 4{,}5 = 2{,}75x$$
$$3{,}3 = 2{,}75x$$

$x = \frac{3{,}3}{2{,}75} = 1{,}2$, ou seja, 1,2 km.

II. $y = 18{,}25$. Logo:

$$18{,}25 = 2{,}75x + 4{,}5$$
$$18{,}25 - 4{,}5 = 2{,}75x$$
$$13{,}75 = 2{,}75x$$

$x = \frac{13{,}75}{2{,}75} = 5$, ou seja, 5 km.

III. $y = 43$. Logo:

$$43 = 2{,}75x + 4{,}5$$
$$43 - 4{,}5 = 2{,}75x$$
$$38{,}5 = 2{,}75x$$
$$x = \frac{38{,}5}{2{,}75} = 14$$

Ou seja, 14 km.

d) Considerando $y = 2{,}75x + 4{,}5$ e $x = 20$, temos:

$y = 2{,}75 \cdot 20 + 4{,}5$

$y = 59{,}5$

Ou seja, são necessários R\$ 59,50 para percorrer 20 km. Desse modo, é possível sim percorrer 20 km com R\$ 60,00, pois $60 > 59{,}50$.

13. $y = 400x$

Quantidade de embalagens (unidade)	Medida da massa (em gramas)
1	$400 \cdot 1 = 400$
2	$400 \cdot 2 = 800$
3	$400 \cdot 3 = 1200$
x	$400 \cdot x = 1200$

14. Considerando que uma função afim tem uma lei de formação que pode ser escrita na forma $y = ax + b$, calculando os valores dos coeficientes utilizando os valores de x e $f(x)$ apresentados, obtemos $3 = a \cdot 1 + b$ e $9 = a \cdot (-2) + b$, que podemos representar como um sistema de equações lineares. Assim:

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ -2a + b = 9 \end{cases}$$

Ao utilizar o método da adição, podemos multiplicar a 2ª equação por -1.

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a - b = -9 \end{cases}$$
$$3a = -6$$
$$a = \frac{-6}{3}$$
$$a = -2$$

Logo, $a = -2$.

Substituindo em $a + b = 3$, concluímos que $b = 5$.

Desse modo, obtemos a sentença $y = -2x + 5$. Para $x = 12$, temos:

$y = -2 \cdot 12 + 5 = -19$

15. a) Para 100 folhas, será pago R\$ 0,20 por unidade, ou seja $0{,}2x$. Além disso, a encadernação para 100 folhas tem valor fixo de R\$ 4,00. Desse modo, a lei de formação é dada por $y = 4 + 0{,}2x$, em que $0 < x \leq 100$, e $x \in \mathbb{N}$.

Para uma quantidade de folhas entre 101 e 220, obtemos a lei de formação $y = 6 + 0{,}2x$, em que $101 \leq x \leq 200$, e $x \in \mathbb{N}$.

b) Considerando $y = 0{,}2x + 4$ e $y = 0{,}2x + 6$.

Para 83 folhas, $y = 0{,}2 \cdot 83 + 4 = 20{,}6$, ou seja, R\$ 20,60.

Para 145, folhas $y = 0{,}2 \cdot 145 + 6 = 35$, ou seja, R\$ 35,00.

16. a) Analisando o eixo horizontal podemos verificar que 2 kg está ligado com 3 cm no eixo vertical. Logo, o alongamento da mola para um corpo de medida de massa 2 kg será de 3 cm.

b) Analisando o eixo vertical, podemos verificar que 6 cm está ligado com 4 kg no eixo horizontal. Logo, a medida de massa do corpo que fez a mola alongar 6 cm é 4 kg.

c) De acordo com o gráfico, temos:

$x = 2$ e $y = 3$, ou seja, $y = \frac{3}{2} \cdot 2$

$x = 4$ e $y = 6$, ou seja, $y = \frac{6}{4} \cdot 4$

$x = 6$ e $y = 9$, ou seja, $y = \frac{9}{6} \cdot 6$

Como $\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = 1{,}5$, a lei de formação dessa função é dada por $y = 1{,}5x$ ou $y = \frac{3}{2}x$.

d) • Considerando $y = \frac{3}{2}x$ e $x = 3$, temos:

$y = \frac{3}{2} \cdot 3 = 4{,}5$

Ou seja, 4,5 cm de alongamento da mola.

• Considerando $y = \frac{3}{2}x$ e $x = 4{,}5$, temos:

$y = \frac{3}{2} \cdot 4{,}5 = 6{,}75$

Ou seja, 6,75 cm de alongamento da mola.

• Considerando $y = \frac{3}{2}x$ e $x = 5{,}2$, temos:

$y = \frac{3}{2} \cdot 5{,}2 = 7{,}8$

Ou seja, 7,8 cm de alongamento da mola.

e) Considerando $y = \frac{3}{2}x$ e $y = 8{,}55$, temos:

$$8{,}55 = \frac{3}{2}x$$

$$3x = 2 \cdot 8{,}55$$

$$x = \frac{2 \cdot 8{,}55}{3}$$

$$x = 5{,}7$$

Ou seja, 5,7 kg.

17. A. Considerando $y = 2x + 4$, para $x = 0$, obtemos $y = 4$. Essa relação é apresentada no gráfico **2**.

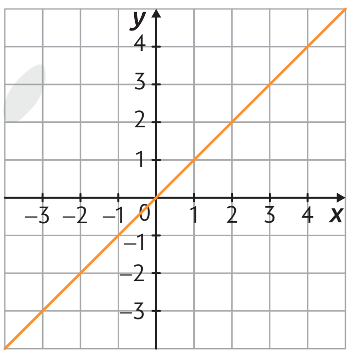
B. Considerando $y = x + 2$, para $x = 0$, obtemos $y = 2$. Essa relação é apresentada no gráfico **1**.

C. Considerando $y = -x + 3$, para $x = 0$, obtemos $y = 3$. Essa relação é apresentada no gráfico **3**.

Portanto, associamos **A-2**; **B-1**; **C-3**.

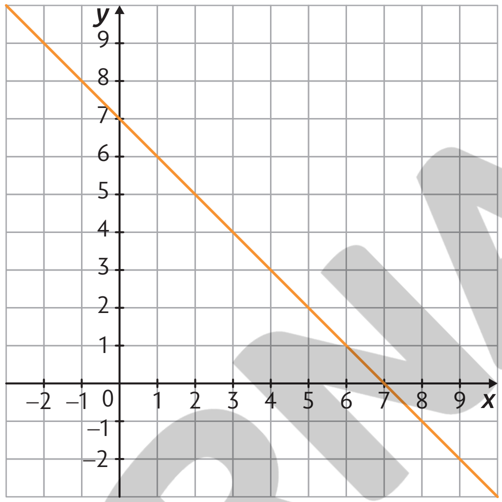
18. a)

x	$y = x$	(x, y)
–1	$y = -1$	$(-1, -1)$
0	$y = 0$	$(0, 0)$
1	$y = 1$	$(1, 1)$



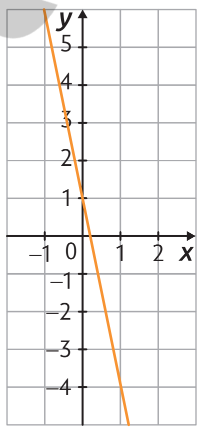
b)

x	$y = -x + 7$	(x, y)
–1	$y = -(-1) + 7 = 8$	$(-1, 8)$
0	$-(0) + 7 = 7$	$(0, 7)$
1	$-(1) + 7 = 6$	$(1, 6)$



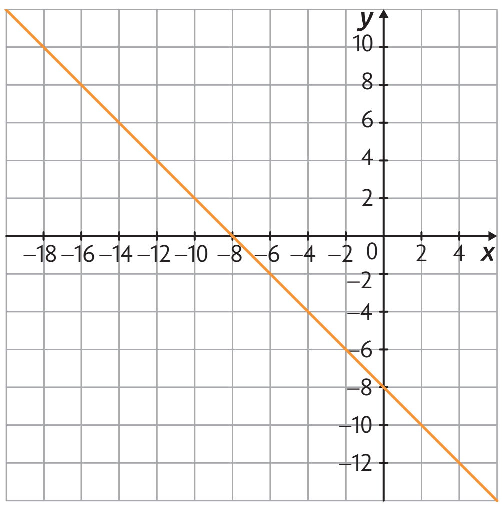
c)

x	$y = -5x + 1$	(x, y)
–1	$y = -5 \cdot (-1) + 1 = 6$	$(-1, 6)$
0	$y = -5 \cdot (0) + 1 = 1$	$(0, 1)$
1	$y = -5 \cdot (1) + 1 = -4$	$(1, -4)$



d)

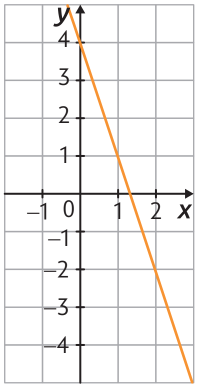
x	$y = -x - 8$	(x, y)
–1	$y = -(-1) - 8 = -7$	$(-1, -7)$
0	$y = -(0) - 8 = -8$	$(0, -8)$
1	$y = -(1) - 8 = -9$	$(1, -9)$



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

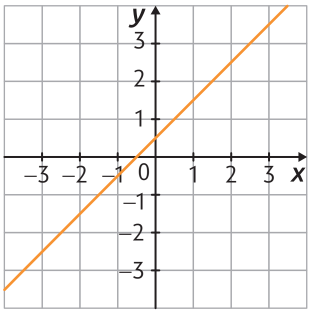
e)

x	$y = -3x + 4$	(x, y)
-1	$y = -3 \cdot (-1) + 4 = 7$	$(-1, 7)$
0	$y = -3 \cdot (0) + 4 = 4$	$(0, 4)$
1	$y = -3 \cdot (1) + 4 = 1$	$(1, 1)$



f)

x	$y = x + \frac{1}{2}$	(x, y)
-1	$(-1) + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$	$\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$
0	$(0) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$
1	$(1) + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	$\left(1, \frac{3}{2}\right)$



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

19. Considerando que o gráfico representa uma função afim $y = ax + b$, podemos utilizar dois pontos quaisquer indicados no gráfico. Escolhendo $(0, 1)$ e $(1, 3)$, podemos substituir cada um respectivamente na lei de formação, assim $1 = a \cdot 0 + b$ e $3 = a \cdot 1 + b$.

Da primeira equação, temos $b = 1$. Substituindo na segunda equação, temos:

$3 = a \cdot 1 + 1$

Logo, $a = 2$.

Assim, a lei de formação da função representada no gráfico é dada por $y = 2x + 1$.

20. a) Podemos utilizar os pontos $(0, 0)$ e $(6, 480)$ em $y = ax + b$. Pelo primeiro ponto, podemos concluir que $b = 0$. Substituindo o segundo ponto, temos:

$480 = a \cdot 6 + b$

Assim, $a = 80$.

Logo, a lei de formação da função é dada por $y = 80x$.

b) Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Em determinado mapa, foi utilizada uma escala na qual cada 1 cm corresponde a 80 km.

Questão 5. Eles aumentam.

Questão 6. Positivo.

Questão 7. Eles diminuem.

Questão 8. Negativo.

Atividades

21. Considerando que a função é crescente quando $a > 0$ e decrescente quando $a < 0$, então a função é:

a) Decrescente, pois $a < 0$.

b) Crescente, pois $a > 0$.

c) Decrescente, pois $a < 0$.

d) Decrescente, pois $a < 0$.

e) Crescente, pois $a > 0$.

f) Crescente, pois $a > 0$.

22. a) Considerando o quadro **A**, podemos verificar que a função é decrescente, pois à medida que x aumenta, y diminui. A função está representada no gráfico **II**.

Considerando o quadro **B**, podemos verificar que a função é crescente, pois à medida que x aumenta, y aumenta. A função está representada no gráfico **I**.

Considerando o quadro **C**, podemos verificar que a função é crescente, pois à medida que x aumenta, y aumenta. A função está representada no gráfico **III**.

Considerando o quadro **D**, podemos verificar que a função é crescente, pois à medida que x aumenta, y aumenta. A função está representada no gráfico **IV**.

b) Considerando os pontos $(-3, 0)$ e $(0, 3)$ apresentados no gráfico **I** e substituindo os valores em $y = ax + b$, obtemos:

$0 = a \cdot (-3) + b$

$3 = a \cdot 0 + b$

Do segundo caso, concluímos que $b = 3$. Assim, substituindo em $0 = a \cdot (-3) + b$, obtemos:

$0 = a \cdot (-3) + 3$, ou seja, $a = 1$.

A lei de formação que representa o gráfico **I** é dada por $y = x + 3$.

Considerando os pontos $(-2, 0)$ e $(0, -2)$ apresentados no gráfico **II** e substituindo os valores em $y = ax + b$, obtemos:

$0 = a \cdot (-2) + b$

$-2 = a \cdot 0 + b$

Do segundo caso, concluímos que $b = -2$. Assim, substituindo em $0 = a \cdot (-2) + b$, obtemos:

$0 = a \cdot (-2) - 2$

Ou seja, $a = -1$

A lei de formação que representa o gráfico **II** é dada por $y = -x - 2$.

Considerando os pontos $(2, 0)$ e $(0, -2)$ apresentados no gráfico **III** e substituindo os valores em $y = ax + b$, obtemos:

$0 = 2a + b$ e $-2 = a \cdot 0 + b$

Do segundo caso, concluímos que $b = -2$. Assim, substituindo em $0 = 2a + b$, obtemos:

$0 = 2a - 2$

Ou seja, $a = 1$.

A lei de formação que representa o gráfico **III** é dada por $y = x - 2$.

Considerando os pontos $(0, -3)$ e $(3, 2)$ apresentados no gráfico **IV** e substituindo os valores em $y = ax + b$, obtemos:

$-3 = 0a + b$

$2 = a \cdot 3 + b$

Do primeiro caso, concluímos que $b = -3$. Assim, substituindo em $2 = a \cdot 3 + b$, obtemos:

$2 = a \cdot 3 - 3$

Ou seja, $a = \frac{5}{3}$.

A lei de formação que representa o gráfico **IV** é dada por $y = \frac{5}{3}x - 3$.

c) A. Decrescente, pois $-1 < 0$. C. Crescente, pois $1 > 0$.

B. Crescente, pois $1 > 0$. D. Crescente, pois $\frac{5}{3} > 0$.

23. a) A. Crescente, pois à medida que x aumenta, y também aumenta.

B. Decrescente, pois à medida que x aumenta, y diminui.

b) Considerando os pontos $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ e $(0, 3)$ apresentados em **A** e substituindo os valores em $y = ax + b$, obtemos:

$0 = a \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + b$ e $3 = a \cdot 0 + b$

Do segundo caso, concluímos que $b = 3$. Assim, substituindo em $0 = a \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + b$, obtemos:

$0 = a \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 3$

Ou seja, $a = 2$.

A lei de formação é dada por $y = 2x + 3$.

Considerando os pontos $(2, 0)$ e $(0, 2)$ apresentados em **B** e substituindo os valores em $y = ax + b$, obtemos:

$0 = 2a + b$ e $2 = a \cdot 0 + b$

Do segundo caso, concluímos que $b = 2$. Assim, substituindo em $0 = 2a + b$, obtemos:

$0 = 2a + 2$

Ou seja, $a = -1$.

A lei de formação é dada por $y = -x + 2$.

24. a) Para que a função seja decrescente, devemos ter $k + 3 < 0$. Assim, $k < -3$.

b) Para que a função seja decrescente, devemos ter $5k - 25 < 0$. Assim, $k < 5$.

c) Para que a função seja decrescente, devemos ter $-3k + \frac{1}{2} < 0$. Assim, $-3k < -\frac{1}{2}$, logo $3k > \frac{1}{2}$. Portanto, $k > \frac{1}{6}$.

d) Para que a função seja decrescente, devemos ter $\frac{4}{2} - 2k < 0$. Assim, $-2k < -\frac{4}{2}$, logo $k > 1$.

e) Para que a função seja decrescente, devemos ter $\frac{7}{3}k + 2 < 0$. Assim, $\frac{7}{3}k < -2$, logo $k < -\frac{6}{7}$.

f) Para que a função seja decrescente, devemos ter $-\frac{3}{2} - 8k < 0$. Assim, $-8k < \frac{3}{2}$, logo $k > \frac{3}{16}$.

g) Para que a função seja decrescente, devemos ter $7 - k < 0$. Assim, $-k < -7$, logo $k > 7$.

h) Para que a função seja decrescente, devemos ter $\sqrt{2}k - \frac{1}{2} < 0$. Assim, $\sqrt{2}k < \frac{1}{2}$, logo $k < \frac{\sqrt{2}}{4}$.

i) Para que a função seja decrescente, devemos ter $3 + k < 0$. Assim, $k < -3$.

j) Para que a função seja decrescente, devemos ter $\frac{3}{2} + 5k < 0$. Assim, $5k < -\frac{3}{2}$, logo $k < -\frac{3}{10}$.

25. Na atividade anterior, consideramos para cada função a condição de ser decrescente, ou seja, os valores de k para os quais $a < 0$. Agora, devemos considerar os valores de k para os quais $a > 0$, ou seja, a função será crescente. Assim:

a) $k > -3$ d) $k < 1$ g) $k < 7$ j) $k > -\frac{3}{10}$

b) $k > 5$ e) $k > -\frac{6}{7}$ h) $k > \frac{\sqrt{2}}{4}$

c) $k < \frac{1}{6}$ f) $k < \frac{3}{16}$ i) $k > -3$

26. a) Crescente, pois x aumenta e y aumenta.

b) Decrescente, pois x diminui e y aumenta.

c) Crescente, pois x aumenta e y aumenta.

d) Crescente, pois x aumenta e y aumenta.

e) Crescente, pois x aumenta e y aumenta.

f) Crescente, pois x aumenta e y aumenta.

g) Crescente, pois x aumenta e y aumenta.

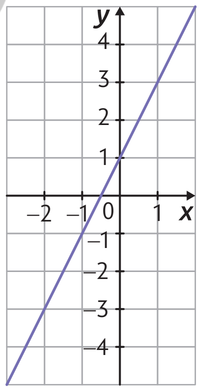
h) Decrescente, pois x diminui e y aumenta.

i) Decrescente, pois x diminui e y aumenta.

j) Decrescente, pois x diminui e y aumenta.

27. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: $y = 2x + 1$.

x	y
−2	−3
−1	−1
0	1
1	3
2	5



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

28. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: $m = 1$, $n = 0$. Desse modo, temos os pontos $(1, 2)$ e $(2, 0)$. Considerando uma função afim, podemos utilizar esses pontos para determinar a lei de formação. Substituindo cada um respectivamente na lei de formação $y = ax + b$, temos:

$2 = a \cdot 1 + b$ e $0 = a \cdot 3 + b$

Da primeira equação, temos $a + b = 2$. Substituindo na segunda equação, temos:

$0 = 2a + 2$

Logo, $a = -1$, então $b = 3$.

Assim, a lei de formação da função é dada por $y = -x + 3$.

29. a) A. $(0, 3)$ B. $(0, -1)$ C. $(0, -3)$

b) O zero da função é representado pelo ponto de interseção com o eixo x, sendo assim, o zero da função é:

A. $x = 2$ B. $x = -3$ C. $x = 4$

c) A. $(2, 0)$ B. $(-3, 0)$ C. $(4, 0)$

d) Considerando $y = \frac{3x}{4} - 3$, podemos obter as coordenadas dos pontos de interseção com os eixos x e y usando $(x, 0)$ e $(0, y)$. Desse modo, no primeiro caso, temos:

$$0 = \frac{3x}{4} - 3$$
$$-\frac{3x}{4} = -3$$
$$3x = 4 \cdot 3$$
$$x = 4$$

Ou seja, o gráfico dessa função intersecta $(4, 0)$.

No segundo caso $(0, y)$, temos:

$y = \frac{3 \cdot 0}{4} - 3$

$y = -3$, ou seja, o gráfico intersecta $(0, -3)$.

Dessa forma, o gráfico da função está representado em **C**.

30. O ponto em que o gráfico da função intersecta o eixo y pode ser determinado substituindo $x = 0$ na lei de formação. Desse modo, temos:

a) $y = 5x + 7$
$y = 5 \cdot 0 + 7$
$y = 7$
$(0, 7)$

b) $y = -3x - 11$
$y = -3 \cdot 0 - 11$
$y = -11$
$(0, -11)$

c) $y = \frac{x}{3} + \frac{1}{5}$
$y = \frac{1}{5}$
$\left(0, \frac{1}{5}\right)$

d) $y = -2x + 1$
$y = -2 \cdot 0 + 1$
$y = 1$
$(0, 1)$

e) $y = 4x - 3$
$y = 4 \cdot 0 - 3$
$y = -3$
$(0, -3)$

f) $y = -x + 2$
$y = -0 + 2$
$y = 2$
$(0, 2)$

g) $y = \frac{x}{2}$
$y = \frac{0}{2}$
$y = 0$
$(0, 0)$

h) $y = -2x$
$y = -2 \cdot 0$
$y = 0$
$(0, 0)$

31. O zero da função pode ser determinado quando $y = 0$. Desse modo, temos:

a) $y = x - 8$
$0 = x - 8$
$x = 8$

b) $y = 3 - 4x$
$0 = 3 - 4x$
$4x = 3$
$x = \frac{3}{4}$

c) $y = -x + 1$
$0 = -x + 1$
$x = 1$

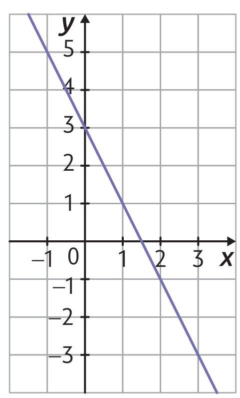
d) $y = 7x + 1$
$0 = 7x + 1$
$-7x = 1$
$x = -\frac{1}{7}$

e) $y = \frac{2}{3}x + 4$
$0 = \frac{2}{3}x + 4$
$-\frac{2}{3}x = 4$
$x = -\frac{3}{2} \cdot 4$
$x = -6$

f) $y = \frac{1}{4}x - 3$
$0 = \frac{1}{4}x - 3$
$\frac{1}{4}x = 3$
$x = 12$

32. a) Considerando $y = -2x + 3$ e usando $(0, y)$ e $(x, 0)$, podemos determinar os pontos de interseção como os eixos. Assim, para $(0, y)$, temos:
$y = -2x + 3$
$y = -2 \cdot 0 + 3$
$y = 3$
Logo, o gráfico passa por $(0, 3)$.
Para $(x, 0)$:
$0 = -2x + 3$
$2x = 3$
$x = \frac{3}{2}$
Logo, o gráfico passa por $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$.

Sendo assim, o gráfico pode ser representado por:



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

b) I. Falsa, pois $a < 0$.
II. Verdadeira.

III. Falsa, o zero dessa função é $\frac{3}{2}$.

IV. Verdadeira.

c) Sugestão de resposta:

I. Essa função é decrescente.

III. O zero dessa função é $\frac{3}{2}$.

33. a) Sugestão de resposta: Consideramos $y = ax + b$, que passa por $(0, 6)$ e $(5, 0)$.

No primeiro caso, temos:

$6 = a \cdot 0 + b$

Logo, $b = 6$.

No segundo caso, temos:

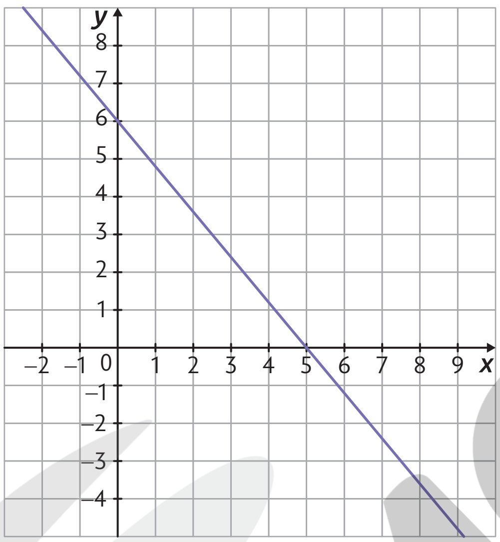
$0 = 5 \cdot a + b$

Substituindo $b = 6$, obtemos: $0 = 5 \cdot a + 6$.

Logo, $a = -\frac{6}{5}$.

Desse modo: $y = -\frac{6}{5}x + 6$.

b)



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Questão 9.

a) Considerando $y = x^2 + 3x + 9$ e $x = 5$, temos:

$y = 5^2 + 3 \cdot 5 + 9$

$y = 25 + 15 + 9$

$y = 49$

Ou seja, para $x = 5$, a área mede 49 m².

b) Considerando $y = x^2 + 3x + 9$ e $x = 3{,}2$, temos:

$y = (3{,}2)^2 + 3 \cdot 3{,}2 + 9$

$y = 10{,}24 + 9{,}6 + 9$

$y = 28{,}84$

Ou seja, para $x = 3{,}2$, a área mede 28,84 m².

c) Considerando $y = x^2 + 3x + 9$ e $x = 5{,}1$, temos:

$y = (5{,}1)^2 + 3 \cdot 5{,}1 + 9$

$y = 26{,}01 + 15{,}3 + 9$

$y = 50{,}31$

Ou seja, para $x = 5{,}1$, a área mede 50,31 m².

Atividades

34. Considerando $y = ax^2 + bx + c$ e substituindo os valores indicados, temos:

a) $y = -2x^2 + 5x + 15$

b) $y = 8x^2 + \frac{1}{2}x - 3$

c) $y = 14x^2 + 5x + 12$

d) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 9x + 6$

e) $y = \frac{5}{3}x^2 - 4x$

f) $y = \frac{1}{7}x^2 + 7$

g) $y = -2x^2 + \frac{3}{4}x$

h) $y = \frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{5}$

35. Considerando $y = m^2 + m - 2$, para:

a) $m = 10$, temos:

$y = 10^2 + 10 - 2 = 108$

b) $m = 0$, temos:

$y = 0^2 + 0 - 2 = -2$

c) $m = 18$, temos:

$y = 18^2 + 18 - 2 = 340$

d) $m = -8$, temos:

$y = (-8)^2 - 8 - 2 = 54$

e) $m = \frac{2}{3}$, temos:

$y = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} - 2 = \frac{4}{9} + \frac{6}{9} - \frac{18}{9} = -\frac{8}{9}$

36. Considerando $y = 3x^2 - 6x - 3$ e $y = -3$, temos:

$-3 = 3x^2 - 6x - 3$

$-1 = x^2 - 2x - 1$

$0 = x^2 - 2x$

$0 = x \cdot (x - 2)$

Logo, $x = 0$ ou $x = 2$.

37. Para que a função seja quadrática, a deve ser diferente de zero $(a \neq 0)$. Desse modo:

a) $t - 5 \neq 0$

$t \neq 5$

b) $4t \neq 0$

$t \neq 0$

c) $-t + 1 \neq 0$

$t \neq 1$

d) $\frac{1}{6} + t \neq 0$

$t \neq -\frac{1}{6}$

e) $3t + 2 \neq 0$

$3t \neq -2$

$t \neq -\frac{2}{3}$

f) $t^2 - 9 \neq 0$

$t^2 \neq 9$

$t \neq -3$ e $t \neq 3$.

38. A. Considerando A_t a medida da área do triângulo, temos:

$A_t = \frac{(x+1)\cdot(x+3)}{2}$

$A_t = \frac{x^2+4x+3}{2}$, para $x > -1$, pois $(x+1) > 0$.

B. A figura pode ser decomposta em um triângulo e um quadrado. Assim, considerando A_t e A_q para representar as respectivas medidas das áreas, a medida da área da figura é dada por $A_t + A_q$. Logo:

$A_t = \frac{(4x+2)\cdot 4x}{2}$

$A_t = \frac{16x^2+8x}{2}$

$A_t = 8x^2 + 4x$ para $x > -\frac{1}{2}$, pois $(4x+2) > 0$.

$A_q = l^2$

$A_q = (4x)^2$

$A_q = 16x^2$

Ou seja, a medida da área total da figura é dada por $A = 24x^2 + 4x$, para $x > -\frac{1}{2}$.

C. Considerando A a medida da área do retângulo, temos:

$A = 2x \cdot 3x$

$A = 6x^2$, para $x > 0$.

D. Considerando A_t a medida da área do triângulo, temos:

$A_t = \frac{(2x+3x)\cdot 2x}{2}$

$A_t = \frac{4x^2+6x^2}{2}$

$A_t = 2x^2 + 3x^2$

$A_t = 5x^2$, para $x > 0$.

39. a) A medida da área é dada pela multiplicação das medidas do comprimento dos lados. Desse modo, temos:

- $y = 3x \cdot (5x - 4)$

  $y = 15x^2 - 12x$

- $z = x \cdot (x + 9)$

  $z = x^2 + 9x$

b) Considerando $y = 15x^2 - 12x$ e $x = 9$, temos:

$y = 15 \cdot 9^2 - 12 \cdot 9$

$y = 15 \cdot 81 - 12 \cdot 9$

$y = 1215 - 108$

$y = 15 \cdot 81 - 12 \cdot 9$

$y = 1107$

Ou seja, a área total do terreno mede 1107 m².

Considerando que a medida da área da quadra é dada por $z = x^2 + 9x$ e substituindo $x = 9$, temos:

$z = 9^2 + 9 \cdot 9$

$z = 81 + 81$

$z = 162$

Ou seja, a área da quadra mede 162 m².

40. Considerando $y = 200 + 0{,}01x + 0{,}001x^2$ e $x = 1000$, temos:

$y = 200 + 0{,}01 \cdot 1000 + 0{,}001(1000)^2$

$y = 200 + 10 + 0{,}001 \cdot 1000\,000$

$y = 200 + 10 + 1000$

$y = 1210$

Ou seja, o custo é de R$ 1210,00.

Para $x = 998$, temos:

$y = 200 + 0{,}01 \cdot 998 + 0{,}001 \cdot (998)^2$

$y = 200 + 9{,}98 + 0{,}001 \cdot 996\,004$

$y = 200 + 9{,}98 + 996{,}004$

$y = 1205{,}98$

Ou seja, o custo é de R$ 1205,98.

Calculando a diferença, temos:

$1210 - 1205{,}98 = 4{,}02$

Portanto, a resposta correta é indicada na alternativa **e**.

41. a) Considerando as medidas do comprimento dos lados do retângulo apresentado, temos:

$y = (2x - 4)\cdot(3x + 3)$

$y = 6x^2 + 6x - 12x - 12$

$y = 6x^2 - 6x - 12$, para $x > 2$, pois $2x + 4 > 0$.

b) Considerando $y = 6x^2 - 6x - 12$ e $x = 4$, temos:

$y = 6 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 - 12$

$y = 6 \cdot 16 - 24 - 12$

$y = 96 - 24 - 12$

$y = 60$

42. a) Decompondo a figura em dois retângulos cujas medidas de área são dadas por $(x - 1)\cdot x$ e por $(5 - x)\cdot 5$, podemos obter a medida da área total da figura calculando:

$y = (x - 1)\cdot x + (5 - x)\cdot 5$

$y = x^2 - x + 25 - 5x$

$y = x^2 - 6x + 25$, para $x > 1$, pois $x - 1 > 0$.

b) Calculando $y = x^2 - 6x + 25$ para $x = 2$, obtemos:

$y = 2^2 - 6 \cdot 2 + 25$

$y = 4 - 12 + 25$

$y = 17$

Ou seja, 17 m².

43. a) Calculando a soma dos 15 primeiros termos, temos:

$15^2 = 225$

Calculando a soma dos 50 primeiros termos, temos:

$50^2 = 2\,500$

b) $n^2 = 144$

$n = \sqrt{144}$

$n = 12$

Armando adicionou 12 termos.

44. Analisando o coeficiente a, podemos concluir que a concavidade da parábola está voltada:

a) para cima, pois $a = 1$ (positivo).

b) para baixo, pois $a = -1$ (negativo).

c) para baixo, pois $a = -1$ (negativo).

d) para cima, pois $a = 5$ (positivo).

e) para cima, pois $a = 4$ (positivo).

f) para baixo, pois $a = -12$ (negativo).

45. a) Analisando o gráfico apresentado, podemos verificar que a medida da altura máxima foi 20 m.

b) De acordo com o gráfico, a bola tocou o solo novamente após 4 s.

c) I. Considerando $h = -5t^2 + 20t$ e $t = 1$, temos:

$h = -5 \cdot 1^2 + 20 \cdot 1$

$h = -5 + 20$

$h = 15$

Ou seja, a altura atingida pela bola após 1 s mede 15 m.

II. Considerando $h = -5t^2 + 20t$ e $t = 2{,}5$, temos:

$h = -5 \cdot (2{,}5)^2 + 20 \cdot 2{,}5$

$h = -5 \cdot 6{,}25 + 50$

$h = -31{,}25 + 50$

$h = 18{,}75$

Ou seja, a altura atingida pela bola após 2,5 s mede 18,75 m.

III. Considerando $h = -5t^2 + 20t$ e $t = 1{,}5$, temos:

$h = -5 \cdot (1{,}5)^2 + 20 \cdot 1{,}5$

$h = -5 \cdot 2{,}25 + 30$

$h = -11{,}25 + 30$

$h = 18{,}75$

Ou seja, a altura atingida pela bola após 1,5 s mede 18,75 m.

d) De acordo com o gráfico, a bola atingiu a medida da altura máxima 2 s após ser lançada.

46. Verificando qual é o ponto de interseção com o eixo y em cada lei de formação, substituindo x por 0, temos:

- A: $y = x^2 - 2x + 4 = 0^2 - 2 \cdot 0 + 4 = 4$

  Assim, a função cuja lei de formação é $y = x^2 - 2x + 4$ passa pelo ponto $(0, 4)$, que corresponde ao gráfico **III**.

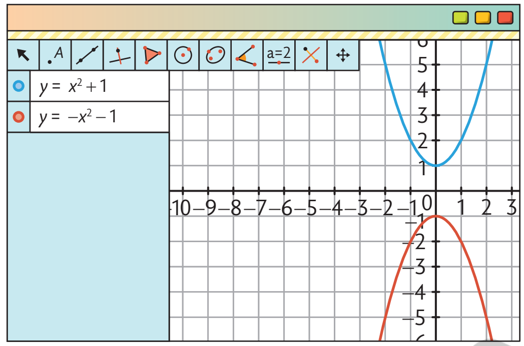
- B: $y = -x^2 + 2x + 1 = -0^2 + 2 \cdot 0 + 1 = 1$

  Assim, a função cuja lei de formação é $y = -x^2 + 2x + 1$ passa pelo ponto $(0, 1)$, que corresponde ao gráfico **I**.

- C: $y = -x^2 - 2x + 3 = -0^2 - 2 \cdot 0 + 3 = 3$

  Assim, a função cuja lei de formação é $y = -x^2 - 2x + 3$ passa pelo ponto $(0, 3)$, que corresponde ao gráfico **II**.

47. a)



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

b) A parábola de $y = -x^2 - 1$ tem a concavidade voltada para baixo, pois $-1 < 0$.

48. A. Como a parábola tem a concavidade voltada para cima, $a > 0$.

B. Como a parábola tem a concavidade voltada para baixo, $a < 0$.

C. Como a parábola tem a concavidade voltada para baixo, $a < 0$.

49. a) Para que a concavidade esteja voltada para cima: $t - 4 > 0$, ou seja, $t > 4$.

Logo, para concavidade voltada para baixo: $t < 4$.

b) Para que a concavidade esteja voltada para cima: $7t + 42 > 0$, ou seja, $t > -6$.

Logo, para concavidade voltada para baixo: $t < -6$.

c) Para que a concavidade esteja voltada para cima: $2t - \frac{1}{2} > 0$, ou seja, $t > \frac{1}{4}$.

Logo, para concavidade voltada para baixo: $t < \frac{1}{4}$.

d) Para que a concavidade esteja voltada para cima: $35 - 5t > 0$, ou seja, $t < 7$.

Logo, para concavidade voltada para baixo: $t > 7$.

e) Para que a concavidade esteja voltada para cima: $-2t - 8 > 0$, ou seja, $t < -4$.

Logo, para concavidade voltada para baixo: $t > -4$.

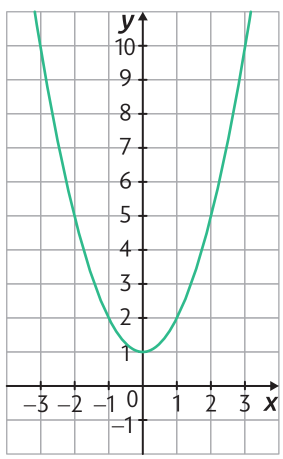
f) Para que a concavidade esteja voltada para cima: $9 + 3t > 0$, ou seja, $t > -3$.

Logo, para concavidade voltada para baixo: $t < -3$.

g) Para que a concavidade esteja voltada para cima: $-(t - 4) > 0$, ou seja, $t < 4$.

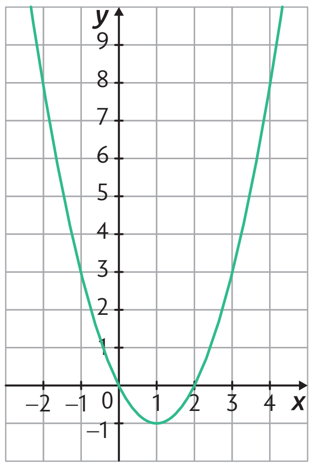
Logo, para concavidade voltada para baixo: $t > 4$.

50. a)

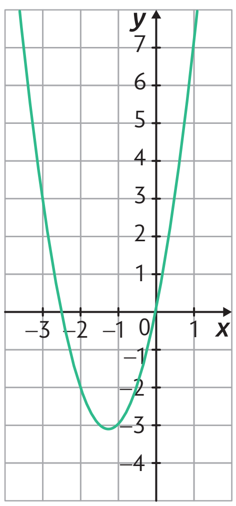


JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

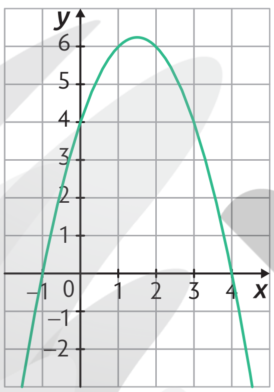
b)



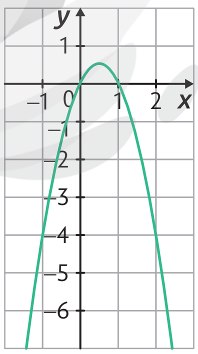
c)



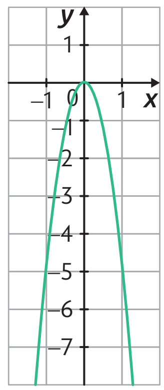
d)



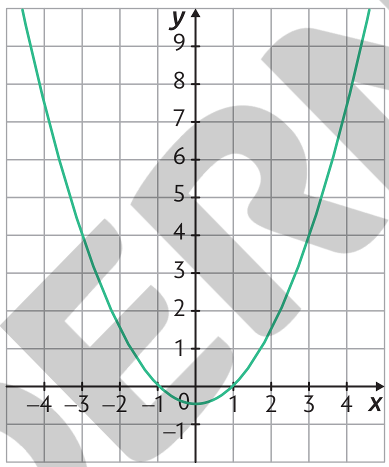
e)



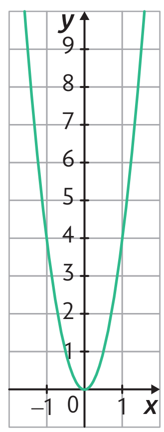
f)



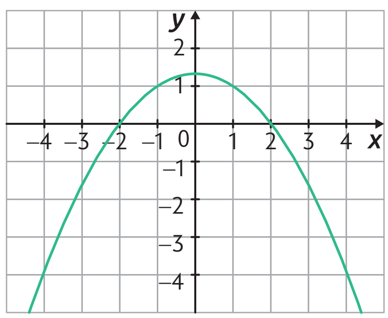
g)



h)

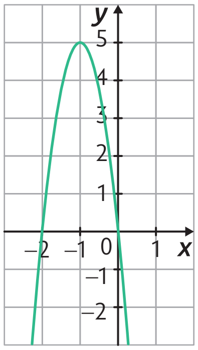


i)

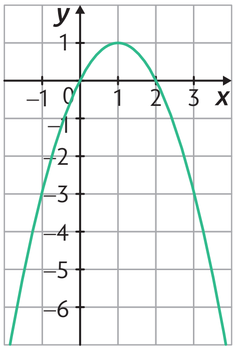


ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

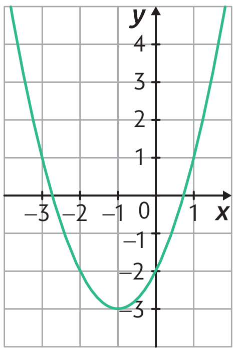
j)



k)

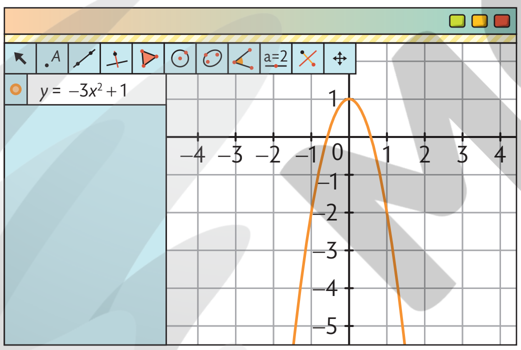


l)



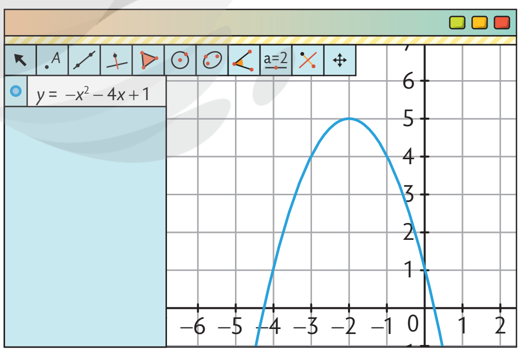
ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

51. a)



b) Resposta no final da seção **Resoluções**.

c)



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

d) Resposta no final da seção **Resoluções**.

e) Resposta no final da seção **Resoluções**.

f) Resposta no final da seção **Resoluções**.

g) Resposta no final da seção **Resoluções**.

h) Resposta no final da seção **Resoluções**.

i) Resposta no final da seção **Resoluções**.

j) Resposta no final da seção **Resoluções**.

k) Resposta no final da seção **Resoluções**.

52. Analisando cada um dos itens, temos:

a) Falso, pois a_1 é negativo e a_2 é positivo. Assim, $a_1 \cdot a_2 < 0$.

b) Verdadeiro, pois a_1 é negativo e c_2 também. Logo, $a_1 \cdot c_2 > 0$.

No segundo caso, a_2 é positivo e c_1 também. Logo, $a_2 \cdot c_1 > 0$.

c) Falso, pois a_1 é negativo e a_2 é positivo. Assim, $a_1 \cdot a_2 < 0$.

Desse modo, o item que apresenta informações verdadeiras é a alternativa **b**.

53. a) Os itens **A** e **B** indicam funções cujos gráficos apresentam parábolas com a concavidade para cima.

b) Para descobrir o ponto de interseção com o eixo y, devemos substituir x por 0, ou seja, $y = c$. Desse modo, a função intersecta o eixo y em:

A. $y = 3$, $(0, 3)$.

B. $y = 4$, $(0, 4)$.

C. $y = -2$, $(0, -2)$.

D. $y = 1$, $(0, 1)$.

c) Considerando os pontos obtidos no item anterior, podemos relacionar a lei de formação ao gráfico, ou seja, **A**-II, **B**-IV, **C**-I, **D**-III.

54. Considerando que no ponto de interseção com o eixo y o valor de x é zero, ou seja $y = c$ e $(0, c)$, temos:

a) $(0, -3)$

b) $(0, 4)$

c) $(0, 1)$

d) $(0, 64)$

e) $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$

f) $(0, 0)$

55. a) Considerando $a = 1$, $b = -6$ e $c = 9$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{36 - 36}$$

$$\sqrt{\Delta} = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm 0}{2}$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Duas raízes iguais a 3.

b) Considerando $a = -4$, $b = 2$ e $c = 2$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 2}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{36}$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm 6$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm 6}{2 \cdot (-4)}$$

$$x = \frac{-2 \pm 6}{-8}$$

Assim, as raízes são:

$$x_1 = \frac{-2 + 6}{-8} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 6}{-8} = 1$$

c) Considerando $a = -6$, $b = 2$ e $c = 4$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 4}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{4 + 96}$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm 10$$

$$x = \frac{-2 \pm 10}{2 \cdot (-6)}$$

$$x = \frac{-2 \pm 10}{-12}$$

Assim, as raízes são:

$$x_1 = \frac{-2 + 10}{-12} = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 10}{-12} = \frac{-12}{-12} = 1$$

d) Considerando $a = -1$, $b = 1$ e $c = 2$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9}$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm 3$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{-2}$$

Assim, as raízes são:

$$x_1 = \frac{-1 + 3}{-2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-1 - 3}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

e) Considerando $a = -1$, $b = 2$ e $c = -2$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2)}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{4 - 8}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-4}$$

Sendo assim, como não existe raiz real de números negativos, a função não tem raiz.

f) Considerando $a = 1$, $b = 1$ e $c = -2$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9}$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm 3$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

Assim, as raízes são:

$$x_1 = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad x_2 = \frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

g) Considerando $a = -2$, $b = -2$ e $c = 4$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 4}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{4 + 32}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{36}$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm 6$$

$$x = \frac{-(-2) \pm 6}{2 \cdot (-2)}$$

$$x = \frac{2 \pm 6}{-4}$$

Assim, as raízes são:

$$x_1 = \frac{2 + 6}{-4} = -\frac{8}{4} = -2 \qquad x_2 = \frac{2 - 6}{-4} = \frac{-4}{-4} = 1$$

h) Considerando $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$ e $c = -1$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1)}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1)}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{2}}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{8}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm\frac{3}{2}$$

$$x = \frac{-\left(-\frac{1}{2}\right) \pm \frac{3}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$x = \frac{+\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}}{1}$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

Assim, as raízes são:

$$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

i) Considerando $a = 1$, $b = -\frac{7}{2}$ e $c = \frac{3}{2}$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\left(-\frac{7}{2}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\frac{49}{4} - 6}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{24}{4}}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \pm\frac{5}{2}$$

$$x = \frac{-\left(-\frac{7}{2}\right) \pm \frac{5}{2}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{+\frac{7}{2} \pm \frac{3}{2}}{2}$$

$$x = \frac{7}{4} \pm \frac{5}{4}$$

Assim, as raízes são:

$$x_1 = \frac{7}{4} + \frac{5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

j) Considerando $a = 1$, $b = -3$ e $c = -10$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9 + 40}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = \pm 7$$

$$x = \frac{-(-3) \pm 7}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{+3 \pm 7}{2}$$

Assim, as raízes são:

$$x_1 = \frac{3 + 7}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{3 - 7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

k) Considerando $a = 1$, $b = 2$ e $c = -3$, temos:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{4 + 12}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{16} = \pm 4$$

$$x = \frac{-2 \pm 4}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

Assim, as raízes são:

$$x_1 = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-2 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

56. a) Como a concavidade da parábola está voltada para cima, então: $a > 0$.

b) O coeficiente c da lei de formação dessa função pode ser determinado quando $x = 0$. Assim, analisando o gráfico, $y = 5$ quando $x = 0$. Logo, $c = 5$.

c) Analisando o gráfico, podemos verificar que os zeros da função são $x = 1$ e $x = 5$.

d) Analisando o gráfico, temos dois pontos de interseção com o eixo x, em que $y = 0$: $(1, 0)$ e $(5, 0)$.

e) Analisando o gráfico, temos um ponto de interseção com o eixo y, em que $x = 0$: $(0, 5)$.

57. a) Calculando o valor de Δ, temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 24$$

$$\Delta = 25 + 4 \cdot 24$$

$$\Delta = 25 + 96$$

$$\Delta = 121$$

Como $\Delta > 0$, podemos concluir que a função tem dois zeros reais distintos.

b) Calculando o valor de Δ, temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9)$$

$$\Delta = 36 + 4 \cdot (-9)$$

$$\Delta = 36 - 36$$

$$\Delta = 0$$

Como $\Delta = 0$, podemos concluir que a função tem dois zeros reais iguais.

c) Calculando o valor de Δ, temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5)$$

$$\Delta = 16 + 4 \cdot (-5)$$

$$\Delta = 16 - 20$$

$$\Delta = -4$$

Como $\Delta < 0$, podemos concluir que a função não tem zeros reais.

d) Calculando o valor de Δ, temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (4)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (2)$$

$$\Delta = 16 - 8 \cdot (2)$$

$$\Delta = 16 - 16$$

$$\Delta = 0$$

Como $\Delta = 0$, podemos concluir que a função tem dois zeros reais iguais.

e) Calculando o valor de Δ, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (8)$

$\Delta = 36 - 4 \cdot 8$

$\Delta = 36 - 32$

$\Delta = 4$

Como $\Delta > 0$, podemos concluir que a função tem dois zeros reais distintos.

f) Calculando o valor de Δ, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (4)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (6)$

$\Delta = 16 - 4 \cdot 6$

$\Delta = 16 - 24$

$\Delta = -8$

Como $\Delta < 0$, podemos concluir que a função não tem zeros reais.

58. A. Considerando os pontos de interseção com os eixos, verificamos que $c = -6$. Usando as coordenadas $(-3, 0)$ e $(2, 0)$ em $y = ax^2 + bx + c$, temos:

$y = ax^2 + bx + c$

$y = ax^2 + bx - 6$

Para $(-3, 0)$:

$0 = a(-3)^2 + b(-3) - 6$

$0 = 9a - 3b - 6$

Para $(2, 0)$:

$0 = a(2)^2 + 2b - 6$

$0 = 4a + 2b - 6$

Desse modo, temos:

$\begin{cases} 0 = 9a - 3b - 6 \\ 0 = 4a + 2b - 6 \end{cases}$ ou $\begin{cases} 0 = 3a - b - 2 \\ 0 = 2a + b - 3 \end{cases}$

Adicionando as sentenças, obtemos:

$0 = 5a - 5$

Logo, $a = 1$.

Substituindo $a = 1$ em $0 = 2a + b - 3$, obtemos:

$0 = 2 + b - 3$

Assim, $b = 1$.

Concluímos que a lei de formação da função representada no gráfico é $y = x^2 + x - 6$.

B. Considerando os pontos de interseção com os eixos, verificamos que $c = -10$. Usando as coordenadas $(-5, 0)$ e $(-2, 0)$ em $y = ax^2 + bx + c$, obtemos:

$y = ax^2 + bx + c$

$y = ax^2 + bx - 10$

Para $(-5, 0)$:

$0 = a(-5)^2 + b(-5) - 10$

$0 = 25a - 5b - 10$

Para $(-2, 0)$:

$0 = a(-2)^2 - 2b - 10$

$0 = 4a - 2b - 10$

Desse modo, temos:

$\begin{cases} 0 = 25a - 5b - 10 \\ 0 = 4a - 2b - 10 \end{cases}$ ou $\begin{cases} 0 = 5a - b - 2 \\ 0 = 2a - b - 5 \end{cases}$

Subtraindo as sentenças, obtemos:

$0 = 3a + 3$

Logo, $a = -1$.

Substituindo $a = -1$ em $0 = 2a - b - 5$, obtemos:

$0 = -2 - b - 5$

Assim, $b = -7$.

Concluímos que a lei de formação da função representada no gráfico é $y = -x^2 - 7x - 10$.

Questão 10. Sim, pois pertencem ao gráfico da função quadrática e têm ordenadas iguais.

Atividades

59. a) Considerando os valores dos coeficientes apresentados na lei de formação, temos $a = 1$, $b = 4$ e $c = 4$.

Desse modo, calculando as coordenadas do vértice, temos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = -\frac{4}{2}$

$x_v = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$

$\Delta = 16 - 16$

$\Delta = 0$

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

$y_v = -\frac{0}{4}$

$y_v = 0$

Ou seja, $V(-2, 0)$.

b) Considerando os valores dos coeficientes apresentados na lei de formação, temos $a = -1$, $b = 0$ e $c = 9$.

Desse modo, calculando as coordenadas do vértice, temos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = -\frac{0}{2 \cdot (-1)}$

$x_v = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 9$

$\Delta = 36$

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

$y_v = -\frac{36}{4 \cdot (-1)}$

$y_v = 9$

Ou seja, $V(0, 9)$.

c) Considerando os valores dos coeficientes apresentados na lei de formação, obtemos $a = 1$, $b = -3$ e $c = -5$.

Desse modo, calculando as coordenadas do vértice, temos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = -\frac{-3}{2 \cdot 1}$

$x_v = \frac{3}{2}$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-5)$

$\Delta = 9 + 20$

$\Delta = 29$

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

$y_v = -\frac{29}{4}$

Ou seja, $V\left(\frac{3}{2}, -\frac{29}{4}\right)$.

d) Considerando os valores dos coeficientes apresentados na lei de formação, obtemos $a = 2$, $b = 8$ e $c = 0$.

Desse modo, calculando as coordenadas do vértice, temos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = -\frac{8}{2 \cdot 2}$

$x_v = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 8^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0$

$\Delta = 64$

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

$y_v = -\frac{64}{4 \cdot 2}$

$y_v = -8$

Ou seja, $V(-2, -8)$.

e) Considerando os valores dos coeficientes apresentados na lei de formação, obtemos $a = 4$, $b = 0$ e $c = 0$.

Desse modo, calculando as coordenadas do vértice, temos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = -\frac{0}{2 \cdot 4}$

$x_v = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 4 \cdot 0$

$\Delta = 0$

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

$y_v = -\frac{0}{2 \cdot 4}$

$y_v = 0$

Ou seja, $V(0, 0)$.

f) Considerando os valores dos coeficientes apresentados na lei de formação, obtemos $a = \frac{1}{4}$, $b = -3$ e $c = 15$.

Desse modo, calculando as coordenadas do vértice, temos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = -\frac{-3}{2 \cdot \frac{1}{4}}$

$x_v = -\frac{-3}{\frac{1}{2}}$

$x_v = 6$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 15$

$\Delta = 9 - 15$

$\Delta = -6$

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

$y_v = -\frac{-6}{4 \cdot \frac{1}{4}}$

$y_v = 6$

Ou seja, $V(6, 6)$.

g) Considerando os valores dos coeficientes apresentados na lei de formação, obtemos $a = -3$, $b = 6$ e $c = -2$.

Desse modo, calculando as coordenadas do vértice, temos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = -\frac{6}{2 \cdot (-3)}$

$x_v = -\frac{6}{-6}$

$x_v = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-2)$

$\Delta = 36 - 24$

$\Delta = 12$

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

$y_v = -\frac{12}{4 \cdot (-3)}$

$y_v = \frac{12}{12}$

$y_v = 1$

Ou seja, $V(1, 1)$.

h) Considerando os valores dos coeficientes apresentados na lei de formação, obtemos $a = \frac{1}{2}$, $b = -2$ e $c = 0$.

Desse modo, calculando as coordenadas do vértice, temos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = -\frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{2}}$

$x_v = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0$

$\Delta = 4$

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

$y_v = -\frac{4}{4 \cdot \frac{1}{2}}$

$y_v = -2$

Ou seja, $V(2, -2)$.

60. Considerando que, se $a > 0$, a função tem ponto de mínimo, e se $a < 0$, a função tem ponto de máximo, temos:

a) Ponto de mínimo.

b) Ponto de máximo.

c) Ponto de máximo.

d) Ponto de mínimo.

e) Ponto de máximo.

f) Ponto de mínimo.

61. a) Considerando o gráfico apresentado, verificamos que $a < 0$, ou seja, o coeficiente a tem sinal negativo, pois a concavidade está voltada para baixo.

b) Analisando o gráfico, obtemos as coordenadas $(0, -4)$.

c) Não, pois seu ponto de máximo está abaixo do eixo x e sua concavidade está voltada para baixo.

d) $(1, -3)$

e) Ponto de máximo, pois $a < 0$.

f) Considerando que o gráfico da função passa por $(0, -4)$, $c = -4$. Utilizando a fórmula das coordenadas do vértice para calcular os outros coeficientes, temos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$1 = -\frac{b}{2a}$

$2a = -b$

$b = -2a$

$y = ax^2 + bx + c$

$y = ax^2 - 2ax - 4$

Usando $(1, -3)$, obtemos:

$-3 = -a - 4$

$a = -1$

Sendo assim, temos:

$b = -2a$

$b = -2 \cdot (-1)$

$b = 2$

Logo, a lei de formação da função representada no gráfico é $y = -x^2 + 2x - 4$.

62. a) Considerando que as coordenadas do ponto de máximo é $(4, 10)$ e substituindo em $y = -x^2 + 8x - n$, temos:

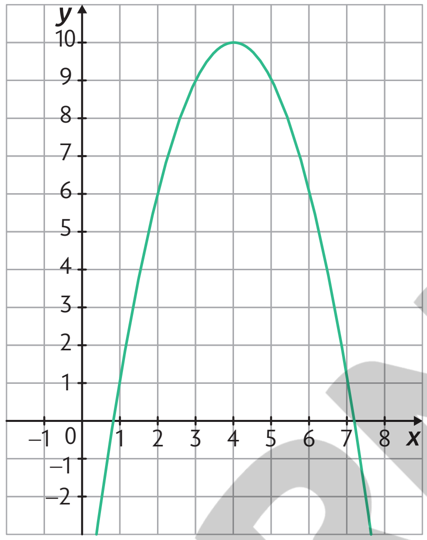
$10 = -(4)^2 + 8 \cdot 4 - n$

$10 = -16 + 32 - n$

$n = 6$

Logo, $y = -x^2 + 8x - 6$.

b)

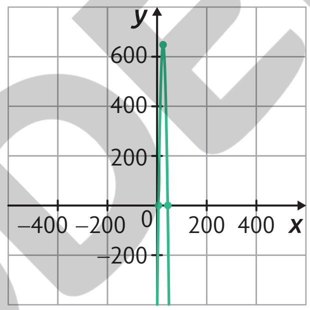


JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

63. a) $y = (72 - 2x) \cdot x$

$y = -2x^2 + 72x$, com $0 < x < 36$.

b)



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

c) Calculando a medida da área máxima, ou seja, a ordenada do ponto de máximo da função (y_v), temos:

$\Delta = 72^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 0$

$\Delta = 5184$

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

$y_v = -\frac{5184}{4 \cdot (-2)}$

$y_v = -\frac{5184}{-8}$

$y_v = 648$

Logo, a medida da área máxima do terreno é 648 m².

d) Considerando a medida do comprimento dos lados $72 - 2x$ e x, temos:

$72 - 2x$

$72 - 2 \cdot 18$

$72 - 36 = 36$

Assim, as medidas do comprimento dos lados referentes à medida da área máxima do terreno retangular são 18 m e 36 m.

64. a) Considerando os coeficientes $a = -1$, $b = 2$ e $c = 0$, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0$

$\Delta = 4$

$y_v = -\frac{4}{4 \cdot (-1)}$

$y_v = -\frac{4}{-4}$

$y_v = 1$

Logo, a medida da altura máxima atingida pelo avião foi de 1 m.

b) Considerando $h = -t^2 + 2t$, temos:

$0 = -t^2 + 2t$

$0 = t(-t + 2)$

$t = 0$ e $t = 2$

Logo, o avião atingiu o solo após 2 s.

c) Para isso, obtemos a média entre 0 e 2 segundos. Ou seja, 1 s após o lançamento, o avião atingiu a medida da altura máxima.

O que eu estudei?

1. a) Analisando a tabela, temos $C = 0{,}3t$.

b) Calculando 8 h durante 30 dias, obtemos o total de 240 horas. Desse modo:

$C = 0{,}3 \cdot 240$

$C = 72$

Ou seja, 72 kWh.

2. a) Considerando que a caixa já está com 300 L, então esse será um valor constante. Além disso, o despejo de 30 L por minuto é dado por $30x$. Desse modo, podemos escrever a lei de formação $y = 30x + 300$ em que y representa a medida do volume da caixa-d'água em função do tempo x.

b) Considerando $y = 30x + 300$ e $y = 380$, temos:

$380 = 30x + 300$

$80 = 30x$

$x = \frac{8}{3}$

$x = 2{,}\overline{6}$

Como $0{,}\overline{6} \cdot 60 \simeq 36$, a caixa-d'água está com 380 L após aproximadamente 2 min 36 s.

Considerando $y = 30x + 300$ e $y = 450$, temos:

$450 = 30x + 300$

$150 = 30x$

$x = \frac{150}{30}$

$x = 5$

Ou seja, 5 min.

c) Para $y = 1000$, temos:

$1000 = 30x + 300$

$1000 - 300 = 30x$

$700 = 30x$

$x = \frac{700}{30}$

$x = 23{,}\overline{3}$

Como $0{,}\overline{3} \cdot 60 \simeq 18$, para encher a caixa-d'água, a medida de tempo necessária será de aproximadamente 23 min 18 s.

3. a) Analisando o gráfico, podemos verificar que as coordenadas do vértice são $(-2, 0)$.

b) O gráfico da função apresenta apenas um zero em $x = -2$.

c) O coeficiente c é dado pelo ponto de interseção com o eixo y: $c = -4$.

4. a) Seja y a medida da área do retângulo em função de x, temos:

$y = x \cdot (-2x + 28)$

$y = -2x^2 + 28x$

O valor de x para a medida da área máxima é dado por $x_v = -\frac{b}{2 \cdot a}$. Desse modo:

$x_v = -\frac{28}{2 \cdot (-2)}$

$x_v = \frac{28}{4} = 7$, ou seja, o valor de x para a medida da área máxima é 7 cm.

b) Considerando $-2x + 28$ e x as medidas das dimensões do retângulo, temos:

$-2 \cdot 7 + 28$

$-14 + 28 = 14$

Ou seja, as medidas das dimensões são 7 cm e 14 cm.

5. a) Considerando que o valor de Δ determina as possibilidades, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = m^2 - 4 \cdot (2m - 3) \cdot 1$

$\Delta = m^2 - 8m + 12$

Para que tenham dois pontos distintos ($\Delta > 0$), ou seja, $m^2 - 8m + 12 > 0$, calculamos:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12$

$\Delta = 64 - 48$

$\Delta = 16$

Desse modo:

$m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$m = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2}$

$m = \frac{8 \pm 4}{2}$

$m_1 = 6$ e $m_2 = 2$

O vértice da parábola está voltada para cima, ou seja, $a > 0$. Assim, $\Delta > 0$ quando $m < 2$ e $m > 6$.

b) Para que a função intersecte o eixo x em apenas um ponto, ou seja, $\Delta = 0$, devemos ter $m = 2$ ou $m = 6$.

c) Para que não tenha interseção com nenhum ponto do eixo x: $2 < m < 6$.

Unidade 10 Circunferência, vistas e perspectiva

Atividades

1. a) A corda $\overline{GH}$ tem a maior medida de comprimento, pois ela também é o diâmetro.

b) A corda $\overline{NP}$ terá a mesma medida de comprimento da corda $\overline{GH}$, pois ambas serão diâmetros.

c) O segmento de reta *OB* é um raio da circunferência, pois qualquer segmento de reta que une o centro a um de seus pontos é um raio de circunferência.

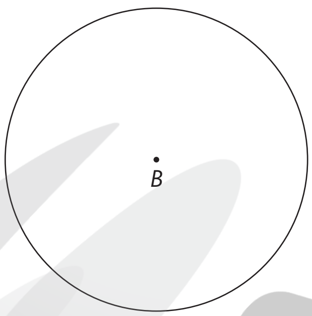
2. a) As coordenadas do centro dessa circunferência são $O(1, -1)$.

b) Para calcular a medida do comprimento do raio, vamos calcular a distância do ponto *O* até qualquer ponto da circunferência. O ponto $(1, 3)$ pertence à circunferência e, como as coordenadas do centro da circunferência são $(1, -1)$, a medida do comprimento do raio pode ser calculada por $|3 - (-1)| = |3 + 1| = |4| = 4$. Logo, a medida do comprimento do raio é igual a 4 u.

A medida do comprimento do diâmetro é igual ao dobro da medida do comprimento do raio, assim, o diâmetro da circunferência mede $\underbrace{8}_{2 \cdot 4}$ u.

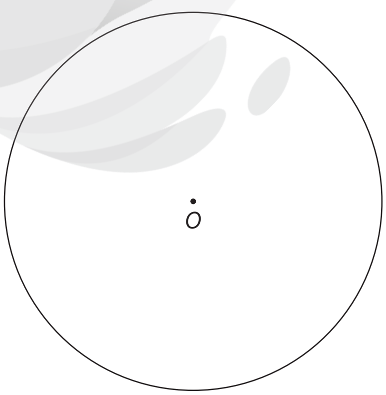
c) Esses pontos são extremidades de um diâmetro, assim, pelo item anterior, o comprimento da distância entre esses dois pontos mede 8 u.

3. a) Marque um ponto *B* qualquer e, com a abertura do compasso medindo 2 cm, coloque a ponta-seca em *B*, traçando uma circunferência.



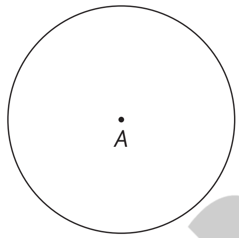
b) Como a medida de comprimento do raio é igual à metade da medida do comprimento do diâmetro, o raio dessa circunferência mede $\underbrace{2{,}5}_{5:2}$ cm.

Marque um ponto *O* qualquer e, com abertura do compasso medindo 2,5 cm, coloque a ponta-seca em *O*, traçando uma circunferência.



c) A maior corda possível de uma circunferência é o seu diâmetro. Então, para desenhar uma circunferência com diâmetro medindo 3 cm, devemos desenhar uma circunferência com raio medindo 1,5 cm, visto que a medida do comprimento do raio é igual à metade da medida do comprimento do diâmetro.

Marque um ponto *A* qualquer e, com abertura do compasso medindo 1,5 cm, coloque a ponta-seca em *A*, traçando uma circunferência.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

4. As diagonais de um retângulo têm a mesma medida de comprimento. Desse modo, $\overline{OB}$ tem a mesma medida de comprimento de $\overline{AC}$, ou seja, $\overline{OB} = 3{,}2$ m. O ponto *O* é o centro da circunferência e *B* é um ponto da circunferência, logo $\overline{OB}$ é um raio da circunferência. Portanto, a medida do comprimento do raio da circunferência é 3,2 m.

5. A reta *r* é secante às circunferências de centros *O* e *Q* e tangente à circunferência de centro *P*.

A reta *s* é externa às circunferências de centros *P* e *Q* e tangente à circunferência de centro *O*.

A reta *t* é secante às circunferências de centros *O* e *P* e externa à circunferência de centro *Q*.

A reta *u* é tangente à circunferência de centro *O* e externa às circunferências de centros *P* e *Q*.

6. a) A reta *v* é tangente à circunferência, pois a medida da distância entre a reta tangente e o centro da circunferência é igual à medida de comprimento do raio.

b) As retas *s*, *u* e *z* são secantes à circunferência, pois a medida da distância entre cada reta secante e o centro da circunferência é menor do que a medida de comprimento do raio.

c) As retas *q*, *r* e *t* são externas à circunferência, pois a medida da distância entre cada uma das retas externas à circunferência e o centro da circunferência é maior do que a medida de comprimento do raio.

7. a) Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

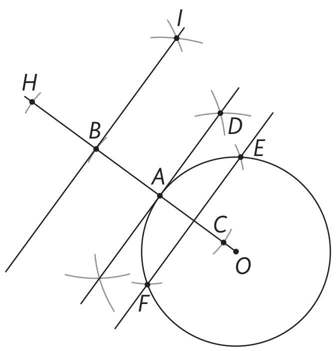
1º. Desenhe uma circunferência de centro *O*, marque um ponto *A* sobre ela e prolongue o raio $\overline{OA}$. Em seguida, com a ponta-seca do compasso em *A* e com abertura menor do que o raio $\overline{OA}$, determine os pontos *B* e *C*.

2º. Determine a mediatriz entre os pontos *B* e *C*, obtendo o ponto *D*. Por fim, trace a reta que passa pelos pontos *A* e *D*, que é tangente à circunferência de centro *O* no ponto *A*.

3º. Com a ponta-seca do compasso em A e abertura igual a $\overline{AC}$, trace dois arcos sobre a circunferência, marque os pontos E e F e, em seguida, trace uma reta que passe por esses pontos, que é secante à circunferência de centro O.

4º. Com a ponta-seca do compasso em B e abertura igual a $\overline{AB}$, marque um ponto H sobre a reta que passa por A e B. Com a ponta-seca do compasso em A e abertura maior do que $\overline{AB}$, trace um arco. Em seguida, com a ponta-seca do compasso em H e a mesma abertura do compasso, trace outro arco e marque o ponto I na interseção desses arcos.

5º. Por fim, trace uma reta que passe pelos pontos B e I, que é externa à circunferência de centro O.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes confiram que traçaram as retas t, r e s corretamente.

8. a) As circunferências de centros A e D são secantes, pois têm dois pontos de interseção.

b) As circunferências de centros B e D são tangentes internas, pois a de centro B é interna à de centro D e têm somente um ponto em comum.

c) As circunferências de centros C e D são internas, pois a de centro C é interna à de centro D e não têm pontos em comum.

d) As circunferências de centros F e G são tangentes internas, pois a de centro G é interna à de centro F e têm somente um ponto em comum.

e) As circunferências de centros G e D são tangentes internas, pois a de centro G é interna à de centro D e têm somente um ponto em comum.

f) As circunferências de centros E e H são tangentes externas, pois a de centro E é externa à de centro H e têm somente um ponto em comum.

g) As circunferências de centros B e F são externas, pois a de centro B é externa à de centro F e não têm pontos em comum.

h) As circunferências de centros F e C são secantes, pois têm dois pontos em comum.

i) As circunferências de centros A e E são externas, pois a de centro A é externa à de centro E e não têm pontos em comum.

9. Primeiramente, precisamos calcular as medidas de comprimento dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$. Essas medidas são iguais às medidas das distâncias do ponto A ao ponto B, do ponto B ao ponto C e do ponto A ao ponto C, respectivamente. Como as circunferências são tangentes externas, a medida dessas distâncias é igual à soma das medidas do comprimento de seus raios.

Assim:

$d_{AB} = r_A + r_B = 3 + 4 = 7$, ou seja, 7 m.

$d_{BC} = r_B + r_C = 4 + 2 = 6$, ou seja, 6 m.

$d_{AC} = r_A + r_C = 3 + 2 = 5$, ou seja, 5 m.

Logo, a medida do perímetro do triângulo ABC é $P = 7 + 6 + 5 = 18$, ou seja, $P = 18$ m.

10. Denominando x a medida do comprimento do raio da circunferência maior. A medida da distância entre os centros de duas circunferência internas é igual à diferença entre a medida do raio maior e a medida do raio menor. Desse modo, temos:

$$3 = 8 - x$$

$$3 - 8 = 8 - x - 8$$

$$-5 = -x$$

$$5 = x$$

Portanto, o comprimento do raio da circunferência menor mede 5 cm.

11. a) Subtraindo a medida do comprimento do raio menor da medida do comprimento do raio maior, temos 5 cm − 4 = 1, ou seja, 1 cm. Adicionando as medidas de comprimento dos raios, temos $5 + 4 = 9$, ou seja, 9 cm. Como a distância entre os centros das circunferências mede 2 cm e $1 < 2 < 9$, segue que as circunferências são secantes.

b) A diferença entre a medida de comprimento do raio maior e a medida de comprimento do raio menor é igual a $\underbrace{3}_{4-1}$ cm. Como a distância entre os centros das circunferências é igual a 3 cm, segue que as circunferências são tangentes internas.

12. Como as circunferências são concêntricas, e o valor de x corresponde à diferença entre as medidas de comprimento dos raios, temos:

$x = r' - r = 15 - 8 = 7$.

Portanto, $x = 7$ cm.

13. a) $AB = 5$ cm, pois corresponde à medida de comprimento do raio da circunferência de centro A.

b) $AF = 5$ cm, pois corresponde à medida de comprimento do raio da circunferência de centro A.

c) $\overline{BF}$ é diâmetro da circunferência de centro A, assim $BF = 2 \cdot AB = 2 \cdot 5 = 10$. Logo, $BF = 10$ cm.

d) $CF = CB + BF$. Como $CB = 4$ cm, pois é um raio da circunferência de centro B e $BF = 10$ cm, então $CF = 4 + 10 = 14$ e, portanto, $CF = 14$ cm.

e) $AD = 5$ cm, pois é um raio da circunferência de centro A.

f) $BD = 4$ cm, pois é um raio da circunferência de centro B.

g) Temos $BE = 4$ cm, pois é um raio da circunferência de centro B.

h) Temos $AE = AB - BE$. Como $AD = 5$ cm e $BE = 4$ cm, segue que $AE = 5 - 4 = 1$.
Logo, $AE = 1$ cm.

14. Temos $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$ e $\hat{a} = \hat{b} = \hat{c}$.

Desse modo:

$$3 \cdot \hat{a} = 180°$$

$$\hat{a} = \frac{180°}{3} = 60°$$

Portanto, $\hat{a} = \hat{b} = \hat{c} = 60°$.

15. Primeiro, vamos calcular o valor de x. Como uma volta completa mede 360°, temos:

$$3x + x + 2x + 36° = 360°$$

$$6x + 36° = 360°$$

$$6x + 36° - 36° = 360° - 36°$$

$$6x = 324°$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{324°}{6}$$

$$x = 54°$$

Assim, obtemos as seguintes medidas para cada um dos ângulos:

a) $\text{med}(A\hat{O}B) = 3x = 3 \cdot 54° = 162°$

b) $\text{med}(A\hat{O}C) = x = 54°$

c) $\text{med}(B\hat{O}C) = 2x + 36° = 2 \cdot 54° + 36° = 104° + 36° = 144°$

Questão 1. O ângulo $B\hat{A}B'$ mede 60° e o ângulo $B\hat{C}B'$ mede 30°.

Questão 2. Espera-se que os estudantes concluam que a medida do ângulo é fixa.

Questão 3. O ângulo $A\hat{C}B$ mede 60°.

Questão 4. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que a medida do ângulo inscrito é a metade da medida do ângulo central.

Atividades

16. O ângulo $A\hat{O}B$ é um ângulo central e o ângulo $A\hat{C}B$ é um ângulo inscrito e eles determinam o mesmo arco.

Assim, $\hat{a} = \dfrac{\text{med}(A\hat{O}B)}{2} = \dfrac{50°}{2} = 25°$.

17. O ângulo $B\hat{O}C$ é um ângulo central e o ângulo $B\hat{A}C$ é um ângulo inscrito e eles determinam o mesmo arco. Assim:

$\text{med}(B\hat{A}C) = \dfrac{\text{med}(B\hat{O}C)}{2}$.

Dessa igualdade, obtemos:

$$6x = \frac{8x + 40°}{2}$$

$$2 \cdot 6x = \left(\frac{8x + 40°}{2}\right) \cdot 2$$

$$12x = 8x + 40°$$

$$12x - 8x = 8x + 40° - 8x$$

$$4x = 40°$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{40°}{x}$$

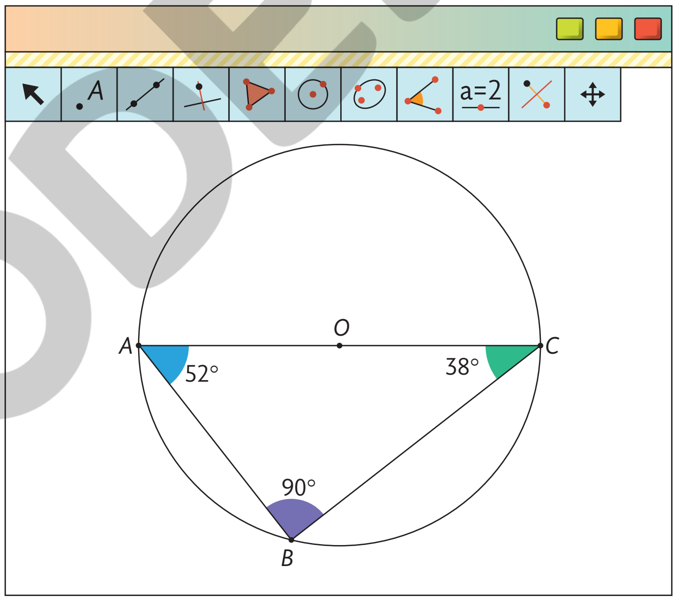
$$x = 10°$$

Portanto, $\text{med}(B\hat{A}C) = 6x = 6 \cdot 10° = 60°$ e
$\text{med}(B\hat{O}C) = 2 \cdot \text{med}(B\hat{A}C) = 2 \cdot 60° = 120°$.

18. Ângulos inscritos com um mesmo arco correspondente têm a mesma medida. Sendo assim, as medidas dos ângulos $A\hat{C}B$, $A\hat{D}B$, $A\hat{E}B$, $A\hat{F}B$ e $A\hat{G}B$ são iguais.

19. De acordo com o desenho de Rita, $M\hat{O}N = 180°$ e os ângulos $M\hat{P}N$ e $M\hat{Q}N$ são ângulos inscritos em uma semicircunferência. Portanto, $M\hat{P}N = M\hat{Q}N = 90°$.

20. Reproduzindo a imagem no GeoGebra, temos:



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, a medida de cada ângulo inscrito na circunferência é: $\text{med}(A\hat{B}C) = 90°$, $\text{med}(B\hat{A}C) = 52°$ e $\text{med}(A\hat{C}B) = 38°$.

21. Os ângulos inscritos na circunferência têm o mesmo arco correspondente, logo eles têm a mesma medida. Desse modo, temos:

$$4x = 44°$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{44°}{4}$$

$$x = 11°$$

22. O segmento BC é um diâmetro da circunferência, logo $\text{med}(B\hat{O}C) = 180°$.

Assim, $B\widehat{A}C$ é um ângulo inscrito em uma semicircunferência, logo $\text{med}(B\widehat{A}C) = 90°$.

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos:

$$\hat{x} + 30° + 90° = 180°$$

$$\hat{x} + 120° = 180°$$

$$\hat{x} + 120° - 120° = 180° - 120°$$

$$\hat{x} = 60°$$

23. a) Os segmentos *AC* e *BD* são diâmetros da circunferência de centro *O* e os segmentos *OA*, *OB*, *OC* e *OD* são raios da circunferência.

b) O triângulo *OAB* é isósceles, pois dois de seus lados são formados por segmentos que representam o comprimento do raio da circunferência. Sendo assim, têm medidas iguais.

c) Os ângulos $A\widehat{B}C$ e $B\widehat{C}D$ são retos, pois estão inscritos em uma semicircunferência.

Logo, os triângulos *ABC* e *BCD* são triângulos retângulos.

d) Os segmentos *OA*, *OB*, *OC* e *OD* são congruentes.

Portanto, os triângulos *AOB* e *DOC* são congruentes, pois seus respectivos lados são congruentes e seus respectivos ângulos internos também são congruentes.

24. a) Sabemos que os triângulos *ABD* e *BAC* são congruentes, assim $\overline{AD} \cong \overline{BC}$, segue que os triângulos *BCO* e *ADO* são congruentes, pois $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OA}$ e $\overline{OD}$ são raios da circunferência.

Desse modo, os ângulos centrais $B\widehat{O}C$ e $A\widehat{O}D$ são congruentes, pois são correspondentes nessa congruência.

Logo, $\text{med}(B\widehat{A}E) = \text{med}(A\widehat{B}E)$, pois os ângulos $B\widehat{A}E$ e $A\widehat{B}E$ são ângulos internos do triângulo *ABE*.

Portanto, o triângulo *ABE* é isósceles.

b) O segmento *AB* é um diâmetro da circunferência, sendo assim o ângulo $A\widehat{C}B$ é um ângulo inscrito em uma semicircunferência, ou seja, $\text{med}(A\widehat{C}B) = 90°$.

Considerando o triângulo *ABC* e a soma das medidas de seus ângulos internos, temos:

$$\text{med}(A\widehat{B}C) + \text{med}(A\widehat{C}B) + \text{med}(B\widehat{A}C) = 180°$$

$$65° + 90° + \text{med}(B\widehat{A}C) = 180°$$

$$155° + \text{med}(B\widehat{A}C) = 180°$$

$$155° + \text{med}(B\widehat{A}C) - 155° = 180° - 155°$$

$$\text{med}(B\widehat{A}C) = 25°$$

Logo, do item anterior, temos:

$\text{med}(B\widehat{A}E) = \text{med}(A\widehat{B}E) = 25°$.

Desse modo, considerando a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo *ABE*, temos:

$$\text{med}(B\widehat{A}E) + \text{med}(A\widehat{B}E) + \text{med}(A\widehat{E}B) = 180°$$

$$25° + 25° + \text{med}(A\widehat{E}B) = 180°$$

$$50° + \text{med}(A\widehat{E}B) = 180°$$

$$50° + \text{med}(A\widehat{E}B) - 50° = 180° - 50°$$

$$\text{med}(A\widehat{E}B) = 130°$$

Portanto, $\text{med}(A\widehat{E}B) = 130°$.

25. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Calcule a medida dos ângulos destacados na circunferência de centro *O*.

Resposta: 73°.

26. a) Para calcular a medida aproximada da distância que a bicicleta de Cássia percorre quando a roda dá uma volta completa, vamos calcular a medida *C* do comprimento da circunferência da roda de sua bicicleta. Como o diâmetro da roda mede 66 cm, temos:

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 33$$

$$C = 6{,}28 \cdot 33$$

$$C = 207{,}24$$

Portanto, a medida da distância aproximada que a bicicleta de Cássia percorre quando a roda dá uma volta completa é 207,24 cm.

b) Pelo item anterior, o comprimento aproximado da circunferência da roda da bicicleta de Cássia mede 207,24 cm, o que é equivalente a $\underbrace{2{,}0724}_{207{,}24\,:\,100}$ m. Assim:

$$\frac{500}{2{,}0724} \simeq 241$$

Portanto, percorrendo 500 m, a roda da bicicleta de Cássia dá aproximadamente 241 voltas.

27. A. Sendo $r = 15$ cm, e indicando a medida aproximada do comprimento da linha vermelha por *C*, obtemos:

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 15$$

$$C = 6{,}28 \cdot 15$$

$$C = 94{,}2$$

Portanto, a medida do comprimento aproximada da linha vermelha é 94,2 cm.

B. A linha vermelha é composta de três partes, duas delas são raios da circunferência e a outra é um arco de circunferência.

Para calcular a medida de comprimento aproximada da linha vermelha, vamos primeiramente calcular a medida de comprimento aproximada do arco de circunferência:

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 34$$
$$C = 6{,}28 \cdot 34$$
$$C = 213{,}52$$

Logo, a medida de comprimento aproximada da circunferência é 213,52 cm.

O arco de circunferência corresponde a um ângulo central que mede 90°.

Indicando por x a medida do comprimento do arco, temos:

Medida do ângulo central (em graus)	Medida do comprimento do arco (em cm)
360	213,52
90	X

Efetuando os cálculos:

$$\frac{360}{90} = \frac{213{,}52}{x}$$
$$\frac{36}{9} = \frac{213{,}52}{x}$$
$$4 = \frac{213{,}52}{x}$$
$$4x = 213{,}52$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{213{,}52}{4}$$
$$x = 53{,}38$$

Logo, a medida de comprimento aproximada do arco é 53,38 cm. Como as outras duas partes da linha vermelha são raios do círculo, a medida de comprimento aproximada da linha vermelha é $\underbrace{121{,}38}_{53{,}38 + 34 + 34 = 121{,}38}$ cm.

28. As duas polias têm seus diâmetros com mesma medida de comprimento, ou seja, 20 cm. Desse modo, seus raios medem 10 cm e a medida do comprimento da circunferência de cada polia é dada por:

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10$$
$$C = 6{,}28 \cdot 10$$
$$C = 62{,}8$$

Logo, a medida aproximada do comprimento da circunferência de cada polia é 62,8 cm. Podemos separar a correia que passa pelas polias em quatros partes, duas que tocam metade de cada polia e duas que não tocam as polias.

As partes da correia que tocam metade das polias medem 31,4 cm, pois $\frac{62{,}8}{2} = 31{,}4$, e as partem que não tocam medem 50 cm, pois essa é a medida da distância entre os centros das polias.

Portanto, a medida de comprimento aproximada da correia é $\underbrace{162{,}8}_{2 \cdot 31{,}4 + 2 \cdot 50 = 162{,}8}$ cm.

29. A. Primeiramente, vamos calcular a medida aproximada do comprimento da circunferência com raio medindo 10 cm:

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10$$
$$C = 6{,}28 \cdot 10$$
$$C = 62{,}8$$

Logo, a medida aproximada do comprimento da circunferência é 62,8 cm.

A medida do ângulo central correspondente ao arco é igual a 70°. Então:

Medida do ângulo central (em graus)	Medida do comprimento do arco (em cm)
360	62,8
70	x

Efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{360}{70} = \frac{62{,}8}{x}$$
$$360x = 4\,396$$
$$\frac{360x}{360} = \frac{4\,396}{360}$$
$$x \simeq 12{,}21$$

Portanto, a medida de comprimento aproximada do arco é 12,21 cm.

B. Primeiramente, vamos calcular a medida aproximada do comprimento da circunferência com raio medindo 14 cm:

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 14$$
$$C = 6{,}28 \cdot 14$$
$$C = 87{,}92$$

Logo, a medida aproximada do comprimento da circunferência é 87,92 cm.

A medida do ângulo central correspondente ao arco é igual a 145°, assim:

Medida do ângulo central (em graus)	Medida do comprimento do arco (em cm)
360	87,92
145	x

Efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{360}{145} = \frac{87{,}92}{x}$$
$$360x = 12\,748{,}4$$
$$\frac{360x}{360} = \frac{12\,748{,}4}{360}$$
$$x \simeq 35{,}41$$

Portanto, a medida de comprimento aproximada do arco é 35,41 cm.

30. Primeiramente, vamos calcular a medida aproximada do comprimento da circunferência com comprimento do raio medindo 7 cm:

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 7$$
$$C = 6{,}28 \cdot 7$$
$$C = 43{,}96$$

Logo, a medida aproximada do comprimento da circunferência é 43,96 cm.

A medida do ângulo central correspondente ao arco é igual a 240°, assim:

Medida do ângulo central (em graus)	Medida do comprimento do arco (em cm)
360	43,96
240	x

Efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{360}{240} = \frac{43{,}96}{x}$$
$$\frac{36}{24} = \frac{43{,}96}{x}$$
$$360x = 10\,550{,}4$$
$$\frac{360x}{360} = \frac{10\,550{,}4}{360}$$
$$x \simeq 29{,}3$$

Portanto, a medida de comprimento aproximada do arco é 29,3 cm.

31. Calculando a medida aproximada do comprimento da circunferência com raio medindo 12 cm:

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 12$$
$$C = 6{,}28 \cdot 12$$
$$C = 75{,}36$$

Logo, a medida aproximada do comprimento da circunferência é 75,36 cm.

A medida do comprimento do arco é igual a 10,46 cm, assim:

Medida do ângulo central (em graus)	Medida do comprimento do arco (em cm)
360	75,36
x	10,46

Efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{360}{x} = \frac{75{,}36}{10{,}46}$$
$$3\,765{,}6 = 75{,}36x$$
$$\frac{3\,765{,}6}{75{,}36} = \frac{75{,}36x}{75{,}36}$$
$$x \simeq 50$$

Portanto, a medida aproximada do ângulo que corresponde ao arco é 50°.

Questão 5. Resposta no final da seção **Resoluções**.

Atividades

32. a) Todo triângulo equilátero tem as medidas de seus ângulos internos iguais a 60°.

- Portanto, med$(B\widehat{A}C)$ = 60°.

b) Os ângulos $B\widehat{A}C$ e $B\widehat{P}C$ são, respectivamente, o ângulo inscrito e o central que determinam o mesmo arco.

Portanto, med$(B\widehat{P}C)$ = 2 · med$(B\widehat{A}C)$ = 2 · 60° = 120°.

33. Como as diagonais do quadrado são perpendiculares entre si, elas dividem o quadrado em quatro triângulos retângulos. Os catetos desses triângulos retângulos medem r, pois são raios da circunferência, e as hipotenusas medem u, pois são lados do quadrado. Aplicando o teorema de Pitágoras em qualquer um desses triângulos retângulos, temos:

$$u^2 = r^2 + r^2$$
$$u^2 = 2r^2$$
$$u = \sqrt{2r^2}$$
$$u = \sqrt{2} \cdot \sqrt{r^2}$$
$$u = r\sqrt{2}$$

Portanto, $u = r\sqrt{2}$.

34. Na circunferência de centro Q, a medida de comprimento do raio é igual a 1,9 m.

Assim, pela resposta da atividade anterior, temos $u = 1{,}9\sqrt{2}$.

Portanto, a medida do lado do quadrado é igual a $1{,}9\sqrt{2}$ m.

35. Como o polígono é regular, podemos escrever a seguinte relação:

$\frac{360°}{45°} = n$, em que n representa a quantidade de lados do polígono regular. Nesse caso, o polígono regular tem 8 lados. Portanto, seu perímetro mede

$P = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 48$, ou seja, 48 m.

36. a) Como o hexágono é regular e a circunferência tangencia o polígono em seus respectivos pontos médios, temos med$(S\widehat{O}T)$ = med$(R\widehat{O}S)$. Por outro lado,

$$\text{med}\left(R\widehat{O}S\right) = 2 \cdot \underbrace{\text{med}\left(R\widehat{O}C\right)}_{30°} = 60°.$$

Portanto, med$(S\widehat{O}T)$ = 60°.

- A medida da distância do ponto O até o ponto C é igual a 29 cm. Essa medida é igual à medida do raio da circunferência que circunscreve esse hexágono. Em um hexágono regular qualquer, a medida do raio da circunferência que o circunscreve é igual à medida do comprimento do seu lado, assim, o comprimento do lado desse hexágono mede 29 cm.

Como $P = 29 + 29 + 29 + 29 + 29 + 29 = 174$, a medida do perímetro do hexágono é igual a 174 cm.

- Considere o triângulo *COS*. Esse triângulo é retângulo, pois $\text{med}\left(C\hat{S}O\right) = 90°$.
- Temos $OC = 29$ cm e $CS = 14{,}5$ cm, usando o teorema de Pitágoras, temos:

$$(OS)^2 + (CS)^2 = (OC)^2$$

$$(OS)^2 + 14{,}5^2 = 29^2$$

$$(OS)^2 + 210{,}25 = 841$$

$$(OS)^2 + 210{,}25 - 210{,}25 = 841 - 210{,}25$$

$$(OS)^2 = 630{,}75$$

$$OS = \sqrt{630{,}75}$$

$$OS \simeq 25{,}11$$

Logo, a medida do diâmetro da circunferência é aproximadamente 50,22 cm, pois $2 \cdot 25{,}11 = 50{,}22$.

Considerando 25,11 cm como aproximação para a medida do comprimento do raio da circunferência, vamos calcular a medida de comprimento aproximada da circunferência:

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 25{,}11$$

$$C \simeq 157{,}7$$

Logo, a medida aproximada do comprimento da circunferência é 157,7 cm.

b) Considerando o hexágono regular *PQRSTU*, a medida de seu lado é igual à medida do comprimento do raio da circunferência que o circunscreve. Do item anterior, a medida do comprimento do raio dessa circunferência é aproximadamente 25,1 cm.

Logo, o comprimento do lado desse hexágono regular mede aproximadamente 25,1 cm. Como todos os seus lados têm a mesma medida, seu perímetro mede $P = 25{,}1 + 25{,}1 + 25{,}1 + 25{,}1 + 25{,}1 + 25{,}1 = 150{,}6$, ou seja, aproximadamente 150,6 cm.

37. Resposta no final da seção **Resoluções**.

Questão 6. Marcos – vista lateral esquerda; Adriana – vista lateral direita; Otávio – vista posterior.

Questão 7. A imagem que representa uma possível vista superior dos objetos apresentados na página anterior é a imagem **3**.

Atividades

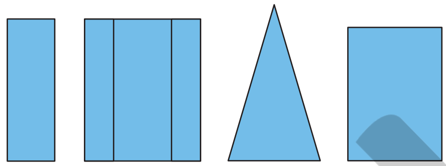
38. A imagem **A** corresponde à vista frontal, a imagem **B** corresponde à vista lateral direita, a imagem **C** corresponde à vista lateral esquerda e a imagem **D** corresponde à vista superior.

39. a) A imagem **2** pode representar a vista superior do vaso **A** e a imagem **6** pode representar a vista superior do vaso **B**.

b) A imagem **1** pode representar a vista lateral esquerda do vaso **A** e a imagem **4** pode representar a vista lateral direita do vaso **B**.

40. a) A sequência de figuras **2** representa a vista superior das figuras geométricas espaciais.

b) A imagem a seguir representa a vista frontal das figura.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

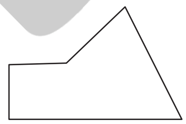
41. a) A figura **B** corresponde à vista lateral direita do objeto.

b) A figura **A** corresponde à vista frontal do objeto.

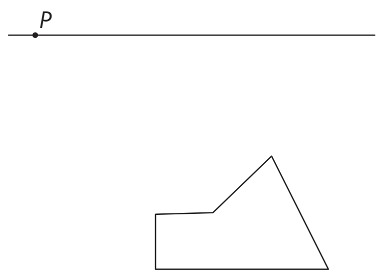
c) A figura **D** corresponde à vista lateral esquerda do objeto.

Questão 8. A perspectiva foi usada na obra **A**, pois podemos perceber que alguns dos desenhos parecem estar mais perto enquanto outros parecem estar mais afastados. Na obra **B**, os desenhos parecem estar todos em um mesmo plano.

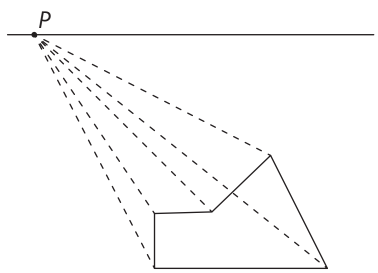
Questão 9. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Considere a seguinte figura como face frontal de uma figura geométrica espacial.



1º. Desenhe a linha do horizonte e sobre ela marque o ponto de fuga *P*. Em seguida, desenhe também a face frontal da figura.

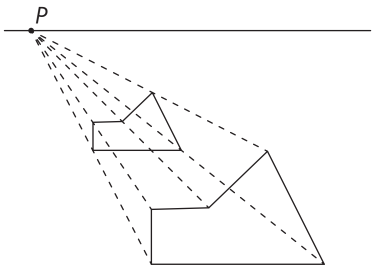


2º. Ligue os vértices da figura até o ponto de fuga.

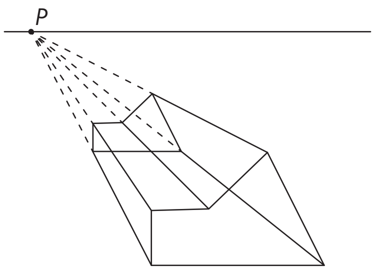


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

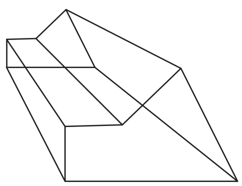
3º. Seguindo as linhas traçadas no passo anterior, desenhe o fundo da figura de maneira que os vértices correspondentes estejam sobre a mesma linha e as arestas correspondentes sejam paralelas.



4º. Ligue os vértices correspondentes.



5º. Por último, apague os demais elementos que não fazem parte da figura geométrica espacial.

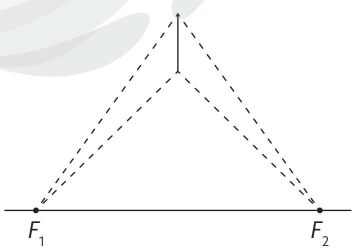


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

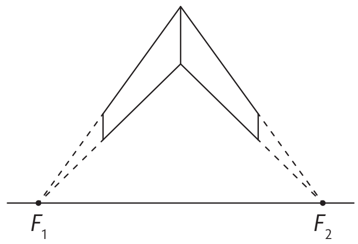
Questão 10. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Para desenhar um paralelepípedo reto retângulo usando a técnica da perspectiva central, execute os passos a seguir.

1º. Desenhe a linha do horizonte e represente os pontos de fuga F_1 e F_2 sobre ela. Acima da linha do horizonte, desenhe a aresta frontal do paralelepípedo.

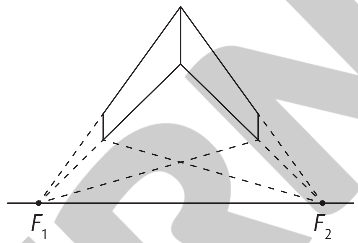
2º. Ligue as extremidades da aresta aos dois pontos de fuga.



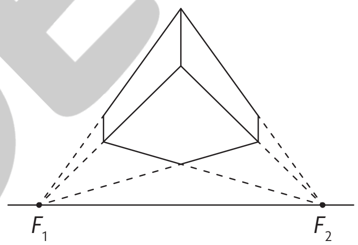
3º. Desenhe dois segmentos paralelos à aresta frontal com extremidades nas linhas traçadas no passo anterior. Em seguida, ligue as extremidades desses segmentos, conforme a imagem.



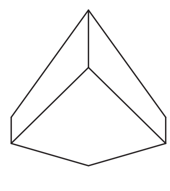
4º. Ligue as extremidades dos segmentos traçados no passo anterior até os pontos de fuga, conforme a imagem a seguir.



5º. Ligue os segmentos que representam as arestas do paralelepípedo reto retângulo.



6º. Por fim, apague os demais elementos que não fazem parte da figura.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

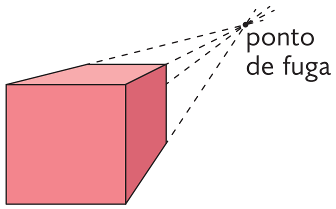
Atividades

42. Na figura **A**, foi aplicada a técnica de perspectiva isométrica, na figura **C**, foi aplicada a técnica de perspectiva cônica, na figura **D**, também foi aplicada a técnica de perspectiva cônica e na figura **E**, foi aplicada a técnica da perspectiva cavaleira. As figuras **B** e **F** apresentam somente duas dimensões e, portanto, nelas não foram aplicadas técnicas de perspectiva.

43. Na figura **A**, foi usada a técnica de perspectiva cavaleira, ou seja, a perspectiva **3**; na figura **B**, foi usada a técnica de perspectiva cônica, ou seja, a perspectiva **1** e na figura **C**, foi usada a técnica de perspectiva isométrica, ou seja, a perspectiva **2**.

44. A figura apresentada na alternativa **B** foi desenhada usando a técnica de perspectiva cavaleira.

45. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

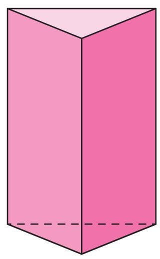


JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

46. Daniel usou o poliedro **A**, pois esta figura é a única que tem a vista lateral esquerda de acordo com a que Daniel desenhou.

47. Resposta pessoal. Sugestões de respostas:

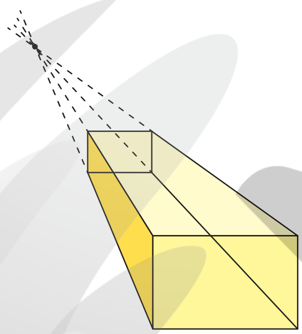
a) Um possível poliedro que pode ser representado por essas vistas é o prisma triangular reto.



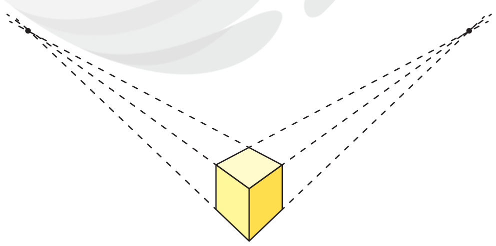
JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

b) Para desenhar o prisma triangular reto foi usada a perspectiva isométrica.

48. a) Seguindo os passos apresentados na página **224** é possível obter uma figura geométrica espacial em perspectiva cônica usando um ponto de fuga. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:



b) Seguindo os passos apresentados na página **225** é possível obter uma figura geométrica espacial em perspectiva central usando dois pontos de fuga. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

O que eu estudei?

1. Para que a lata cilíndrica entre na caixa que tem o formato de um paralelepípedo reto retângulo, a medida do comprimento das arestas da tampa da caixa deve ser igual à medida do comprimento do diâmetro da base da lata. Como o comprimento do raio da base da lata mede 4,5 cm, verificamos que seu diâmetro mede 9 cm. Assim, a tampa da caixa deve ter o formato de um quadrado cujo comprimento das arestas meça 9 cm. Portanto, a área mínima da tampa da caixa deve medir $\underbrace{81}_{9^2}$ cm².

2. a) Primeiro, vamos calcular a medida aproximada do comprimento da circunferência com raio medindo 4 cm.

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4$$
$$C = 6{,}28 \cdot 4$$
$$C = 25{,}12$$

Logo, a medida aproximada do comprimento da circunferência é 25,12 cm.

A medida do ângulo central correspondente ao arco é igual a 60°, assim:

Medida do ângulo central (em graus)	Medida do comprimento do arco (em cm)
360	25,12
60	x

Efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{360}{60} = \frac{25{,}12}{x}$$
$$360x = 1\,507{,}2$$
$$\frac{360x}{360} = \frac{1\,507{,}2}{360}$$
$$x \simeq 4{,}19$$

Portanto, a medida de comprimento aproximada do arco é 4,19 cm.

b) Primeiro, vamos calcular a medida aproximada do comprimento da circunferência com raio medindo 15 cm.

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 15$$
$$C = 6{,}28 \cdot 15$$
$$C = 94{,}2$$

Logo, a medida aproximada do comprimento da circunferência é 94,2 cm.

A medida do ângulo central correspondente ao arco é igual a 75°, assim:

Medida do ângulo central (em graus)	Medida do comprimento do arco (em cm)
360	94,2
75	x

Efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{360}{75} = \frac{94{,}2}{x}$$

$$360x = 7\,065$$

$$\frac{360x}{360} = \frac{7\,065}{360}$$

$$x \simeq 19{,}63$$

Portanto, a medida de comprimento aproximada do arco é 19,63 cm.

3. As circunferências de centros *A*, *B*, *C* e *D* têm raios medindo 3,5 m, pois os pontos *M*, *N*, *O* e *P* são pontos médios dos lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$, respectivamente, e o lado do quadrado mede 7 m. Como os ângulos internos do quadrado são retos, os arcos *OP* e *ON* têm a mesma medida de comprimento dos arcos *PM* e *MN*. Assim, para calcular a medida de comprimento da linha vermelha, basta calcular a medida do comprimento da circunferência com centro em *D* e multiplicar por 2. Fazendo isso, temos:

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5$$

$$C = 6{,}28 \cdot 3{,}5$$

$$C = 21{,}98$$

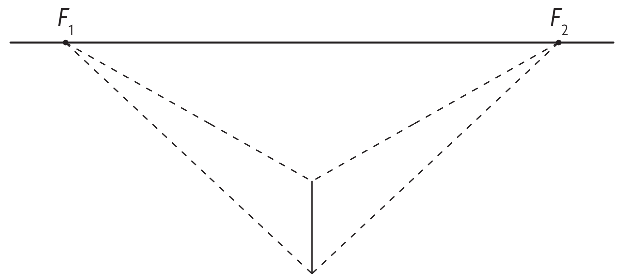
Logo, a medida do comprimento da circunferência com centro em *D* é 21,98 m. Portanto, a medida de comprimento aproximada da linha vermelha é igual a $\underbrace{43{,}96}_{2\,\cdot\,21{,}98}$ m.

4. A retas *a* e *e* são secantes em relação à circunferência, pois a cruzam em dois pontos; as retas *b*, *c* e *d* são tangentes em relação à circunferência, pois têm somente um ponto em comum com a circunferência e a reta *f* é exterior à circunferência, pois não apresenta pontos em comum com a circunferência.

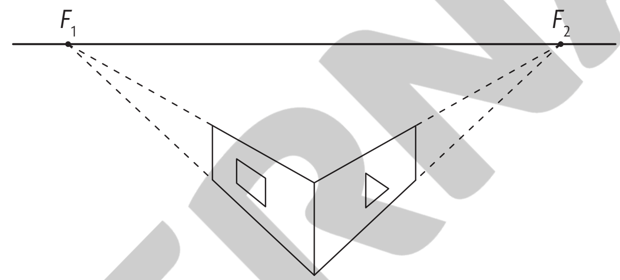
5. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Com base nas vistas frontal, laterais e superior, vamos desenhar a figura geométrica correspondente utilizando a perspectiva central com dois pontos de fuga. Para isso, executamos os seguintes passos:

1º. Desenhe a linha do horizonte e represente os pontos de fuga F_1 e F_2 sobre ela. Abaixo da linha do horizonte, desenhe uma aresta da figura espacial, de modo que sua vista lateral esquerda fique à esquerda da aresta e a vista frontal fique à direita da aresta.

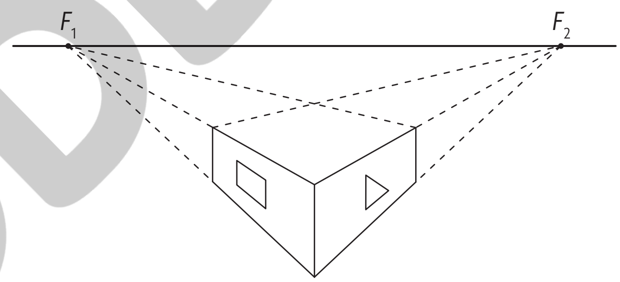
2º. Ligue as extremidades da aresta aos dois pontos de fuga.



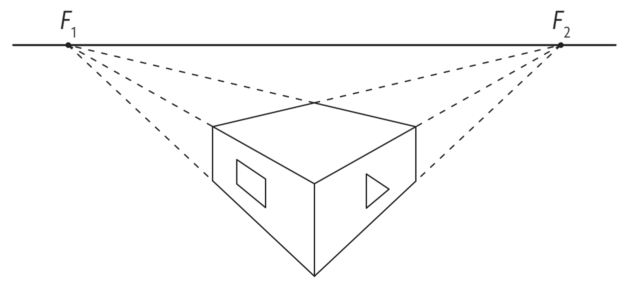
3º. Desenhe dois segmentos paralelos à aresta frontal com extremidades nas linhas traçadas no passo anterior. Em seguida, ligue as extremidades desses segmentos, conforme a imagem. Temos aqui as vistas laterais esquerda e direita.



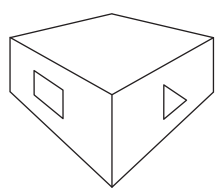
4º. Ligue as extremidades dos segmentos traçados no passo anterior até os pontos de fuga, conforme a imagem a seguir.



5º. Ligue os segmentos que representam as arestas do paralelepípedo reto retângulo.



6º. Por fim, apague os demais elementos que não fazem parte da figura.



ILUSTRAÇÕES: CARLOS BORIN/ ARQUIVO DA EDITORA

Unidade 11 Grandezas e medidas

Questão 1. Espera-se que os estudantes conheçam os planetas do Sistema Solar. Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno.

Questão 2. A medida da distância média aproximada entre Mercúrio e o Sol é de 57 910 000 km:

$$57\,910\,000 = 5{,}791 \cdot 10\,000\,000 = 5{,}791 \cdot 10^7$$

Logo, $5{,}791 \cdot 10^7$ km.

A medida da distância média aproximada entre Saturno e o Sol é de 1 429 400 000 km, assim:

$$1\,429\,400\,000 = 1{,}4294 \cdot 1\,000\,000\,000 = 1{,}4294 \cdot 10^9$$

Ou seja, $1{,}4294 \cdot 10^9$ km.

Questão 3. A o realizar uma pesquisa, os estudantes devem verificar que a medida da distância média aproximada entre o Sol e Vênus é de $1{,}082 \cdot 10^8$ km, entre Júpiter e o Sol é de $7{,}7833 \cdot 10^8$ km, entre Urano e o Sol é de $2{,}87099 \cdot 10^9$ km e entre Netuno e o Sol é de $4{,}5043 \cdot 10^9$ km.

Questão 4. A medida da distância média aproximada entre Mercúrio e o Sol, em notação científica, é $5{,}791 \cdot 10^7$ km. Assim, efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{5{,}791 \cdot 10^7 \text{ km}}{1 \text{ UA}} \cdot 1 \text{ UA} = \frac{5{,}791 \cdot 10^7 \text{ km}}{1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km}} \cdot 1 \text{ UA} =$$

$$= \frac{5{,}791}{1{,}496} \cdot 10^{7-8} \cdot 1 \text{ UA} \simeq 0{,}39 \text{ UA}$$

Logo, a medida da distância média aproximada entre Mercúrio e o Sol é de 0,39 UA.

Questão 5. A medida da distância aproximada da Terra e a estrela Alpha Centauri é de 4,35 AL. Como $1 \text{ AL} \simeq 9{,}46 \cdot 10^{12}$, efetuando os cálculos, temos:

$$4{,}35 \text{ AL} \simeq 4{,}35 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km} \simeq 41{,}15 \cdot 10^{12} \text{ km} =$$

$$= 4{,}115 \cdot 10 \cdot 10^{12} \text{ km} = 4{,}115 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

Portanto, a medida da distância aproximada entre a Terra e a estrela Alpha Centauri, em quilômetros, é de $4{,}115 \cdot 10^{13}$ km.

Atividades

1. a) Temos $300\,000\,000 = 3 \cdot 100\,000\,000 = 3 \cdot 10^8$.
Logo, em notação científica, a medida aproximada da velocidade de luz é $3 \cdot 10^8$ m/s.

b) Temos $10\,149\,000\,000 = 1{,}0149 \cdot 10\,000\,000\,000 = 1{,}0149 \cdot 10^{10}$.
Logo, em notação científica, a medida aproximada do planeta anão Éris ao Sol é $1{,}0149 \cdot 10^{10}$ km.

c) Temos $142\,984\,000 = 1{,}42984 \cdot 100\,000\,000 = 1{,}42984 \cdot 10^8$.
Logo, em notação científica, a medida aproximada do diâmetro equatorial do planeta Júpiter é $1{,}42984 \cdot 10^8$ m.

d) Temos $1\,390\,000 = 1{,}39 \cdot 1\,000\,000 = 1{,}39 \cdot 10^6$.
Logo, em notação científica, a medida aproximada do diâmetro equatorial do Sol é $1{,}39 \cdot 10^6$ km.

2. a) $\frac{3{,}6725 \cdot 10^8 \text{ km}}{1 \text{ UA}} \cdot 1 \text{ UA} = \frac{3{,}6725 \cdot 10^8 \text{ km}}{1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km}} \cdot 1 \text{ UA} =$

$= \frac{3{,}6725}{1{,}496} \cdot 1 \text{ UA} \simeq 2{,}5 \text{ UA}$

Logo, $3{,}6725 \cdot 10^8 \text{ km} \simeq 2{,}5$ UA.

b) $\frac{1{,}7628 \cdot 10^9 \text{ km}}{1 \text{ UA}} \cdot 1 \text{ UA} \simeq \frac{1{,}7628 \cdot 10^9 \text{ km}}{1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km}} \cdot 1 \text{ UA} =$

$= \frac{1{,}7628}{1{,}496} \cdot 10 \cdot 1 \text{ UA} \simeq 11{,}8 \text{ UA}$

Logo, $1{,}7628 \cdot 10^9 \text{ km} \simeq 11{,}8$ UA.

c) $3{,}6 \text{ UA} = 3{,}6 \cdot 1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km} = 5{,}3856 \cdot 10^8 \text{ km}$
Logo, $3{,}6 \text{ UA} = 5{,}3856 \cdot 10^8$ km.

d) $10 \text{ UA} = 10 \cdot 1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km} = 1{,}496 \cdot 10^9 \text{ km}$
Logo, temos $10 \text{ UA} = 1{,}496 \cdot 10^9$ km.

e) $\frac{3{,}311 \cdot 10^{13} \text{ km}}{1 \text{ AL}} \cdot 1 \text{ AL} \simeq \frac{3{,}311 \cdot 10^{13} \text{ km}}{9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km}} \cdot 1 \text{ AL} =$

$= \frac{3{,}311}{9{,}46} \cdot 10 \cdot 1 \text{ AL} = 3{,}5 \text{ AL}$

Logo, temos $3{,}311 \cdot 10^{13} \text{ km} = 3{,}5$ AL.

f) $\frac{7{,}568 \cdot 10^{13} \text{ km}}{1 \text{ AL}} \cdot 1 \text{ AL} \simeq \frac{7{,}568 \cdot 10^{13} \text{ km}}{9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km}} \cdot 1 \text{ AL} =$

$= \frac{7{,}568}{9{,}46} \cdot 10 \cdot 1 \text{ AL} = 8 \text{ AL}$

Logo, temos $7{,}568 \cdot 10^{13} \text{ km} = 8$ AL.

g) $4 \text{ AL} \simeq 4 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km} = 37{,}84 \cdot 10^{12} \text{ km} =$
$= 3{,}784 \cdot 10^{13}$ km
Logo, $4 \text{ AL} = 3{,}784 \cdot 10^{13}$ km.

h) Como $6{,}5 \text{ AL} \simeq 6{,}5 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km} = 61{,}49 \cdot 10^{12} \text{ km} =$
$= 6{,}149 \cdot 10^{13}$ km
Logo, temos $6{,}149 \cdot 10^{13} \text{ km} = 6{,}5$ AL.

3. a) Efetuando os cálculos para determinar a medida aproximada, em quilômetros, do diâmetro da galáxia do Bode, temos:

$36\,000 \text{ AL} \simeq 3{,}6 \cdot 10^4 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km} = 34{,}056 \cdot 10^{16} \text{ km} =$
$= 3{,}4056 \cdot 10^{17}$ km

Agora, efetuando os cálculos para determinar a medida aproximada, em unidades astronômicas, do diâmetro da galáxia do Bode, temos:

$\frac{3{,}4056 \cdot 10^{17} \text{ km}}{1 \text{ UA}} \cdot 1 \text{ UA} = \frac{3{,}4056 \cdot 10^{17} \text{ km}}{1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km}} \cdot 1 \text{ UA} =$

$= \frac{3{,}4056}{1{,}496} \cdot 10^9 \cdot 1 \text{ UA} \simeq 2{,}3 \cdot 10^9 \text{ UA}$

b) Inicialmente, calculamos a medida aproximada da distância entre a Terra e a galáxia do Bode em quilômetros:
$12\,000\,000 \text{ AL} \simeq 1{,}2 \cdot 10^7 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km} =$
$= 11{,}352 \cdot 10^{19} \text{ km} = 1{,}1352 \cdot 10^{20} \text{ km}$
Transformando essa medida em unidades astronômicas, temos:
$\frac{1{,}1352 \cdot 10^{20} \text{ km}}{1 \text{ UA}} \cdot 1 \text{ UA} = \frac{1{,}1352 \cdot 10^{20} \text{ km km}}{1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km}} \cdot 1 \text{ UA} =$

$= \frac{1{,}1352}{1{,}496} \cdot 10^{12} \cdot 1 \text{ UA} \simeq 7{,}6 \cdot 10^{11} \text{ UA}$

4. a) Efetuando os cálculos, temos:

$40 \text{ UA} = 40 \cdot 1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km} = 40 \cdot 149\,600\,000 \text{ km} =$
$= 5\,984\,000\,000 \text{ km}$

Logo, a medida da distância aproximada de Plutão até o Sol é 5 984 000 000 km.

b) Efetuando os cálculos, temos:

$$2\,320 \text{ km} = 2\,320 \cdot 1000 \text{ m} = 2\,320\,000 \text{ m}$$

Logo, a medida aproximada do diâmetro equatorial de Plutão, em metros, é 2 320 000 m.

c) Temos $5\,984\,000\,000 = 5{,}984 \cdot 1\,000\,000\,000 = 5{,}984 \cdot 10^9$

Assim, a medida da distância aproximada de Plutão até o Sol, em notação científica, é $5{,}984 \cdot 10^9$ km.

Como $2\,320\,000 = 2{,}32 \cdot 1\,000\,000 = 2{,}32 \cdot 10^6$, a medida aproximada, em metros, do diâmetro equatorial de Plutão, em notação científica é $2{,}32 \cdot 10^6$.

5. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Em um eclipse lunar, o Sol, a Terra e a Lua estão alinhados. Considerando essa situação, com a medida aproximada da distância entre o Sol e a Terra de $1{,}496 \cdot 10^8$ km e entre a Terra e a Lua de $3{,}85 \cdot 10^5$, escreva a medida aproximada da distância entre o Sol e a Lua em unidades astronômicas e em anos-luz, usando notação científica.

Resposta: 1,0026 UA; $1{,}5853 \cdot 10^{-5}$ AL.

Questão 6. Temos $0{,}000002 = 2 \cdot \dfrac{1}{1\,000\,000} = 2 \cdot \dfrac{1}{10^6} = 2 \cdot 10^{-6}$, assim, em notação científica, a medida do comprimento da bactéria *Escherichia coli* é $2 \cdot 10^{-6}$ m.

Questão 7. Efetuando os cálculos, temos:

$$\frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{1\ \mu\text{m}} \cdot 1\ \mu\text{m} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}} \cdot 1\ \mu\text{m} = 2\ \mu\text{m}$$

Logo, a medida do comprimento da bactéria *Escherichia coli* em micrômetros é $2\,\mu$m.

Atividades

6. Efetuando os cálculos, temos:

a) $0{,}0000099 \text{ m} = 9{,}9 \cdot \dfrac{1}{1\,000\,000} \text{ m} = 9{,}9 \cdot \dfrac{1}{10^6} \text{ m} =$
$= 9{,}9 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

b) $0{,}000000008 \text{ m} = 8 \cdot \dfrac{1}{1\,000\,000\,000} \text{ m} = 8 \cdot \dfrac{1}{10^9} \text{ m} =$
$= 8 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

c) $0{,}000000000208 \text{ m} = 2{,}08 \cdot \dfrac{1}{10\,000\,000\,000} \text{ m} =$
$= 2{,}08 \cdot \dfrac{1}{10^{10}} \text{ m} = 2{,}08 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

d) $0{,}00000011 \text{ m} = 1{,}1 \cdot \dfrac{1}{10\,000\,000} \text{ m} = 1{,}1 \cdot \dfrac{1}{10^7} \text{ m} =$
$= 1{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

7. a) $\dfrac{1{,}22 \cdot 10^{-5} \text{ m}}{1\ \mu\text{m}} \cdot 1\ \mu\text{m} = \dfrac{1{,}22 \cdot 10^{-5} \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}} \cdot 1\ \mu\text{m} =$
$= 1{,}22 \cdot 10 \cdot 1\ \mu\text{m} = 12{,}2\ \mu\text{m}$

Logo, $1{,}22 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 12{,}2\ \mu\text{m}$.

b) $\dfrac{5 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{1\ \mu\text{m}} \cdot 1\ \mu\text{m} = \dfrac{5 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}} \cdot 1\ \mu\text{m} = 5\ \mu\text{m}$

Logo, $5 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 5\ \mu\text{m}$.

c) $\dfrac{2{,}75 \cdot 10^{-8} \text{ m}}{1\ \mu\text{m}} \cdot 1\ \mu\text{m} =$

$= \dfrac{2{,}75 \cdot 10^{-8} \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}} \cdot 1\ \mu\text{m} =$

$= 2{,}75 \cdot 10^{-2}\ \mu\text{m} = 2{,}75 \cdot 0{,}01\ \mu\text{m} = 0{,}0275\ \mu\text{m}$

Portanto, $2{,}75 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 0{,}0275\ \mu\text{m}$ ou
$2{,}75 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 2{,}75 \cdot 10^{-2}\ \mu\text{m}$.

d) Como $4\ \mu\text{m} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Logo, $4\ \mu\text{m} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

e) Como $275\ \mu\text{m} = 2{,}75 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2{,}75 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Logo, $275\ \mu\text{m} = 2{,}75 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.

f) Como $0{,}21\ \mu\text{m} = 2{,}1 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Logo, $0{,}21\ \mu\text{m} = 2{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

8. a) Vamos escrever, inicialmente, a medida do diâmetro da célula em metros:

$$13\ \mu\text{m} = 1{,}3 \cdot 10^1 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1{,}3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Multiplicando essa medida por 1000, obtemos
$1{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot 1000 = 1{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3 = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$.

Portanto, o diâmetro da imagem da célula, quando observada no microscópio óptico, mede $1{,}3 \cdot 10^{-2}$ m.

b) Vamos escrever, inicialmente, a medida do diâmetro da plaqueta em micrômetros:

$0{,}0000012 \text{ m} = 1{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = \dfrac{1{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{1\ \mu\text{m}} \cdot 1\ \mu\text{m} =$

$= \dfrac{1{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}} \cdot 1\ \mu\text{m} = 1{,}2\ \mu\text{m}$

Logo, a medida do diâmetro da plaqueta é igual a $1{,}2\ \mu$m.

Multiplicando essa medida por 500 000, temos:

$$1{,}2 \cdot 500\,000 = 600\,000 = 6 \cdot 10^{-5}.$$

Portanto, o diâmetro da plaqueta, quando observada no microscópio eletrônico, mede $6 \cdot 10^{-5}\ \mu$m.

9. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Considerando que uma bactéria *Helicobacter Pylori* tem diâmetro medindo 0,7 μm de comprimento e um de seus flagelos medindo 30 μm de comprimento, determine as medidas do comprimento do diâmetro e do seu flagelo em metros.

Resposta: $7 \cdot 10^{-7}$; $3 \cdot 10^{-5}$.

Questão 8. O algoritmo a seguir possibilita a conversão de megabaites em quilobaites.

Início

1. Multiplique a quantidade da medida em megabaites por 1024.

2. O resultado obtido representa a quantidade da medida em quilobaites.

Fim

Atividades

10. a) Para converter megabaites em baites, multiplicamos a quantidade de medida em megabaites por 1024^2. Assim:

$2 \text{ MB} = 2 \cdot 1024^2 \text{ baites} = 2 \cdot 1048\,576 \text{ baites} =$
$= 2\,097\,152 \text{ baites}$

Portanto, $2 \text{ MB} = 2\,097\,152$ baites.

b) Para converter gigabaites em terabaites, dividimos a quantidade de medida em gigabaites por 1024. Assim:

$$256 \text{ GB} = \frac{256}{1024} \text{ TB} = 0{,}25 \text{ TB}$$

Portanto, 256 GB = 0,25 TB.

c) Para converter megabaites em gigabaites, dividimos a quantidade de medida em megabaites por 1024. Assim:

$$3\,072 \text{ MB} = \frac{3\,072}{1024} \text{ GB} = 3 \text{ GB}$$

Portanto, 3 072 MB = 3 GB.

d) Para converter megabaites em quilobaites, multiplicamos a quantidade de medida em megabaites por 1024. Assim:

$$3{,}5 \text{ MB} = 3{,}5 \cdot 1024 \text{ KB} = 3\,584 \text{ KB}$$

Portanto, 3,5 MB = 3 584 KB.

11. a) Como 1 Hz corresponde a 1 ciclo por segundo, uma CPU de 25 Hz consegue processar 25 ciclos por segundo.

b) $1{,}5 \text{ MHz} = 1{,}5 \cdot 1\,000\,000 \text{ Hz} = 1\,500\,000 \text{ Hz}$.

Logo, uma CPU de 1,5 MHz consegue processar 1 500 000 ciclos por segundo.

c) $0{,}25 \text{ GHz} = 0{,}25 \cdot 1\,000\,000\,000 \text{ Hz} =$
$= 250\,000\,000 \text{ Hz}$

Logo, uma CPU de 0,25 MHz consegue processar 250 000 000 ciclos por segundo.

d) Como 1 Hz corresponde a 1 ciclo por segundo, uma CPU de 75 Hz consegue processar 75 ciclos por segundo.

12. a) A medida de capacidade de processamento desse *desktop* é 2,4 GHz. Expressando essa medida em hertz, temos:

$2{,}4 \text{ GHz} = 2{,}4 \cdot 1\,000\,000\,000 \text{ Hz} = 2\,400\,000\,000 \text{ Hz}$

b) A medida da capacidade de armazenamento de dados do HD desse *desktop* é igual a 1 TB.

c) A medida de capacidade de armazenamento da memória RAM é igual a 8 GB.

13. a) A medida de capacidade de armazenamento do HD de um computador de mesa é grande, então a unidade mais adequada para representar a medida de sua capacidade é o terabaite (TB).

b) A medida de um arquivo de foto é pequena, então a unidade mais adequada para representar o tamanho de um arquivo de foto é o quilobaite (KB).

c) A memória interna de um *tablet* é grande, então a unidade mais adequada para representar a quantidade de memória interna de um *tablet* é o gigabaite (GB).

d) O tamanho do arquivo de um vídeo curto é mediano, então a unidade mais adequada para representar esse tipo de arquivo é o megabaite (MB).

14. a) O computador **C** tem a maior medida de capacidade de armazenamento de dados no HD, com 2 TB de medida de capacidade, enquanto os outros tem 1 TB e 500 MB $\simeq$ 0,49 TB.

O computador **B** tem a maior medida de capacidade de armazenamento na memória RAM, com 6 GB de capacidade, enquanto os outros têm 4 GB e 3 GB.

b) O computador **B** tem 1 TB de medida de capacidade de armazenamento de dados em seu HD. Essa medida é igual a 1024 GB.

Como a medida de capacidade de armazenamento de dados no HD do computador **A** é igual a 500 GB e $1024 - 500 = 524$, segue que o computador **A** tem 524 GB de medida de capacidade de armazenamento de dados no HD a menos que o computador **B**.

c) O computador **B** tem 6 GB de memória RAM e o computador **C** tem 3 GB de memória RAM.

Portanto, o computador **B** tem 3 GB de memória RAM a mais que o computador **C**.

d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que as características dependem do perfil do usuário que fará uso do computador.

15. a) Com 50 funcionários gerando, cada um, 2 GB de dados mensalmente, por mês serão gerados $\underbrace{100}_{50 \cdot 2}$ GB de dados.

Em um ano, a empresa de Marina vai gerar $\underbrace{1200}_{100 \cdot 12}$ GB de dados.

Como $1200 \text{ GB} = \frac{1200}{1024} \text{ TB} \simeq 1{,}17 \text{ TB}$, Marina precisará contratar um plano que tenha medida de capacidade de armazenamento de dados na nuvem maior do que 1 TB.

Entre os planos oferecidos pelas empresas **A**, **B** e **C**, o plano de 2 TB da empresa **B** é o mais vantajoso, pois tem medida de capacidade de armazenamento de dados na nuvem maior do que 1 TB e com o menor valor mensal.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respeitem a opinião dos colegas durante a justificativa da resposta.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que ao armazenamento em nuvem não ocupa espaço no dispositivo, permite acessar os arquivos por meio de qualquer máquina e de qualquer lugar e os dados estarão seguros, em caso de dano ou de perda do aparelho.

d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes desenvolvam o senso crítico e a capacidade de argumentação.

16. Como $\frac{809{,}6 \text{ MB}}{3{,}2 \text{ MB}} = 253$, Márcia tirou 253 fotos.

A medida de capacidade de armazenamento do cartão de memória é igual a 2 GB. Então:

$$2 \text{ GB} = 2 \cdot 1024 \text{ MB} = 2\,048 \text{ MB}$$

Desse modo, restam $\underbrace{1238{,}4}_{2048\,-\,809{,}6\,=\,1238{,}4}$ MB não ocupados no cartão de memória.

Como $\dfrac{1238{,}4 \text{ MB}}{3{,}2 \text{ MB}} = 387$, Márcia ainda pode tirar 387 fotos.

17. Resposta no final da seção **Resoluções**.

18. a) O dispositivo que tem a maior medida de capacidade de armazenamento é o HD portátil, com 1 TB.

b) Em 15 CDs é possível armazenar $\underbrace{10\,500}_{15\,\cdot\,700\,=\,10\,500}$ MB de informação. Sendo assim, calculamos:

$$\frac{10\,500}{1024}\text{ MB} \simeq 10{,}25 \text{ GB}$$

Portanto, 10 500 MB é equivalente a aproximadamente 10,25 GB.

c) Um DVD tem medida de capacidade de armazenamento igual a 4,7 GB. Convertendo essa medida em megabaites, temos:

$$4{,}7 \text{ GB} = 4{,}7 \cdot 1024 \text{ MB} = 4\,812{,}8 \text{ MB}$$

Como a capacidade de armazenamento de um CD mede 700 MB e $\dfrac{4\,812{,}8 \text{ MB}}{700 \text{ MB}} \simeq 7$, são necessários 7 CDs para armazenar a mesma quantidade de informação que é possível de ser armazenada em um DVD.

d) O cartão de memória tem medida de capacidade de armazenamento igual a 64 GB. Convertendo essa medida em megabaites, temos:

$$64 \text{ GB} = 64 \cdot 1024 \text{ MB} = 65\,536 \text{ MB}$$

Portanto, a medida de capacidade de armazenamento, em megabaites, de um cartão é memória é igual a 65 536 MB.

O DVD tem medida de capacidade de armazenamento igual a 4,7 GB. Convertendo essa medida em megabaites, temos:

$$4{,}7 \text{ GB} = 4{,}7 \cdot 1024 \text{ MB} = 4\,812{,}8 \text{ MB}$$

Portanto, a medida de capacidade de armazenamento, em megabaites, de um DVD é igual a 4 812,8 MB.

19. a) Para converter uma medida de capacidade de armazenamento em quilobaites para gigabaites, temos:

$$\frac{123\,456\,450}{1024^2}\text{ KB} = \frac{123\,456\,450}{1\,048\,576}\text{ KB} \simeq 117{,}74 \text{ GB}$$

Assim, a quantidade de informação que Giovana deseja armazenar na nuvem é de aproximadamente 117,74 GB.

Como essa quantidade é maior do que os 50 GB de medida de capacidade de armazenamento gratuito na nuvem, Giovana precisará fazer um *upgrade* no seu plano.

b) Pelo item anterior, dos 200 GB de medida de capacidade de armazenamento na nuvem, Giovana usará 117,74 GB.

Logo, sobrará para o irmão de Giovana usar aproximadamente $\underbrace{82{,}26}_{200\,-\,117{,}74\,=\,82{,}26}$ GB.

Questão 9. Não. Espera-se que os estudantes percebam que a medida indicada no anúncio não corresponde a uma taxa de transferência de dados, assim como não contribui para distinguir megabites de megabaite.

Atividades

20. a) A taxa de *upload* é de até 50% de 100 Mb/s. Como $\dfrac{50}{100} \cdot 100$ Mb/s = 50 Mb/s, a taxa máxima de *upload* é de 50 Mb/s. Como 15 GB = 15 · 1024 MB = 15 360 MB e que 50 Mb/s é equivalente a 6,25 MB/s, temos:

$$\frac{15\,360 \text{ MB}}{6{,}25 \text{ MB/s}} = 2\,457{,}6 \text{ s e } \frac{2\,457}{60} \simeq 41$$

Portanto, a medida do tempo mínima para fazer o *upload* de um arquivo de 15 GB é de aproximadamente 41 min.

b) Sabemos que 3 min é equivalente a 180 s e que 50 Mb/s é equivalente a 6,25 MB/s. Desse modo, 3 minutos após o início do *download*, foram baixados 1125 MB do arquivo, pois 6,25 MB/s · 180 s = 1125 MB

Como 10 GB = 10 · 1024 MB = 10 240 MB e $\dfrac{10\,240}{1125} \simeq 9{,}1$, concluímos que foram baixados, 3 min após o início do *download*, aproximadamente 9,1% do arquivo.

21. Sabemos que 1 megabaite equivale a 8 megabites, ou ainda, que 1 megabite equivale a 0,125 megabaite. Desse modo, 1,2 Mbps equivale a 0,15 MB/s e 4,8 Mbps equivale a 0,6 Mbps. Convertendo 6 GB em megabaites, temos:

$$6 \text{ GB} = 6 \cdot 1024 \text{ MB} = 6144 \text{ MB}$$

Como $\dfrac{6144 \text{ MB}}{0{,}15 \text{ MB/s}} = 40\,960$ s, Lucas levou 40 960 s para fazer esse *upload*.

Escrevendo essa medida de tempo em horas, minutos e segundos, Lucas levou 11 h 22 min 40 s para fazer esse *upload*.

Como 3 GB = 3 · 1024 MB = 3 072 MB e $\dfrac{3\,072 \text{ MB}}{0{,}6 \text{ MB/s}} = 5\,120$ s, Lucas levou 5 120 s para fazer esse *download*.

Escrevendo essa medida de tempo em horas, minutos e segundos, Lucas levou 1 h 25 min 20 s para fazer esse *download*.

22. a) No dia 2, a taxa de transferência de dados era de 8,8 Mbps e no dia 4 era de 7,2 Mbps. Sabendo que 1 megabite equivale a 0,125 megabaite, 8,8 Mbps é equivalente a 1,1 MB/s e 7,2 Mbps é equivalente a 0,9 MB/s.

Como $\dfrac{44 \text{ MB}}{1{,}1 \text{ MB/s}} = 40$ s, ou seja, no dia 2 Juliana gastou 40 s para fazer o *download* do vídeo de 44 MB.

Como $\dfrac{38 \text{ MB}}{0{,}9 \text{ MB/s}} \simeq 42$ s, no dia 4, Juliana gastou aproximadamente 42 s para fazer o *download* do vídeo de 38 MB.

Portanto, no dia 2 foi necessária uma quantidade de tempo menor para concluir o *download*.

b) No dia 3, a taxa de transferência de dados era de 9 Mbps. Como 1 megabite equivale a 0,125 megabaite, 9 Mbps é equivalente a 1,125 MB/s.

Como $\dfrac{720 \text{ MB}}{1{,}125 \text{ MB/s}} \simeq 640$ s, ou seja, Juliana gastou 640 s ou 10 min 40 s para fazer o *download*.

23. a) Como $\frac{2,34}{13} = 0,18$, 2,34 corresponde a 18% de 13.

Portanto, essa alternativa é falsa.

b) Do item **a**, a taxa máxima de *upload* da empresa **A** corresponde a 18% da taxa máxima de *download*.

Na empresa **B**, a taxa máxima de *upload* corresponde a $\frac{4,8}{24} = 0,2$, ou seja, $\underbrace{20\%}_{0,2\ \cdot\ 100}$ da taxa máxima de *download*.

Na empresa **C**, a taxa máxima de *upload* corresponde a $\frac{3,5}{14} = 0,25$, ou seja, $\underbrace{25\%}_{0,25\ \cdot\ 100}$ da taxa máxima de *download*.

Logo, a empresa **C** apresenta a melhor taxa máxima de *upload* relativa à taxa máxima de *download*.

Portanto, essa alternativa é falsa.

c) Do item **b**, sabemos que a taxa máxima de *upload* da empresa **C** é igual a 25% da taxa máxima de *download*.

Portanto, essa alternativa é falsa.

d) Do item **b**, verificamos que a taxa máxima de *upload* da empresa **B** é igual a 20% da taxa máxima de *download*.

Portanto, essa alternativa é verdadeira.

e) Na empresa **C**, temos $\frac{14}{3,5} = 4$, isto é, a taxa máxima de *download* corresponde a 400% da taxa máxima de *upload*.

Portanto, essa alternativa é falsa.

Questão 10. Resposta pessoal. É provável que os estudantes respondam que sim, pois essa medida de vazão é muito maior do que a de uma torneira, por exemplo.

Questão 11.

a) A pilha **B** tem 6 cubos de volume medindo 1 cm³.
Logo, a medida do seu volume é 6 cm³.

b) A pilha **C** tem 8 cubos de volume medindo 1 cm³.
Logo, a medida do seu volume é 8 cm³.

c) A pilha **D** tem 7 cubos de volume medindo 1 cm³.
Logo, a medida do seu volume é 7 cm³.

Atividades

24. Cada cubo tem a medida do comprimento de suas arestas igual 1 cm. Logo, o volume de cada cubo mede 1 cm³.

a) Nessa pilha, há 19 cubos.

Portanto, o volume desse empilhamento de cubos mede 19 cm³.

b) Nessa pilha, há 22 cubos.

Portanto, o volume desse empilhamento de cubos mede 22 cm³.

c) Nessa pilha, há 16 cubos.

Portanto, o volume desse empilhamento de cubos mede 16 cm³.

d) Nessa pilha, há 18 cubos.

Portanto, o volume desse empilhamento de cubos mede 18 cm³.

25. Cada cubo tem a medida do comprimento de suas arestas igual a 1 dm. Logo, o volume de cada cubo mede 1 dm³.

a) A pilha **C** é formada por 24 cubos.

Portanto, a medida de seu volume é igual a 24 dm³.

b) A pilha de cubos **A** tem 13 cubos.

Logo, devem ser acrescentados nessa pilha 11 cubos para que sua medida de volume seja 24 cm³.

A pilha de cubos **B** tem 13 cubos.

Logo, devem ser acrescentados 11 cubos para que sua medida de volume seja 24 cm³.

A pilha de cubos **D** tem 28 cubos.

Logo, devem ser retirados 4 cubos para que sua medida de volume seja 24 cm³.

Questão 12. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes descubram que Bonaventura Cavalieri nasceu em Milão, na Itália, tendo Galileu Galilei como seu mestre e atuou como professor de Matemática na Universidade de Bolonha de 1629 até sua morte. Espera-se ainda que, em suas pesquisas, os estudantes concluam que Cavalieri deixou uma obra vasta abrangendo Matemática, Óptica e Astronomia.

Atividades

26. a) $V = c \cdot \ell \cdot h$

$V = 18,5 \cdot 12 \cdot 15$

$V = 3\,330$

Portanto, o volume desse paralelepípedo reto retângulo mede 3 330 cm³.

b) $V = a^3$

$V = (2,5)^3$

$V = 15,625$

Portanto, o volume desse cubo mede 15,625 m³.

c) A base desse prisma é um triângulo retângulo cujas medidas do comprimento dos catetos é igual a 6 dm e 8 dm. Desse modo:

$$\frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

Logo, a área da base desse prisma mede 24 dm².

Como a medida da altura desse prisma igual a 4,5 dm, temos:

$$V = A_b \cdot h$$
$$V = 24 \cdot 4,5$$
$$V = 108$$

Portanto, o volume desse prisma é igual a 108 dm³.

27. O volume de um cubo cuja aresta mede a é igual a $V = a^3$. Conhecendo o volume V de um cubo, a medida da sua aresta será $a = \sqrt[3]{V}$. Assim:

a) $V = 125$ cm³, temos $\sqrt[3]{125} = 5$.

Logo, a aresta desse cubo mede 5 cm.

b) $V = 343$ m³, temos $\sqrt[3]{343} = 7$.

Logo, a aresta desse cubo mede 7 m.

c) $V = 729$ dm³, temos $\sqrt[3]{729} = 9$

Logo, a aresta desse cubo mede 9 dm.

d) $V = 42{,}875\ \text{cm}^3$, temos $\sqrt[3]{42{,}875} = 3{,}5$

Logo, a aresta desse cubo mede 3,5 cm.

28. a) Cada cubo desse empilhamento tem aresta com medida de comprimento igual a 1 dm.

Logo, a medida do volume de cada cubo é igual a 1 dm^3. Como nesse empilhamento há 85 cubos, o volume mede 85 dm^3.

b) Calculando o volume de um paralelepípedo cujas dimensões medem 6 dm, 6 dm e 4 dm, temos:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 6 \cdot 6 \cdot 4$$
$$V = 36 \cdot 4$$
$$V = 144$$

Logo, a medida do volume de um paralelepípedo com essas dimensões é igual a 144 dm^3.

O empilhamento de cubos tem medida de volume igual a 85 dm^3. Como $144 - 85 = 59$, faltam 59 dm^3 para que a medida do volume do empilhamento seja igual à medida do volume do paralelepípedo.

29. O objeto de madeira é formado por 6 cubos com medidas de volume iguais a 27 cm^3 e, assim, a medida do seu volume total é igual a $\underbrace{162}_{6 \cdot 27 = 162}$ cm^3.

As medidas das dimensões da caixa são 45 cm, 24 cm e 18 cm. Desse modo:

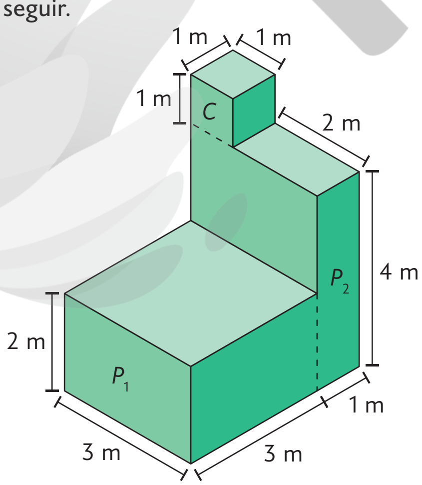
$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 45 \cdot 24 \cdot 18$$
$$V = 19\,440$$

Logo, a medida do volume da caixa é igual a 19 440 cm^3.

Calculando $\dfrac{19\,440\ \text{cm}^3}{162\ \text{cm}^3} = 120$, obtemos que podem ser colocados, no máximo, 120 objetos de madeira na caixa.

30. Vamos dividir o objeto em dois paralelepípedos retos retângulos e um cubo, indicando-os por P_1, P_2 e C.

As medidas das dimensões de P_1 são 3 m, 3 m e 2 m, as medidas das dimensões de P_2 são 3 m, 1 m e 4 m e as medidas das dimensões de C são 1 m, 1 m e 1 m, conforme a figura a seguir.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Calculando a medida do volume de P_1, temos:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 3 \cdot 3 \cdot 2$$
$$V = 18$$

Ou seja, 18 m^3.

Calculando a medida do volume de P_2, temos:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 3 \cdot 1 \cdot 4$$
$$V = 12$$

Ou seja, 12 m^3.

Calculando a medida do volume de C, temos:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 1 \cdot 1 \cdot 1$$
$$V = 1$$

Ou seja, 1 m^3.

Como a medida do volume do objeto é igual à soma das medidas dos volumes de P_1, P_2 e C, a medida do volume do objeto é igual a $\underbrace{31}_{18 + 12 + 1 = 31}$ m^3.

31. A. Essa figura geométrica espacial pode ser dividida em um prisma de base triangular e um paralelepípedo reto retângulo.

O triângulo da base do prisma triangular tem comprimento da base medindo 72 cm, pois $122 - 50 = 72$, e altura medindo 30 cm.

Como $\dfrac{72 \cdot 30}{2} = \dfrac{2\,160}{2} = 1\,080$, a medida da área desse triângulo é igual a 1080 cm^2.

A altura do prisma de base triangular mede 30 cm. Assim, calculando a medida do seu volume, temos:

$$V = A_b \cdot h$$
$$V = 1\,080 \cdot 30$$
$$V = 32\,400$$

Ou seja, 32 400 cm^3.

O paralelepípedo reto retângulo tem as medidas das suas dimensões iguais a 50 cm, 30 cm e 30 cm.

Calculando o seu volume, temos:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 50 \cdot 30 \cdot 30$$
$$V = 45\,000$$

Ou seja, 45 000 cm^3.

Adicionando as medidas dos volumes do prisma de base triangular e do paralelepípedo reto retângulo, temos:

$$32\,400 + 45\,000 = 77\,400.$$

Portanto, o volume da figura geométrica espacial mede 77 400 cm^3.

B. Essa figura geométrica espacial pode ser dividida em dois prismas de base triangular.

O triângulo da base do primeiro prisma tem comprimento da base medindo 100 cm e altura medindo 45 cm.

Como $\frac{100 \cdot 45}{2} = \frac{4\,500}{2} = 2\,250$, a medida da área desse triângulo é igual a $2\,250$ cm².

A altura desse prisma de base triangular mede 40 cm. Calculando a medida do seu volume, temos:

$$V = A_b \cdot h$$
$$V = 2\,250 \cdot 40$$
$$V = 90\,000$$

Ou seja, $90\,000$ cm³.

O triângulo da base do segundo prisma apresenta comprimento da base medindo 60 cm e altura medindo 45 cm.

Como $\frac{60 \cdot 45}{2} = \frac{2\,700}{2} = 1\,350$, a medida da área desse triângulo é igual a $1\,350$ cm².

A altura desse prisma de base triangular mede 40 cm.

Calculando a medida do seu volume, temos:

$$V = A_b \cdot h$$
$$V = 1\,350 \cdot 40$$
$$V = 54\,000$$

Ou seja, $54\,000$ cm³.

Adicionando as medidas dos volumes do prisma de base triangular e do paralelepípedo reto retângulo, temos:

$$90\,000 + 54\,000 = 144\,000$$

Portanto, o volume da figura geométrica espacial mede $144\,000$ cm³.

32. a) As dimensões da base do recipiente **A** medem 6 cm e a medida da altura da água nesse recipiente é igual a 5 cm.

Assim, a medida do volume de água nesse recipiente é dada por:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 6 \cdot 6 \cdot 5$$
$$V = 180$$

Ou seja, 180 cm³.

Sabendo que 1 mL equivale a 1 cm³, há 180 mL de água no recipiente **A**.

As medidas das dimensões da base do recipiente **B** são 7,5 cm e 8 cm e a altura da água nesse recipiente mede 3,9 cm.

Assim, a medida do volume de água nesse recipiente é dada por:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 7{,}5 \cdot 8 \cdot 3{,}9$$
$$V = 234$$

Ou seja, 234 cm³.

Sabendo que 1 mL equivale a 1 cm³, há 234 mL de água no recipiente **B**.

b) O espaço que não está ocupado por água no recipiente **B** é um paralelepípedo reto retângulo com dimensões medindo 7,5 cm, 8 cm e 2,1 cm.

Calculando o volume desse paralelepípedo, temos:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 7{,}5 \cdot 8 \cdot 2{,}1$$
$$V = 126$$

Ou seja, 126 cm³.

Ao despejarmos a água do recipiente **A** no recipiente **B** até enchê-lo, serão retirados 126 cm³ da água que está no recipiente **A**.

Do item anterior, a quantidade de água do recipiente **A** corresponde a 180 cm³ e, como $180 - 126 = 54$, sobraram 54 cm³ de água no recipiente **A**.

Desse modo, no recipiente **A** estão 54 cm³ em um paralelepípedo reto retângulo cujas medidas das dimensões da base são iguais a 6 cm.

Assim, para determinar a medida da altura que a água atingiu no recipiente **A**, temos:

$$54 = 6 \cdot 6 \cdot h$$
$$54 = 36h$$
$$\frac{54}{36} = \frac{36h}{36}$$
$$1{,}5 = h$$

Portanto, a altura atingida pela água que sobrou no recipiente **A** mede 1,5 cm.

33. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

Flávia mergulhou um objeto cujo volume mede 800 cm³ em um recipiente como o representado. Calcule a medida da altura aproximada que o nível de água desse recipiente atingiu após ela ter mergulhado o objeto.

Resposta: O nível da água desse recipiente atingiu aproximadamente 21,33 cm.

34. Para transformar a escada em uma rampa, precisamos preencher com concreto, do espaço à frente do primeiro degrau até o penúltimo degrau da escada, com prismas de bases triangulares. Como a escada tem 6 degraus e serão necessários 6 prismas de base triangular.

De acordo com as medidas dos degraus da escada, a base e a altura dos triângulos medem, respectivamente, 30 cm e 18 cm. Logo:

$$\frac{30 \cdot 18}{2} = \frac{540}{2} = 270$$

Portanto, a área das bases de todos os prismas mede 270 cm².

A altura de todos os prismas mede 60 cm. Calculando a medida do volume de qualquer um deles, temos:

$$V = A_b \cdot h$$
$$V = 270 \cdot 60$$
$$V = 16\,200$$

Ou seja, $16\,200$ cm³.

Para transformar a escada em uma rampa, serão necessários 6 prismas de concreto como esse.

Portanto, a medida do volume de concreto necessário para transformar a escada em uma rampa é igual a $\underbrace{97\,200}_{6 \cdot 16\,200 = 97\,200}$ cm³.

35. As dimensões da embalagem de sorvete são 20 cm, 10 cm e 10 cm.

Calculando a medida de seu volume, temos:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 20 \cdot 10 \cdot 10$$
$$V = 2000$$

Ou seja, 2000 cm^3.

A medida do volume da mistura sabor chocolate colocada na embalagem é igual a 1000 cm^3. Assim, após essa mistura ficar cremosa, a medida de volume ocupada na embalagem será de 1250 cm^3, pois $1{,}25 \cdot 1000 = 1250$.

Como o volume da embalagem mede 2000 cm^3, temos:

$$2000 - 1250 = 750$$

Assim, 750 cm^3 é a medida do volume máximo de mistura sabor morango após levá-lo ao congelador.

Para determinar a quantidade que após aumentada em 25%, resultará em 750 cm^3, calculamos:

$$1{,}25x = 750$$
$$\frac{1{,}25x}{1{,}25} = \frac{750}{1{,}25}$$
$$x = 600$$

Ou seja, 600 cm^3.

Logo, a medida de volume máximo da mistura sabor morango que deverá ser colocada na embalagem é 600 cm^3.

Portanto, a alternativa **c** é a correta.

36. Calculando a medida aproximada do volume de cada um dos cilindros de baixo para cima, temos:

$V_1 = \pi r^2 \cdot h$

$V_1 = 3{,}14 \cdot 13^2 \cdot 5$

$V_1 = 3{,}14 \cdot 169 \cdot 5$

$V_1 = 2653{,}3$, ou seja, 2653,3 m^3.

Calculando $V_2 = 3{,}14 \cdot 7{,}5^2 \cdot 4$

$V_2 = 3{,}14 \cdot 56{,}25 \cdot 4$

$V_2 = 706{,}5$, ou seja, 706,5 m^3.

E, por fim, $V_3 = 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 6$

$V_3 = 3{,}14 \cdot 9 \cdot 6$

$V_3 = 169{,}56$, ou seja, 169,56 m^3.

A medida do volume do empilhamento é a soma das medidas dos volumes dos três cilindros.

Calculando a medida aproximada do volume do empilhamento, temos:

$$V = 2653{,}3 + 706{,}5 + 169{,}56 = 3529{,}36$$

Ou seja, 3529,36 m^3.

37. Calculando a medida do volume do recipiente com formato cilíndrico, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 7^2 \cdot 12{,}8$$
$$V = 3{,}14 \cdot 49 \cdot 12{,}8$$
$$V \simeq 1969{,}4$$

Ou seja, 1969,4 dm^3.

Como 1 dm^3 = 1 L, a medida da capacidade aproximada do recipiente é 1969,4 L.

38. Calculando a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo, temos:

$$V = c \cdot l \cdot h$$
$$V = 5 \cdot 5 \cdot 0{,}5$$
$$V = 12{,}5$$

Ou seja, 12,5 cm^3.

Calculando a medida do volume do cilindro em que o comprimento do raio da base mede 1 cm, e a altura mede 0,5 cm, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 0{,}5$$
$$V = 1{,}57$$

Ou seja, 1,57 cm^3.

Como $12{,}5 - 1{,}57 = 10{,}93$, a medida do volume aproximado da peça é 10,93 cm^3.

39. a) A medida da altura do recipiente é igual a 8 dm e a medida do comprimento do raio da sua base é igual a 2 dm. Calculando a medida do volume do recipiente, cilíndrico, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 8$$
$$V = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 8$$
$$V = 100{,}48$$

Ou seja, 100,48 dm^3.

Como 1 dm^3 = 1 L, a medida da capacidade aproximada do recipiente é 100,48 L.

b) A medida da altura que a água atinge no recipiente é igual a 4,5 dm. Desse modo:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 4{,}5$$
$$V = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 4{,}5$$
$$V = 56{,}52$$

Ou seja, 56,52 dm^3.

Como 1 dm^3 = 1 L, no recipiente há aproximadamente 56,52 L de água.

c) Com o objeto dentro do recipiente com água a medida da altura que a água atingiu foi de 7,2 dm. Assim, calculando a medida do volume ocupado pela água com o objeto, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 7{,}2$$
$$V = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 7{,}2$$
$$V = 90{,}432$$

Ou seja, 90,432 dm³.

Do item anterior, a medida aproximada do volume de água no recipiente é 56,52 dm³ e, como 90,432 − 56,52 = 33,912, a medida do volume do objeto é aproximadamente 33,912 dm³.

40. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

O reservatório representado tem o formato de um cilindro. Calcule a medida da capacidade aproximada desse reservatório, em litros, sabendo que as medidas indicadas são internas.

Resposta: A medida da capacidade aproximada do recipiente é 50 868 L.

41. Sabemos que 1 m³ = 1000 L e, consequentemente, 0,001 m³ = 1 L. Desse modo, 120 L = 0,12 m³.

Vamos calcular a altura h que a água atinge quando ocupa 0,12 m³ do volume dessa caixa d'água. Como as arestas da caixa d'água medem 1 m, temos $0{,}12 = 1 \cdot 1 \cdot h$, ou ainda, $h = 0{,}12$.

Assim, a altura h que a água atinge é igual a 0,12 m, que equivale a 12 cm.

Portanto, o nível da água baixou 12 cm quando foram retirados 120 L de água da caixa d'água.

42. O recipiente **A** é um cilindro com altura interna medindo 18 cm e comprimento do raio interno da base medindo 4 cm.

Calculando a medida de seu volume, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 18$$
$$V = 3{,}14 \cdot 16 \cdot 18$$
$$V = 904{,}32$$

Ou seja, 904,32 cm³.

Como 1 cm³ = 1 mL, a medida da capacidade do recipiente **A** é aproximadamente 904,32 mL.

O recipiente **B** é um paralelepípedo reto retângulo com dimensões internas medindo 12 cm, 10 cm e 20 cm.

Calculando a medida de seu volume, temos:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 12 \cdot 10 \cdot 20$$
$$V = 2\,400$$

Ou seja, 2 400 cm³.

Como 1 cm³ = 1 mL, a medida da capacidade do recipiente **B** é aproximadamente 2 400 mL.

Agora, vamos calcular a medida do volume do líquido que está na jarra. A altura que o líquido atinge na jarra mede 22 cm e o comprimento do raio interno da base da jarra mede 7 cm.

Calculando a medida do volume do líquido que está na jarra, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 7^2 \cdot 22$$
$$V = 3{,}14 \cdot 49 \cdot 22$$
$$V = 3\,384{,}92$$

Ou seja, 3 384,92 cm³.

Como 1 cm³ = 1 mL, a medida, em mililitros, da quantidade de líquido que está na jarra é aproximadamente 3,384,92 mL.

Adicionando as medidas de capacidade dos recipientes **A** e **B**, temos um total de 3 304,32 L.

Logo, o líquido que está na jarra será suficiente para encher os dois recipientes.

43. Como 1 cm³ = 1 mL e, no recipiente cabem, no máximo, 900 mL de líquido, nesse recipiente podem ser colocados, no máximo, 900 cm³ de líquido.

O comprimento do diâmetro interno da base desse recipiente mede 11 cm, o que significa que a medida do comprimento do raio interno mede 5,5 cm.

Desse modo, podemos calcular a medida aproximada da altura interna h desse recipiente resolvendo a equação:

$$900 = 17{,}27h$$
$$\frac{900}{17{,}27} = \frac{17{,}27h}{17{,}27}$$
$$52{,}11 \simeq h$$

Portanto, a medida aproximada da altura interna do recipiente é 52,11 cm.

O que eu estudei?

1. Calculando a medida da distância entre a estrela Barnard e a Terra em quilômetros, temos:

$5{,}98 \text{ AL} \simeq 5{,}98 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km} =$

$= 56{,}5708 \cdot 10^{12} \text{ km} = 5{,}65708 \cdot 10^{13} \text{ km}$

Portanto, a medida da distância entre a estrela Barnard e a Terra, em quilômetros, é aproximadamente $5{,}65708 \cdot 10^{13}$ km.

Calculando a medida da distância entre a estrela Barnard e a Terra em unidades astronômicas, temos:

$$\frac{5{,}65708 \cdot 10^{13} \text{ km}}{1 \text{ UA}} \cdot 1 \text{ UA} = \frac{5{,}65708 \cdot 10^{13} \text{ km}}{1{,}496 \cdot 10^{8} \text{ km}} \cdot 1 \text{ UA} =$$

$$= \frac{5{,}65708}{1{,}496} \cdot 10^5 \cdot 1 \text{ UA} \simeq 3{,}78 \cdot 10^5 \text{ UA}$$

Portanto, a medida da distância entre a estrela Barnard e a Terra, em unidades astronômicas, é aproximadamente $3{,}78 \cdot 10^5$ UA.

2. Inicialmente, vamos calcular a medida da distância entre as estrelas Sirius e Prócion, em quilômetros:

$337\,443 \text{ UA} = 3{,}37443 \cdot 10^5 \cdot 1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km} \simeq 5{,}05 \cdot 10^{13} \text{ km}.$

Logo, a medida da distância entre as estrelas Sirius e Prócion, em quilômetros, é aproximadamente $5{,}05 \cdot 10^{13}$ km.

Agora, calculando essa medida de distância em anos-luz, temos:

$$\frac{5{,}05 \cdot 10^{13}\ \text{km}}{1\ \text{AL}} \cdot 1\ \text{AL} \simeq \frac{5{,}05 \cdot 10^{13}\ \text{km}}{9{,}46 \cdot 10^{12}\ \text{km}} \cdot 1\ \text{AL} =$$

$$= \frac{5{,}05}{9{,}46} \cdot 10 \cdot 1\ \text{AL} \simeq 5{,}34\ \text{AL}$$

Portanto, a medida da distância entre as estrelas Sirius e Prócion, em anos-luz, é aproximadamente 5,34 AL.

3. • $0{,}0000000025\ \text{m} = 2{,}5 \cdot \frac{1}{10^9}\ \text{m} = 2{,}5 \cdot 10^{-9}\ \text{m}$. Assim:

$$\frac{2{,}5 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{1\ \mu\text{m}} \cdot 1\ \mu\text{m} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{10^{-6}\ \text{m}} \cdot 1\ \mu\text{m} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mu\text{m}$$

Logo, a medida da espessura da bactéria *H. Pylori*, em micrômetros, é igual a $2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mu$m.

• $1\ \text{m} = 100\ \text{cm} = 10^2\ \text{cm}$. Assim:

$$0{,}0000000025\ \text{m} = 2{,}5 \cdot \frac{1}{10^9}\ \text{m} =$$

$$= 2{,}5 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 2{,}5 \cdot 10^{-9} \cdot 10^2\ \text{cm} = 2{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{cm}$$

Logo, a medida da espessura da bactéria *H. Pylori*, em centímetros, é igual a $2{,}5 \cdot 10^{-7}$ cm.

4. a) Para resolver a atividade, calculamos $\frac{15}{4{,}7} \simeq 3{,}2$. Assim, são necessários 4 DVDs de 4,7 GB para armazenar a mesma quantidade de informações que o HD-DVD de 15 GB.

b) Temos 15 GB = 15 · 1024 MB = 15 360 MB.

Desse modo, como $\frac{15\,360}{700} \simeq 21{,}95$, são necessários aproximadamente 22 CDs de 700 MB para armazenar a mesma quantidade de informações que o HD-DVD de 15 GB.

5. 1 GHz = 1000 MHz, o que é equivalente a dizer que 1 MHz = 0,001 GHz.

Desse modo, 400 MHz = 0,4 GHz e a diferença entre as frequências de processamento de dados dos dois *smartphones*, em giga-hertz, é de 0,4 GHz.

Como um dos *smartphones* tem um processador de 1,8 GHz, segue que o processador do outro *smartphone* é de 2,2 GHz, pois 1,8 + 0,4 = 2,2, ou de 1,4 GHz, pois 1,8 − 0,4 = 1,4.

6. Rogério levou 2,5 min para baixar o arquivo do seu computador, isto é, esse *download* durou 150 s, pois 2,5 · 60 = 150.

Como 1 MB/s = 8 Mbps, 1 Mbps = 0,125 MB/s.

Desse modo, 60 Mbps = 7,5 MB/s.

Como 7,5 MB/s · 150 s = 1125 MB, o tamanho máximo do arquivo é de 1125 MB.

7. Convertendo a medida do tamanho do arquivo para quilobaites, temos:

$$105\ \text{MB} = 105 \cdot 1024\ \text{KB} = 107\,520\ \text{KB}$$

Como 1 KB/s = 8 Kb/s, 1 Kb/s = 0,125 KB/s.

Desse modo, 56 Kb/s = 7 KB/s.

Como $\frac{107\,520\ \text{KB}}{7\ \text{KB/s}} = 15\,360$ s e $\frac{15\,360}{60} = 256$, a medida de tempo mínima, em minutos, para a transferência do arquivo é de 256 min.

8. O comprimento do raio da base da peça roxa no formato cilíndrico mede 3 cm, o comprimento do seu diâmetro mede 6 cm e a sua altura mede 14 cm.

Calculando seu volume, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 14$$
$$V = 3{,}14 \cdot 9 \cdot 14$$
$$V = 395{,}64$$

Ou seja, 395,64 cm³.

O recipiente tem a medida do comprimento do raio interno da base igual a 8 cm, pois o comprimento do seu diâmetro interno mede 16 cm, e a medida da altura interna igual a 24 cm.

Calculando seu volume, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 8^2 \cdot 24$$
$$V = 3{,}14 \cdot 64 \cdot 24$$
$$V = 4\,823{,}04$$

Ou seja, 4 823,04 cm³.

Calculando a diferença entre esses volumes, temos:

$$4\,823{,}04 - 395{,}64 = 4\,427{,}4.$$

Portanto, foram colocados aproximadamente 4 427,4 cm³ de água no recipiente.

9. A medida da área de um triângulo equilátero com comprimento de lado medindo ℓ pode ser calculada usando a fórmula $A = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.

Um hexágono regular com comprimento de lados medindo ℓ é formado por seis triângulos equiláteros com comprimento dos lados medindo ℓ. Assim, podemos usar a fórmula $A = \frac{3\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$ para calcular a medida da sua área.

Uma das partes da peça é um prisma de base hexagonal cujo comprimento da aresta da base mede 2 cm e cuja altura mede 1 cm.

Calculando a área da base desse prisma, temos:

$$A = \frac{3\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$
$$A = \frac{3 \cdot 2^2 \cdot 1{,}7}{2}$$
$$A = \frac{3 \cdot 4 \cdot 1{,}7}{2}$$
$$A = \frac{20{,}4}{2}$$
$$A = 10{,}2$$

Ou seja, 10,2 cm².

Agora, calculando a medida do seu volume, temos:

$$V = A_b \cdot h$$
$$V = 10{,}2 \cdot 1$$
$$V = 10{,}2$$

Ou seja, 10,2 cm³.

A outra parte da peça é um cilindro cuja altura mede 6 cm e cujo comprimento do raio da base mede 1 cm, pois o comprimento do seu diâmetro mede 2 cm.

Calculando a medida do seu volume, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 6$$
$$V = 3{,}14 \cdot 6$$
$$V = 18{,}84$$

Ou seja, 18,84 cm³.

Adicionando as medidas dos volumes das duas partes da peça, temos 10,2 + 18,84 = 29,04.

Portanto, a medida do volume da peça é igual a 29,04 cm³.

10. As medidas das dimensões do paralelepípedo reto retângulo são 15 cm, 12 cm e 25 cm.

Calculando a medida de seu volume, temos:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 15 \cdot 12 \cdot 25$$
$$V = 4\,500$$

Ou seja, 4 500 cm³.

O furo feito no paralelepípedo tem o formato de um cilindro cuja altura mede 25 cm e cujo comprimento de raio da base mede 3 cm, pois o comprimento do seu diâmetro mede 6 cm.

Calculando a medida de seu volume, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 25$$
$$V = 3{,}14 \cdot 9 \cdot 25$$
$$V = 706{,}5$$

Ou seja, 706,5 cm³.

Subtraindo a medida do volume do cilindro da medida do volume do paralelepípedo reto retângulo, temos:

$$4\,500 - 706{,}5 = 3\,793{,}5$$

Portanto, o volume aproximado da peça obtida mede 3 793,5 cm³.

11. 1 Hz é igual a 1 clico por segundo e 1 GHz = 1 000 000 000 Hz.

Logo, o processador de 1,8 GHz tem medida de capacidade de processamento igual a 1 800 000 000 ciclos por segundo, o processador de 2,2 GHz tem medida de capacidade de processamento igual a 2 200 000 000 ciclos por segundo e o processador de 1,4 GHz tem medida de capacidade de processamento igual a 1 400 000 000 ciclos por segundo.

12. Essa figura geométrica é um prisma de base triangular. O comprimento da aresta da base e a altura desse triângulo medem, respectivamente, 30 cm.

Como $\frac{30 \cdot 30}{2} = \frac{900}{2} = 450$, a área da base do prisma mede 450 cm².

A altura do prisma mede 50 cm, assim:

$$V = A_b \cdot h$$
$$V = 450 \cdot 50$$
$$V = 22\,500$$

Portanto, a medida do volume do prisma é igual a 22 500 cm³.

13. Inicialmente, calculamos a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo de madeira:

$$V = c \cdot \ell \cdot h$$
$$V = 30 \cdot 12 \cdot 12$$
$$V = 4\,320$$

Ou seja, 4 320 cm³.

Após torneá-la e dar acabamento ao paralelepípedo reto retângulo, a peça obtida é formada por três cilindros.

O cilindro que está à esquerda tem a medida do comprimento do raio da base igual a 4 cm e a medida da altura igual a 10 cm.

Calculando a medida do seu volume, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 10$$
$$V = 3{,}14 \cdot 16 \cdot 10$$
$$V = 502{,}4$$

Ou seja, 502,4 cm³.

O cilindro que está no meio tem a medida do comprimento do raio da base igual a 6 cm, e a medida da altura igual a 5 cm.

Calculando a medida do seu volume, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 5$$
$$V = 3{,}14 \cdot 36 \cdot 5$$
$$V = 565{,}2$$

Ou seja, 565,2 cm³.

O cilindro que está à direita tem a medida do comprimento do raio da base igual a 3 cm, e a medida da altura igual a 15 cm.

Calculando a medida do seu volume, temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 15$$
$$V = 3{,}14 \cdot 9 \cdot 15$$
$$V = 423{,}9$$

Ou seja, 423,9 cm³.

Adicionando as medidas dos volumes das três partes da peça, temos:

$$502{,}4 + 565{,}2 + 423{,}9 = 1491{,}5$$

Ou seja, a medida do volume da peça, após o torneamento e o acabamento, é igual a 1491,5 cm³. Subtraindo a medida do volume da peça final da medida do paralelepípedo, temos:

$$4\,320 - 1491{,}5 = 2\,828{,}5$$

Portanto, foram retirados 2 828,5 cm³ de madeira do paralelepípedo até obter a peça final.

Unidade 12 Acréscimo, desconto e juro

Questão 1. Inicialmente, calculamos 8% de R$ 1705,62.

$$0{,}08 \cdot 1705{,}62 = 136{,}45$$

Em seguida, adicionamos esse valor ao salário de abril, ou seja:

$$1705{,}62 + 136{,}45 = 1842{,}07$$

Por fim, calculamos o segundo aumento, ou seja, 8% de R$ 1842,07, e adicionamos o valor obtido ao salário após o primeiro acréscimo.

$$0{,}08 \cdot 1842{,}07 = 147{,}37$$

$$1842{,}07 + 147{,}37 = 1989{,}44$$

Portanto, o salário de Adriana seria R$ 1989,44.

Questão 2. Ao aplicarmos, sobre uma quantia x, dois acréscimos sucessivos de 8% cada, obtemos $1{,}1664x$, pois: $x(1 + 0{,}08) \cdot (1 + 0{,}08) = 1{,}1664x$. Nesse caso, dois acréscimos sucessivos de 8% cada um equivalem a um único acréscimo de 16,64%.

Questão 3. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: O cliente que paga à vista pode receber possíveis descontos, e essa opção de pagamento facilita o planejamento financeiro e reduz o risco de endividamento. A desvantagem é a possibilidade de parcelar o valor à vista e investir o dinheiro das parcelas.

Questão 4. Ao aplicarmos, sobre uma quantia x, dois descontos sucessivos de 14% e 5%, respectivamente, obtemos $0{,}817x$, pois: $x(1 - 0{,}14)(1 - 0{,}05) = 0{,}817x$. Assim, esses descontos sucessivos equivalem a um único desconto de 18,3%, pois:

$1 - 0{,}817 = 0{,}183 = 18{,}3\%$

Questão 5. Ao aplicarmos, sobre uma quantia x, dois descontos sucessivos de 15% e 8%, respectivamente, obtemos $0{,}782x$, pois: $x(1 - 0{,}15)(1 - 0{,}08) = 0{,}782x$. Assim, esses descontos sucessivos equivalem a um único desconto de 21,8%, pois:

$$1 - 0{,}782 = 0{,}218 = 21{,}8\%$$

Portanto, é melhor para o cliente um desconto único de 25%.

Atividades

1. Inicialmente, calculamos o acréscimo, ou seja, 8% de R$ 1240,00.

$$0{,}08 \cdot 1240{,}00 = 99{,}20$$

Em seguida, adicionamos o valor obtido ao aluguel, ou seja:

$$1240{,}00 + 99{,}20 = 1339{,}20$$

Portanto, caso seja pago com 1 mês de atraso, o aluguel será R$ 1339,20.

2. O valor do desconto é igual a $15{,}00 - 8{,}10 = 6{,}90$. Aplicando uma regra de três, temos:

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
15	100
6,9	x

$$15 \cdot x = 100 \cdot 6{,}90$$
$$15x = 690$$
$$x = \frac{690}{15}$$
$$x = 46$$

Portanto, o desconto aplicado é de 46%.

3. Inicialmente, calculamos o desconto aplicado na baixa temporada, ou seja, 25% de R$ 2 230,00.

$$0{,}25 \cdot 2\,230{,}00 = 557{,}50$$

Na sequência, subtraímos o valor obtido do preço da alta temporada, ou seja:

$$2\,230{,}00 - 557{,}50 = 1672{,}50$$

Portanto, um cliente vai pagar R$ 1672,50 nesse pacote turístico na baixa temporada.

4. O valor do desconto é R$ 6,00, pois:

$$40{,}00 - 34{,}00 = 6{,}00$$

Aplicando uma regra de três, temos:

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
40	100
6	x

$$40 \cdot x = 100 \cdot 6$$
$$40x = 600$$
$$x = \frac{600}{40}$$
$$x = 15$$

Portanto, o desconto aplicado foi de 15%.

5. O valor do aumento é R$ 270,00, pois:

$$2\,070{,}00 - 1800{,}00 = 270{,}00$$

Aplicando uma regra de três, temos:

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
1800	100
270	x

$$1800 \cdot x = 100 \cdot 270$$
$$1800x = 27\,000$$
$$x = \frac{27\,000}{1800}$$
$$x = 15$$

Portanto, o aumento aplicado foi de 15%.

6. a) Seja x o preço do produto antes do aumento. Nesse caso, temos:

$$x \cdot 1{,}06 = 44{,}52$$
$$x = \frac{44{,}52}{1{,}06}$$
$$x = 42$$

Portanto, o preço do produto antes do aumento era de R$ 42,00.

b) O valor do desconto é R$ 2,52, pois:

$$44{,}52 - 42{,}00 = 2{,}52$$

Aplicando uma regra de três, temos:

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
44,52	100
2,52	x

$$44{,}52 \cdot x = 100 \cdot 2{,}52$$
$$44{,}52x = 252$$
$$x = \frac{252}{44{,}52}$$
$$x \simeq 5{,}66$$

Portanto, foi aplicado desconto de, aproximadamente, 5,66%.

7. Seja uma taxa de x% aplicada sobre o preço inicial do produto. Nesse caso, temos:

$$100 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) = 121$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 1{,}21$$

Isto significa que $1 + \frac{x}{100} = 1{,}1$. Consequentemente:

$$\frac{x}{100} = 1{,}1 - 1$$

$$x = 0{,}1 \cdot 100$$

$$x = 10$$

Portanto, cada um dos aumentos foi de 10%.

8. a) Ao aplicarmos, sobre uma quantia x, dois descontos sucessivos de 12% cada, obtemos $0{,}7744x$, pois: $x(1 - 0{,}12)(1 - 0{,}12) = 0{,}7744x$. Assim, esses descontos sucessivos equivalem a um desconto único de 22,56%, pois:

$$1 - 0{,}7744 = 0{,}2256 = 22{,}56\%$$

b) Ao aplicarmos, sobre uma quantia x, dois acréscimos sucessivos de 5% e 7,2%, respectivamente, obtemos $1{,}1256x$, pois: $x(1 + 0{,}05)(1 + 0{,}072) = 1{,}1256x$. Assim, esses acréscimos sucessivos equivalem a um acréscimo único de 12,56%.

c) Ao aplicarmos, sobre uma quantia x, três descontos sucessivos de 2% cada um, obtemos $0{,}9412x$, pois: $(1 - 0{,}02)(1 - 0{,}02)(1 - 0{,}02) = 0{,}9412$. Assim, esses descontos sucessivos equivalem a um desconto único de 5,88%, pois:

$$1 - 0{,}9412 = 0{,}0588 = 5{,}88\%$$

d) Ao aplicarmos, sobre uma quantia x, três acréscimos sucessivos de 3% cada um, obtemos $1{,}092727x$, pois: $(1 + 0{,}03)(1 + 0{,}03)(1 + 0{,}03) = 1{,}092727$. Assim, esses acréscimos sucessivos equivalem a um acréscimo único de 9,2727%.

e) Ao aplicarmos, sobre uma quantia x, doze acréscimos sucessivos de 5% cada um, obtemos $1{,}7959x$, pois: $(1 + 0{,}05)^{12} \simeq 1{,}7959$. Assim, esses acréscimos sucessivos equivalem a um acréscimo único de 79,59%.

9. Ao aplicarmos, sobre uma quantia x, dois acréscimos sucessivos de 20% e 30%, respectivamente, obtemos $1{,}56x$, pois: $x(1 + 0{,}20)(1 + 0{,}30) = 1{,}56x$. Portanto, o aumento percentual dessa mercadoria nesse bimestre foi de 56%.

10. Com os dois descontos dados pela loja de Rafael, o jogo passará a custar R$ 207,86, pois:

$$273{,}50 \cdot (1 - 0{,}20)(1 - 0{,}05) = 207{,}86$$

Com o desconto dado pela loja de Francisco, o jogo passará a custar R$ 209,10, pois:

$$255 \cdot (1 - 0{,}18) = 209{,}10$$

Portanto, é mais vantajoso comprar o jogo na loja de Rafael.

11. Com os dois descontos dados pela loja, o preço à vista do *smartphone* será R$ 1691,28, pois:

$$2\,349{,}00 \cdot (1 - 0{,}25)(1 - 0{,}04) = 1691{,}28$$

12. Com o desconto de 20%, o produto que custava R$ 50,00 passará a custar R$ 40,00, pois:

$$50 \cdot (1 - 0{,}20) = 40$$

Com o desconto do cartão fidelidade, o produto custará R$ 36,00, pois:

$$40 \cdot (1 - 0{,}10) = 36$$

Portanto, para o cliente que tem o cartão fidelidade, a economia adicional é de R$ 4,00 (40 − 36). A alternativa correta é a **e**.

13. Resposta pessoal. Sugestão de resposta:

a) Supondo que foram aplicados dois acréscimos sucessivos de 10% e 15%, respectivamente, qual é o novo preço do caderno?

b) Determine o aumento percentual do preço do caderno, após os dois acréscimos sucessivos.

Resposta: a) R$ 26,57; b) 26,5%.

14. Nessa aplicação foi obtido juro de R$ 585,00, pois:

$$3\,250 \cdot 0{,}03 \cdot 6 = 585$$

15. O período de 1 ano e 6 meses é equivalente a 18 meses. O montante obtido nessa aplicação é de R$ 2 448,00, pois:

$$1800 + 1800 \cdot 0{,}02 \cdot 18 = 2\,448$$

16. a) No regime de juro simples, o rendimento será de R$ 352,00, pois:

$$2\,200 \cdot 0{,}08 \cdot 2 = 352$$

Agora, calculamos o rendimento no regime de juro composto.

$$2\,200 \cdot 1{,}08^2 = 2\,566{,}08$$

Nesse sistema, o rendimento é de R$ 366,08, pois:

$$2\,566{,}08 - 2\,200 = 366{,}08$$

Portanto, no sistema de juro simples o rendimento é de R$ 352,00 e no de juro composto, R$ 366,08.

b) A diferença entre os rendimentos dessas duas aplicações é de R$ 14,08, pois:

$$366{,}08 - 352{,}00 = 14{,}08$$

17. O montante obtido por Fernanda é igual a R$ 1500,04, pois:

$$920 \cdot 1{,}13^4 = 1500{,}04$$

18. O montante pago ao banco é igual a R$ 1177,58, pois:

$$1000 \cdot 1{,}056^3 = 1177{,}58$$

19. Para determinar a alternativa correta, vamos calcular o montante obtido por Jaime ao final de cada mês.

- Montante obtido ao final do 1º mês de aplicação.

$$14\,300 + 14\,300 \cdot 0{,}025 = 14\,657{,}5$$

- Montante obtido ao final do 2º mês de aplicação.

$$14\,657{,}5 + 14\,657{,}5 \cdot 0{,}025 \simeq 15\,023{,}94$$

- Montante obtido ao final do 3º mês de aplicação.

$$15\,023{,}94 + 15\,023{,}94 \cdot 0{,}025 \simeq 15\,399{,}54$$

- Montante obtido ao final do 4º mês de aplicação.

$$15\,399{,}54 + 15\,399{,}54 \cdot 0{,}025 \simeq 15\,784{,}53$$

- Montante obtido ao final do 5º mês de aplicação.

$$15\,784{,}53 + 15\,784{,}53 \cdot 0{,}025 = 16\,178{,}6$$

- Montante obtido ao final do 6º mês de aplicação.

$$16\,178{,}6 + 16\,178{,}6 \cdot 0{,}025 \simeq 16\,583{,}07$$

- Montante obtido ao final do 7º mês de aplicação.

$$16\,583{,}07 + 16\,583{,}07 \cdot 0{,}025 \simeq 16\,997{,}58$$

Analisando os montantes, concluímos que Jaime deve deixar a quantia aplicada por seis meses, e sobrarão menos de R$ 100,00. Portanto, a alternativa correta é a **d**.

20. Utilizando procedimentos semelhantes aos apresentados na seção **Instrumentos e *softwares***, obtemos:

	A	B	C	D
1	t	J	M	i
2	0		2 299,00	0,01
3	1	22,99	2 321,99	
4	2	23,22	2 345,21	
5	3	23,45	2 368,66	
6	4	23,69	2 392,35	
7	5	23,92	2 416,27	
8	6	24,16	2 440,43	
9	7	24,40	2 464,84	
10	8	24,65	2 489,49	
11	9	24,89	2 514,38	
12	10	25,14	2 539,53	
13	11	25,40	2 564,92	
14	12	25,65	2 590,57	

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, Mariana irá pagar R$ 2 590,57 por esse *notebook*.

21. Para resolver essa atividade, consideramos, sem perda de generalidade, que Armando vai aplicar R$ 2 299,00. Utilizando procedimentos semelhantes aos apresentados na seção **Instrumentos e *softwares***, determinaremos o montante obtido em cada um dos investimentos.

- Investimento **A**.

	A	B	C
56	53	128,76	6 566,71
57	54	131,33	6 698,05
58	55	133,96	6 832,01
59	56	136,64	6 968,65
60	57	139,37	7 108,02
61	58	142,16	7 250,18
62	59	145,00	7 395,19
63	60	147,90	7 543,09

- Investimento **B**.

	A	B	C
16	13	98,33	3 376,16
17	14	101,28	3 477,44
18	15	104,32	3 581,77
19	16	107,45	3 689,22
20	17	110,68	3 799,90
21	18	114,00	3 913,89
22	19	117,42	4 031,31
23	20	120,94	4 152,25

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- Investimento **C**.

	A	B	C	D
1	Investimento C			
2	t	J	M	i
3	0		2 299,00	0,13
4	1	298,87	2 597,87	
5	2	337,72	2 935,59	
6	3	381,63	3 317,22	
7	4	431,24	3 748,46	
8	5	487,30	4 235,76	

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o investimento **A** é o mais vantajoso.

22. O valor total pago a prazo é igual a R$ 1 377,27, pois:

$$200 + 1099 \cdot 1{,}035^2 = 1\,377{,}27$$

Assim, a diferença entre o valor à vista e o valor total pago a prazo é R$ 78,27, pois:

$$1\,377{,}27 - 1\,299{,}00 = 78{,}27$$

23. a) Depois do 1º mês, o valor do montante é R$ 105,00, isso representa um aumento de R$ 5,00 sobre o capital de R$ 100,00. Portanto, a taxa de juro é igual a 5% ao mês.

b) No 10º mês, a diferença entre os montantes é R$ 12,89, pois:

$$162{,}89 - 150 = 12{,}89$$

c) Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Qual será, ao final do 12º mês, o montante obtido no regime de juro simples? E no regime de juro composto? Resposta: R$ 160,00; R$ 179,59.

24. a) O capital aplicado é o valor no tempo 0, isto é, R$ 500,00.

b) Depois do 1º mês, o valor do montante é R$ 515,00, o que representa um aumento de R$ 15,00 sobre o capital de R$ 500,00. Aplicando uma regra de três, temos:

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
500	100
15	x

$$500 \cdot x = 100 \cdot 15$$

$$500x = 1\,500$$

$$x = \frac{1\,500}{500}$$

$$x = 3$$

Portanto, a taxa de juro é de 3% ao mês.

c) O montante dessa aplicação ao final do 8º mês é igual a R$ 633,39.

d) O montante dessa aplicação ao final do 11º mês é R$ 692,12, pois:

$$671{,}96 \cdot 1{,}03 = 692{,}12$$

25. Pagando R$ 90,00 no ato da compra, faltará pagar R$ 80,00, pois:

$$170 - 90 = 80$$

Como depois de um mês, o valor pago será de R$ 90,00, o juro correspondente é de R$ 10,00. Aplicando uma regra de três, temos:

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
80	100
10	x

$$80 \cdot x = 100 \cdot 10$$
$$80x = 1000$$
$$x = \frac{1000}{80}$$
$$x = 12{,}5$$

Portanto, a taxa de juro mensal é 12,5%.

26. Sendo x% a taxa de juro, temos:

$$1000 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 1092$$
$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 1{,}092$$
$$1 + \frac{x}{100} \simeq 1{,}045$$
$$x \simeq 4{,}5$$

Portanto, a taxa de juro mensal é 4,5%.

27. Utilizando procedimentos semelhantes aos apresentados na seção **Instrumentos e *softwares*** e adicionando uma coluna que apresenta o juro acumulado recebido, temos:

	A	B	C	D	E
1	t	J	M	i	Juro acumulado
2	0		1 530,00	0,032	
3	1	48,96	1 578,96		48,96
4	2	50,53	1 629,49		99,49
5	3	52,14	1 681,63		151,63
6	4	53,81	1 735,44		205,44
7	5	55,53	1 790,98		260,98
8	6	57,31	1 848,29		318,29
9	7	59,15	1 907,43		377,43
10	8	61,04	1 968,47		438,47
11	9	62,99	2 031,46		501,46
12	10	65,01	2 096,47		566,47
13	11	67,09	2 163,56		633,56
14	12	69,23	2 232,79		702,79
15	13	71,45	2 304,24		774,24
16	14	73,74	2 377,97		847,97
17	15	76,10	2 454,07		924,07
18	16	78,53	2 532,60		1 002,60
19	17	81,04	2 613,64		1 083,64
20	18	83,64	2 697,28		1 167,28
21	19	86,31	2 783,59		1 253,59
22	20	89,07	2 872,67		1 342,67
23	21	91,93	2 964,59		1 434,59

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o capital deve ficar aplicado por 20 meses.

28. Utilizando procedimentos semelhantes aos apresentados na seção **Instrumentos e *softwares*** e adicionando uma coluna que apresenta o juro acumulado recebido, temos:

	A	B	C	D	E
1	t	J	M	i	Juro acumulado
18	16	94,21	4 804,75		1 304,75
19	17	96,09	4 900,84		1 400,84
20	18	98,02	4 998,86		1 498,86
21	19	99,98	5 098,84		1 598,84
22	20	101,98	5 200,82		1 700,82
23	21	104,02	5 304,83		1 804,83
24	22	106,10	5 410,93		1 910,93
25	23	108,22	5 519,15		2 019,15
26	24	110,38	5 629,53		2 129,53
27	25	112,59	5 742,12		2 242,12
28	26	114,84	5 856,96		2 356,96

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o capital deve ficar aplicado por 24 meses, ou seja, 2 anos.

O que eu estudei?

1. Seja x o preço do produto. Nesse caso, temos:

$$\frac{x}{0{,}92} = \frac{x}{\frac{92}{100}} = \frac{100x}{92} \simeq 1{,}087x > x$$

Portanto, o preço a prazo apresenta um acréscimo de aproximadamente 8,7%.

2. Nessa compra, Adalberto gastou R$ 600,00, pois: $15 \cdot 40 = 600$. Com o aumento de 20%, o quilograma de carne passou a custar R$ 48,00. Dividindo o valor gasto pelo novo preço do quilograma, obtemos:

$$\frac{600}{48} = 12{,}5$$

Portanto, Adalberto pôde comprar 12,5 kg. A alternativa correta é a **e**.

3. Seja x o preço cobrado pelo livro antes do acréscimo. Assim:

$$x \cdot 1{,}12 = 50{,}40$$
$$x = \frac{50{,}40}{1{,}12}$$
$$x = 45$$

Portanto, o valor do livro antes do acréscimo era de R$ 45,00.

4. Inicialmente, determinamos a mensalidade que Giovana pagou em cada um dos anos.

- 1º ano: R$ 250,00.
- 2º ano: R$ 300,00, pois $250 \cdot 1{,}2 = 300$.
- 3º ano: R$ 360,00, pois $300 \cdot 1{,}2 = 360$.
- 4º ano: R$ 432,00, pois $360 \cdot 1{,}2 = 432$.

Desse modo, o total pago por ela é:

$$12 \cdot (250 + 300 + 360 + 432) = 12 \cdot 1342 = 16104$$

A alternativa correta é a **d**.

5. Com o aumento de 15%, o preço do tênis passou a ser R$ 207,00, pois:

$$180 \cdot 1{,}15 = 207$$

Com o desconto de 22%, o tênis custará R$ 161,46, pois:

$$207 \cdot (1 - 0{,}22) = 161{,}46$$

6. Com os descontos sucessivos de 20% e 5%, o valor da mensalidade passou a ser R$ 94,24, pois:

$$124 \cdot (1 - 0{,}20)(1 - 0{,}05) = 94{,}24$$

7. Ao final do 6º mês o montante obtido será R$ 637,83, pois:

$$550 \cdot 1{,}025^6 = 637{,}83$$

8. Indicando o capital inicial por C e a quantidade de meses transcorridos para a duplicação do capital por x, temos:

$$C \cdot (1 + 0{,}04 \cdot x) = 2C$$
$$C + 0{,}04 \cdot x \cdot C = 2C$$
$$0{,}04x = 1$$
$$x = 25$$

Portanto, para duplicar o capital aplicado deverão ser transcorridos 25 meses ou 2 anos e 1 mês.

9. Seja x a quantidade de meses que Olívia deixou o capital aplicado. Assim:

$$5\,300 \cdot (1 + 0{,}025 \cdot x) = 6\,227{,}50$$
$$1 + 0{,}025x = 1{,}175$$
$$x = 7$$

Portanto, Olívia retirou esse montante ao final do 7º mês.

10. Sendo o valor de entrada 50% do valor à vista, restará pagar os outros 50%, que correspondem a R$ 932,75, pois:

$$\frac{1865{,}5}{2} = 932{,}75$$

Como após um mês será pago o valor de R$ 993,38, o juro é de R$ 60,63, pois:

$993{,}38 - 932{,}75 = 60{,}63$

Aplicando uma regra de três, temos:

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
932,75	100
60,63	x

$$932{,}75 \cdot x = 100 \cdot 60{,}63$$
$$932{,}75x = 6\,063$$
$$x = \frac{6\,063}{932{,}75}$$
$$x \simeq 6{,}5$$

Portanto, a taxa de juro mensal cobrada na compra a prazo é de aproximadamente 6,5%.

11. O preço a prazo é R$ 1558,70, pois $10 \cdot 155{,}87 = 1558{,}70$. A diferença entre o preço a prazo e o preço à vista é dada por:

$$1558{,}70 - 1199{,}00 = 359{,}70$$

Aplicando uma regra de três, temos:

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
1199	100
359,70	x

$$1199 \cdot x = 100 \cdot 359{,}70$$
$$1199x = 35\,970$$
$$x = \frac{35\,970}{1199}$$
$$x = 30$$

Portanto, o aumento percentual no preço a prazo, quando comparado ao preço à vista, é de 30%.

12. O rendimento será de R$ 63,41, pois: $500 \cdot 1{,}01^{12} - 500 = 63{,}41$.

13. a) No investimento **A**, após o 1º mês, há um juro de R$ 55,00 sobre o capital de R$ 1000,00. Isto representa uma taxa de juro de 5,5% ao mês. No investimento **B**, após o 1º mês, há um juro de R$ 60,00 sobre o capital de R$ 1000,00. Isto representa uma taxa de juro de 6% ao mês.

b) Após 2 meses, o investimento mais rentável é o **B**. Após 6 meses, o investimento mais rentável é o **A**.

c) A partir de 5 meses.

d) No 5º mês, a diferença entre os montantes dos investimentos é de R$ 6,96, pois:

$1306{,}96 - 1300 = 6{,}96$

O que eu aprendi?

1. Resposta no final da seção **Resoluções**.

2. Em 1 s a luz percorre $3 \cdot 10^5$ km, e em 1 min a luz percorre $60 \cdot 3 \cdot 10^5$ km, ou seja, $180 \cdot 10^5$ km. Além disso, a distância média entre o Sol e a Terra mede aproximadamente $1{,}5 \cdot 10^8$ km.

Esta medida de distância pode ser reescrita como $1500 \cdot 10^5$ km. Assim:

$$\frac{1500 \cdot 10^5\ \text{km}}{180 \cdot 10^5\ \text{km}} \simeq 8{,}3$$

Portanto, a luz do Sol demora aproximadamente 8,3 min para chegar à Terra.

3. 1 km equivale a 100 000 cm. Assim, 304 km equivale a 30 400 000 cm.

Desse modo, a razão é dada por:

$$\frac{8}{3{,}04 \cdot 10^7} = \frac{1}{3\,800\,000}$$

Portanto a alternativa correta é a **e**.

4. Inicialmente, devemos obter a medida da hipotenusa do triângulo ABC:

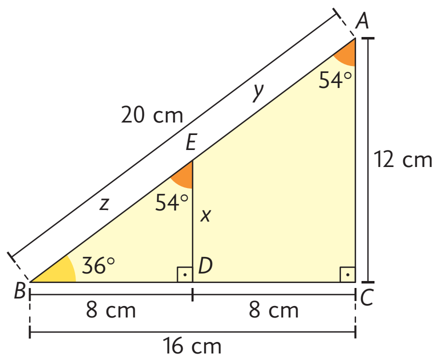
$$16^2 + 12^2 = h^2$$
$$h^2 = 256 + 144$$
$$h = \sqrt{400}$$
$$h = 20$$

Logo, a hipotenusa do triângulo maior mede 20 cm.

A medida do comprimento do lado $\overline{DC}$ é dada pela subtração da medida do comprimento da base do triângulo maior pela medida do comprimento da base do triângulo menor:

$$16 - 8 = 8.$$

Analisando os ângulos internos do triângulo menor EBD, notamos que ele é semelhante ao triângulo maior ABC. Assim, considerando em relação ao triângulo menor EBD, a medida da altura como x e hipotenusa como z, e $\overline{EA}$ como y, temos:



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, utilizando a proporcionalidade temos $\frac{x}{12} = \frac{8}{16} = \frac{z}{20}$, em que:

$$\frac{x}{12} = \frac{1}{2}$$
$$2x = 12$$
$$x = 6$$
$$\frac{z}{20} = \frac{1}{2}$$
$$2z = 20$$
$$z = 10$$

Logo, a altura menor do quadrilátero mede 6 cm.

Subtraindo a medida da hipotenusa do triângulo maior da medida da hipotenusa do ângulo menor, temos o lado $\overline{EA}$ do quadrilátero, Assim:

$$y = 20 - 10 = 10$$

Calculando a medida do perímetro do quadrilátero *ACDE*, temos:

$$12 + 8 + 6 + 10 = 36$$

Portanto, a medida do perímetro do quadrilátero *ACDE* é 36 cm.

5. $\dfrac{(3x + 9)(3x - 9)}{x^2 - 9} =$

$= \dfrac{9x^2 - 27x + 27x - 81}{x^2 - 9} =$

$= \dfrac{9x^2 - 81}{x^2 - 9} =$

$= \dfrac{9(x^2 - 9)}{x^2 - 9} = 9$

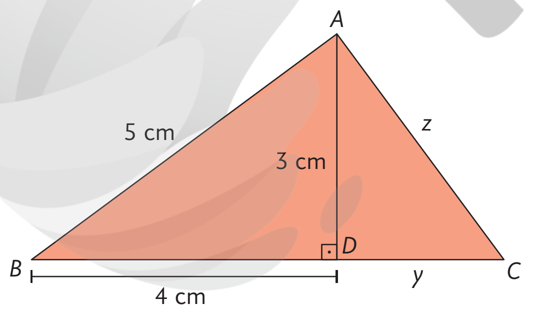
Assim, ao simplificarmos a expressão, obtemos 9 como resultado.

Portanto, a resposta correta é a alternativa **d**.

6. Inicialmente, devemos calcular a medida do comprimento da altura do triângulo. Assim, como $5^2 = 4^2 + x^2$, temos:

$$25 = 16 + x^2$$
$$25 - 16 = x^2$$
$$x = \sqrt{9}$$
$$x = 3$$

Considerando a medida da base do triângulo *ADC* como *y*, temos:



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

Utilizando uma das relações métricas, temos:

$$3^2 = 4 \cdot y \text{ ou } y = \frac{9}{4}$$

Calculando a medida da área do triângulo, temos:

$$A = \frac{\left(4 + \frac{9}{4}\right) \cdot 3}{2}$$

$$A = \frac{\left(\frac{16 + 9}{4}\right) \cdot 3}{2}$$

$$A = \frac{\left(\frac{25}{4}\right) \cdot 3}{2}$$

$$A = \frac{75}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{75}{8}$$

Logo, a área do triângulo *ABC* mede $\frac{75}{8}$ cm².

7. a) As coordenadas dos vértices desse retângulo são $A(2, 2)$, $B(2, 4)$, $C(8, 4)$ e $D(8, 2)$.

b) Como $h^2 = 6^2 + 2^2$, temos:

$$h^2 = 36 + 4$$
$$h = \sqrt{40}$$
$$h = \sqrt{2^2 \cdot 10}$$
$$h = 2\sqrt{10}$$

Portanto, a medida do comprimento da diagonal do retângulo é $2\sqrt{10}$ unidades de comprimento.

8. O ângulo suplementar de 150° é 30° e o ângulo suplementar de 120° é 60°.

Além disso, α representa a soma dos ângulos alternos internos dos ângulos suplementares 150° e 120°. Assim:

$$\alpha = 30° + 60° = 90°$$

Portanto, o ângulo α mede 90°.

9. a) De 1 e 40 existem 20 números ímpares.

Assim, a proporção é dada por $\frac{20}{50} = \frac{2}{5}$ e a probabilidade é de $\frac{2}{5} \cdot 100 = 40$

Ou seja, 40%.

O desconto será de 5%. Desse modo:

$$23 \cdot \frac{5}{100} = \frac{115}{100} = 1{,}15$$

Logo, calculando quantos reais o estudante vai pagar, temos:

$$23 - 1{,}15 = 21{,}85$$

Ou seja, R$ 21,85.

b) 3 estudantes obtiveram um desconto de 5% e 1 estudante não obteve desconto. Assim, como não há reposição, o quinto estudante não poderá sortear os 4 números já sorteados.

Como $50 - 4 = 46$, ele poderá sortear um dos 46 números possíveis.

Além disso, existe apenas 1 número que é par e primo: o número 2. Assim, a proporção será de $\frac{1}{46}$, que pode ser escrita como $\frac{1}{46} \cdot 100 \simeq 2{,}17$.

Ou seja, a probabilidade de sortear um número par e primo é de 2,17%.

Com um desconto de 50%, o estudante pagará metade da compra, pois:

$$\frac{37{,}50}{2} = 18{,}75$$

Portanto o estudante pagará R$ 18,75.

10. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: No gráfico de linhas, podemos ter uma noção mais clara da variação dos dados ao verificar a continuidade das linhas e sua tendência de crescimento ou decrescimento, enquanto no gráfico de setores não temos a noção de continuidade, apenas a proporção entre os dados.

11. a) Como $y = 7x - 14$, então:

$$7x + 14 = 0$$
$$7x = +14$$
$$x = \frac{14}{7}$$
$$x = 2$$

b) Como $y = -4x + 8$, então:

$$-4x + 8 = 0$$
$$-4x = -8$$
$$x = \frac{-8}{-4}$$
$$x = 2$$

c) Como $y = 5x + 15$, então:

$$5x + 15 = 0$$
$$5x = -15$$
$$x = -\frac{15}{5}$$
$$x = -3$$

Resoluções referentes à unidade **1**.

5. Analisando as posições indicadas na reta com letras, verificamos que A está mais próximo de 1 do que B. Dos números apresentados, o mais próximo de 1 é 1,3. Sendo assim, $A = 1{,}3$.

Como $\sqrt{2} \simeq 1{,}41$ e a letra B está logo na sequência de A e antes do 2, concluímos que $B = \sqrt{2}$.

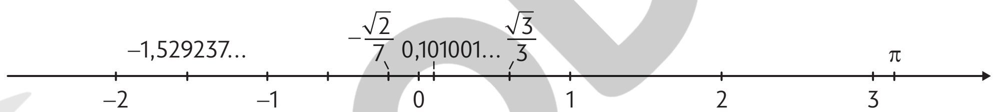
Como $-1 < C < 0$ e, dos números apresentados, temos $-\frac{\pi}{5} \simeq -0{,}63$, então $C = -\frac{\pi}{5}$.

Além disso, verificamos que $-2 < D < -1$ e $-\sqrt{3} \simeq -1{,}73$. Sendo assim, $D = -\sqrt{3}$.

Por fim, como $\sqrt{7} \simeq 2{,}65$ e $2 < E < 3$, concluímos que $E = \sqrt{7}$.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

6. Representando os números na forma decimal, verificamos que $\frac{\sqrt{3}}{3} \simeq 0{,}58$, $-\frac{\sqrt{2}}{7} \simeq -0{,}20$ e $\pi \simeq 3{,}14$. Usando essa representação, podemos localizá-los com mais facilidade na reta numérica.



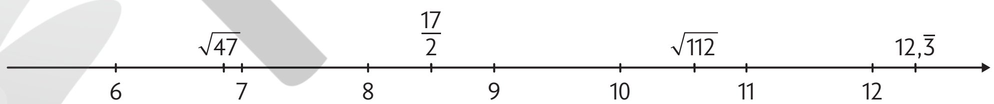
SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Resoluções referentes à seção **O que eu estudei?** da unidade **1**.

4. a) Primeiro, representamos cada número na forma decimal. Assim, temos:

$\frac{17}{2} = 8{,}5$; $\sqrt{47} \simeq 6{,}9$; $\sqrt{112} \simeq 10{,}6$.

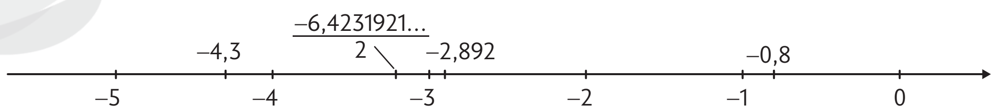
Em seguida, identificamos a letra correspondente a cada número na reta numérica para substituí-lo.



b) Como apenas um dos números não está representado na forma decimal, fazemos primeiro essa conversão.

$$\frac{-6{,}4231921...}{2} \simeq -3{,}2$$

Em seguida, identificamos a letra correspondente a cada número na reta numérica para substituí-lo.

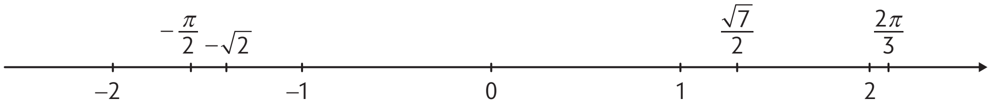


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

5. Primeiro, obtemos a representação de cada número na forma decimal.

$$\frac{2\pi}{3} \simeq 2{,}1;\ -\sqrt{2} \simeq -1{,}4;\ -\frac{\pi}{2} \simeq -1{,}57;\ \frac{\sqrt{7}}{2} \simeq 1{,}3.$$

Em seguida, identificamos sua localização aproximada na reta numérica.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Resoluções referentes à unidade **5**.

68. f) Calculando o mmc entre os denominadores da equação: $2(x + 1) \cdot (-3x + 1)$. Assim:

$$\frac{x}{2(x+1)} \cdot 2(x+1) \cdot (-3x+1) + \frac{x}{-3x+1} \cdot 2(x+1) \cdot (-3x+1) = 0$$

$$-3x^2 + x + 2x^2 + 2x = 0$$

$$-x^2 + 3x = 0$$

Resolvendo essa equação obtemos $x_1 = 0$ e $x_2 = -3$.

Como os valores obtidos são diferentes de –1, as raízes da equação são $x_1 = 0$ e $x_2 = -3$.

g) Calculando o mmc entre os denominadores da equação: $x \cdot (x + 1)^2$. Assim:

$$\frac{2}{x+1} \cdot x \cdot (x+1)^2 - \frac{3}{x} \cdot x \cdot (x+1)^2 = 2 \cdot x \cdot (x+1)^2 - \frac{x}{x+1} \cdot x \cdot (x+1)^2$$

$$2x - 3x - 3 = 2x^2 + 2x - x^2$$

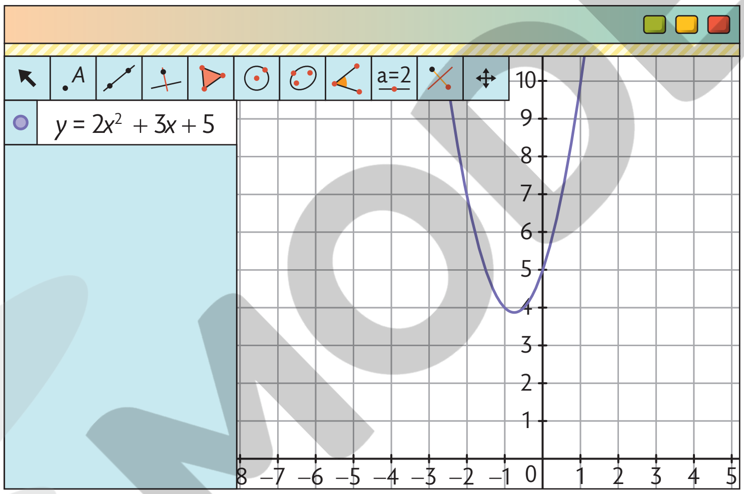
$$2x^2 - x^2 + 2x - 2x + 3x + 3 = 0$$

$$x^2 + 3x + 3 = 0$$

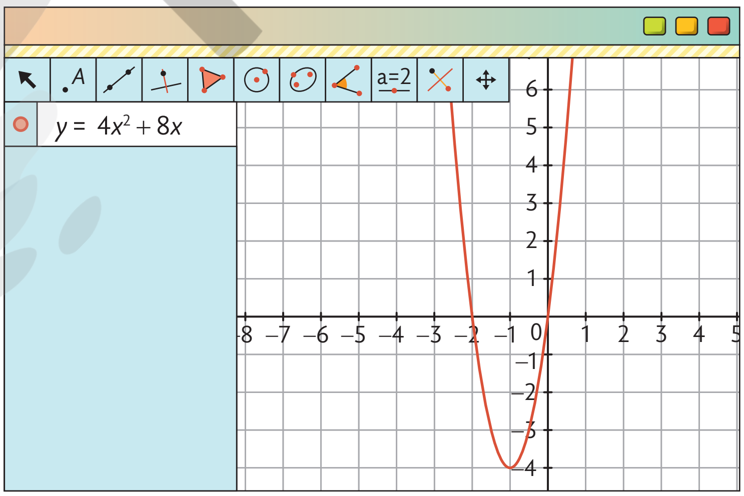
Essa equação não tem raízes reais.

Resoluções referentes à unidade **9**.

51. b)

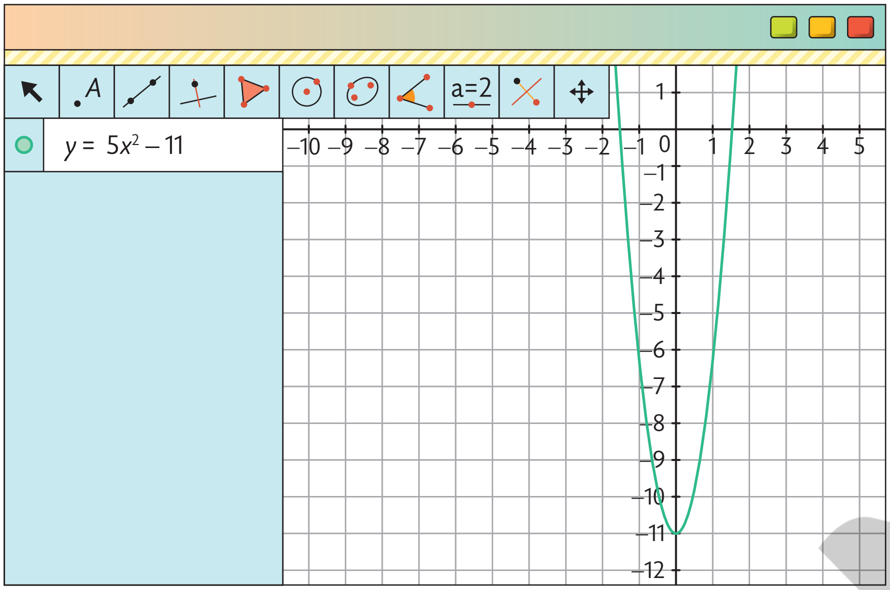


d)

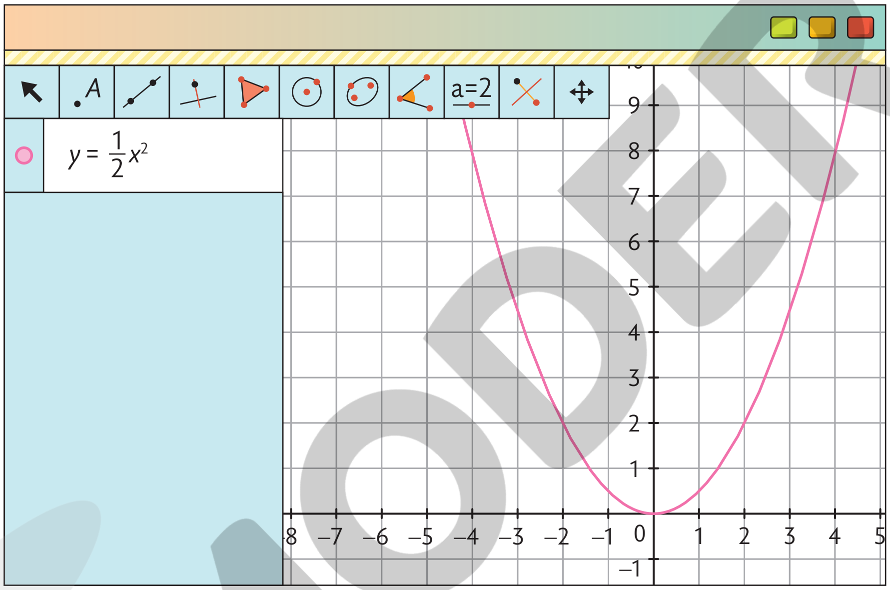


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

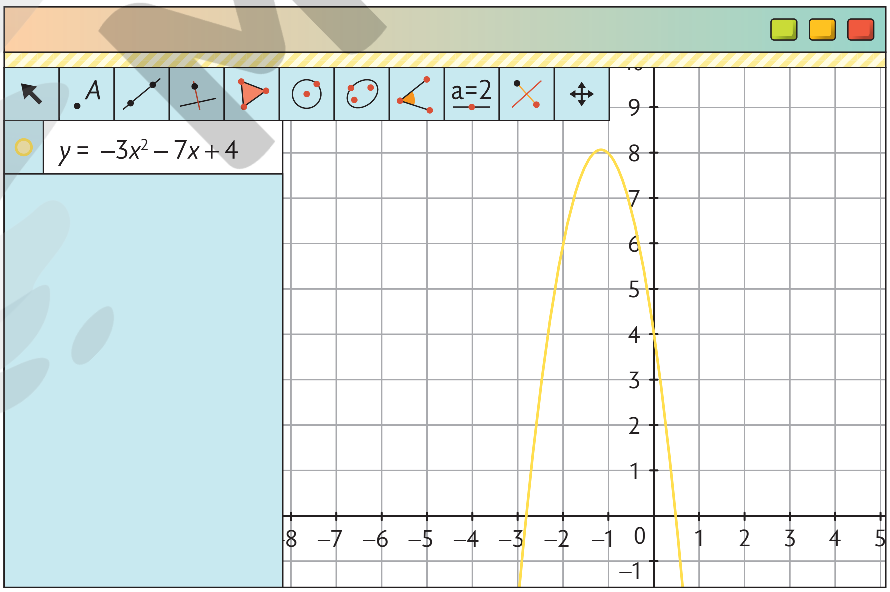
e)



f)

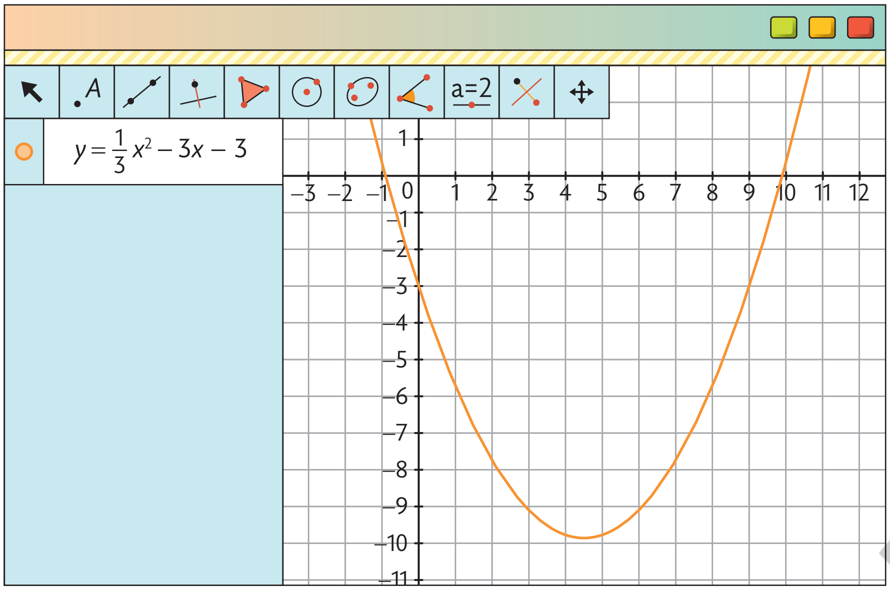


g)

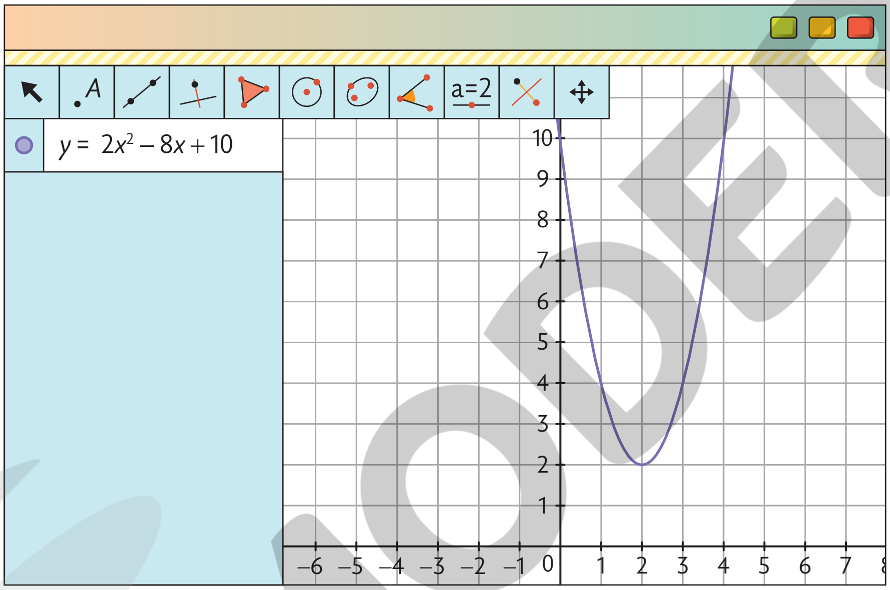


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

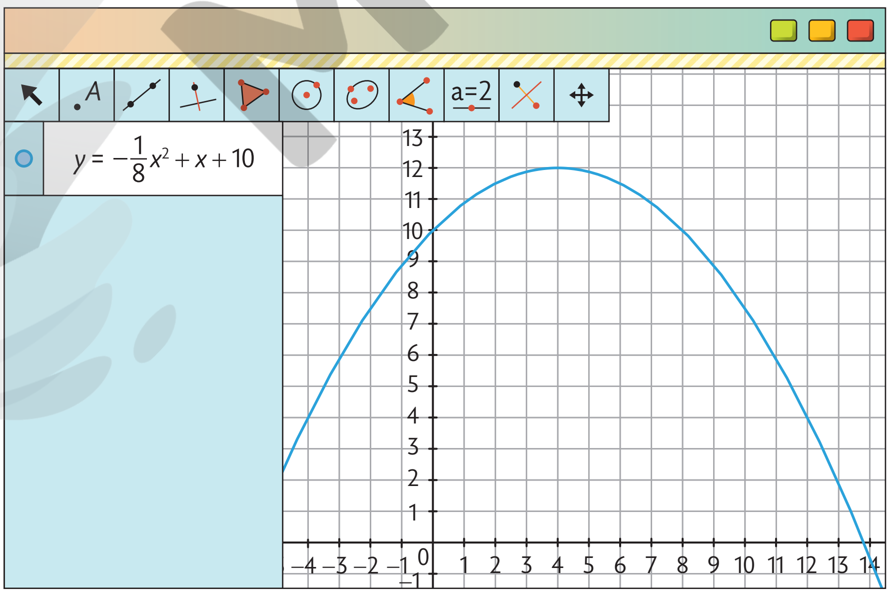
h)



i)

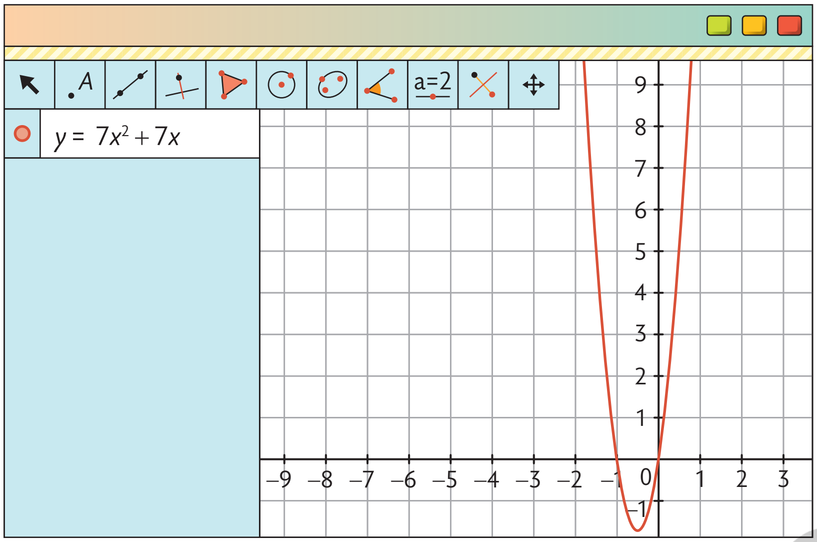


j)

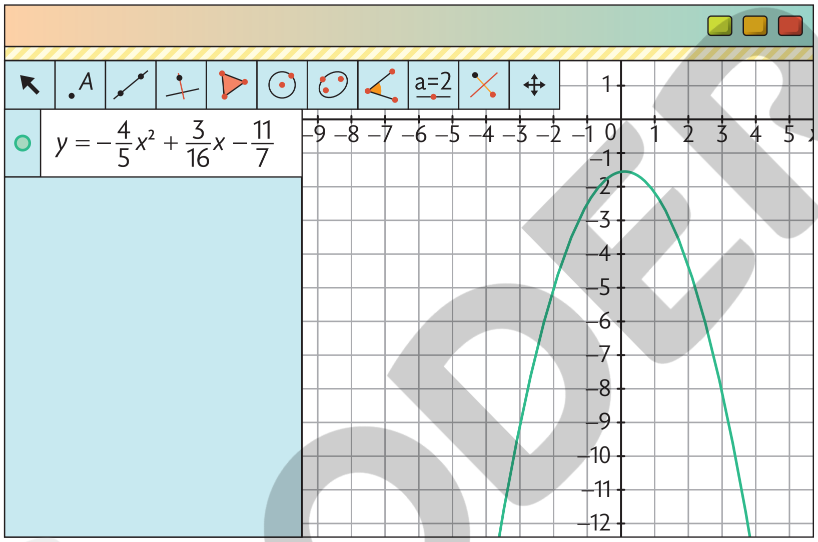


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

k)



l)



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Resoluções referentes à unidade **10**.

Questão 5.

Início

1. Desenhe um segmento AB cujo comprimento mede a.

2. Calcule a medida do ângulo central: $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = \frac{360°}{5} = 72°$.

3. Calcule as medidas dos outros dois ângulos do triângulo AOB: $\left(\widehat{A}\right) = \left(\widehat{B}\right) = \frac{180° - 72°}{2} = 54°$.

4. No sentido anti-horário, construa o ângulo $B\widehat{A}X$ cuja a medida é 54°. No sentido horário, construa o ângulo $A\widehat{B}Y$ cuja medida é 54°.

5. Na interseção das semirretas AX e AY, marque o ponto O.

6. Trace a circunferência de centro O e raio $\overline{OA}$.

7. Desenhe as circunferências de raio $\overline{AB}$ com centros em A e B e com centros nos novos pontos obtidos sobre a circunferência de centro O.

8. Os pontos marcados sobre a circunferência de centro O são os vértices do polígono. Ligue-os para finalizar a construção.

Fim

Início

↓

Desenhe um segmento *AB* cujo comprimento mede *a*.

↓

Calcule a medida do ângulo central: $\text{med}(A\widehat{O}B) = \frac{360°}{5} = 72°$.

↓

Calcule as medidas dos outros dois ângulos do triângulo *AOB*: $(\widehat{A}) = (\widehat{B}) = \frac{180° - 72°}{2} = 54°$.

↓

No sentido anti-horário, construa o ângulo $B\widehat{A}X$ cuja a medida é 54°.
No sentido horário, construa o ângulo $A\widehat{B}Y$ cuja a medida é 54°.

↓

Na interseção das semirretas *AX* e *AY*, marque o ponto *O*.

↓

Trace a circunferência de centro *O* e raio $\overline{OA}$.

↓

Desenhe as circunferências de raio $\overline{AB}$ com centros em *A* e *B* e com centros nos novos pontos obtidos sobre a circunferência de centro *O*.

↓

Os pontos marcados sobre a circunferência de centro *O* são os vértices do polígono. Ligue-os para finalizar a construção.

↓

Fim

37. Para construir um hexágono regular com o comprimento do lado medindo 3 cm, siga as etapas a seguir.

1º. Desenhe um segmento *AB* cujo comprimento mede 3 cm.

2º. Calcule a medida do ângulo central, isto é, $\text{med}(A\widehat{O}B) = \frac{360°}{6} = 60°$.

3º. Calcule as medidas dos dois outros ângulos do triângulo *AOB*, $\widehat{A} = \widehat{B} = \frac{180° - 60°}{2} = 60°$.

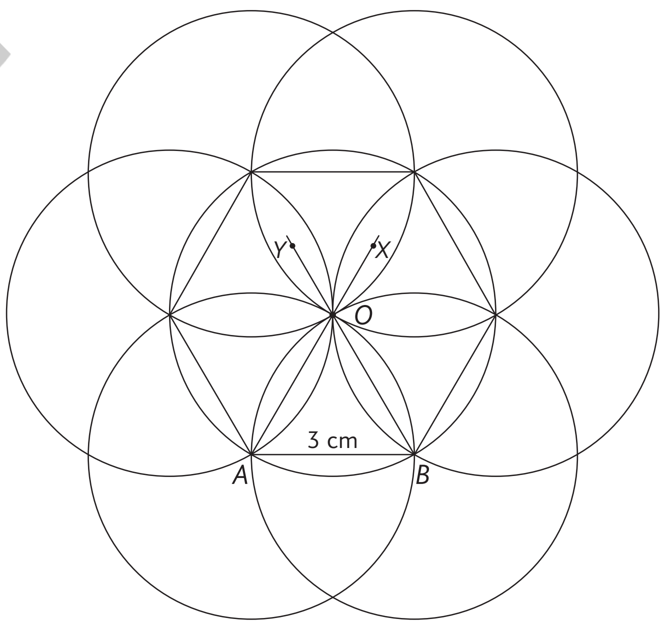
4º. No sentido anti-horário, construa o ângulo $B\widehat{A}X$ cuja a medida é 60°. No sentido horário, construa o ângulo $A\widehat{B}Y$ cuja a medida é 60°.

5º. Na interseção das semirretas *AX* e *AY*, marque o ponto *O*.

6º. Em seguida, trace a circunferência de centro *O* e raio $\overline{OA}$.

7º. Desenhe as circunferências de raio $\overline{AB}$ com centros em *A* e *B* e com centros nos novos pontos obtidos sobre a circunferência de centro *O*.

8º. Os pontos marcados sobre a circunferência de centro *O* são os vértices do polígono. Por fim, ligue-os para finalizar a construção.



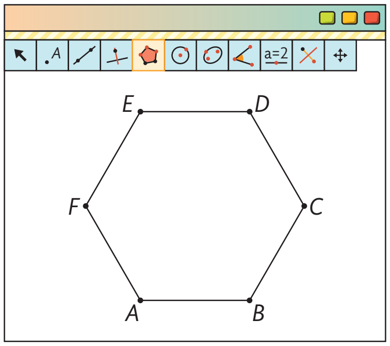
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Para construir um hexágono regular com lado medindo 3 cm no GeoGebra, execute as etapas a seguir.

1º. Com a ferramenta **Segmento com Comprimento Fixo**, clique em um ponto da malha e digite a medida do comprimento, ou seja, 3.

2º. Com a ferramenta **Polígono Regular**, clique nos pontos *A* e *B* e digite a quantidade de vértices do polígono, nesse caso, 6.

3º. O polígono construído tem o comprimento do lado medindo 3 cm e 6 vértices.



CARLOS BORIN E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Resoluções referentes à unidade **11**.

17. Para realizar as conversões das medidas no Calc, devemos executar os passos a seguir.

1º Nas células **A1**, **B1**, **C1**, **D1** e **E1** do Calc, escreva “Medida em B”, “Medida em KB”, “Medida em MB”, “Medida em GB” e “Medida em TB”, respectivamente.

2º Na célula:

- **A2** digite = **C2*1024^2**, para converter a medida expressa em megabaites em baites;
- **D3** digite = **C4/1024**, para converter a medida expressa em megabaites em gigabaites;
- **D4** digite = **C4/1024**, para converter a medida expressa em megabaites em gigabaites;
- **B5** digite = **C5/1024^2**, para converter a medida expressa em megabaites em terabaites;
- **A6** digite = **C6*1024^2**, para converter a medida expressa em megabaites em baites;
- **E7** digite = **C2/1024^2**, para converter a medida expressa em megabaites em terabaites.

3º Por fim, digite os valores em megabaites nas células **C2** até **C7**.

	A	B	C	D	E
1	Medida em B	Medida em KB	Medida em MB	Medida em GB	Medida em TB
2	3670016		3,5		
3			2150,4	2,1	
4			629145,6	614,4	
5		7680	7,5		
6	262144		0,25		
7			8074035,2		7,7
8					

RAFAELA PANISSA/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, obtemos:

a) 3,5 MB é igual a 3 670 016 B.

b) 2150,4 MB é igual a 2,1 GB.

c) 629 145,6 MB é igual a 614,4 GB.

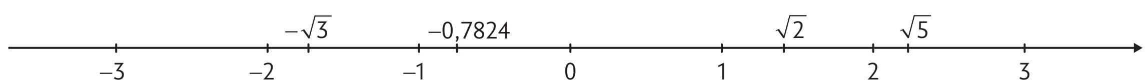
d) 7,5 MB é igual a 7 680 KB.

e) 0,25 MB é igual a 262 144 B.

f) 8 074 035,2 MB é igual a 7,7 TB.

Resolução referente à seção **O que eu aprendi**.

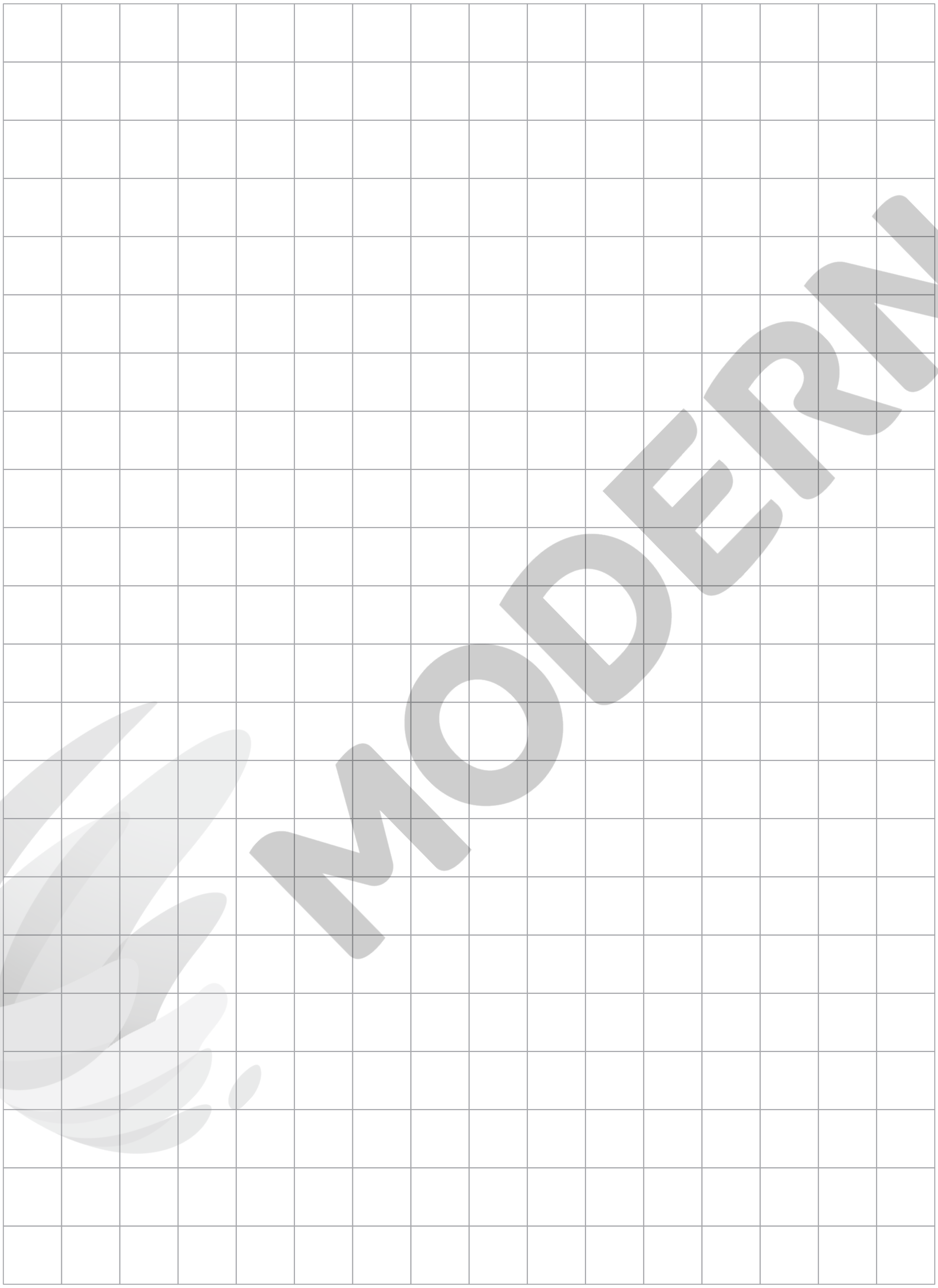
1.



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

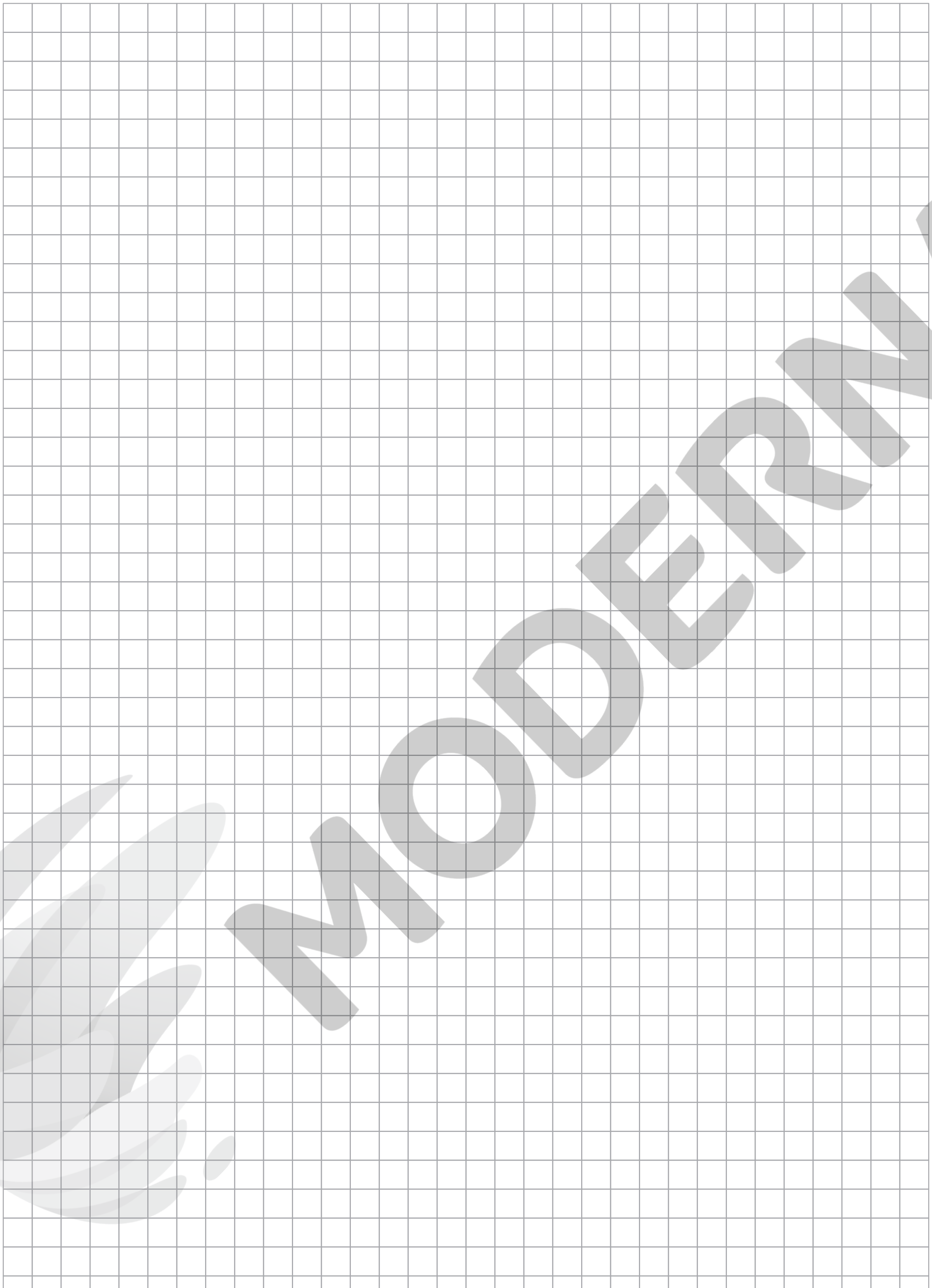
Analisando a reta numérica, temos: *A*: $-\sqrt{3}$; *B*: $-0,7824$; *C*: $\sqrt{2}$; *D*: $\sqrt{5}$.

Malha quadriculada



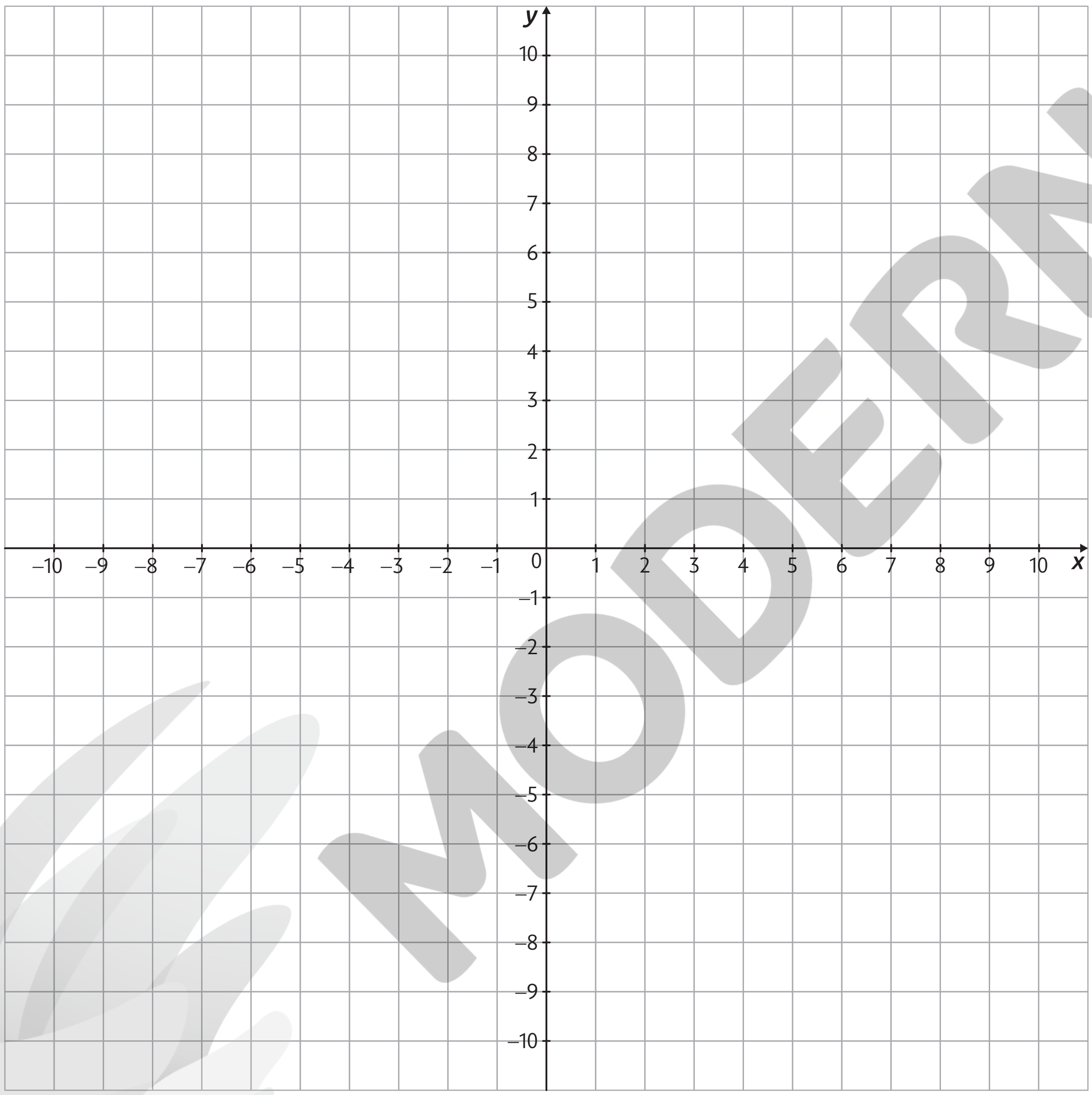
SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Malha quadriculada



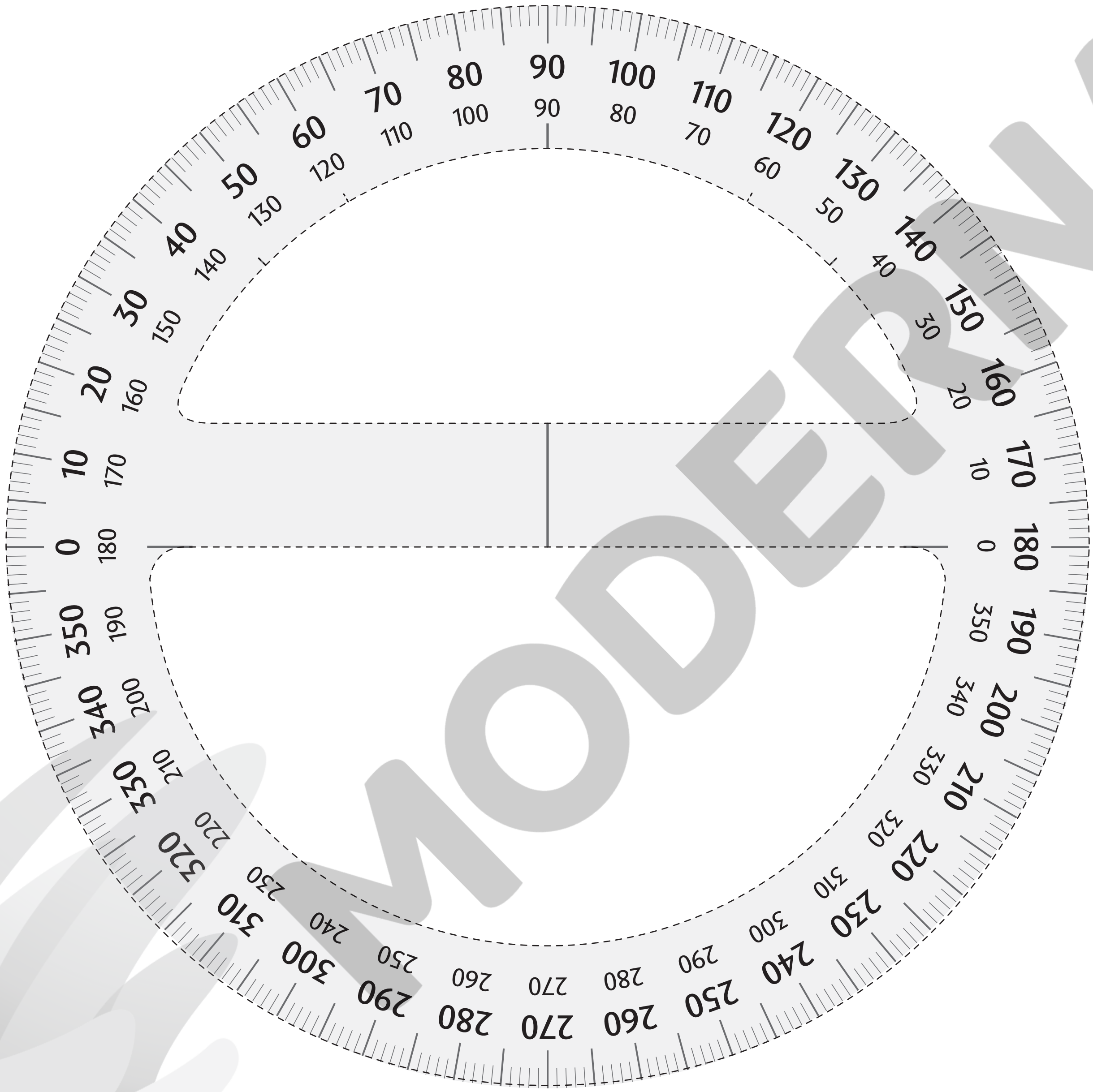
SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Plano cartesiano



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Transferidor



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Referências bibliográficas comentadas

ACTIVE Learning. *Berkeley Center for Teaching & Learning*. Disponível em: https://teaching.berkeley.edu/resources/course-design-guide/active-learning. Acesso em: 25 fev. 2022.

Esse *site* compartilha com o leitor uma publicação que explora os benefícios de trabalhar com metodologias ativas para desenvolver nos estudantes a chamada aprendizagem ativa em seu processo de ensino. Além disso, aborda metodologias ativas e diferentes recursos que podem ser aplicados em sala de aula, bem como planejamentos de aula.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 2 jun. 2022.

Essa página apresenta a Base Nacional Comum Curricular. Nela, é possível navegar pelo documento e consultar o que esse material de referência auxilia na abordagem dos conteúdos curriculares.

BRASIL. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica*. Brasília: MEC: SEB: Dicei, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file. Acesso em: 13 maio 2022.

Esse *site* apresenta a lei que define as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.

CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. *A sala de aula inovadora*: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo. Porto Alegre: Penso, 2018.

Os autores desse livro defendem a ideia de uma sala de aula que transforme o ensino do estudante em algo inovador, tanto para que o conhecimento seja efetivo quanto para que o professor seja capaz de aplicá-lo e tenha um propósito educacional. Eles demonstram variadas metodologias ativas e expõem o conceito de cada uma delas.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. *Avaliação*: mito e desafio: uma perspectiva construtivista. Porto Alegre: Mediação, 2005.

Nesse livro, a autora desmistifica a avaliação como um ato de julgamento e a trata como uma prática construtiva do conhecimento e um ato reflexivo com relação ao ensino.

HOUSE, Peggy A. Aventurando-se pelos caminhos da resolução de problemas. *In*: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997. p. 234.

Esse livro contém 22 artigos de pesquisadores da área do ensino de Matemática a respeito da resolução de problemas.

LIMA, Telma Cristiane Sasso de; MIOTO, Regina Célia Tamaso. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. *Katálysis*, Florianópolis, v. 10, n. esp., maio 2007. p. 37-45.

O artigo apresenta a pesquisa bibliográfica como um método de prática de pesquisa, conceituando-o, abordando suas características, como ele deve ser organizado e quais objetivos devem ser considerados, além de apresentar etapas exemplificadas do procedimento metodológico da pesquisa bibliográfica.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar*: estudos e proposições. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

Nesse livro, o autor apresenta seus estudos sobre a avaliação da aprendizagem escolar e propõe que ela não seja mais pensada apenas como um serviço teórico obrigatório da educação e imposta com autoritarismo, mas sim que represente uma prática a favor do conhecimento de todos de modo construtivo e social.

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda A. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas: Papirus, 2017.

O livro reconhece o papel do professor como mediador entre o estudante e o conhecimento e, somado a isso, faz menção à nova realidade em que a tecnologia se insere no contexto escolar.

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

Esse livro contempla metodologias ativas que podem ser aplicadas nas etapas da Educação Básica e em diversos contextos, valorizando recursos que são apresentados à prática pedagógica.

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. *Interdisciplinaridade aplicada*. São Paulo: Érica, 1998.

Nesse livro, o autor discorre a respeito da interdisciplinaridade em sala de aula, apresentando exemplos que demonstram a integração de diferentes componentes curriculares.

ONUCHIC, Lourdes de la R.; ALLEVATO, Norma S. G. Nossas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo de C. (org.). *Educação matemática*: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

Nesse texto, as autoras apresentam a metodologia da resolução de problemas destacando suas vantagens e desvantagens e os impactos dela no processo de ensino-aprendizagem de Matemática em sala de aula.

PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

O livro propõe reflexões a respeito de aspectos metodológicos do ensino e da aprendizagem da Matemática, relacionando o saber matemático científico e as adequações necessárias para que se torne um conhecimento escolar matemático, abordando também a linearidade de livros didáticos e sua importância nessa transposição didática.

POZO, Juan Ignacio (org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Afonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 9.

Esse livro discorre a respeito da resolução de problemas, enfatizando o ensino dos procedimentos e o papel do professor no incentivo aos estudantes com relação a estratégias de solução.

ROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 71.

Esse livro contém considerações a respeito de qual é a Matemática que deve ser ensinada e propõe didáticas que permitem aos estudantes considerar seus conhecimentos, além de levá-los a fazer determinadas reflexões e também alguns questionamentos.

SANTALÓ, Luis Antônio. Matemática para não matemáticos. *In*: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

Nesse texto, o autor promove uma reflexão a respeito do processo didático de ensino da Matemática, cujo objetivo é possibilitar o desenvolvimento constante dos estudantes. Para tal, a didática da Matemática deve ser uma ferramenta que, ao ser utilizada pelo professor, favoreça o processo de aprendizagem dos estudantes e os auxilie a avançar cada vez mais.

SANTOMÉ, Jurjo Torres. *Globalização e interdisciplinaridade*: o currículo integrado. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Esse livro apresenta vários capítulos que contribuem para a compreensão da necessidade de trabalhar um currículo de maneira integrada. Algumas práticas são sugeridas para auxiliar o professor a trabalhar dessa maneira desde a Educação Infantil até o Ensino Médio.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia (org.). Resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 13. (Coleção Matemática de 0 a 6).

Essa coleção apresenta atividades que incentivam a exploração de uma variedade de ideias matemáticas, não apenas numéricas, mas também sobre geometria, medidas e noções de estatística

SOLÉ, Isabel. *Estratégias de leitura*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Nesse livro, a autora mostra a importância da leitura e como essa ação é necessária para o alcance da interpretação, compreensão e autonomia dos estudantes no decorrer da leitura de diferentes textos.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

As autoras apresentam uma caracterização de interdisciplinaridade e as possibilidades de articulação no ensino de Matemática por meio de situações práticas a serem aplicadas em sala de aula, possibilitando outras aprendizagens além da Matemática.

VON, Cristina. *A cultura de paz*. São Paulo: Peirópolis, 2003.

Nesse livro, a autora apresenta diferentes temáticas de cunho sensível. Todas voltadas às reflexões sobre igualdade, respeito às diferenças e como isso pode ser trabalhado com os estudantes na escola e na sociedade em geral.

Referências bibliográficas complementares comentadas

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Tradução: Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

Esse livro apresenta algumas possibilidades de diálogos em aulas de Matemática com o objetivo de mudar e produzir ações com intenções educacionais, buscando evidenciar que a qualidade da comunicação com os estudantes interfere diretamente no processo de aprendizagem da Matemática. Para isso, a obra evidencia a comunicação e a cooperação e destaca a importância do diálogo em sala de aula.

BLOOM, Benjamin S.; HASTINGS, J. Thomas; MADAUS, George F. *Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar*. São Paulo: Pioneira, 1971.

Nessa obra, são apresentados ao professor modos eficientes de avaliar o aprendizado e o que melhorar nesse processo, considerando as diversas opções de avaliação propostas no livro, pensadas com base nos diferentes contextos educacionais em que acontece a prática de avaliação, a fim de ajudar o professor a definir os objetivos da avaliação e o seu planejamento.

BURIASCO, Regina L. C. de; CYRINO, Márcia C. de C. T.; SOARES, Maria T. C. Um estudo sobre a construção de um manual para correção das provas com questões abertas de matemática – AVA2002. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. *Anais*... Recife: UFPE, 2004. p. 2.

Nesse artigo, as autoras apresentam um mapeamento da avaliação escolar desde o tempo do Brasil Império aos dias atuais e explicam como ela foi sendo modificada ao longo de todo esse tempo.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. *Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro*: efetividade ou ideologia. 6. ed. São Paulo: Loyola, 2011.

Esse livro é um referencial teórico que trata a respeito de integração e interdisciplinaridade, abordando conceitos, valores, aplicabilidades e obstáculos sobre a sua efetivação no ensino. Assim, a autora demonstra o estudo da realidade com base na legislação brasileira da educação.

FOFONCA, Eduardo. *A cultura digital e seus multiletramentos*: repercussões na educação contemporânea. Curitiba: Appris, 2019.

O autor considera que a sala de aula se relaciona estreitamente com as tecnologias digitais. Nesse sentido, ele escreve as concepções de multiletramentos por meio do uso das novas tecnologias e do trabalho com a cultura digital na educação, além de ampliar o desenvolvimento de práticas pedagógicas de modo interdisciplinar.

GONÇALVES, Mariza Lima. *Iniciação às práticas científicas*. São Paulo: Paulus, 2015. (Coleção Cadernos de Comunicação).

A autora demonstra nessa coleção os devidos procedimentos do ato de planejar e organizar, como também os desafios, as técnicas e os modos de apresentação de uma pesquisa ou de um trabalho escolar. Além disso, ela enfatiza a importância desses tipos de trabalho para o desenvolvimento e o conhecimento do estudante.

KOCH, Ingedore G. Villaça. *Argumentação e linguagem*. 12. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

A análise da autora nesse livro é voltada para o ato de argumentar em formato de discurso. Assim, ela apresenta em sua obra textos, ilustrações e esquemas que permitem ao leitor refletir a respeito da noção da argumentação oral e escrita.

MONTES, Marta T. do Amaral. *Aprendizagem colaborativa e docência* online. Curitiba: Appris, 2016.

O livro trata das mudanças na vida diária devido ao envolvimento com a internet. O ensinar e o aprender sofreram grande impacto depois da criação dessa tecnologia e, por esse motivo, o livro discursa sobre a prática pedagógica, uma vez que estudantes e professores precisam se adequar às novidades e às mudanças nos novos tempos.

PASQUAL JÚNIOR, Paulo Antonio. *Pensamento computacional e tecnologias*: reflexões sobre a educação no século XXI. Caxias do Sul: Educs, 2020.

O livro articula a educação com o contexto da cultura digital, trazendo conceitos e reflexões sobre o pensamento computacional e a proposta de abordá-lo no âmbito educacional, considerando desenvolver a aprendizagem por meio de recursos tecnológicos e digitais.

SOARES, Cristine. *Metodologias ativas*: uma nova experiência de aprendizagem. São Paulo: Cortez, 2021.

Esse livro tem o intuito de auxiliar professores a dar novo significado às suas práticas pedagógicas, revendo e repensando as maneiras de trabalhar em sala de aula ou em outros espaços, a fim de proporcionar aos estudantes a construção do conhecimento de maneira significativa.

SuperAÇÃO! MATEMÁTICA 9º ANO

Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável: Lilian Aparecida Teixeira
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).
Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).
Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Elaboração dos originais:

Lilian Aparecida Teixeira
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP-PR).

Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES-SP).

Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaboradora e editora de livros didáticos para o ensino básico.

André Luiz Steigenberger
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede pública de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Jackson da Silva Ribeiro
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Informática na Educação pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Octavio Bertochi Neto
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Neurociência pela Faculdade Campos Elíseos (FCE-PR).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede particular de ensino.

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Tadasi Matsubara Júnior
Licenciado e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Álisson Henrique dos Santos
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Elaborador e editor de livros didáticos para o ensino básico.

Projeto e produção editorial: Scriba Soluções Editoriais
Edição: Lilian Aparecida Teixeira, Lucília Franco Lemos dos Santos, Denise Maria Capozzi
Assistência editorial: Eduardo Belinelli
Revisão técnica: Tânia Camila Kochmanscky Goulart
Coordenação de preparação de texto e revisão: Moisés M. da Silva
Supervisão de produção: Priscilla de Freitas Cornelsen
Assistência de produção: Lorena França Fernandes Pelisson
Projeto gráfico: Laís Garbelini
Coordenação de arte: Tamires R. Azevedo
Coordenação de diagramação: Adenilda Alves de França Pucca (Nil)
Diagramação: Ana Rosa Cordeiro de Oliveira, Carlos Cesar Ferreira, Fernanda Miyabe Lantmann, Leda Cristina Teodorico, Avits Estúdio Gráfico Ltda.
Pesquisa iconográfica: Vinicius Guerra Pereira Meira
Autorização de recursos: Marissol Martins
Tratamento de imagens: Janaina Oliveira e Jéssica Sinnema

Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Capa: Mariza de Souza Porto, Tatiane Porusselli, Daniela Cunha e Apis Design
Foto: Jovem concentrada jogando xadrez. © Westend61/Getty images
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

SuperAÇÃO! matemática : 9º ano / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Lilian Aparecida Teixeira. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13638-3

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Teixeira, Lilian Aparecida.

22-112158 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

Apresentação

Este livro de Matemática foi idealizado pensando em você. Com ele, você vai fazer várias descobertas e vai ter a oportunidade de aprender, trocar ideias, refletir sobre suas opiniões e expressá-las. Também vai entrar em contato com um universo de informações interessantes que vão auxiliá-lo na busca de novos conhecimentos.

Com este livro, você será levado a perceber a presença da Matemática no dia a dia, a utilizar seus conhecimentos na resolução de diversas situações-problema e a analisar e interpretar criticamente as informações apresentadas nos diversos meios de comunicação, tornando o aprendizado mais significativo.

Diante de tudo isso, você vai entender que o conhecimento é fundamental para que possamos transformar o mundo em um lugar melhor para viver.

Bom ano de estudo!

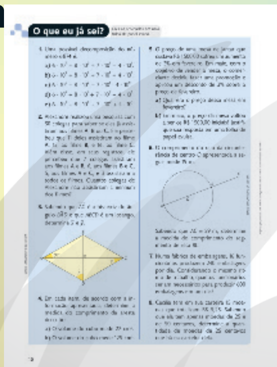
Conheça seu livro

Esta coleção aborda assuntos interessantes e atuais, que o auxiliarão a desenvolver autonomia, criticidade e outras habilidades e competências importantes para a sua aprendizagem. Confira a seguir como seu livro está organizado.

1. O que eu já sei?

Nessa seção, presente no início de cada volume, você tem a oportunidade de refletir sobre o que já sabe a respeito dos principais assuntos que estudará no volume em questão.

1.



2. Abertura da unidade

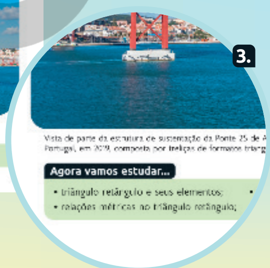
Essa página marca o início de cada unidade. Ela apresenta uma imagem instigante que se relaciona aos assuntos da unidade.

2.

3. Agora vamos estudar

Esse boxe apresenta os principais assuntos que você estudará em cada unidade.

3.

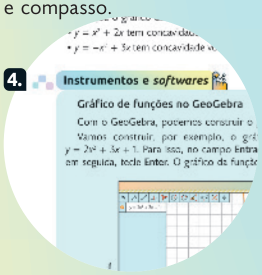


• Na **Apresentação**, é estabelecida uma conversa inicial com os estudantes, com o intuito de levá-los a entender a importância de estudar os conteúdos deste livro, bem como informá-los de que, por meio do trabalho com esses conteúdos, vão perceber a presença da Matemática no dia a dia e utilizar seus conhecimentos para resolver situações-problema.

• No **Conheça seu livro**, os estudantes têm informações detalhadas e organizadas sobre a estrutura da coleção, além de explicações a respeito do que é apresentado em cada boxe ou seção e o que os ícones indicam.

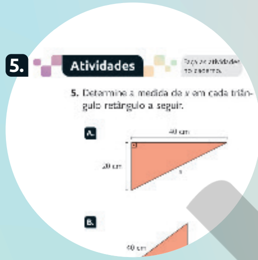
4. Instrumentos e *softwares*

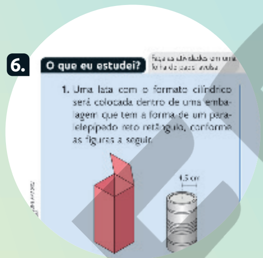
Essa seção apresenta explicações para o uso da calculadora comum e científica, de *softwares* livres (Geogebra e Calc) e além de instrumentos como régua, esquadro e compasso.



5. Atividades

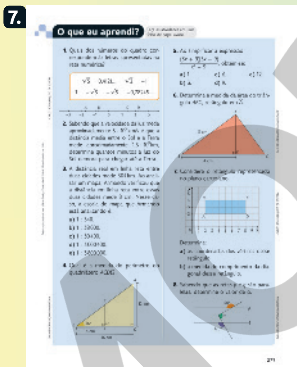
Essa seção contém atividades que vão auxiliá-lo a refletir sobre os assuntos estudados, a organizar os conhecimentos e a conectar ideias.





6. O que eu estudei?

Nessa seção, você pode avaliar sua aprendizagem por meio de atividades que o farão refletir sobre o que você estudou na unidade.



7. O que eu aprendi?

Nessa seção, presente ao final de cada volume, você pode verificar o que aprendeu sobre os principais assuntos estudados no volume.

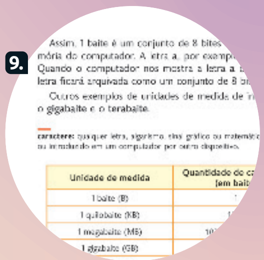
8. Projeto em ação

Nessa seção, você vai se engajar no desenvolvimento de um projeto que envolve os colegas, a comunidade escolar e a externa. As atividades que fazem parte desse projeto permitem que você e seus colegas atuem de forma ativa na resolução de problemas locais ou na reflexão de questões mais amplas, que influenciam a vida de muitas pessoas. Então, mãos à obra!

9. Vocabulário

Os significados de algumas palavras que talvez você não conheça serão apresentados na página para que você se familiarize com elas. Essas palavras estão destacadas nos textos.

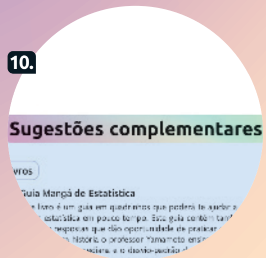
9.



10. Sugestões complementares

Essa seção apresenta sugestões de livros, filmes, *sites*, vídeos e *podcasts*. Aproveite essas dicas para aprender um pouco mais o conteúdo estudado.

10.



11. Respostas

Essa seção apresenta respostas das atividades organizadas por unidade.

11.

12. Referências bibliográficas comentadas

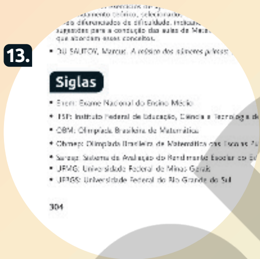
Essa seção apresenta, ao final de cada volume, as referências bibliográficas que foram usadas na elaboração do livro, com um breve comentário sobre cada uma delas.

12.

13. Siglas

Essa seção contém o significado das siglas apresentadas ao longo do volume.

13.



Ícones e boxes

Desafio
Indica que a atividade tem caráter desafiador, favorecendo o desenvolvimento de estratégias próprias de resolução.

Instrumentos e *softwares*
Indica que, para resolver a atividade, você precisará de alguns dos recursos mencionados na seção **Instrumentos e *softwares***. Consulte essa seção para obter ajuda.

Atividade oral
Atividades e questões que devem ser respondidas oralmente.

Atenção!
Boxe que apresenta informações complementares para auxiliar na compreensão dos conteúdos e na resolução de algumas atividades.

• O sumário deste volume foi elaborado buscando refletir claramente a organização dos conteúdos e das atividades propostas, além de permitir a localização mais ágil das informações. Para isso, são apresentados títulos, subtítulos, seções e respectivos números de página, sempre de maneira hierarquizada.

Sumário

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes reconhecem a decomposição de um número natural escrito em potências de base 10.

Como proceder

- Se tiverem dificuldade, escreva na lousa alguns exemplos parecidos com os apresentados e faça a decomposição.

2. Objetivo

- Constatar os conhecimentos prévios dos estudantes a partir de uma situação-problema envolvendo conjuntos.

Como proceder

- Proponha que utilizem o diagrama de Venn para representar a quantidade de pessoas que assistiram a cada um dos filmes, iniciando pela interseção dos três conjuntos.

3. Objetivo

- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes em atividades envolvendo os elementos do losango.

Como proceder

- Confira se lembram do conceito de bissetriz de um ângulo e comente que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes determinam corretamente a medida do comprimento da aresta de um cubo, dada a medida de seu volume.

Como proceder

- Escreva na lousa a fórmula do cálculo da medida do volume do cubo. Em caso de dificuldade, resolva com os estudantes o item **a**.

5. Objetivo

- Diagnosticar o conhecimento prévio dos estudantes por meio da resolução de uma situação-problema envolvendo porcentagem.

Como proceder

- Caso apresentem dificuldade, leve-os a perceber que $3\% = \frac{3}{100} = 0{,}03$.

6. Objetivo

- Constatar se os estudantes relacionam as medidas de comprimento do raio e do diâmetro de uma circunferência.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, explique que $\overline{AO}$ é um raio da circunferência, e $\overline{AB}$, um diâmetro.

O que eu já sei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Uma possível decomposição do número 6874 é: 1. Resposta: Alternativa **b**.

a) $6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^1$.

b) $6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$.

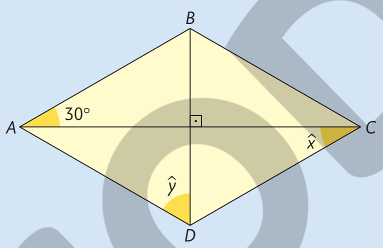
c) $6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 \cdot 4 \cdot 10^0$.

d) $6 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^3$.

e) $6 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1$.

2. Alexandre realizou uma pesquisa com 30 colegas para saber se eles já assistiram aos filmes **A**, **B** ou **C**. Ele percebeu que 11 deles assistiram ao filme **A**, 15, ao filme **B**, e 16, ao filme **C**. Além disso, em seus registros, ele percebeu que 7 colegas assistiram aos filmes **A** e **B**, 6, aos filmes **B** e **C**, 5, aos filmes **A** e **C**, e 3 assistiram a todos os filmes. Quantos colegas de Alexandre não assistiriam a nenhum dos filmes? 2. Resposta: 3 colegas.

3. Sabendo que $\overrightarrow{AC}$ é a bissetriz do ângulo $B\hat{A}D$ e que $ABCD$ é um losango, determine $\hat{x}$ e $\hat{y}$.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

3. Resposta: $\hat{x} = 30°$ e $\hat{y} = 60°$.

4. Em cada item, de acordo com a informação apresentada, determine a medida do comprimento da aresta do cubo. 4. Respostas: a) 3 cm; b) 5 cm.

a) O volume do cubo mede 27 cm³.

b) O volume do cubo mede 125 cm³.

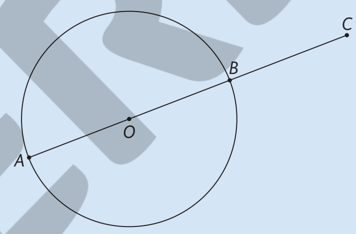
5. Respostas: a) R$ 1545,00; b) Não, pois, ao aplicar o desconto de 3% no preço de fevereiro, a mesa passou a custar R$ 1498,65.

5. O preço de uma mesa de jantar que custava R$ 1500,00 sofreu um aumento de 3% em fevereiro. Em maio, com o objetivo de vender a mesa, o comerciante decidiu fazer uma promoção e aplicou um desconto de 3% sobre o preço de fevereiro.

a) Qual era o preço dessa mesa em fevereiro?

b) Em maio, o preço da mesa voltou a ser os R$ 1500,00 iniciais? Justifique sua resposta em uma folha de papel avulsa.

6. O comprimento do raio da circunferência de centro O apresentada a seguir mede 19 m.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que $AC = 59$ m, determine a medida do comprimento do segmento de reta BC. 6. Resposta: 21 m.

7. Numa fábrica de embalagens, 16 funcionários produzem 240 embalagens por dia. Considerando o mesmo ritmo de trabalho, quantos funcionários seriam necessários para produzir 600 embalagens em um dia?
7. Resposta: 40 funcionários.

8. Cecília tem em sua carteira 15 moedas que totalizam R$ 5,25. Sabendo que ela tem apenas moedas de 25 e de 50 centavos, determine a quantidade de moedas de 25 centavos que há na carteira dela.

8. Resposta: 9 moedas de 25 centavos.

7. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem um problema envolvendo regra de três.

Como proceder

- Caso apresentem dificuldades, oriente-os a construir um quadro, indicando as grandezas envolvidas, e aplicar uma regra de três simples.

8. Objetivo

- Conferir se os estudantes resolvem um problema envolvendo sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.

Como proceder

- Se necessário, oriente-os na escrita de uma equação que represente o total de moedas e outra, a quantia total, em reais, que há na carteira de Cecília.

10. Resposta: Transformação de rotação de 90° no sentido anti-horário em relação ao ponto *P*.

9. Analise as notas obtidas pelos estudantes do 9º ano em uma prova de Matemática.

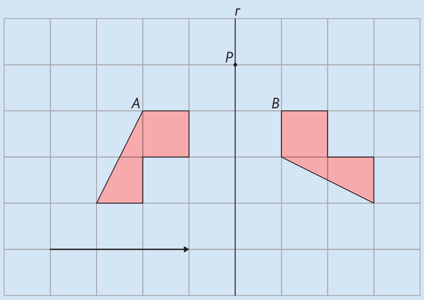
9. Respostas: a) A média é 74,5, a moda é 35 e a mediana é 79; b) Resposta pessoal.

96	59	82	71	35	83	68	87
64	87	65	62	95	59	97	62
92	35	94	85	86	67	84	73
85	82	58	61	81	88	98	63
57	69	77	90	63	97	35	88

a) Determine a média, a moda e a mediana desse conjunto de dados.

b) Em sua opinião, qual das medidas de tendência central representa melhor esse conjunto de dados?

10. Rodolfo construiu duas figuras: **A** e **B**. Para construir a figura **B**, ele aplicou uma única transformação sobre a figura **A**.



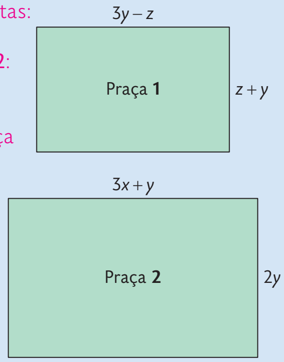
Qual transformação Rodolfo aplicou na figura **A** para obter a figura **B**?

11. Em uma sorveteria, há 6 tipos de casquinha, 15 sabores de sorvete e 12 tipos de cobertura. Sabendo que uma pessoa deve escolher uma de cada opção oferecida, quantas possibilidades de tomar sorvete há ao todo nessa sorveteria?

11. Resposta: 1080 possibilidades.

12. As imagens a seguir representam duas praças retangulares de certa cidade.

12. Respostas: a) Praça **1**: $8y$; Praça **2**: $6x + 6y$; b) Praça **1**: 56 m; Praça **2**: 72 m.



a) Escreva uma expressão algébrica que represente a medida do perímetro de cada uma das praças.

b) A prefeitura da cidade decidiu cercar essas praças. Se $x = 5$ m e $y = 7$ m, quantos metros de cerca serão necessários?

13. Considere a sequência a seguir.

$$(-2, 2, 6, 10, 14, 18, \ldots)$$

Determine:

a) a lei de formação dessa sequência.

b) o vigésimo termo dessa sequência.

14. Roberto é entregador. Seu salário é constituído por um valor fixo de R$ 1300,00 mais R$ 2,50 por quilômetro rodado.

a) Em uma folha de papel avulsa, escreva uma equação que possibilite determinar o salário y de Roberto em função da quantidade x de quilômetros rodados por ele em um mês.

b) Represente em um plano cartesiano a equação escrita por você no item **a**.

13. a) Sugestão de resposta: $a_n = 4n - 6$, com $n > 0$; b) Resposta: 74.

14. Respostas: a) $y = 1300 + 2{,}5x$; b) Resposta na seção **Resoluções**.

9. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam corretamente as medidas de tendência central de um conjunto de dados.

Como proceder

• Confira se os estudantes têm dificuldade durante a resolução da atividade. Oriente-os a identificar a quantidade de notas da prova e a listar cada uma delas de maneira ordenada.

10. Objetivo

• Conferir se os estudantes identificam a transformação geométrica aplicada na construção de uma figura.

Como proceder

• Se julgar oportuno, possibilite que os estudantes resolvam esta atividade utilizando o GeoGebra.

11. Objetivo

• Avaliar o conhecimento dos estudantes a respeito de cálculo de possibilidades.

Como proceder

• Caso os estudantes apresentem dificuldades, reúna-os em grupos para compartilharem ideias e estratégias, antes de efetuarem os cálculos. Evidencie a quantidade de possibilidades em cada tomada de decisão.

12. Objetivo

• Avaliar como os estudantes simplificam expressões algébricas.

• Constatar se os estudantes calculam corretamente o valor numérico de uma expressão algébrica.

Como proceder

• Para resolver a atividade, os estudantes devem saber como calcular a medida do perímetro de um polígono. Se julgar necessário, comente que, em uma expressão algébrica, os termos semelhantes podem ser adicionados.

13. Objetivo

• Avaliar se os estudantes determinam a lei de formação de uma sequência numérica e calculam um de seus termos.

Como proceder

• Confira se os estudantes apresentam dificuldades no item **a**. Se necessário, peça a eles que analisem como obter o termo seguinte a partir do anterior.

14. Objetivo

• Verificar se os estudantes representam uma situação-problema inicialmente expressa em linguagem materna por meio de uma equação de duas variáveis.

Como proceder

• Verifique se os estudantes compreenderam que o salário de Roberto é composto de uma parte fixa mais uma parte variável. Antes de escreverem a equação, sugira que calculem o valor numérico do salário para 10 km rodados e para 50 km rodados, por exemplo.

15. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam a medida da área de figuras planas.

Como proceder

• Se os estudantes apresentarem dificuldades, peça a eles que identifiquem as figuras geométricas indicadas em cada item e, com a ajuda deles, escreva na lousa as fórmulas do cálculo da medida da área de cada uma delas.

16. Objetivo

• Avaliar o conhecimento dos estudantes a respeito do cálculo de probabilidades.

Como proceder

• Confira se os estudantes reconhecem e determinam, em cada item, o número de possibilidades para o espaço amostral e para os casos favoráveis. Se necessário, comente que a probabilidade de ocorrência de um evento é dada pela razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis.

17. Objetivo

• Acompanhar o conhecimento dos estudantes em atividades envolvendo conversão de unidades de medida de volume.

Como proceder

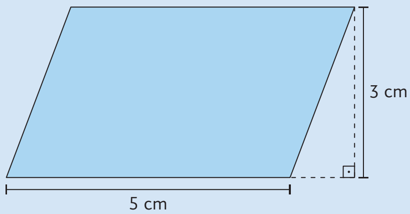
• Se os estudantes apresentarem dificuldades, escreva na lousa as seguintes relações: $1\,L = 1\,dm^3$ e $1\,m = 10\,dm$. Em seguida, mostre que $1\,m^3 = 1000\,dm^3$, com ajuda deles. Uma maneira de concluir essa igualdade está apresentada a seguir.

$$1\,m = 10\,dm$$
$$(1\,m)^3 = (10\,dm)^3$$
$$1\,m^3 = 10^3\,dm^3 = 1000\,dm^3$$

15. Calcule a medida da área das figuras geométricas planas.

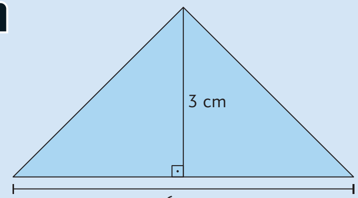
15. Respostas: A. 15 cm²; B. 9 cm²; C. 14 cm²; D. 7,5 cm².

A.



Paralelogramo.

B.



Triângulo.

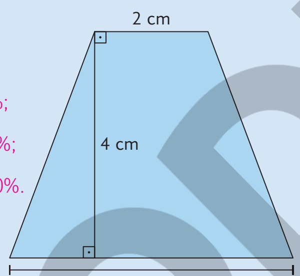
C.

16. Respostas:

a) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 50\%$;

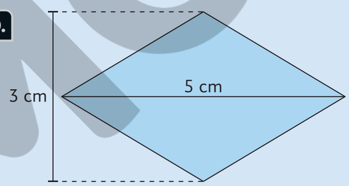
b) $\frac{8}{12} = \frac{2}{3} \simeq 66\%$;

c) $\frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 70\%$.



Trapézio.

D.



Losango.

16. *Role-Playing Game* (RPG) de mesa é um jogo que se parece muito com jogos de tabuleiro, mas nele você interpreta e descreve as ações de seus personagens durante uma narrativa. Para adicionar aleatoriedades nas decisões dos jogadores, usam-se dados de diversas faces, como os apresentados a seguir.

Dados utilizados para jogar RPG de mesa.

Determine a probabilidade de:

a) sortear um número par utilizando um dado de 8 faces numeradas de 1 a 8.

b) sortear um número maior ou igual a 5 utilizando um dado de 12 faces, numeradas de 1 a 12.

c) sortear um número menor do que 15 utilizando um dado de 20 faces, numeradas de 1 a 20

17. Analise as afirmações a seguir e determine quais são verdadeiras e quais são falsas, reescrevendo as afirmações falsas em uma folha de papel avulsa de modo a corrigi-las.

a) 1 L equivale a 1 dm³.

b) 100 dm³ equivale a 1000 L.

c) 1 m³ equivale a 1000 L.

d) 100 000 L equivale a 10 m³.

17. Resposta: Verdadeiras: **a** e **c**, falsas: **b** e **d**; Sugestão de correção: b) 1000 dm³ equivale a 1000 L; d) 100 000 L equivale a 100 m³.

UNIDADE

1 Os números reais


IRYNA INSHYNA/SHUTTERSTOCK

Enfermeira medindo a massa de um bebê recém-nascido.

Agora vamos estudar...

- o conjunto dos números irracionais;
- alguns números irracionais;
- a representação geométrica de um número irracional;
- o conjunto dos números reais.

- A abertura da unidade apresenta a foto de uma enfermeira medindo a massa de um bebê recém-nascido, procedimento pelo qual espera-se que toda criança seja submetida após seu nascimento.

A ideia central é abordar uma situação cotidiana em que são usados números reais não inteiros. Questione os estudantes acerca do número apresentado no visor da balança. Pergunte: “Esse número é natural?”; “É inteiro?”; “É racional?”; “Pode ser escrito na forma de fração?”. Esses e outros questionamentos podem auxiliar no desenvolvimento de um diálogo a respeito da relação entre a foto apresentada e o conteúdo estudado nesta unidade.

Metodologias ativas

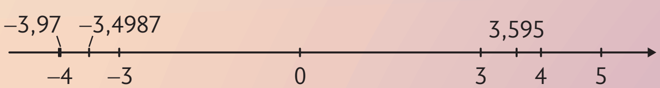
Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas** nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, desenhe na lousa uma reta numérica e indique os pontos -4, -3, 0, 3 e 4. Em seguida, registre em um quadro os números $-3{,}97$, $-3{,}4987$ e $3{,}595$. Por fim, solicite aos estudantes que estimem a localização desses números na reta numérica.

Resolução e comentários

O número $-3{,}97$ está entre -4 e -3, porém mais próximo de -4. Já o número $-3{,}4987$ está entre $-3{,}5$ (equidistante de -4 e -3) e -3, porém mais próximo de $-3{,}5$. Finalmente, o número $3{,}595$ está entre 3,5 (equidistante de 3 e 4) e 4, porém mais próximo de 3,5. Diante dessas informações, obtemos:



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Reconhecer números irracionais.
- Representar números irracionais na reta numérica.
- Compreender que o conjunto dos números reais é formado pela reunião dos números racionais e dos irracionais.
- Associar números reais a letras indicadas na reta numérica.
- Identificar e localizar números reais na reta numérica.
- Estimar a localização de um número real na reta numérica.

Justificativas

Os conteúdos desta unidade são relevantes, pois ampliam o estudo dos campos numéricos. Nela, abordam-se situações que ilustram a existência de segmentos de reta cuja medida de comprimento não pode ser expressa por um número racional, uma vez fixada uma unidade de medida.

Além disso, os números aqui tratados são usados em fórmulas para o cálculo da medida de perímetros, áreas e volumes, bem como em soluções de equações, conteúdos estudados ao longo deste volume.

- Os conteúdos e as atividades propostos nesta unidade desenvolvem as habilidades **EF09MA01** e **EF09MA02**.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a números irracionais. Permita a eles explicar com as próprias palavras e conversar entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Para resolver a questão **1**, forme pequenos grupos e auxilie na pesquisa indicando ***sites*** confiáveis ou livros da biblioteca. Na sequência, oriente-os a organizar informações a fim de que possam socializá-las com os colegas. O desenvolvimento de pesquisas em grupos favorece a comunicação e a argumentação de ideias relevantes, a interação entre pares de modo cooperativo e a empatia, contemplando, assim, as **Competências gerais 7** e **9** e as **Competências específicas de Matemática 4** e **8**.

Números irracionais

No ano anterior, estudamos o conjunto dos números racionais. Vimos que a representação decimal de um número racional pode ser finita ou infinita e que, no segundo caso, a representação se dá por meio de dízimas periódicas.

Porém, existem números que têm representações decimais infinitas e não periódicas, os quais são chamados **números irracionais**.

Analise alguns exemplos.

- 0,01001000100001...
- −0,790569415...
- 1,2112111211112...

Os números irracionais não podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$.

Questão 1. Realize uma pesquisa a respeito do surgimento dos números irracionais. Em seguida, apresente as informações que julgar interessante para a turma. Questão 1. Resposta pessoal.

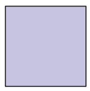
Atenção!

A pesquisa proposta na questão **1** pode ser feita em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

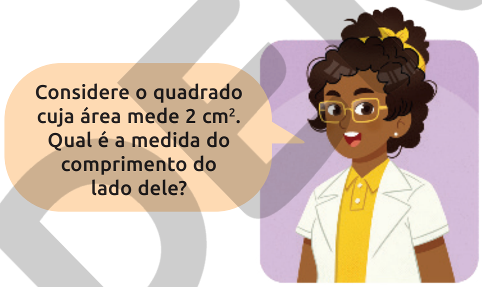
O número irracional $\sqrt{2}$

Acompanhe o que a professora de Fábio está dizendo.

SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA



Quadrado cuja área mede 2 cm².



GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Para responder a essa pergunta, precisamos determinar um número que elevado ao quadrado resulte em 2. Nesse caso, segue que, em centímetros, a medida do comprimento do lado desse quadrado é expressa pelo número "raiz quadrada de 2", que é denotado por $\sqrt{2}$.

$$\boxed{\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots}$$

O número irracional π

O número irracional π (lê-se: pi) é definido como o quociente entre a medida do comprimento da circunferência de um círculo e a medida do comprimento de seu diâmetro.

$$\boxed{\pi = 3{,}1415\ldots}$$

Representação geométrica

Agora, vamos representar o número irracional $\sqrt{2}$ na reta numérica. Para isso, executaremos as etapas apresentadas a seguir.

1ª. Construímos um quadrado cujo comprimento do lado mede 2 unidades (2 u).

2ª. Em seguida, realizamos a decomposição desse quadrado em 4 quadrados com o comprimento do lado medindo 1 u, conforme apresentado na imagem a seguir.

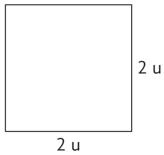


Imagem correspondente à etapa **1**.

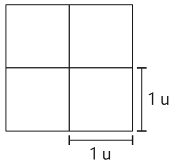
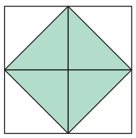


Imagem correspondente à etapa **2**.

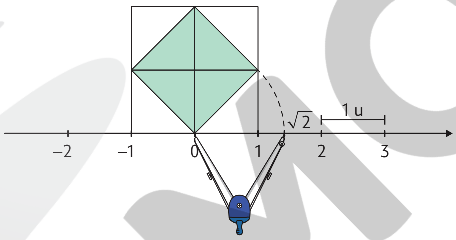
Cada um dos quadrados obtidos na 2ª etapa tem área medindo 1 unidade.

3ª. Traçamos as diagonais em cada um dos quadrados obtidos.



Cada um dos triângulos obtidos (destacados em verde) tem área medindo 0,5 unidade. Consequentemente, o quadrado em verde tem área medindo 2 unidades. Portanto, cada um de seus lados tem comprimento medindo $\sqrt{2}$ u.

4ª. Com o auxílio de um compasso, transportamos para a reta numérica a medida do comprimento do lado do quadrado em verde.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Questão 2. Junte-se a um colega e, de maneira semelhante à apresentada nesta página, representem na reta numérica o número irracional $\sqrt{8}$. Façam essa representação no caderno.

Questão 2. Resposta na seção **Resoluções**.

- A questão **2** pede aos estudantes que representem o número irracional $\sqrt{8}$ na reta numérica, conforme a habilidade **EF09MA02**. Se julgar necessário, por meio de questionamentos, leve os estudantes a realizar uma construção semelhante à apresentada na página, porém, iniciando-a com um quadrado cujo comprimento do lado mede 4 u.

Atividade a mais

Represente o número irracional $\sqrt{18}$ na reta numérica.

Resolução e comentários

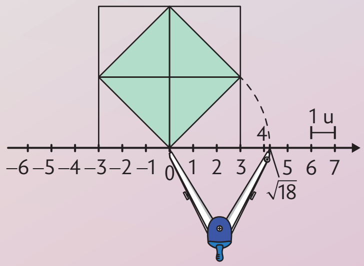
Para fazer essa representação, executaremos as seguintes etapas:

1ª) Construímos um quadrado cujo comprimento do lado mede 6 u.

2ª) Em seguida, fazemos a decomposição desse quadrado em 4 quadrados com o comprimento do lado medindo 3 u. Cada quadrado obtido tem área medindo 9 unidades.

3ª) Traçamos as diagonais em cada um dos quadrados obtidos. A área de cada triângulo destacado mede 4,5 unidades. Consequentemente, a área do quadrado obtido mede 18 unidades e cada um de seus lados mede $\sqrt{18}$ u de comprimento.

4ª) Com o auxílio de um compasso, transportamos para a reta numérica a medida do comprimento do lado do quadrado destacado.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes sobre números reais e representações de um número. Permita que expliquem usando as próprias palavras e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Aproveite a oportunidade para reforçar o fato de que um número irracional é um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, reforçando, assim, o reconhecimento solicitado na habilidade **EF09MA02**.

Sugestão de avaliação

Para avaliar o aprendizado dos estudantes sobre os conteúdos estudados nesta unidade, proponha a eles a atividade a seguir. Para tanto, reproduza-a na lousa e peça-lhes que a resolvam no caderno.

• Escreva em ordem decrescente os números reais indicados a seguir.

$\sqrt{7};\ 0;\ \frac{3}{7};\ -1{,}5;\ 2{,}\overline{9};\ -\sqrt{16};\ -\frac{10}{5};\ 7$

Resolução e comentários

Note que $\sqrt{7} = 2{,}6457...$; $\frac{3}{7} = 0{,}428571...$; $-\sqrt{16} = -4$ e $-\frac{10}{5} = -2$. Desse modo, temos:

$7;\ 2{,}\overline{9};\ \sqrt{7};\ \frac{3}{7};\ 0;\ -1{,}5;\ -\frac{10}{5};\ -\sqrt{16}$

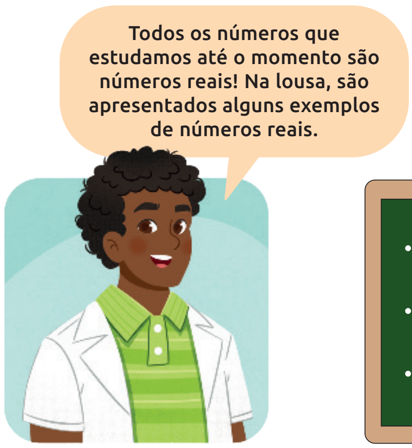
Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

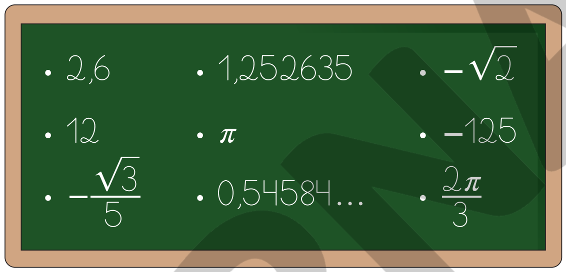
Números reais

Reunindo todos os números racionais e todos os números irracionais, obtém-se o **conjunto dos números reais**, denotado por $\mathbb{R}$.



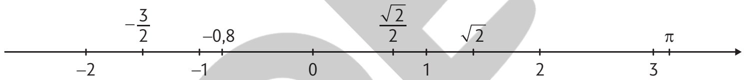
Atenção!

Um **conjunto** é um agrupamento qualquer de objetos distintos.



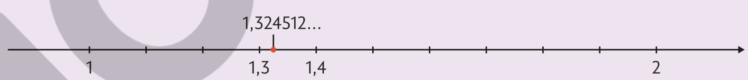
As operações com números reais satisfazem às mesmas propriedades referentes às operações com números racionais. Além disso, os procedimentos de comparação de números racionais se estendem aos números reais.

Podemos representar números reais em uma reta numérica. Analise alguns exemplos.



Podemos estimar a localização do número real 1,324512... na reta numérica.

O número 1,324512... está entre 1,3 e 1,4, porém mais próximo de 1,3. Nesse caso, na reta numérica, indicamos o ponto correspondente ao número 1,324512... entre 1,3 e 1,4, mais próximo de 1,3, conforme apresentado na imagem.



No tópico **O número irracional $\sqrt{2}$**, vimos que $\sqrt{2} = 1{,}4142...$. Agora, vamos ver uma maneira de obter essa representação decimal. Sabemos que $1 < 2 < 4$, então:

$$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2$$

Algo a mais

• No livro a seguir, a autora discorre a respeito de propostas do ensino de Matemática e da relação entre professor e estudante.

> SADOVSKY, Patricia. **O ensino de matemática hoje**: enfoques, sentidos e desafios. Tradução: Antonio de Padua Danesi. São Paulo: Ática, 2007. (Educação em Ação).

Utilizando o mesmo procedimento, obtemos:

$$1{,}4^2 = 1{,}96 < 2 < 2{,}25 = 1{,}5^2$$

Sendo assim, verificamos que:

$$\sqrt{1{,}96} < 2 < \sqrt{2{,}25} \Rightarrow 1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$$

Repetindo o procedimento, obtemos:

$$1{,}41^2 = 1{,}9881 < 2 < 2{,}0164 = 1{,}42^2$$

Logo:

$$\sqrt{1{,}9881} < 2 < \sqrt{2{,}0164} \Rightarrow 1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42.$$

Prosseguindo com esse procedimento, obtemos:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142...$$

Atenção!

Para determinar o intervalo utilizado, efetuamos:

- $1{,}1^2 = 1{,}21$;
- $1{,}2^2 = 1{,}44$;
- $1{,}3^2 = 1{,}69$;
- $1{,}4^2 = 1{,}96$;
- $1{,}5^2 = 2{,}25$.

Atenção!

Para determinar o intervalo utilizado, efetuamos:

- $1{,}41^2 = 1{,}9881$;
- $1{,}42^2 = 2{,}0164$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

2. Resposta: $\sqrt{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{5}}{3}$ e π.

1. Junte-se a um colega e escrevam quais procedimentos vocês utilizariam para representar o número $2\sqrt{2}$ na reta numérica. Em seguida, representem esse número na reta.

1. Resposta na seção **Resoluções**.

2. Entre os números apresentados a seguir, determine quais são irracionais.

5	$\sqrt{2}$	2,45	$-\frac{\pi}{2}$	$\sqrt{3}$	1045
$\frac{\sqrt{5}}{3}$	$5{,}\overline{2}$	π	12,4587	$0{,}12\overline{6}$	25

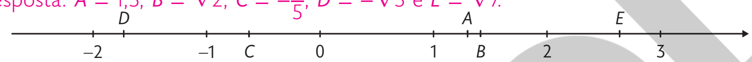
3. Em seu caderno, obtenha a representação decimal, com 4 casas, do número irracional $\sqrt{3}$.

3. Resposta na seção **Resoluções**.

4. Qual número é maior: $\sqrt{5}$ ou $\frac{7}{3}$? 4. Resposta: $\frac{7}{3}$.

5. As letras indicadas na reta numérica representam números reais.

5. Resposta: $A = 1{,}3$, $B = \sqrt{2}$, $C = -\frac{\pi}{5}$, $D = -\sqrt{3}$ e $E = \sqrt{7}$.



SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Os números correspondentes a cada uma dessas letras estão representados a seguir.

$\sqrt{7}$	$\sqrt{2}$	1,3	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\pi}{5}$

Em seu caderno, escreva a letra e o número correspondentes.

6. Copie a reta numérica apresentada em seu caderno.

SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Em seguida, **estime** a localização dos números a seguir nessa reta.

−1,529237...	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0,101001...	$-\frac{\sqrt{2}}{7}$	π

6. Resposta na seção **Resoluções**.

- Ao trabalhar com a atividade **1**, solicite aos estudantes que exponham suas estratégias para a turma. Caso apresentem dificuldades com questionamentos, leve-os a perceber que $2\sqrt{2}$ é o dobro de $\sqrt{2}$, cuja representação na reta foi apresentada nesta unidade.
- Aproveite o fato de a atividade **1** ser proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social, de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e as limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz, abordando, assim, aspectos da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**.
- Para obter melhor proveito da atividade **2**, proponha outros questionamentos, como: "Quais números pertencem ao conjunto dos números naturais, mas não pertencem ao conjunto dos números inteiros?"; "Quais deles são números racionais não inteiros?".
- Na atividade **4**, se julgar necessário, oriente os estudantes a obter a representação decimal dos números que serão comparados. Caso apresentem dificuldades, retome os procedimentos apresentados nas páginas **16** e **17**. Essa retomada também é válida para a atividade **3**.
- A atividade **3** proporciona o desenvolvimento do **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema utilizando os elementos obtidos nos processos anteriores. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.
- Caso os estudantes tenham dificuldade na atividade **5**, oriente-os a obter a representação decimal dos números irracionais apresentados. Se julgar conveniente, possibilite que utilizem uma calculadora no desenvolvimento da atividade.
- Caso julgue conveniente, proponha que os estudantes realizem a atividade **6** em duplas. Assim, eles podem compartilhar conhecimentos e experiências, favorecendo o desenvolvimento de estratégias pessoais de resolução. Após todos concluírem a atividade, peça-lhes que compartilhem suas estratégias com a turma.

Metodologias ativas

- Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam entre os números reais aqueles que são irracionais.

Como proceder

- Verifique se os estudantes compreendem que a raiz quadrada de um número quadrado perfeito é um número natural. Se necessário, faça-lhes questionamentos como: “Qual é o número que elevado ao quadrado resulta em 4?”; “Existe um número que elevado ao quadrado resulta em 21?”. Permita que compartilhem suas respostas e intervenha se necessário.

2. Objetivo

- Diagnosticar os conhecimentos dos estudantes envolvendo números reais.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade, forneça algumas dicas. No item **a**, por exemplo, oriente-os a efetuar a adição em questão. No item **b**, escreva na lousa a fórmula da medida da área de um quadrado. No item **d**, leve-os a perceber que 7 é um número primo.

3. Objetivo

- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes em atividades envolvendo comparação de números reais.

Como proceder

- Confira se os estudantes compreenderam como realizar as comparações. Ao constatar dificuldades, para cada item, construa com eles uma reta numérica e localize – ou estime a localização – dos números que serão comparados.

4 e 5. Objetivo

- Avaliar se os estudantes localizam ou estimam a localização de números reais na reta numérica.

Como proceder

- Caso os estudantes tenham dificuldades, oriente-os a escrever os números irracionais e os fracionários, presentes nas atividades, na forma decimal. Caso julgue conveniente, permita que usem uma calculadora.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

2. a) Resposta: Falsa. Uma sugestão de correção é: O número $2,\overline{21}$ adicionado ao número 5 resulta em um número racional.

1. Copie em um folha de papel avulsa apenas os números irracionais apresentados a seguir. 1. Resposta: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\sqrt{21}$.

5 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\sqrt{4}$ | $-5,222...$ | $-\frac{2}{3}$ | $5,\overline{72}$ | $\sqrt{16}$ | $\sqrt{21}$

2. Classifique as afirmações a seguir em verdadeira ou falsa. Em seguida, em uma folha de papel avulsa, reescreva as falsas corrigindo-as.

a) O número $2,\overline{21}$ adicionado ao número 5 resulta em um número irracional.

b) O comprimento do lado de um quadrado de área medindo 2 cm² mede $\sqrt{2}$ cm. 2. b) Resposta: Verdadeira.

c) Um número irracional é um número racional cuja representação decimal é infinita e não periódica.

d) A representação decimal do número racional $\sqrt{7}$ é 2,6457....

e) Os números $\sqrt{13}$; 2; 5,3458; $-7,\overline{12}$; e π são exemplos de números reais.

2. e) Resposta: Verdadeira.

3. Copie as sentenças em uma folha de papel avulsa, substituindo cada ■ pelo símbolo <, > ou =.

a) $\sqrt{2}$ ■ $\sqrt{4}$

b) $1,3\overline{2}$ ■ $1,32419...$

c) $-\pi$ ■ $-2\sqrt{2}$

d) $3\sqrt{2}$ ■ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

e) $-\sqrt{81}$ ■ $-10,\overline{5}$

f) $3\sqrt{3}$ ■ $\frac{12}{5}$

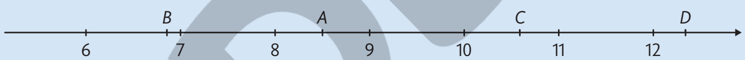
g) $0,1010010001...$ ■ $0,\overline{15}$

h) $\frac{\pi}{3}$ ■ 1

3. Respostas: a) $\sqrt{2} < \sqrt{4}$; b) $1,3\overline{2} < 1,32419...$; c) $-\pi < -2\sqrt{2}$; d) $3\sqrt{2} > \frac{\sqrt{7}}{2}$; e) $-\sqrt{81} > -10,\overline{5}$; f) $3\sqrt{3} > \frac{12}{5}$; g) $0,1010010001... < 0,\overline{15}$; h) $\frac{\pi}{3} > 1$.

4. Em cada item, determine, entre os números indicados, aqueles correspondentes às letras apresentadas nas retas numéricas.

a) $\frac{17}{2}$, $12,\overline{3}$, $\sqrt{47}$ e $\sqrt{112}$. 4. a) Resposta: $A = \frac{17}{2}$, $B = \sqrt{47}$, $C = \sqrt{112}$ e $D = 12,\overline{3}$.

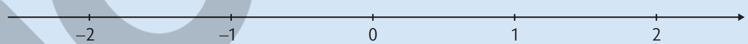


b) $-4,3$, $-0,8$, $\frac{-6,4231921...}{2}$ e $-2,892$.

2. c) Resposta: Falsa. Uma sugestão de correção é: Um número irracional é um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica.

4. b) Resposta: $I = -4,3$, $J = -0,8$, $K = -2,892$ e $L = \frac{-6,4231921...}{2}$.

5. Em uma folha de papel avulsa, copie a reta numérica apresentada.



Em seguida, **estime** a localização dos seguintes números nessa reta.

$\frac{2\pi}{3}$ | $-\sqrt{2}$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $\frac{\sqrt{7}}{2}$

5. Resposta na seção **Resoluções**.

6. Em uma folha de papel avulsa, desenhe uma reta numérica. Em seguida, represente, nela, o número irracional $2\sqrt{8}$. 6. Resposta na seção **Resoluções**.

2. d) Resposta: Falsa: Uma sugestão de correção é: A representação decimal do número irracional $\sqrt{7}$ é 2,6457....

6. Objetivo

- Representar um número irracional na reta numérica.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldades, com questionamentos, leve-os a perceber que $2\sqrt{8}$ é o dobro de $\sqrt{8}$, cuja representação na reta foi feita na questão **2** da página **15**.

UNIDADE

2 Potenciação e radiciação


DELFIM MARTINS/PULSAR IMAGENS

Vista aérea de terras agrícolas em Petrolina, Pernambuco, em 2022, distribuídas por áreas para diferentes plantios.

Agora vamos estudar...

- potenciação com expoentes naturais;
- potenciação com expoentes negativos;
- potenciação com expoentes fracionários;
- radiciação e cálculo de raízes;
- propriedades dos radicais;
- simplificação de raízes.

- A abertura da unidade apresenta uma vista aérea de regiões agrícolas situadas na cidade de Petrolina. Em algumas situações, é possível utilizar o conceito de potência para calcular a medida da área da região plantada, caso esta tenha formato de quadrado.

Converse com os estudantes sobre a produção agrícola dessa região, situada no sertão do estado de Pernambuco, mas que, por estar situada às margens do rio São Francisco, tornou-se referência nacional em produção de frutas, especialmente, uva e manga. Explique que, para otimizar a produção, a distribuição das plantas é feita de maneira uniforme. Se achar necessário, faça questionamentos aos estudantes como: “Você conhece a cidade de Petrolina, em Pernambuco?”; “Na sua cidade ou região, existe alguma produção agrícola?”; “Você conhece outra situação em que podemos utilizar a potenciação?”. Permita que compartilhem suas respostas, intervindo se for necessário.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, escreva na lousa as multiplicações:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \text{ e } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

Em seguida, peça aos estudantes que escrevam essas multiplicações usando potências.

Resolução e comentários

Na multiplicação $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$, temos 7 fatores iguais a 4. Nesse caso:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^7$$

Já na multiplicação $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$, temos 6 fatores iguais a $\frac{1}{2}$. Nesse caso:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

Também podemos representar essa multiplicação por 2^{-6}, pois:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6}$$

Se julgar conveniente, explore essa escrita com os estudantes.

Informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Relembrar propriedades das potências.
- Escrever números muito grandes e muito pequenos utilizando notação científica.
- Relembrar conceitos básicos de radiciação.
- Determinar a raiz enésima de um número real.
- Escrever potências com expoentes fracionários utilizando radicais.
- Resolver expressões numéricas utilizando propriedades das raízes.
- Reconhecer e utilizar as propriedades dos radicais.
- Efetuar adição e subtração de raízes utilizando as propriedades.
- Efetuar multiplicação e divisão de raízes utilizando as propriedades.
- Racionalizar o denominador de uma fração.

Justificativas

Os conteúdos desta unidade são relevantes para ampliar o conhecimento que os estudantes têm sobre raízes, abordando raiz com radicando positivo e índice qualquer, raiz com radicando negativo e índice ímpar, potências de expoentes fracionários, propriedades das raízes, simplificação de raízes, operações com raízes e racionalização.

Ao trabalhar os conteúdos envolvendo potências com expoentes fracionários, verifique se os estudantes já têm conhecimento de que potências com base positiva e expoente fracionário podem ser escritas na forma de raiz e vice-versa. No trabalho com as propriedades das raízes, busca-se preparar os estudantes para a compreensão dos tópicos posteriores, ao apresentar simplificação, operações com raízes e racionalização.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à potenciação. Permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Ou então relembre os casos estudados em anos anteriores. As abordagens dessas regras são ótimos exemplos para explorar um processo de indução. Apresente alguns exemplos na lousa, para que eles próprios cheguem à conclusão.
- Os conteúdos propostos nesta unidade e as atividades relacionadas ao assunto abordado desenvolvem as habilidades **EF09MA03** e **EF09MA04**.

Relembrando potenciação

A **potenciação** é uma operação utilizada para representar uma multiplicação de fatores iguais, na qual podemos identificar os seguintes elementos.

expoente: indica a quantidade de vezes que o fator se repete

potência → $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

base: fator que se repete

Lemos 4^3 das seguintes maneiras: quatro elevado ao cubo, quatro ao cubo ou quatro elevado à terceira potência.

Analise alguns exemplos de cálculos de potências.

- $5^4 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{\text{4 fatores iguais}} = 625$
- $0{,}2^2 = \underbrace{0{,}2 \cdot 0{,}2}_{\text{2 fatores iguais}} = 0{,}04$
- $(-3)^3 = \underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}_{\text{3 fatores iguais}} = -27$
- $(-5)^4 = \underbrace{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)}_{\text{4 fatores iguais}} = 625$
- $(-0{,}5)^5 = \underbrace{(-0{,}5) \cdot (-0{,}5) \cdot (-0{,}5) \cdot (-0{,}5) \cdot (-0{,}5)}_{\text{5 fatores iguais}} = -0{,}03125$

Denomina-se potência de base a e expoente n, em que n é um número natural maior do que 1, o número a^n (lê-se: a elevado a n), que corresponde ao produto de n fatores a, ou seja:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ fatores iguais}}$$

Caso $n = 0$ ou $n = 1$, definimos:

- $a^1 = a$, isto é, a elevado a 1 é igual a a, para qualquer que seja a. Acompanhe alguns exemplos.

  $25^1 = 25$ $\quad$ $5^1 = 5$ $\quad$ $(-3)^1 = -3$
- $a^0 = 1$, isto é, a elevado a 0 é igual a 1, para qualquer que seja a. Acompanhe alguns exemplos.

  $65^0 = 1$ $\quad$ $8^0 = 1$ $\quad$ $(-2)^0 = 1$

Potências com expoente negativo

Agora, estudaremos potências com expoente negativo.

Um número diferente de zero elevado a um **expoente negativo** é igual ao inverso desse número elevado ao oposto do expoente.

Assim, sendo *a* (base) um número diferente de zero e *n* (expoente) um número natural, temos:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ ou } a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Atenção!

Lembre-se de que o inverso de um número *a* diferente de zero é $\frac{1}{a}$.

Acompanhe alguns exemplos.

- $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$
- $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \frac{1}{(-64)} = -\frac{1}{64}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$

Propriedades das potências

Neste tópico, estudaremos algumas propriedades das potências decorrentes das definições apresentadas nesta unidade.

1ª propriedade

Um produto de potências de mesma base pode ser transformado em uma única potência mantendo a base e adicionando os expoentes.

De modo geral, sendo *m* e *n* números inteiros e *a* um número real, temos $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, com $a \neq 0$ se $m \leq 0$ ou $n \leq 0$.

Exemplos:

- $2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$
- $(-7)^2 \cdot (-7)^5 = (-7)^{2+5} = (-7)^7$

2ª propriedade

Um quociente de potências de mesma base pode ser transformado em uma única potência mantendo a base e subtraindo os expoentes.

De modo geral, sendo *m* e *n* números inteiros e $a \neq 0$, temos $a^m : a^n = a^{m-n}$.

Exemplos:

- $3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = 3^3$
- $\left(-6^7\right) : \left(-\ 6^5\right) = \left(-6\right)^{7-5} = \left(-6\right)^2$

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado às propriedades das potências. Permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Ao trabalhar com a atividade **1**, verifique se os estudantes compreenderam a definição de potência com expoente natural e de potência com expoente negativo. Caso julgue necessário, retome o trabalho com os tópicos correspondentes. Além disso, ressalte algumas potências, como aquelas de expoente zero e aquelas cuja base é 1.

3ª propriedade

A potência de um produto pode ser transformada em um produto de potências elevando cada número ao expoente nela indicado.

> De modo geral, sendo n um número inteiro e a e b números reais, temos $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, com $a \cdot b \neq 0$ se $n \leq 0$.

Exemplos:
- $(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3$
- $(-5 \cdot 3)^5 = (-5)^5 \cdot 3^5$
- $(4 \cdot 2)^{-2} = 4^{-2} \cdot 2^{-2}$

4ª propriedade

A potência de um quociente pode ser transformada em um quociente de potências elevando cada número ao expoente nela indicado.

> De modo geral, sendo n um número inteiro e a e b números reais, com $b \neq 0$, temos $(a : b)^n = a^n : b^n$, com $a \neq 0$ se $n \leq 0$.

Exemplos:
- $(6 : 7)^3 = \left(\frac{6}{7}\right)^3 = \frac{6^3}{7^3} = 6^3 : 7^3$
- $(15 : 4)^{-4} = \left(\frac{15}{4}\right)^{-4} = \frac{15^{-4}}{4^{-4}} = 15^{-4} : 4^{-4}$

5ª propriedade

A potência de uma potência pode ser transformada em uma única potência mantendo a base dela e multiplicando os seus expoentes.

> De modo geral, sendo m e n números inteiros e a um número real, temos $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$, com $a \neq 0$ se $m \leq 0$ ou $n \leq 0$.

Exemplos:
- $(3^5)^2 = 3^{5 \cdot 2} = 3^{10}$
- $\left[(-6)^4\right]^3 = (-6)^{4 \cdot 3} = (-6)^{12}$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Calcule as potências. 1. Respostas: a) 1; b) 151; c) 1; d) 0; e) 169; f) $\frac{1}{343}$; g) −64; h) $\frac{25}{4}$; i) $\frac{32}{243}$; j) 1.

a) 1^{63}
b) 151^1
c) 500^0
d) 0^9
e) 13^2
f) $(7)^{-3}$
g) $(-4)^3$
h) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$
i) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$
j) $\left(-\frac{10}{21}\right)^0$

2. A seguir, identifique quais potências são maiores do que 1.

2. Resposta: Alternativas **c** e **d**.

a) $(8)^{-5}$ **c)** $\left(\frac{2}{9}\right)^{-2}$ **e)** $\left(\frac{7}{3}\right)^{-4}$

b) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$ **d)** $\left(\frac{11}{15}\right)^{-1}$ **f)** $\left(\frac{15}{14}\right)^{-2}$

3. Usando as propriedades das potências, calcule.

a) $2^5 \cdot 2^3$ **d)** $(-3)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$ **g)** $(4^2)^3$

b) $(-8)^{21} \cdot (-8)^{-18}$ **e)** $(10)^{-2} : (10)^3$ **h)** $(2^{-3})^4$

c) $\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2$ **f)** $\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{6}{5}\right)^3$

3. Respostas: a) $2^8 = 256$; b) $(-8)^3 = -512$; c) $\left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$; d) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$; e) $10^{-5} = 0{,}00001$; f) $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$; g) $4^6 = 4\,096$; h) $2^{-12} = \frac{1}{4\,096}$.

4. Com o auxílio de uma calculadora, calcule:

a) o produto entre $(-3)^2$ e $(-3)^7$.

b) o quociente entre 11^{-8} e 11^{-5}.

c) o cubo da metade de 5.

d) a metade do cubo de 5.

e) a quarta potência do dobro de 5.

f) o quadrado do dobro de -8.

4. Respostas: a) $-19\,683$; b) Aproximadamente 0,00075; c) 15,625; d) 62,5; e) 10 000; f) 256.

5. Resolva as expressões em cada item.

a) $(2^2 \cdot 5^2) : 4^1$ **c)** $4^{-3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^5$ **e)** $\left(1 + \frac{4}{5}\right)^3 - \left(\frac{5}{3}\right)^{-4}$

b) $16^3 : (-8)^4 + 15^0 - (1)^{11}$ **d)** $\left(\frac{8}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{9}{4}\right)^3$

5. Respostas: a) 25; b) 1; c) $-\frac{1}{64}$; d) $\frac{369}{32}$; e) $\frac{3\,564}{625}$.

6. Em cada item, determine o valor de *x* para que a igualdade seja verdadeira.

a) $(-3)^x = -243$ **b)** $\left(\frac{11}{7}\right)^x = 1$ **c)** $x^{100} = 1$ **d)** $x^{-3} = -\frac{1}{27}$

6. Respostas: a) $x = 5$; b) $x = 0$; c) $x = 1$; d) $x = -3$.

7. Calcule.

a) 10^2 **b)** 10^5 **c)** 10^8 **d)** 10^7 **e)** 10^3 **f)** 10^0

7. Respostas: a) 100; b) 100 000; c) 100 000 000; d) 10 000 000; e) 1000; f) 1.

Atenção!

Em uma potência de base 10 com expoente inteiro positivo, a quantidade de zeros no resultado após o algarismo 1 é igual ao valor do expoente.

Em uma potência de base 10 com expoente inteiro negativo, a quantidade de algarismos à direita da vírgula é igual ao oposto do valor do expoente.

8. Anderson colocou uma dúzia de ovos em uma caixa pequena, inseriu uma dúzia dessas caixas pequenas em caixas maiores e, por fim, acomodou uma dúzia dessas caixas maiores em um caminhão para transporte. Quantos ovos esse caminhão transportou?

8. Resposta: 1728 ovos.

9. Entre as expressões a seguir, qual apresenta o maior valor? Justifique a resposta em seu caderno.

$\boxed{4^{20}}$ $\boxed{4^{18} + 4^{18} + 4^{18} + 4^{18}}$

9. Resposta: 4^{20}, pois $4^{20} > 4^1 \cdot 4^{18}$.

• A atividade **2** envolve o reconhecimento de frações impróprias (numerador maior que o denominador) como equivalentes a números maiores do que 1. Aproveite esta atividade para rever o significado de fração como quociente. Para isso, trabalhe na lousa com os estudantes a divisão do numerador pelo denominador das seguintes frações:

$\frac{12}{5} = 2{,}4$ (fração imprópria, quociente maior do que 1);

$\frac{3}{5} = 0{,}6$ (fração própria, quociente menor do que 1).

• Nas atividades **3** e **5**, os estudantes resolverão expressões que envolvem o cálculo de potências. Aproveite para rever com eles as regras referentes à ordem em que as operações devem ser resolvidas em uma expressão, conforme segue.

> Quanto às operações: resolver primeiro as potências; depois, as multiplicações ou divisões, na ordem em que aparecerem; por fim, as adições ou subtrações, na ordem em que aparecerem.

> Quanto aos sinais de associação: resolver primeiro as operações que estiverem dentro dos parênteses; depois, as operações que estiverem dentro dos colchetes; por fim, as operações que estiverem dentro das chaves.

• A atividade **4** explora a tradução de expressões em linguagem materna para a linguagem matemática, abordando, assim, aspectos da **Competência específica de Matemática 6**. Se julgar conveniente, proponha aos estudantes outros itens semelhantes aos apresentados.

• Ao trabalhar com o item **a** da atividade **6**, oriente os estudantes a fatorar o número 243 em fatores primos. Por meio dessa fatoração, é possível concluir que $-234 = (-3)^5$, sabendo que $243 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ e $243 = 3^5$. Já no item **d**, oriente-os a fatorar o denominador da fração (27) em fatores primos. No caso do item **b**, se necessário, retome as definições expostas no final da página **20**.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **6** e **9**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• A atividade **7** envolve cálculos de potência de base 10. Aproveite para ressaltar a multiplicação de números reais por 10, 100 e 1000.

• A atividade **8** requer que os estudantes interpretem uma situação cotidiana e utilizem a potenciação (ou a multiplicação de fatores iguais) para solucionar um problema. Se for necessário, proponha leitura e resolução conjuntas.

• Na atividade **9**, espera-se que os estudantes usem a noção de que a multiplicação é uma adição de parcelas iguais. Se julgar necessário, conclua com eles que:

$$4^{18} + 4^{18} + 4^{18} + 4^{18} = 4 \cdot 4^{18}$$

• As atividades desta página desenvolvem aspectos da habilidade **EF09MA04**, uma vez que os estudantes devem resolver problemas com números reais, em notação científica, envolvendo diferentes operações.

• Ao trabalhar a atividade **10**, solicite que os estudantes façam uma pesquisa sobre o uso em diferentes contextos, de medidas muito grandes ou muito pequenas, como as expostas na atividade. Depois, peça a eles que apresentem os resultados da pesquisa para a turma. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, a fim de interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes, é recomendação da **Competência específica de Matemática 4**.

• A atividade **11** explora a adição de números escritos em notação científica. Peça aos estudantes que analisem o exemplo e, depois, proponha uma roda de conversa para que exponham suas interpretações, oportunizando o desenvolvimento da **Competência geral 9**. Além disso, se julgar conveniente, apresente-lhes outros exemplos, como:

$$2{,}5 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^7;$$
$$1{,}28 \cdot 10^{-3} - 5{,}3 \cdot 10.$$

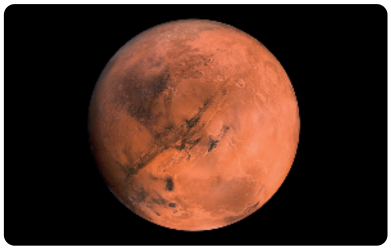
• A fim de complementar o trabalho com as atividades **10** e **11**, solicite aos estudantes que elaborem um problema envolvendo as informações da atividade **10** e os procedimentos de cálculo expostos na atividade **11**. Depois, oriente-os a trocar os problemas entre eles para que os resolvam. Ao final, eles devem verificar se o colega resolveu corretamente.

10. Respostas: a) $1{,}32 \cdot 10^9$; b) $1{,}496 \cdot 10^8$; c) $1 \cdot 10^{-6}$; d) $7 \cdot 10^{-3}$.

10. Leia as informações a seguir.

Imagem com elementos não proporcionais entre si.

A.



ALONES/SHUTTERSTOCK

A distância mínima aproximada entre a Terra e Marte mede 56 000 000 km.

B.

PICTURE GUY/SHUTTERSTOCK

A média da medida do diâmetro de uma teia de aranha é 0,00015 mm, e só conseguimos vê-la a olho nu devido à reflexão do Sol.

Para reduzir a quantidade de algarismos em números muito grandes, ou muito pequenos, podemos indicá-los usando a **notação científica**. Os números anteriores, por exemplo, podem ser representados da seguinte maneira.

Atenção!

Os números escritos em notação científica devem ter a forma $a \cdot 10^n$, sendo:
a: um número maior ou igual a 1 e menor do que 10.
n: um número inteiro.

A. $56\,000\,000 = 5{,}6 \cdot 10\,000\,000 = 5{,}6 \cdot 10^7$.

B. $0{,}00015 = 1{,}5 \cdot 0{,}0001 = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$.

Represente os números destacados nas informações a seguir em notação científica.

a) A medida do volume de água dos oceanos da Terra é de aproximadamente **1 320 000 000** km³.

b) A medida da distância média da Terra ao Sol é de **149 600 000** km.

c) Um quilograma equivale a **0,000001** mg.

d) As hemácias, cujo comprimento do diâmetro mede **0,007** mm, estão presentes no sangue humano.

11. Para adicionarmos ou subtrairmos números em notação científica, os expoentes da base 10 devem ser iguais. Se os expoentes forem diferentes, podemos reescrever um dos números fazendo a adaptação adequada. Em seguida, efetuamos a operação com os coeficientes e conservamos a base 10. Acompanhe um exemplo.

11. Respostas: a) $5{,}793 \cdot 10^6$; b) $3{,}9408 \cdot 10^{-5}$.

$$\begin{aligned} &3{,}4 \cdot 10^{-8} + 8{,}5 \cdot 10^{-7} = \\ &= 3{,}4 \cdot 10^{-8} + 85 \cdot 10^{-8} = \\ &= (3{,}4 + 85) \cdot 10^{-8} = \\ &= 88{,}4 \cdot 10^{-8} = \\ &= 8{,}84 \cdot 10^{-7} \end{aligned}$$

Usando esse procedimento, efetue os cálculos a seguir.

a) $7{,}93 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^6$

b) $3{,}99 \cdot 10^{-5} - 4{,}92 \cdot 10^{-7}$

Radiciação

Neste tópico, estudaremos algumas situações envolvendo a operação **radiciação**.

Considere a seguinte situação.

Pedro é marceneiro e vai fabricar uma mesa cuja superfície, de forma quadrada, terá 4900 cm^2 de medida de área. Para isso, é necessário que ele saiba a medida do comprimento do lado da superfície dessa mesa.

Extraindo a raiz quadrada de 4900, é possível obter essa medida.

$$\sqrt{4900} = 70, \text{ pois } 70 \cdot 70 = 70^2 = 4900$$

Logo, o comprimento do lado da superfície da mesa que Pedro vai fabricar medirá 70 cm.

A radiciação, operação usada para resolver a situação anterior, é a **operação inversa** da **potenciação**.

Em uma radiciação, temos os seguintes elementos:

$$\underbrace{\overset{\text{índice}}{\sqrt[2]{}}}_{}\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\underbrace{4900}_{\text{radicando}} = \overset{\text{raiz}}{70}$$

índice — 2; radical — $\sqrt{\ }$; raiz — 70; radicando — 4900

Atenção!

Usualmente, o índice 2 da raiz quadrada é omitido. Indicamos, por exemplo, $\sqrt[2]{4900}$ por $\sqrt{4900}$.

Agora, considere outra situação.

O cubo mágico representado ao lado tem a medida de volume igual a 125 cm^3. Para saber a medida das dimensões desse cubo, basta calcular a **raiz cúbica** de 125.

$$\sqrt[3]{125} = 5, \text{ pois } 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$$

Logo, as dimensões desse cubo medem 5 cm.


GD_PROJECT/SHUTTERSTOCK

Cubo mágico.

Questão 1. Realize uma pesquisa para descobrir o inventor do cubo mágico. Depois, registre os resultados obtidos no caderno.

Questão 1. Resposta: Espera-se que os estudantes concluam que o inventor do cubo mágico foi o húngaro Ernő Rubik e que o brinquedo também é chamado de Cubo de Rubik em homenagem a seu criador.

Atenção!

A pesquisa proposta na questão **1** pode ser feita em *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com as de outras fontes.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à radiciação. Permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a medida de comprimento do lado da superfície da mesa. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Se necessário, diga aos estudantes que calculamos apenas a raiz quadrada de números positivos.
- A questão **1** requer que os estudantes façam uma pesquisa, ação que permite o desenvolvimento da **Competência geral 5** e da **Competência específica de Matemática 5**. Além disso, ao valorizar o conhecimento historicamente construído por outras culturas, aborda-se a **Competência geral 1**. Se julgar conveniente, permita aos estudantes realizar a pesquisa em grupos.

• A questão **2** tem por objetivo verificar se os estudantes compreenderam a definição exposta nesta página. Se julgar conveniente, resolva com eles os itens propostos.

• A realização da questão **3** permite a valorização de conhecimentos historicamente construídos, exercita a curiosidade intelectual e promove a empatia e o trabalho em equipe, aspectos das **Competências gerais 1**, **2** e **9**. Aproveite que esta questão é proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying*** nas orientações gerais deste manual.

Raiz enésima

Para calcular a **raíz enésima** de um número real a (indicada por $\sqrt[n]{a}$), devemos considerar os seguintes casos.

Atenção!

enésimo: que ocupa a posição do número *n*; também pode ser escrito como n-ésimo.

a) n é um número natural par, diferente de zero.

- Para $a \geq 0$, a raiz enésima de a é um número real b não negativo, tal que $b^n = a$.
  Acompanhe alguns exemplos.

  > $\sqrt{81} = 9$, pois $9^2 = 81$.

  > $\sqrt[4]{256} = 4$ (lê-se: **raiz quarta** de 256 é igual a 4), pois $4^4 = 256$.

  > $\sqrt[6]{729} = 3$ (lê-se: **raiz sexta** de 729 é igual a 3), pois $3^6 = 729$.

- Para $a < 0$, a raiz enésima de a não é definida no conjunto dos números reais, pois não existe um número b tal que $b^n = a$.
  Exemplo: Não existe $\sqrt[2]{-36}$ no conjunto dos números reais, pois não existe um número real que, elevado ao quadrado, seja igual a -36.

b) n é um número natural ímpar, diferente de 1.

A raiz enésima de a é um número real b, tal que $b^n = a$.
Nesse caso, quando a é um número real positivo, b também é positivo, e quando a é negativo, b também é negativo.
Acompanhe alguns exemplos.

> $\sqrt[3]{64} = 4$, pois $4^3 = 64$.

> $\sqrt[5]{-243} = -3$ (lê-se: **raiz quinta** de -243 é igual a -3), pois $(-3)^5 = -243$.

> $\sqrt[7]{-128} = -2$ (lê-se: **raiz sétima** de -128 é igual a -2), pois $(-2)^7 = -128$.

Questão 2. Copie as sentenças a seguir em seu caderno, substituindo os ■ pelos números adequados.

a) A raiz sétima de ■ é 5, pois $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^7 =$ ■.

b) A raiz quarta de 81 é ■, pois ■ · ■ · ■ · ■ = ■^{4} = 81.

c) A raiz quinta de -32 é ■, pois ■ · ■ · ■ · ■ · ■ = ■^{5} = -32.

d) A raiz sexta de 64 é ■, pois ■ · ■ · ■ · ■ · ■ · ■ = ■^{6} = 64.

Questão 2. Respostas: a) ■ = 78 125; b) ■ = 3; c) ■ = −2; d) ■ = 2.

Questão 3. **Junte-se a um colega e realizem uma pesquisa sobre o surgimento do símbolo utilizado para indicar a radiciação. Depois, apresente seus resultados para os colegas e professor.** Questão 3. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam com suas pesquisas que esse símbolo é uma criação do alemão Christoff Rudolff, em seu livro *Die Coss*, de 1525.

Potências com expoente fracionário

Já estudamos em anos anteriores as potências com expoente fracionário e verificamos que elas podem ser escritas por meio de radicais, assim como radicais podem ser escritos na forma de potências. Analise alguns exemplos.

- $\sqrt[3]{3^2} = 3^{\frac{2}{3}}$
- $\sqrt[4]{5^3} = 5^{\frac{3}{4}}$
- $\sqrt[5]{6^3} = 6^{\frac{3}{5}}$

De modo geral, sendo a um número racional positivo, n e m números naturais, com $n > 1$ e $m > 0$, temos:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Atenção!
O índice do radical corresponde ao denominador do expoente da potência.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

12. Em cada item está indicada a medida da área de um quadrado. Efetue os cálculos e determine a medida do perímetro de cada quadrado.

a) 256 cm²
b) 361 cm²
c) 441 cm²
d) 576 cm²

12. Respostas: a) 64 cm; b) 76 cm; c) 84 cm; d) 96 cm.

13. Qual é a medida do comprimento da aresta do cubo cujo volume mede:

a) 512 cm³.
b) 1331 cm³.
c) 3 375 cm³.
d) 4 913 cm³.

13. Respostas: a) 8 cm; b) 11 cm; c) 15 cm; d) 17 cm.

14. Utilizando uma calculadora, efetue os cálculos, determine o valor de cada ■ e registre no caderno. 14. Respostas: a) 3 375; b) 1225; c) 1681; d) 5 832; e) 4 096; f) 13 824.

a) $\sqrt[3]{■} = 15$
b) $\sqrt{■} = 35$
c) $\sqrt{■} = 41$
d) $\sqrt[3]{■} = 18$
e) $\sqrt[4]{■} = 8$
f) $\sqrt[3]{■} = 24$

15. Nos itens a seguir, n representa o índice das raízes. Efetue os cálculos com uma calculadora e determine o valor de n.

a) $\sqrt[n]{81} = 9$
b) $\sqrt[n]{125} = 5$
c) $\sqrt[n]{32} = 2$
d) $\sqrt[n]{128} = 2$
e) $\sqrt[n]{2187} = 3$
f) $\sqrt[n]{256} = 4$

15. Respostas: a) 2; b) 3; c) 5; d) 7; e) 7; f) 4.

16. Resposta: Alternativas **A**, **C**, **D**, **E** e **H**.

16. Sem efetuar cálculos, identifique quais das raízes a seguir são definidas no conjunto dos números reais.

A. $\sqrt[5]{-32}$
B. $\sqrt[8]{-256}$
C. $\sqrt[3]{-343}$
D. $\sqrt[4]{81}$
E. $\sqrt[7]{2187}$
F. $\sqrt[12]{-4096}$
G. $\sqrt{-12}$
H. $\sqrt[7]{-2187}$

17. A seguir, escreva em seu caderno as potências como raízes e as raízes como potências 17. Respostas: a) $\sqrt[4]{27}$; b) $\sqrt[5]{1600}$; c) $\sqrt[3]{\frac{49}{36}}$; d) $18^{\frac{1}{2}}$; e) $6^{\frac{5}{3}}$; f) $9^{\frac{2}{5}}$.

a) $27^{\frac{1}{4}}$
b) $40^{\frac{2}{5}}$
c) $\left(\frac{7}{6}\right)^{\frac{2}{3}}$
d) $\sqrt{18}$
e) $\sqrt[3]{6^5}$
f) $\sqrt[5]{81}$

18. Indique as igualdades verdadeiras.

a) $\left(2^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[4]{2^3}$
b) $\left(5^{\frac{9}{10}}\right)^{\frac{5}{3}} = \sqrt{5^3}$
c) $\left(3^{\frac{3}{8}}\right)^{2} = \sqrt[4]{3^3}$
d) $\left(11^{\frac{10}{3}}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt{11^5}$

18. Resposta: Alternativas **b**, **c** e **d**.

- As atividades deste tópico desenvolvem a habilidade **EF09MA03**, uma vez que os estudantes são levados a efetuar cálculos com números reais, inclusive com expoentes fracionários.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades nas atividades **12** e **13**, converse com eles sobre as fórmulas de cálculo da medida da área de um quadrado e da medida do volume de um cubo. Além disso, na atividade **12**, se julgar necessário, por meio de questionamentos, comente que o perímetro de um polígono é igual ao comprimento de seu contorno.
- Ao trabalhar com as atividades **14** e **15**, se julgar conveniente, organize os estudantes em grupos. Assim, eles podem trocar conhecimentos e desenvolver estratégias pessoais para solucioná-las, corroborando o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**, e o espírito investigador, conforme solicitam as **Competências específicas de Matemática 2** e **5**. Após todos solucionarem as atividades, peça-lhes que compartilhem com os colegas as estratégias utilizadas.
- A atividade **16** requer que os estudantes reconheçam que raiz de índice par com radicando negativo não está definida no conjunto dos números reais. Se julgar necessário, retome o trabalho com o tópico **Raiz enésima**.
- Durante o desenvolvimento da atividade **17**, verifique se os estudantes compreendem que o índice do radical corresponde ao denominador do expoente da potência.
- Na atividade **18**, como os expoentes são fracionários, relembre com os estudantes o algoritmo da multiplicação de frações. Além disso, caso julgue conveniente, retome as propriedades da potenciação, estudadas anteriormente.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento prévio dos estudantes relacionado a propriedades dos radicais. Permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

Um texto a mais

• O livro *História com… matemática*, organizado por Luís Menezes, Cátia Rodrigues, Liliana Ferraz e Ana Martins, traz histórias de ficção envolvendo conceitos matemáticos para encantar e interessar crianças, adolescentes e adultos. Acompanhe um trecho da obra a seguir.

Certo dia, estava Pitágoras a passear na linda floresta dos números. Ia a caminho de Crotona, quando encontrou o Ângulo Reto Mau, que lhe perguntou:

– Onde vais?

Pitágoras respondeu:

– Vou a caminho de Crotona.

– E que levas aí, nessa mochila? – perguntou o Ângulo Reto Mau.

– Um livro de Matemática. Vou estudar as potências com o meu mestre, Sr. π – respondeu ele.

– Agora já não vais. Vou comer-te... tens um ar bastante apetitoso e matemático. – disse o Ângulo Reto Mau.

– Isso é que não vais. Vou transformar-te num triângulo retângulo. – disse o matemático, pegando na sua espada √d'a¨o (raiz quadrada de aço).

Depois de uma árdua luta entre ambos, Pitágoras deu um golpe sobre o Ângulo Reto e quebrou um dos segmentos de reta, conseguindo transformá-lo num triângulo retângulo.

– Assim nunca mais comerás ninguém! – exclamou o estudioso.

MENEZES, Luís; RODRIGUES, Cátia; FERRAZ, Liliana; MARTINS, Ana. *História com... matemática*. Viseu: Escola Superior de Educação de Viseu, 2009. p. 12. Disponível em: https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2009_10/Livro%20Hist%C3%B3rias/hist%C3%B3rias%20com...%20matem%C3%A1tica.pdf. Acesso em: 25 jul. 2022.

Propriedades dos radicais

Estudaremos, a seguir, algumas propriedades dos radicais. Elas podem ser úteis ao realizar cálculos com radicais.

1ª propriedade

Quando o índice do radical e o expoente do radicando são positivos e iguais, o resultado é o próprio radicando. Exemplos:

• $\sqrt[5]{6^5} = 6^{\frac{5}{5}} = 6^1 = 6$

• $\sqrt[4]{7^4} = 7^{\frac{4}{4}} = 7^1 = 7$

De modo geral, sendo a um número real positivo e n um número natural maior do que 1, temos $\sqrt[n]{a^n} = a$.

2ª propriedade

Quando multiplicamos ou dividimos o índice do radical e o expoente do radicando por um mesmo número natural não nulo, obtemos um radical equivalente ao inicial. Exemplos:

• $\sqrt[4]{9^3} = 9^{\frac{3}{4}} = 9^{\frac{3\cdot 2}{4\cdot 2}} = \sqrt[4\cdot 2]{9^{3\cdot 2}} = \sqrt[8]{9^6}$

• $\sqrt[12]{5^4} = 5^{\frac{4}{12}} = 5^{\frac{4:4}{12:4}} = \sqrt[12:4]{5^{4:4}} = \sqrt[3]{5}$

De modo geral, sendo a um número real positivo, n um número natural maior do que 1, m e p números naturais diferentes de zero, temos:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\cdot p]{a^{m\cdot p}} \text{ e } \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:p]{a^{m:p}}$$

3ª propriedade

A raiz de um produto é igual ao produto das raízes dos fatores e a raiz de um quociente é igual ao quociente das raízes do dividendo e do divisor. Exemplos:

• $\sqrt{3\cdot 4} = (3\cdot 4)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}}\cdot 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}\cdot\sqrt{4}$

• $\sqrt[3]{\frac{2}{7}} = \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{7}}$

De modo geral, sendo a e b número reais positivos e n um número natural maior do que 1, temos: $\sqrt[n]{a\cdot b} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$ e $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ou $\sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$

4ª propriedade

A raiz de uma raiz pode ser escrita na forma de um único radical, na qual o índice resultante é o produto dos índices das raízes iniciais. Exemplos:

• $\sqrt{\sqrt[7]{8}} = \left(\sqrt[7]{8}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(8^{\frac{1}{7}}\right)^{\frac{1}{2}} = 8^{\frac{1\cdot 1}{7\cdot 2}} = \sqrt[7\cdot 2]{8^{1\cdot 1}} = \sqrt[14]{8}$

• $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} = \left(\sqrt[4]{2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(2^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1\cdot 1}{4\cdot 3}} = \sqrt[4\cdot 3]{2^{1\cdot 1}} = \sqrt[12]{2}$

De modo geral, sendo a um número real positivo, n e q números naturais maiores do que 1, temos $\sqrt[n]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[n\cdot q]{a}$.

Analise, a seguir, como podemos simplificar, por exemplo, as expressões numéricas $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2$ e $\left(\sqrt[7]{10}\right)^3$ escrevendo cada uma na forma de uma única raiz.

- $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5 \cdot 5} = \sqrt[3]{5^2}$
- $\left(\sqrt[7]{10}\right)^3 = \sqrt[7]{10} \cdot \sqrt[7]{10} \cdot \sqrt[7]{10} = \sqrt[7]{10 \cdot 10 \cdot 10} = \sqrt[7]{10^3}$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

23. Respostas: A. $\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$; B. $\sqrt[9]{\frac{4}{15}}$; C. $\sqrt[5]{\frac{112}{45}}$.

21. Respostas: A. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{7 \cdot 21}$; C. $\sqrt[7]{\frac{19}{4}} = \frac{\sqrt[7]{19}}{\sqrt[7]{4}}$.

19. Efetue os cálculos a seguir. 19. Respostas: a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{5}{10}$; c) $\frac{8}{12}$; d) $-\frac{11}{16}$; e) $-\frac{1}{2}$; f) $\frac{1}{3}$.

a) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ b) $\sqrt{\frac{25}{100}}$ c) $\sqrt{\frac{64}{144}}$ d) $-\sqrt{\frac{121}{256}}$ e) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$ f) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$

20. Escreva, no caderno, as expressões numéricas a seguir na forma de uma única raiz.

a) $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$ b) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}}$ c) $\sqrt{\sqrt[5]{8}}$ d) $\sqrt[6]{\sqrt[3]{13}}$ e) $\sqrt{\sqrt[7]{\sqrt[3]{9}}}$ f) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{16}}}$

20. Respostas: a) $\sqrt[6]{2}$; b) $\sqrt[12]{5}$; c) $\sqrt[10]{8}$; d) $\sqrt[18]{13}$; e) $\sqrt[42]{9}$; f) $\sqrt[24]{16}$.

21. De acordo com as propriedades das raízes, copie, no caderno, as igualdades verdadeiras.

A. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{7 \cdot 21}$

B. $\sqrt[3]{5^{15}} = \sqrt{5^{20}}$

C. $\sqrt[7]{\frac{19}{4}} = \frac{\sqrt[7]{19}}{\sqrt[7]{4}}$

22. Sendo a e b números reais positivos e m, n e p números naturais maiores do que 1, quais igualdades a seguir são verdadeiras? 22. Resposta: Alternativas **A**, **C** e **F**.

A. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$

B. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt{a \cdot b}$

C. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

D. $\sqrt[m \cdot n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

E. $\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt{a^{n \cdot p}}$

F. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

23. Aplique as propriedades das raízes e transforme a expressão numérica de cada item em uma única raiz.

A. $\dfrac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{10}}$

B. $\dfrac{\sqrt[9]{8} \cdot \sqrt[9]{\frac{2}{3}}}{\sqrt[9]{5} \cdot \sqrt[9]{4}}$

C. $\dfrac{\sqrt[5]{\frac{7}{6}} \cdot \sqrt[5]{\frac{8}{5}}}{\sqrt[5]{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{2}}}$

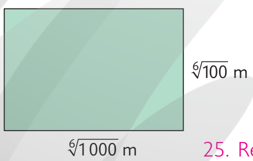
24. Simplifique cada potência representando-a com uma única raiz.

a) $\left(\sqrt[5]{13}\right)^4$ b) $\left(\sqrt[4]{15}\right)^3$ c) $\left(\sqrt[5]{3}\right)^2$ d) $\left(\sqrt[7]{7}\right)^6$ e) $\left(\sqrt[3]{11}\right)^2$ f) $\left(\sqrt[9]{5}\right)^7$

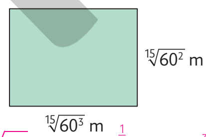
24. Respostas: a) $\sqrt[5]{13^4}$; b) $\sqrt[4]{15^3}$; c) $\sqrt[5]{3^2}$; d) $\sqrt[7]{7^6}$; e) $\sqrt[3]{11^2}$; f) $\sqrt[9]{5^7}$.

25. Calcule a medida da área de cada retângulo a seguir.

A.



B.

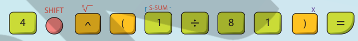


25. Respostas: A. $10^{\frac{5}{6}}$ m² ou $\sqrt[6]{10^5}$ m²; B. $60^{\frac{1}{3}}$ m² ou $\sqrt[3]{60}$ m².

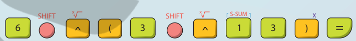
ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- As atividades **19** e **20** envolvem, respectivamente, a 3ª e a 4ª propriedade de raízes, apresentadas no tópico **Propriedades dos radicais**. Se julgar conveniente, proponha uma roda de conversa para que os estudantes digam que propriedades eles utilizariam para efetuar os cálculos propostos. Permita que exponham suas opiniões, intervindo quando necessário.

Após todos resolverem estas atividades, oriente-os a verificar os resultados obtidos usando uma calculadora científica. Se for necessário, explique-lhes como utilizar essa ferramenta. Para calcular $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$, por exemplo, devemos digitar a seguinte sequência de teclas:



Agora, para calcular $\sqrt[6]{\sqrt[3]{13}}$, por exemplo, devemos digitar a seguinte sequência de teclas:



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Ao sugerir a utilização de tecnologias digitais, é possibilitado o desenvolvimento de aspectos da **Competência específica de Matemática 5**.

- A fim de complementar o trabalho com as atividades **21** e **22**, solicite aos estudantes que reescrevam as igualdades falsas, tornando-as verdadeiras.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **22**, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Ao trabalhar com a atividade **23**, se julgar conveniente, organize os estudantes em duplas. Depois, peça a três duplas que expliquem os procedimentos utilizados para escrever cada uma das expressões como uma única raiz. Essa dinâmica possibilita aos estudantes interagir com seus pares de forma cooperativa, contemplando, assim, aspectos da **Competência específica de Matemática 8**.
- Na atividade **24**, verifique se os estudantes perceberam que, na simplificação, o expoente da potência passa a ser o expoente do radicando.
- A atividade **25** requer que os estudantes usem a fórmula da medida da área de um retângulo e realizem multiplicações com raízes. Se julgar oportuno, solicite a eles que determinem a medida aproximada do comprimento de cada um dos lados desses retângulos, com o auxílio de uma calculadora.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem simplificar $\sqrt{245}$ e $\sqrt{540}$. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

Simplificação de radicais

Existem casos em que não é possível calcular a raiz exata de um número, mas é possível simplificar a escrita dela.

Acompanhe um procedimento para simplificar $\sqrt{245}$.

- Inicialmente, decompomos o radicando em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \sqrt{245} = \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 5} = \sqrt{7^2 \cdot 5}$$

- Depois, aplicamos a propriedade $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, com a e b números reais positivos e n um número natural maior do que 1, e transformamos $\sqrt{7^2 \cdot 5}$ em um produto de raízes.

$$\sqrt{245} = \sqrt{7^2 \cdot 5} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{5}$$

- Por último, aplicamos a propriedade $\sqrt[n]{a^n} = a$, com a um número real positivo e n um número natural maior do que 1, e obtemos a escrita simplificada.

$$\sqrt{245} = \sqrt{7^2 \cdot 5} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

Atenção!

O fator 7^2 tem o mesmo expoente do índice do radical. Portanto, pode ser extraído do radicando.

Logo, a escrita simplificada de $\sqrt{245}$ é $7\sqrt{5}$.

Analise como podemos simplificar $\sqrt{540}$ usando a decomposição em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 540 & 2 \\ 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\sqrt{540} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 5} =$$
$$= 2 \cdot 3\sqrt{3 \cdot 5} = 6\sqrt{15}$$

Atenção!

Os fatores 2^2 e 3^2 têm o expoente igual ao índice do radical. Portanto, podem ser extraídos do radicando.

Logo, a escrita simplificada de $\sqrt{540}$ é $6\sqrt{15}$.

Também podemos introduzir um fator externo no radicando de uma raiz. Analise alguns exemplos.

- $4\sqrt{8} = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{4^2 \cdot 8} = \sqrt{16 \cdot 8} = \sqrt{128}$
- $5\sqrt[5]{9} = \sqrt[5]{5^5 \cdot 9} = \sqrt[5]{3125 \cdot 9} = \sqrt[5]{28125}$
- $2 \cdot 3\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4 \cdot 2} = \sqrt[4]{16 \cdot 81 \cdot 2} = \sqrt[4]{2592}$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

26. Em cada item, retire fatores do radicando.

a) $\sqrt{3^2 \cdot 6}$
b) $\sqrt[3]{4 \cdot 5^3}$
c) $\sqrt[5]{3^5 \cdot 6^8}$
d) $\sqrt[4]{2^8 \cdot 7^{10}}$
e) $\sqrt{2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^5}$
f) $\sqrt[6]{2^8 \cdot 3^5 \cdot 10^7}$

26. Respostas: a) $3\sqrt{6}$; b) $5\sqrt[3]{4}$; c) $18\sqrt[5]{216}$; d) $196\sqrt[4]{49}$; e) $450\sqrt{10}$; f) $20\sqrt[6]{9720}$.

27. Simplifique as raízes.

a) $\sqrt[3]{64}$
b) $\sqrt[4]{432}$
c) $\sqrt[3]{896}$
d) $\sqrt[5]{2187}$
e) $\sqrt{9000}$
f) $\sqrt[3]{16384}$

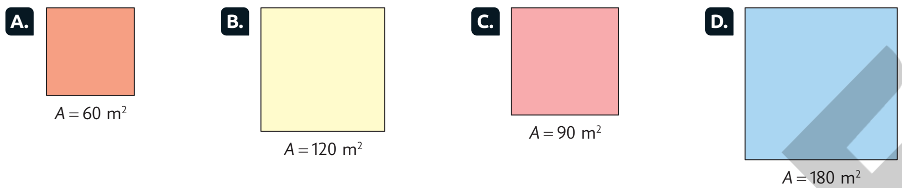
27. Respostas: a) 4; b) $2\sqrt[4]{27}$; c) $4\sqrt[3]{14}$; d) $3\sqrt[5]{9}$; e) $30\sqrt{10}$; f) $16\sqrt[3]{4}$.

28. Os quadrados a seguir são representações de terrenos e em cada um deles está indicada a sua medida de área A.
Considerando $\sqrt{2} \simeq 1{,}41$; $\sqrt{3} \simeq 1{,}73$; e $\sqrt{5} \simeq 2{,}24$, calcule a medida aproximada do comprimento do lado de cada terreno.

28. Respostas: A. 7,75 m; B. 10,93 m; C. 9,48 m; D. 13,44 m.

Atenção!

Para obter a medida do comprimento do lado de cada terreno, use as propriedades das raízes.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

29. Introduza no radicando os fatores externos.

a) $6\sqrt{3}$
b) $5\sqrt[3]{6}$
c) $2 \cdot 4\sqrt{10}$
d) $2 \cdot 5\sqrt[5]{2}$

29. Respostas: a) $\sqrt{108}$; b) $\sqrt[3]{750}$; c) $\sqrt{640}$; d) $\sqrt[5]{200000}$.

30. Determine o valor de x em cada item de modo que a igualdade seja verdadeira.

a) $\sqrt[4]{96} = 2\sqrt[4]{x}$
b) $2\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{x}$
c) $\sqrt[3]{32} = x\sqrt[3]{4}$
d) $2\sqrt{71} = \sqrt{x}$
e) $4\sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{x}$
f) $\sqrt{1200} = x\sqrt{3}$

30. Respostas: a) $x = 6$; b) $x = 56$; c) $x = 2$; d) $x = 284$; e) $x = 2048$; f) $x = 20$.

31. Qual deve ser o valor de a para que a igualdade a seguir seja verdadeira?

31. Resposta: $a = 11$.

$$\sqrt{228 \cdot a} = 2\sqrt{627}$$

32. Simplifique no caderno a expressão numérica.

32. Resposta: $2\sqrt[12]{2}$.

$$\sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt{8}}}$$

33. Associe os itens que têm o mesmo resultado. 33. Resposta: a–g; b–h; c–e; d–f.

a) $\sqrt[4]{2^6 \cdot 3^4}$
b) $\sqrt[4]{2^5 \cdot 3^5}$
c) $\sqrt[4]{2^4 \cdot 3^6}$
d) $\sqrt[4]{2^8 \cdot 3^5}$
e) $6\sqrt[4]{9}$
f) $12\sqrt[4]{3}$
g) $6\sqrt[4]{4}$
h) $6\sqrt[4]{6}$

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **32**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- A atividade **33** possibilita verificar se os estudantes compreenderam as propriedades dos radicais. Após todos concluírem as resoluções, selecione alguns deles a fim de que exponham suas conclusões para a turma.

- A atividade **26** requer a simplificação de radicais por meio de fatoração. Verifique se os estudantes reconhecem que podemos escrever as potências de acordo com a conveniência (no caso, o índice da raiz). Exemplos:

$\sqrt[3]{2^8} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2}$

$\sqrt{2^8} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2}$

- Na atividade **27**, é necessário fatorar os radicandos para simplificar o radical. Aproveite para relembrar com os estudantes os números primos e as regras de decomposição de números em fatores primos.

- Ao trabalhar com a atividade **28**, se necessário, leve-os a perceber a necessidade de simplificar os radicais obtidos, para que seja possível utilizar as aproximações dadas. No item **a**, por exemplo, obtemos inicialmente a medida da área do quadrado, que é $\sqrt{60}$ m². Desse modo, fazemos:

$\sqrt{60 \text{ m}^2} = \sqrt{6 \cdot 10} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5} =$
$= \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5} = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \simeq$
$\simeq 2 \cdot 1{,}73 \cdot 2{,}24 \simeq 7{,}75$

- Na atividade **29**, verifique se os estudantes perceberam que, para introduzir um termo no radical, é necessário acrescentar a esse termo um expoente numericamente igual ao índice da raiz.

- Nas atividades **30** e **31**, é necessário fatorar o radicando e aplicar as propriedades das raízes para determinar os números desconhecidos. Aproveite para incentivar os estudantes a levantar hipóteses e testá-las, desenvolvendo o **raciocínio lógico-matemático**, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, conforme orienta a **Competência específica de Matemática 2**.

- Proponha que os estudantes resolvam o desafio proposto na atividade **32** em duplas. Enquanto trocam experiências e conhecimentos, façam questionamentos que possam direcionar as resoluções.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página, antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular o valor de $\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{20}$. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

• Se achar necessário, realize os cálculos $\sqrt{12} \cdot \sqrt{20}$ e $\sqrt{168} : \sqrt{3}$, passo a passo na lousa com os estudantes.

Algo a mais

• O trabalho intitulado *O ensino de radicais por atividades*, de Adrielle Cristine Mendello Lopes, traz um capítulo relacionado à história da construção dos números irracionais. É apresentado a seguir um trecho extraído do trabalho mencionado.

Importa ressaltarmos que os gregos realizavam aproximações de raízes quadradas. Kline (1972) mostra que os pitagóricos aproximavam $\sqrt{2}$ por meio da substituição de 2 por $\frac{49}{25}$ que resultava em $\frac{7}{5}$ como aproximação; e Teodoro substituiu 3 por $\frac{49}{16}$ em $\sqrt{3}$, obtendo $\frac{7}{4}$ como aproximação da raiz. Em *A medida do círculo*, Arquimedes (287?-212 a.C.) apresenta um grande número de raízes quadradas, a exemplo de $\sqrt{3} < \frac{1\,351}{780}$ e $\sqrt{3} > \frac{265}{153}$, mas não dá nenhum indício do método pelo qual obteve estas aproximações. Cortez (2009) acredita que a aplicação de números fracionários no Teorema de Pitágoras nesta época pode ser um primeiro esboço da propriedade $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (LOPES, 2015. p. 36).

LOPES, Adrielle Cristine Mendello. *O ensino de radicais por atividades*. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Pará, Belém. Disponível em: https://ccse.uepa.br/ppged/wp-content/uploads/dissertacoes/09/adrielle_Cristine_mendello_lopes.pdf. Acesso em: 29 jul. 2022.

Operações com radicais

Adição e subtração com radicais

Em algumas situações, precisamos realizar operações com radicais, como adição, subtração, multiplicação e divisão. Essas operações podem simplificar expressões numéricas envolvendo radicais.

Analise, por exemplo, como calcular o valor de $\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{20}$.

• Inicialmente, decompomos cada radicando em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{20} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 5} + \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} - \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 5} =$$

$$= \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 5} - \sqrt{2^2 \cdot 5}$$

• Depois, aplicamos a propriedade $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, com a e b números reais positivos e n um número natural maior do que 1.

$$\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5}$$

• Em seguida, aplicamos a propriedade $\sqrt[n]{a^n} = a$, com a um número real positivo e n um número natural maior do que 1.

$$3\sqrt{5} + 2 \cdot 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$

• Por último, colocamos em evidência o fator comum dos termos da expressão numérica, nesse caso $\sqrt{5}$, e simplificamos a expressão numérica obtida.

$$3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}(3 + 4 - 2) = \sqrt{5} \cdot 5 = 5\sqrt{5}$$

Logo, $\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{20} = 5\sqrt{5}$.

Multiplicação e divisão com radicais

Para realizar multiplicações e divisões envolvendo radicais com o mesmo índice, basta aplicar as propriedades das raízes e depois simplificar o resultado. Analise dois exemplos.

• $\sqrt{12} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{12 \cdot 20} = \sqrt{240} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5} = 2 \cdot 2\sqrt{3 \cdot 5} = 4\sqrt{15}$

• $\sqrt{168} : \sqrt{3} = \sqrt{168 : 3} = \sqrt{56} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 7} = 2\sqrt{14}$

Agora, analise como efetuar multiplicações e divisões com radicais de índices diferentes. Vamos calcular, por exemplo, $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3^2}$.

- Escrevemos os radicais na forma de potências com expoentes fracionários. Em seguida, calculando o **mínimo múltiplo comum** (mmc) dos denominadores, reduzimos os expoentes a frações com o mesmo denominador.

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3^2}=2^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{3}{6}}\cdot 3^{\frac{4}{6}} \qquad \text{mmc}(2,3)=6$$

- Agora que as frações dos expoentes estão com o mesmo denominador, escrevemos as potências com expoentes fracionários na forma de raízes.

$$2^{\frac{3}{6}}\cdot 3^{\frac{4}{6}}=\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{3^4}$$

- Depois, aplicamos as propriedades das raízes e simplificamos o resultado.

$$\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{3^4}=\sqrt[6]{2^3\cdot 3^4}=\sqrt[6]{8\cdot 81}=\sqrt[6]{648}$$

Portanto, $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3^2}=\sqrt[6]{648}$.

Seguindo os mesmos procedimentos, podemos calcular o valor de $\sqrt[5]{14^2}:\sqrt[3]{14}$.

$$\sqrt[5]{14^2}:\sqrt[3]{14}=14^{\frac{2}{5}}:14^{\frac{1}{3}}=14^{\frac{6}{15}}:14^{\frac{5}{15}}=\sqrt[15]{14^6}:\sqrt[15]{14^5}=\sqrt[15]{14^6:14^5}=\sqrt[15]{14}$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

34. No caderno, simplifique as expressões numéricas a seguir.

a) $\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3}$

b) $\sqrt{7}+\sqrt{3}-\sqrt{7}+8\sqrt{3}$

c) $2\sqrt{2}-\sqrt{11}+5\sqrt{2}-3\sqrt{11}$

34. Sugestão de respostas: a) $2\sqrt{3}+\sqrt{5}$; b) $9\sqrt{3}$; c) $7\sqrt{2}-4\sqrt{11}$.

35. Fatore o radicando em cada item e simplifique as expressões numéricas.

a) $\sqrt{45}+\sqrt{20}+\sqrt{80}$

b) $\sqrt{54}+\sqrt{24}-\sqrt{6}$

c) $\sqrt{12}+3\sqrt{27}-\sqrt{48}+\sqrt{75}$

35. Respostas: a) $9\sqrt{5}$; b) $4\sqrt{6}$; c) $12\sqrt{3}$.

36. Sabendo que as letras representam números reais positivos, simplifique as expressões a seguir.

a) $\sqrt{n}+\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{5}+\sqrt{n}$

b) $4\sqrt{ab^2}-\sqrt[3]{625}+\sqrt[3]{135}-\sqrt{ab^2}$

c) $\sqrt[3]{54}+\sqrt{m^2p}+\sqrt[3]{250}-\sqrt{mp^2}+2\sqrt{m^2p}$

36. Respostas: a) $2\sqrt{n}+3\sqrt[3]{5}$; b) $3b\sqrt{a}-2\sqrt[3]{5}$; c) $3m\sqrt{p}-p\sqrt{m}+8\sqrt[3]{2}$.

37. Sabendo que $a=\sqrt{5}$, $b=-1$ e $c=-\sqrt{2}$, calcule o valor das seguintes expressões.

a) $a^2+b^2+c^2$

b) $a^2+b^2-c^2$

c) $a^2(b^2+c^2)$

d) $3a^2+b^2-c$

e) $a^2+4ab-c^2$

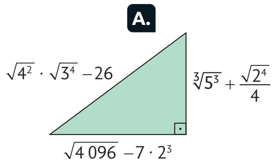
37. Respostas: a) 8; b) 4; c) 15; d) $16+\sqrt{2}$; e) $3-4\sqrt{5}$.

- Se julgar necessário, ao trabalhar com as atividades **34** e **35**, resolva na lousa com os estudantes o item **a** de cada uma delas. Assim, espera-se auxiliá-los no desenvolvimento dos demais itens.
- Ao trabalhar com a atividade **36**, verifique se os estudantes colocam em evidência os fatores comuns dos termos das expressões. Se necessário, retome os cálculos propostos no tópico **Adição e subtração com radicais**.
- Na atividade **37**, converse com os estudantes a respeito da ordem em que as operações devem ser resolvidas em uma expressão numérica. Caso tenham dificuldades, apresente-lhes alguns exemplos.

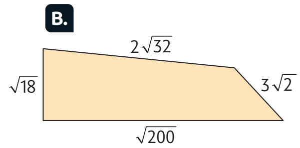
- Se julgar conveniente, na atividade **38**, oriente os estudantes a simplificar, quando possível, as expressões que indicam a medida do comprimento dos lados das figuras e, em seguida, calcular a medida do perímetro.
- Na atividade **39**, caso os estudantes apresentem dificuldades, resolva um dos itens com eles. Durante a resolução desse item, chame a atenção para o fato de resultar em uma expressão mais simples, após a execução de alguns procedimentos. Nesta atividade, é necessário avaliar com cautela e ter certeza de que não é possível simplificá-la ainda mais, pois o enunciado solicita que elas sejam escritas em sua forma irredutível.
- Caso considere conveniente, apresente as atividades **40**, **41** e **42** como uma tarefa de avaliação em duplas. Incentive-os a escrever todos os procedimentos utilizados nas resoluções. Em seguida, troque os registros entre as duplas, para que uma corrija a tarefa da outra. Essa dinâmica permite abordar a **Competência geral 10**, uma vez que possibilita o exercício da responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos.
- Durante o desenvolvimento da atividade **43**, certifique-se de que os estudantes não confundam os procedimentos de adicionar radicais com os procedimentos de multiplicá-los. Caso isso ocorra, retome o trabalho com o tópico **Operações com radicais**.
- A atividade **44** contempla aspectos da habilidade **EF09MA04**, pois solicita a elaboração de um problema. Além disso, aborda a **Competência geral 2** e a **Competência específica de Matemática 6**, uma vez que os estudantes podem trabalhar com situações imagináveis e exercitar a criatividade.

38. Calcule a medida do perímetro de cada figura representada a seguir, sabendo que as medidas estão dadas em metros. 38. Respostas: A. 24 m; B. $24\sqrt{2}$ m.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

39. Simplifique cada expressão numérica, deixando-as na forma irredutível, ou seja, até que não seja possível fazer mais simplificações. 39. Respostas: a) 7; b) 1; c) 8.

a) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{72}+\sqrt{98}}{\sqrt{8}}$

b) $\dfrac{\sqrt{243}-\sqrt{27}+\sqrt{2187}}{\sqrt{3\,267}}$

c) $\dfrac{\sqrt{500}+\sqrt{125}+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$

40. Seja $m = \sqrt{2\,000} - \sqrt{500}$ e $n = 24 + \sqrt{180}$. Calcule $m + n$ e simplifique o resultado.
40. Resposta: $16\sqrt{5} + 24$.

41. Considerando $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$; $\sqrt{3} \simeq 1{,}7$; $\sqrt{5} \simeq 2{,}2$ e $\sqrt{7} \simeq 2{,}6$, calcule o valor aproximado das seguintes expressões numéricas: 41. Respostas: a) −13; b) 34,6; c) 16; d) 36,4; e) −30.

a) $3\sqrt{20} - 5\sqrt{50} + \sqrt{80}$

b) $\sqrt{700} + \sqrt{972} - \sqrt{500}$

c) $2\sqrt{45} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$

d) $\sqrt{98} + \sqrt{200} + \sqrt{162}$

e) $\sqrt{7\,500} - \sqrt{2\,450} - \sqrt{4\,500}$

42. Determine o valor de x em cada item de modo que a igualdade seja verdadeira.

a) $\sqrt{17} + x = 4\sqrt{17}$

b) $\sqrt{20} + \sqrt{5} = x$

c) $\sqrt{8} - x = \sqrt{2}$

d) $x - \sqrt{12} = 6\sqrt{3}$

e) $12\sqrt{5} - x = -\sqrt{20}$

f) $5\sqrt{7} + x = \sqrt{63}$

42. Respostas: a) $3\sqrt{17}$; b) $3\sqrt{5}$; c) $\sqrt{2}$; d) $8\sqrt{3}$; e) $14\sqrt{5}$; f) $-2\sqrt{7}$.

43. Efetue os cálculos.

a) $\sqrt{23}\cdot\sqrt{7}$

b) $\sqrt{45}\cdot\sqrt{12}$

c) $\sqrt{18}\cdot\sqrt{42}$

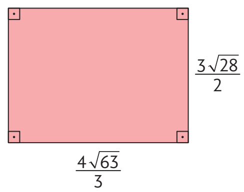
d) $\dfrac{\sqrt{32}}{5}\cdot\dfrac{\sqrt{20}}{2}$

e) $\sqrt[3]{16}\cdot\sqrt[3]{54}$

f) $\sqrt{50}\cdot\sqrt{12}\cdot\sqrt{8}$

43. Respostas: a) $\sqrt{161}$; b) $6\sqrt{15}$; c) $6\sqrt{21}$; d) $\frac{4\sqrt{10}}{5}$; e) $6\sqrt[3]{4}$; f) $40\sqrt{3}$.

44. Analise a figura a seguir.
44. Resposta pessoal.



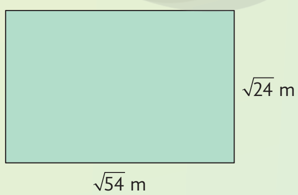
SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que o retângulo acima representa um terreno, **elabore** um problema usando as informações apresentadas e dê para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta apresentada por ele está correta.

34

Atividade a mais

Calcule a medida do perímetro do retângulo a seguir.



CARLOS BORIN/ ARQUIVO DA EDITORA

Resolução e comentários

O perímetro de uma figura geométrica plana é o comprimento de seu contorno. Desse modo, temos:

$\sqrt{54} + \sqrt{54} + \sqrt{24} + \sqrt{24} =$

$= 2\sqrt{54} + 2\sqrt{24} =$

$= 2\sqrt{2.3^3} + 2\sqrt{2^3\cdot 3} =$

$= 2\sqrt{2\cdot 3^2\cdot 3} + 2\sqrt{2^2\cdot 2\cdot 3} =$

$= 2\cdot 3\sqrt{2\cdot 3} + 2\cdot 2\sqrt{2\cdot 3} =$

$= 6\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = 10\sqrt{6}$

Portanto, o perímetro dessa figura mede $10\sqrt{6}$ cm.

45. Sabendo que as letras representam números reais positivos, resolva no caderno as expressões a seguir. 45. Respostas: a) $\frac{a}{b^2}$; b) xy; c) $zy\sqrt[7]{y}$; d) $\frac{7a^2}{9b^2}$.

a) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{b} \cdot \frac{\sqrt[6]{a}}{b}$

b) $\sqrt[5]{x^2 \cdot y^3} \cdot \sqrt[5]{x^3 \cdot y^2}$

c) $\sqrt[7]{z^4 \cdot y^2} \cdot \sqrt[7]{z^3 \cdot y^6}$

d) $\frac{\sqrt{7a^2}}{\sqrt{9b^2}} \cdot \frac{\sqrt{7a^2}}{\sqrt{9b^2}}$

46. Sendo x um número real positivo, a expressão $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[3]{x}$ pode ser escrita como: 46. Resposta: Alternativa **e**.

a) $x^3\sqrt[3]{x}$ b) $\sqrt[4]{x^3}$ c) $x\sqrt{x}$ d) $x^3\sqrt[4]{x}$ e) $x\sqrt[3]{x}$

47. Sabendo que $A = 2 + \sqrt{2}$, $B = 2 - \sqrt{2}$ e $C = \sqrt{8}$, calcule o valor de cada expressão.

a) $A + B \cdot C$

b) $A \cdot B \cdot C$

c) $A \cdot C - B$

d) $\frac{A - B}{C}$

47. Respostas: a) $5\sqrt{2} - 2$; b) $4\sqrt{2}$; c) $2 + 5\sqrt{2}$; d) 1.

48. Simplifique cada expressão numérica a seguir, escrevendo-a no caderno com uma única raiz.

a) $\sqrt[3]{\sqrt{3}} \cdot \sqrt[10]{\sqrt[3]{6}}$

b) $\sqrt{\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt[6]{5}}$

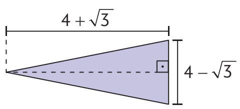
c) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}} : \sqrt[4]{\sqrt[5]{5}}$

d) $\sqrt{2\sqrt[7]{2}} : \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2}}}$

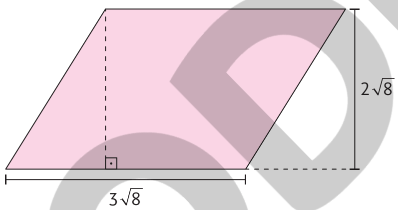
48. Respostas: a) $\sqrt[30]{1458}$; b) $\sqrt[24]{320}$; c) $\sqrt[40]{125}$; d) $\sqrt[84]{2^{41}}$.

49. Calcule a medida da área de cada figura a seguir, sabendo que as medidas estão indicadas em metros. 49. Respostas: A. 6,5 m²; B. 48 m².

A.



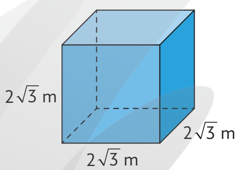
B.



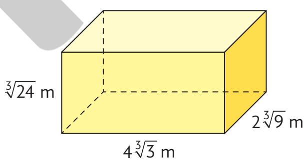
ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

50. Calcule a medida do volume de cada paralelepípedo reto retângulo de acordo com as medidas indicadas. 50. Respostas: A. $24\sqrt{3}$ m³; B. $48\sqrt[3]{3}$ m³.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

- Possibilite que os estudantes resolvam as atividades **45**, **46** e **47** em grupos. Após todos concluírem as atividades, proponha uma roda de conversa para que sejam discutidas as estratégias de resolução. Desse modo, possibilita-se o desenvolvimento das **Competências gerais 9** e **10**.
- Ao trabalhar com a atividade **48**, verifique se os estudantes aplicam corretamente a 4ª propriedade – do tópico **Propriedades dos radicais** – e se efetuam as multiplicações corretamente. Se julgar necessário, retome o trabalho com os tópicos correspondentes.
- Caso julgue necessário, ao trabalhar a atividade **49** com os estudantes, retome as fórmulas de cálculo da medida da área de um triângulo e de um paralelogramo.
- Ao trabalhar com a atividade **50**, verifique se os estudantes aplicam corretamente a fórmula do cálculo da medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo. Além disso, analise se multiplicam os radicais corretamente. Após todos resolverem as atividades, solicite que alguns deles exponham suas soluções para a turma, demonstrando os procedimentos utilizados.

Sugestão de avaliação

Simplifique as expressões numéricas a seguir, transformando-as em uma única raiz.

a) $\frac{\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{6}}$

b) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{3^2}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{10}}}{\sqrt[3]{\frac{6}{11}}}$

Resoluções e comentários

a) $\frac{\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{6}} = \frac{\sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 6}}{\sqrt[3]{6}} =$

$= \frac{2 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{6}} =$

$= 2 \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 6} = \sqrt[3]{48}$

b) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{3^2}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{10}}}{\sqrt[3]{\frac{6}{11}}} = \frac{\sqrt[6]{9} \cdot \sqrt[6]{10}}{\sqrt[6]{\frac{6^2}{11^2}}} = \frac{\sqrt[6]{90}}{\frac{\sqrt[6]{36}}{\sqrt[6]{121}}} =$

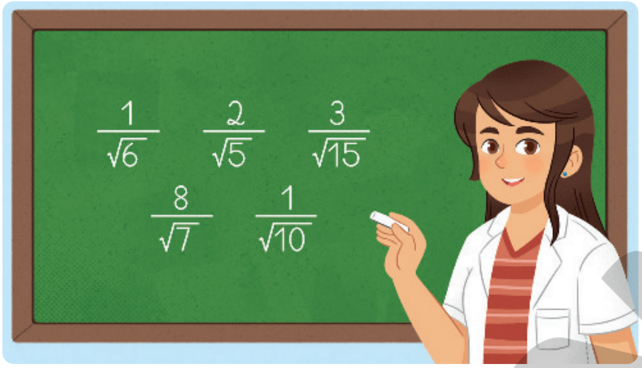
$= \sqrt[6]{90} \cdot \frac{\sqrt[6]{121}}{\sqrt[6]{36}} = \frac{\sqrt[6]{10\,890}}{\sqrt[6]{36}} = \sqrt[6]{\frac{5\,445}{18}}$

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

- Antes de apresentar a teoria desta página, avalie a possibilidade de propor aos estudantes que, em duplas, encontrem uma maneira de escrever uma fração equivalente a $\frac{1}{\sqrt{6}}$, sem que o denominador seja um radical. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Caso julgue necessário, ressalte que, ao multiplicar $\frac{1}{\sqrt{6}}$ por $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$, o valor da fração não se altera, pois $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 1$, e 1 é o elemento neutro da multiplicação.
- Na questão **4**, serão aplicados os procedimentos explorados na explicação deste tópico. Caso os estudantes apresentem dificuldades, com a ajuda deles, racionalize o denominador da fração $\frac{2}{\sqrt{5}}$. Aproveite o momento e reforce que o objetivo da racionalização é "tirar" o radical do denominador da fração, sem alterar seu valor.

Racionalização

Cada fração escrita na lousa tem uma raiz não exata no denominador.



Na Matemática, não é comum escrevermos frações desse tipo, com raiz no denominador. Então transformamos cada uma delas em uma **fração equivalente**, de modo que não tenha raiz no denominador, usando um recurso chamado **racionalização**.

Para racionalizar o denominador de uma fração, multiplicamos o numerador e o denominador por um mesmo número diferente de zero (fator racionalizante), sem alterar seu valor.

Por exemplo, para racionalizar a fração $\frac{1}{\sqrt{6}}$, usamos o fator $\sqrt{6}$.

$$\frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6 \cdot 6}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6^2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

Atenção!

O fator $\sqrt{6}$ foi escolhido para essa racionalização, pois $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{6^2} = 6$ e, assim, eliminamos a raiz do denominador.

Agora, vamos calcular o valor aproximado de $\frac{1}{\sqrt{6}}$ e $\frac{\sqrt{6}}{6}$ para verificar se essas duas frações são equivalentes. Para isso, vamos efetuar os cálculos utilizando uma calculadora e considerando $\sqrt{6} \simeq 2{,}449$.

$$\frac{1}{\sqrt{6}} \simeq \frac{1}{2{,}449} \simeq 0{,}408 \qquad \frac{\sqrt{6}}{6} \simeq \frac{2{,}449}{6} \simeq 0{,}408$$

De fato, nas duas divisões, obtemos o mesmo resultado.

Questão 4. De maneira parecida, em seu caderno, racionalize os denominadores das outras frações apresentadas na lousa da ilustração anterior.

Questão 4. Resposta: $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$; $\frac{3}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$; $\frac{8}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7}}{7}$; $\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Podemos racionalizar o denominador da fração $\frac{6}{2\sqrt{3}}$ de duas maneiras diferentes, como mostrado a seguir.

1ª maneira

$$\frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{\cancel{3}} = \sqrt{3}$$

2ª maneira

$$\frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{6}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{3^2}} = \frac{6\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\cancel{6}\sqrt{3}}{\cancel{6}} = \sqrt{3}$$

Também podemos racionalizar o denominador da fração $\frac{2}{\sqrt[5]{3^2}}$ multiplicando o numerador e o denominador por $\sqrt[5]{3^3}$, pois $\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3} = \sqrt[5]{3^2 \cdot 3^3} = \sqrt[5]{3^5} = 3$. Nesse caso, obtemos:

$$\frac{2}{\sqrt[5]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{2\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{2\sqrt[5]{3^3}}{3}$$

Note que:

índice da raiz → 5 − 2 = 3 ← expoente do radicando

$$5 - 2 = 3$$

3: expoente do radicando do fator racionalizante

Agora, para racionalizar o denominador de $\frac{3}{\sqrt{5}+1}$, multiplicamos o numerador e o denominador por $(\sqrt{5}-1)$, que é a "expressão conjugada" do denominador.

$$\frac{3}{(\sqrt{5}+1)} \cdot \frac{(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}-1)} = \frac{3\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}\cdot 5 - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 1} = \frac{3\sqrt{5}-3}{\sqrt{5^2}-1} = \frac{3\sqrt{5}-3}{5-1} = \frac{3\sqrt{5}-3}{4}$$

Atenção!

Lembre-se que o produto da soma pela diferença de dois termos é $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

51. Respostas: a) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; b) $\frac{\sqrt{6}}{2}$; c) $2\sqrt{6}$; d) $\frac{3\sqrt{10}}{2}$; e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; f) $\frac{\sqrt{21}}{3}$; g) $\frac{\sqrt{5}}{3}$; h) $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

51. Racionalize os denominadores das frações.

a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

b) $\frac{3}{\sqrt{6}}$

c) $\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$

d) $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

f) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

g) $\sqrt{\frac{5}{9}}$

h) $\sqrt{\frac{10}{8}}$

- Converse com os estudantes a fim de que eles percebam que o fator $\sqrt{5}-1$ foi escolhido convenientemente, de modo que a raiz $\sqrt{5}$ fosse elevada ao quadrado e eliminada do denominador.
- A atividade **51** envolve os casos mais comuns de racionalização. Aproveite-a e discuta, de modo detalhado, as resoluções apresentadas pelos estudantes.

- Ao trabalhar com a atividade **52**, caso os estudantes não apresentem as medidas das larguras dos retângulos com expressões simplificadas, oriente-os a simplificá-las. Além disso, instigue-os a criar o hábito de sempre simplificar as respostas o máximo possível.
- Proponha que os estudantes resolvam as atividades **53**, **54**, **55**, **56** e **57** em grupos. Dessa maneira, eles poderão trocar ideias a respeito das operações com radicais, das propriedades dos radicais e dos procedimentos de racionalização do denominador de frações. Após todos concluírem suas resoluções, organize uma roda de conversa para que as estratégias utilizadas sejam expostas. Além disso, se julgar conveniente, proponha que as equivalências – entre a expressão inicial e a obtida pelos estudantes – sejam verificadas usando uma calculadora.

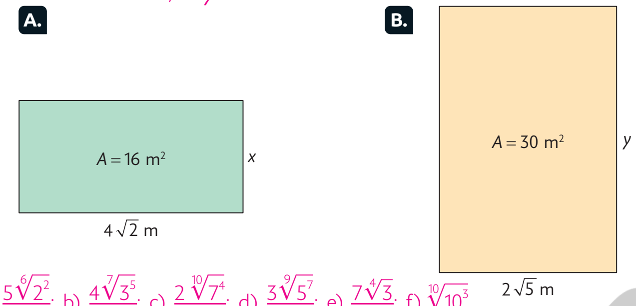
Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

53. Respostas: a) $\frac{5\sqrt{3}}{12}$; b) $\frac{\sqrt{6}}{6}$; c) $\frac{\sqrt{30}}{3}$; d) $\frac{\sqrt{15}}{50}$; e) $\frac{\sqrt{14}}{21}$; f) $\frac{\sqrt{15}}{5}$; g) $\frac{3}{4}$; h) $\frac{16\sqrt{15}}{15}$.

52. Em cada retângulo estão indicadas as medidas de sua área A e de seu comprimento. Determine a medida da largura de cada um deles.

52. Respostas: A. $x = 2\sqrt{2}$ m; B. $y = 3\sqrt{5}$ m



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

54. Respostas: a) $\frac{5\sqrt[6]{2^2}}{2}$; b) $\frac{4\sqrt[7]{3^5}}{3}$; c) $\frac{2\sqrt[10]{7^4}}{7}$; d) $\frac{3\sqrt[9]{5^7}}{5}$; e) $\frac{7\sqrt[4]{3}}{3}$; f) $\sqrt[10]{10^3}$.

53. Racionalize os denominadores das frações a seguir.

a) $\frac{5}{4\sqrt{3}}$ c) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{7}}$ g) $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{8}}$

b) $\frac{2}{2\sqrt{6}}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{10\sqrt{5}}$ f) $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ h) $\frac{8\sqrt{12}}{3\sqrt{5}}$

54. Racionalize os denominadores.

a) $\frac{5}{\sqrt[6]{2^4}}$ b) $\frac{4}{\sqrt[7]{3^2}}$ c) $\frac{2}{\sqrt[10]{7^6}}$ d) $\frac{3}{\sqrt[9]{5^2}}$ e) $\frac{7}{\sqrt[4]{3^3}}$ f) $\frac{10}{\sqrt[10]{10^7}}$

55. Sabendo que as letras que aparecem nas frações representam números reais positivos, racionalize os denominadores.

55. Respostas: a) $2\sqrt{y}$; b) $\sqrt{a}$; c) $\frac{\sqrt{dc}}{d}$; d) $\frac{\sqrt{xz}}{z}$; e) $a\sqrt{b}$; f) $\sqrt{d}$.

a) $\frac{2y}{\sqrt{y}}$ b) $\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$ c) $\frac{c\sqrt{d}}{d\sqrt{c}}$ d) $\frac{2x}{\sqrt{4xz}}$ e) $\frac{ab}{\sqrt{b}}$ f) $\frac{d\sqrt{c}}{\sqrt{cd}}$

56. Racionalize os denominadores.

a) $\frac{4}{\sqrt{5}+1}$ c) $\frac{\sqrt{2}-1}{3+\sqrt{8}}$ e) $\frac{8}{\sqrt{8}+3}$

b) $\frac{\sqrt{6}}{2-\sqrt{7}}$ d) $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-2}$ f) $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-5}$

57. Simplifique as expressões a seguir, racionalizando os denominadores sempre que possível.

a) $\frac{\sqrt[5]{3^3}}{4} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^2}}{\sqrt{6}}$

b) $\frac{\sqrt[3]{5 \cdot 3^2} \cdot \sqrt[3]{5^2 \cdot 3}}{\sqrt[3]{2}}$

c) $\frac{2}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt[3]{3^2}}$

57. Respostas: a) $\frac{\sqrt{6}}{8}$; b) $\frac{15\sqrt[3]{2^2}}{2}$; c) $\frac{2\sqrt{7}}{3}$; d) $\frac{\sqrt[3]{2}}{3}$; e) $6\sqrt[3]{5^2}$; f) $12\sqrt{5}$.

d) $\frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{9^2}}$

e) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[5]{3}} \cdot \frac{\left(\sqrt[5]{27}\right)^2}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt{125}}{\sqrt[3]{4}}$

f) $\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{4}{\sqrt{4}} \cdot \frac{5}{\sqrt{5}} \cdot \frac{6}{\sqrt{6}}$

56. Respostas: a) $\sqrt{5}-1$; b) $-\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{42}}{3}$; c) $5\sqrt{2}-7$; d) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{6}+6}{2}$; e) $24-16\sqrt{2}$; f) $\frac{\sqrt{35}+5\sqrt{5}-\sqrt{7}-5}{18}$.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Determine as potências a seguir. 1. Respostas: a) $(12)^2$; b) $2 \cdot 6^2$; c) $(6)^2$; d) $(10)^3$.

a) O quadrado do dobro de 6.

b) O dobro do quadrado de 6.

c) O quadrado do triplo de 2.

d) O cubo do dobro de 5.

2. Resolva os cálculos a seguir.

a) $2^3 \cdot 2^9$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

c) $(-5)^2 \cdot (-5)$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-7} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-9}$

e) $(-7)^{12} : (-7)^{10}$

f) $(-10)^{-21} : (10)^{-26}$

g) $(3^3)^{-2}$

h) $(4^2)^3$

2. Respostas: a) 4096; b) $\frac{3}{2}$; c) -125; d) $\frac{1}{25}$; e) 49; f) $-100\,000$; g) $\frac{1}{729}$; h) 4096.

3. No quadrado mágico ao lado, o produto das linhas, colunas ou diagonais é sempre igual. Determine as potências de base 9 que as letras representam.

9^5	A	9^3
B	9^2	C
D	E	9^{-1}

3. Resposta: $A = 9^{-2}$; $B = 9^0$; $C = 9^4$; $D = 9^1$; $E = 9^6$.

4. Resolva as expressões a seguir.

a) $2^2 + 100^0 + 15^1 - 1^{10}$

b) $8^2 \cdot 2^4 + 2^{10}$

c) $\dfrac{27^3 \cdot 3^5}{81^4}$

4. Respostas: a) 19; b) 2048; c) $\frac{1}{9}$.

5. Escreva, em uma folha de papel avulsa, os números a seguir em notação científica.

a) 7 300 000 000

b) 86 500 000

c) 0,0000000164

d) 0,0000000000044

5. Respostas: a) $7{,}3 \cdot 10^9$; b) $8{,}65 \cdot 10^7$; c) $1{,}64 \cdot 10^{-8}$; d) $4{,}4 \cdot 10^{-12}$.

6. Calcule. 6. Respostas: a) 2280; b) 0,235; c) 5.

a) $\dfrac{(4{,}22 \cdot 10^8) + (3{,}4 \cdot 10^7)}{2 \cdot 10^5}$

b) $\dfrac{(9{,}4 \cdot 10^{12}) \cdot (1{,}5 \cdot 10^{13})}{6 \cdot 10^{26}}$

c) $\dfrac{4{,}22 \cdot 10^7}{(8{,}86 \cdot 10^6) - (4{,}2 \cdot 10^5)}$

7. Sendo $A = 531441$, calcule: 7. Respostas: a) 729; b) 81; c) 27.

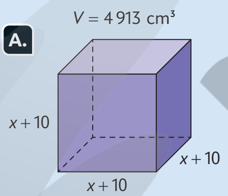
a) $\sqrt{A}$.

b) $\sqrt[3]{A}$.

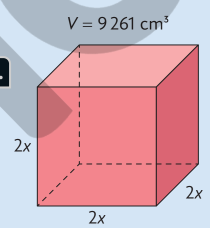
c) $\sqrt[4]{A}$.

8. Nos cubos a seguir, as medidas dos comprimentos das arestas estão expressas em centímetros. Sabendo que V indica a medida do volume de cada cubo, determine o valor de x em cada item. 8. Respostas: A. $x = 7$; B. $x = 10{,}5$.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes representam em linguagem matemática potências escritas por extenso.

Como proceder

- Ao constatar dificuldades, resolva o item **a** na lousa, orientando os estudantes a determinar a operação que primeiro deve ser representada.

2, 3 e 4. Objetivo

- Avaliar o desempenho dos estudantes em atividades envolvendo cálculo de potências.

Como proceder

- Na atividade **2**, verifique se os estudantes aplicam corretamente as propriedades das potências. Se julgar necessário, retome o trabalho com esse assunto. Já na atividade **3**, se for conveniente, leve os estudantes a compreender a necessidade de determinar a constante mágica do quadrado. Finalmente, na atividade **4**, oriente os estudantes a aplicar as propriedades das potências nos itens **b** e **c**. Já no item **a**, recomende que apliquem as definições de potência estudadas.

5. Objetivo

- Avaliar se os estudantes escrevem um número em notação científica.

Como proceder

- Acompanhe as estratégias utilizadas pelos estudantes. Em caso de dificuldade, retome com eles qual deve ser a forma de um número escrito em notação científica.

6. Objetivo

- Constatar se os estudantes compreendem como efetuar cálculos com números escritos em notação científica.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldades, retome o trabalho com os procedimentos expostos na atividade **11** da página **24**.

7. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam raízes quadradas, cúbicas e quartas de um número.

Como proceder

- Analise se os estudantes compreendem que, para calcular a raiz indicada em cada item, basta fatorar o número dado e escrevê-lo na forma de potência, cujo expoente coincide com o índice da raiz.

8. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam as raízes cúbicas de um número.

Como proceder

- Em caso de dificuldades dos estudantes, escreva na lousa a fórmula do cálculo da medida do volume de um cubo. Para resolver a equação, sugira que calculem a raiz cúbica de cada termo.

9. Objetivo

- Avaliar se os estudantes relacionam corretamente potências e raízes.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldades, por meio de questionamentos, leve-os a recordar que o índice do radical corresponde ao denominador do expoente da potência.

10. Objetivo

- Verificar se os estudantes aplicam corretamente as propriedades dos radicais.

Como proceder

- Se julgar necessário, retome o trabalho com as propriedades dos radicais. Além disso, se for conveniente, resolva o item **a** na lousa com os estudantes. Para tanto, basta aplicar a 2ª propriedade.

11 e 12. Objetivo

- Acompanhar o desempenho dos estudantes em atividades envolvendo expressões numéricas com radicais.

Como proceder

- Se os estudantes tiverem dificuldades, escreva na lousa o número $\sqrt{15}$ e, com a ajuda deles, determine o valor aproximado desse número, escrevendo-o como $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$ e fazendo as substituições e os cálculos necessários.

13. Objetivo

- Avaliar se os estudantes racionalizam uma fração corretamente.

Como proceder

- Acompanhe as estratégias dos estudantes. Em caso de dificuldade, sugira que racionalizem cada fração e, em seguida, escreva-as no mesmo denominador.

14. Objetivos

- Acompanhar o desempenho dos estudantes em atividades envolvendo multiplicação com radicais.
- Constatar se os estudantes compreendem como racionalizar uma fração.

Como proceder

- Analise se os estudantes percebem que a medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo é dada pelo produto das medidas de suas dimensões. Depois, confira se eles fazem a racionalização corretamente. Se necessário, resolva o item **A** na lousa com a ajuda deles.

---

9. Associe as potências com as raízes. 9. Resposta: a–j; b–l; c–g; d–h; e–i; f–k.

a) $x^{\frac{5}{8}}$ d) $x^{\frac{8}{5}}$ g) $\sqrt[4]{x}$ j) $\sqrt[8]{x^5}$

b) $x^{\frac{2}{3}}$ e) $x^{\frac{3}{2}}$ h) $x\sqrt[5]{x^3}$ k) $\sqrt[4]{x^3}$

c) $x^{\frac{1}{4}}$ f) $x^{\frac{3}{4}}$ i) $x\sqrt{x}$ l) $\sqrt[3]{x^2}$

10. Determine o valor de x de modo que a igualdade seja verdadeira.

a) $\sqrt[6]{3^2} = \sqrt[x]{3^4}$

b) $\sqrt[8]{\sqrt{9}} = \sqrt[x]{9}$

c) $\left(\sqrt[3]{8}\right)^3 = \sqrt[3]{8^x}$

d) $\sqrt{21} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{21^x}$

e) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[x]{72}$

f) $\sqrt[5]{27^5} = x$

10. Respostas: a) $x = 12$; b) $x = 16$; c) $x = 3$; d) $x = 3$; e) $x = 3$; f) $x = 27$.

11. Considerando $\sqrt{3} \simeq 1{,}73$; $\sqrt{5} \simeq 2{,}24$ e $\sqrt{6} \simeq 2{,}45$, calcule o valor aproximado de cada expressão numérica a seguir.

a) $\sqrt{54} + \sqrt{24} + \sqrt{96}$

b) $\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{3}$

c) $\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{125}$

11. Respostas: a) 22,05; b) 6,92; c) 40,32.

12. Considerando $\sqrt{2} \simeq 1{,}41$ e $\sqrt{3} \simeq 1{,}73$, calcule o valor aproximado de cada expressão numérica. 12. Respostas: a) 9,76; b) 29,27; c) 126,9; d) 20,76.

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{12}$

b) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{27}$

c) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{50} \cdot \sqrt{27}$

d) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{18}$

13. $\dfrac{4}{\sqrt{6}} + \dfrac{2}{\sqrt{8}}$ é igual a: 13. Resposta: Alternativa **a**.

a) $\dfrac{8\sqrt{6} + 3\sqrt{8}}{12}$

b) $\dfrac{6\sqrt{6} + 16\sqrt{8}}{24}$

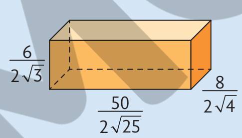
c) $\dfrac{4\sqrt{6} + 2\sqrt{8}}{24}$

d) $\dfrac{6\sqrt{48}}{48}$

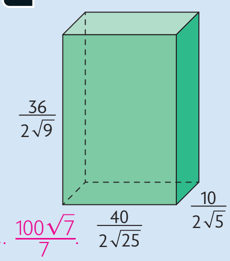
e) $\dfrac{22\sqrt{14}}{24}$

14. Determine a medida do volume de cada paralelepípedo reto retângulo.

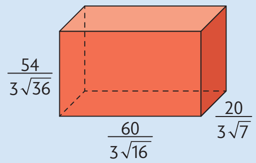
A.



B.



C.



14. Respostas: A. $10\sqrt{3}$; B. $24\sqrt{5}$; C. $\dfrac{100\sqrt{7}}{7}$.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

UNIDADE

3 Razão e proporção


KUMEKO/SHUTTERSTOCK

Busto da escultura David, do artista Michelangelo, esculpido em proporções muito próximas das reais de um homem adulto.

Agora vamos estudar...

- o conceito de razão e de proporção;
- algumas razões especiais;
- grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais;
- divisão em partes proporcionais;
- ângulos opostos pelo vértice;
- ângulos formados por um feixe de retas paralelas e uma transversal;
- o conceito de razão aplicado a segmentos de reta proporcionais;
- o teorema de Tales e sua aplicação nos triângulos.

- A abertura da unidade apresenta uma imagem de parte da escultura *David*, de Michelangelo. Diga aos estudantes que, nessa escultura, cuja altura mede 5,17 m, o artista usou proporções muito próximas a de um homem adulto, o que exigiu conhecimentos sobre razão e proporção. Depois, explique aos estudantes que há várias aplicações para os conceitos de razão e proporção, entre elas, problemas envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais e divisão de uma grandeza em partes diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.
- Para complementar o trabalho com esta abertura, faça questionamentos como:

a) Vocês já tinham visto a escultura *David*, de Michelangelo, em algum lugar?

b) Vocês conhecem outros trabalhos desse artista?

c) Como vocês fariam para obter a razão utilizada por Michelangelo nessa obra?

d) Além de Michelangelo, vocês conhecem ou já ouviram falar de outro artista que utiliza ou utilizou razão e proporção em suas obras?

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, escreva na lousa as igualdades $\frac{3}{5}=\frac{12}{20}$ e $\frac{6}{12}=\frac{1}{3}$ e peça aos estudantes que indiquem qual delas é verdadeira.

Resolução e comentários

É verdadeira a igualdade $\frac{3}{5}=\frac{12}{20}$, pois $3\cdot 20 = 5\cdot 12 = 60$. A igualdade $\frac{6}{12}=\frac{1}{3}$ é falsa, pois $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ ou $3\cdot 6 \neq 12\cdot 1$.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Compreender o conceito de razão e de proporção.
- Estudar algumas razões, como densidade demográfica, densidade de um objeto e escala.
- Reconhecer e distinguir grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.
- Determinar uma divisão em partes proporcionais.
- Identificar e calcular ângulos opostos pelo vértice e ângulos formados por um feixe de retas paralelas e uma transversal.
- Identificar se os segmentos de retas são proporcionais.
- Determinar a razão entre as medidas de dois segmentos de reta.
- Resolver e elaborar situações-problemas envolvendo segmentos de retas proporcionais.
- Usar o teorema de Tales para determinar as medidas de segmentos de reta.
- Utilizar o teorema de Tales em triângulos para determinar as medidas do comprimento de seus lados.
- Resolver e elaborar situações-problema usando o teorema de Tales.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o trabalho com razão e proporção. Esse estudo foca também algumas razões, como densidade demográfica, densidade de um objeto, medida da velocidade média e escala. Dessa forma, busca-se levar os estudantes a perceber a presença de grandezas proporcionais e não proporcionais em inúmeras circunstâncias. O trabalho com a divisão em partes diretamente e inversamente proporcionais colabora para que os estudantes resolvam problemas presentes nos mais variados contextos, como financeiros, de divisão de contas etc.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à razão. Relembre os casos estudados em anos anteriores e permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

Razão

Neste tópico, estudaremos como comparar duas grandezas. Para isso, vamos analisar o seguinte exemplo.

Na prova de Matemática, Félix acertou 9 atividades e errou 4. Nesse caso, dizemos que a razão entre o número de acertos e o número de erros de Félix nessa prova é de 9 : 4 ou $\frac{9}{4}$.

> Sejam a e b dois números reais, com $b \neq 0$. A **razão** entre a e b é o quociente de a por b, ou seja, $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

Agora, considere o seguinte problema.

> Em uma turma de 9º ano, há 42 estudantes. A razão entre o número de meninos e o de meninas é 5 : 2. Quantas meninas há nessa turma?

Para resolver o problema, podemos elaborar um quadro.

Meninos	Meninas	Total de estudantes
$5 = (5 \cdot 1)$	$2 = (2 \cdot 1)$	7
$10 = (5 \cdot 2)$	$4 = (2 \cdot 2)$	14
$15 = (5 \cdot 3)$	$6 = (2 \cdot 3)$	21
...	...	...
$5x$	$2x$	42

Desse modo, segue que:

$$5x + 2x = 42 \Rightarrow 7x = 42 \Rightarrow x = \frac{42}{7} = 6$$

Portanto, na turma há $2 \cdot 6 = 12$ meninas.

Questão 1. Quantos meninos há na turma de 9º ano? Questão 1. Resposta: 30 meninos.

Na sequência, estudaremos algumas razões que estão presentes em nosso dia a dia.

Velocidade média

A **velocidade média** é definida como a distância total percorrida dividida pelo tempo gasto para percorrê-la. Para compreender melhor, vamos analisar o seguinte exemplo:

Para ir ao trabalho, Marcelo percorreu com seu carro 20 km em 50 min. Para determinar a medida da velocidade média da viagem em quilômetros por hora, calculamos:

$$\frac{20}{\frac{5}{6}} = \frac{6 \cdot 20}{5} = 24$$

Atenção!
50 min equivale a $\frac{50}{60}$ h $= \frac{5}{6}$h.

Portanto, a velocidade média desse trajeto mede 24 km/h.

Atenção!
Algumas das unidades utilizadas para expressar a velocidade média são **quilômetro por hora** (km/h) e **metro por segundo** (m/s).

42

Apresente na lousa o problema que diz que a razão entre o número de meninos e o de meninas é de $\frac{5}{2}$ e peça aos estudantes que apresentem estratégias de resolução. Depois, reproduza na lousa o quadro apresentado nesta página, a fim de determinar o número de meninas.

- Avalie a necessidade de explicar a eles o que o x significa no quadro apresentado. Para isso, analise se eles identificam o padrão nos produtos das linhas anteriores, nas quais cada quantidade é obtida pela multiplicação por 5 e por 2, respectivamente.
- Na questão **1**, verifique se os estudantes calculam a quantidade de meninos utilizando a razão $\frac{5}{2}$, ou seja, multiplicando 5 por 6, ou se apenas subtraem de 42. Identifique as dificuldades deles e oriente-os.

Densidade demográfica

A **densidade demográfica** de um local é definida como a razão entre a população total de determinado lugar e a medida de sua área em quilômetros quadrados. Vamos analisar o seguinte exemplo.

Em 2021, a comunidade quilombola Sumidouro, em Queimada Nova (PI), era formada por 23 famílias, havendo nela aproximadamente 115 pessoas. Sabendo que a área da região em que eles moram mede 9,321 km², podemos determinar sua densidade demográfica. Para isso, devemos fazer:

$$\frac{115 \text{ hab.}}{9{,}321 \text{ km}^2} \simeq 12{,}34 \text{ hab./km}^2$$

Atenção!

A densidade demográfica é expressa em **habitantes por quilômetro quadrado** (hab./km²).

Portanto, em 2021, a densidade demográfica da comunidade quilombola Sumidouro era de aproximadamente 12,34 hab./km².

Quilombo Sumidouro – Queimada Nova (PI)

GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: MAPA – Indígenas Kariri e quilombolas do Mocambo, Sumidouro e Tapuio Queimada Nova – PI. *Nova Cartografia Social da Amazônia*. Disponível em: http://novacartografiasocial.com.br/download/mapa-indigenas-kariri-e-quilombolas-do-mocambo-sumidouro-e-tapuio-queimada-nova-pi/. Acesso em: 4 abr. 2022.

Questão 2. Alguns mapas são elaborados por especialistas junto com membros da comunidade. Você considera essa parceria importante? Converse com os colegas e o professor sobre o assunto.

Questão 2. Resposta pessoal.

- Antes de apresentar o processo para calcular a densidade demográfica, peça aos estudantes que pesquisem a população e a medida de área de uma cidade grande, como São Paulo, e calculem a densidade demográfica. Depois disso, anote na lousa as duas razões (densidade demográfica da comunidade Quilombola Sumidouro e da cidade pesquisada), compare-as e avalie com eles se há muitas ou poucas pessoas por km² em cada caso e se a diferença é muito grande.
- A questão **2** utiliza conhecimentos matemáticos para expressar e partilhar informações relacionadas ao componente curricular de **Geografia**, o que favorece o desenvolvimento da **Competência geral 4**. Avalie a possibilidade de preparar uma aula em conjunto com o professor desse componente, de modo a explorar características do mapa apresentado na página. Expliquem que se trata de um mapa produzido pela população da comunidade em colaboração com especialistas e que esse tipo de representação permite articular o conhecimento técnico com o conhecimento local, além de envolver diretamente os sujeitos da comunidade.

Um texto a mais

- Leia o texto a seguir que discorre sobre a importância da etnocartografia, que é

[...] um repositório de conhecimentos diversos que permite compreender melhor as relações de seus autores com o meio em que vivem. Se usada como ferramenta de planejamento, pode ainda possibilitar a participação da população tradicional na tomada de decisões. Neste contexto, onde o saber tradicional vem resgatando seu lugar de destaque como alternativa na busca do desenvolvimento sustentável, importa saber quais as possíveis aplicações práticas dos etnomapas e evidenciar o valor da etnocartografia como ferramenta participativa nas atividades de gestão que envolvam comunidades tradicionais. Não se pretende com isso que o uso de etnomapas resuma a participação dos povos tradicionais e sim que seja um instrumento a mais para a inclusão destes no processo de tomada de decisões.

[...]

ATAIDE, Marcos Sebastião; MARTINS, Ayrton Luiz Urizzi. *A etnocartografia como ferramenta de gestão*. Disponível em: http://www.iapad.org/wp-content/uploads/2015/07/marcos_sebasti_o_ata_de_1333816767_1334543686.pdf. Acesso em: 27 jul. 2022.

- Após trabalhar com o tópico **Densidade demográfica**, avalie a possibilidade de iniciar o trabalho com a seção **Projeto em ação**, que se encontra na página **279**.

- Antes de apresentar a densidade de um objeto, investigue se os estudantes lembram o que é a medida de volume. Se necessário, retome com eles e apresente algumas unidades de medidas de volume (cm^3 e m^3, por exemplo). Da mesma forma, investigue os conhecimentos prévios deles sobre escala. Discuta com eles a importância do conceito de razão para obter a densidade de um objeto, bem como para calcular uma escala.
- Na questão **3**, oriente os estudantes apresentando fontes confiáveis para a realização da pesquisa. Desenvolva um trabalho em pequenos grupos e organize apresentações destes para a turma toda. Nesse processo de pesquisa, os estudantes têm a oportunidade de explicar aspectos da realidade e de utilizar tecnologias digitais de forma crítica, abordando a **Competência geral 1**. Desse modo, também é favorecido o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 1**.

Densidade

A **densidade** de um objeto é definida como o quociente entre sua massa e seu volume. Vamos analisar o seguinte exemplo.

Um objeto tem massa e volume medindo, respectivamente, 5 250 g e 250 cm^3. Para determinar a medida da densidade desse objeto em gramas por centímetro cúbico, devemos fazer:

$$\frac{5\,250 \text{ g}}{250 \text{ cm}^3} = 21 \text{ g/cm}^3$$

Portanto, a densidade do objeto mede 21 g/cm^3.

Atenção!

Algumas das unidades utilizadas para expressar a densidade de um objeto são: **grama por centímetro cúbico** (g/cm^3), **quilograma por metro cúbico** (kg/m^3) e **grama por litro** (g/L).

Escala

A **escala** de uma representação é definida como a razão entre a medida do comprimento considerado para produzir a representação e a medida do comprimento real correspondente, expressas em uma mesma unidade de medida. Acompanhe o seguinte exemplo.

No mapa apresentado a seguir, cada 1 cm representa 9 000 000 cm (90 km).

Para determinar a escala do mapa, devemos fazer:

$$\frac{1 \text{ cm}}{9\,000\,000 \text{ cm}} = \frac{1}{9\,000\,000} = 1 : 9\,000\,000$$

Com base nessa escala, podemos determinar, por exemplo, a medida da distância em linha reta entre as cidades de Londrina e Maringá. Como no mapa a distância em linha reta entre essas cidades mede 0,8 cm, devemos efetuar:

$$0{,}8 \cdot 9\,000\,000 = 7\,200\,000$$

Transformando essa medida em quilômetros, obtemos:

$$7\,200\,000 \text{ cm} = \frac{7\,200\,000}{100\,000} \text{ km} = 72 \text{ km}$$

Mapa do Paraná

TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: ATLAS geográfico escolar. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018.

Portanto, a distância em linha reta entre as cidades de Londrina e Maringá mede 72 km.

O uso de escalas está presente no dia a dia dos arquitetos, engenheiros, biólogos, entre outros. Por exemplo, os arquitetos utilizam-na para elaborar a planta de uma casa. Já os biólogos podem usar esse conceito para representar a ampliação de uma bactéria, por exemplo.

Questão 3. Pesquise uma situação em que engenheiros utilizam o conceito de escala. Além disso, busque por outros profissionais que utilizam o conceito de razão para realizar os seus trabalhos. Registre no caderno as informações que achar relevantes. Questão 3. Resposta pessoal.

Atenção!

Podem ser usados como fonte, para realizar a pesquisa proposta na questão **3**, livros, revistas e *sites*. No entanto, é necessário estar atento e se certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para finalizar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Respostas: a) $\frac{15}{26}$; b) $\frac{15}{41}$; c) $\frac{26}{41}$.

1. No 9º ano **B**, há 15 meninas e 26 meninos. Qual é a razão entre:

a) o número de meninas e o número de meninos?

b) o número de meninas e o total de estudantes?

c) o número de meninos e o total de estudantes?

2. Joana gosta de colecionar figurinhas de carros e motos, tendo ao todo 125 figurinhas. Sabendo que a razão entre o número de figurinhas de carros e o número de figurinhas de motos é $\frac{2}{3}$, determine quantas são as figurinhas de carros.

2. Resposta: 50 figurinhas.

3. Elabore um problema envolvendo velocidade média e peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

3. Resposta pessoal.

4. A escola onde Pedro estuda fica a 9 km da casa dele, e para se deslocar ele precisa utilizar o ônibus escolar para frequentar as aulas. Em determinado dia, o ônibus levou $\frac{1}{6}$ h para ir da casa de Pedro até a escola, sem fazer paradas ao longo do caminho. Em seu caderno, calcule a medida da velocidade média do ônibus nesse dia.

4. Resposta: 54 km/h.

5. A população estimada de Petrolina (PE) em 2021 era de 359 372 pessoas e a extensão territorial desse local mede 4 561,870 km².

Fonte de pesquisa: IBGE. Disponível em: https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pe/petrolina/panorama. Acesso em: 17 maio 2022.

Em seu caderno, calcule a densidade demográfica desse município em 2021.

5. Resposta: Aproximadamente 78,8 hab./km².

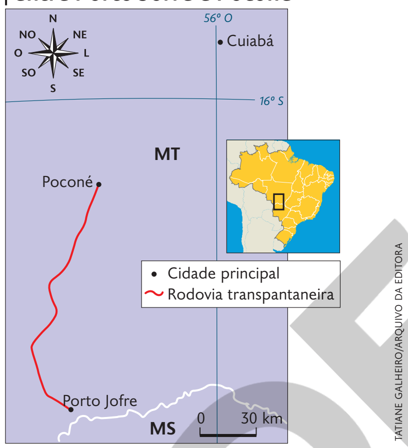
6. O volume de uma pedra de gelo com formato cúbico mede 125 cm³. Determine a densidade dela, sabendo que sua massa mede 115 g.

6. Resposta: 0,92 g/cm³.

7. A Rodovia Transpantaneira está localizada no estado do Mato Grosso e liga o município de Poconé a Porto Jofre, em um total de 142 km de estrada de "chão".

No mapa, cada 1 cm representa 30 km.

Rodovia Transpantaneira entre Porto Jofre e Poconé



Fonte de pesquisa: ATLAS geográfico escolar. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018.

a) Utilizando uma régua, determine a medida da distância real aproximada em linha reta, em quilômetros, entre Poconé e:

- Porto Jofre.
- Cuiabá.

7. a) Respostas: 120 km; 99 km.

b) Qual é a diferença entre a medida do comprimento da Rodovia Transpantaneira e a medida da distância real aproximada em linha reta entre o município de Poconé e Porto Jofre?

7. b) Resposta: Aproximadamente 22 km.

8. Escolha uma das razões estudadas, **elabore** um problema e peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

8. Resposta pessoal.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- As atividades deste tópico incentivam os estudantes a resolver problemas que envolvem a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, abordando, assim, a habilidade **EF09MA07**.
- Na atividade **1**, verifique se os estudantes compreendem a ordem em que as razões devem ser escritas. Se tiverem dúvidas, forneça explicações para eles e apresente outras situações que requerem essa representação.
- Na atividade **2**, acompanhe se os estudantes conseguem equacioná-la. Caso tenham dúvidas, retome com eles o exemplo da página **42**.
- As atividades **3** e **8** envolvem a elaboração de um problema. Essa ação permite aos estudantes expressar ideias, sintetizar conclusões e trabalhar coletivamente com seus pares, o que aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**. Permite também aos estudantes exercitar a curiosidade e usar a criatividade para elaborar e resolver problemas, além de promover a empatia e o respeito ao trabalharem com pares, desenvolvendo as **Competências gerais 2** e **9**.

Na atividade **8**, agrupe os problemas elaborados pelos estudantes e verifique quais razões foram mais ou menos exploradas, com o propósito de discutir a compreensão apresentada por eles.

- Na atividade **4**, analise como os estudantes lidam com a fração de hora e com a divisão de fração. Se tiverem dúvidas, retome com eles esse assunto e apresente outras situações semelhantes a essa.
- Tire melhor proveito das atividades **5** e **6**, pedindo aos estudantes que pesquisem outras situações que requeiram o cálculo da densidade, tanto demográfica como de objetos.
- A fim de complementar a atividade **7**, leve os estudantes ao laboratório de informática e peça a eles que acessem o *site* do Google Maps para explorar medidas de distâncias reais e por meio de rodovias entre cidades da preferência deles. Se não houver laboratório de informática na escola, avalie a possibilidade de levar um computador e um projetor para a sala de aula e explorar com a turma toda algumas medidas de distâncias por meio desse *site*. Disponível em: https://www.google.com.br/maps/. Acesso em: 27 jul. 2022.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à proporção. Permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Depois, apresente o exemplo desta página na lousa, peça a eles que analisem a relação entre as quantidades e, em seguida, discuta com eles as propriedades das proporções.

• Se julgar conveniente, proponha a eles alguns exemplos numéricos, para comparar e verificar as propriedades. Assim, contribui-se para o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**.

Proporção

O quadro a seguir apresenta o número de estudantes de duas turmas do 9º ano.

Turma	Meninos	Meninas
9º ano A	13	9
9º ano B	26	18

Analisando o quadro, verificamos que no 9º ano **A** a razão entre o número de meninos e o de meninas é $\frac{13}{9}$. Por outro lado, no 9º ano **B**, a razão entre o número de meninos e o de meninas também é $\frac{13}{9}$, visto que, ao simplificar a fração $\frac{26}{18}$, obtemos $\frac{13}{9}$. Nesse caso, temos: $\frac{26}{18} = \frac{13}{9}$.

Duas razões com termos não nulos, $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, formam uma **proporção** quando as frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são equivalentes, ou seja:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (lê-se: *a* está para *b* assim como *c* está para *d*)

Nessa proporção, *a* e *d* são chamados **extremos** e *b* e *c* são chamados **meios**.

As razões $\frac{5}{4}$ e $\frac{10}{8}$ formam uma proporção, pois $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$. Nesse caso, dizemos que 5 está para 4 assim como 10 está para 8.

Propriedades das proporções

Neste tópico, estudaremos algumas propriedades das proporções. Para isso, considere a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

• **Propriedade fundamental das proporções**: o produto dos meios, em uma proporção, é igual ao produto dos extremos.

$$ad = bc$$

Demonstração: Seja a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Como os termos da proporção são não nulos, podemos multiplicar ambos os membros da igualdade por *bd*. Desse modo, obtemos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow bd \cdot \left(\frac{a}{b}\right) = bd \cdot \left(\frac{c}{d}\right) \Rightarrow ad = bc$$

Assim, podemos concluir que, em uma proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

• Se $b \neq d$, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d} \qquad \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \qquad \frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d} \qquad \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$$

Demonstração: Vamos verificar que, dada a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos $\frac{a}{b} = \frac{a + c}{b + d}$. De fato, considerando a propriedade fundamental, temos $ad = bc$. Adicionando ab em ambos os membros da igualdade, obtemos:

$$ad + ab = bc + ab \Rightarrow a(b + d) = b(a + c) \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a + c}{b + d}$$

Questão 4. Em seu caderno, mostre que se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com $b \neq d$, é uma proporção, então $\frac{c}{d} = \frac{a + c}{b + d}$, $\frac{a}{b} = \frac{a - c}{b - d}$ e $\frac{c}{d} = \frac{a - c}{b - d}$. Questão 4. Resposta na seção **Resoluções**.

Grandezas proporcionais

No ano anterior, estudamos grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Agora, vamos relembrar esses conceitos analisando alguns exemplos.

Grandezas diretamente proporcionais

Marcos precisa descongelar sua comida e, para isso, utiliza o micro-ondas. Para saber a medida do tempo necessária, ele fez uma busca no manual do aparelho e encontrou o quadro a seguir para o tipo de alimento que ele precisa descongelar.

Medida da massa	100 g	200 g	300 g	400 g	500 g
Medida do tempo	2 min	4 min	6 min	8 min	10 min

Analisando as informações, verificamos que, ao dobrarmos a medida da massa, a medida do tempo também dobra; ao triplicarmos a medida da massa, a medida do tempo também triplica; e assim por diante. Nesse caso, dizemos que as grandezas massa e tempo são **diretamente proporcionais**.

Com base nisso, a razão entre as medidas correspondentes às grandezas massa e tempo é constante, ou seja:

$$\frac{100}{2} = \frac{200}{4} = \frac{300}{6} = \frac{400}{8} = \frac{500}{10} = 50$$

Indicando por x e y, respectivamente, a medida da massa de comida e a medida do tempo necessário para o descongelamento, podemos escrever:

$$\frac{x}{y} = 50 \Rightarrow x = 50y$$

Utilizando essa expressão, podemos calcular, por exemplo, a medida do tempo necessário para descongelar 800 g dessa comida. De fato, se $x = 800$, temos:

$$800 = 50y \Rightarrow y = \frac{800}{50} = 16$$

Portanto, são necessários 16 min para descongelar 800 g de comida.

Questão 5. Em seu caderno, calcule quantos minutos são necessários para descongelar 1 kg dessa comida nesse micro-ondas. Questão 5. Resposta: 20 min.

- A questão **4** requer uma demonstração algébrica. Caso os estudantes tenham dificuldade em compreender, apresente um exemplo numérico e, depois, retome a forma algébrica.
- Antes de apresentar o conteúdo do tópico **Grandezas proporcionais**, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a esse assunto e, se necessário, retome os conceitos de proporcionalidade e de razão. Permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio e tornar o estudo mais significativo. Além disso, apresente algumas situações do cotidiano que envolvem as grandezas diretamente proporcionais e verifique se eles percebem a relação de proporcionalidade.
- A questão **5** envolve a relação de proporcionalidade de duas grandezas. Caso os estudantes tenham dúvidas, retome com eles o exemplo resolvido para a medida de 800 g.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles percebam que, ao dobrarmos a medida da velocidade média, a medida do tempo fica reduzida pela metade; ao triplicarmos a medida da velocidade média, a medida do tempo fica reduzida à terça parte; e assim por diante. Ou seja, as grandezas são inversamente proporcionais. Peça a eles que calculem o tempo quando a velocidade média for 75 km/h. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

• Na questão **6**, se for o caso, retome com os estudantes os procedimentos necessários para transformar uma medida de tempo em minutos em uma medida de tempo em horas e minutos. Aproveite a situação e proponha mais medidas de velocidade média, para calcularem a medida de tempo necessária.

• Na atividade **9**, acompanhe as estratégias dos estudantes, verificando se simplificam a fração ou se usam a propriedade fundamental das proporções. Compare na lousa as duas possibilidades e esclareça possíveis dúvidas.

• As atividades deste tópico envolvem relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas, abordando a habilidade **EF09MA08**.

Grandezas inversamente proporcionais

Bianca vai viajar para a casa de seus pais. Como ela precisa estimar a medida do tempo necessário para completar essa viagem, realizou uma pesquisa e obteve as seguintes informações.

Medida da velocidade média	30 km/h	60 km/h	90 km/h
Medida do tempo	540 min	270 min	180 min

Ao dobrarmos a medida da velocidade média, verificamos que a medida do tempo fica reduzida pela metade; ao triplicarmos a medida da velocidade média, a medida do tempo fica reduzida à terça parte; e assim por diante. Nesse caso, dizemos que as grandezas velocidade média e tempo são **inversamente proporcionais**.

Com base nisso, a razão entre as medidas da grandeza velocidade média e o inverso das medidas correspondentes da grandeza tempo é constante, ou seja:

$$\frac{30}{\frac{1}{540}} = \frac{60}{\frac{1}{270}} = \frac{90}{\frac{1}{180}} = 16\,200$$

Atenção!

Lembre-se de que $\frac{1}{540}$ é o inverso de 540.

Indicando por x e y, respectivamente, a medida da velocidade média e a medida do tempo necessário para completar a viagem, podemos escrever:

$$\frac{x}{\frac{1}{y}} = 16\,200 \Rightarrow xy = 16\,200$$

Utilizando essa expressão, podemos calcular, por exemplo, a medida do tempo necessário para completar a viagem, considerando uma velocidade média medindo 75 km/h. De fato, se $x = 75$, temos:

$$75y = 16\,200 \Rightarrow y = \frac{16\,200}{75} = 216$$

Portanto, serão necessários 216 min (3 h 36 min) para completar a viagem.

Questão 6. Se a velocidade média medir 100 km/h, calcule em seu caderno quantas horas e minutos serão necessários para completar essa viagem. Questão 6. Resposta: 2 h 42 min.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

9. Em cada item, verifique se as razões formam uma proporção.

a) $\frac{5}{2}$ e $\frac{3}{5}$.

b) $\frac{3}{4}$ e $\frac{15}{20}$.

c) $\frac{7}{3}$ e $\frac{14}{3}$.

d) $\frac{9}{8}$ e $\frac{9}{2}$.

e) $\frac{7}{5}$ e $\frac{35}{25}$.

f) $\frac{6}{13}$ e $\frac{42}{91}$.

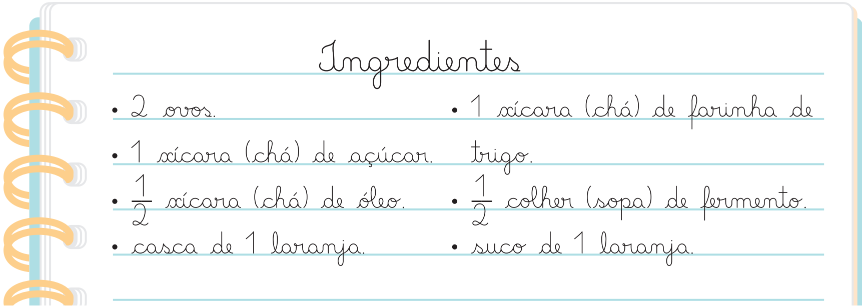
g) $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{4}$.

h) $\frac{12}{15}$ e $\frac{4}{5}$.

i) $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{7}$.

9. Respostas: a) Não; b) Sim; c) Não; d) Não; e) Sim; f) Sim; g) Não; h) Sim; i) Não.

10. A seguir, estão indicados os ingredientes para o preparo de um bolo de laranja que Suely vende em sua lanchonete, cujo rendimento é de 6 porções.



KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

De quantas xícaras (chá) de óleo Suely vai precisar para preparar 24 porções desse bolo?
10. Resposta: 2 xícaras (chá).

11. Uma empresa de construção civil vai asfaltar 57 km de uma estrada. Nos primeiros 76 dias de execução da obra, essa empresa finalizou 12 km. Quantos dias ainda são necessários para a empresa concluir o serviço, considerando que o ritmo de trabalho seja mantido?
11. Resposta: 285 dias.

12. Para ir de sua a casa até o museu da cidade, Pedro levou 18 min dirigindo, em média, a 72 km/h. Qual seria a medida do tempo gasto, tanto em minutos quanto em segundos, se tivesse dirigido, em média, a 60 km/h? 12. Resposta: 21 min 36 s.

13. Após uma consulta, o médico prescreveu um medicamento para Mateus com a seguinte dosagem: 3 gotas para cada 4 kg de medida de massa corporal a cada 8 h. Sabendo que a massa corporal de Mateus mede 32 kg, quantas gotas desse medicamento ele deve ingerir a cada 8 h? 13. Resposta: 24 gotas.

14. Para encher um reservatório com água, duas torneiras abertas demoram, em média, 1,5 h. Em quantos minutos cinco torneiras abertas iguais a essas demorariam para encher esse reservatório? 14. Resposta: 36 minutos.

15. Para atender à alta demanda, uma estamparia decidiu adicionar 3 novas máquinas em sua linha de produção, totalizando 8 máquinas. Sabendo que antes eram estampadas 300 camisetas por dia e que todas as máquinas são iguais, qual será o aumento na produção diária? 15. Resposta: 180 camisetas.

16. Uma máquina copiadora imprime 960 páginas a cada 3 minutos. Em quantos minutos ela imprimirá 1600 páginas? 16. Resposta: 5 min.

17. Trabalhando 5 horas por dia, Juliana e seus dois funcionários produzem, diariamente, certa quantidade de refeições. Sabendo que Juliana se dedicará apenas às entregas, determine a medida de tempo necessária para que, em um dia, esses dois funcionários produzam, considerando o mesmo ritmo de trabalho, essa mesma quantidade de refeições.
17. Resposta: 7,5 h ou 7 h 30 min.

18. Com certa quantidade de ração, Antônio alimenta 120 galinhas durante 12 dias. Durante quantos dias essa mesma quantidade de ração será suficiente para alimentar 80 galinhas?
18. Resposta: 18 dias.

19. **Elabore** um problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais. Em seguida, peça a um colega que o resolva. Depois, verifique se ele respondeu corretamente.
19. Resposta pessoal.

• Avalie a conveniência de resolver as atividades desta página utilizando **Resolução de problemas**. Para isso, obtenha informações no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.

• Nas atividades **10** e **11**, antes de efetuar os cálculos, os estudantes devem constatar que as grandezas são diretamente proporcionais. Acompanhe se escrevem adequadamente as razões e, se for o caso, sane as possíveis dúvidas que tiverem. Na atividade **10**, caso tenham dificuldades, retome com eles o processo de divisão de um número inteiro por uma fração.

• Nas atividades **12**, **14**, **17** e **18**, os estudantes devem perceber que as grandezas são inversamente proporcionais. Caso apresentem dúvidas, auxilie-os a construir um quadro com outros valores, a fim de que percebam a relação entre as grandezas. Relembre na lousa, usando as ideias dos estudantes, as transformações de medidas de tempo em horas, minutos e segundos.

Na atividade **14**, oriente os estudantes a considerar a mesma medida de pressão da água em todas as torneiras. E, na atividade **18**, peça que considerem que todas as galinhas comem a mesma quantidade de ração e que, em todos os dias, é servida a mesma quantidade de ração para elas.

• As atividades **13**, **15** e **16** envolvem grandezas diretamente proporcionais. Para tirar melhor proveito delas, organize os estudantes em grupos, de modo que possam compartilhar as estratégias utilizadas.

• A atividade **19** envolve a elaboração de um problema com grandezas diretamente proporcionais. Essa ação permite aos estudantes expressar ideias, sintetizar conclusões e trabalhar coletivamente com seus pares, o que aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**. Permite também que os estudantes exercitem a curiosidade e usem a criatividade para elaborar e resolver problemas, além de promover a empatia e o respeito ao realizar um trabalho em pares, desenvolvendo as **Competências gerais 2** e **9**.

• Após trabalhar com as atividades desta página, avalie a possibilidade de iniciar o trabalho com a seção **Projeto em ação**, que se encontra na página **279**, caso não tenha optado por apresentá-la aos estudantes anteriormente.

• Para resolver a atividade **20**, organize os estudantes em grupos e peça a eles que calculem os itens da atividade e, depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, esclareça as dúvidas. Tire melhor proveito desta atividade pedindo a eles que elaborem outras questões com base na tabela e que as troquem com outro grupo.

• Na atividade **21**, verifique se os estudantes compreendem que 3 h 30 min = 3,5 h e que essa transformação é necessária para efetuar os cálculos. Oriente-os a considerar que a medida da vazão foi constante durante o reparo do vazamento.

Aproveite o momento e converse com eles sobre o desperdício de água e elenque na lousa atitudes que podemos tomar para não desperdiçar esse bem natural. Assim, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Educação ambiental**.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **21**, avalie a possibilidade de usar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Na atividade **22**, incentive os estudantes a utilizar tempo com fração de horas, como 4 h 40 min.

• Nas atividades **23** e **24**, relembre aos estudantes que a medida da densidade de um objeto é o quociente entre a medida de massa e a medida de volume.

• Nas atividades **25** e **26**, caso os estudantes tenham dúvidas, retome situações que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais, a fim de que façam comparações entre elas, e auxilie-os a escrever as razões.

• As atividades **22**, **24** e **26** envolvem a interação com os colegas. Incentive os estudantes a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo, o que promove o desenvolvimento da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**.

20. Analise a tabela nutricional a seguir.

Informações nutricionais de alguns alimentos (porção de 100 g)			
Alimento	Energia	Proteína	Carboidratos
	Quilocalorias (kcal)	Grama (g)	Grama (g)
Arroz tipo 1 cozido	128	2,5	28,1
Pão de trigo francês	300	8,0	58,6
Batata doce cozida	77	0,6	18,4

Fonte de pesquisa: TABELA Brasileira de composição de alimentos. TACO. Disponível em: https://www.cfn.org.br/wp-content/uploads/2017/03/taco_4_edicao_ampliada_e_revisada.pdf. Acesso em: 22 jun. 2022.

a) Quantos gramas de arroz do tipo 1 cozido uma pessoa deve consumir para ingerir 365,3 g de carboidrato?

b) Qual é a medida de energia, em quilocalorias, presente em 500 g de arroz tipo 1 cozido?

c) Qual é a quantidade de proteína, em gramas, presente em 2 kg de batata doce cozida?

d) Qual é a medida de energia, em quilocalorias, presente em uma porção de arroz tipo 1 cozido com 10 g de proteína?

20. Respostas: a) 1300 g; b) 640 kcal; c) 12 g; d) 512 kcal.

21. A companhia de saneamento de uma cidade identificou um vazamento de água em sua rede de distribuição, cuja vazão era de 2700 litros por hora. O reparo da tubulação foi concluído após 3 horas e 30 minutos. Determine a medida do volume de água, em litros, desperdiçada até a conclusão do reparo. 21. Resposta: 9450 litros.

22. Em seu caderno, reescreva a atividade **21** trocando os números, mas mantendo a proporcionalidade. Em seguida, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se ele respondeu corretamente. 22. Resposta pessoal.

23. A medida da massa de um objeto com certa densidade é 66 g quando seu volume mede 132 cm^3. Determine a medida da massa de outro objeto de mesma densidade em que seu volume mede 150 cm^3. 23. Resposta: 75 g.

24. Em seu caderno, reescreva a atividade **23** trocando os números, mas mantendo a proporcionalidade. Em seguida, peça a um colega que a resolva. Por fim, verifique se ele a fez corretamente. 24. Resposta pessoal.

25. Em uma empresa de confecção de calçados, duas máquinas produziram certa quantidade de pares de sapatos em 12 horas. Quantas máquinas iguais a essas seriam necessárias para produzir a mesma quantidade de pares de sapatos em 3 horas?
25. Resposta: 8 máquinas.

26. Em seu caderno, reescreva a atividade **25** trocando os números, mas mantendo a proporcionalidade inversa. Em seguida, peça a um colega que a resolva. Por fim, verifique se ele respondeu corretamente. 26. Resposta pessoal.

27. **Elabore** um problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais e, em seguida, peça a um colega que o resolva. Depois, verifique se ele o respondeu corretamente.
27. Resposta pessoal.

50

Nestas atividades, analise se os estudantes usaram a mesma relação de proporcionalidade relacionada a cada uma delas.

• A atividade **27** envolve a elaboração de um problema com grandezas inversamente proporcionais. Essa ação permite aos estudantes expressar ideias, sintetizar conclusões e trabalhar coletivamente com seus pares, o que aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**. Permite também aos estudantes exercitar a curiosidade e usar a criatividade para elaborar e resolver problemas, além de promover a empatia e o respeito ao trabalharem com pares, desenvolvendo as **Competências gerais 2** e **9**.

• Após trabalhar com as atividades desta página, avalie a possibilidade de iniciar o trabalho com a seção **Projeto em ação**, que se encontra na página **279**, caso não tenha optado por apresentá-la aos estudantes anteriormente.

Divisão em partes diretamente proporcionais

Armando, Antônio e Amarildo são irmãos e têm, respectivamente, 12, 13 e 15 anos. Acompanhe o que o pai deles está dizendo.

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Para saber quantos reais cada um deles vai receber, devemos dividir os R$ 500,00 em **partes diretamente proporcionais** à idade deles, ou seja, 12, 13 e 15 anos.

Indicando por x, y e z a quantia que Armando, Antônio e Amarildo vão receber, respectivamente, temos:

$$\frac{x}{12} = \frac{y}{13} = \frac{z}{15}$$

Com base nas propriedades das proporções estudadas, segue que:

$$\frac{x}{12} = \frac{y}{13} = \frac{z}{15} = \frac{x + y + z}{12 + 13 + 15} = \frac{x + y + z}{40}$$

Como $x + y + z = 500$, temos:

$$\frac{x + y + z}{40} = \frac{500}{40} = 12{,}5$$

Agora, calculamos a quantia recebida por eles.

- Armando

$$\frac{x}{12} = 12{,}5 \Rightarrow x = 12{,}5 \cdot 12 \Rightarrow x = 150$$

Portanto, Armando vai receber R$ 150,00.

- Antônio

$$\frac{y}{13} = 12{,}5 \Rightarrow x = 12{,}5 \cdot 13 \Rightarrow x = 162{,}5$$

Portanto, Antônio vai receber R$ 162,50.

- Amarildo

$$\frac{z}{15} = 12{,}5 \Rightarrow x = 12{,}5 \cdot 15 \Rightarrow x = 187{,}5$$

Portanto, Amarildo vai receber R$ 187,50.

Questão 7. Se o pai deles tivesse dividido R$ 1250,00 de maneira diretamente proporcional à idade de cada um, quanto cada um receberia?

Questão 7. Resposta: Armando receberia R$ 375,00, Antônio, R$ 406,25 e Amarildo, R$ 468,75.

- Avalie a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a divisão proporcional utilizando seus conhecimentos prévios e descubram quanto cada um dos filhos vai receber. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Na questão **7**, acompanhe o processo de resolução dos estudantes e, se for o caso, retome as explicações a respeito da situação apresentada nesta página.

51

• Avalie a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a divisão inversamente proporcional usando seus conhecimentos prévios e descubram quanto cada um dos filhos vai receber. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

• Na questão **8**, acompanhe o processo de resolução dos estudantes e, se for o caso, retome as explicações a respeito da situação apresentada nesta página.

Divisão em partes inversamente proporcionais

Outro dia, o pai de Armando, Antônio e Amarildo disse a eles o seguinte:

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Para saber quantos reais cada um deles vai receber, devemos dividir os R$ 1062,00 em **partes inversamente proporcionais** à idade deles, ou seja, 12, 13 e 15 anos.

Indicando por x, y e z a quantia que Armando, Antônio e Amarildo vão receber, respectivamente, temos:

$$\frac{x}{\frac{1}{12}} = \frac{y}{\frac{1}{13}} = \frac{z}{\frac{1}{15}}$$

Com base nas propriedades das proporções estudadas, segue que:

$$\frac{x}{\frac{1}{12}} = \frac{y}{\frac{1}{13}} = \frac{z}{\frac{1}{15}} = \frac{x + y + z}{\frac{195 + 180 + 156}{2\,340}} = \frac{2\,340(x + y + z)}{531}$$

Como $x + y + z = 1062$, temos:

$$\frac{2\,340(x + y + z)}{531} = \frac{2\,340 \cdot 1062}{531} = 4\,680$$

Agora, calculamos a quantia recebida por eles.

• Armando

$$\frac{x}{\frac{1}{12}} = 4\,680 \Rightarrow x = \frac{4\,680}{12} \Rightarrow x = 390$$

Portanto, Armando vai receber R$ 390,00.

• Antônio

$$\frac{y}{\frac{1}{13}} = 4\,680 \Rightarrow x = \frac{4\,680}{13} \Rightarrow x = 360$$

Portanto, Antônio vai receber R$ 360,00.

• Amarildo

$$\frac{z}{\frac{1}{15}} = 4\,680 \Rightarrow x = \frac{4\,680}{15} \Rightarrow x = 312$$

Portanto, Amarildo vai receber R$ 312,00.

Questão 8. Caso o pai deles tivesse dividido R$ 1593,00 de maneira inversamente proporcional à idade de cada um, quanto cada um receberia?

Questão 8. Resposta: Armando receberia R$ 585,00, Antônio, R$ 540,00 e Amarildo, R$ 468,00.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

28. Decomponha o número 150 em duas partes diretamente proporcionais aos números 2 e 3. 28. Resposta: 150 = 60 + 90.

29. Decomponha o número 120 em duas partes inversamente proporcionais aos números 2 e 3.
29. Resposta: 120 = 72 + 48.

30. Fernando decompôs o número 1768 em três partes x, y e z diretamente proporcionais aos números 5, 9 e 12. A resposta obtida por ele foi:

a) $x = 816$, $y = 612$ e $z = 340$.

b) $x = 612$, $y = 816$ e $z = 340$.

c) $x = 340$, $y = 612$ e $z = 816$.

d) $x = 340$, $y = 816$ e $z = 612$.

30. Resposta: Alternativa **c**.

31. Três amigos fizeram um investimento em um empreendimento. O quadro a seguir apresenta o capital aplicado por eles.

Nome	Capital aplicado
Marcos	R$ 1000,00
Antônio	R$ 1200,00
Camila	R$ 1500,00

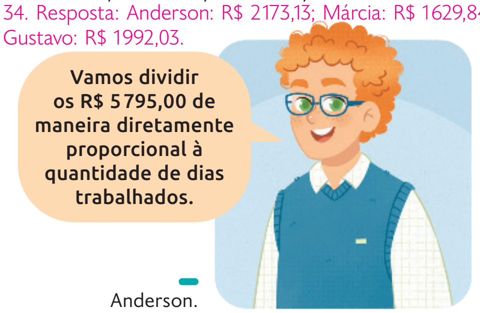
31. Resposta: Marcos: R$ 2540,00; Antônio: R$ 3048,00; Camila: R$ 3810,00.

Ao final de certo período, eles receberão R$ 9398,00. Determine a quantia que cada amigo vai receber, sabendo que a divisão desse montante deve ser diretamente proporcional ao capital aplicado por cada um deles.

32. Elabore dois problemas: um envolvendo divisão em partes diretamente proporcionais e outro envolvendo divisão em partes inversamente proporcionais. Em seguida, dê para um colega resolver. Por fim, verifique se as respostas obtidas por ele estão corretas.
32. Resposta pessoal.

33. Decomponha o número 220 em três partes inversamente proporcionais aos números 2, 4 e 6.
33. Resposta: 220 = 120 + 60 + 40.

34. Anderson, Márcia e Gustavo prestaram um serviço para uma empresa e cobraram, ao todo, R$ 5795,00.
34. Resposta: Anderson: R$ 2173,13; Márcia: R$ 1629,84; Gustavo: R$ 1992,03.



Anderson.

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Nome	Quantidade de dias trabalhados
Anderson	12
Márcia	9
Gustavo	11

Quantos reais cada um deles vai receber?

35. A empresa para a qual Marta trabalha dará uma bonificação de final de ano. Ao todo, serão distribuídos R$ 102920,00 entre 3 funcionários. Sabendo que o valor recebido por cada funcionário será inversamente proporcional ao seu salário, analise o quadro e determine quanto cada um vai receber.

Nome	Salário
Marlene	R$ 2300,00
Marcos	R$ 2000,00
Marta	R$ 2700,00

35. Resposta: Marlene: R$ 34285,50; Marcos: R$ 39428,33; Marta: R$ 29206,17.

- Avalie a conveniência de resolver as atividades **31**, **32**, **34** e **35** desta página utilizando **resolução de problemas**. Para isso, obtenha informações no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.
- As atividades **28** e **30** requerem a divisão em partes diretamente proporcionais. Caso os estudantes tenham dúvidas, retome com eles as explicações da página **51**.
- As atividades **29** e **33** requerem a divisão em partes inversamente proporcionais. Caso os estudantes tenham dúvidas, retome com eles as explicações da página **52**.
- Para a resolução das atividades **31** e **34**, organize os estudantes em grupos e verifique se compreendem o contexto do problema e se conseguem equacioná-lo. Acompanhe as estratégias deles e resolva exemplos na lousa, de modo a sanar as dúvidas que tiverem.
- A atividade **32** solicita a elaboração de dois problemas. Esta ação permite aos estudantes expressar ideias, sintetizar conclusões e trabalhar coletivamente com seus pares, o que aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**. Permite também aos estudantes exercitar a curiosidade e usar a criatividade para elaborar e resolver problemas, além de promover a empatia e o respeito ao trabalharem com pares, desenvolvendo as **Competências gerais 2** e **9**.
- Para a resolução da atividade **35**, forme pequenos grupos e verifique se os estudantes compreendem o contexto do problema e se conseguem equacioná-lo. Acompanhe as estratégias deles e resolva exemplos na lousa, de modo a sanar as dúvidas que tiverem.

- A fim de criar um ambiente investigativo, antes de apresentar o conteúdo desta página, questione os estudantes sobre o que são ângulos opostos pelos vértices, o que são retas concorrentes e o que são ângulos suplementares. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Verifique também o conhecimento dos estudantes relacionado a ângulos formados por um feixe de retas e uma transversal. Questione-os sobre o que são retas paralelas e transversais. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Sistematize com eles os tipos de ângulos formados (correspondentes, colaterais internos, colaterais externos, alternos internos e alternos externos).

Sugestão de avaliação

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, reproduza na lousa a atividade a seguir

- Sofia, Lívia e Narciso alugam filmes por meio de uma plataforma *streaming* utilizando a mesma conta, ou seja, o mesmo *login*. Ao final do mês, eles dividem o valor cobrado de modo proporcional à quantidade de filmes que cada um alugou.

Essa plataforma não cobra taxa, além dos valores dos filmes alugados, e todos os filmes custam a mesma quantia. Sabendo que no último mês o valor cobrado pela plataforma foi de R$ 60,00, quanto cada um deles vai pagar se Sofia alugou 2 filmes, Lívia alugou 3 filmes e Narciso, 5?

Resolução e comentários

Com base nas propriedades das proporções, segue que:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+x}{2+3+5} = \frac{x+y+z}{10}$$

Como $x + y + z = 60$, temos:

$$\frac{x+y+z}{10} = \frac{60}{10} = 6$$

Calculando a quantia para cada um pagar, obtemos:

- Sofia

$\frac{x}{2} = 6 \Rightarrow x = 12$

- Lívia

$\frac{y}{3} = 6 \Rightarrow x = 18$

- Narciso

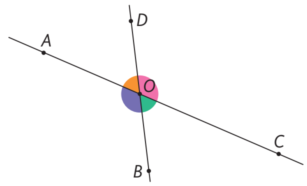
$\frac{z}{5} = 6 \Rightarrow z = 30$

Portanto, Sofia vai pagar R$ 12,00, Lívia vai pagar R$ 18,00, e Narciso, R$ 30,00.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Ângulos opostos pelo vértice

Estudamos em anos anteriores que duas retas concorrentes determinam 4 ângulos. Além disso, verificamos que **ângulos opostos** pelo **vértice** são congruentes, ou seja, têm medidas iguais. Na figura a seguir, temos, por exemplo, $\text{med}(A\hat{O}B) = \text{med}(C\hat{O}D)$, pois esses ângulos são opostos pelo vértice.



Considerando $\text{med}(A\hat{O}B) = 120°$, segue que:

- $\text{med}(C\hat{O}D) = 120°$, pois os ângulos $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$ são opostos pelo vértice.
- $\text{med}(B\hat{O}C) = 60°$, pois os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são suplementares e $180° - 120° = 60°$.
- $\text{med}(A\hat{O}D) = 60°$, pois os ângulos $B\hat{O}C$ e $A\hat{O}D$ são opostos pelo vértice.

Atenção!

Lembre-se de que dois ângulos são suplementares quando a soma de suas medidas é igual a 180°.

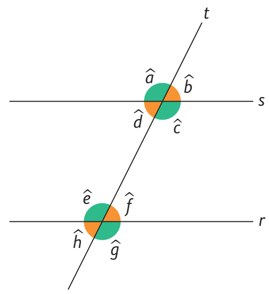
Ângulos formados por um feixe de retas paralelas e uma transversal

Você sabe o que são retas paralelas? Tratam-se de retas de um mesmo plano que não se cruzam.

Duas retas paralelas cortadas por uma transversal determinam 8 ângulos.

Na figura ao lado, as retas r e s são paralelas ($r//s$), t é uma transversal a essas retas e os ângulos de medida:

- $\hat{a}$ e $\hat{e}$, $\hat{b}$ e $\hat{f}$, $\hat{d}$ e $\hat{h}$, $\hat{c}$ e $\hat{g}$ são **correspondentes**. Ângulos correspondentes são congruentes.
- $\hat{d}$ e $\hat{e}$, $\hat{c}$ e $\hat{f}$ são **colaterais internos**, pois estão entre as paralelas e do mesmo lado em relação à reta transversal.
- $\hat{a}$ e $\hat{h}$, $\hat{b}$ e $\hat{g}$ são **colaterais externos**, pois estão do mesmo lado em relação à reta transversal, mas não estão entre as paralelas.
- $\hat{d}$ e $\hat{f}$, $\hat{c}$ e $\hat{e}$ são **alternos internos**, pois estão em lados opostos em relação à transversal e estão entre as paralelas.
- $\hat{a}$ e $\hat{g}$, $\hat{b}$ e $\hat{h}$ são **alternos externos**, pois estão em lados opostos em relação à transversal e não estão entre as paralelas.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

54

Agora, vamos determinar uma relação entre os ângulos de medidas $\widehat{d}$ e $\widehat{e}$ (colaterais internos). De fato, sabemos que os ângulos de medida $\widehat{a}$ e $\widehat{d}$ são suplementares e que os ângulos de medida $\widehat{a}$ e $\widehat{e}$ são correspondentes. Nesse caso, $\widehat{a} = 180° - \widehat{d}$ e $\widehat{a} = \widehat{e}$. Logo, $\widehat{e} = 180° - \widehat{d}$. Portanto, os ângulos de medidas $\widehat{d}$ e $\widehat{e}$ são suplementares.

Questão 9. Em seu caderno, determine e demonstre a veracidade da relação entre os ângulos de medida: Questão 9. Resposta na seção **Resoluções**.

a) $\widehat{b}$ e $\widehat{g}$ (colaterais externos).

b) $\widehat{c}$ e $\widehat{e}$ (alternos internos).

c) $\widehat{b}$ e $\widehat{h}$ (alternos externos).

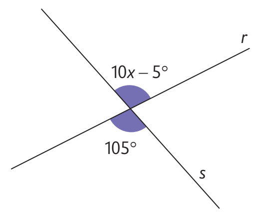
Duas retas paralelas cortadas por uma transversal determinam 8 ângulos, tais que ângulos correspondentes são congruentes, ângulos alternos são congruentes e ângulos colaterais são suplementares.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

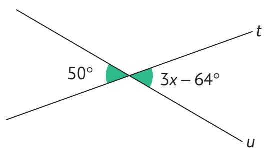
36. Determine o valor de x em cada item.

A.



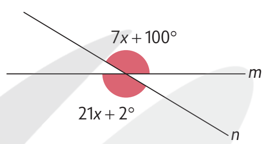
RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

B.



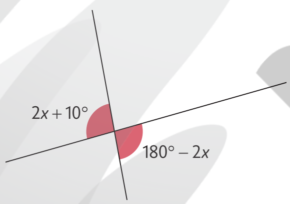
RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

C.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

D.



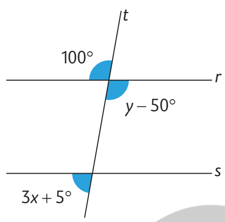
GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

36. Respostas: A. 11°; B. 38°; C. 7°; D. 42,5°.

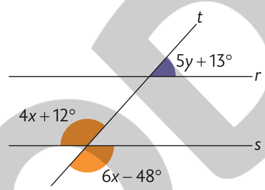
37. Respostas: A. $x = 25°$; $y = 150°$; B. $x = 30°$; $y = 7°$.

37. Sabendo que as retas r e s são paralelas, determine o valor de x e y.

A.

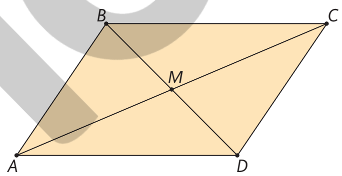


B.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

38. Considere o paralelogramo $ABCD$.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Mostre que M é o ponto médio das diagonais desse paralelogramo.
38. Resposta na seção **Resoluções**.

- Para desenvolver a questão **9**, explique aos estudantes que demonstrar significa que será usada uma sequência de argumentos lógicos que prove ser verdadeiro determinado fato. Assim, possibilita-se o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático** e da **Competência específica de Matemática 2**. Além disso, por envolver a demonstração de ângulos formados por retas paralelas, esta questão contempla a habilidade **EF09MA10**.
- A atividade **36** requer que os estudantes identifiquem ângulos opostos pelo vértice e resolvam a equação obtida a partir das medidas dos ângulos. Caso tenham dificuldades com o algoritmo da equação, resolva com eles na lousa um dos itens.
- Na atividade **37**, peça aos estudantes que identifiquem os tipos de ângulos correspondentes, colaterais externos, alternos internos e alternos externos. Tire melhor proveito elaborando e escrevendo na lousa outros itens, para que eles possam copiar e resolver no caderno.
- Na atividade **38**, caso os estudantes não lembrem que a soma das medidas dos ângulos internos de um paralelogramo é 360°, retome esse conteúdo com eles.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **38**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a segmentos de reta proporcionais. Se possível, leve para a sala de aula alguns pedaços de papel em formato retangular e realize com eles a experiência de obter a razão entre as medidas do comprimento e da largura de um retângulo, conforme apresentado no livro, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Retome com eles a ordem de escrita de uma razão que, nesse caso, poderia ser entre as medidas da largura e do comprimento de cada retângulo, obtendo $\frac{6}{12} = 0{,}5$ e $\frac{3}{6} = 0{,}5$.

• Antes de propor a atividade **39**, se achar conveniente, apresente aos estudantes outros exemplos de razões entre as medidas de segmentos de reta proporcionais.

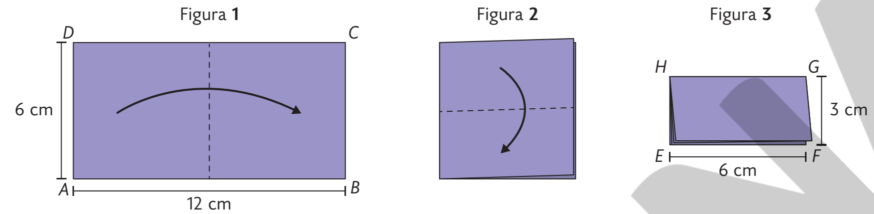
• Na atividade **39**, se os estudantes tiverem dúvidas, oriente-os a substituir os valores correspondentes na razão apresentada e retome com eles a propriedade fundamental das proporções (o produto dos meios é igual ao produto dos extremos), para que realizem os cálculos e obtenham a medida *MN*.

Segmentos de reta proporcionais

Uma professora de Matemática do 9º ano entregou a seus estudantes um pedaço de papel em formato retangular. Feito isso, ela pediu a eles que dobrassem o pedaço de papel dividindo seus lados ao meio, como representado nas figuras a seguir.

Atenção!

A medida do comprimento do segmento de reta *AB* é indicada por *AB*.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Associamos o pedaço de papel que a professora entregou ao retângulo *ABCD*, cujas dimensões medem 12 cm e 6 cm. Em relação à figura obtida, após realizadas as dobras, associamos ao retângulo *EFGH*, cujas dimensões medem 6 cm e 3 cm.

Após realizar as dobras, cada estudante obteve uma figura, também retangular, cujas dimensões medem 6 cm e 3 cm.

Ao calcularmos a razão entre a medida do comprimento e da largura de cada retângulo, obtemos:

- $\frac{AB}{BC} = \frac{12}{6} = 2$
- $\frac{EF}{FG} = \frac{6}{3} = 2$

As duas razões obtidas são iguais. Então, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG} = 2 \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{6}{3} = 2$$

Assim, dizemos que os segmentos de reta *AB* e *BC* são **proporcionais** aos segmentos de reta *EF* e *FG*.

Dois segmentos de reta são **proporcionais** a outros dois segmentos de reta quando a razão entre as medidas dos comprimentos dos dois primeiros é igual à razão entre as medidas dos comprimentos dos dois últimos.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

39. Os segmentos de reta *MN* e *OP* são proporcionais aos segmentos de reta *QR* e *ST*, ou seja, $\frac{MN}{OP} = \frac{QR}{ST}$. Sabendo que $OP = 9$ m, $QR = 14$ m e $ST = 6$ m, qual é a medida do comprimento do segmento de reta *MN*? 39. Resposta: $MN = 21$ m.

56

Atividade a mais

• Juliana (*J*), Cíntia (*C*), Mateus (*M*) e Pedro (*P*) estudam na mesma turma e moram no mesmo bairro. Sabe-se que:

• A distância entre as casas de Juliana e Pedro mede 250 m.

• $\overline{JC}$ e $\overline{JP}$ são proporcionais a $\overline{CM}$ e $\overline{CP}$.

• $JC = 20$ m

• $CP = 230$ m

O esquema a seguir representa a localização das casas deles.

CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida da distância, em metros, entre as casas de:

a) Cíntia e Mateus?

b) Mateus e Pedro?

Resoluções e comentários

a) Inicialmente, escrevemos a proporção $\frac{JC}{JP} = \frac{CM}{CP}$ e substituímos as medidas do comprimento dos segmentos conhecidas, obtendo:

$$\frac{20}{250} = \frac{CM}{230}$$

Em seguida, efetuamos a multiplicação dos meios e dos extremos.

$$250 \cdot CM = 20 \cdot 230$$

$$250 \cdot CM = 4\,600$$

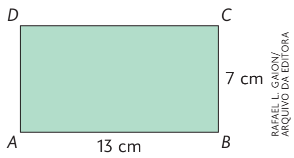
$$\frac{250 \cdot CM}{250} = \frac{4\,600}{250}$$

$$CM = 18{,}4$$

Portanto, a medida da distância entre as casas de Cíntia e de Mateus é de 18,4 m.

b) Para obter a medida da distância entre as casas de Mateus e de Pedro, basta calcular $230 - 18{,}4 = 211{,}6$. Portanto, a distância entre as casas de Mateus e de Pedro mede 211,6 m.

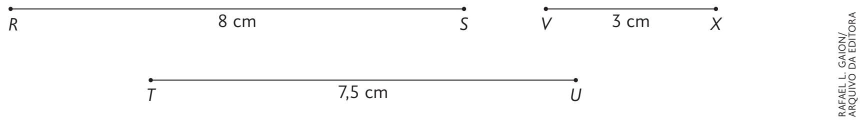
40. Analise o retângulo *ABCD* representado ao lado.



a) Determine a razão entre as medidas dos comprimentos dos lados $\overline{CB}$ e $\overline{AB}$. 40. a) Resposta: $\frac{7}{13}$

b) Ao diminuir 2 cm da medida do comprimento de cada lado desse retângulo, a razão entre $\overline{CB}$ e $\overline{AB}$ permanecerá a mesma? Por quê? 40. b) Resposta: Não, pois $\frac{7}{13} \neq \frac{5}{11}$.

41. Analise os segmentos de reta e suas respectivas medidas de comprimento.



Em cada item, determine a medida do comprimento do segmento de reta *AB* para tornar a proporção verdadeira.

a) $\frac{RS}{VX} = \frac{28}{AB}$ **b)** $\frac{TU}{10} = \frac{VX}{AB}$ **c)** $\frac{TU}{VX} = \frac{RS}{AB}$

41. Respostas: a) 10,5 cm; b) 4 cm; c) 3,2 cm.

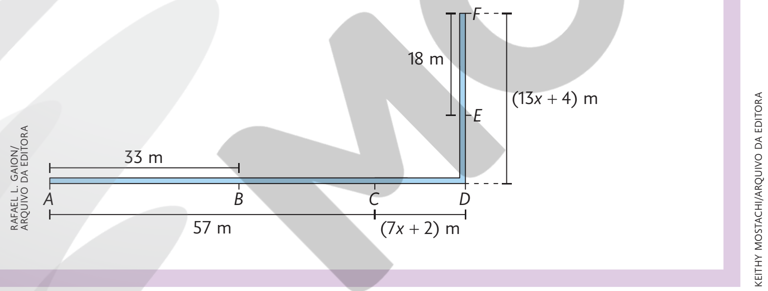
42. Em seu caderno, calcule o valor de *x* em cada igualdade a seguir.

a) $\frac{12}{6} = \frac{18}{x + 3}$ **b)** $\frac{4x - 2}{x + 2} = \frac{2}{3}$ **c)** $\frac{6}{4} = \frac{12}{x - 3}$ **d)** $\frac{1}{4} = \frac{2x + 1}{x - 3}$

42. Respostas: a) $x = 6$; b) $x = 1$; c) $x = 11$; d) $x = -1$.

43. Leia atentamente as informações, analise o esquema e determine a medida da distância percorrida por Aline para ir de sua casa até a praça onde está Fábio. 43. Resposta: 103 m.

- Durante o trajeto, Aline encontrou quatro outros amigos: Bruno, Celina, Douglas e Elias.
- No esquema, a casa de Aline está representada pela letra *A*, Bruno pela letra *B*, Celina pela letra *C*, Douglas pela letra *D*, Elias pela letra *E* e a praça onde Fábio está pela letra *F*.
- No esquema, os segmentos de reta *BC* e *EF* são proporcionais aos segmentos de reta *CD* e *DE*.



KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

- No item **b** da atividade **40**, investigue se os estudantes compreendem o motivo de a razão não permanecer a mesma e tire maior proveito desta atividade perguntando se, em vez de diminuir 2 cm da medida de comprimento de cada lado, eles multiplicassem por 2, a razão entre $\overline{CB}$ e $\overline{AB}$ permaneceria a mesma. Analise com eles essas situações, sanando as dúvidas que surgirem.
- Nas atividades **41** e **42**, acompanhe as estratégias dos estudantes e verifique se utilizam a propriedade fundamental das proporções, que permite a multiplicação "cruzada" entre os meios e os extremos, a fim de obter a equação.
- Na atividade **43**, verifique se os estudantes compreendem como escrever as razões entre os segmentos de reta que são proporcionais. Se achar necessário, escreva na lousa um ou dois segmentos de reta representados no esquema, para que eles possam sanar possíveis dúvidas.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à relação de proporcionalidade que existe quando se tem duas ou mais retas paralelas e pelo menos duas transversais. Escreva na lousa alguns exemplos e questione-os sobre as medidas de comprimento dos segmentos de retas formados. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Depois, apresente a eles a proposta do livro, o teorema de Tales.
- Na questão **10**, organize os estudantes em grupos, solicite que façam a pesquisa e oriente-os a organizar as informações e os registros, a fim de socializá-los com a turma toda. Esta questão é uma oportunidade para eles conhecerem um pouco da história da Matemática por meio de Tales de Mileto, ou seja, para compreender e utilizar os conhecimentos historicamente construídos, abordando a **Competência geral 1** e a **Competência específica de Matemática 1**.

Um texto a mais

Leia, no texto a seguir, algumas informações sobre Tales de Mileto.

A geometria demonstrativa iniciou-se, segundo alguns historiadores da Matemática antiga, com Tales de Mileto, que foi um dos sete sábios da Grécia. Foi o fundador da escola jônica (escola de pensamento, dedicada à investigação da origem do Universo e de outras questões filosóficas, entre elas a natureza e a validade das propriedades matemáticas dos números e das figuras.).

[...]

Ele foi o primeiro personagem conhecido a quem associassem as descobertas matemáticas. Acredita-se que obteve seus resultados mediante alguns raciocínios lógicos e não apenas por intuição ou experimentação.

Atribui-se a Tales tanto o cálculo da altura das pirâmides, quanto o cálculo da distância até navios no mar por triangulação.

Tales elaborou uma nova forma de pensar, diferente do modelo mítico comum na época.

[...]

Jornal O Matemático. Rio Grande, n. 3, dez. 2016. Disponível em: https://imef.furg.br/images/stories/jm3.pdf. Acesso em: 21 jul. 2022.

Teorema de Tales

Neste tópico, estudaremos o Teorema de Tales, que recebeu esse nome em homenagem ao matemático e filósofo grego Tales de Mileto. Ele viveu por volta de 624 a.C a 548 a.C. e é considerado um dos "sete sábios" que se conhece na Antiguidade.


DE AGOSTINI PICTURE LIBRARY/ALBUM/EASYPIX

Tales de Mileto.

Questão 10. Realize uma pesquisa a respeito de Tales de Mileto. Nela, busque informações sobre ele e quais foram as suas contribuições para as ciências. Registre no caderno o que achar relevante.

Questão 10. Resposta pessoal.

Atenção!

As fontes para realizar a pesquisa proposta na questão **10** podem ser livros, revistas e *sites*. No entanto, é necessário estar atento e certificar-se de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

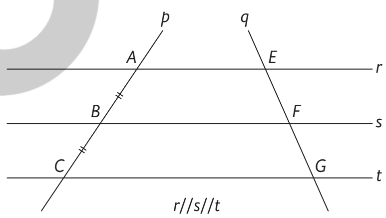
Agora, vamos enunciar o Teorema de Tales e demonstrá-lo para dois casos.

Se um feixe de retas paralelas cruza duas retas transversais, então quaisquer dois segmentos de reta determinados em uma das transversais são proporcionais aos respectivos segmentos de reta determinados na outra transversal.

Atenção!

Quando três ou mais retas em um mesmo plano são paralelas entre si, duas a duas, elas formam um **feixe de retas paralelas**. Se r, s e t são retas paralelas, duas a duas, podemos indicar por $r//s//t$.

- **1º caso**: Feixe de retas paralelas que determina, nas transversais, segmentos congruentes.
  Considere o feixe de retas paralelas r, s e t. Devemos, então, traçar as retas p e q transversais, que cruzam esse feixe de retas de maneira que os segmentos AB e BC sejam congruentes, ou seja, $AB = BC$.



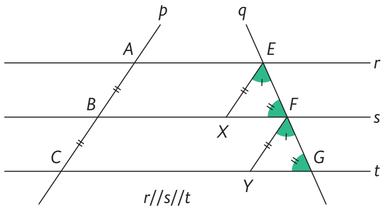
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Vamos demonstrar que $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$ são congruentes.

Algo a mais

Caso considere relevante, complemente a pesquisa dos estudantes sobre a história de Tales com as informações do vídeo disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=GtCSkKI3fCo. Acesso em: 21 jul. 2022.

Para isso, traçamos os segmentos EX e FY paralelos à reta p, de maneira que $AB = EX$ e $BC = FY$. Como $AB = BC$, segue que $EX = FY$.



Agora, vamos considerar os triângulos EFX e FGY. Neles, temos:

> $EX = FY$;

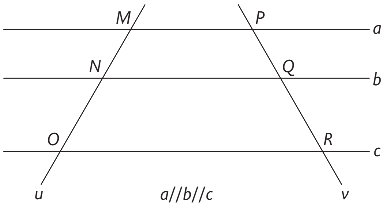
> $\text{med}(X\hat{E}F) = \text{med}(Y\hat{F}G)$, pois são ângulos correspondentes;

> $\text{med}(X\hat{F}E) = \text{med}(Y\hat{G}F)$, pois são ângulos correspondentes.

Assim, pelo caso de congruência LAA_o, os triângulos EFX e FGY são congruentes. Portanto, $\overline{EF} \cong \overline{FG}$, como queríamos demostrar.

- 2º **caso**: Feixe de retas paralelas que determina, nas transversais, segmentos comensuráveis e não congruentes.

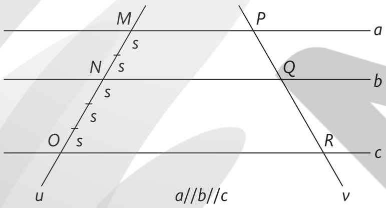
Considere o feixe de retas paralelas a, b e c. Então, devemos traçar as retas u e v transversais, que cruzam esse feixe de retas de maneira que os segmentos MN e NO sejam comensuráveis.



Atenção!

Dois segmentos são **comensuráveis** quando existe uma medida s que divide os segmentos em quantidades inteiras de partes.

Vamos demonstrar que $\dfrac{MN}{NO} = \dfrac{PQ}{QR}$. De fato, como os segmentos MN e NO são comensuráveis, existe uma medida s que cabe n vezes no segmento MN e m vezes no segmento NO, tal que n e m são números inteiros. Desse modo, temos:



Atenção!

Na imagem, é representado o caso em que $n = 2$ e $m = 3$.

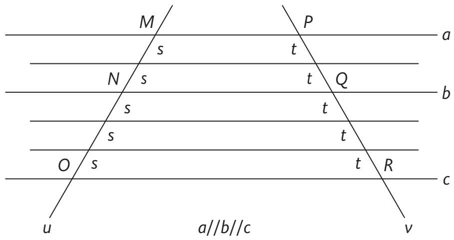
$$\frac{MN}{NO} = \frac{n \cdot s}{m \cdot s} = \frac{n}{m}$$

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- Ao trabalhar com os conteúdos desta página, avalie a necessidade de retomar com os estudantes o caso de congruência de triângulos, lado, ângulo e ângulo oposto (LAA_o), explicando que, quando dois triângulos têm 1 lado respectivamente congruente, 1 ângulo adjacente a esse lado respectivamente congruente e o ângulo oposto a esse lado também respectivamente congruente, esses triângulos são congruentes.

• Caso os estudantes apresentem dúvidas, converse com eles sobre a questão da proporcionalidade entre os segmentos e proponha outros exemplos na lousa, para que resolvam e apresentem suas estratégias de resolução.

Vamos traçar retas paralelas às retas *a*, *b* e *c* pelos pontos obtidos na divisão dos segmentos de reta *MN* e *NO*.



Pelo 1º caso, as retas paralelas determinam na transversal *v* exatamente $n + m$ segmentos de reta congruentes. Desse modo, há um segmento de reta cujo comprimento mede *t* contido *n* vezes em $\overline{PQ}$ e *m* vezes em $\overline{QR}$. Então:

$$\frac{PQ}{QR} = \frac{n \cdot t}{m \cdot t} = \frac{n}{m}$$

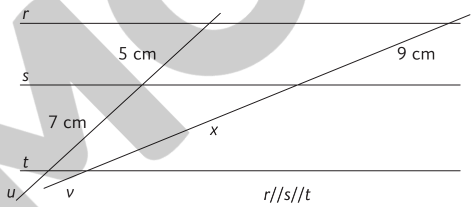
Portanto, $\frac{MN}{NO} = \frac{PQ}{QR}$, ou seja, os segmentos de reta *MN* e *NO* são proporcionais aos segmentos de reta *PQ* e *QR*.

Apesar de termos demonstrado o teorema de Tales para dois casos, ele também é válido no caso em que o feixe de retas paralelas determina, nas transversais, segmentos não comensuráveis. Além disso, a recíproca do teorema, enunciada a seguir, é verdadeira.

Considere as retas *r*, *s*, *t* e duas transversais a elas. Se quaisquer dois segmentos de reta determinados em uma das transversais são proporcionais aos respectivos segmentos de reta determinados na outra transversal, então as retas *r*, *s* e *t* são paralelas.

Agora, analisaremos dois exemplos.

Exemplo **1**. Utilizando o teorema de Tales, podemos determinar o valor de *x* na figura a seguir.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

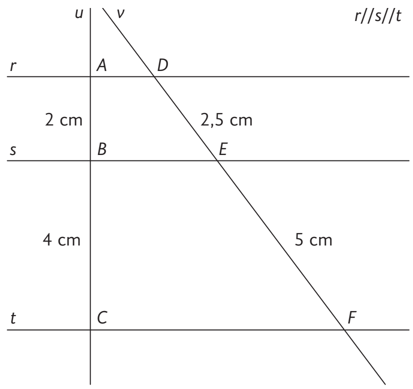
$$\frac{5}{7} = \frac{9}{x} \Rightarrow 5x = 9 \cdot 7 \Rightarrow x = 12{,}6$$

Portanto, $x = 12{,}6$ cm.

Exemplo **2**. Ao analisarmos a imagem ao lado, podemos concluir que *AB* e *BC* são proporcionais a *DE* e *EF*, ou seja:

$$\frac{2}{4} = \frac{2,5}{5}$$

Assim, pela recíproca do teorema de Tales, podemos concluir que as retas *r*, *s* e *t* são paralelas.

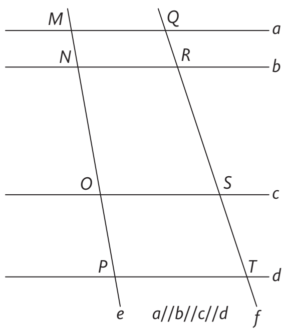


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

44. Na figura a seguir, as retas *a*, *b*, *c* e *d* formam um feixe de retas paralelas.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Com base na figura, copie os itens no caderno substituindo cada $\blacksquare$ pela indicação da medida de um segmento de reta de modo que as igualdades sejam verdadeiras.

a) $\frac{MN}{NO} = \frac{\blacksquare}{RS}$

b) $\frac{MP}{\blacksquare} = \frac{\blacksquare}{QS}$

c) $\frac{MN}{MO} = \frac{\blacksquare}{\blacksquare}$

d) $\frac{\blacksquare}{\blacksquare} = \frac{RS}{ST}$

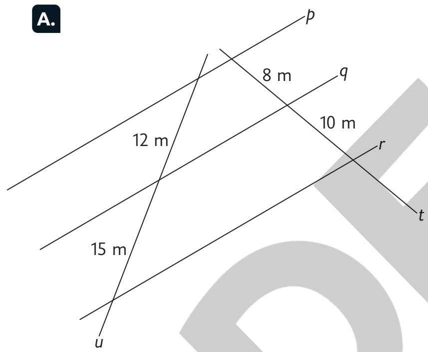
e) $\frac{\blacksquare}{NO} = \frac{RT}{\blacksquare}$

f) $\frac{NO}{\blacksquare} = \frac{\blacksquare}{QT}$

44. Respostas: a) $\frac{MN}{NO} = \frac{QR}{RS}$; b) $\frac{MP}{MO} = \frac{QT}{QS}$; c) $\frac{MN}{MO} = \frac{QR}{QS}$; d) $\frac{NO}{OP} = \frac{RS}{ST}$; e) $\frac{NP}{NO} = \frac{RT}{RS}$; f) $\frac{NO}{MP} = \frac{RS}{QT}$.

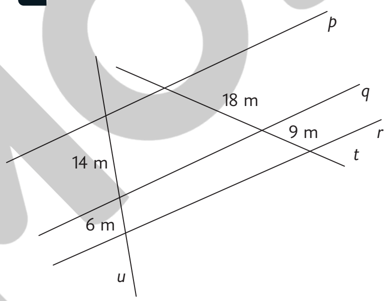
45. Em cada item, verifique se as retas *p*, *q* e *r* são paralelas.

A.



45. Respostas: A. Paralelas; B. Não paralelas.

B.



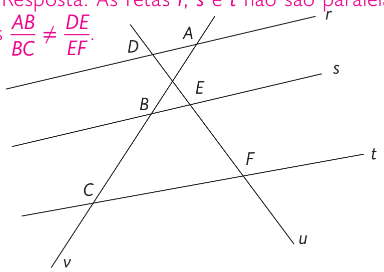
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- A atividade **44** requer dos estudantes a identificação dos segmentos correspondentes para escreverem as razões que formam a proporção. Caso eles apresentem dúvidas, converse com eles sobre as diferentes formas de escrever as razões, faça um dos casos na lousa e, depois, se necessário, complemente apresentando outra atividade semelhante a esta.
- Na atividade **45**, caso tenham dúvidas, relembre com eles a propriedade fundamental da proporção (o produto dos meios é igual ao produto dos extremos), ou oriente-os a escrever as razões e verificar se formam proporções. Nesse caso, retome com eles a simplificação de frações.

- Nas atividades **46** e **47**, verifique as estratégias dos estudantes e verifique se realizam o produto dos meios e dos extremos ou se escrevem as duas razões. Caso tenham dúvidas, oriente-os nesses processos e, se for o caso, na simplificação das razões.
- Para a resolução das atividades **48** e **49**, em uma perspectiva exploratória, faça questionamentos aos estudantes a fim de auxiliá-los a identificar nas figuras quais são as retas paralelas e quais são as transversais, e também quais relações podem ser aplicadas. Tire proveito do uso da calculadora propondo outras situações contextualizadas semelhantes a essas, para eles realizarem o cálculo.
- Na atividade **50**, acompanhe se os estudantes escrevem corretamente as razões que formam proporções. Se necessário, calcule na lousa o valor de uma das incógnitas, para que eles possam sanar possíveis dúvidas.
- A atividade **51** envolve a elaboração de um problema que necessita do teorema de Tales para ser resolvido. Essa ação permite aos estudantes expressar ideias, sintetizar conclusões e trabalhar coletivamente com os pares, o que aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**. Permite também aos estudantes exercitar a curiosidade e usar a criatividade para elaborar e resolver problemas, além de promover a empatia e o respeito ao trabalharem os pares, desenvolvendo as **Competências gerais 2** e **9**.

46. Analise a figura a seguir e algumas informações sobre ela.

46. Resposta: As retas *r*, *s* e *t* não são paralelas, pois $\frac{AB}{BC} \neq \frac{DE}{EF}$.

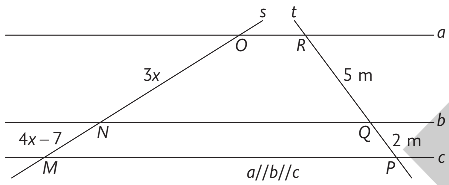


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- $AB = 52$ m
- $DE = 40$ m
- $BC = 64$ m
- $EF = 60$ m

Verifique se as retas *r*, *s* e *t* são paralelas e justifique sua resposta.

47. As retas *a*, *b* e *c* a seguir formam um feixe de retas paralelas.

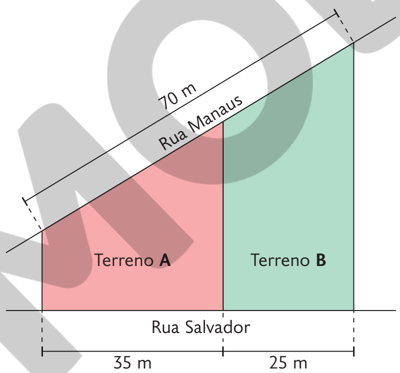


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Determine *MN* e *NO*.

47. Resposta: $MN = 3$ m; $NO = 7{,}5$ m.

48. O esquema a seguir representa dois terrenos que têm a frente voltada para a rua Manaus. O terreno **A** pertence à Valquíria e o terreno **B**, a Marcos.

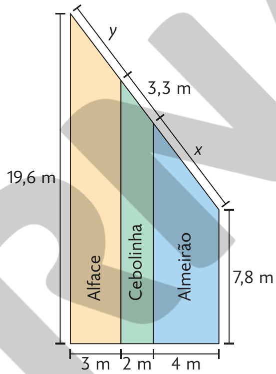


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

48. Resposta: Valquíria: aproximadamente 40,8 m; Marcos: aproximadamente 29,2 m.

Valquíria e Marcos pretendem construir um muro na frente dos terrenos. Usando uma calculadora, determine quantos metros de muro cada um deve construir em seu terreno, sabendo que as divisas laterais dos terrenos são paralelas.

49. A figura a seguir representa uma horta que Patrícia dividiu paralelamente em canteiros para plantar alface, cebolinha e almeirão.

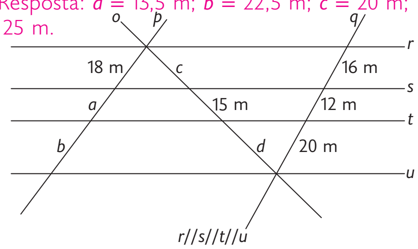


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Para isso, ela cercou a horta com tela. Utilizando uma calculadora, quantos metros de tela Patrícia utilizou para cercar a horta? 49. Resposta: 51,25 m.

50. Em seu caderno, calcule os valores de *a*, *b*, *c* e *d* representados na figura a seguir.

50. Resposta: $a = 13{,}5$ m; $b = 22{,}5$ m; $c = 20$ m; $d = 25$ m.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

51. **Elabore** um problema, que, para resolvê-lo, seja necessário aplicar o teorema de Tales. Em seguida, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

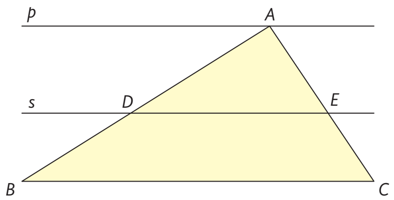
51. Resposta pessoal.

Teorema de Tales nos triângulos

O teorema de Tales pode ser aplicado em situações que envolvam triângulos. Para compreender melhor sua aplicação, considere o triângulo *ABC* e as retas que contêm seus lados.

Ao traçarmos a reta:

- *s*, paralela ao lado $\overline{BC}$ e que cruza os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, determinamos os pontos *D* e *E*;
- *p* paralela a *s*, passando pelo vértice *A*, temos um feixe de retas paralelas, que cruza 2 retas transversais.

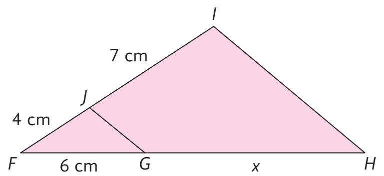


Com base no teorema de Tales, temos:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Toda reta paralela a um dos lados de um triângulo e que cruza os outros dois lados os divide em segmentos de reta proporcionais.

No triângulo a seguir, $\overline{JG}$ é paralelo a $\overline{IH}$.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

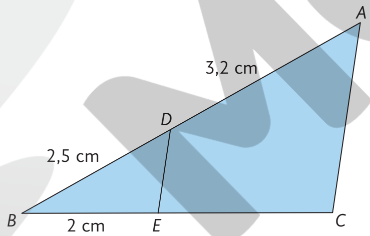
Utilizando o teorema de Tales, podemos determinar o valor de *x*. De fato:

$$\frac{6}{x} = \frac{4}{7} \Rightarrow 4x = 42 \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{42}{4} \Rightarrow x = 10{,}5$$

Portanto, $x = 10{,}5$ cm.

Questão 11. Considere o triângulo *ABC* a seguir, em que $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{AC}$. Em seu caderno, calcule a medida do comprimento do lado $\overline{BC}$.

Questão 11. Resposta: 4,56 cm.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a triângulos. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto.
- As atividades deste tópico requerem a aplicação do teorema de Tales, ou seja, exigem relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas a um dos lados de um triângulo cortadas por secantes, contemplando aspectos da habilidade **EF09MA14**.
- Na questão **11**, se os estudantes tiverem dificuldades, oriente-os a utilizar o teorema de Tales para encontrar a medida do comprimento do lado $\overline{EC}$ e, depois, adicionar com a medida do comprimento do lado $\overline{BE}$.

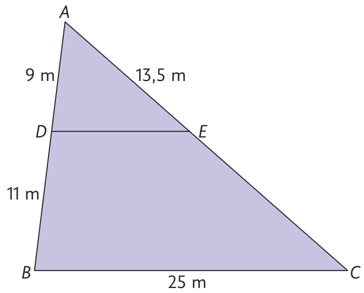
- Para a resolução da atividade **52**, adote uma perspectiva exploratória e questione os estudantes sobre o processo para calcular a medida do perímetro de um triângulo, com quais segmentos de reta devem obter a medida e como devem escrever as razões para utilizar o teorema de Tales. Caso eles confundam os segmentos de reta correspondentes, sane as dúvidas na lousa.
- Na atividade **53**, caso os estudantes não se lembrem, explique que o ponto médio divide o segmento de reta ao meio, de modo que percebam que $AP = 12{,}5$ m e possam aplicar o teorema de Tales para obter a medida $\overline{QC}$.
- Na atividade **54**, reforce com eles que um triângulo isósceles tem pelo menos dois lados com medidas de comprimento iguais. Para tirar melhor proveito da atividade, retome as classificações dos triângulos com relação à medida de seus lados.
- Na atividade **55**, os estudantes precisam apenas aplicar o teorema de Tales para obter a medida da distância aproximada entre o poste e a estátua. Oriente-os a considerar a estátua e o poste como segmentos de retas paralelas.

Atividades

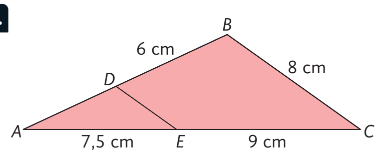
Faça as atividades no caderno.

52. Em cada item, determine a medida do perímetro do triângulo, sabendo que $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{BC}$.

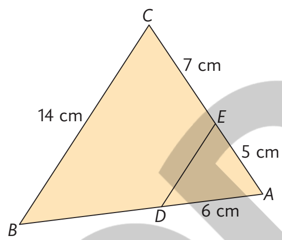
A.



B.

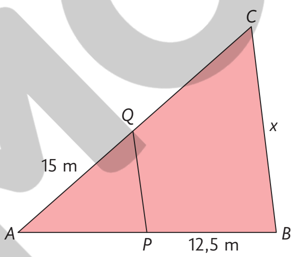


C.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

53. Considere o triângulo a seguir.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

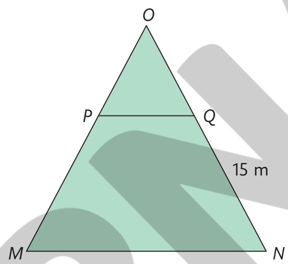
52. Respostas: A. 75 m; B. 35,5 cm; C. 40,4 cm.

Determine o valor de x no triângulo ABC, sabendo que:

- $\overline{PQ} // \overline{BC}$;
- o perímetro do triângulo mede 75 m;
- P é o ponto médio de $\overline{AB}$.

53. Resposta: 20 m.

54. O triângulo MNO é isósceles.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

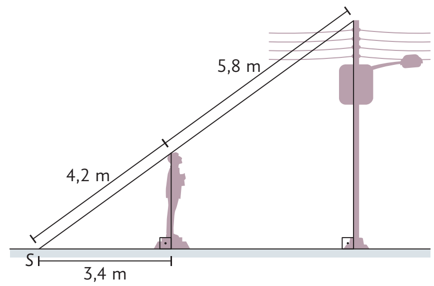
Atenção!

O triângulo isósceles apresenta pelo menos 2 lados com medidas de comprimento iguais.

Considerando que $\overline{MN} // \overline{PQ}$, $OM = 25$ m e $ON = 25$ m, determine OP e PM.

54. Resposta: $OP = 10$ m; $PM = 15$ m.

55. Em determinada hora do dia, as sombras de um poste e de uma estátua projetadas no solo atingem o ponto S, como representado no esquema a seguir.

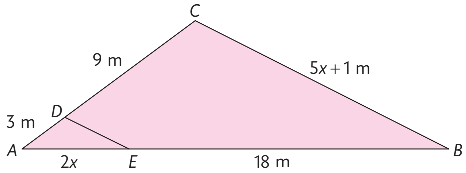


HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Determine a medida da distância aproximada entre o poste e a estátua.

55. Resposta: 4,7 m.

56. Na figura a seguir, $\overline{DE}$ e $\overline{CB}$ são paralelos.



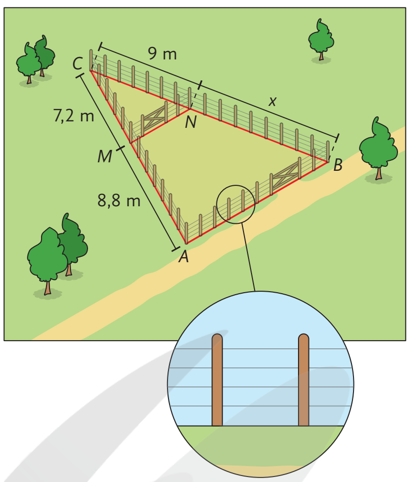
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

a) Determine a medida do comprimento de $\overline{AB}$ em metros.

b) Quanto mede o perímetro do triângulo *ABC* em metros?

56. Resposta a) 24 m; b) 52 m.

57. Dirceu quer trocar o arame de parte da cerca de seu pasto, que está representado na figura a seguir. A parte da cerca que ele deseja trocar está indicada pela medida *x*.



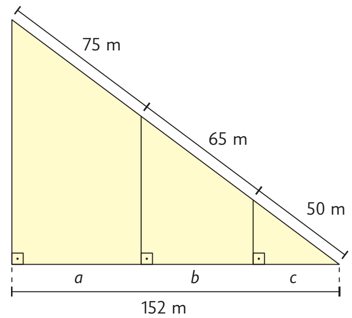
HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Sabendo que o pasto é dividido por uma cerca paralela à que está próxima da estrada, calcule no caderno o valor de *x*.

b) De quantos metros de arame Dirceu vai precisar para que a parte da cerca que ele deseja trocar seja feita com 4 arames paralelos, como mostra a figura?

57. Respostas: a) 11 m; b) 44 m.

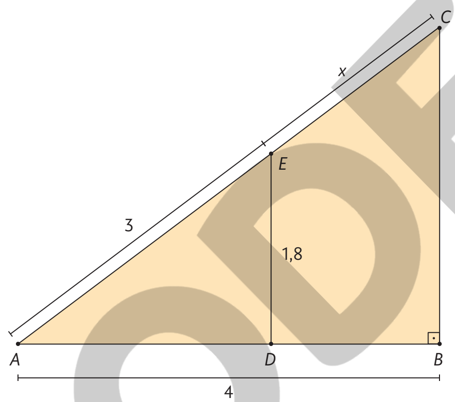
58. Determine os valores de *a*, *b* e *c*.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

58. Resposta: $a = 60$ m; $b = 52$ m e $c = 40$ m.

59. Na imagem, as medidas são dadas em metros.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que a área do triângulo *ADE* mede 2,16 m² e que $\overline{ED} // \overline{BC}$, determine o valor de *x*. 59. Resposta: 2 m.

60. **Elabore** um problema envolvendo triângulos e o teorema de Tales e, em seguida, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta. 60. Resposta pessoal.

- Para a resolução das atividades **56**, **57**, **58** e **59**, organize os estudantes em grupos e peça a eles que compartilhem as estratégias utilizadas.
- Na atividade **56**, acompanhe o modo como escrevem as razões e, se apresentarem dúvidas com relação à equação, sane-as na lousa.
- Na atividade **57**, analise se os estudantes compreendem que, para obter o total de arame necessário, é preciso adicionar as medidas e multiplicar por 4, já que a cerca é composta de 4 arames paralelos.
- Nesta atividade **58**, se for necessário, explique aos estudantes que, para obter o valor de *a*, por exemplo, as razões devem ser escritas utilizando a medida do comprimento dos dois lados do triângulo, de modo a obter a proporção $\frac{152}{a} = \frac{190}{75}$.
- Na atividade **59**, auxilie os estudantes a compreender que, com a informação da medida da área do triângulo *ADE*, podem determinar *AD* e, em seguida, subtraindo o valor obtido de 4, obter *DB* para, depois, aplicar o teorema de Tales e determinar o valor de *x*.
- A atividade **60** solicita a elaboração de um problema que envolva triângulos e o teorema de Tales. Essa ação permite aos estudantes expressar ideias, sintetizar conclusões e trabalhar coletivamente com os pares, o que aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**. Permite também aos estudantes exercitar a curiosidade e usar a criatividade para elaborar e resolver problemas, além de promover a empatia e o respeito ao trabalharem com pares, desenvolvendo as **Competências gerais 2** e **9**.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes utilizam o conceito de razão em escalas.

Como proceder

- Destaque as medidas das dimensões reais do cômodo e as correspondentes representadas na planta baixa. Se necessário, retome as explicações da página **44**.

2. Objetivo

- Diagnosticar os conhecimentos dos estudantes envolvendo razão e proporção.

Como proceder

- Em caso de dificuldades, enfatize para os estudantes que a razão dada indica que, para cada 4 meninos, há 5 meninas, ou seja, 9 estudantes, e que, ao todo, há $4 \cdot 9 = 36$ estudantes.

3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem uma situação-problema que envolve o cálculo da medida de velocidade média.

Como proceder

- Em caso de dificuldades, oriente-os a escrever a medida do tempo em horas $\left(\frac{1}{4}\text{h} = 0{,}25\text{ h}\right)$.

4 e 5. Objetivo

- Avaliar se os estudantes realizam divisão de números em partes diretamente proporcionais e em partes inversamente proporcionais.

Como proceder

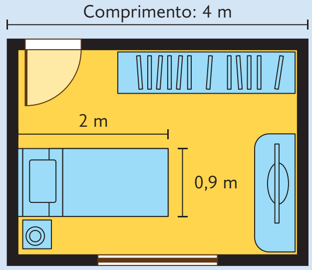
- Confira se os estudantes têm dificuldades em identificar a constante de proporcionalidade. Na atividade **4**, se necessário, escreva na lousa que, por ser uma divisão inversamente proporcional, as partes ficarão divididas por $\frac{1}{4}$ e por $\frac{1}{5}$.

Na atividade **5**, se necessário, escreva na lousa que, por ser uma divisão diretamente proporcional, cada parte ficará dividida pelo montante investido.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. A figura a seguir representa a planta baixa do quarto de Renata.



HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Resolva os itens a seguir em uma folha de papel avulsa.

a) Ao fazer outra planta baixa de seu quarto, Renata representou com 18 cm o comprimento desse cômodo. Levando em consideração essa informação, com quantos centímetros ela representou a largura de seu quarto nessa planta baixa?

b) Nessa nova planta baixa, quais seriam as medidas das dimensões da cama de Renata?

1. Respostas: a) 13,5 cm; b) 9 cm x 4,05 cm.

2. Na turma de *ballet* da professora Marcela, há, ao todo, 36 estudantes. Sabendo que a razão entre o número de meninos e o de meninas é de $\frac{4}{5}$, determine quantos meninos e quantas as meninas fazem parte dessa turma. 2. Resposta: Há 16 meninos e 20 meninas.

3. Para ir de sua casa até o museu, Marília percorreu, com seu automóvel, 16 km em 15 min. Determine a velocidade média, em quilômetros por hora, nesse percurso. 3. Resposta: 64 km/h.

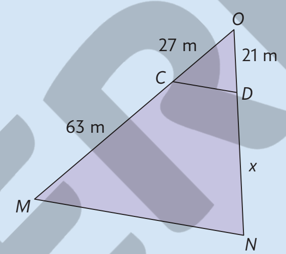
4. Decomponha o número 180 em duas partes inversamente proporcionais aos números 4 e 5.

4. Resposta: 180 = 100 + 80

5. Ana e Rebeca investiram em uma floricultura, respectivamente, R$ 7200,00 e R$ 10800,00. Após certo período, elas apuraram lucro de R$ 5400,00, que deverá ser dividido entre as duas de maneira diretamente proporcional ao que cada uma investiu. Determine o valor correspondente a Ana e a Rebeca.

5. Resposta: Ana: R$ 2160,00; Rebeca: R$ 3240,00.

6. Analise a figura a seguir e determine o valor de x.



Atenção!

$\overline{CD} // \overline{MN}$

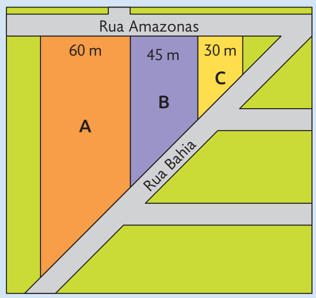
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

6. Resposta: $x = 49$ m.

7. Três terrenos têm frente para a rua Bahia e suas divisas laterais são perpendiculares à rua Amazonas.

Qual é a medida da frente de cada terreno, sabendo que juntos têm medida igual a 202,5 m de frente?

7. Resposta: A = 90 m; B = 67,5 m; C = 45 m.



HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

6 e 7. Objetivo

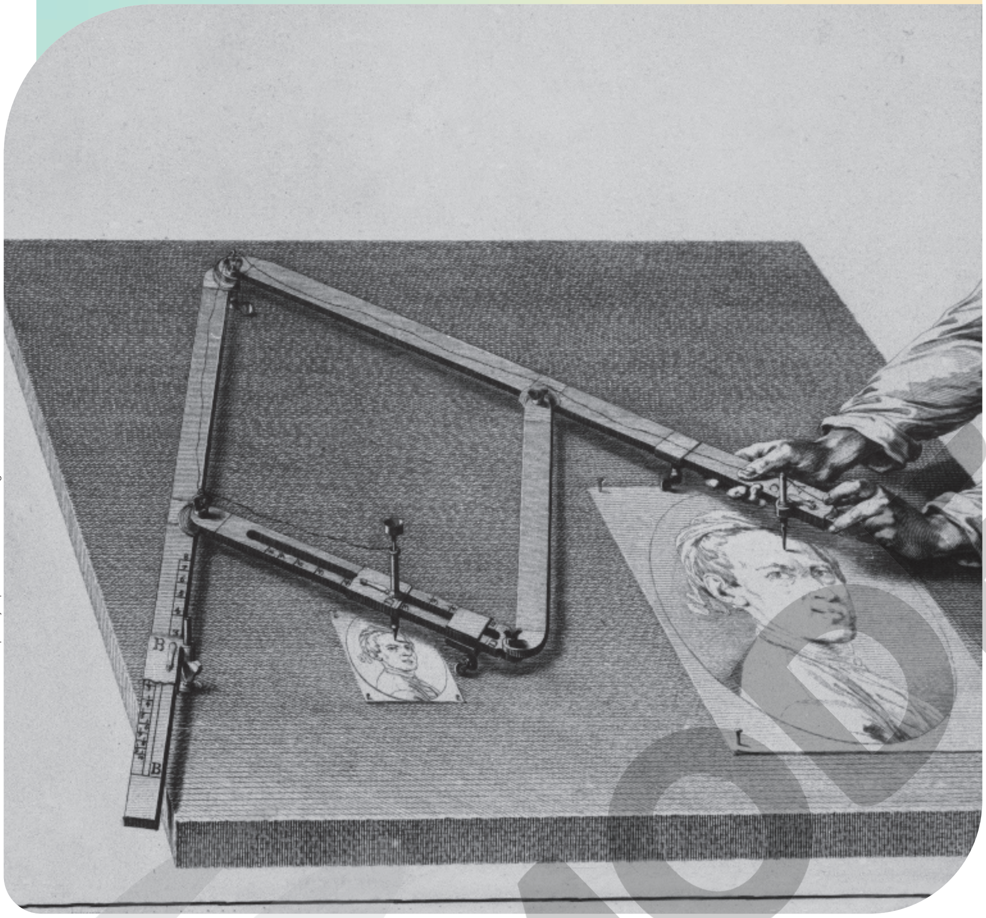
- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes em atividades que envolvam a aplicação do teorema de Tales em triângulos.

Como proceder

- Analise se os estudantes reconhecem os segmentos proporcionais. Se necessário, desenhe um triângulo na lousa e trace um segmento paralelo a um de seus lados. Em seguida, indique os segmentos proporcionais.

UNIDADE

4 Semelhança de figuras



ROGER-VIOLLET/AFP

Gravura de C. Langlois representando o uso de um pantógrafo, ferramenta que permite ampliar, reduzir ou reproduzir figuras.

Agora vamos estudar...

- figuras semelhantes;
- polígonos semelhantes;
- homotetia;
- casos de semelhança em triângulos.

- A abertura da unidade apresenta um pantógrafo, instrumento utilizado por diversas pessoas, incluindo engenheiros e arquitetos, para reproduzir, ampliar ou reduzir figuras.
- Antes de iniciar o trabalho com os tópicos da unidade – ou no decorrer desse trabalho –, instigue os estudantes a observar a foto e a conjecturar exemplos de conexões entre ela e os conteúdos. Se necessário, faça perguntas que direcionem o olhar deles para os aspectos desejados.
- Explique aos estudantes que, no cotidiano, os objetos ou as figuras semelhantes preservam certas características, mas, em Matemática, para que duas figuras sejam semelhantes, devem satisfazer a certas condições que vão além das aparências físicas ou estéticas.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes em relação aos conteúdos que serão trabalhados na unidade, desenhe na lousa um quadrado, cujo comprimento dos lados mede 20 cm e um retângulo com comprimento dos lados medindo 20 cm e 15 cm. Pergunte a eles se essas figuras são semelhantes e verifique quais argumentos utilizam para justificar a resposta.

Resolução e comentários

Essas figuras não são semelhantes, pois as razões entre as medidas dos comprimentos de dois lados correspondentes são diferentes. Na lousa, estabeleça uma relação entre as medidas das alturas e as dos comprimentos das bases dessas figuras, a fim de que percebam que não são semelhantes.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Reconhecer figuras semelhantes.
- Reconhecer as condições para que dois polígonos sejam semelhantes.
- Reconhecer ampliações e reduções de figuras pela transformação chamada homotetia.
- Reconhecer as condições para que dois triângulos sejam semelhantes.
- Reconhecer e utilizar os casos de semelhança de triângulos.
- Determinar a razão de semelhança entre dois polígonos semelhantes.

Justificativas

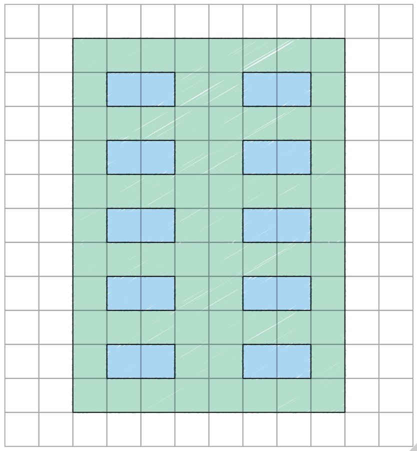
O trabalho com os conteúdos desta unidade é relevante para retomar e aprimorar os conhecimentos dos estudantes a respeito de transformação de figuras, ao reproduzirem, ampliarem e reduzirem figuras, assunto estudado em anos anteriores. Além disso, os conteúdos desta unidade levam os estudantes a identificar figuras semelhantes, construir polígonos semelhantes, utilizando a homotetia, e compreender as condições necessárias e suficientes para que dois polígonos, em especial os triângulos, sejam semelhantes.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à reprodução, ampliação e redução de figuras. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Comente com os estudantes outras situações em que são utilizadas técnicas de reprodução, redução ou ampliação: na impressão de fotos, na planta baixa de uma construção, em uma maquete etc.

Semelhança de figuras

Ivo representou em uma malha quadriculada a fachada do prédio onde mora. Feito isso, ele ampliou e reduziu esse desenho utilizando outras malhas quadriculadas.

ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA



Ampliação.

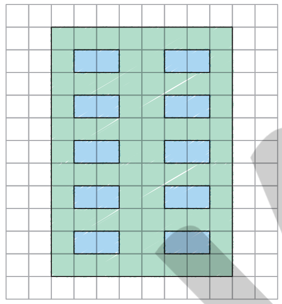
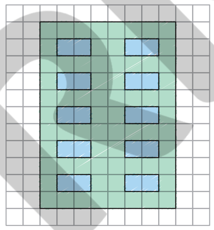


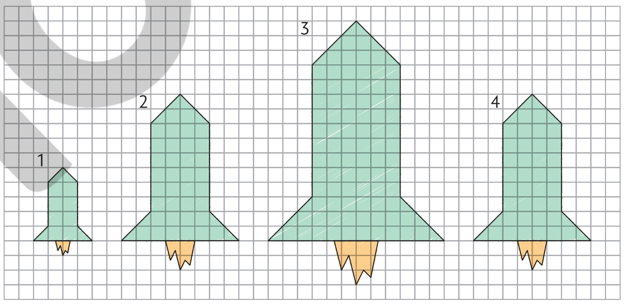
Figura original.



Redução.

Para ampliar a figura original, Ivo precisou usar uma malha quadriculada com quadradinhos maiores do que a malha quadriculada original, enquanto que, para reduzi-la, usou uma malha quadriculada com quadradinhos menores. Porém, tanto na ampliação quanto na redução, a figura manteve o formato original.

Podemos também reproduzir, ampliar ou reduzir uma figura usando a mesma malha quadriculada. Para compreender melhor, analise a seguir outras figuras desenhadas por Ivo.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Se uma figura for a ampliação, redução ou reprodução de outra, essas figuras serão semelhantes.

Assim, os desenhos que Ivo fez são figuras semelhantes.

Diversos artistas utilizam as técnicas de reprodução, ampliação e redução para retratar a realidade em suas obras. Um desses artistas é o australiano Ron Mueck, (1958-), autor da obra ao lado, denominada Boy, que mede mais de 4 m de altura.


© RON MUECK, CORTESIA DA GALERIE THADDAEUS ROPAC

Boy, de Ron Mueck, exposta na 49ª Exposição Internacional de Arte, La Biennale di Venezia, 2014.

Questão 1. É possível realizar visitas em alguns museus de maneira virtual. Faça isso e compartilhe essa experiência com os colegas e o professor.
Questão 1. Resposta pessoal.

Atenção!

A visita virtual pode ser feita por meio do *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.vila360.com.br/museu-virtual-360-graus/. Acesso em: 27 jul. 2022.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Respostas: a) Figura **2**; b) Figuras **2**, **3**, **4**; c) Figuras **1**, **2** e **4**.

1. Considere as figuras **1**, **2**, **3** e **4** desenhadas em uma mesma malha quadriculada na página anterior.

a) Qual delas representa uma reprodução da figura **4**?

b) Quais delas representam uma ampliação da figura **1**?

c) Quais delas representam uma redução da figura **3**?

d) Todas as figuras desenhadas nessa malha quadriculada são semelhantes? Por quê?

1. d) Resposta: Sim, visto que elas têm o mesmo formato, além do fato de dois segmentos correspondentes quaisquer serem proporcionais.

2. Nos itens a seguir, estão representadas algumas imagens que sofreram alterações em relação à imagem ao lado.


SHAN BETT/SHUTTERSTOCK

A.


B.


C.


a) Qual delas representa uma reprodução da figura original?

b) Qual delas é uma ampliação da imagem original?

c) Qual delas não manteve a proporção das medidas das dimensões da foto original, ou seja, não é uma reprodução, ampliação ou redução dela?

2. Respostas: a) **B**; b) **A**; c) **C**.

69

- O objetivo da questão **1** é motivar o interesse dos estudantes em conhecer museus de maneira virtual. Aproveite para valorizar a importância de construir conhecimento cultural. Durante a discussão da tarefa, ressalte a diferença entre obras bidimensionais e tridimensionais. Esta questão pode colaborar para explicar a realidade ao utilizar conhecimentos historicamente construídos em relação aos mundos físico, social, cultural e digital, desenvolvendo aspectos da **Competência geral 1**.
- Ao apresentar o conteúdo de figuras semelhantes, complemente comentando com os estudantes que, ao imprimirmos uma foto, podemos optar por diferentes medidas de dimensões. No entanto, a forma da imagem se mantém com o mesmo enquadramento, desde que as medidas das dimensões sejam proporcionais às correspondentes da foto original, e os respectivos ângulos sejam congruentes. De maneira semelhante, isso também acontece quando um engenheiro faz o projeto de um prédio ou de uma casa. Inicialmente, ele faz a representação do projeto em uma planta baixa e, depois, constrói uma maquete. Tanto a planta baixa quanto a maquete são representações proporcionais, em medidas menores, contudo, mantendo os formatos reais da casa ou do prédio. Assim, ao reproduzir, ampliar ou reduzir uma figura, mantendo seu formato, obtemos figuras semelhantes à figura original.
- A atividade **1** explora figuras desenhadas em malha quadriculada. Analise se eles percebem que a figura original é a figura **2**. Se achar necessário, reproduza e entregue malhas quadriculadas a eles, para que possam construir figuras e, em seguida, ampliá-las ou reduzi-las.
- A atividade **2** relaciona reprodução, ampliação e redução de figuras apresentadas em fotos. Para reconhecer a figura que não apresenta nenhum desses casos, é importante observar se o formato da figura está diferente do original. Nesse caso, é possível perceber que a figura **C** está mais alongada no sentido horizontal, o que provoca deformação.

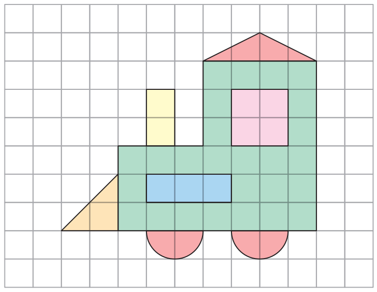
Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

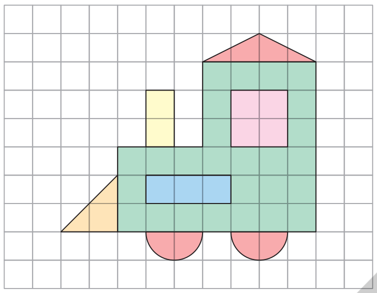
• O objetivo da atividade **3** é levar os estudantes a identificar quais das figuras apresentadas são semelhantes à original e quais estão deformadas em relação à original. Aproveite para ressaltar que o caso da figura **4**, apresentado nesta atividade, utiliza malha quadriculada com quadradinhos menores do que a malha quadriculada original.

• A atividade **4** oferece oportunidade de desenvolver a criatividade e a imaginação na elaboração do desenho, favorecendo o desenvolvimento de aspectos da **Competência geral 2**. Ao interagir com o colega de forma cooperativa, é possível abordar aspectos da **Competência específica de Matemática 8**.

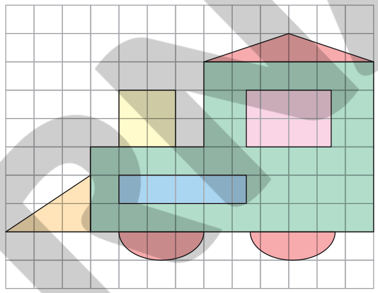
3. As figuras **1**, **2**, **3** e **4** foram obtidas com base na figura apresentada a seguir.



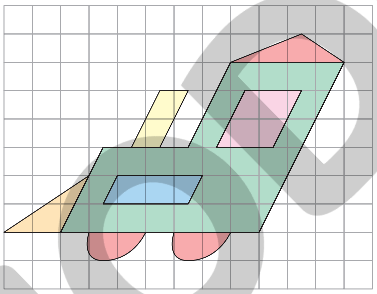
1.



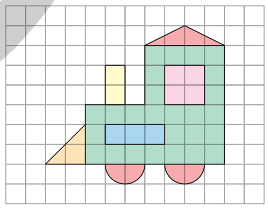
3.



2.



4.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

3. c) Resposta: **1** e **4**, visto que elas têm o mesmo formato da figura original, além do fato de dois segmentos correspondentes quaisquer serem proporcionais.

a) Qual delas representa uma reprodução da figura original? 3. a) Resposta: **1**.

b) Qual delas representa uma redução da figura original? 3. b) Resposta: **4**.

c) Quais delas são semelhantes à figura original? Por quê?

d) Quais delas não são semelhantes à figura original? Por quê?

3. d) Resposta: **2** e **3**, visto que elas não têm o mesmo formato da figura original.

4. Desenhe uma figura em uma malha quadriculada e peça a um colega que amplie e reduza o desenho feito por você. Depois, verifique se ele executou a tarefa corretamente.
4. Resposta pessoal.

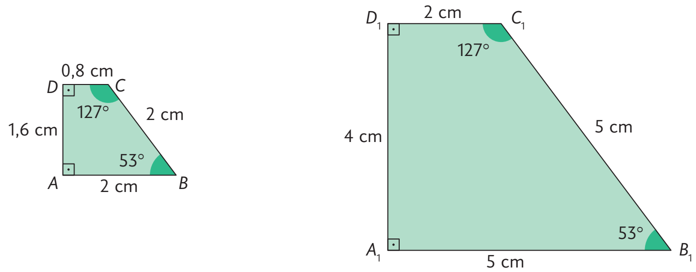
Polígonos semelhantes

Conforme estudado, ao reproduzir, ampliar ou reduzir uma figura mantendo seu formato, é possível obter figuras semelhantes à original. Agora, vamos estudar a semelhança para **polígonos**.

Dois **polígonos são semelhantes** quando satisfazem, simultaneamente, as seguintes condições:

- as medidas de comprimento dos respectivos lados são proporcionais;
- os respectivos ângulos internos são congruentes.

Considere os polígonos *ABCD* e $A_1B_1C_1D_1$ a seguir.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Perceba que as medidas dos respectivos ângulos internos são iguais, ou seja, os ângulos são congruentes.

$\text{med}(A\hat{B}C) = \text{med}(A_1\widehat{B_1}C_1) = 53°$ $\qquad$ $\text{med}(A\hat{D}C) = \text{med}(A_1\widehat{D_1}C_1) = 90°$

$\text{med}(B\hat{C}D) = \text{med}(B_1\widehat{C_1}D_1) = 127°$ $\qquad$ $\text{med}(B\hat{A}D) = \text{med}(B_1\widehat{A_1}D_1) = 90°$

As medidas de comprimento dos respectivos lados desses polígonos são proporcionais, visto que, ao dividir a medida de comprimento de cada lado do polígono $A_1B_1C_1D_1$ pela medida de comprimento do respectivo lado do polígono *ABCD*, obtém-se o mesmo número.

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{C_1D_1}{CD} = \frac{A_1D_1}{AD} = 2{,}5$$

O valor 2,5 obtido é a **razão de semelhança** entre os polígonos *ABCD* e $A_1B_1C_1D_1$.

Como as medidas de comprimento dos respectivos lados desses polígonos são proporcionais e os respectivos ângulos internos são congruentes, os polígonos *ABCD* e $A_1B_1C_1D_1$ são **semelhantes**. Podemos indicar essa semelhança da seguinte maneira:

$ABCD \sim A_1B_1C_1D_1$ (lê-se: *ABCD* é semelhante a $A_1B_1C_1D_1$)

Atenção!

Os polígonos regulares com a mesma quantidade de lados são sempre semelhantes entre si, pois os ângulos internos são congruentes e as medidas de comprimento de seus respectivos lados são proporcionais.

- Se achar necessário, converse com os estudantes e esclareça as diferenças entre polígonos congruentes e polígonos semelhantes. Se possível, apresente alguns exemplos na lousa.
- O conceito de proporcionalidade é essencial nesta unidade. Para isso, relembre com os estudantes o que foi explorado na unidade **3**. Caso considere necessário, reflita com a turma a respeito do conceito de semelhança.

- Na atividade **5**, os estudantes vão investigar as propriedades de cada par de figuras para verificar se são semelhantes. Aproveite esta atividade para incentivar a realização do cálculo mental, a fim de que possam reconhecer a razão de semelhança dos pares.
- A atividade **6** requer a utilização de materiais como régua e transferidor, a fim de verificar se os pares de figuras são semelhantes. Caso não haja régua e transferidor para todos os estudantes, reúna-os em grupos para que realizem esta atividade. Como as medições podem ser imprecisas, eles podem não conseguir obter essas semelhanças. Oriente-os no que for necessário, de modo a fazerem as medições de maneira mais precisa possível. Esta atividade proporciona desenvolver o **raciocínio lógico-matemático**, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos, abordando, assim, aspectos da **Competência específica de Matemática 2**.

Nesta atividade, por envolver o uso da régua e do transferidor, alerte os estudantes para eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Ressalte a importância de terem cuidado ao manusear instrumentos dessa natureza.

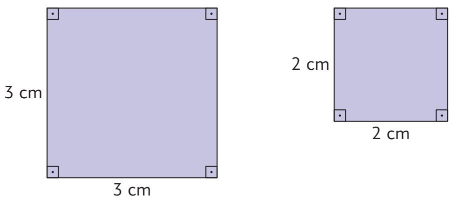
- A atividade **7** possibilita a retomada de conceitos relacionados à classificação de triângulos. Incentive os estudantes a pesquisar a classificação de triângulos quanto aos ângulos e às medidas do comprimento dos lados.

Atividades

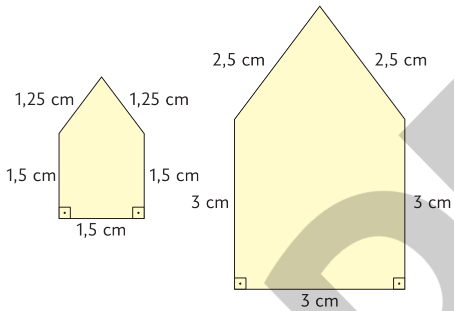
Faça as atividades no caderno.

5. Verifique se o par de figuras de cada item a seguir é semelhante ou não. Sendo semelhante, determine a razão de semelhança entre as figuras.

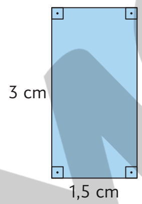
A.

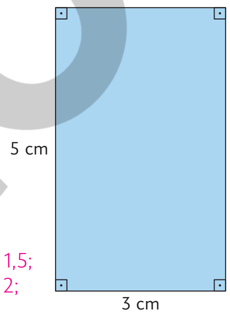


B.



C.



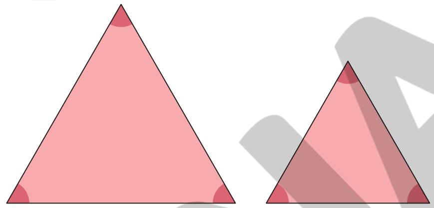


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

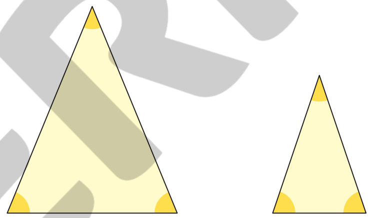
5. Respostas:
A. Semelhantes; razão: 1,5;
B. Semelhantes; razão: 2;
C. Não semelhantes.

6. Utilizando régua e transferidor, realize as medições e verifique se os triângulos de cada par de triângulos são semelhantes. 6. Respostas: Semelhantes: **A** e **C**; Não semelhantes: **B**.

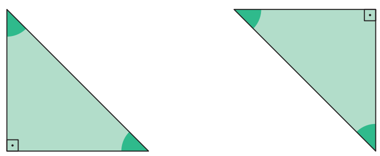
A.



B.



C.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

7. Com base nos pares de triângulos da atividade anterior, responda às questões a seguir no caderno.

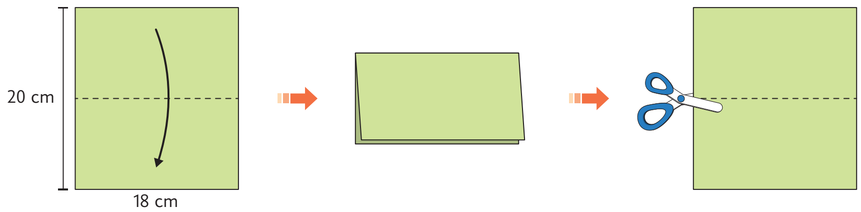
a) Quaisquer dois triângulos são sempre semelhantes? 7. a) Resposta: Não.

b) Existem pares de triângulos que são sempre semelhantes? Quais são eles? Por quê?

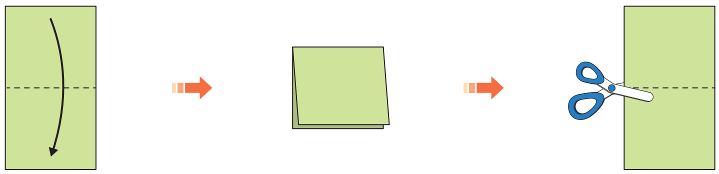
7. b) Resposta: Sim. Dois triângulos equiláteros são sempre semelhantes, visto que seus ângulos internos são congruentes.

72

8. **Junte-se** a um colega e, com a ajuda dele, dobre ao meio uma folha de papel com as medidas das dimensões indicadas a seguir. Feito isso, desdobrem a folha para recortar na marca da dobra.



Em seguida, repitam o processo com uma das partes da folha, para, então, obter mais 2 pedaços com o formato de um retângulo.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Repitam esse processo utilizando um dos pedaços menores da folha para obter mais 2 retângulos.

Finalizado isso, respondam às questões a seguir.

a) Quantos retângulos foram obtidos ao todo? 8. a) Resposta: 4 retângulos.

b) Quais são as medidas das dimensões desses retângulos?

8. b) Resposta: Um retângulo 18 cm × 10 cm, um retângulo 9 cm × 10 cm e dois retângulos 9 cm × 5 cm.

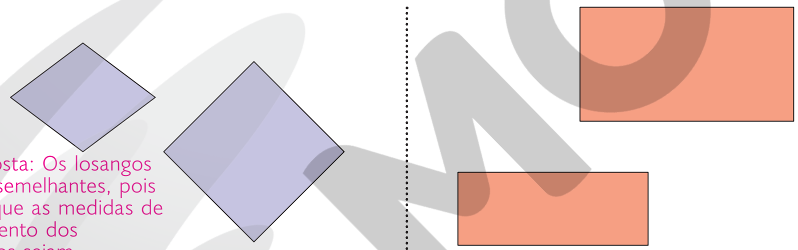
c) Todos os retângulos são semelhantes? 8. c) Resposta: Não.

d) Entre os retângulos, quais são semelhantes?

8. d) Resposta: Os retângulos 18 cm × 10 cm e os retângulos 9 cm × 5 cm.

9. Considere dois triângulos equiláteros *ABC* e *DEF*. Sabendo que o triângulo *ABC* é maior do que o triângulo *DEF*, a soma das medidas dos perímetros dos dois triângulos é igual a 36 m e a razão de semelhança entre eles é 2 : 1, determine a medida do lado de cada triângulo. 9. Resposta: Triângulo *ABC*: 8 m; Triângulo *DEF*: 4 m.

10. As figuras geométricas representadas a seguir são semelhantes entre si? Se necessário, utilize régua e transferidor. Justifique sua resposta.



Losangos. Retângulos.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

10. Resposta: Os losangos não são semelhantes, pois mesmo que as medidas de comprimento dos respectivos lados sejam proporcionais, eles não têm pares de ângulos internos congruentes. Os retângulos não são semelhantes, pois mesmo tendo os respectivos ângulos internos congruentes, as medidas de comprimento dos respectivos lados não são proporcionais.

73

- Na atividade **8**, incentive os estudantes a obter os retângulos na prática. Para isso, eles terão de construir um retângulo com as medidas de comprimento apresentadas na atividade. Providencie antecipadamente os materiais necessários.

Aproveite o fato de esta atividade ser proposta em dupla e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito, da boa convivência social e de não ter preconceitos, bem como de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles acerca do combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

Nesta atividade, por envolver o uso da tesoura, mesmo tendo pontas arredondadas, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Ressalte a importância de terem cuidado ao manusear instrumentos dessa natureza.

- Para resolver a atividade **9**, os estudantes podem conjecturar medidas do comprimento dos lados dos triângulos em questão e testar as hipóteses. Esse pensamento é importante no desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**. Os estudantes podem também envolver o pensamento algébrico para solucionar esta questão. Como a razão de semelhança de um triângulo com o outro é 2 : 1, a medida do perímetro do maior será o dobro da medida do perímetro do menor. Logo, sendo p a medida do triângulo de menor perímetro, podemos escrever $p + 2p = 36$. Então, $p = 12$ (medida do perímetro do menor) e 24 será a medida do perímetro do triângulo maior. Além disso, 12 : 3 = 4 (medida do comprimento do lado do triângulo menor) e 24 : 3 = 8 (medida do comprimento do lado do triângulo maior).

- Na atividade **10**, é necessário que as duas condições sejam atendidas: pares de ângulos internos congruentes e medidas de comprimento dos lados proporcionais. Esse tipo de atividade, com mais de uma condição, propicia o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**, e as observações sistemáticas, favorecendo o desenvolvimento de aspectos das **Competências específicas de Matemática 2** e **4**.

• Ao trabalhar o conteúdo de homotetia, comente com os estudantes que a ampliação e a reprodução de uma imagem são, geralmente, realizadas por meio das tecnologias digitais, presentes nos programas de computador, como o GeoGebra, por exemplo. Antes, porém, esse processo era realizado por sistemas articulados, formados por hastes. Um exemplo é o pantógrafo (*pantos*: tudo e *graphein*: escrever), instrumento composto de duas barras maiores, com as quais o trabalho era realizado mecanicamente, e apresentado na abertura desta unidade.

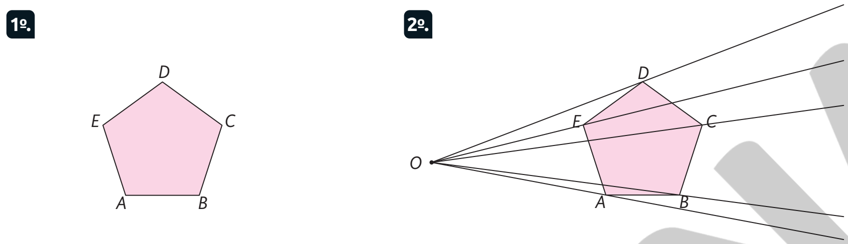
Algo a mais

No *site* indicado a seguir, encontre informações a respeito de como ampliar figuras utilizando o **pantógrafo**, inclusive como construí-lo no GeoGebra, e identificar qual Matemática está implícita neles. Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/moduloII/recursos29.html. Acesso em: 26 jul. 2022.

Homotetia

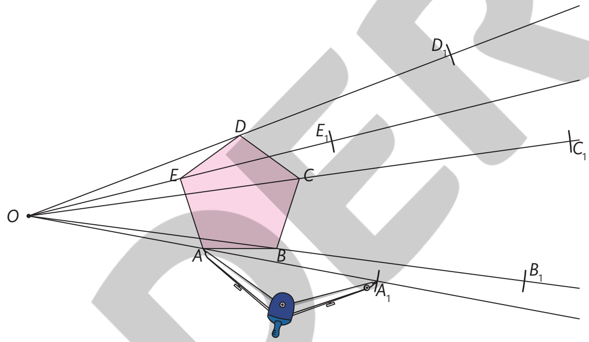
Podemos ampliar ou reduzir uma figura de diversas maneiras, como utilizando *softwares*, um pantógrafo ou realizando a transformação chamada **homotetia**. Para compreender melhor, verifique, a seguir, como ampliar o polígono *ABCDE* na razão 2 : 1 utilizando **homotetia**.

- Primeiro, escolhemos um ponto *O* externo ao polígono e traçamos as semirretas com origem nesse ponto e que passam pelos vértices *A*, *B*, *C*, *D* e *E*.



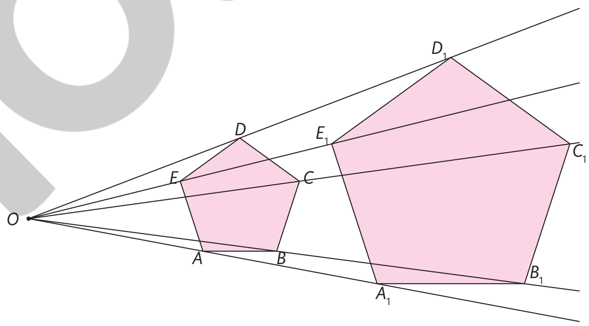
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

- Utilizando um compasso ou uma régua, marcamos os pontos A_1, B_1, C_1, D_1 e E_1, sobre as semirretas *OA*, *OB*, *OC*, *OD* e *OE*, respectivamente, de modo que $OA_1 = 2 \cdot OA$, $OB_1 = 2 \cdot OB$, $OC_1 = 2 \cdot OC$, $OD_1 = 2 \cdot OD$ e $OE_1 = 2 \cdot OE$.



RAFAEL L. GAION E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

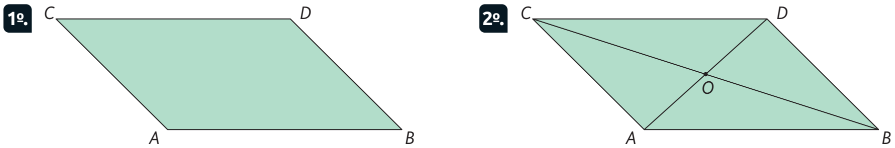
- Em seguida, ligamos os pontos A_1, B_1, C_1, D_1 e E_1 e determinamos, assim, o polígono $A_1B_1C_1D_1E_1$, que é uma ampliação do polígono *ABCDE*, na razão 2 : 1.



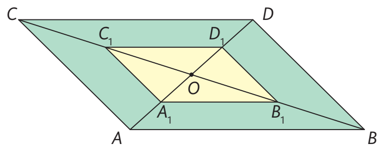
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe o procedimento de redução de um paralelogramo *ABCD* com razão de semelhança 1 : 2 utilizando a homotetia.

- Determinamos um ponto *O* interno ao paralelogramo *ABCD* e traçamos os segmentos *OA*, *OB*, *OC* e *OD*.



- Com auxilio de um compasso, marcamos os pontos A_1, B_1, C_1 e D_1 em relação aos segmentos *OA*, *OB*, *OC* e *OD*, respectivamente, de maneira que $OA_1 = \frac{OA}{2}$, $OB_1 = \frac{OB}{2}$, $OC_1 = \frac{OC}{2}$ e $OD_1 = \frac{OD}{2}$. Em seguida, ligamos os pontos obtidos e, assim, determinamos o paralelogramo $A_1B_1C_1D_1$, que é uma redução por homotetia do paralelogramo *ABCD* na razão 1 : 2.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

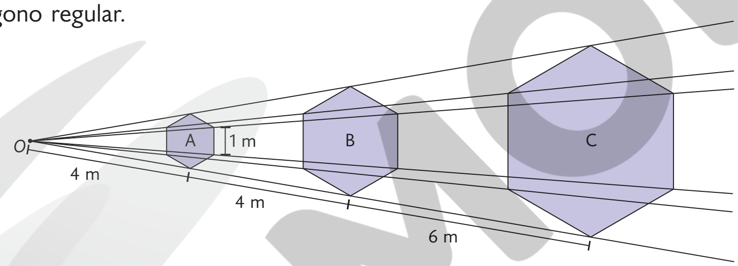
11. Faça em seu caderno o que se pede a seguir.

a) Construa um triângulo equilátero cujo comprimento do lado mede 6 cm. Em seguida, usando homotetia, construa um triângulo equilátero com comprimento de lado medindo 3 cm.

b) Construa um quadrado cujo comprimento do lado mede 4 cm. Em seguida, usando homotetia, construa um quadrado com comprimento de lado medindo 8 cm.

11. Respostas na seção **Resoluções.**

12. Na imagem a seguir foram construídas as figuras **A** e **C** com base na figura **B**, que é um hexágono regular.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a medida de comprimento de cada lado das figuras **B** e **C**?

b) Qual foi a razão de redução da figura **B** para obter a figura **A**?

c) Qual seria a razão de ampliação da figura **A** para obter a figura **C**?

12. Respostas: a) 2 m; 3,5 m; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{14}{4}$ ou $\frac{7}{2}$.

- A atividade **11** envolve construções de triângulos e quadrados. Aproveite para trabalhar essas construções com régua e compasso. Caso tenha disponível o *software* GeoGebra em computadores no laboratório de informática, ou possa acessá-lo de modo *on-line*, utilize-o para realizar as mesmas construções. Ao utilizar ferramentas e processos matemáticos e também tecnologias digitais, é possível desenvolver nos estudantes aspectos da **Competência específica de Matemática 5**.

Nesse programa, pode-se realizar diversas construções geométricas, utilizando pontos, retas, circunferências e outras curvas, bem como considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção. Usado em escolas e universidades de diversos países, pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site* disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 22 abr. 2022.

Nesta atividade, por envolver o uso do compasso, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Ressalte a importância de terem cuidado ao manusear instrumentos dessa natureza.

- A atividade **12** requer uma análise das medidas apresentadas para os casos de homotetia apresentados (redução e ampliação). Procure incentivar os estudantes a escrever as proporções para obter os valores das medidas de comprimento dos lados do hexágono **B** e do hexágono **C**. Ressalte com eles o fato de que, como o hexágono é regular, as medidas do comprimento de todos os lados são iguais.

- Se necessário, comente com os estudantes que, nesse caso, escolhemos convenientemente o ponto *O* dentro do polígono, coincidindo com a interseção das diagonais dele. Porém, poderíamos escolher qualquer ponto *O*, dentro ou fora do polígono, para realizar a homotetia.

- Trabalhe duas questões básicas a respeito de homotetia com os estudantes.

> A imagem de uma reta é uma reta.

> Retas paralelas são transformadas em retas paralelas.

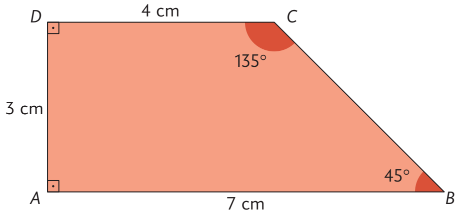
- Somente após esclarecer as propriedades citadas, podemos dizer que a imagem de um paralelogramo por homotetia é também um paralelogramo.

• As atividades **13** e **14** requerem que os estudantes ampliem e reduzam polígonos por homotetia. Aproveite para solicitar a eles que se organizem em duplas e conversem entre si, de modo a compartilhar as estratégias utilizadas. Por fim, analise se utilizaram a razão de semelhança correta.

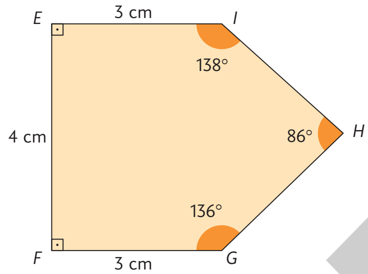
• A atividade **15** requer o cálculo da razão por homotetia por medição, utilizando régua para obter as medidas dos comprimentos dos lados dos polígonos. Aproveite para incentivá-los a obter a medida mais exata possível.

13. Reproduza, no caderno, os polígonos a seguir. Feito isso, amplie-os por homotetia na razão de semelhança 3 : 1.
13. Sugestão de resposta na seção **Resoluções**.

A.



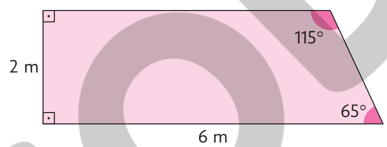
B.



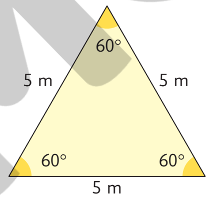
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

14. Reproduza, no caderno, cada polígono a seguir. Feito isso, reduza-os por homotetia na razão de semelhança 1 : 4.

A.



B.

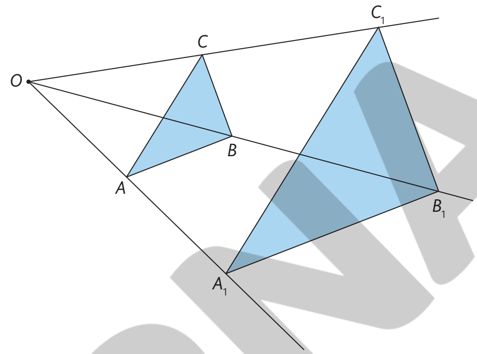


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

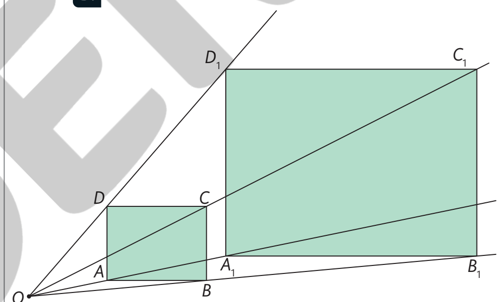
14. Sugestão de resposta na seção **Resoluções**.

15. Em cada figura a seguir, houve uma ampliação da original. Utilizando uma régua, realize as medições necessárias e determine a razão de semelhança de cada homotetia. 15. Respostas: A. 2; B. 2,5; C. Aproximadamente 1,5.

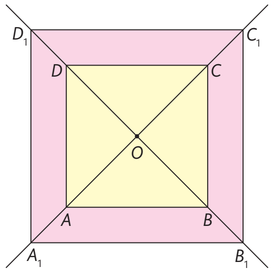
A.



B.



C.



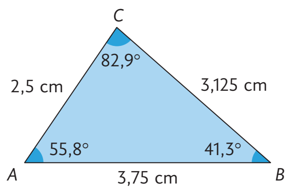
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

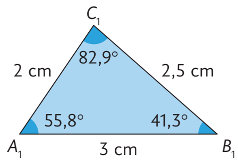
Triângulos semelhantes

Estudamos anteriormente que dois polígonos são semelhantes quando satisfazem, simultaneamente, as seguintes condições.

- As medidas de comprimento dos respectivos lados são proporcionais.
- Os respectivos ângulos internos são congruentes.

Para compreender melhor, acompanhe, por exemplo, como podemos verificar se os triângulos a seguir são semelhantes.





ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Nos triângulos, todos os respectivos lados apresentam medidas proporcionais e todos os respectivos ângulos internos são congruentes.

$$\boxed{\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = 1{,}25}$$

$$\text{med}(B\hat{A}C) = \text{med}(B_1\hat{A}_1C_1) = 55{,}8°$$

$$\text{med}(A\hat{B}C) = \text{med}(A_1\hat{B}_1C_1) = 41{,}3°$$

$$\text{med}(A\hat{C}B) = \text{med}(A_1\hat{C}_1B_1) = 82{,}9°$$

Portanto, como ambas as condições foram satisfeitas, os triângulos ABC e $A_1B_1C_1$ são semelhantes, com razão de semelhança 1,25. Essa semelhança é representada por:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

Atenção!

A notação $ABC \sim A_1B_1C_1$ também indica que esses triângulos são semelhantes.

No entanto, para determinar se dois triângulos são semelhantes, não é necessário comparar as medidas de todos os seus ângulos internos e as medidas de comprimento de todos os seus lados. Existem casos em que é possível verificar se dois triângulos são semelhantes levando em consideração apenas alguns de seus elementos.

Vamos conhecer os casos de semelhança de triângulos que estabelecem condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

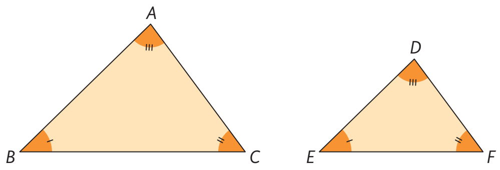
1º caso de semelhança (*AAA*)

Quando dois triângulos têm seus respectivos ângulos internos congruentes, eles são semelhantes.

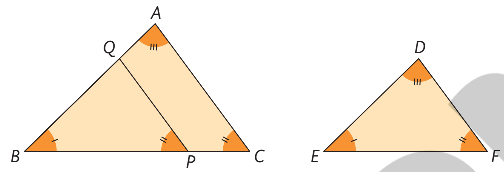
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a triângulos. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Além disso, avalie a necessidade de retomar com eles os casos de congruência de triângulo, estudados no ano anterior.
- Ao estudar a semelhança de polígonos e a transformação pela homotetia, os estudantes serão capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes, o que desenvolve a habilidade **EF09MA12** da BNCC.

- Avalie a necessidade de explorar na lousa o passo a passo da demonstração apresentada nesta página, de modo que os estudantes possam sanar as dúvidas que tiverem.

Demonstração: Vamos mostrar que, se nos triângulos ABC e DEF temos $A\hat{B}C \cong D\hat{E}F$, $B\hat{C}A \cong E\hat{F}D$ e $B\hat{A}C \cong E\hat{D}F$, então os triângulos ABC e DEF são semelhantes.



Marque um ponto P sobre o lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC, de maneira que $\overline{EF} \cong \overline{BP}$, e trace o segmento PQ paralelo ao lado $\overline{AC}$ do triângulo.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com as imagens, verificamos que $A\hat{C}P \cong Q\hat{P}B$, pois são ângulos correspondentes de paralelas cortadas por uma transversal. Já pelo caso ALA de congruência de triângulos, temos $\triangle DEF \cong \triangle QBP$.

Pelo teorema de Tales, temos:

$$\frac{BQ}{BA} = \frac{BP}{BC}$$

Como $\triangle DEF \cong \triangle QBP$, segue que $\frac{ED}{BA} = \frac{EF}{BC}$.

Seguindo o mesmo procedimento, marque um ponto M sobre o lado $\overline{AC}$ do triângulo ABC, de maneira que $\overline{DF} \cong \overline{MC}$, e trace o segmento $\overline{MN}$ que seja paralelo ao lado $\overline{AB}$.

Assim, pelo teorema de Tales, temos:

$$\frac{MC}{AC} = \frac{NC}{BC}$$

Como $\triangle DEF \cong \triangle MNC$, pelo caso ALA de congruência de triângulo, temos:

$$\frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

Logo, $\frac{ED}{BA} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC}$. Portanto, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

Atenção!

Lembre-se de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Desse modo, conhecendo as medidas de dois dos ângulos internos de um triângulo, podemos determinar a medida do terceiro ângulo interno.

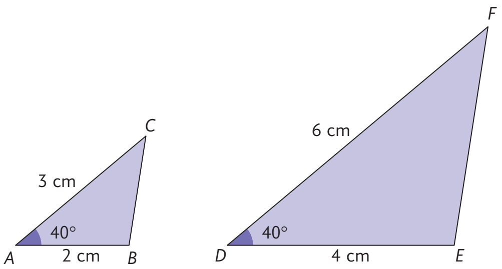
Agora, com base em exemplos, vamos estudar outros dois casos de semelhança de triângulos.

2º caso de semelhança (*LAL*)

> Quando dois triângulos apresentam dois dos respectivos lados com medidas de comprimento proporcionais e os ângulos formados entre eles são congruentes, esses triângulos são semelhantes.

Considerando esse caso, para que dois triângulos sejam semelhantes, é suficiente verificarmos a proporcionalidade entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes e a congruência entre os ângulos formados por eles.

Para compreender melhor, analise os seguintes triângulos.



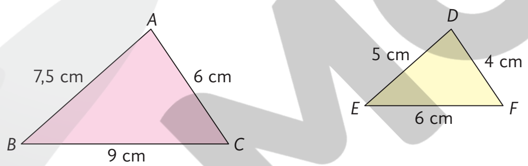
Podemos verificar que $\frac{DF}{AC} = \frac{DE}{AB} = 2$ e $med(B\widehat{A}C) = med(E\widehat{D}F) = 40°$. Portanto, os triângulos *ABC* e *DEF* são semelhantes.

3º caso de semelhança (*LLL*)

> Quando dois triângulos têm as medidas de comprimento dos lados correspondentes proporcionais, eles são semelhantes.

Levando em consideração esse caso, para que dois triângulos sejam semelhantes, é suficiente verificarmos a proporcionalidade entre as medidas de comprimento de seus lados correspondentes.

Considere os triângulos a seguir.



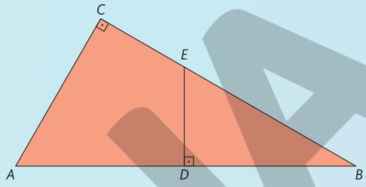
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com as imagens, verificamos que $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = 1,5$. Portanto, os triângulos *ABC* e *DEF* são semelhantes, com razão de semelhança 1,5.

Atividade a mais

Complemente o trabalho desenvolvido com os conteúdos do caso ***LAL*** propondo aos estudantes a atividade a seguir. Para isso, reproduza a figura na lousa, a fim de que eles efetuem os cálculos no caderno.

- Na figura a seguir, tem-se $AB = 2\sqrt{3}$ m, $AC = BD = \sqrt{3}$ m, $BC = 3$ m, $BE = 2$ m. Verifique se $\triangle ABC \sim \triangle EBD$.



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

Resolução e comentários

Podemos verificar que:

> $med(A\widehat{C}B) = med(E\widehat{D}B)$

> $\frac{BD}{BC} = \frac{BE}{AB}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{2\sqrt{3}}$

$2\sqrt{3}^2 = 6$

$6 = 6$

Portanto, pelo caso ***LAL***, $\triangle ABC$ e $\triangle$EBD são semelhantes.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

• A atividade **16** requer que os estudantes considerem as informações dadas para as medidas de alguns ângulos dos triângulos, bem como algumas medidas de comprimento de seus lados. Aproveite para explorar a propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de triângulos.

• Na atividade **17**, auxilie os estudantes no uso da régua ao fazerem as medições, a fim de que obtenham as medidas corretas. No item **a**, ao pedir a eles que juntem-se a um colega e que justifiquem a resposta, converse sobre o pluralismo de ideias e a importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo. Desse modo, promove-se a **Competência geral 9**.

• A atividade **18** oportuniza que os estudantes desenvolvam o **pensamento computacional**. Esse pensamento inclui a decomposição do problema em partes menores, o reconhecimento de padrões, a análise dos dados e a solução do problema, utilizando os elementos obtidos nos processos anteriores. Obtenha informações a respeito do **pensamento computacional** nas orientações gerais deste manual.

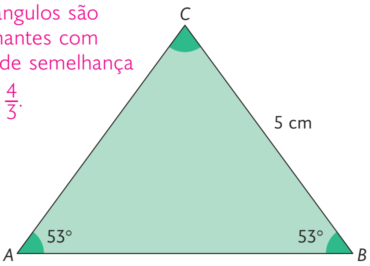
• Na atividade **19**, aproveite para incentivar a investigação, o levantamento e a testagem de hipóteses, fazendo observações sistemáticas sobre aspectos quantitativos e qualitativos, o que favorece o desenvolvimento de aspectos da **Competência específica de Matemática 4**.

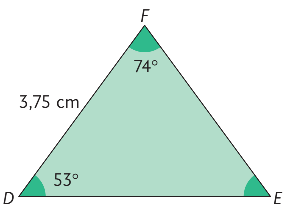
Atividades

Faça as atividades no caderno.

16. Verifique se os triângulos *ABC* e *DEF* a seguir são semelhantes. Em caso afirmativo, determine a razão de semelhança entre eles.

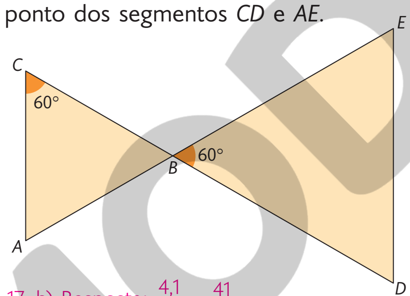
16. Respostas: Os triângulos são semelhantes com razão de semelhança $\frac{5}{3{,}75} = \frac{4}{3}$.





ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

17. Na imagem a seguir, estão representados dois triângulos. Considere que *B* é um ponto dos segmentos *CD* e *AE*.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

17. b) Resposta: $\frac{4{,}1}{2{,}7} = \frac{41}{27}$.

a) **Junte-se** a um colega para medir os lados desses triângulos usando régua. Eles são semelhantes? Justifique sua resposta.

b) Caso sejam semelhantes, qual é a razão de semelhança entre os triângulos *ABC* e *DEB*?

18. Analise os triângulos *ABC* e *DEF* a seguir.

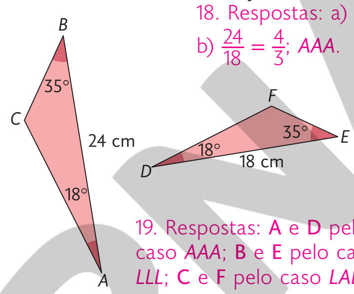
a) Esses triângulos são semelhantes?

b) Se a resposta ao item anterior for sim, determine:

• a razão de semelhança entre *ABC* e *DEF*.

• o caso de semelhança.

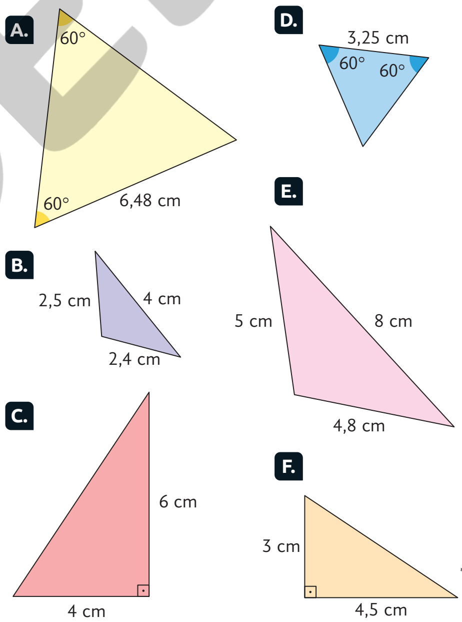
18. Respostas: a) Sim; b) $\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$; *AAA*.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

19. Respostas: **A** e **D** pelo caso *AAA*; **B** e **E** pelo caso *LLL*; **C** e **F** pelo caso *LAL*.

19. Analisando as figuras apresentadas a seguir, identifique os pares de triângulos semelhantes e indique os casos de semelhança.

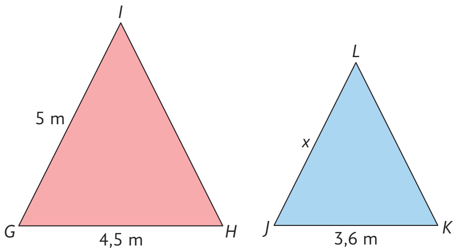


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

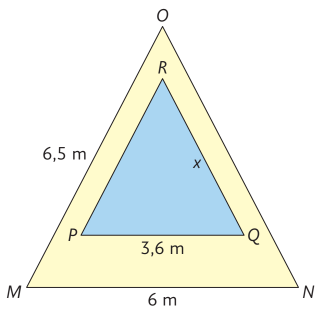
17. a) Resposta: Sim, pois são triângulos equiláteros. Polígonos regulares com a mesma quantidade de lados são sempre semelhantes entre si.

20. Sabendo que em cada item a seguir os triângulos isósceles são semelhantes, determine o valor de *x*.

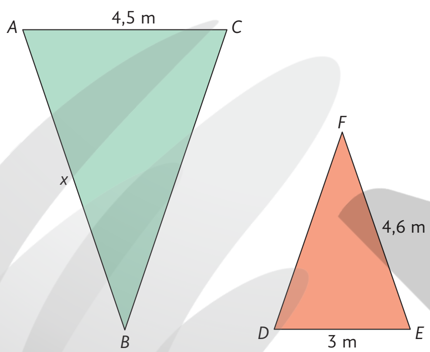
A. $\triangle GHI \sim \triangle JKL$



B. $\triangle MNO \sim \triangle PQR$



C. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



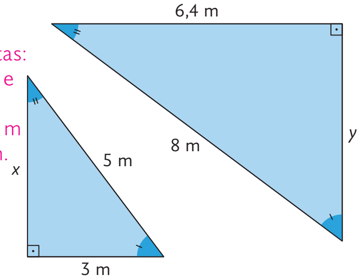
ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

20. Respostas: A. 4 m; B. 3,9 m; C. 6,9 m.

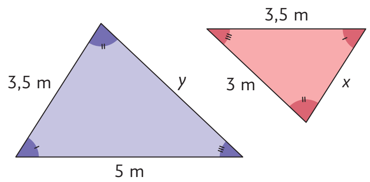
21. Em cada item, calcule as medidas *x* e *y* sabendo que os triângulos são semelhantes.

21. Respostas: A. $x = 4$ m e $y = 4{,}8$ m; b) $x = 2{,}45$ m e $y \simeq 4{,}3$ m.

A.



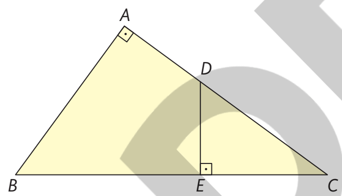
B.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

22. Considere as informações referentes à figura a seguir.

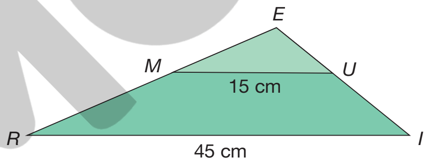
- $\triangle ABC \sim \triangle EDC$
- $AB = 3$ cm
- $BC = 5$ cm
- $DE = 1{,}5$ cm



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida do comprimento do segmento de reta *CD*? 22. Resposta: 2,5 cm.

23. (Saresp-2007) Os triângulos *MEU* e *REI* são semelhantes, com $\overline{UM} // \overline{RI}$. O lado $\overline{ME}$ mede 12 m. 23. Resposta: Alternativa **d**.



REPRODUÇÃO/SARESP

Qual é a medida, em cm, do lado $\overline{RE}$?

a) 15 **b)** 20 **c)** 24 **d)** 36

- Nas atividades **20** e **21**, aproveite para incentivar o uso da calculadora na realização dos cálculos. Assim, ao oportunizar a utilização de tecnologias, desenvolvem-se aspectos da **Competência específica de Matemática 5**.

Além disso, avalie a conveniência de organizar os estudantes em duplas para que conversem entre si e compartilhem as estratégias utilizadas.

- Para a realização da atividade **22**, sugira aos estudantes que construam em folha de papel avulsa os dois triângulos, a fim de constatar que os ângulos $B\hat{A}C$ e $D\hat{E}C$ são retos.
- A atividade **23** pode ser utilizada para uma avalição oral. Para isso, sugira que, em duplas, os estudantes a resolvam e, depois, apresentem a resolução para outra dupla. Por fim, verifique se resolveram corretamente.

Explique aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra **comprimento** nela. Nesse caso, oriente-os a considerar que os termos **mede** e **medida** indicam a **medida de comprimento** dos lados $\overline{ME}$ e $\overline{RE}$, respectivamente.

Metodologias ativas

- Para desenvolver o trabalho com a atividade **22**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***.
- No fim do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**.

Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

1 e 2. Objetivo

- Avaliar a aprendizagem dos estudantes em relação a polígonos semelhantes.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldade, lembre-os de que, em polígonos semelhantes, os ângulos internos correspondentes são congruentes e as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais.

3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes utilizam homotetia para ampliar um polígono.

Como proceder

- Oriente-os a, para cada item, determinar o ponto *O* e traçar semirretas com origem nesse ponto, passando pelos vértices do polígono. Se achar necessário, retome as explicações da página **74**.

4. Objetivo

- Conferir se os estudantes reconhecem pares de triângulos semelhantes.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldade, peça-lhes que verifiquem se o caso de semelhança de triângulo que indicaram em cada item é satisfeito. Se achar necessário, retome as explicações das páginas **71**, **74** e **75**, além das páginas **77** a **79**.

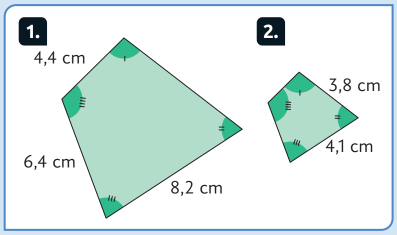
O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

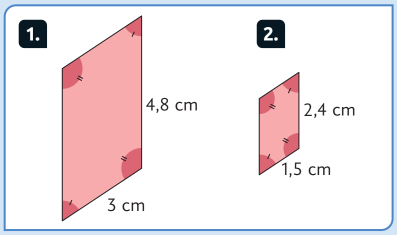
1. Respostas: A. **1** = 26,6 cm; **2** = 13,3 cm; B. **1** = 15,6 cm; **2** = 7,8 cm.

1. Sabendo que os pares de polígonos de cada quadro a seguir são semelhantes, calcule, em uma folha de papel avulsa, a medida do perímetro de cada polígono.

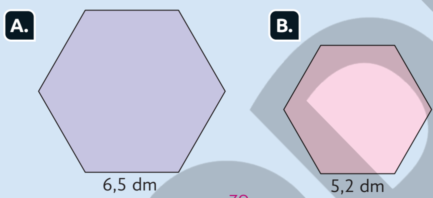
A.



B.



2. Analise os hexágonos regulares a seguir. 2. b) Resposta: $\frac{6,5}{5,2} = 1,25$.



2. c) Resposta: $\frac{39}{31,2} = 1,25$.

a) Esses hexágonos são semelhantes? 2. a) Resposta: Sim.

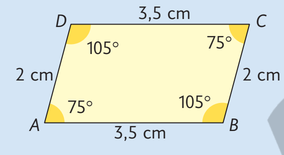
b) Qual é a razão de semelhança entre os hexágonos **A** e **B**?

c) Qual é a razão da medida do perímetro do hexágono **A** em relação a do hexágono **B**?

d) Qual é a relação entre as razões obtidas nos itens **b** e **c**? Isso também acontece com outros polígonos regulares? 2. d) Resposta: São iguais; Sim.

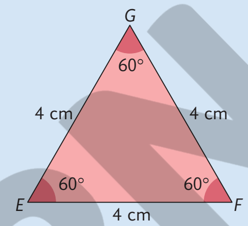
3. Em uma folha de papel avulsa, por homotetia, faça a ampliação dos polígonos a seguir na razão 2 : 1.

A.



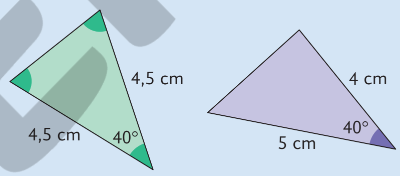
B.

3. Sugestão de resposta na seção **Resoluções**.

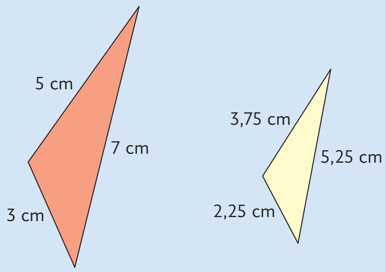


4. Determine se os triângulos indicados em cada item são semelhantes. Para isso, justifique sua resposta.

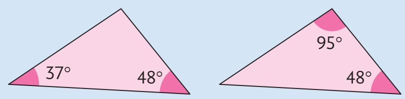
A.



B.



C.



4. Resposta: A. Não são semelhantes, pois os lados correspondentes não são proporcionais; B. São semelhantes pelo critério *LLL*; C. São semelhantes pelo critério *AAA*.

UNIDADE

5 Produtos notáveis, fatoração de polinômios e equações do 2º grau

AMMIT JACK/SHUTTERSTOCK

Atleta praticando canoagem, esporte radical que atrai aventureiros em busca de adrenalina.

Agora vamos estudar...

- produtos notáveis;
- fatoração de polinômios;
- equação do 2º grau com uma incógnita;
- resolução de equações do 2º grau completas e incompletas;
- relações entre as raízes e outros elementos de uma equação do 2º grau.

- A abertura da unidade apresenta a imagem de um atleta praticando canoagem, esporte náutico com várias modalidades, entre elas a que é praticada em rios e corredeiras, em que os obstáculos do percurso podem provocar diferentes acelerações. A ideia principal é abordar o conceito de equação do 2º grau, assunto desta unidade, que se aplica ao estudo do Movimento Uniformemente Variado (MUV). Esse conteúdo relaciona a posição, a aceleração e o tempo de um móvel. Evidencie os demais conteúdos que serão estudados ao longo desta unidade e peça aos estudantes que indiquem os que já conhecem.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes a respeito dos conteúdos que serão trabalhados na unidade, escreva na lousa o problema a seguir.

- Em um retângulo, a medida do comprimento é igual ao dobro da medida da largura. Calcule no caderno essas medidas sabendo que a área do retângulo mede 32 cm².

Peça aos estudantes que escrevam a equação que representa essa situação.

Resolução e comentários

Para solucionar esse problema, os estudantes podem atribuir valores para as medidas das dimensões e calcular a medida da área, até obterem o resultado desejado. No entanto, deixe-os livres para resolver da maneira que acharem mais conveniente. Usando os conteúdos aqui estudados, a resolução seria a exposta a seguir. Indicando por x a medida do comprimento, segue que a medida da largura é $2x$. Logo:

$$x \cdot 2x = 32$$
$$2x^2 = 32$$
$$\frac{2x^2}{2} = \frac{32}{2}$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \pm 4$$

Como x é uma medida de comprimento, temos $x = 4$ cm. Portanto, o comprimento desse retângulo mede 4 cm, e sua largura, 8 cm.

Obtenha informações sobre avaliações diagnósticas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Reconhecer os produtos notáveis.
- Fatorar polinômios.
- Identificar equações do 2º grau completas e incompletas.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo equações do 2º grau.
- Determinar, quando possível, as raízes de uma equação do 2º grau.
- Relacionar o discriminante de uma equação do 2º grau à quantidade de raízes reais da equação.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o trabalho com equações. Além disso, o estudo aqui proposto está fortemente associado a outros conceitos matemáticos, entre eles, perímetro, área, volume, teorema de Tales e polígonos, estabelecendo, assim, relações entre as unidades temáticas Álgebra, Geometria e Grandezas e medidas.

Ao final do estudo desta unidade, espera-se que os estudantes sejam capazes de modelar uma situação-problema por meio de uma equação do 2º grau e solucioná-la calculando suas raízes.

- Nesta unidade, os estudantes serão levados a compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau, conforme orienta a habilidade **EF09MA09**.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado aos produtos notáveis e polinômios. Permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Outra possibilidade é relembrar, com a ajuda deles, conteúdos estudados em anos anteriores. A abordagem da propriedade distributiva da multiplicação com números, por exemplo, é uma maneira interessante de retomar alguns conceitos.

Produtos notáveis

Neste tópico, estudaremos produtos de polinômios que aparecem em problemas e apresentam algumas regularidades. Eles são chamados **produtos notáveis** e, ao estudá-los e conhecê-los, perceberemos que as regularidades apresentadas possibilitam, em alguns momentos, a redução da quantidade de cálculos.

Quadrado da soma de dois termos

Um dos produtos notáveis é o **quadrado da soma de dois termos**. Podemos indicá-lo da seguinte maneira.

$$(a + b)(a + b) \text{ ou } (a + b)^2$$

1º termo   2º termo

Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, obtemos:

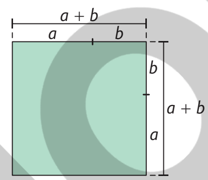
$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + \underbrace{ab}_{ba\,=\,ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

O polinômio $a^2 + 2ab + b^2$ tem três termos e é chamado **trinômio quadrado perfeito**.

Podemos visualizar geometricamente a igualdade acima. Para a e b positivos, calcularemos a medida da área de um quadrado com o comprimento do lado medindo $a + b$ de duas maneiras diferentes.

1ª maneira

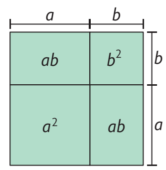
ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA



Multiplicando a medida do comprimento pela medida da largura:

$$A = (a + b)(a + b) = (a + b)^2$$

2ª maneira



Adicionando as medidas das áreas das quatro partes:

$$A = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Note que, em ambas as imagens, o quadrado cuja medida do comprimento do lado é $a + b$ tem a mesma medida de área. Portanto: $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$.

O **quadrado da soma de dois termos** pode ser obtido calculando o quadrado do 1º termo, mais 2 vezes o 1º termo pelo 2º, mais o quadrado do 2º termo.

A seguir, apresentamos alguns exemplos.

- $(3a + 2b)^2 = \underbrace{(3a)^2}_{9a^2} + \underbrace{2(3a)(2b)}_{12ab} + \underbrace{(2b)^2}_{4b^2}$
- $\left(a^2 + \frac{2}{3}b\right)^2 = \underbrace{(a^2)^2}_{a^4} + \underbrace{2(a^2)\left(\frac{2}{3}b\right)}_{\frac{4}{3}a^2b} + \underbrace{\left(\frac{2}{3}b\right)^2}_{\frac{4}{9}b^2}$

Quadrado da diferença de dois termos

Outro produto notável é o **quadrado da diferença** de dois termos. Podemos indicá-lo da seguinte maneira.

$$(a - b)(a - b) \text{ ou } (\underbrace{a}_{\text{1º termo}} - \underbrace{b}_{\text{2º termo}})^2$$

Aplicando a propriedade distributiva da multiplicação, obtemos:

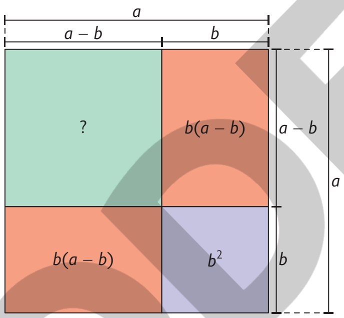
$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - \underbrace{ab}_{ba\,=\,ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

O polinômio $a^2 - 2ab + b^2$ também é um trinômio quadrado perfeito.

Podemos visualizar geometricamente a igualdade acima. Para a e b positivos, com $a > b$, calcularemos a medida da área de um quadrado cujo comprimento do lado mede $(a - b)$.

Podemos representar a medida da área desse quadrado (em verde na figura ao lado) da seguinte maneira:

$$A = (a - b)(a - b) = (a - b)^2$$



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Outra maneira de representar a medida da área do quadrado verde é subtrair, da medida da área do quadrado maior, as medidas das áreas dos dois retângulos vermelhos e do quadrado roxo.

$$A = \underbrace{a^2}_{\text{medida da área do quadrado maior}} - \underbrace{b(a - b) - b(a - b)}_{\text{medida da área dos dois retângulos vermelhos}} - \underbrace{b^2}_{\text{medida da área do quadrado roxo}}$$

$$A = a^2 - ab + b^2 - ab + \cancel{b^2} - \cancel{b^2}$$

$$A = a^2 - 2ab + b^2$$

Portanto, $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$.

- Antes de iniciar o assunto abordado no tópico **Quadrado da diferença de dois termos**, escreva na lousa o quadrado da diferença de dois números naturais, como $(5 - 2)^2$. Pergunte aos estudantes como eles resolveriam essa operação. É possível que alguns façam $(5 - 2)^2 = 3^2 = 9$. Se isso acontecer, peça a eles que indiquem outra maneira. Depois, na lousa, escreva $(5 - 2)^2 = (5 - 2) \cdot (5 - 2)$ e, em seguida, aplique a propriedade distributiva da multiplicação. Essa propriedade será utilizada em outros momentos. Por isso, verifique se os estudantes a compreendem bem.

85

• Ao trabalhar com esta página, verifique se os estudantes estão acompanhando e compreendendo os assuntos abordados. Caso apresentem dúvidas, retome o conteúdo necessário a fim de saná-las. Além disso, caso julgue oportuno, ao final de cada tópico, selecione alguns estudantes para vir à lousa e resolver cálculos envolvendo os produtos notáveis (aqueles estudados no tópico correspondente).

• Espera-se que as atividades propostas nesta unidade levem os estudantes a desenvolver o **raciocínio lógico-matemático**, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, conforme orienta a **Competência específica de Matemática 2**. Além disso, espera-se que elas os auxiliem na compreensão das relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática, como Álgebra e Geometria, construindo e aplicando conhecimentos matemáticos e desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções, conforme orienta a **Competência específica de Matemática 3.**

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

O **quadrado da diferença** de dois termos pode ser obtido calculando o quadrado do 1º termo, menos 2 vezes o 1º termo pelo 2º, mais o quadrado do 2º termo.

A seguir, apresentamos alguns exemplos.

- $(2a - 5b^2)^2 = (2a)^2 - 2(2a)(5b^2) + (5b^2)^2$
  $= 4a^2 - 20ab^2 + 25b^4$

- $\left(2a - \frac{3}{5}b^3\right)^2 = (2a)^2 - 2(2a)\left(\frac{3}{5}b^3\right) + \left(\frac{3}{5}b^3\right)^2$
  $= 4a^2 - \frac{12}{5}ab^3 + \frac{9}{25}b^6$

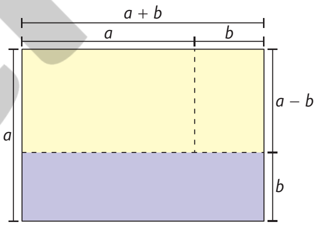
Produto da soma pela diferença de dois termos

O produto $(a + b)(a - b)$ também é um produto notável. Ele é conhecido como **produto da soma pela diferença de dois termos**. Ao desenvolver esse produto notável com o auxílio da propriedade distributiva da multiplicação, obtemos:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

O polinômio $a^2 - b^2$ é uma **diferença de quadrados**.

Podemos visualizar geometricamente o desenvolvimento desse produto notável. Para a e b positivos, com $a > b$, calcularemos a medida da área de um retângulo cujos comprimentos dos lados medem $(a + b)$ e $(a - b)$.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos representar a medida da área desse retângulo (em amarelo na figura ao lado) da seguinte maneira.

$$A = (a + b)(a - b)$$

Outra maneira de representar a medida da área do retângulo amarelo é subtrair, da medida da área do retângulo maior, a medida da área do retângulo roxo.

$$A = \underbrace{a(a + b)}_{\text{medida da área do retângulo maior}} - \underbrace{b(a + b)}_{\text{medida da área do retângulo roxo}}$$
$$A = a^2 + \cancel{ab} - \cancel{ab} - b^2$$
$$A = a^2 - b^2$$

Portanto, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

O **produto da soma pela diferença de dois termos** pode ser obtido calculando o quadrado do 1º termo menos o quadrado do 2º termo.

A seguir, apresentamos alguns exemplos.

- $(2x + 3y)(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$
- $(x^2 + y)(x^2 - y) = (x^2)^2 - (y)^2 = x^4 - y^2$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

5. Respostas: a) $x^2 + 2x + 1$; b) $81x^2 + 72x + 16$; c) $x^2 + 4x + 4$; d) $9x^2 + 42x + 49$; e) $36x^2 + 9x + \frac{9}{16}$.

1. Utilizando figuras geométricas, desenvolva o produto notável indicado em cada item e obtenha um trinômio quadrado perfeito.

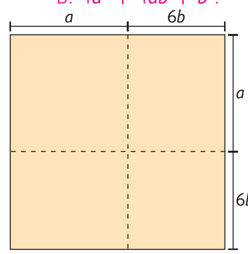
a) $(2a + b)^2$ **c)** $(5a + 3b)^2$

b) $(a + 7b)^2$

1. Respostas: a) $4a^2 + 4ab + b^2$; b) $a^2 + 14ab + 49b^2$; c) $25a^2 + 30ab + 9b^2$.

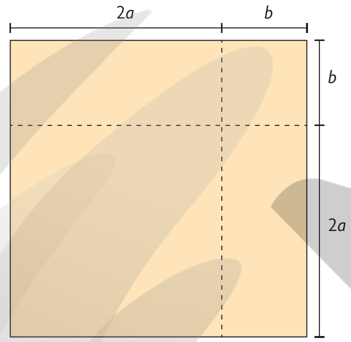
2. Escreva no caderno um trinômio que represente a medida da área de cada quadrado. 2. Respostas: A. $a^2 + 12ab + 36b^2$; B. $4a^2 + 4ab + b^2$.

A.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

B.



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

3. Represente no caderno um quadrado cuja medida do comprimento do lado seja $3x + 2$. Em seguida, escreva o polinômio que represente a medida da área desse quadrado. 3. Resposta nas **orientações ao professor**.

4. Escreva no caderno os termos adequados que podem substituir cada ■.

a) $(x + 5)^2 = x^2 + 10x +$ ■

b) $(x + 4)^2 = x^2 +$ ■ $+ 16$

c) $(3x + 6)^2 =$ ■ $+ 36x + 36$

d) $(x + 3)^2 =$ ■ $+ 6x + 9$

e) $(2x + 5)^2 = 4x^2 +$ ■ $+ 25$

f) $(2x + 3)^2 =$ ■ $+ 12x + 9$

4. Respostas: a) 25; b) $8x$; c) $9x^2$; d) x^2; e) $20x$; f) $4x^2$.

5. Escreva no caderno cada produto notável na forma de trinômio quadrado perfeito.

a) $(x + 1)^2$ **d)** $(3x + 7)^2$

b) $(9x + 4)^2$ **e)** $\left(6x + \frac{3}{4}\right)^2$

c) $(x + 2)^2$

6. Copie os itens no caderno substituindo cada ■ pelo valor adequado.

a) $(2a - b)^2 =$ ■ $-4ab + b^2$

b) $(a - 3b)^2 =$ ■ $-$ ■ $+ 9b^2$

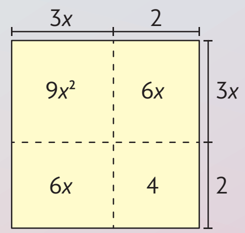
c) $(3a - b)^2 =$ ■ $-$ ■ $+$ ■

6. Respostas: a) $(2a - b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$; b) $(a - 3b)^2 = a^2 - 6ab + 9b^2$; c) $(3a - b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$.

- As atividades **1** e **3** têm por objetivo levar os estudantes a representar geometricamente um produto notável. Verifique se eles desenham e fazem a decomposição correta do quadrado correspondente. Após todos solucionarem as atividades, selecione alguns deles para expor suas resoluções na lousa.
- Ao trabalhar com a atividade **2**, verifique se os estudantes compreendem que o trinômio que expressa a medida da área dos quadrados é dado por meio do quadrado da soma de dois termos. Se julgar necessário, dê as devidas explicações.
- Nas atividades **4** e **5**, se necessário, oriente os estudantes a utilizar a representação geométrica ou a propriedade distributiva da multiplicação, conforme julgarem mais pertinente.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **6**, resolva com eles o item **a** na lousa, utilizando tanto a representação geométrica como a propriedade distributiva da multiplicação.

Resposta

3. Considerando um quadrado com o comprimento do lado medindo $3x + 2$, temos:



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

O polinômio que representa a medida da área desse quadrado é $9x^2 + 12x + 4$.

• Se julgar conveniente, permita que os estudantes resolvam as atividades **7**, **8**, **9**, **10**, **11**, **12** e **13** em grupos. Desse modo, eles poderão trocar conhecimentos sobre os cálculos necessários e desenvolver estratégias pessoais de resolução. Durante o desenvolvimento dessa dinâmica, oriente-os sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como da necessidade de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as demandas e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Dessa maneira, abordam-se a **Competência geral 9** e a **Competência específica de Matemática 8**.

• O item **c** da atividade **9** exercita a curiosidade intelectual por meio da reflexão, da imaginação, da criatividade e da análise crítica. Com isso, contribui para o desenvolvimento da **Competência geral 2**.

• Na atividade **13**, se julgar conveniente, sugira aos estudantes que, inicialmente, representem a medida da área do quadrado maior e a medida da área do quadrado recortado.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **13**, avalie a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

7. Para cada item, escreva no caderno o trinômio quadrado perfeito utilizando a regra do quadrado da diferença de dois termos.

a) $(a - 5b)^2$ **b)** $(4a - 5b)^2$ **c)** $(3a - 4b)^2$ **d)** $(7a - b)^2$

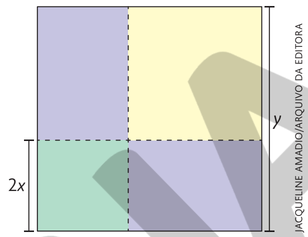
7. Respostas: a) $a^2 - 10ab + 25b^2$; b) $16a^2 - 40ab + 25b^2$; c) $9a^2 - 24ab + 16b^2$; d) $49a^2 - 14ab + b^2$.

8. Simplifique as expressões algébricas.

a) $(2a + b)^2 + (a - 3b)^2$ **b)** $3x(2 - 3y)^2 + (4x - 5y)^2$

8. Respostas: a) $5a^2 - 2ab + 10b^2$; b) $12x - 76xy + 27xy^2 + 16x^2 + 25y^2$.

9. A figura ao lado é formada por dois quadrados, um verde e um amarelo, e dois retângulos congruentes.



a) Qual trinômio representa a medida da área do quadrado amarelo? Ele é um trinômio quadrado perfeito?

b) Para $x = 2$ cm e $y = 10$ cm, qual é a medida da área:

- de cada retângulo roxo?
- do quadrado verde?
- do quadrado amarelo?

9. Respostas: a) $y^2 - 4xy + 4x^2$; sim; b) 24 cm²; 16 cm²; 36 cm²; c) Resposta pessoal.

c) Considerando $x = 3$ cm, $y = 12$ cm e a figura acima, **elabore** duas perguntas e peça a um colega que as responda. Por último, verifique se a resposta dele está correta.

10. Copie os itens no caderno substituindo cada ■ pelo valor adequado.

a) $(x + y)(x - y) =$ ■ $- y^2$

b) $(2a + b)(2a - b) =$ ■ $- b^2$

c) $(3x - 4y)(3x + 4y) = 9x^2 -$ ■

11. Para cada item, escreva no caderno a diferença de quadrados utilizando a regra do produto da soma pela diferença de dois termos.

a) $(a + 4b)(a - 4b)$ **b)** $(5a^2 - b)(5a^2 + b)$ **c)** $(-a + 2b^3)(-a - 2b^3)$

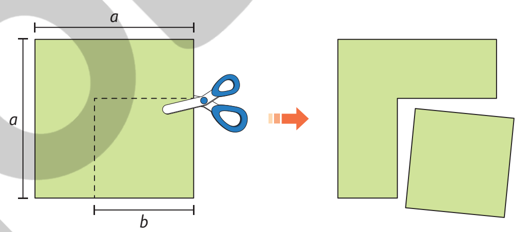
11. Respostas: a) $a^2 - 16b^2$; b) $25a^4 - b^2$; c) $a^2 - 4b^6$.

12. Simplifique as expressões algébricas.

a) $(a - 2b)(a + 2b) + 3b^2$ **b)** $(x + 3y^2)(x - 3y^2) - 2x(x - 4)$

12. Respostas: a) $a^2 - b^2$; b) $-x^2 - 9y^4 + 8x$.

13. Jorge recortou, de um pedaço quadrado de cartolina, um quadrado menor, como indicado na imagem a seguir.



a) Que polinômio representa a medida da área da cartolina que sobrou após o quadrado ter sido recortado?

b) Sabendo que $a + b = 8$ cm e $a - b = 2$ cm, qual é a medida da área do pedaço de cartolina que sobrou? 13. Respostas: a) $a^2 - b^2$; b) 16 cm².

10. Respostas: a) $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$; b) $(2a + b)(2a - b) = 4a^2 - b^2$; c) $(3x - 4y)(3x + 4y) = 9x^2 - 16y^2$.

Fatoração de polinômios

Em anos anteriores, você provavelmente estudou que um número natural diferente de 1 pode ser escrito como produto de dois ou mais fatores, ou seja, podemos grafá-lo na **forma fatorada**. A seguir, escrevemos alguns exemplos, na forma fatorada, do número 48.

$48 = 4 \cdot 12$	$48 = 6 \cdot 8$	$48 = 2 \cdot 3 \cdot 8$
$48 = 2 \cdot 4 \cdot 6$	$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$	$48 = 3 \cdot 4 \cdot 4$

De maneira semelhante aos números, também podemos **fatorar polinômios**, ou seja, dado um polinômio na forma reduzida, podemos escrevê-lo como um produto de polinômios, que, em algumas situações, é útil na resolução de problemas.

A seguir, estudaremos alguns métodos de fatoração de polinômios.

Colocando um fator comum em evidência

Podemos fatorar, por exemplo, o polinômio $5x^2 + 15x$ da seguinte maneira.

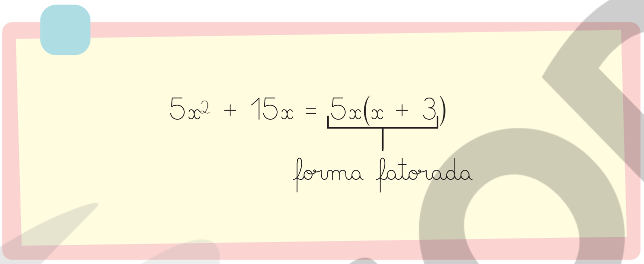
Inicialmente, decompomos cada termo do polinômio em um produto de fatores.

$$5x^2 + 15x = 5x \cdot x + 3 \cdot 5x$$

Note que $5x$ é o **fator comum** aos dois termos do polinômio. Assim, podemos escrevê-lo multiplicando-o pelos outros fatores que não são comuns. Nesse caso, dizemos que $5x$ foi **colocado em evidência**.

$$5x \cdot x + 3 \cdot 5x = 5x(x + 3)$$

Portanto, a forma fatorada de $5x^2 + 15x$ é $5x(x + 3)$.



KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos verificar se a fatoração está correta usando a propriedade distributiva da multiplicação e analisando se o resultado obtido é o polinômio inicial.

$$5x(x + 3) = 5x^2 + 15x$$

A seguir, apresentamos outros exemplos.

- $4x^2yz - 12xy^3z^2 = 4xyz(x - 3y^2z)$
- $15x^3 + 5x^5 - 20x^4 = 5x^3(3 + x^2 - 4x)$

• Se julgar necessário, antes de apresentar a fatoração de polinômios, trabalhe outros exemplos envolvendo a fatoração de números naturais. Esse conceito será de suma importância para o desenvolvimento do tópico **Fatoração de polinômios**.

- Ao trabalhar com o tópico **Fatoração de um trinômio quadrado perfeito**, se julgar conveniente, apresente aos estudantes o seguinte processo para fatorar o trinômio quadrado perfeito $x^2 + 2xy + y^2$.

$$x^2 + 2xy + y^2$$
$$x^2 + xy + xy + y^2$$
$$x(x + y) + (x + y)y$$
$$(x + y)(x + y) = (x + y)^2$$

Fatoração por agrupamento

Outra maneira de fatorar um polinômio é utilizando a **fatoração por agrupamento**.

Acompanhe, por exemplo, a fatoração do polinômio $2x + 2a + xy + ay$ utilizando esse método.

Esse polinômio não apresenta fatores comuns a todos os termos. Por isso, agrupamos os termos que têm fatores comuns e, depois, efetuamos a fatoração.

$$2x + 2a + xy + ay =$$
$$= 2x + xy + 2a + ay =$$
$$= x(2 + y) + a(2 + y)$$

Como $2 + y$ é o fator comum do polinômio, podemos colocá-lo em evidência.

Portanto, a forma fatorada de $2x + 2a + xy + ay$ é:

$$x(2 + y) + a(2 + y) =$$
$$= (2 + y)(x + a)$$

Atenção!

Podemos verificar se a fatoração por agrupamento foi realizada de maneira correta. Para isso, usamos a propriedade distributiva da multiplicação e o resultado obtido deve ser igual ao polinômio inicial.

A seguir, apresentamos outros exemplos.

- $3x + 3y + mx + my = 3(x + y) + m(x + y) = (x + y)(3 + m)$
- $5x + 5 + x^2y^2 + xy^2 = 5(x + 1) + xy^2(x + 1) = (x + 1)(5 + xy^2)$

Fatoração de um trinômio quadrado perfeito

Também podemos fatorar um trinômio quadrado perfeito.

Estudamos anteriormente que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Então, nesse caso, $(a + b)^2$ é a forma fatorada do polinômio $a^2 + 2ab + b^2$.

Também verificamos que $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Então, nesse caso, $(a - b)^2$ é a forma fatorada do polinômio $a^2 - 2ab + b^2$.

A seguir, apresentamos alguns exemplos de fatoração de trinômios quadrados perfeitos.

- $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$
- $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$
- $9a^2 - 24ab + 16b^2 = (3a - 4b)^2$
- $4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a - 3b)^2$

- Ao trabalhar o tópico **Fatoração do produto da soma pela diferença de dois termos**, apresente aos estudantes outros exemplos, como $9x^2 - 64$ e $32y^2 - 72$. Nesse último caso, enfatize que há um fator comum entre 32 e 72.

Podemos verificar, por exemplo, que $9a^2 - 24ab + 16b^2 = (3a - 4b)^2$. Para isso, inicialmente, fazemos:

$$9a^2 - 24ab + 16b^2 =$$
$$= (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4b + (4b)^2 =$$
$$= 3a \cdot 3a - 2 \cdot 3a \cdot 4b + 4b \cdot 4b$$

Como $-2 \cdot 3a \cdot 4b = -3a \cdot 4b - 3a \cdot 4b$, escrevemos:

$$3a \cdot 3a - 2 \cdot 3a \cdot 4b + 4b \cdot 4b =$$
$$= 3a \cdot 3a - \underbrace{3a \cdot 4b - 3a \cdot 4b}_{-2 \cdot 3a \cdot 4b} + 4b \cdot 4b$$

Agora, colocamos os fatores $3a$ e $4b$ em evidência:

$$3a \cdot 3a - 3a \cdot 4b - 3a \cdot 4b + 4b \cdot 4b =$$
$$= 3a(3a - 4b) - 4b(3a - 4b)$$

Por fim, colocamos $(3a - 4b)$ em evidência, pois é o fator comum da expressão.

$$3a(3a - 4b) - 4b(3a - 4b) =$$
$$= (3a - 4b)(3a - 4b) =$$
$$= (3a - 4b)^2$$

Fatoração do produto da soma pela diferença de dois termos

Anteriormente, verificamos que $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Então, nesse caso, $(a + b)(a - b)$ é a forma fatorada do polinômio $a^2 - b^2$.

A seguir, apresentamos dois exemplos de fatoração de diferenças de quadrados.

- $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x + 5)(x - 5)$
- $(z + 4)^2 - 36 = (z + 4)^2 - 6^2 = (z + 4 + 6)(z + 4 - 6) = (z + 10)(z - 2)$

Outros casos envolvendo fatoração de polinômios

Em alguns casos, é preciso fatorar duas vezes o mesmo polinômio.

Acompanhe, por exemplo, a fatoração dos polinômios $4x^2 - 16$ e $3x^3 + 6x^2y + 3xy^2$.

- $4x^2 - 16 = \overbrace{4}^{\text{fator comum em evidência}}\underbrace{(x^2 - 4)}_{\text{diferença de quadrados}} = 4(x + 2)(x - 2)$
- $3x^3 + 6x^2y + 3xy^2 = \underbrace{3x}_{\text{fator comum em evidência}}\underbrace{(x^2 + 2xy + y^2)}_{\text{trinômio quadrado perfeito}} = 3x(x + y)^2$

• Caso os estudantes apresentem dificuldades nas atividades **14**, **15**, **16**, **17**, **18**, **19**, **20**, **21**, **22** ou **23**, retome o trabalho com o tópico **Fatoração de polinômios** e apresente-lhes outros exemplos.

• Na atividade **17**, leve os estudantes a perceber que não há um fator comum a todos os termos do polinômio. Nesse caso, sugira que agrupem, dois a dois, os termos que têm um fator comum.

• Se julgar necessário, reescreva com os estudantes na lousa o polinômio do item **a** da atividade **18**, conforme apresentado a seguir.

$4a^2 + 4ab + b^2 =$

$= 2^2a^2 + 2 \cdot (2ab) + b^2 =$

$= 2a \cdot 2a + 2ab + 2ab + b^2$

Em seguida, permita que fatorem o polinômio por agrupamentos.

• Se necessário, resolva o item **b** da atividade **19** com os estudantes. Uma possibilidade está apresentada a seguir.

$4x^2 - 64 = 4(x^2 - 16) =$

$= 4(x^2 - 4^2) = 4(x + 4)(x - 4)$

• Ao trabalhar a atividade **21**, verifique quais estratégias os estudantes utilizam para determinar os termos desconhecidos. Após todos solucionarem a atividade, escolha alguns deles e incentive-os a expor suas resoluções para os colegas.

• Na atividade **23**, caso julgue conveniente, sugira aos estudantes que identifiquem o fator comum a todos os termos, colocando-o em evidência e depois, fatorem novamente o polinômio.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. Respostas: A-3; B-1; C-4; D-2.

14. No caderno, associe os polinômios às suas formas fatoradas. Para isso, escreva a letra e o número correspondentes.

A. $12x^2 + 8x$	**1.** $4x(2x + 3)$
B. $8x^2 + 12x$	**2.** $4(2x^2 + 3)$
C. $12x^2 - 8$	**3.** $4x(3x + 2)$
D. $8x^2 + 12$	**4.** $4(3x^2 - 2)$

15. Em cada item, determine o fator comum a todos os termos do polinômio e fatore-o.

15. Respostas: a) $5(x - 2)$; b) $2b(b - 2)$; c) $4a(4a + 3)$; d) $8(3y^2 - 5)$.

a) $5x - 10$
b) $2b^2 - 4b$
c) $16a^2 + 12a$
d) $24y^2 - 40$

16. Respostas: a) $6a^4 - 3b = 3(2a^4 - b)$; b) $18m^3 + 16n^3 = 2(9m^3 + 8n^3)$; c) $-20p^2 + 32q = 4(-5p^2 + 8q)$.

16. Copie os itens no caderno e substitua cada ■ pelo monômio adequado.

a) $6a^4 - 3b = 3(■ - b)$
b) $18m^3 + ■ = 2(9m^3 + 8n^3)$
c) $■ + 32q = 4(-5p^2 + 8q)$

17. Fatore os polinômios por agrupamento.

a) $-4m + mn - 4y + yn$
b) $am - 7m + 8a - 56$
c) $10c + 20 - cv - 2v$

17. Respostas: a) $(-4 + n)(m + y)$; b) $(a - 7)(m + 8)$; c) $(10 - v)(c + 2)$.

18. Fatore os trinômios quadrados perfeitos. Se necessário, desenhe figuras no caderno.

18. Respostas: a) $(2a + b)^2$; b) $(c + 5d)^2$; c) $(x + 3y)^2$; d) $(7a - 3b)^2$.

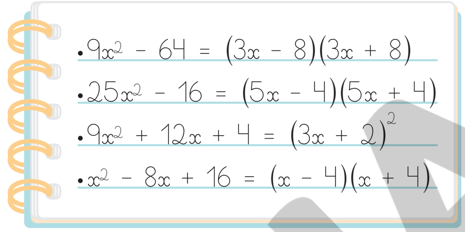
a) $4a^2 + 4ab + b^2$
b) $c^2 + 10cd + 25d^2$
c) $x^2 + 6xy + 9y^2$
d) $49a^2 - 42ab + 9b^2$

19. Fatore as diferenças de quadrados.

a) $16 - x^2$
b) $4x^2 - 64$
c) $9x^2 - 4$
d) $49 - 25x^2$

19. Respostas: a) $(4 + x)(4 - x)$; b) $(2x + 8)(2x - 8)$; c) $(3x + 2)(3x - 2)$; d) $(7 + 5x)(7 - 5x)$.

20. Jair fatorou algumas expressões algébricas em seu caderno.



KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Ele fatorou todas as expressões algébricas corretamente?
b) Caso Jair tenha fatorado alguma expressão algébrica incorretamente, reescreva-a no caderno e a corrija.

20. Respostas: a) Não; b) $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$.

21. Copie os itens no caderno e substitua cada ■ pelo termo adequado.

a) $16x^2 + ■ + y^2 = (4x + y)^2$
b) $■ + 10ab + 25b^2 = (a + 5b)^2$
c) $(15x - 1)(15x + 1) = ■ - ■$
d) $49a^2 + ■ + b^2 = (■ + ■)^2$
e) $(■ + ■)(■ - ■) = 9a^2 - b^2$

21. Respostas: a) $8xy$; b) a^2; c) $225x^2$; 1; d) $14ab$; $7a$; b; e) $3a$; b; $3a$; b.

22. Utilizando os monômios a seguir, escreva no caderno três trinômios quadrados perfeitos. Em seguida, fatore os que você escreveu.

x^2	$-2xy$	y^2
$9x^2$	$6xy$	$9y^2$

22. Resposta: $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$; $9x^2 + 6xy + y^2 = (3x + y)^2$; $x^2 + 6xy + 9y^2 = (x + 3y)^2$.

23. Fatore os polinômios.

a) $3x^2 - 27$
b) $18x^2 - 32y^2$
c) $5x^2 - 20xy + 20y^2$
d) $3x^3 + 6x^2 + 3x$

23. Respostas: a) $3(x + 3)(x - 3)$; b) $2(3x + 4y)(3x - 4y)$; c) $5(x - 2y)^2$; d) $3x(x + 1)^2$.

Equações do 2º grau com uma incógnita

Você já deve ter estudado **equações** nos anos anteriores. Agora, aprofundaremos um pouco esse assunto. Acompanhe, a seguir, duas situações que podem ser resolvidas usando equações.

Situação A

Carla tem certa quantia em reais e sua amiga Marcela tem o dobro dessa quantia mais R$ 2,00. Sabendo que juntas elas têm R$ 38,00, quantos reais cada uma delas tem?

Chamaremos a quantia que Carla tem de x e, assim, podemos escrever a seguinte equação.

$$\underbrace{x}_{\text{quantia que Carla tem}} + \underbrace{2x}_{\text{quantia que Marcela tem}} + 2 = \underbrace{38}_{\text{quantia que as duas têm juntas}}$$

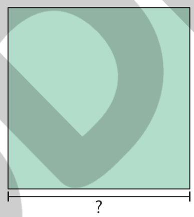
Resolvendo a equação, obtemos:

$$\begin{aligned} x + 2x + 2 &= 38 \\ 3x + 2 &= 38 \\ 3x + 2 - 2 &= 38 - 2 \\ 3x &= 36 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{36}{3} \\ x &= 12 \end{aligned}$$

Portanto, Carla tem R$ 12,00 e Marcela tem R$ 26,00, pois $2 \cdot 12 + 2 = 26$.

Situação B

A figura ao lado representa um terreno com a forma de um quadrado. Sabendo que sua área mede 36 m², qual é a medida de cada um de seus lados?



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Para responder a essa pergunta, escrevemos e resolvemos a equação a seguir, na qual x representa a medida do lado do terreno.

$$\begin{aligned} x \cdot x &= \overbrace{36}^{\text{medida da área do terreno}} \\ x^2 &= 36 \end{aligned}$$

Como há dois números cujo quadrado é 36, temos:

$$x = +\sqrt{36} \qquad \text{ou} \qquad x = -\sqrt{36}$$
$$x = 6 \qquad\qquad\qquad x = -6$$

Como queremos saber a medida de um comprimento, consideramos apenas o número positivo 6, pois não existe medida de comprimento negativa.

Portanto, cada lado do terreno mede 6 m.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado às equações. Permita que eles compartilhem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes as situações apresentadas nesta página antes de abordá-las no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem resolver os problemas das situações **A** e **B**. Para isso, escreva na lousa os enunciados dos problemas. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

93

• Na questão **1**, ao propor que os estudantes expliquem para um colega a diferença entre equações do 1º e do 2º grau, promove-se o uso da linguagem verbal e da linguagem matemática para partilhar informações, além de contribuir para o desenvolvimento da compreensão de diferentes conceitos matemáticos. Desse modo, contemplam-se aspectos da **Competência específica de Matemática 3** e da **Competência geral 4**.

• Aproveite o fato de a questão **1** ser proposta em dupla e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como da necessidade de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as demandas e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles a respeito do combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual. Dessa maneira, aborda-se a **Competência geral 9**.

Um texto a mais

[...]

OS EGÍPCIOS

No Médio Império, os textos conhecidos só lidam com equações do segundo grau bem simples. Por exemplo, no papiro de Moscou, que data de aproximadamente 1850 a.C. é pedido para calcular a base de um retângulo cuja altura ℓ é igual a $\frac{3}{4}$ de sua base e cuja área é igual a 12. Esse problema, em linguagem moderna, [escreve-se]

$$\frac{3}{4}\ell^2 = 12.$$

Em outro papiro, encontramos dois problemas em que são dadas a área S, a diagonal d de um retângulo e se procuram seus lados x e y:

$$xy = S, \qquad x^2 + y^2 = d^2.$$

Como feito pelos babilônios, [...] os egípcios calculavam inicialmente $x + y$ e $x - y$, para daí achar x e y.

[...]

PITOMBEIRA, João Bosco. Revisitando uma velha conhecida: a história da equação do 2º grau. *Anais* ... Salvador: SBM, 2004. p. 49-50. Disponível em: http://www.bienasbm.ufba.br/C2.pdf. Acesso em: 26 jul. 2022.

Note que as equações apresentadas em cada situação da página anterior foram escritas apenas com a incógnita x.

Na situação **A**, escrevemos uma equação cujo maior expoente da incógnita x é 1. Por isso, ela é chamada **equação do 1º grau**.

Na situação **B**, escrevemos uma equação cujo maior expoente da incógnita x é 2. Por isso, ela é chamada **equação do 2º grau**.

Atenção!

Uma equação é formada por dois membros, os quais são separados pelo sinal de igual. Exemplo:

$$\underbrace{2x + 3}_{\text{1º membro}} = \underbrace{0}_{\text{2º membro}}$$

Nos quadros a seguir, estão representadas algumas equações do 2º grau, com incógnita x e 2º membro igual a zero. Além disso, apresentamos algumas características dos termos do 1º membro dessas equações.

1.

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$
$$-2x^2 - x + 3{,}1 = 0$$

No 1º membro, cada equação apresenta um termo com x^2, um termo com x e um termo sem x.

2.

$$x^2 - 5x = 0$$
$$2x^2 + \frac{18}{5}x = 0$$

No 1º membro, cada equação apresenta um termo com x^2 e um termo com x.

3.

$$x^2 - 25 = 0$$
$$-2x^2 + 72 = 0$$

No 1º membro, cada equação tem um termo com x^2 e um termo sem x.

4.

$$x^2 = 0$$
$$3x^2 = 0$$

No 1º membro, cada equação tem apenas um termo com x^2.

Dizemos que as equações exibidas no quadro **1** são equações do 2º grau **completas** e as apresentadas nos quadros **2**, **3** e **4**, equações do 2º grau **incompletas**.

Além das equações demonstradas até o momento, existem equações do 3º grau, 4º grau, 5º grau etc. com uma incógnita. Por exemplo, o maior expoente da incógnita x:

- na equação $2x^3 + x = 6$ é 3, por isso essa equação é do 3º grau;
- na equação $7x^4 - x^3 - 3x = -1$ é 4, por isso essa equação é do 4º grau.

Nesta unidade, estudaremos somente as equações do 2º grau.

Questão 1. Explique para um colega qual é a diferença entre uma equação do 1º grau e outra do 2º grau, ambas na incógnita x. Questão 1. Resposta: Espera-se que o estudante explique para o colega que, em uma equação do 1º grau, o maior expoente da incógnita x é 1. Já na equação do 2º grau, o maior expoente da incógnita x é 2.

Uma equação do 2º grau com incógnita x pode ser escrita da seguinte forma.

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ em que } a, b \text{ e } c \text{ são números reais e } a \neq 0$$

Essa é a **forma reduzida** de uma equação do 2º grau. As letras a, b e c, que representam números reais, são os **coeficientes** da equação: a é o coeficiente de x^2, b é o coeficiente de x e c é o **termo independente**.

A seguir, apresentamos alguns exemplos.

- Equação do 2º grau completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, em que $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$.

$$x^2 + 2x - 8 = 0, \text{ com } a = 1; b = 2; c = -8$$

- Equação do 2º grau incompleta do tipo $ax^2 + bx = 0$, em que $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c = 0$.

$$5x^2 - 3x = 0, \text{ com } a = 5; b = -3; c = 0$$

- Equação do 2º grau incompleta do tipo $ax^2 + c = 0$, em que $a \neq 0$, $b = 0$ e $c \neq 0$.

$$x^2 - 25 = 0, \text{ com } a = 1; b = 0; c = -25$$

- Equação do 2º grau incompleta do tipo $ax^2 = 0$, em que $a \neq 0$, $b = 0$ e $c = 0$.

$$3x^2 = 0, \text{ com } a = 3; b = 0; c = 0$$

Questão 2. Resposta nas **orientações ao professor**.

Questão 2. Identifique qual é o tipo de cada uma das equações apresentadas nos quadros 1, 2, 3 e 4 da página anterior. Depois, registre-os no caderno.

Atividades

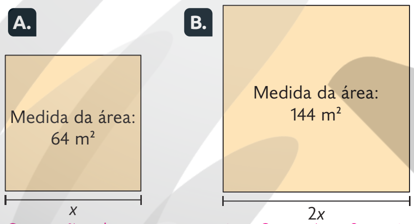
Faça as atividades no caderno.

24. Resposta: Equações do 1º grau: $3x - 4 = 0$; $-5x - 10{,}4 = 0$; $2x - 9 = 0$; $-5x + 18 = 0$. Equações do 2º grau: $x^2 + 12 = 0$; $5x^2 - 7x + 8 = 0$; $x^2 + 3x + 5 = 0$; $-2x^2 + \frac{x}{2} = 0$.

24. Copie no caderno as equações a seguir, separando-as em 2 grupos: equações do 1º grau e equações do 2º grau.

$3x - 4 = 0$	$5x^2 - 7x + 8 = 0$
$x^2 + 12 = 0$	$-5x + 18 = 0$
$x^2 + 3x + 5 = 0$	$-5x - 10{,}4 = 0$
$2x - 9 = 0$	$-2x^2 + \frac{x}{2} = 0$

25. Em cada quadrado, determine o valor de x. 25. Respostas: A. $x = 8$ m; B. $x = 6$ m.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

26. Considerando a incógnita x, escreva no caderno duas equações do 2º grau:

a) completas.

b) incompletas do tipo $ax^2 + bx = 0$, com a e b números reais e $a \neq 0$.

c) incompletas do tipo $ax^2 + c = 0$, com a e c números reais e $a \neq 0$.

27. Identifique os coeficientes das equações que você escreveu na atividade anterior.

28. Em cada quadro, são apresentados os coeficientes a, b e c de uma equação do 2º grau na forma $ax^2 + bx + c = 0$. Escreva no caderno essas equações, na forma reduzida.

28. Respostas: A. $x^2 - 3x + 7 = 0$; B. $-25x^2 + 3x = 0$

A. $a = 1$; $b = -3$; $c = 7$

B. $a = -25$; $b = 3$; $c = 0$

26. a) Sugestão de resposta: $x^2 + 8x + 4 = 0$; $-x^2 + 8x + 9 = 0$.
26. b) Sugestão de resposta: $-x^2 + 4x = 0$; $3x^2 - x = 0$.
26. c) Sugestão de resposta: $5x^2 - 125 = 0$; $-2x^2 + 72 = 0$.

27. Resposta: As respostas dependem das equações escritas pelos estudantes na atividade anterior.

- A questão **2** envolve identificar equações e classificar as do 2º grau em completas ou incompletas. Verifique se os estudantes reconhecem os possíveis tipos dessas equações. Após resolverem a questão, enfatize que para as equações do 2º grau, entre os coeficientes, somente o valor de a é necessariamente diferente de zero.
- Na atividade **24**, verifique se os estudantes compreendem que, para classificar uma equação, basta analisar o maior expoente da incógnita. Caso apresentem dificuldade, retome o trabalho com as equações trabalhadas até o momento, classificando-as.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **25**, retome a situação **B** trabalhada no tópico **Equações do 2º grau com uma incógnita**. Além disso, se julgar conveniente, permita que resolvam as equações em grupos, pois, assim, poderão trocar conhecimentos e estratégias de resolução.
- Na atividade **26**, com a ajuda dos estudantes, escreva na lousa algumas das respostas dadas por eles. Ressalte que uma equação é completa quando todos os seus coeficientes são diferentes de zero.
- As respostas da atividade **27** dependem das equações escritas pelos estudantes na atividade anterior. Selecione alguns deles e peça a eles que compartilhem suas respostas com a turma.
- Na atividade **28**, os estudantes devem escrever a equação dados seus coeficientes. Verifique se eles compreenderam que o coeficiente a multiplica x^2; o coeficiente b multiplica x; e que c é o termo independente. Ao final, solicite que classifiquem as equações escritas em completas ou incompletas.

Resposta

Questão 2. Quadro **1**: equações do 2º grau completas, em que a ≠ 0, b ≠ 0 e c ≠ 0; Quadro **2**: equações do 2º grau incompletas do tipo $ax^2 + bx = 0$, em que $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c = 0$; Quadro **3**: equações do 2º grau incompletas do tipo $ax^2 + c = 0$, em que $a \neq 0$, $b = 0$ e $c \neq 0$; Quadro **4**: equações do 2º grau incompletas do tipo $ax^2 = 0$, em que $a \neq 0$, $b = 0$ e $c = 0$.

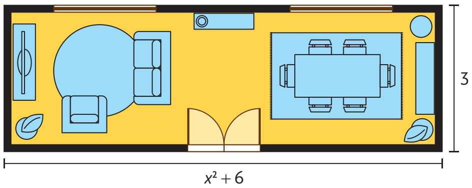
- Na atividade **29**, se necessário, recorde os estudantes de que a medida do perímetro do retângulo é igual à soma das medidas dos comprimentos de seus lados.
- Ao propor a elaboração e a resolução de problemas, as atividades **29** e **32** exercitam a curiosidade intelectual por meio da reflexão, da imaginação e da criatividade. Com isso, contribuem para o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 6** e da **Competência geral 2**.

Aproveite o fato de que estas atividades envolvem o trabalho colaborativo entre os pares e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como da necessidade de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as demandas e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Dessa maneira, abordam-se a **Competência geral 9** e a **Competência específica de Matemática 8**.

- Caso julgue necessário, na atividade **30**, oriente os estudantes a escrever a equação na forma $ax^2 + bx + c = 0$ para, em seguida, determinar seus coeficientes.
- Ao trabalhar com a atividade **31**, se necessário, registre na lousa com os estudantes as fórmulas de cálculo das medidas das áreas de retângulos e de triângulos.
- A atividade **32** tem por objetivo escrever em linguagem algébrica uma equação do 2º grau proposta em linguagem materna. Caso os estudantes apresentem dificuldade em determinar a equação do item **d**, peça-lhes que escrevam no caderno a relação entre as medidas dos comprimentos dos lados e a medida da área do quadrado. Em seguida, oriente-os a utilizar a propriedade distributiva da multiplicação e a subtrair 52 unidades em ambos os membros da igualdade para obter a equação na forma reduzida.
- Na atividade **33**, oriente os estudantes a decompor o número 35 em três fatores.
- Ao trabalhar com a atividade **34**, verifique se os estudantes percebem que, no item **a**, para que a equação seja do 2º grau, o coeficiente de x^2 deve ser diferente de zero, ou seja, $3 \cdot ■ + 1 \neq 0$; no item **b**, todos os coeficientes devem ser diferentes de zero e, portanto, $■ + 8 \neq 0$; já no item **c**, o termo constante deve ser zero, ou seja, $■ + 7 = 0$.

29. A figura a seguir representa a planta baixa de uma sala de formato retangular, cujo perímetro mede 24 m. As medidas indicadas na imagem estão em metros.

HELOÍSA PINTARELLI E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA



a) Escreva no caderno uma equação do 2º grau, na forma reduzida, que possibilita determinar o valor de x indicado na planta baixa.

29. a) Resposta: $2x^2 - 6 = 0$.

b) A equação do 2º grau que você escreveu é completa ou incompleta? Justifique sua resposta.

c) Considerando a figura acima, **elabore** uma pergunta envolvendo equação do 2º grau e peça a um colega que a resolva. Depois, verifique se a resposta dele está correta.

29. c) Resposta pessoal.

30. Identifique os coeficientes de cada equação.

a) $-x^2 - x + 1 = 0$

b) $2x^2 = 3$

c) $5x^2 - 2 = 3x$

d) $3x^2 + 2 = 3x + 2$

e) $5x - 2x^2 = 2$

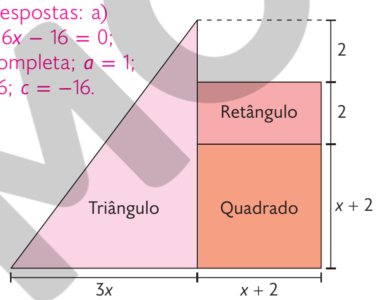
f) $x^2 + 2(x - 1) = 2x - 2$

30. Respostas:
a) $a = -1$; $b = -1$; $c = 1$;
b) $a = 2$; $b = 0$; $c = -3$;
c) $a = 5$; $b = -3$; $c = -2$;
d) $a = 3$; $b = -3$; $c = 0$;
e) $a = -2$; $b = 5$; $c = -2$; f) $a = 1$; $b = 0$; $c = 0$.

31. Analise a seguinte figura.

31. Respostas: a) $x^2 + 6x - 16 = 0$; b) Completa; $a = 1$; $b = 6$; $c = -16$.

JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA



a) Sabendo que a medida da área do triângulo é igual à medida da área do quadrado mais a medida da área do retângulo, escreva no caderno uma equação do 2º grau, na forma reduzida, para representar a relação entre essas medidas de área.

b) Essa equação é completa ou incompleta? Quais são os seus coeficientes?

32. Escreva no caderno uma equação do 2º grau, na forma reduzida, para cada situação.

a) O quadrado de um número x mais seu triplo é igual a 10.

b) O dobro do quadrado de um número x mais sua quinta parte é igual a 12.

c) O triplo do quadrado de um número x menos 6 é igual ao quíntuplo desse número.

d) A medida da área de um quadrado cujo comprimento dos lados mede $x + 1$ é 52.

- Agora, **elabore** em seu caderno três situações semelhantes às apresentadas nos itens e peça a um colega que as resolva. Depois, verifique se a resposta dele está correta.

32. Respostas na seção **Resoluções**.

33. Escreva no caderno uma equação do 2º grau, na forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que o produto dos coeficientes seja 35, a soma seja 13 e os coeficientes sejam números naturais tais que $b < a < c$.

33. Resposta: $5x^2 + x + 7 = 0$.

34. Em cada item, descubra o valor de ■ para que as condições sejam atendidas.

a) $(3 \cdot ■ + 1)x^2 - x = 0$
Deve ser uma equação do 2º grau.

b) $x^2 + (■ + 8)x - 12 = 0$
Deve ser uma equação do 2º grau completa.

c) $-3x^2 + x - (■ + 7) = 0$
Deve ser uma equação do 2º grau incompleta.

29. b) Resposta: Incompleta. Espera-se que o estudante perceba que o coeficiente $b = 0$, ou seja, não tem o termo com x.

34. Respostas: a) $■ \neq -\frac{1}{3}$; b) $■ \neq -8$; c) $■ = -7$.

Resolvendo equações do tipo $ax^2 + c = 0$

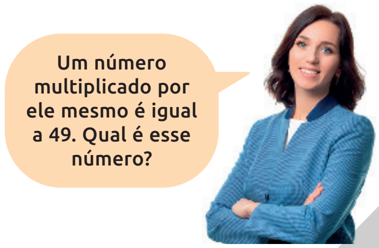
Em anos anteriores, você deve ter estudado como resolver equações do 1º grau com uma incógnita, isto é, como determinar o valor da incógnita da equação. Nos tópicos a seguir, aprofundaremos os estudos sobre a resolução de equações, em particular das equações do 2º grau com uma incógnita, visto que muitos problemas podem ser resolvidos por meio de uma equação desse tipo.

Questão 3. Realize uma pesquisa sobre as contribuições de Luca Pacioli e a obra *Aritmética*, de sua autoria, para a Matemática. Após a realização da pesquisa, registre no caderno as informações mais importantes. Questão 3. Resposta: Espera-se que os estudantes verifiquem que Luca Pacioli apresentou várias contribuições para a Matemática, entre elas, Contabilidade, Aritmética e equações do 2º grau.

Atenção!

A pesquisa proposta na questão **3** pode ser feita com base em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

Analise o que Aline está dizendo.



DMITRY MORGAN/SHUTTERSTOCK

Podemos responder à pergunta de Aline escrevendo uma equação do 2º grau com uma incógnita. Chamando o número desconhecido de x, temos:

$$x \cdot x = 49$$
$$x^2 = 49$$

Para resolver essa equação, precisamos obter um número que, multiplicado por ele mesmo, seja igual a 49. Nesse caso, temos dois números: 7 e −7.

$$x = +\sqrt{49} \qquad\qquad x = -\sqrt{49}$$
$$x = 7 \qquad \text{ou} \qquad x = -7$$
$$7 \cdot 7 = 49 \qquad\qquad (-7) \cdot (-7) = 49$$

Assim, o número que responde à pergunta de Aline pode ser 7 ou −7. Dizemos que esses números são as **raízes** ou as **soluções** da equação $x^2 = 49$.

Atenção!

A equação $x^2 = 49$ tem raízes 7 e −7. Então, podemos registrá-las por $x = 7$ ou $x = -7$ ou por $x_1 = 7$ e $x_2 = -7$.

Analise a seguir a resolução da equação $2x^2 + 32 = 0$.

$$2x^2 + 32 = 0$$
$$2x^2 + 32 - 32 = 0 - 32$$
$$2x^2 = -32$$
$$x^2 = -16$$

Como não existe um número real x que elevado ao quadrado seja igual a −16, essa equação não tem solução real.

- A questão **3** tem por objetivo levar os estudantes a conhecer informações sobre uma pessoa que deu grandes contribuições para o desenvolvimento da Matemática. Se julgar pertinente, proponha que a pesquisa seja realizada em grupos e que os resultados obtidos sejam expostos em cartazes.

Ao envolver uma pesquisa sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático, esta questão leva ao uso de ferramentas tecnológicas, e evidencia a Matemática como uma ciência humana, atrelada ao desenvolvimento de diferentes povos e culturas. Também valoriza o conhecimento historicamente construído, buscando utilizá-lo na compreensão de novos conceitos matemáticos. Com isso, abordam-se as **Competências gerais 1** e **5** e a **Competência específica de Matemática 1**.

Algo a mais

Caso considere relevante, complemente o estudo de equações apresentando para os estudantes o problema dos três marinheiros. Esse problema está disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/probleminha-trabalho-dos-marinheiros/. Acesso em: 26 jul. 2022. Extraído do livro: TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. Rio de Janeiro: Record, 2007.

Deixe os estudantes livres para, em duplas, tentar resolvê-lo. Depois, com a ajuda deles, resolva o problema na lousa.

97

- Nas atividades **35** e **36**, verifique se os estudantes escrevem, inicialmente, as equações na forma $ax^2 + c = 0$ para, em seguida, calcular suas raízes.
- Caso julgue necessário, oriente-os a indicar o número e a quantia desconhecidos na atividade **37** por x. Além disso, verifique se eles compreendem que os quadrados do número e da quantia desconhecidos, nesse caso, são indicados por x^2.
- As atividades **38**, **42** e **43** relacionam as unidades temáticas Álgebra, Geometria e Grandezas e medidas. Na atividade **38**, certifique-se de que os estudantes não considerem concluída a atividade após obterem o valor de x. Se necessário, leve-os a perceber a necessidade de calcular o valor numérico dos monômios $2x$ e $3x$. O mesmo vale para a atividade **43**. Se necessário, chame a atenção deles para o fato de que é necessário calcular a medida do perímetro da figura para solucionar o problema proposto. Já na atividade **42**, verifique se os estudantes compreendem que todos os quadrados que formam a figura têm o comprimento do lado medindo x.

Metodologias ativas

- Para desenvolver o trabalho com a atividade **43**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Após todos concluírem a atividade **39**, selecione alguns estudantes e peça-lhes que compartilhem com os colegas o problema escrito, para que todos possam resolvê-lo.
- Ao trabalhar com a atividade **40**, se necessário, lembre os estudantes de que um número negativo n não tem raiz quadrada real, ou seja, $\sqrt{n}$ não está definido no conjunto dos números reais.
- Caso julgue necessário, ao trabalhar com a atividade **41**, oriente os estudantes a isolar a incógnita x em um dos membros da equação $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$, ou seja:

$$x = \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Em seguida, analisem as possibilidades de valores que x (raiz) pode ou não assumir. Nesse caso, há três possibilidades. São elas:

1ª) duas raízes reais e iguais (caso em que $-\frac{c}{a} > 0$);

2ª) uma raiz real ou duas raízes reais iguais (caso em que $-\frac{c}{a} = 0$);

3ª) não há raízes reais (caso em que $-\frac{c}{a} < 0$).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

35. Respostas: a) −5 e 5; b) −4 e 4; c) −8 e 8; d) −12 e 12; e) −6 e 6; f) $\sqrt{5}$ e $-\sqrt{5}$.

35. Efetue os cálculos no caderno e determine as raízes das equações.

a) $x^2 = 25$
b) $x^2 - 16 = 0$
c) $2x^2 - 128 = 0$
d) $x^2 - 144 = 0$
e) $3x^2 + 15 = 123$
f) $x^2 - 7 = -2$

36. Calcule no caderno o valor de x para que a expressão:

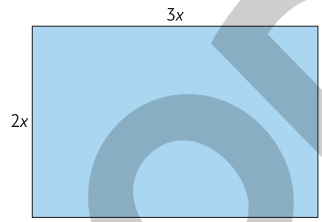
a) $x^2 - 12$ seja igual a -8;
b) $2x^2 - 7$ seja igual a $x^2 + 42$;
c) $\frac{-3x^2 - 11}{2}$ seja igual a $-2x^2 + 35$.

36. Respostas: a) −2 ou 2; b) −7 ou 7; c) −9 ou 9.

37. Escreva no caderno uma equação do 2º grau para representar a situação de cada item. Em seguida, resolva essas equações. 37. Respostas: a) $x^2 = 121$; 11 ou −11; b) $x^2 - 45 = 396$; R$ 21,00.

a) O quadrado de um número é igual a 121. Qual é esse número?
b) O quadrado de uma quantia em reais menos R$ 45,00 é igual a R$ 396,00. Qual é essa quantia?

38. A área do retângulo a seguir mede $54\ m^2$. Quais são as medidas de suas dimensões?



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

39. Uma piscina é coberta por uma lona retangular cuja área mede 392 m^2. A medida do comprimento da lona é o dobro da medida da largura. De acordo com essas informações, **elabore** em seu caderno o enunciado de um problema e peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se ele resolveu o problema corretamente.

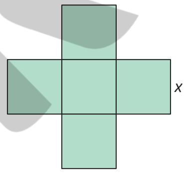
40. Entre as equações a seguir, quais não têm raízes reais?

A. $2x^2 + 18 = 0$
B. $\frac{1}{2}x^2 - 32 = 0$
C. $3x^2 - 7 = 20$
D. $-x^2 - 49 = 0$
E. $\frac{2}{3}x^2 + 22 = 0$
F. $x^2 = 16$

40. Resposta: Equações **A**, **D** e **E**.

41. Quais são as possibilidades de quantidade de raízes de uma equação do tipo $ax^2 + c = 0$, com a e c números reais e $a \neq 0$? Caso a equação tenha raízes, quais podem ser as relações entre elas?

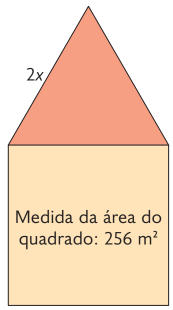
42. A figura a seguir é formada por cinco quadrados congruentes. 42. Resposta: 3 m.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que a área dessa figura mede $45\ m^2$, determine a medida do comprimento do lado de cada quadrado.

43. Calcule no caderno a medida do perímetro da figura, sabendo que ela é formada por um quadrado e um triângulo equilátero. 43. Resposta: 80 m.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

38. Resposta: Medida do comprimento: 9 m; medida da largura: 6 m.
39. Resposta pessoal.

41. Espera-se que os estudantes concluam que as equações desse tipo podem ter uma (caso em que as duas raízes são iguais), duas ou nenhuma raiz. Quanto à relação entre as raízes, quando existir, espera-se que eles concluam que elas podem ser iguais ou opostas.

98

Resolvendo equações do tipo $ax^2 + bx = 0$

Antônio cortou dois pedaços de madeira, um com a forma de um quadrado e outro com a forma de um retângulo. Cada um desses pedaços está representado a seguir, e as medidas indicadas estão expressas em centímetros.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que esses dois pedaços de madeira têm a mesma medida de área, qual é a medida do perímetro de cada um deles?

Para responder a essa pergunta, precisamos obter o valor de x. Nesse caso, inicialmente escrevemos uma equação e a deixamos na forma reduzida.

$$\overbrace{x \cdot x}^{\text{medida da área do quadrado}} = \overbrace{2x \cdot 2}^{\text{medida da área do retângulo}}$$

$$x^2 = 4x$$

$$x^2 - 4x = 0$$

Temos que x é o fator comum aos dois termos do 1º membro da equação. Por isso, podemos colocá-lo em evidência.

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

Se o produto de dois fatores é igual a zero, então, um deles é zero. Portanto, x pode assumir dois valores:

$x = 0$ ou $x - 4 = 0$, $x = 4$

Logo, as raízes da equação $x^2 - 4x = 0$ são 0 e 4. Para essa situação, consideremos apenas a raiz $x = 4$, pois a medida de comprimento x indicada em um dos pedaços de madeira é maior do que zero.

Agora, calculamos a medida do perímetro do quadrado e do retângulo.

Medida do perímetro do quadrado	Medida do perímetro do retângulo
$x + x + x + x = 4x = 4 \cdot 4 = 16$	$2x + 2 + 2x + 2 = 4x + 4 = 4 \cdot 4 + 4 = 20$
16 cm	20 cm

- Avalie a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular a medida do perímetro de cada pedaço de madeira. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

Sugestão de avaliação

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, escreva na lousa as equações $2x^2 - 32 = 0$, $7x - 43 = 2x + 22$ e $-x^2 - 9 = 0$. Em seguida, peça-lhes que:

a) identifiquem as equações do 2º grau;

b) determinem, caso existam, as raízes das equações do 2º grau.

Resoluções e comentários

a) Para identificar as equações do 2º grau, analisamos o maior expoente da incógnita x. Nesse caso, são do 2º grau as seguintes equações: $2x^2 - 32 = 0$ e $-x^2 - 9 = 0$, pois o maior expoente da incógnita em cada uma delas é 2.

b) A equação $2x^2 - 32 = 0$ tem duas raízes reais, pois:

$$2x^2 - 32 = 0$$

$$2x^2 = 32$$

$$\frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}} = \frac{32}{2} = 16$$

$$x = \pm\sqrt{16}$$

$$x = \pm 4$$

A equação $-x^2 - 9 = 0$ não tem raízes reais, pois:

$$-x^2 - 9 = 0$$

$$-x^2 = 9$$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm\sqrt{-9}$$

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

- Ao trabalhar com as atividades **44** e **46**, se julgar necessário, oriente os estudantes a colocar o fator comum em evidência. Caso apresentem dificuldades, resolva com eles os itens **a** e **e** da atividade **44**.
- Caso julgue necessário, ao trabalhar com a atividade **45**, fatore com os estudantes a equação $ax^2 + bx = 0$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$. Nesse caso, obtém-se:

$$x(ax + b) = 0$$

Dessa equação, concluímos que $x = 0$ (I) ou $ax + b = 0$ (II). De II, segue que $x = -\frac{b}{a}$. Portanto, as equações desse tipo têm duas raízes reais: uma igual a zero e outra diferente de zero.

- Ao trabalhar com a atividade **47**, caso julgue necessário, escreva, com a ajuda dos estudantes, a fórmula do cálculo da medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo. Além disso, verifique se eles sabem que o cubo é um caso particular do paralelepípedo reto retângulo.
- Ao trabalhar com a atividade **48**, retome o teorema de Tales. Se julgar conveniente, apresente-lhes alguns exemplos na lousa.
- O objetivo da atividade **49** é levar os estudantes a formular e resolver um problema, exercitando, dessa maneira, a criatividade, a imaginação, a **argumentação**, a análise crítica e a escrita matemática. Com isso, contribui para o desenvolvimento da **Competência geral 2** e da **Competência específica de Matemática 6**.

Aproveite o fato de esta atividade envolver o trabalho colaborativo entre os pares e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como da necessidade de não ter preconceitos e compreender e aceitar as demandas e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Dessa maneira, abordam-se a **Competência geral 9** e a **Competência específica de Matemática 8**.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

45. Resposta: Espera-se que os estudantes percebam que as equações do 2° grau desse tipo têm duas raízes reais: uma igual a zero e outra diferente de zero.

44. Determine as raízes de cada equação.

a) $x^2 - 3x = 0$

b) $4x^2 = -16x$

c) $0{,}5x^2 + 10x = 0$

d) $x^2 + \frac{5}{2}x = 0$

e) $\frac{3}{4}x^2 - 15x = 0$

f) $9x^2 + 16{,}8x = x^2$

g) $2x^2 - 12x = x^2 + 5x$

h) $x^2 - 5x = -4x^2 - 2x$

44. Respostas: a) 0 e 3; b) 0 e −4; c) 0 e −20; d) 0 e $-\frac{5}{2}$; e) 0 e 20; f) 0 e −2,1; g) 0 e 17; h) 0 e $\frac{3}{5}$.

45. Quantas são as raízes de uma equação do tipo $ax^2 + bx = 0$, com a e b números reais não nulos? Quais são as características das raízes desse tipo de equação?

46. (Saresp-2005) A equação $x^2 + 3x = 0$:

a) não tem raízes reais.

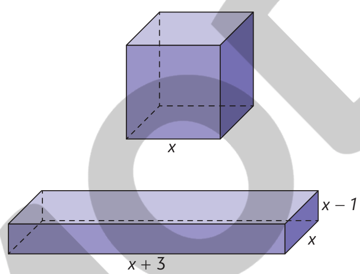
b) tem uma raiz nula e outra negativa.

c) tem uma raiz nula e outra positiva.

d) tem duas raízes reais e simétricas.

46. Resposta: Alternativa **b**.

47. O cubo e o paralelepípedo reto retângulo representados a seguir têm a mesma medida de volume.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Sabendo que as medidas estão em centímetros, quais são as medidas dos comprimentos das arestas dessas figuras geométricas espaciais?

b) Quanto é a medida do volume de cada figura geométrica espacial?

47. Respostas: a) Cubo: 1,5 cm; paralelepípedo: 4,5 cm; 1,5 cm e 0,5 cm; b) A medida do volume de ambas as figuras é 3,375 cm³.

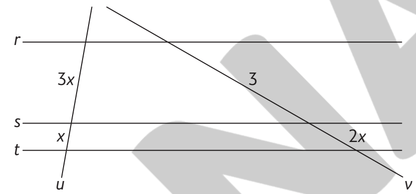
48. Em cada figura, as retas r, s e t são paralelas. Calcule no caderno o valor de x indicado em cada figura.

Atenção!

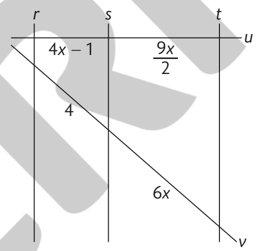
Utilize o teorema de Tales para resolver esta atividade.

48. Respostas: A. $x = \frac{1}{2}$; B. $x = 1$.

A.



B.

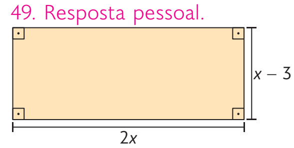


ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

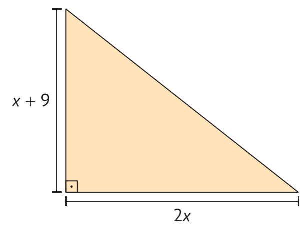
49. De acordo com as figuras a seguir, **elabore** um problema envolvendo equações do 2º grau e o entregue para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta dele está correta.

49. Resposta pessoal.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Resolvendo equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$

Acompanhamos, anteriormente, a resolução de equações do 2º grau incompletas e, agora, resolveremos equações do 2º grau completas, isto é, aquelas em que todos os coeficientes são diferentes de zero.

Podemos calcular as raízes de uma equação do 2º grau completa de várias maneiras, como por meio da fatoração, do método de completar quadrados ou da fórmula resolutiva.

Fatoração

Uma das maneiras de obter as raízes de uma equação do 2º grau completa é por **fatoração**.

Por exemplo, consideremos a equação $x^2 + 6x + 9 = 36$. O 1º membro dessa equação é um **trinômio quadrado perfeito**. Portanto, podemos escrevê-lo da seguinte maneira:

Atenção!

Lembre-se que fatorar é escrever um número ou uma adição algébrica na forma de um produto.

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)(x + 3) = (x + 3)^2$$

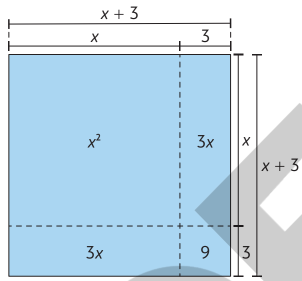
A representação geométrica do trinômio $x^2 + 6x + 9$ corresponde à medida da área de um quadrado cujo comprimento dos lados mede $(x + 3)$.

- Medida da área das quatro partes nas quais o quadrado foi dividido:

$$x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$$

- Medida da área do quadrado maior:

$$(x + 3)(x + 3) = (x + 3)^2$$



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Como as duas expressões obtidas representam a medida da área da mesma figura, temos:

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

Assim, $(x + 3)^2$ é a forma fatorada de $x^2 + 6x + 9$.

Agora, voltamos à equação e escrevemos o 1º membro na forma fatorada:

$$x^2 + 6x + 9 = 36$$
$$(x + 3)^2 = 36$$

Como há dois números que, elevados ao quadrado, são iguais a 36, temos:

$$\begin{aligned} x + 3 &= +\sqrt{36} \\ x + 3 &= 6 \\ x &= 6 - 3 \\ x &= 3 \end{aligned} \qquad \text{ou} \qquad \begin{aligned} x + 3 &= -\sqrt{36} \\ x + 3 &= -6 \\ x &= -6 - 3 \\ x &= -9 \end{aligned}$$

Portanto, os números 3 e -9 são as raízes da equação $x^2 + 6x + 9 = 36$.

- Avalie a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular as raízes da equação $x^2 + 6x + 9 = 36$. Para isso, escreva na lousa essa equação. Antes de apresentar a resolução do livro, questione os estudantes a respeito dos valores de a, b e c dessa equação e verifique se eles fazem a relação correta. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- Se achar necessário, lembre os estudantes que trinômios quadrados perfeitos são expressões que podem ser escritas na forma $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$.

• O objetivo da questão **4** é levar os estudantes a perceber que a Matemática é uma construção humana que se deu ao longo dos séculos por diferentes povos e culturas. Ao envolver uma pesquisa sobre as contribuições de uma pessoa para o desenvolvimento do conhecimento matemático, esta questão leva ao uso de ferramentas tecnológicas, bem como evidencia a Matemática como uma ciência humana, fruto de preocupações de diferentes povos e culturas. Também valoriza o conhecimento historicamente construído a respeito do mundo e busca usá-lo para compreender outros conceitos matemáticos. Com isso, abordam-se as **Competências gerais 1** e **5** e a **Competência específica de Matemática 1**.

• Aproveite o fato de a questão **4** ser proposta em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como da necessidade de não ter preconceitos e compreender e aceitar as demandas e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles a respeito do combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações referentes a esse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying*** nas orientações gerais deste manual. Dessa maneira, são contempladas a **Competência geral 9** e a **Competência específica de Matemática 8**.

Método de completar quadrados

Em algumas equações completas do 2º grau, o 1º membro não é um trinômio quadrado perfeito. Nesses casos, para obter as raízes da equação, utilizamos o **método de completar quadrados**.

Questão 4. **Junte-se a um colega e realizem uma pesquisa sobre as contribuições de Al-Khwarizmi e do livro Al-Jabr wa'l muqabalah, de sua autoria, para a Matemática. Depois, registre no caderno as informações que achar mais interessantes.** Questão 4. Resposta: Espera-se que os estudantes verifiquem que Al-Khwarizmi teve várias contribuições para a Matemática e para a Física, entre elas, a escrita de tabelas astronômicas, tratados sobre o relógio de Sol, o desenvolvimento da Álgebra e da Aritmética, entre outras.


WORLD HISTORY ARCHIVE/ALAMY/FOTOARENA

O método de completar quadrados foi utilizado pelo matemático árabe Mohammed ibn Musa Al-Khwarizmi, por volta de 825 d.C., em seu livro chamado Al-Jabr wa'l muqabalah.

Atenção!

A pesquisa proposta na questão **4** pode ser feita com base em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

Acompanhe como podemos obter as raízes da equação $x^2 + 10x + 9 = 0$ utilizando esse método.

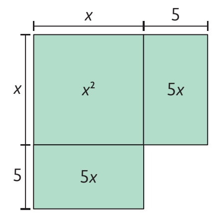
- Nessa equação, o 1º membro não é um trinômio quadrado perfeito. Assim, para que possamos fatorá-la, acrescentamos convenientemente um mesmo número aos dois membros da equação.

  Para obter esse número, inicialmente isolamos o termo independente da equação no 2º membro.

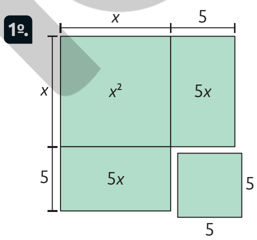
$$x^2 + 10x + 9 - 9 = 0 - 9$$
$$x^2 + 10x = -9$$

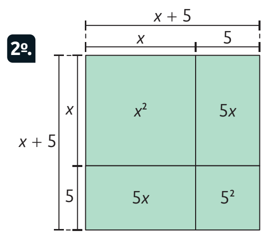
- Agora, vamos analisar, por meio de representação geométrica, o 1º membro da equação. Para facilitar essa visualização, trocamos $10x$ por $2 \cdot 5 \cdot x$.

$$x^2 + \underbrace{10x}_{10 \cdot x \,=\, 2 \cdot 5 \cdot x} = \overbrace{x^2}^{\text{medida da área de um quadrado cujo comprimento dos lados mede } x} + \overbrace{2 \cdot 5 \cdot x}^{\text{medida da área de um retângulo com dimensões medindo 5 e } x}$$



Na figura, percebemos que, para completar o quadrado, é necessário acrescentar a ela um quadrado com 5 unidades de lado.





ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Assim, para que a expressão $x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x$ seja um trinômio quadrado perfeito, precisamos acrescentar 5^2 a ela.

$$x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 5^2 = \overbrace{x^2 + 10x + 25}^{\text{trinômio quadrado perfeito}}$$

Logo, para não alterar a igualdade $x^2 + 10x = -9$, precisamos acrescentar 5^2 aos dois membros:

$$x^2 + 10x + 5^2 = -9 + 5^2$$
$$x^2 + 10x + 25 = 16$$

- Fatorando o 1º membro da equação, obtemos suas raízes.

$$(x + 5)^2 = 16$$

$x + 5 = +\sqrt{16}$
$x + 5 = 4$
$x = 4 - 5$
$x = -1$

ou

$x + 5 = -\sqrt{16}$
$x + 5 = -4$
$x = -4 - 5$
$x = -9$

Atenção!
Para comprovar se -1 e -9 são as raízes, substitua cada uma na equação $(x + 5)^2 = 16$ e verifique que a relação de igualdade permanece.

Portanto, as raízes da equação $x^2 + 10x + 9 = 0$ são -1 e -9.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

50. Respostas: a) $(x + 3)^2 = 4$; -5 e -1; b) $(x + 9)^2 = 36$; -15 e -3; c) $(x + 7)^2 = 16$; -11 e -3; d) $(x - 12)^2 = 25$; 17 e 7; e) $(x - 6)^2 = 0$; 6.

50. Fatore o 1º membro de cada equação e determine suas raízes.

a) $x^2 + 6x + 9 = 4$
b) $x^2 + 18x + 81 = 36$
c) $x^2 + 14x + 49 = 16$
d) $x^2 - 24x + 144 = 25$
e) $x^2 - 12x + 36 = 0$

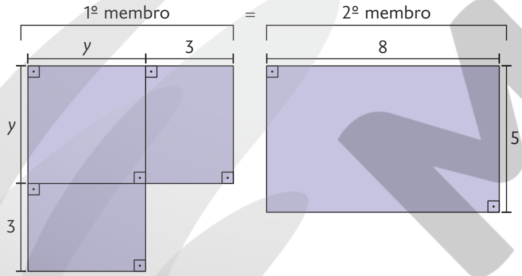
Atenção!
Em todas as equações desta atividade, o 1º membro é um trinômio quadrado perfeito.

51. Utilizando o método de completar quadrados, determine as raízes de cada equação.

a) $x^2 + 8x + 12 = 0$
b) $x^2 + 6x - 16 = 0$
c) $x^2 + 12x - 28 = 0$
d) $x^2 + 10x + 21 = 0$
e) $x^2 + 2x - 8 = 7$
f) $x^2 + 20x + 105 = 6$

51. Respostas: a) -6 e -2; b) 2 e -8; c) 2 e -14; d) -3 e -7; e) 3 e -5; f) -11 e -9.

52. De acordo com as figuras, escreva no caderno uma equação do 2º grau e determine as suas raízes. 52. Resposta: $y^2 + 6y = 40$; -10 e 4.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!
Para escrever a equação, considere a medida da área total das figuras em cada membro.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **50**, retome o processo de fatoração e obtenção das raízes da equação $x^2 + 6x + 9 = 36$, exposto no subtópico **Fatoração** na página **101**.
- Ao trabalhar com a atividade **51**, permita que os estudantes a resolvam em duplas. Desse modo, eles poderão trocar ideias e estratégias. Se julgar conveniente, resolva o item **a** com eles. Durante essa resolução, faça questionamentos, como: "O 1º membro da equação é um trinômio quadrado perfeito?"; "Que número precisamos adicionar em ambos os membros da equação para que seja possível escrever um trinômio quadrado perfeito?". Permita que exponham suas respostas e, com base nelas, obtenha as raízes da equação.
- Na atividade **52**, os estudantes devem calcular a medida da área das figuras em cada membro, igualando-as. Para resolver a equação, verifique se completam a figura correspondente ao 1º membro, de modo a obter um quadrado com comprimento do lado medindo $y + 3$. Para isso, deve-se acrescentar na figura do primeiro membro um quadrado de dimensões medindo 3, cuja medida de área deve ser acrescentada ao 2º membro.

Aproveite esta atividade para enfatizar que duas figuras planas podem ter a mesma medida de área. Destaque ainda que, embora essa equação tenha duas raízes reais, somente $y = 4$ é aceitável para representar a medida de um comprimento, pois a outra raiz é negativa.

• Caso os estudantes apresentem dificuldades para compreender os procedimentos apresentados nesta e na página seguinte, escreva-os na lousa explicando cada um deles. Durante esta dinâmica, faça questionamentos aos estudantes a fim de verificar se eles estão compreendendo o processo.

Fórmula resolutiva

Anteriormente, estudamos como resolver equações completas do 2º grau por meio da fatoração e do método de completar quadrados. Outra maneira de obter as raízes desse tipo de equação é por meio da **fórmula resolutiva**, que é uma generalização desse método.

A seguir, deduziremos a fórmula resolutiva utilizando o método de completar quadrados.

Para isso, começamos com a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com a, b e c números reais e $a \neq 0$.

- Primeiro, dividimos cada termo dessa equação por a e isolamos, no 2º membro, o termo independente.

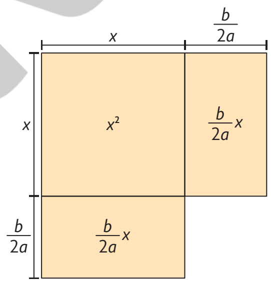
$$\frac{\cancel{a}}{\cancel{a}}x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

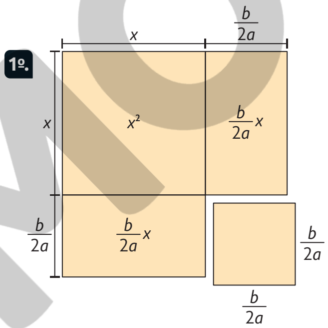
- Agora, representamos geometricamente o 1º membro da equação.

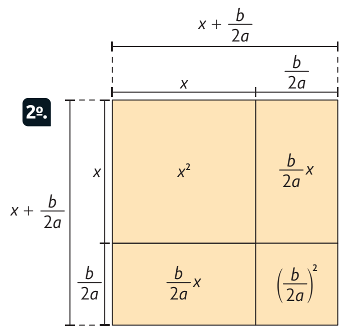
  Para facilitar essa representação, trocamos $\frac{b}{a} \cdot x$ pela expressão algébrica equivalente $2 \cdot \frac{b}{2a} \cdot x$.

$$x^2 + \frac{b}{a}x = \overbrace{x^2}^{\text{medida da área de um quadrado cujo comprimento dos lados mede } x} + 2 \cdot \overbrace{\frac{b}{2a}x}^{\text{medida da área de um retângulo cujas dimensões medem } \frac{b}{2a} \text{ e } x}$$



Na figura ao lado, percebemos que, para completar o quadrado, é necessário acrescentar a ela um quadrado cujo comprimento dos lados mede $\frac{b}{2a}$.





ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Assim, para que o 1º termo da equação seja um trinômio quadrado perfeito, precisamos acrescentar $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ aos dois membros da equação:

$$\underbrace{x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2}_{\text{trinômio quadrado perfeito } \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \underbrace{\left(\frac{b}{2a}\right)^2}_{\frac{b^2}{4a^2}} - \frac{c}{a}$$

- Fatoramos o 1º membro da equação obtida e a desenvolvemos até isolarmos a incógnita x no 1º membro.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Se $b^2 - 4ac$ é maior ou igual a zero, podemos extrair a raiz quadrada dos dois membros da equação.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

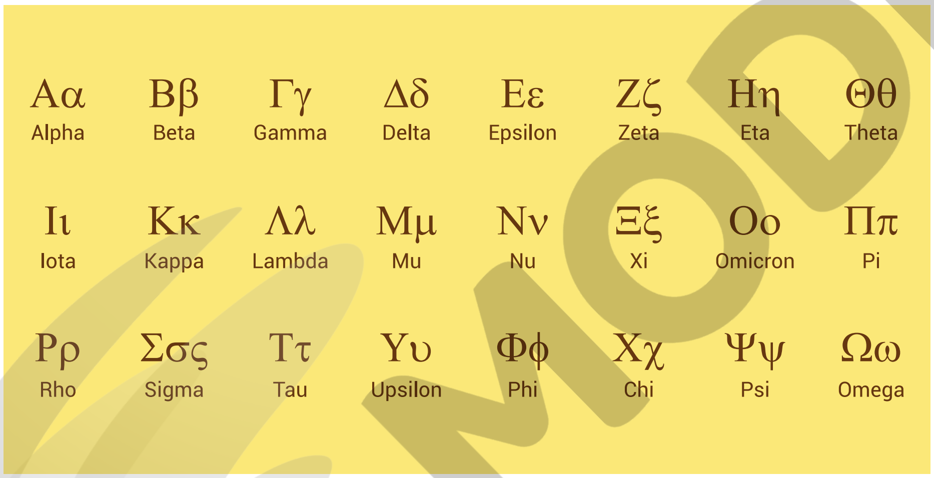
$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\underbrace{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ ou } x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}_{\text{fórmula resolutiva}}$$

Podemos substituir $b^2 - 4ac$ por Δ (lê-se delta), que é chamado **discriminante** da equação.

Atenção!

O símbolo $\pm$ (lê-se mais ou menos) indica que há dois valores associados: um positivo e outro negativo.



SOU SOU 07/SHUTTERSTOCK

As letras gregas são muito utilizadas em notações matemáticas, entre elas, a **delta**, que é a 4ª letra do alfabeto grego.

- Na fórmula resolutiva, diga aos estudantes que, para a equação do 2º grau admitir solução no conjunto dos números reais, o discriminante deve ser maior ou igual a zero.
- Ao apresentar o alfabeto grego para os estudantes, peça a eles que indiquem as letras que conhecem e em que conteúdo elas costumam ser utilizadas.

- Enfatize o fato de que, para verificar se as raízes obtidas estão corretas, basta substituir os valores obtidos na equação e verificar se a igualdade é satisfeita. Se julgar conveniente, peça-lhes que determinem, por exemplo, se 2 e 3 são raízes da equação $x^2 + 5x + 6 = 0$ e da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$.
- Explique aos estudantes que as equações literais são assim chamadas quando em seus coeficientes há parâmetros, ou seja, uma letra que assume valores no conjunto dos números reais. No exemplo apresentado no livro, atribua alguns valores para o parâmetro p e escreva na lousa as equações e suas respectivas raízes.

Usando a fórmula resolutiva, podemos obter, por exemplo, as raízes da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$. Nela, temos $a = 1$, $b = -3$ e $c = 2$. Assim, calculando o valor do discriminante da equação, obtemos:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

Sendo assim:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

Consequentemente:

$$x_1 = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Portanto, as raízes dessa equação são $x_1 = 2$ e $x_2 = 1$.

Para verificar se a resolução está correta, substituímos os valores de x_1 e x_2 na equação $x^2 - 3x + 2 = 0$.

$$\boxed{x_1 = 2} \qquad \boxed{x_2 = 1}$$

$$\begin{aligned} (2)^2 - 3 \cdot 2 + 2 &= 0 \\ 4 - 6 + 2 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} (1)^2 - 3 \cdot 1 + 2 &= 0 \\ 1 - 3 + 2 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

De fato, $x_1 = 2$ e $x_2 = 1$ são as raízes da equação.

Equações literais

Na equação a seguir, de incógnita x, também aparece a letra p. Nesse caso, a letra p, chamada **parâmetro**, faz parte dos coeficientes da equação.

$$x^2 + 4px - 5p^2 = 0$$

Nessa equação, temos $a = 1$, $b = 4p$ e $c = -5p^2$. Esse tipo de equação é chamado **equação literal**.

Podemos resolvê-la usando a fórmula resolutiva.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5p^2) = 36p^2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4p \pm \sqrt{36p^2}}{2 \cdot 1} = \frac{-4p \pm 6p}{2}$$

Consequentemente:

$$x_1 = \frac{-4p + 6p}{2} = p \qquad x_2 = \frac{-4p - 6p}{2} = -5p$$

Portanto, as raízes dessa equação são $x_1 = p$ e $x_2 = -5p$.

• Se necessário, resolva com os estudantes as equações $x^2 + 5x - 24 = 0$ e $-2x^2 + 6x + 20 = 0$ na lousa.

Considere agora a equação $x^2 + 5x - 4m = 0$, de incógnita x, que tem uma das raízes igual a 3. Para obter a outra raiz dela, podemos substituir a incógnita x pela raiz conhecida e, assim, determinamos o valor do parâmetro m. Em seguida, resolvemos a equação.

$$3^2 + 5 \cdot 3 - 4m = 0$$
$$9 + 15 - 4m = 0$$
$$m = \frac{24}{4}$$
$$m = 6$$

Substituímos o valor de m e resolvemos a equação.

$$x^2 + 5x - 4 \cdot 6 = 0$$
$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

Consequentemente, $x_1 = -8$ e $x_2 = 3$.

Portanto, a outra raiz dessa equação é -8.

Equações fracionárias

As equações que apresentam pelo menos uma fração com incógnita em seu denominador são chamadas **equações fracionárias**. Nelas, o denominador de cada fração deve ser diferente de zero.

Acompanhe como podemos obter as raízes da equação fracionária $\frac{3}{x-4} - 2 = \frac{5}{x}$, com $x \neq 4$ e $x \neq 0$.

Calculamos inicialmente o mmc de x e $x - 4$, que é $x \cdot (x - 4)$, e multiplicamos cada termo da equação pelo mmc para eliminarmos os denominadores. Em seguida, simplificamos a equação, deixando-a na forma reduzida, e usamos a fórmula resolutiva, obtendo, assim, as raízes da equação.

$$\frac{3}{x-4} - 2 = \frac{5}{x}$$
$$\frac{3}{\cancel{x-4}} \cdot x \cdot \cancel{(x-4)} - 2 \cdot x \cdot (x-4) = \frac{5}{\cancel{x}} \cdot \cancel{x} \cdot (x-4)$$
$$3x - 2x(x-4) = 5(x-4)$$
$$3x - 2x^2 + 8x = 5x - 20$$
$$-2x^2 + 6x + 20 = 0$$

Atenção!

As raízes desta equação devem ser diferentes de 0 e de 4. Caso contrário, um dos denominadores se anularia.

Utilizando a fórmula resolutiva, por exemplo, obtemos $x_1 = -2$ e $x_2 = 5$.

Por fim, verificamos se as raízes obtidas atendem às condições de existência da equação.

$$-2 \neq 0 \qquad -2 \neq 4 \qquad 5 \neq 0 \qquad 5 \neq 4$$

Portanto, as raízes da equação são $x_1 = -2$ e $x_2 = 5$.

- Ao trabalhar com a atividade **53**, verifique se os estudantes compreendem a possibilidade de resolver equações do 2º grau incompletas usando a fórmula resolutiva. No caso do item **e**, questione-os a respeito do valor de *c*.
- Durante o trabalho com as atividades **53** e **54**, oriente os estudantes a verificar, de acordo com os procedimentos apresentados na página **106**, se a solução obtida está correta.
- Na atividade **55**, oriente os estudantes a utilizar a propriedade distributiva da multiplicação e, em seguida, reduzir os termos semelhantes. Deixe-os livres para resolver a equação do 2º grau da maneira que preferirem. Se achar necessário, escreva na lousa os métodos de resolução trabalhados anteriormente e peça a eles que resolvam uma mesma equação recorrendo a mais de uma estratégia.
- As atividades **56** e **57** envolvem cálculo da medida de perímetros e de áreas de figuras planas e resoluções de equações do 2º grau. Com isso, essas atividades relacionam as unidades temáticas Álgebra, Geometria e Grandezas e medidas. Na atividade **56**, peça aos estudantes que calculem a medida da área de cada figura e obtenham a equação que represente essa medida. Após calcularem as raízes da equação, enfatize que, por se tratar de medidas, somente as raízes positivas serão consideradas.

Se necessário, relembre que a medida do perímetro de um polígono é igual à soma das medidas dos comprimentos de seus lados.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

57. Respostas: a) $10x - 30 = 0$; b) $3x^2 + 21x - 90 = 0$; c) A equação obtida no item **b**; d) 9 cm, 12 cm e 15 cm.

53. Resolva no caderno as equações do 2º grau a seguir usando a fórmula resolutiva.

a) $x^2 - 7x + 6 = 0$

b) $a^2 + 3a - 18 = 0$

c) $2y^2 - 6y - 20 = 0$

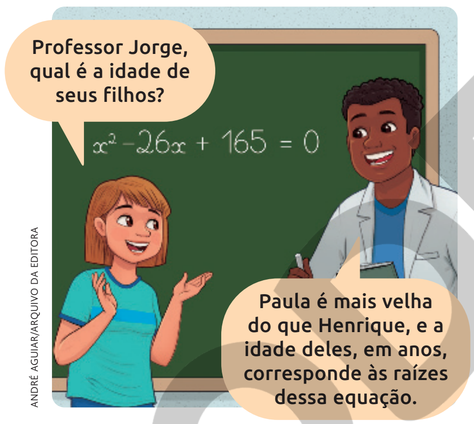
d) $4y^2 + 8y + 3 = 0$

e) $7x^2 - 21x = 0$

f) $a^2 - 2a - 9 = 0$

53. Respostas: a) 1 e 6; b) −6 e 3; c) −2 e 5; d) $-\frac{1}{2}$ e $-\frac{3}{2}$; e) 0 e 3; f) $1 + \sqrt{10}$ e $1 - \sqrt{10}$.

54. Jorge é professor de Matemática e sempre que lhe fazem alguma pergunta durante a aula, gosta de usar a Matemática em sua resposta. Analise o que ele respondeu quando lhe perguntaram a idade de seus filhos.



ANDRÉ AGUIAR/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a idade dos filhos do professor Jorge? 54. Resposta: Paula: 15 anos; Henrique: 11 anos.

55. No caderno, escreva cada equação na forma reduzida e, em seguida, resolva-as da maneira que preferir.

a) $3(6x - 6) + 2x^2 = x^2 + 11x - 28$

b) $-5(-2x + 3) - 3x^2 = 1 - 2x^2$

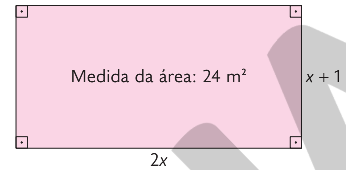
c) $2x(x - 4) + 5 = -x^2 + 7x - 7$

d) $(x + 2)(2x - 3) = 5x^2 + x - 114$

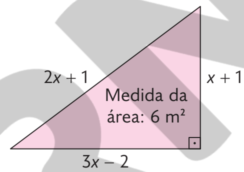
55. Respostas: a) $x^2 + 7x + 10 = 0$; −5 e −2; b) $-x^2 + 10x - 16 = 0$; 2 e 8; c) $3x^2 - 15x + 12 = 0$; 1 e 4; d) $-3x^2 + 108 = 0$; −6 e 6.

56. Sabendo que as medidas dos comprimentos dos lados das figuras a seguir estão indicadas em metros, determine o valor de *x* e a medida do perímetro de cada figura. 56. Respostas: A. $x = 3$; 20 m; B. $x = 2$; 12 m.

A.

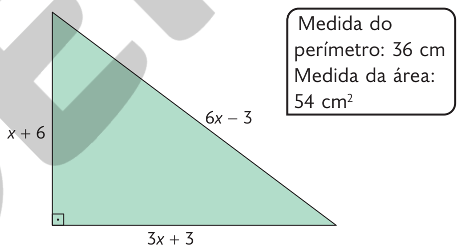


B.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

57. As medidas indicadas no triângulo a seguir estão expressas em centímetros.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Utilizando a medida do perímetro desse triângulo, escreva uma equação que possibilite determinar o valor de *x*.

b) Utilizando a medida da área desse triângulo, escreva uma equação que possibilite determinar o valor de *x*.

c) Entre as equações obtidas nos itens **a** e **b**, qual é do 2º grau?

d) Determine a medida do comprimento de cada lado do triângulo resolvendo a equação escrita no item **b**.

58. Ao determinar as raízes da equação $x^2 - x - 6 = 0$, obtemos dois números:

a) pares.

b) ímpares.

c) cuja soma é igual a 1.

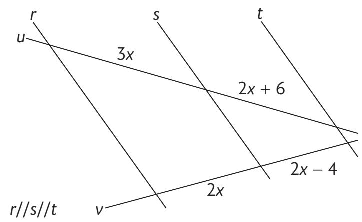
d) cujo produto é igual a −1.

58. Resposta: Alternativa **c**.

59. Sabendo que a soma dos quadrados de dois números inteiros e consecutivos é 113, determine esses números.

59. Resposta: 7 e 8 e −8 e −7.

60. Calcule no caderno o valor de x na figura a seguir. 60. Resposta: $x = 12$.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

61. Para obtermos a quantidade de diagonais de um polígono convexo, podemos utilizar a seguinte fórmula:

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

n: quantidade de lados
D: quantidade de diagonais

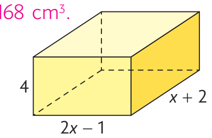
Usando essa fórmula, podemos calcular, por exemplo, quantos lados tem um polígono convexo com 14 diagonais, da seguinte maneira:

$$14 = \frac{n(n-3)}{2}$$
$$n(n-3) = 14 \cdot 2$$
$$n^2 - 3n = 28$$
$$n^2 - 3n - 28 = 0$$

No caderno, resolva essa equação e determine quantos lados tem esse polígono convexo. 61. Resposta: 7 lados.

62. As medidas indicadas no paralelepípedo reto retângulo estão em centímetros. Calcule a medida do volume desse paralelepípedo, sabendo que a medida da área de sua planificação é 188 cm^2.

62. Resposta: 168 cm^3.



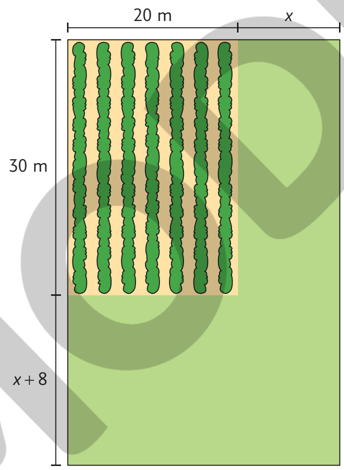
JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

63. Escreva no caderno uma equação para representar as informações de cada item, usando a incógnita x, e resolva-a.

a) O quadrado de um número é igual a 8 menos o dobro desse número.

b) O quadrado de um número mais seu dobro é igual a esse número mais 2.

64. Para produzir morangos, um agricultor utiliza um terreno retangular cuja medida da área é 600 m^2. Com o objetivo de aumentar a produção, o agricultor decidiu aumentar as medidas do terreno em x metros na largura e $x + 8$ metros no comprimento.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Qual deve ser o valor de x para que a medida da área de plantio seja aumentada em 1000 m^2? 64. Resposta: 12 m.

63. Respostas: a) $x^2 = 8 - 2x$; −4 e 2; b) $x^2 + 2x = x + 2$; −2 e 1.

• Ao trabalhar com a atividade **58**, se julgar necessário, oriente os estudantes a calcular as raízes da equação utilizando o método que julgarem mais adequado. Em seguida, escolha alguns deles para apresentar os procedimentos aos colegas.

• Caso os estudantes apresentem dificuldade na atividade **59**, oriente-os a indicar o número inteiro desconhecido por x. Em seguida, verifique se eles percebem que o número consecutivo a x é $x + 1$. Se julgar conveniente, na lousa, escreva com os estudantes a equação que possibilita resolver esse problema.

• As atividades **60** e **61** relacionam as unidades temáticas Álgebra e Geometria. Se julgar conveniente, antes de propor a atividade **60**, retome o teorema de Tales com os estudantes. Na atividade **61**, verifique se eles percebem que, após resolver a equação do 2º grau, a única raiz que satisfaz o problema é $n = 7$, pois n indica a quantidade de lados do polígono.

• Na atividade **62**, peça aos estudantes que identifiquem cada face do paralelepípedo e, em seguida, calculem a medida da área de cada uma em função de x. Se necessário, faça na lousa alguns cálculos com a ajuda deles. Para obter uma equação do 2º grau, eles devem adicionar os polinômios que correspondem às medidas das áreas de cada face e reduzir os termos semelhantes. Comente com os estudantes que a medida do volume de um paralelepípedo é igual ao produto das medidas das três dimensões.

• A atividade **63** tem por objetivo representar algebricamente uma equação do 2º grau dada em linguagem materna e resolvê-la. Após obter os possíveis valores desconhecidos, sugira aos estudantes que façam a substituição na equação para verificar se a solução está correta.

• Na atividade **64**, verifique se os estudantes percebem que a medida da área de plantio passará a ser de 1600 m^2. Após obterem o valor de x, peça a eles que indiquem as medidas dos lados do terreno após o aumento.

- Na atividade **65**, verifique se os estudantes lembram as características de um polígono convexo. Se necessário, mostre um exemplo na lousa. Enfatize que a incógnita n representa a quantidade de lados de um polígono. Logo, são aceitos somente valores inteiros positivos.
- Ao trabalhar com a atividade **66**, se necessário, dê explicações semelhantes às sugeridas no comentário correspondente à atividade **59** na página anterior.
- Na atividade **67**, oriente os estudantes a destacar os coeficientes da equação e utilizar a fórmula resolutiva. Nos itens **e** e **f**, outra possibilidade é fatorar os termos da equação e colocar o fator comum em evidência.
- As atividades **68**, **70** e **71** têm por objetivo resolver equações fracionárias. Para resolvê-las, reúna os estudantes em duplas. Se necessário, retome o trabalho com o mínimo múltiplo comum. No item **c** da atividade **68** e na atividade **70**, basta "multiplicar em cruz".
- Na atividade **69**, com questionamentos, leve os estudantes a perceber que, inicialmente, é necessário obter o valor de m. Além disso, verifique se compreendem que, para obter esse valor, basta substituir a raiz dada na equação.
- Ao envolver o contexto do teatro, a atividade **71** se relaciona com as **culturas juvenis**, uma vez que se trata de um tipo de arte apreciado pelos jovens. Portanto, faça perguntas como: "Alguém da turma se interessa por teatro?". Aproveite o momento e questione: "Vocês preferem teatro ou cinema?"; "Vocês conhecem alguma peça ou artista teatral? Se sim, qual?". Envolva todos na discussão, desperte o ânimo dos estudantes e converse a respeito do tema. Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.

65. Usando a fórmula da atividade **61**, efetue os cálculos no caderno e determine quantos lados tem um polígono convexo com:

a) 20 diagonais;
b) 35 diagonais;
c) 65 diagonais;
d) 90 diagonais.

65. Respostas:
a) 8 lados;
b) 10 lados;
c) 13 lados;
d) 15 lados.

66. O produto de um número inteiro x por seu consecutivo é igual a 380. Quais são esses números?

66. Resposta: 19 e 20 ou −20 e −19.

67. Determine as raízes das equações literais, a seguir, com incógnita x.

a) $x^2 - 3px - 4p^2 = 0$
b) $-9x^2 + 6px + 3p^2 = 0$
c) $3px^2 + 2px - 5p = 0$
d) $3p^2x^2 - 5px - 2 = 0$
e) $6x^2 - 12px = 0$
f) $2px^2 - 8p = 0$

67. Respostas:
a) $4p$ e $-p$;
b) $-\frac{p}{3}$ e p;
c) $-\frac{5}{3}$ e 1;
d) $\frac{2}{p}$ e $-\frac{1}{3p}$, com $p \neq 0$;
e) 0 e $2p$;
f) −2 e 2.

68. Obtenha, se existirem, as raízes das equações fracionárias a seguir.

a) $\frac{x}{2} + \frac{9}{2x} = -5$, com $x \neq 0$. 68. a) Resposta: −9 e −1.

b) $x + \frac{10}{x} = 5$, com $x \neq 0$. 68. b) Resposta: Não tem raízes reais.

c) $\frac{x-21}{11} = \frac{-11}{x+1}$, com $x \neq -1$. 68. c) Resposta: 10.

d) $\frac{4}{x-2} = 2 - \frac{6}{x}$, com $x \neq 0$ e $x \neq 2$. 68. d) Resposta: 1 e 6.

e) $\frac{4}{x} + 2 = \frac{3}{x+1}$, com $x \neq 0$ e $x \neq -1$. 68. e) Resposta: Não tem raízes reais.

f) $\frac{x}{2(x+1)} + \frac{x}{-3x+1} = 0$, com $x \neq -1$ e $x \neq \frac{1}{3}$. 68. f) Resposta: 0 e 3.

g) $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x} = 2 - \frac{x}{x+1}$, com $x \neq 0$ e $x \neq -1$. 68. g) Resposta: Não tem raízes reais.

69. Em cada equação, com incógnita x, foi apresentada uma das raízes. Determine no caderno a outra raiz.

A. $x^2 + 6x - 4m = 0$
Raiz: $x = 2$

B. $x^2 - 9m - 4 = 0$
Raiz: $x = -7$

69. Respostas: A. $x = -8$; B. $x = 7$.

70. Para que a expressão $\frac{x+1}{x}$, com $x \neq 0$, seja igual a $\frac{2x-3}{4}$, qual deve ser o valor de x? 70. Resposta: $-\frac{1}{2}$ ou 4.

71. Para divulgar uma peça de teatro que seria apresentada na escola, Leandro e alguns amigos ficaram responsáveis pela distribuição de 84 panfletos. No dia da distribuição, 3 pessoas não puderam participar dela. Com isso, cada pessoa entregou 9 panfletos a mais. Para saber quantas pessoas entregaram os panfletos, podemos representar por x o número de pessoas que combinaram de distribuí-los e escrever a seguinte equação.

quantidade de panfletos que seriam distribuídos por pessoa

$$\boxed{\frac{84}{x-3}} = \boxed{\frac{84}{x}} + 9, \text{ com } x \neq 3 \text{ e } x \neq 0$$

quantidade de panfletos distribuídos por pessoa

a) Resolva no caderno essa equação e determine quantas pessoas distribuíram os panfletos.
b) Quantos panfletos cada pessoa entregou?

71. Respostas: a) $x = 7$; 4 pessoas; b) 21 panfletos.

110

Atividade a mais

A soma dos quadrados de 3 números naturais consecutivos é igual a 365. Qual é o produto desses números?

Resolução e comentários

Sejam x, $x + 1$ e $x + 2$ esses números. Então $x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 365$. Resolvendo os produtos notáveis e reduzindo os termos semelhantes, obtemos:

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 365$$
$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 365$$
$$3x^2 + 6x + 5 = 365$$
$$3x^2 + 6x + 5 - 365 = 365 - 365$$
$$3x^2 + 6x - 360 = 0$$

Resolvendo essa equação pela fórmula resolutiva, obtemos $x = 10$ ou $x = -12$. Como x é um número natural, então $x = 10$. Logo, o produto desses números é dado por:

$$10 \cdot (10 + 1) \cdot (10 + 2) = 10 \cdot 11 \cdot 12 = 1320$$

Estudo das raízes de uma equação do 2º grau

O discriminante e a quantidade de raízes

Analise três equações do 2º grau que Bruna resolveu. Em cada resolução, verifique o valor de Δ e a quantidade de raízes de cada equação.

A.

$\boxed{x^2 + 3x - 4 = 0}$

$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)$
$\Delta = 9 + 16$
$\Delta = 25$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1}$

Consequentemente:

$x_1 = \dfrac{-3 + 5}{2} = 1$

$x_2 = \dfrac{-3 - 5}{2} = -4$

B.

$\boxed{x^2 + 6x + 9 = 0}$

$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9$
$\Delta = 36 - 36$
$\Delta = 0$

$x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$

Consequentemente:

$x_1 = \dfrac{-6 + 0}{2} = -3$

$x_2 = \dfrac{-6 - 0}{2} = -3$

$x_1 = x_2 = -3$

C.

$\boxed{2x^2 + 2x + 7 = 0}$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7$
$\Delta = 4 - 56$
$\Delta = -52$

$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{-52}}{2 \cdot 2}$

A equação não tem raízes reais, pois não existe raiz quadrada de número negativo no conjunto dos números reais.

De modo geral, na resolução de qualquer equação do 2º grau, temos três casos.

- Se Δ é um número positivo ($\Delta > 0$), a equação tem **duas raízes reais e diferentes**.
- Se Δ é igual a zero ($\Delta = 0$), a equação tem **duas raízes reais e iguais**.
- Se Δ é um número negativo ($\Delta < 0$), a equação **não tem raízes reais**.

Relações envolvendo as raízes e os coeficientes

Usando os coeficientes de uma equação do 2º grau na forma $ax^2 + bx + c = 0$, podemos escrever duas relações envolvendo a soma (S) e o produto (P) de suas raízes x_1 e x_2.

Para determinar essas relações, consideremos x_1 e x_2 da seguinte maneira:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ em que } \Delta = b^2 - 4ac$$

Podemos estabelecer essas relações da seguinte maneira.

Soma das raízes

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b + \cancel{\sqrt{\Delta}} - b - \cancel{\sqrt{\Delta}}}{2a} = \frac{-b - b}{2a} = \frac{-\cancel{2}b}{\cancel{2}a} = -\frac{b}{a}$$

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem relacionar a quantidade de raízes ao valor do discriminante. Para isso, escreva na lousa cada uma das três equações e peça a eles que calculem suas raízes, se existirem, utilizando a fórmula resolutiva. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

• A resolução de uma equação do 2º grau utilizando as relações de soma e produto de suas raízes nem sempre é prática. A escolha de qual método utilizar (fatoração, completar quadrados, fórmula resolutiva ou relações de soma e produto) vai depender dos coeficientes da equação e de suas raízes. De modo geral, as relações de soma e produto podem ser práticas, por exemplo, quando o coeficiente a é 1, quando as raízes são números inteiros "fáceis" de serem obtidos ou quando uma das raízes é igual a 1.

Produto das raízes

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\left(-b + \sqrt{\Delta}\right) \cdot \left(-b - \sqrt{\Delta}\right)}{4a^2} = \frac{(-b)^2 - \left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{4a^2} =$$

$$= \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - \left(b^2 - 4ac\right)}{4a^2} = \frac{\cancel{b^2} - \cancel{b^2} + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Atenção!

As relações de soma e produto das raízes possibilitam resolver algumas equações do 2º grau de maneira prática.

Assim:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Quando o coeficiente a da equação do 2º grau é 1, podemos obter mentalmente suas raízes utilizando as relações de soma e produto.

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{b}{1} = -b \qquad P = \frac{c}{a} = \frac{c}{1} = c$$

Assim, se $a = 1$, a soma das raízes é o oposto do coeficiente b e o produto das raízes é o próprio coeficiente c.

Podemos obter as raízes da equação $x^2 + 7x + 10 = 0$ usando essas relações da seguinte maneira.

- Inicialmente, determinamos dois números cuja soma seja o oposto do coeficiente b, nesse caso, $-(+7) = -7$. Algumas possibilidades são:

  -1 e -6 $\qquad$ -2 e -5 $\qquad$ -4 e -3 $\qquad$ -10 e 3 $\qquad$ -9 e 2

- Como o produto das raízes é o coeficiente c, ou seja, 10, as raízes são -2 e -5, pois elas satisfazem as duas relações.

$$S = -2 + (-5) = -7 \quad \text{e} \quad P = (-2) \cdot (-5) = 10$$

Analise, agora, a seguinte situação.

Uma das raízes da equação $2x^2 - 7x + 3 = 0$ é $x_1 = \frac{1}{2}$. Podemos obter a outra raiz dessa equação sem utilizar a fórmula resolutiva. Faremos isso de duas maneiras, utilizando as relações de soma (S) e produto (P) das raízes.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\frac{1}{2} + x_2 = -\frac{(-7)}{2}$$

$$x_2 = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{6}{2}$$

$$x_2 = 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\frac{1}{2} \cdot x_2 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x_2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = 3$$

Note que, tanto na relação da soma das raízes quanto na de produto, chegamos à mesma solução. Logo, a outra raiz dessa equação é $x_2 = 3$.

Com as relações de soma e produto das raízes, podemos escrever uma equação do 2º grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, de outra maneira.

Inicialmente, vamos dividir todos os termos da equação por a.

$$\frac{\cancel{a}x^2}{\cancel{a}} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

Substituindo as relações $S = -\frac{b}{a}$ e $P = \frac{c}{a}$ na equação, obtemos:

$$x^2 - \left(-\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Atenção!

Note que $\frac{b}{a}x = -\left(-\frac{b}{a}\right)x$.

Essa forma é útil para escrever uma equação do 2º grau, conhecendo suas raízes. Por exemplo, para escrever uma equação do 2º grau cujas raízes são 1 e −7, procedemos da seguinte maneira:

$S = x_1 + x_2 = 1 + (-7) = 1 - 7 = -6$

$P = x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot (-7) = -7$

$x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - (-6)x + (-7) = 0$

$x^2 + 6x - 7 = 0$

Equação do 2º grau e sua forma fatorada

Vamos escrever a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, cujas raízes reais são x_1 e x_2, em sua forma fatorada. Para isso, executamos as seguintes etapas.

1º. Colocamos o coeficiente a em evidência.

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = 0$$

2º. Se $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$, escrevemos:

$a\left[x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + (x_1 \cdot x_2)\right] = 0$

$a\left[x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2\right] = 0$

3º. Colocando os fatores comuns em evidência, obtemos a forma fatorada da equação do 2º grau.

$a\left[x \cdot (x - x_1) - x_2 \cdot (x - x_1)\right] = 0$

$a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$

Agora, escreveremos uma equação do 2º grau cujas raízes são 2 e −7 usando a forma fatorada.

$$a \cdot (x - 2) \cdot [x - (-7)] = 0$$

$$a \cdot (x^2 + 7x - 2x - 14) = 0$$

$$\frac{\cancel{a} \cdot (x^2 + 5x - 14)}{\cancel{a}} = \frac{0}{a}$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

Portanto, a equação cujas raízes são 2 e −7 é $x^2 + 5x - 14 = 0$.

• Escreva na lousa a equação $2x^2 + 2x - 4 = 0$. Com a ajuda dos estudantes, calcule as raízes dessa equação e a escreva na forma fatorada. Sabendo que suas raízes são 1 e −2, sua forma fatorada será $2(x - 1)(x + 2) = 0$. Se achar necessário, faça outros exemplos na lousa.

• Ao envolver coeficientes fracionários, verifique se os estudantes apresentam dificuldades nos itens **c** e **d** da atividade **72**. Se considerar necessário, dê as devidas explicações.

• Durante o desenvolvimento da atividade **73**, se julgar necessário, enfatize o fato de que, quando $a = 1$, a soma das raízes é igual $a -b$ e o produto é igual a c.

• Na atividade **74**, caso os estudantes tenham dificuldade ao trabalhar com as desigualdades, desenvolva-as com eles na lousa, dando as devidas explicações.

• Ao trabalhar com a atividade **75**, chame a atenção dos estudantes para o fato de que as raízes das equações são números naturais, facilitando, assim, o cálculo mental.

• O objetivo das atividades **76** e **77** é utilizar a forma fatorada para obter a equação do 2º grau na forma reduzida. Verifique se os estudantes percebem que a forma fatorada da equação será $(x - x_1)(x - x_2) = 0$, em que x_1 e x_2 são as raízes da equação. Após escreverem a forma fatorada, oriente-os a aplicar a propriedade distributiva da multiplicação e reduzir os termos semelhantes. Na atividade **77**, peça a eles que comparem os termos semelhantes da equação dada com o da equação obtida na forma fatorada.

• Ao propor a elaboração e a resolução de problemas, a atividade **78** exercita a curiosidade intelectual por meio da reflexão, da imaginação, da criatividade e da análise crítica, bem como o enfretamento de situações-problema imaginadas. Com isso, contribui para o desenvolvimento da **Competência geral 2** e da **Competência específica de Matemática 6**. Aproveite o fato de esta atividade envolver o trabalho colaborativo entre os pares e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como da necessidade de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as demandas e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Dessa maneira, abordam-se a **Competência geral 9** e a **Competência específica de Matemática 8**.

• Na atividade **79**, se necessário, escreva na lousa a relação entre os coeficientes da equação com a soma e com o produto das raízes.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

72. b) Resposta: $\Delta < 0$. Não tem raízes reais.
72. c) Resposta: $\Delta > 0$. Duas raízes reais diferentes. -8 e 2.

72. Calcule no caderno o discriminante (Δ) e descubra quantas raízes cada equação tem. Depois, obtenha, se existirem, as raízes de cada uma delas.

a) $-4x^2 + 8x + 32 = 0$

b) $3x^2 - 5x = -3$

c) $\frac{1}{2}x^2 - 8 = -3x$

d) $\frac{x^2}{8} - x + 2 = 0$

72. a) Resposta: $\Delta > 0$. Duas raízes reais diferentes. -2 e 4.
72. d) Resposta: $\Delta = 0$. Duas raízes reais iguais a 4.

73. Utilizando as relações, determine a soma S e o produto P das raízes de cada equação.

a) $x^2 + 2x - 8 = 0$

b) $5x^2 + 25x - 3 = 0$

c) $2x^2 + 16 = 0$

d) $x^2 - \sqrt{7} = 0$

73. Respostas: a) $S = -2$; $P = -8$; b) $S = -5$; $P = -\frac{3}{5}$; c) $S = 0$; $P = 8$; d) $S = 0$; $P = -\sqrt{7}$.

74. Considere a equação literal $2nx^2 - 2x + 5 = 0$, de incógnita x. Nessa equação, temos $a = 2n$, $b = -2$ e $c = 5$. A fim de determinar valores de n, com $n \neq 0$, para os quais a equação tem duas raízes reais diferentes, procedemos da seguinte maneira.

$$\Delta > 0$$
$$b^2 - 4ac > 0$$
$$(-2)^2 - 4 \cdot 2n \cdot 5 > 0$$

Para que a equação tenha duas raízes reais diferentes, devemos ter $\Delta > 0$. Então, escrevemos a inequação $b^2 - 4ac > 0$ e substituímos os valores dos coeficientes.

$$4 - 40n > 0$$
$$-40n > -4$$
$$40n < 4$$

Multiplicamos os dois membros da inequação por -1. Com isso, invertemos a desigualdade.

$$n < \frac{4}{40}$$
$$n < \frac{1}{10}$$

Portanto, quando $n < \frac{1}{10}$, com $n \neq 0$, a equação tem duas raízes reais diferentes.

Agora, determine para quais valores de n essa equação:

a) tem duas raízes reais iguais;

b) não tem raízes reais.

74. Respostas: a) $n = \frac{1}{10}$; b) $n > \frac{1}{10}$.

75. Determine as raízes de cada equação efetuando **mentalmente** os cálculos da soma e do produto das raízes.

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$

b) $x^2 - 3x + 2 = 0$

c) $x^2 - 11x + 28 = 0$

75. Respostas: a) 3 e 5; b) 1 e 2; c) 4 e 7.

76. De acordo com as raízes em cada item, escreva uma equação do 2º grau, na forma reduzida, com incógnita x e coeficiente de x^2 igual a 1.

a) $x_1 = 4$ e $x_2 = 5$

b) $x_1 = -1$ e $x_2 = 2$

c) $x_1 = \sqrt{3}$ e $x_2 = -\sqrt{3}$

d) $x_1 = 0$ e $x_2 = 15$

76. Respostas: a) $x^2 - 9x + 20 = 0$; b) $x^2 - x - 2 = 0$; c) $x^2 - 3 = 0$; d) $x^2 - 15x = 0$.

77. Uma das raízes da equação $x^2 - 3x - 10 = 0$ é -2. Utilizando a forma fatorada, determine a outra raiz.

77. Respostas: 5.

78. No caderno, **elabore** dois problemas semelhantes ao apresentado na atividade anterior e peça a um colega que os resolva. Depois, verifique se as respostas dele estão corretas.

78. Resposta pessoal.

79. Utilizando as relações de soma e produto das raízes, determine a outra raiz de cada equação.

a) $x^2 - 3x - 10 = 0$; $x_1 = 5$

b) $3x^2 - 7x + 2 = 0$; $x_1 = 2$

c) $2x^2 - 3x - 5 = 0$; $x_1 = \frac{5}{2}$

79. Respostas: a) $x_2 = -2$; b) $x_2 = \frac{1}{3}$; c) $x_2 = -1$.

Atenção!

Em cada item é dada uma equação e uma de suas raízes.

114

Metodologias ativas

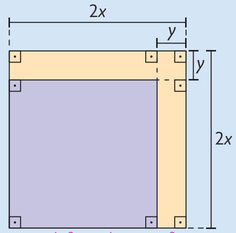
Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

5. Respostas: a) $5x^2 - 11x = 0$; b) Incompleta; $a = 5$; $b = -11$; $c = 0$.

1. Escreva, em uma folha de papel avulsa, um trinômio quadrado perfeito para representar a medida da área do quadrado roxo.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

1. Resposta: $4x^2 - 4xy + y^2$.

2. Em uma folha de papel avulsa, associe a diferença de quadrados à sua forma fatorada. Para isso, escreva a letra e o número correspondentes.

2. Resposta: A-3; B-2; C-1.

A. $x^2 - 9$	**1.** $(x + 5)(x - 5)$
B. $x^2 - 16$	**2.** $(x + 4)(x - 4)$
C. $x^2 - 25$	**3.** $(x + 3)(x - 3)$

3. Copie os itens em uma folha de papel avulsa e substitua cada $\blacksquare$ por um dos polinômios a seguir, de modo que a igualdade permaneça.

$(x + 7)$ $(2y + 3)$ $(-2x + 2y)$ $(2x + 2y)$ $(2y - 3)$

a) $\blacksquare \cdot (x - 7) = x^2 - 49$

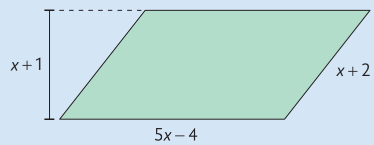
b) $\blacksquare \cdot \blacksquare = 4y^2 - 9$

c) $9x + \blacksquare \cdot \blacksquare = -4x^2 + 4y^2 + 9x$

4. O produto da idade de João pelo dobro da idade de José é igual a 280. José tem 4 anos a menos do que João. Chamando a idade de João de x, escreva, em uma folha de papel avulsa, uma equação do 2º grau, na forma reduzida, que represente essa situação.

4. Resposta: $2x^2 - 8x - 280 = 0$.

5. A medida da área do paralelogramo a seguir é igual à medida de seu perímetro.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva, em uma folha de papel avulsa, uma equação do 2º grau, na forma reduzida, que represente essa igualdade.

b) A equação do 2º grau que você escreveu é completa ou incompleta? Quais são seus coeficientes?

6. A soma das medidas das áreas de todas as faces de um cubo, de aresta com comprimento medindo x, é igual a 1176 cm². Escreva, em uma folha de papel avulsa, uma equação que represente essa situação. Depois, determine a medida do comprimento de cada aresta do cubo.

6. Resposta: $6x^2 = 1176$; $x = 14$ cm.

7. Guilherme pediu a um amigo que descobrisse a quantia em reais que ele tinha na carteira. Para isso, deu a seguinte dica:

> O dobro do quadrado da quantia que tenho mais o quádruplo da quantia que tenho é igual ao triplo do quadrado dessa quantia menos dez vezes a quantia que tenho.

Quantos reais Guilherme tinha na carteira? 7. Resposta: R$ 14,00.

8. (OBM-2006) A soma de 3 números naturais consecutivos é igual ao produto desses 3 números. A soma dos quadrados desses números é:

a) 14
b) 15
c) 18
d) 24
e) 36

8. Resposta: Alternativa **a**.

3. Respostas: a) $(x + 7) \cdot (x - 7) = x^2 - 49$; b) $(2y + 3) \cdot (2y - 3) = 4y^2 - 9$ ou $(2y - 3) \cdot (2y + 3) = 4y^2 - 9$; c) $9x + (2x + 2y) \cdot (-2x + 2y) = -4x^2 + 4y^2 + 9x$ ou $9x + (-2x + 2y) \cdot (2x + 2y) = -4x^2 + 4y^2 + 9x$.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes representam a medida da área de um quadrado utilizando um trinômio.

Como proceder

- Confira se os estudantes percebem que a medida da área do quadrado roxo corresponde à medida da área do quadrado de comprimento de lado medindo $2x$, retirando dela a medida da área da região amarela.

2 e 3. Objetivo

- Constatar se os estudantes relacionam a diferença de quadrados à forma fatorada.

Como proceder

- Em caso de dificuldade na atividade **2**, peça aos estudantes que realizem a multiplicação indicada nos itens de **1** a **3**. Outra possibilidade é escrever os termos dos itens de **A** a **C** como a diferença de dois quadrados. Oriente-os a utilizar esta estratégia na atividade **3**, reescrevendo os termos do lado direito da igualdade. No item **c**, verifique se eles percebem que o termo $9x$ pode ser eliminado.

4, 6, 7 e 8. Objetivo

- Constatar se os estudantes representam uma situação-problema apresentada em linguagem materna por meio de uma equação do 2º grau.
- Avaliar se os estudantes calculam as raízes de uma equação do 2º grau.

Como proceder

- Acompanhe a estratégia dos estudantes. Se necessário, na atividade **4**, sugira que escrevam uma equação para representar o produto das idades de João e de José. Depois, oriente-os a escrever a idade de José em função da idade de João e substituir esse valor na equação anterior. Na atividade **6**, lembre-os de que um cubo tem 6 faces quadradas. Na atividade **7**, após escrever a equação correspondente, sugira que coloquem o fator x em evidência, considerando o produto entre dois números cujo resultado é nulo. Na atividade **8**, sugira que representem os três números por $x - 1$, x e $x + 1$.

5. Objetivos

- Avaliar se os estudantes escrevem a equação do 2º grau que representa a medida da área de um paralelogramo.
- Constatar se os estudantes reconhecem uma equação do 2º grau completa.

Como proceder

- Confira se os estudantes lembram como calcular a medida da área de um paralelogramo.

9 e 10. Objetivos

- Constatar se os estudantes representam uma situação-problema por meio de uma equação do 2º grau.
- Avaliar se os estudantes utilizam corretamente o método de completar quadrados.

Como proceder

- Em caso de dificuldade na atividade **9**, escreva na lousa a equação $x^2 + 8x - 240 = 0$, destacando que $8x = 2 \cdot 4x$. Em seguida, mostre a representação geométrica dessa equação e peça aos estudantes que calculem as raízes completando quadrados. Na atividade **10**, oriente-os a calcular a medida da área do jardim completando o quadrado de lado com comprimento medindo $x + 1$. Analise se eles percebem que o comprimento do lado dessa figura mede 4 m, pois sua área mede 16 m².

11, 12, 14 e 15. Objetivo

- Acompanhar o desempenho dos estudantes diante de situações-problema envolvendo equações do 2º grau.

Como proceder

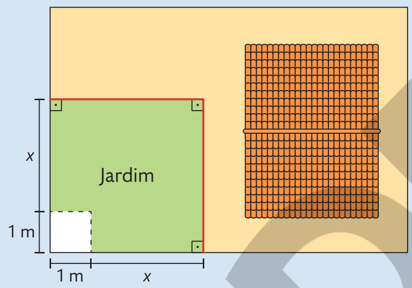
- Na atividade **11**, oriente-os a calcular a medida da área do triângulo antes e depois dos aumentos. Após montarem a equação, deixe-os livres para resolver da maneira que preferirem. Na atividade **12**, sugira que escrevam uma equação que determine a idade do avô de Júlia no ano de 1980 em função de x. Na atividade **14**, analise se eles montam a equação corretamente. Em caso de dúvidas, retome o trabalho com as equações fracionárias. Por fim, na atividade **15**, oriente-os a atribuir uma incógnita para a quantidade de táxis da frota e, em seguida, calcular a quantidade diária de combustível para cada táxi. Depois calcular a quantidade abastecida em cada táxi após a quebra de dois deles.

9. A medida do comprimento de um terreno retangular cuja área mede 240 m² é 8 m maior do que a medida de sua largura.

a) Em uma folha de papel avulsa, escreva uma equação de incógnita x que relacione as medidas dos comprimentos dos lados desse terreno com a sua medida de área.

b) Resolva, em uma folha de papel avulsa, essa equação utilizando o método de completar quadrados e determine as medidas das dimensões desse terreno.

10. Paulo vai cercar o jardim que há no terreno de sua casa, representado na figura a seguir. Na imagem, o fio em vermelho representa a cerca que será construída.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que a área do jardim mede 15 m², calcule, em uma folha de papel avulsa o valor de x que aparece na figura e a medida do comprimento dessa cerca.

10. Resposta: $x = 3$ m; 8 m.

11. Um triângulo com o comprimento da base e da altura medindo, respectivamente, 8 cm e 6 cm teve um aumento de $2x$ cm na medida do comprimento da base e de x cm na medida do comprimento da altura. Qual deve ser o valor de x para que a medida da área do triângulo seja aumentada em 39 cm²? 11. Resposta: 3 cm.

12. (Obmep-2006) No dia de seu aniversário, em 2006, o avô de Júlia disse a ela: "Eu nasci no ano x^2 e completei x anos em 1980. Quantos anos eu completo hoje?".

a) 61 **c)** 67 **e)** 72

b) 64 **d)** 70

12. Resposta: Alternativa **d**.

13. (IFSP-2011) Considere a equação do 2º grau, em x, dada por $2x^2 + bx + c = 0$. Se as raízes dessa equação são $r_1 = 2$ e $r_2 = -3$, então a diferença $b - c$ é igual a:

a) 8 **c)** 19 **e)** 27

b) 14 **d)** 23

13. Resposta: Alternativa **b**.

14. Eduardo pensou em um número x que, dividido por 2, é igual a -32 dividido por $(x - 16)$.

a) Represente essa situação em uma folha de papel avulsa.

b) Em que número Eduardo pensou?

15. Uma empresa de táxi compra diariamente 560 L de combustível para abastecer sua frota. Essa quantidade de combustível é dividida igualmente entre os táxis da frota. Em certo dia, 2 táxis estavam quebrados e o combustível destinado a eles foi dividido igualmente entre os demais. Sabendo que nesse dia cada táxi recebeu 5 L a mais do que recebe diariamente, qual é a quantidade de táxis da frota?

15. Resposta: 16 táxis.

16. Se multiplicarmos as raízes reais da equação $6x^2 - 26x + 24 = 0$, obteremos um número:

16. Resposta: Alternativa **c**.

a) primo.

b) ímpar.

c) par.

d) menor do que 2.

e) maior do que 6.

9. Respostas: a) $x^2 + 8x - 240 = 0$; b) Medida do comprimento: 20 m; medida da largura: 12 m.

14. Respostas: a) $\frac{x}{2} = \frac{-32}{x - 16}$, com $x \neq 16$; b) 8.

116

13. Objetivo

- Avaliar se os estudantes utilizam corretamente a forma fatorada da equação do 2º grau.

Como proceder

- Se julgar necessário, oriente os estudantes a utilizar a forma fatorada para determinar os coeficientes desconhecidos da equação. Caso apresentem dificuldades, retome o trabalho com o tópico **Equação do 2º grau e sua forma fatorada**.

16. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam as raízes de uma equação do 2º grau.

Como proceder

- Deixe os estudantes livres para calcular as raízes da equação da maneira que preferirem. Em caso de dificuldade, escreva a fórmula resolutiva na lousa.

UNIDADE

6 Triângulo retângulo

LARANIK/SHUTTERSTOCK

Vista de parte da estrutura de sustentação da Ponte 25 de Abril, em Lisboa, Portugal, em 2019, composta por treliças de formatos triangulares.

Agora vamos estudar...

- triângulo retângulo e seus elementos;
- relações métricas no triângulo retângulo;
- teorema de Pitágoras.

- A abertura da unidade apresenta a imagem de uma ponte, cuja estrutura é composta de treliças, que tem formato triangular. Esse recurso auxilia na sustentação da ponte.

A imagem apresentada tem por objetivo levar os estudantes a perceber o uso do conhecimento geométrico, particularmente do triângulo retângulo, em uma situação cotidiana, tornando o estudo desse assunto mais significativo. Explique-lhes que estruturas com triângulos retângulos são muito utilizadas na construção civil, em razão de algumas características dessa figura, as quais serão trabalhadas no decorrer da unidade.

- Se achar necessário, para complementar o trabalho com esta página de abertura, faça questionamentos aos estudantes, como:

a) Há outro detalhe dessa construção que você achou interessante?

b) Você conhece outras construções que utilizam treliças em sua estrutura?

c) Em sua opinião, por que estruturas com formato triangular costumam ser utilizadas em construções?

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, desenhe na lousa um triângulo, cujo comprimento de cada lado meça 3 cm; um triângulo cujo comprimento da base meça 5 cm e dos demais lados meçam, cada um, 7 cm; e um triângulo que tenha um ângulo interno de medida 90°. Peça aos estudantes que classifiquem esses triângulos e aproveite para verificar se eles reconhecem o triângulo retângulo. Depois, eles devem nomear esses triângulos de acordo com suas características.

Resolução e comentários

O triângulo em que o comprimento de cada lado mede 3 cm é o triângulo equilátero; o triângulo cujo comprimento da base mede 5 cm e dos demais lados medem, cada um, 7 cm é o triângulo isósceles; e o triângulo que tem um ângulo interno de medida 90° é o triângulo retângulo.

Informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Reconhecer e compreender os elementos de um triângulo retângulo.
- Calcular medidas de comprimentos dos lados de um triângulo retângulo, utilizando as relações métricas do triângulo retângulo.
- Calcular a medida do perímetro, a medida da área e a medida do comprimento da altura de um triângulo retângulo, utilizando as relações métricas do triângulo retângulo.
- Utilizar as relações métricas do triângulo retângulo para demonstrar o teorema de Pitágoras.
- Utilizar o teorema de Pitágoras para determinar as medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo retângulo.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo o teorema de Pitágoras.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para ampliar o conhecimento dos estudantes quanto a conteúdos relacionados a triângulo retângulo e seus elementos, além de explorar as relações métricas no triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras. Por meio das atividades propostas, eles são levados a exercitar o raciocínio lógico dedutivo e a compreender o conceito de semelhança associado às relações métricas. Além disso, o teorema de Pitágoras é abordado como consequência da semelhança de triângulos e sua demonstração leva em consideração o conhecimento do estudante sobre as relações métricas estudadas anteriormente.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado ao triângulo retângulo. Permita que compartilhem as próprias explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Se achar necessário, relembre os estudantes de que um triângulo retângulo é aquele que tem um ângulo interno reto, ou seja, cuja medida é 90°.

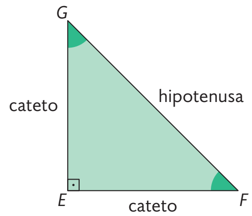
Relações métricas no triângulo retângulo

Você sabe o que é um **triângulo retângulo**? Um triângulo é assim chamado quando um de seus ângulos internos mede 90°. Neles, podemos destacar a **hipotenusa** e os **catetos**. A hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto. Os outros dois lados do triângulo retângulo, que formam o ângulo reto, são os catetos.

Atenção!

A hipotenusa é o lado de maior medida de comprimento.

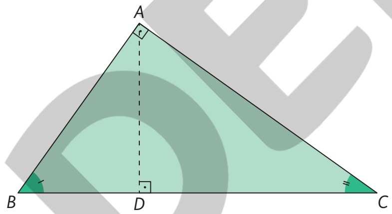
No triângulo retângulo *EFG*, $\overline{FG}$ é a hipotenusa, e $\overline{EF}$ e $\overline{EG}$ são os catetos.



Atenção!

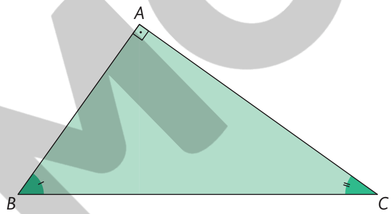
O símbolo ∟ indica o ângulo reto.

Agora, considere o triângulo retângulo *ABC*. Nele, ao traçarmos a altura $\overline{AD}$ relativa à hipotenusa, determinamos outros dois triângulos retângulos, os quais são semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo *ABC*.

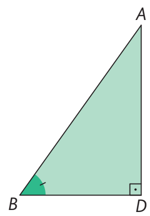


Vamos conferir a semelhança entre esses triângulos retângulos.

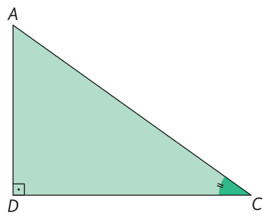
Inicialmente, imaginamos os triângulos *ABC*, *DBA* e *DAC* separadamente.



Triângulo *ABC*.



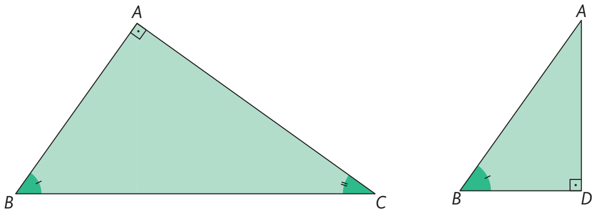
Triângulo *DBA*.



Triângulo *DAC*.

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

- Considere os triângulos *ABC* e *DBA*. Note que os ângulos $B\widehat{A}C$ e $B\widehat{D}A$ são congruentes por serem retos, e que os ângulos $A\widehat{B}C$ e $D\widehat{B}A$ são congruentes por serem comuns aos dois triângulos.

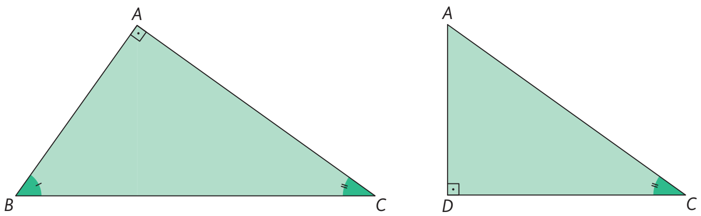


Atenção!

Indicaremos o triângulo *ABC* por $\triangle ABC$.

$$B\widehat{A}C \cong B\widehat{D}A$$
$$A\widehat{B}C \cong D\widehat{B}A$$
$$\triangle ABC \sim \triangle DBA$$

- Considere os triângulos *ABC* e *DAC*. Note que os ângulos $B\widehat{A}C$ e $A\widehat{D}C$ são congruentes por serem retos, e que os ângulos $A\widehat{C}B$ e $D\widehat{C}A$ são congruentes por serem comuns aos dois triângulos.

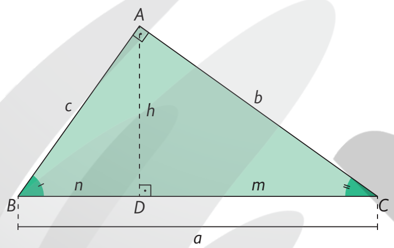


$$B\widehat{A}C \cong A\widehat{D}C$$
$$A\widehat{C}B \cong D\widehat{C}A$$
$$\triangle ABC \sim \triangle DAC$$

Como os triângulos *DBA* e *DAC* são semelhantes ao triângulo *ABC*, segue que eles são semelhantes entre si, dois a dois.

A altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo divide-o em outros dois triângulos retângulos, que são semelhantes a ele e entre si.

Considerando que, em triângulos semelhantes, as medidas do comprimento são proporcionais nos respectivos lados, podemos estabelecer algumas relações entre elas.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

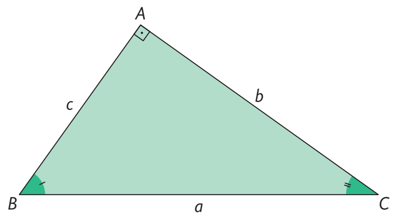
$$a = m + n$$

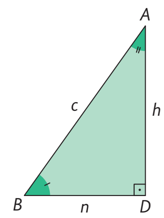
a: medida do comprimento da hipotenusa.
b e *c*: medidas dos comprimentos dos catetos.
h: medida do comprimento da altura relativa à hipotenusa.
m e *n*: medidas dos comprimentos das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

- Ao trabalhar com os conteúdos desta página, se necessário, comente com os estudantes que, conhecendo as medidas de dois dos ângulos internos de um triângulo, podemos determinar a medida do terceiro ângulo interno, ou seja, basta que dois pares de ângulos internos dos triângulos sejam congruentes para que os triângulos sejam semelhantes.

• A questão **1** aborda a habilidade **EF09MA13** ao levar os estudantes a mostrar que a relação $h^2 = m \cdot n$ é verdadeira, considerando os triângulos *DBA* e *DAC*, ou seja, por meio das igualdades das relações métricas do triângulo retângulo. Avalie a necessidade de resolver esta questão na lousa com os estudantes, a fim de sanar possíveis dúvidas que eles possam ter.

• Considerando os triângulos *ABC* e *DBA*, temos:



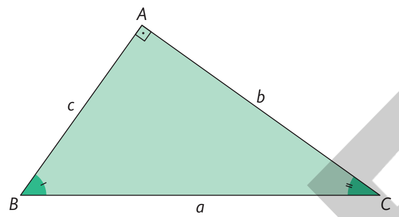


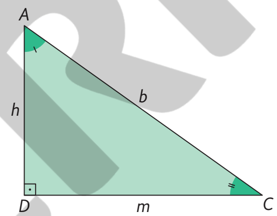
$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Rightarrow c^2 = a \cdot n$

$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \Rightarrow b \cdot c = a \cdot h$

$\frac{b}{h} = \frac{c}{n} \Rightarrow c \cdot h = b \cdot n$

• Considerando os triângulos *ABC* e *DAC*, temos:





ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

$\frac{a}{b} = \frac{c}{h} \Rightarrow b \cdot c = a \cdot h$

$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Rightarrow b^2 = a \cdot m$

$\frac{b}{m} = \frac{c}{h} \Rightarrow c \cdot m = b \cdot h$

Questão 1. Em seu caderno, mostre que a relação $h^2 = m \cdot n$ é verdadeira. Para isso, considere os triângulos *DBA* e *DAC*. Questão 1. Resposta: Ao considerarmos os triângulos *ABD* e *ADC*, obtemos, entre outras igualdades, $\frac{n}{h} = \frac{h}{m}$. Consequentemente, $h^2 = m \cdot n$.

$a = m + n$

$c^2 = a \cdot n$

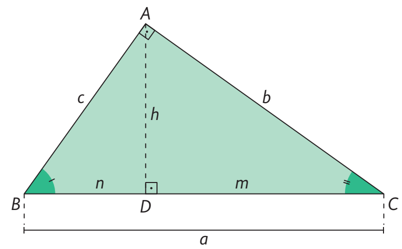
$b \cdot c = a \cdot h$

$c \cdot h = b \cdot n$

$b^2 = a \cdot m$

$c \cdot m = b \cdot h$

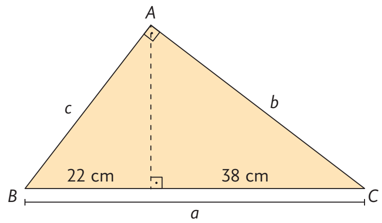
$h^2 = m \cdot n$



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe alguns exemplos em que as relações métricas são utilizadas para determinar medidas de comprimentos desconhecidos em um triângulo retângulo.

- Vamos determinar as medidas a, b e c no triângulo ABC.



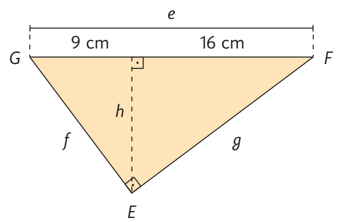
$$\boxed{a = m + n \Rightarrow a = 38 + 22 \Rightarrow a = 60}$$

$$\boxed{c^2 = a \cdot n \Rightarrow c^2 = 60 \cdot 22 \Rightarrow c^2 = 1320 \Rightarrow c \simeq 36{,}33}$$

$$\boxed{b^2 = a \cdot m \Rightarrow b^2 = 60 \cdot 38 \Rightarrow b^2 = 2280 \Rightarrow b \simeq 47{,}75}$$

Nesse triângulo, temos $a = 60$ cm, $b \simeq 47{,}75$ cm e $c \simeq 36{,}33$ cm.

- Vamos determinar as medidas e, f e h no triângulo EFG, sabendo que $g = 20$ cm.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

$$\boxed{e = m + n \Rightarrow e = 16 + 9 \Rightarrow e = 25}$$

$$\boxed{h^2 = m \cdot n \Rightarrow h^2 = 16 \cdot 9 \Rightarrow h^2 = 144 \Rightarrow h = 12}$$

$$\boxed{f \cdot h = g \cdot n \Rightarrow f \cdot 12 = 20 \cdot 9 \Rightarrow 12f = 180 \Rightarrow f = 15}$$

Nesse triângulo, temos $e = 25$ cm, $h = 12$ cm e $f = 15$ cm.

Atenção!

Nos exemplos, ao obtermos as medidas c, b e h, resolvemos uma equação que tem uma raiz positiva e outra negativa. Como são medidas de comprimentos, consideramos apenas os valores positivos.

Atividades

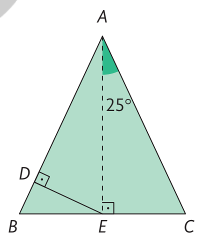
Faça as atividades no caderno.

1. O triângulo ABC é isósceles com base $\overline{BC}$. Sabendo que $\overline{AE}$ é a altura relativa à base, responda às questões.

a) Quais dos triângulos indicados são triângulos retângulos?

b) Quais são as medidas dos ângulos internos do triângulo EDB? E do triângulo ADE?

c) Quais dos triângulos indicados são semelhantes?



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

1. Respostas: a) $\triangle AEC$, $\triangle AEB$; $\triangle ADE$, $\triangle EDB$; b) $\triangle EDB$: $\hat{B} = 65°$; $\hat{E} = 25°$; $\hat{D} = 90°$; $\triangle ADE$ $\hat{A} = 15°$ $\hat{D} = 90°$ e $\hat{E} = 75°$ c) $\triangle AEC \sim \triangle AEB \sim \triangle ADE \sim \triangle EDB$.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

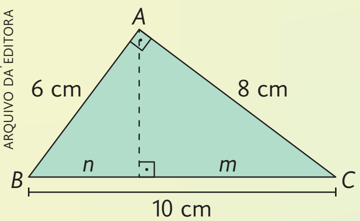
- Espera-se que as atividades propostas nesta unidade levem os estudantes a compreender o triângulo retângulo e seus elementos, as relações métricas no triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras. Espera-se com isso também favorecer o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**. A fim de auxiliar os estudantes a obter esse tipo de raciocínio (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), faça questionamentos com o objetivo de aguçar a capacidade de abstração e de **argumentação** deles.
- Com isso, o desenvolvimento do espírito de investigação e da capacidade de produzir argumentos convincentes é favorecido, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, proporcionando o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 2**. A compreensão das relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática, como Álgebra e Geometria, também estará envolvida nas propostas desta unidade com o fim de trabalhar aspectos da **Competência específica de Matemática 3**.
- Na atividade **1**, se necessário, relembre os estudantes de que um triângulo é isósceles quando apresenta pelo menos dois de seus lados com mesma medida de comprimento. Para melhor aproveitamento da atividade, solicite a eles que se organizem em duplas para responder ao item **c**, em que devem identificar se os triângulos são semelhantes. Nesse momento, se achar conveniente, retome os casos de semelhança de triângulos estudados na unidade anterior.

• Sugerimos o uso da calculadora em diversas atividades desta unidade. Ela é um instrumento que auxiliará os estudantes nos cálculos, por exemplo, com números decimais e de raízes quadradas não exatas, que não são o foco de estudo da unidade.

• Nas atividades **2**, **3** e **4**, apresentadas nesta página, para obter a resposta, é necessário usar mais de uma relação métrica. Para melhor aproveitamento das atividades, organize os estudantes em duplas, a fim de que possam conversar e compartilhar as estratégias utilizadas.

Atividade a mais

• Utilizando as relações métricas no triângulo retângulo, determine as medidas indicadas na imagem. Para isso, reproduza na lousa o triângulo retângulo a seguir.



SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Resolução e comentários

Para responder a esta questão, precisamos calcular as medidas de n e m. Para isso, utilizamos as relações métricas: $b^2 = a \cdot m$ e $c^2 = a \cdot n$. Sabemos que $b = 8\,\text{m}$ e $a = 6\,\text{m}$, logo, substituindo na fórmula, temos:

$b^2 = a \cdot m$

$8^2 = 10 \cdot m$

$64 = 10m$

$\dfrac{64}{10} = \dfrac{10m}{10}$

$6{,}4 = m$

$m = 6{,}4\,\text{cm}$

$c^2 = a \cdot n$

$6^2 = 10 \cdot n$

$36 = 10n$

$\dfrac{36}{10} = \dfrac{10n}{10}$

$3{,}6 = n$

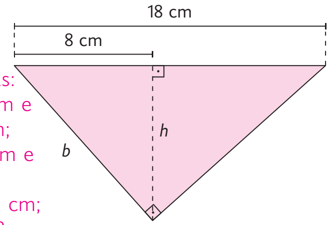
$n = 3{,}6\,\text{cm}$

Portanto, $m = 6{,}4\,\text{cm}$ e $n = 3{,}6\,\text{cm}$.

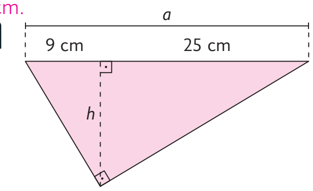
2. Nos triângulos a seguir, as letras representam medidas em centímetros. Com o auxílio de uma calculadora, faça os cálculos necessários para determinar o valor de cada uma delas.

2. Respostas:
A. b = 12 cm e $h \simeq$ 8,94 cm;
B. a = 34 cm e h = 15 cm;
C. h = 2,88 cm;
D. m = 3,52 cm e h = 2,64 cm.

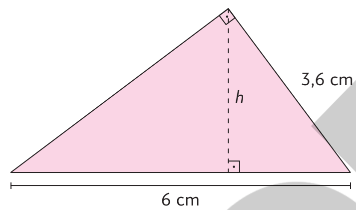
A.



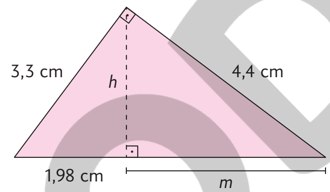
B.



C.



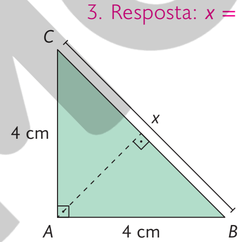
D.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

3. Qual é o valor de x no triângulo?

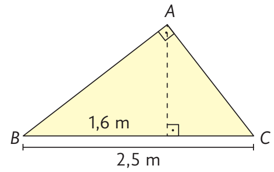
3. Resposta: $x = 4\sqrt{2}$ cm.



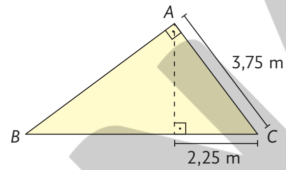
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

4. Usando uma calculadora, determine a medida da área de cada triângulo.

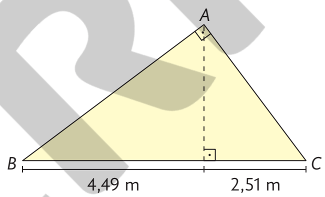
A.



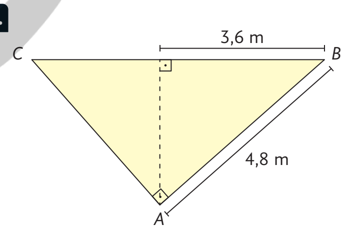
B.



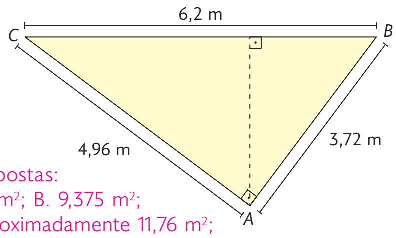
C.



D.



E.



4. Respostas:
A. 1,5 m²; B. 9,375 m²;
C. Aproximadamente 11,76 m²;
D. Aproximadamente 10,14 m²;
E. Aproximadamente 9,23 m².

ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

122

Teorema de Pitágoras

Além das relações métricas estudadas até aqui, existe outra envolvendo as medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo retângulo, chamada **teorema de Pitágoras**. Esse nome homenageia o matemático e filósofo grego Pitágoras.

Pitágoras nasceu na ilha de Samos, no Mar Egeu, por volta de 572 a.C. Em Crotona, na Magna Grécia – costa sudeste do que agora é a Itália –, fundou a escola pitagórica, que consistia em um centro de estudos de Matemática, Filosofia e Ciências naturais.

Fonte de pesquisa: EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

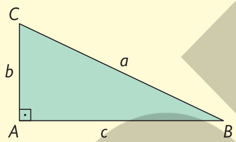
NEMO 73/SHUTTERSTOCK

Busto de Pitágoras. Escultura no parque Villa Borghese, em Roma, na Itália, em 2021.

Agora, enunciaremos e demonstraremos o teorema de Pitágoras.

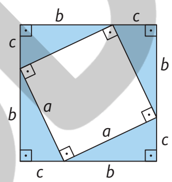
Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos comprimentos dos catetos.

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$



Demonstração

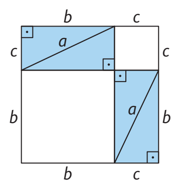
Considere um quadrado com o comprimento dos lados medindo $b + c$. Podemos decompor esse quadrado em 4 triângulos retângulos congruentes (com o comprimento dos catetos medindo b e c) e um quadrado menor (com o comprimento dos lados medindo a).



Atenção!

Note que a corresponde à medida do comprimento da hipotenusa de um dos triângulos e que b e c são as medidas dos comprimentos dos catetos.

Considerando o mesmo quadrado (com o comprimento dos lados medindo $b + c$) também podemos decompô-lo em 4 triângulos retângulos congruentes (com o comprimento dos catetos medindo b e c) e dois quadrados menores (um com o comprimento dos lados medindo c e o outro com o comprimento dos lados medindo b).



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Algo a mais

No livro a seguir, são abordadas questões relacionadas ao teorema de Pitágoras de maneira divertida, o que permite instigar a curiosidade dos estudantes: IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Descobrindo o teorema de Pitágoras*. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2000.

Um texto a mais

Leia o texto a seguir para os estudantes, apresentando-lhes mais informações a respeito da utilização do teorema de Pitágoras.

[...]

O Teorema de Pitágoras possui diversas aplicações nas mais variadas áreas do conhecimento. A área de transportes é uma delas, aqui o teorema contribui na logística, no cálculo de largura de rios e distâncias entre cidades, por exemplo. Na trigonometria, temos o cálculo de seno, cosseno, tangente, relação fundamental da trigonometria e a lei dos cossenos. Na geometria, é utilizado para o cálculo da diagonal do quadrado, cálculo da altura do triângulo equilátero, são calculadas distâncias: é possível realizar levantamentos topográficos através de uma triangulação. Na Física, para cálculo de grandezas escalares e vetoriais e na Biologia, na representação geométrica dos desenhos mostrando as proporções entre homens e animais e na contagem de frações de medicamentos, usando, por exemplo, o conta-gotas. Na aeronáutica, tais conceitos são aplicados para que não haja colisões em rotas de aviões.

[...]

SOUZA, Maria Cristina Gerino Campos de. *Conhecendo, demonstrando e aplicando o Teorema de Pitágoras*. 2013. p. 5-6. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_fafipa_mat_artigo_maria_cristina_gerino_campos_de_souza.pdf. Acesso em: 21 jul. 2022.

- A questão **2** possibilita desenvolver a habilidade **EF09MA13** ao solicitar aos estudantes que demonstrem, utilizando as relações métricas do triângulo retângulo, o teorema de Pitágoras.
- Aproveite a questão **3** e verifique se os estudantes, ao usar o teorema de Pitágoras para determinar as medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo retângulo para justificar a resposta, compreendem que um triângulo é chamado de triângulo retângulo quando um de seus ângulos internos mede 90°.

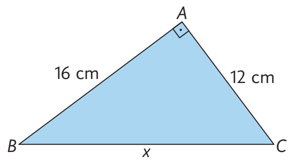
Cada quadrado inicial tem área medindo $(b + c)^2$. Retirando os 4 triângulos retângulos congruentes de cada quadrado, obtemos figuras com medidas de áreas iguais.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Assim, demonstramos o teorema de Pitágoras.

Questão 2. Existem várias demonstrações do teorema de Pitágoras. No caderno, utilizando as relações métricas $b^2 = a \cdot m$ e $c^2 = a \cdot n$, faça a demonstração desse teorema.
Questão 2. Resposta na seção **Resoluções**.

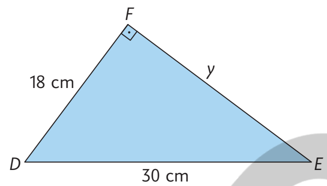
Agora, utilizando o teorema de Pitágoras, acompanhe como podemos obter os valores de x e y nos triângulos a seguir.



$a = x$
$b = 16$ cm
$c = 12$ cm

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$x^2 = 16^2 + 12^2$$
$$x^2 = 256 + 144$$
$$x^2 = 400$$
$$x = 20$$

Portanto, $x = 20$ cm.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

$a = 30$ cm
$b = y$
$c = 18$ cm

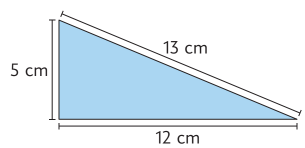
$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$30^2 = y^2 + 18^2$$
$$900 = y^2 + 324$$
$$900 - 324 = y^2$$
$$576 = y^2$$
$$y = 24$$

Portanto, $y = 24$ cm.

A recíproca do teorema de Pitágoras também é válida.

Em um triângulo, se o quadrado da medida do comprimento de um lado for igual à soma dos quadrados das medidas dos comprimentos dos outros dois lados, então trata-se de um triângulo retângulo.

Questão 3. O triângulo indicado ao lado é um triângulo retângulo? No caderno, justifique sua resposta.
Questão 3. Resposta: Sim, pois $13^2 = 5^2 + 12^2$.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

124

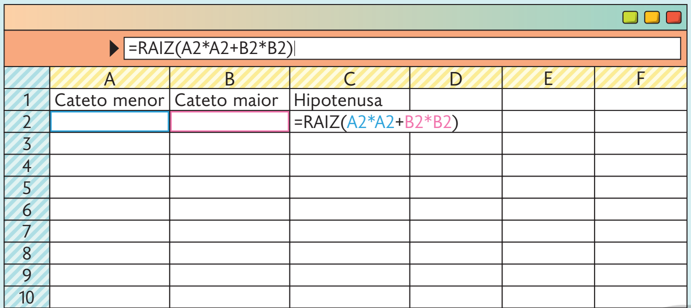
Instrumentos e *softwares*

Cálculo da medida do comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo no Calc

Utilizando o Calc, vamos escrever uma fórmula que permita calcular a medida do comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo, conhecidas as medidas dos comprimentos dos dois catetos. Para isso, siga os passos apresentados a seguir.

1º Nas células **A1**, **B1** e **C1**, escreva “Cateto menor”, “Cateto maior” e “Hipotenusa”, respectivamente. Essas células serão preenchidas com as medidas dos comprimentos desses segmentos.

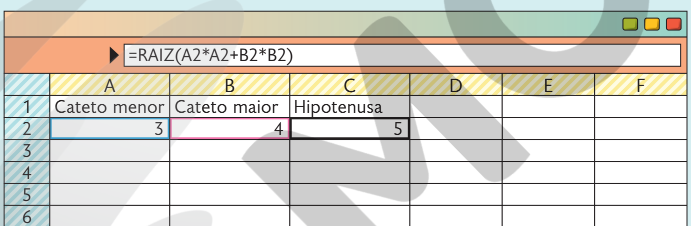
2º Na célula **C2**, digite = RAIZ(**A2*A2** + **B2*B2**). Essa fórmula permite calcular a medida do comprimento da hipotenusa, dadas as medidas dos comprimentos dos catetos informadas nas células **A2** e **B2**.



Atenção!

No Calc, o símbolo * indica multiplicação.

Para exemplificar, calcularemos a medida do comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo cujos comprimentos dos catetos medem 3 cm e 4 cm. Para isso, indique 3 na célula **A2**, 4 na célula **B2** e tecle **Enter**.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o comprimento da hipotenusa desse triângulo mede 5 cm.

• É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o programa **Calc**, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha eletrônica, editores de textos, apresentações, desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalar o programa, é necessário acessar o *site* disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/. Acesso em: 30 jul. 2022.

Metodologias ativas

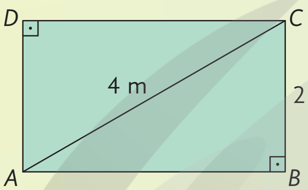
Ao desenvolver a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

125

- As atividades desta e das próximas duas páginas desenvolvem a habilidade **EF09MA14** ao levar os estudantes a resolver problemas usando o teorema de Pitágoras.
- Na atividade **5**, avalie a necessidade de elaborar mais itens. Para isso, desenhe outros triângulos retângulos na lousa, em que um dos lados tenha comprimento medindo *x*.
- Na atividade **6**, caso não haja computadores suficientes para todos os estudantes no laboratório de informática, organize-os em duplas ou trios. Caso não haja laboratório de informática na escola, peça a eles que realizem os cálculos utilizando uma calculadora.
- Caso os estudantes tenham dificuldade na atividade **7**, leve-os a perceber que os polígonos podem ser decompostos em dois triângulos retângulos. A fim de tirar melhor proveito, peça a eles que, em cada item, desenhem no caderno os dois triângulos resultantes da decomposição do polígono e indiquem o ângulo reto em cada um deles.

Sugestão de avaliação

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, apresente a eles o retângulo a seguir, na lousa, e peça-lhes que calculem a medida aproximada do comprimento de *AB*.



SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Resolução e comentários

Pelo teorema de Pitágoras, temos que, em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos comprimentos dos catetos. Desse modo, como o retângulo pode ser decomposto em dois triângulos retângulos, temos $a = 4$ m e $b = 2$ m e precisamos calcular a medida do comprimento de *c*. Substituindo os valores de *a* e *b*, temos:

$a^2 = b^2 + c^2$

$4^2 = 2^2 + c^2$

$16 = 4 + c^2$

$-4 + 16 = -4 + 4 + c^2$

$12 = c^2$

$c^2 = 12$

$c = \sqrt{12}$

$c \simeq 3{,}46$

Portanto, o comprimento de $\overline{AB}$ mede, aproximadamente, 3,46 m.

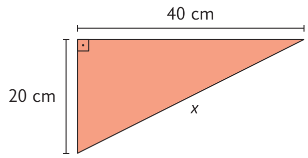
Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação** nas orientações gerais deste manual.

Atividades

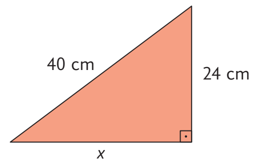
Faça as atividades no caderno.

5. Determine a medida de *x* em cada triângulo retângulo a seguir.

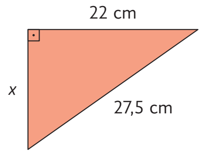
A.



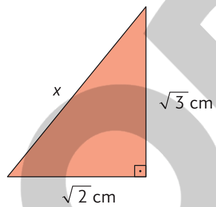
B.



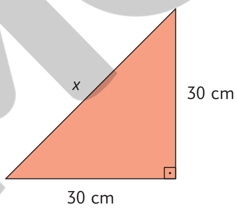
C.



D.



E.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

6. Como já vimos, a recíproca do teorema de Pitágoras é válida. Em cada item, estão indicadas as medidas dos comprimentos dos lados de alguns triângulos. Com o Calc, verifique quais deles são triângulos retângulos.

a) 15 cm, 9 cm e 12 cm.

b) 20 cm, 16 cm e 12 cm.

c) 18 cm, 15 cm e 10 cm.

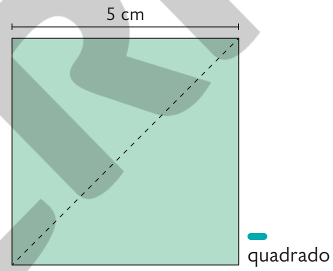
d) 8 cm, 7 cm e 4 cm.

e) 13 cm, 12 cm e 5 cm.

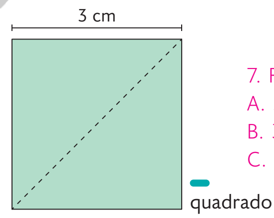
6. Resposta: Alternativas **a**, **b** e **e**.

7. Calcule, em centímetros, a medida do comprimento da diagonal de cada um dos polígonos.

A.

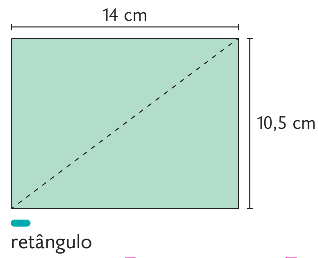


B.



7. Respostas:
A. $5\sqrt{2}$ cm;
B. $3\sqrt{2}$ cm;
C. 17,5 cm.

C.

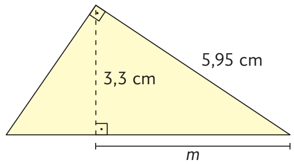


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

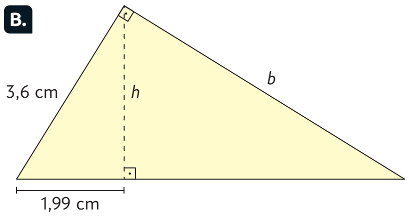
5. Respostas: A. $x = 20\sqrt{5}$ cm; B. $x = 32$ cm; C. $x = 16{,}5$ cm; D. $x = \sqrt{5}$ cm; E. $x = 30\sqrt{2}$ cm.

8. Utilizando uma calculadora, determine a medida aproximada, com duas casas decimais, de cada letra indicada nos triângulos retângulos.

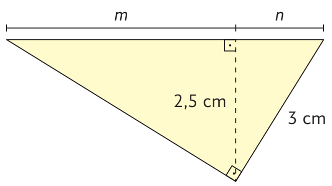
A.



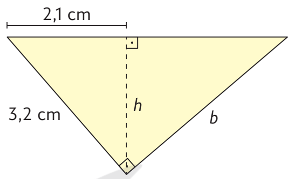
B.



C.

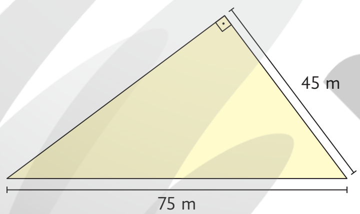


D.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

9. Qual é a medida da área do triângulo retângulo a seguir? 9. Resposta: 1350 m².



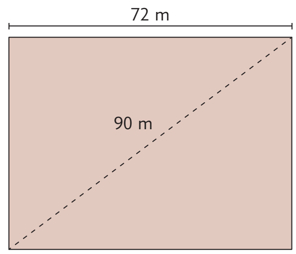
RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

8. Respostas: A. *m* ≃ 4,95 cm; B. *h* ≃ 3 cm e *b* ≃ 5,42 cm; C. *n* ≃ 1,66 cm e *m* ≃ 3,77 cm; D. *h* ≃ 2,41 cm e *b* ≃ 3,67 cm.

10. O perímetro de um triângulo equilátero mede 15 cm. Com o auxílio de uma calculadora, determine a medida aproximada, com duas casas decimais, do comprimento da altura desse triângulo.

10. Resposta: 4,33 cm.

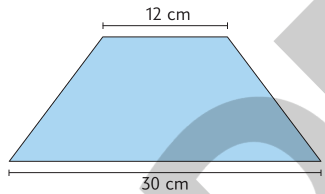
11. Um terreno com formato retangular tem as medidas indicadas na figura.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida do perímetro desse terreno? 11. Resposta: 252 m.

12. A altura do trapézio isósceles representado a seguir mede 12 cm.

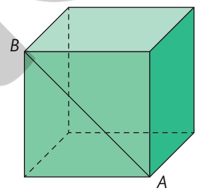


RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida do perímetro desse trapézio? 12. Resposta: 72 cm.

13. Calcule a medida do volume do cubo representado a seguir, sabendo que o comprimento da diagonal que liga o vértice *A* ao vértice *B* mede $15\sqrt{2}$ cm.

13. Resposta: 3375 cm³.



RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **8**, se achar necessário, retome com os estudantes cálculos envolvendo números decimais e arredondamentos, para que eles sanem suas dúvidas.
- Na atividade **9**, caso julgue conveniente, lembre os estudantes de que, para calcular a medida da área de um triângulo, é necessário saber a medida do comprimento da base e a medida da altura. Desse modo, eles devem, inicialmente, usar o teorema de Pitágoras para obter a medida do comprimento da altura do triângulo apresentado.
- Nas atividades **10** e **11**, se necessário, lembre os estudantes de que a medida do perímetro é a soma das medidas do comprimento dos lados de um polígono.

Para facilitar a resolução da atividade **10**, relembre-os de que um triângulo equilátero tem os lados com comprimentos de mesma medida. Logo, o comprimento de cada lado desse triângulo mede 5 cm, pois 15 cm : 3 = 5 cm.

- Para melhor aproveitamento da atividade **12**, solicite aos estudantes que se organizem em duplas e conversem sobre qual estratégia devem utilizar para calcular a medida do perímetro do trapézio. Analise se eles percebem que podem decompor em dois triângulos retângulos e um retângulo. Caso julgue conveniente, peça aos estudantes que calculem também a medida da área do trapézio.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **12**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **13**, se necessário, lembre os estudantes de que, para calcular a medida do volume de um cubo, é necessário saber a medida do comprimento de apenas uma das arestas.

• Nas atividades **14** e **17**, se achar necessário, retome as relações métricas no triângulo retângulo das páginas **118** a **120**.

Na atividade **14**, oriente-os a, primeiro, obter as medidas de comprimento dos lados *b* e *c* e, depois, determinar a medida do perímetro. Caso julgue conveniente, peça-lhes que determinem também a medida da área desse triângulo.

• Complemente a atividade **15** solicitando aos estudantes que determinem a medida da área do quadrado *ABCD* e dos quatro triângulos em que ele pode ser decomposto (dividindo a medida da área do quadrado por 4). O movimento contrário também pode ser proposto: calcular a medida da área dos quatro triângulos e, em seguida, do quadrado composto deles (multiplicando a medida da área de cada triângulo por 4).

Metodologias ativas

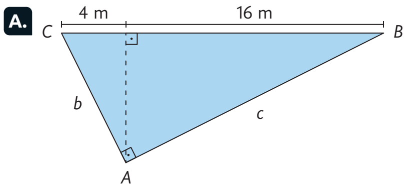
Para desenvolver o trabalho com a atividade **15**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Para melhor aproveitamento da atividade **16**, solicite aos estudantes que desenhem proporcionalmente no caderno os retângulos cujas medidas de comprimento das dimensões estão indicadas. Se tiverem dificuldade nos cálculos que envolvem raiz quadrada, resolva na lousa alguns exemplos.

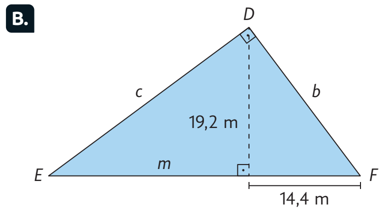
• A atividade **18** apresenta um problema contextualizado que pode ser resolvido utilizando o teorema de Pitágoras. Analise se eles notam que, para determinar a medida do comprimento da escada, precisam adicionar a medida do comprimento da hipotenusa com 1,03 m.

14. Determine, em metros, a medida do perímetro de cada um dos triângulos.

A.



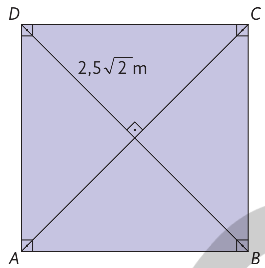
B.



ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

14. Respostas: A. $(20 + 12\sqrt{5})$ m; B. 96 m.

15. Considere o quadrado *ABCD*.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a medida do comprimento de cada lado desse quadrado?

b) Qual é a medida do perímetro desse quadrado?

c) Qual é a medida da área do triângulo *ACD*?

15. Respostas: a) 5 m; b) 20 m; c) 12,5 m.

16. Qual é a medida do comprimento da diagonal de um retângulo cujas dimensões medem:

a) 28 m e 21 m.

b) 5 cm e 12 cm.

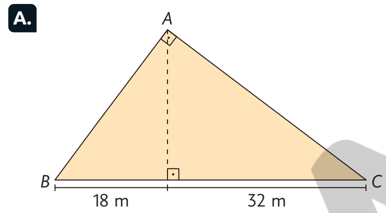
c) 1 cm e 3 cm.

d) 5 cm e $\sqrt{2}$ cm.

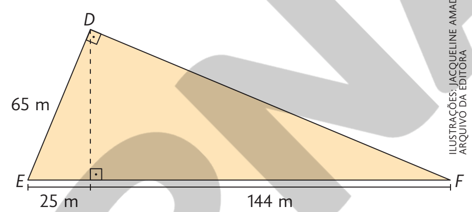
16. Respostas: a) 35 m; b) 13 cm; c) $\sqrt{10}$ cm; d) $3\sqrt{3}$ cm.

17. Calcule a medida do perímetro, da área e do comprimento da altura de cada um dos triângulos retângulos representados a seguir.

A.

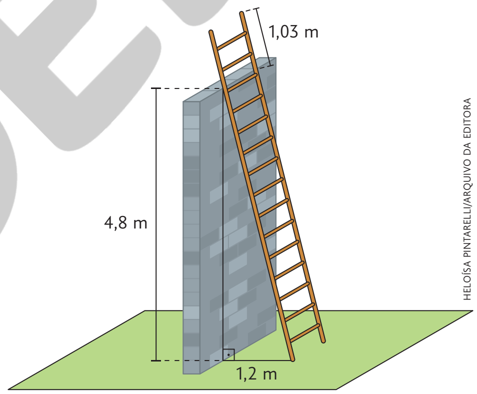


B.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

18. Uma escada está apoiada em um muro, conforme mostra a imagem a seguir.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

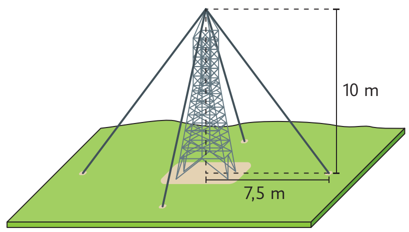
18. Respostas: a) 5,98 m; b) 3,57 m.

a) Qual é a medida do comprimento aproximado da escada?

b) Calcule aproximadamente a que medida de distância a escada deve estar da base do muro para que seu topo coincida com o topo do muro.

17. Respostas: A. Medida do perímetro: 120 m; Medida da área: 600 m²; Medida do comprimento da altura: 24 m; B. Medida do perímetro: 390 m; Medida da área: 5 070 m²; Medida do comprimento da altura: 60 m.

19. No esquema a seguir, está representada uma torre de energia elétrica perpendicular ao solo. Para sustentá-la, foram utilizados 4 cabos de aço com a mesma medida de comprimento.

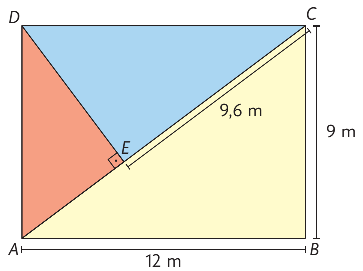


HELOISA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

Quantos metros de cabo de aço foram utilizados para sustentar essa torre?

19. Resposta: 50 m.

20. De acordo com a imagem a seguir, **elabore** um problema envolvendo o teorema de Pitágoras e entregue-o para um colega resolver. Depois, verifique se ele resolveu corretamente.

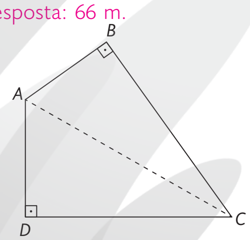


RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

20. Resposta pessoal.

21. No quadrilátero $ABCD$, os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C$ são retos. Sabendo que os comprimentos dos lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ medem 7 m, 24 m e 20 m, respectivamente, qual é a medida do perímetro desse quadrilátero em metros?

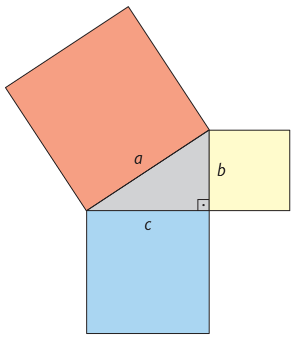
21. Resposta: 66 m.



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

22. As raízes da equação $x^2 - 7x + 12 = 0$ correspondem às medidas do comprimento dos catetos de um triângulo retângulo, em centímetros. Determine a medida do perímetro desse triângulo, em centímetros. 22. Resposta: 12 cm.

23. Utilizando um programa de computador, Aroldo desenhou a seguinte figura, cuja soma das medidas das áreas dos três quadrados é 24 cm².



RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

A área do quadrado maior mede:

a) 9 cm².

b) 10 cm².

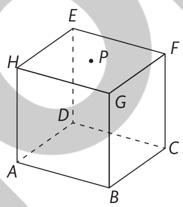
c) 12 cm².

d) 8 cm².

e) 15 cm².

23. Resposta: Alternativa **c**.

24. (UFRGS-2019) Na figura a seguir, está representado um cubo cuja aresta tem 2 cm de medida. O ponto **P** está localizado no centro da face *EFGH*.



REPRODUÇÃO/UFRGS

A medida do segmento $\overline{AP}$ é

a) $\sqrt{2}$.

b) 2.

c) $\sqrt{6}$.

d) $2\sqrt{3}$.

e) 3.

24. Resposta: Alternativa **c**.

Metodologias ativas

- Para desenvolver o trabalho com a atividade **24**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***.
- No fim do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**.

Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **19**, se achar necessário, oriente os estudantes a perceber que, utilizando a medida da altura da torre e a medida da distância entre o centro da base da torre e o local onde um dos cabos está fixado no chão, eles podem determinar a medida de comprimento de um dos cabos pelo teorema de Pitágoras.
- A atividade **20** envolve a elaboração de um problema. Essa ação permite aos estudantes expressar ideias, sintetizar conclusões e trabalhar coletivamente com seus pares, o que aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**. Permite também que os estudantes exercitem a curiosidade e usem a criatividade para elaborar e resolver problemas, além de exercitar a empatia e o respeito ao trabalharem em pares, desenvolvendo as **Competências gerais 2** e **9**.
- Para melhor aproveitamento da atividade **21**, retome com os estudantes os casos de semelhança de triângulos, a fim de que eles percebam que dois triângulos que compõem o quadrilátero são semelhantes e utilizem o teorema de Pitágoras para obter as medidas desconhecidas.
- Na atividade **22**, analise se os estudantes têm dificuldade em resolver equação do 2º grau e, se for necessário, retome com eles os procedimentos necessários estudados na unidade anterior.
- Na atividade **23**, avalie se os estudantes relacionam a figura com o teorema de Pitágoras e, se for necessário, retome as explicações das páginas **123** e **124**.
- Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade extraída de prova oficial, não inserimos a palavra comprimento na atividade **24**. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **medida** indica a medida do comprimento da aresta e do segmento.

Além disso, nesta atividade, analise se os estudantes percebem que, para determinar a medida de comprimento do segmento $\overline{AP}$, é necessário obter primeiramente a medida do comprimento da diagonal da face do cubo.

1 e 2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes reconhecem e aplicam as relações métricas no triângulo retângulo.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **1**, reúna-os em duplas ou trios para compartilharem suas ideias e estratégias, antes de efetuarem os cálculos. Se necessário, oriente-os a consultar a página **120**.
- Em caso de dificuldades na atividade **2**, peça aos estudantes que desenhem proporcionalmente no caderno a figura indicada no enunciado e, em seguida, identifiquem a relação métrica.

3. Objetivo

- Conferir se os estudantes calculam as medidas de comprimento no triângulo retângulo utilizando o teorema de Pitágoras.

Como proceder

- Em caso de dificuldades, oriente-os a usar o teorema de Pitágoras em cada triângulo. Além disso, analise se percebem que esses triângulos retângulos são isósceles.

4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem um problema utilizando o teorema de Pitágoras.

Como proceder

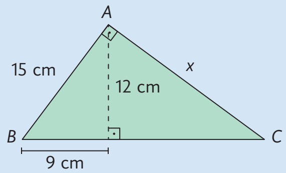
- Confira se os estudantes têm dificuldade em identificar a relação entre as medidas dos comprimentos dos lados $\overline{AD}$ e $\overline{DI}$. Se isso acontecer, leve-os a perceber que os triângulos AIH e IHC são congruentes.

O que eu estudei?

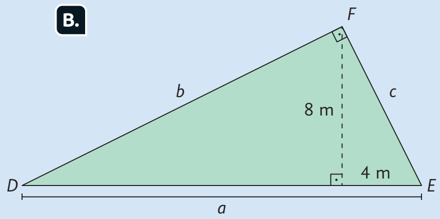
Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Em uma folha de papel avulsa, determine a medida correspondente a cada letra.

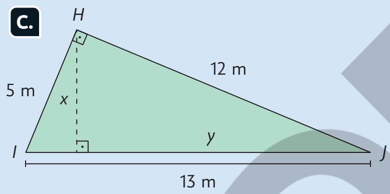
A.



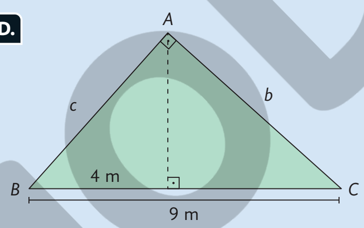
B.



C.



D.

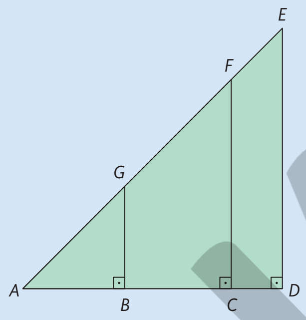


ILUSTRAÇÕES: RAFAEL L. GAION/ ARQUIVO DA EDITORA

2. Determine a medida do comprimento da altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo, sabendo que os comprimentos das projeções dos catetos sobre ela medem 9 m e 25 m.

2. Resposta: 15 m.

3. Analise a figura.



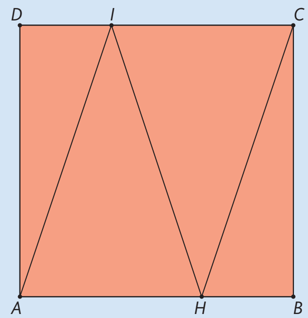
RAFAEL L. GAION/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, copie o quadro em uma folha de papel avulsa e complete-o, considerando *u* como unidade de medida.

Triângulo	Medida do comprimento		
	cateto	cateto	hipotenusa
ABG	2 u	2 u	
ACF	4 u		$4\sqrt{2}$ u
ADE		5 u	$5\sqrt{2}$ u

3. Respostas na seção **Resoluções**.

4. Considere o quadrado *ABCD*.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que $AI = IH = HC = 10$ cm, determine a medida da área de *AIH*.

4. Resposta: 30 cm².

1. Respostas: A. $x = 20$ cm; B. $a = 20$ m, $b = 8\sqrt{5}$ m e $c = 4\sqrt{5}$ m; C. $x = \frac{60}{13}$ m, $y = \frac{144}{13}$ m; D. $b = 3\sqrt{5}$ m e $c = 6$ m.

UNIDADE

7 Estatística e probabilidade

FOTOMONTAGEM DE JANAINA OLIVEIRA. FOTOS: APARELHO PORTÁTIL DO IBGE: DIRCEU PORTUGAL/FOTOARENA; MAPA DO BRASIL: SIMON MAYER/SHUTTERSTOCK

Dispositivo móvel usado por recenseadores na coleta de dados para pesquisas estatísticas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), como o censo demográfico realizado periodicamente no nosso país.

Agora vamos estudar...

- gráficos;
- medidas de tendência central;
- medidas de dispersão;
- pesquisas amostrais;
- probabilidade.

- A abertura da unidade apresenta a foto de um dispositivo móvel utilizado pelo IBGE na coleta de dados em pesquisas estatísticas.

A ideia central é levar os estudantes a refletir acerca das necessidades de realizar uma pesquisa estatística e como ela é desenvolvida. Explique-lhes que as pesquisas realizadas pelo IBGE coletam dados da população, como idade, sexo, nível de escolaridade, renda, entre outros. Dessa maneira, elas são importantes pois norteiam, por exemplo, a implementação de políticas públicas no país, como programas de distribuição de renda, programas educacionais, de segurança pública e de saúde. Se achar necessário, faça questionamentos aos estudantes, como: “Em sua opinião, por que é importante realizar pesquisas estatísticas?”; “Você já realizou alguma pesquisa estatística?”; “Você ou sua família já participou de uma pesquisa estatística?”.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, proponha-lhes que escolham um tema e, em grupos, realizem uma pesquisa em sala de aula. Em seguida, oriente-os a organizar os dados coletados em tabelas e gráficos; calcular a média, a moda, a mediana e a amplitude total do conjunto de dados obtidos; e expor os resultados obtidos para a turma.

Resolução e comentários

As respostas dependem da pesquisa realizada e dos dados coletados. Nas tabelas e nos gráficos, verifique, por exemplo, se os estudantes indicam título e fonte de pesquisa. Durante a realização da pesquisa, verifique como eles coletam e registram os dados. Caso julgue necessário, oriente-os a indicar a quantidade de votos com risquinhos.

Informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Interpretar dados expressos em tabelas e gráficos.
- Calcular medidas de tendência central: média, moda e mediana.
- Calcular a amplitude de um conjunto de dados.
- Compreender os tipos de pesquisas estatísticas: amostral e censitária.
- Realizar pesquisa amostral envolvendo um tema da realidade social.
- Reconhecer eventos dependentes e eventos independentes.
- Resolver situações-problema envolvendo probabilidades.

Justificativas

Os conteúdos de Estatística abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes interpretem criticamente informações veiculadas em diferentes mídias. Durante seus estudos, eles terão acesso a diferentes elementos que podem ser utilizados para apresentar informações, conhecendo suas características e peculiaridades, bem como algumas possíveis manipulações que têm o objetivo de enganar o público.

Além disso, com os estudos aqui propostos, eles aprimoram os conhecimentos relacionados à Probabilidade, uma vez que os conceitos de eventos dependente e de eventos independentes, bem como o cálculo de suas probabilidades, são introduzidos.

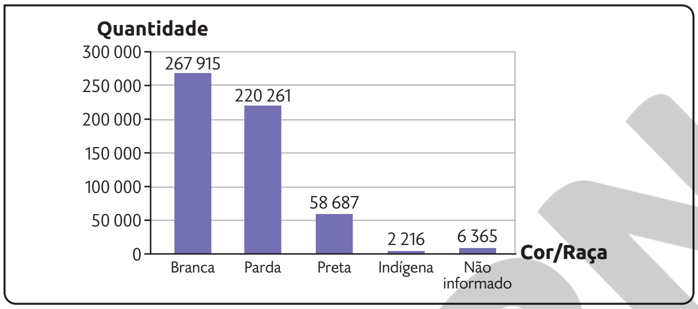
- Antes de iniciar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado aos diferentes tipos de gráficos. Para verificar se compreendem que há um tipo de gráfico mais adequado para cada contexto, instigue-os a apresentar situações em que o gráfico de coluna, de linha ou de setores seja o mais adequado para apresentar os dados. Permita que compartilhem suas conclusões com a turma, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio referente ao assunto e tornar o estudo mais significativo.

Gráficos

Os gráficos estão presentes em diversos meios de comunicação, como revistas, *sites* e jornais. Ao publicar, por exemplo, uma notícia que contenha um gráfico, o autor não escolhe o tipo dele aleatoriamente, pois há um tipo mais adequado para cada situação.

O **gráfico de colunas**, por exemplo, é mais adequado quando o objetivo é o de comparar os dados entre si.

Quantidade de candidatos a cargos políticos em 2022

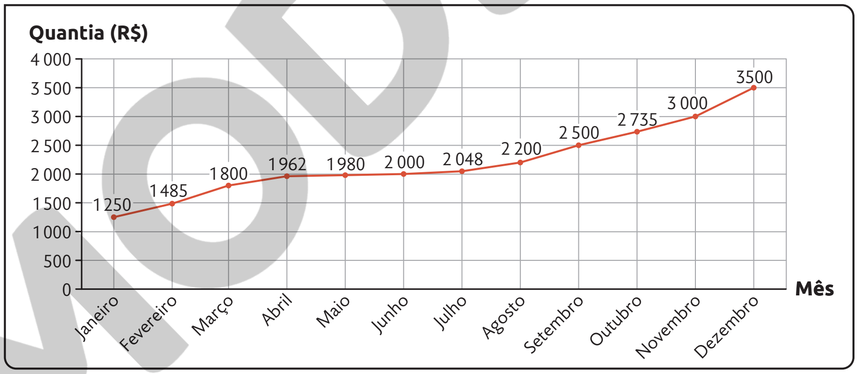


Fonte de pesquisa: ESTATÍSTICAS eleitorais. *TSE*. Disponível em: https://sig.tse.jus.br/ords/dwapr/seai/r/sig-eleicao/home?session=2230723564497. Acesso em: 13 maio 2022.

Analisando o gráfico, podemos concluir que, em 2022, a maioria dos candidatos se autodeclarou da cor branca e a minoria, indígena.

Já o **gráfico de linhas** é mais adequado quando o objetivo é o de representar a evolução dos dados no decorrer de certo período de tempo.

Quantia disponível na conta bancária de Amarildo – 2022



ILUSTRAÇÕES: NICOLAS FURTADO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: extrato da conta bancária de Amarildo.

Analisando o gráfico, podemos concluir que a quantia disponível na conta de Amarildo aumentou ao longo do ano de 2022.

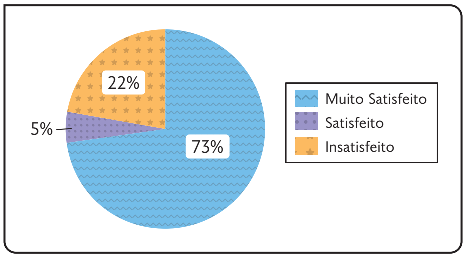
132

- Os conteúdos e as atividades propostos neste tópico têm o propósito de desenvolver aspectos da habilidade **EF09MA22**, uma vez que os estudantes são levados a escolher o tipo de gráfico mais adequado para apresentar um determinado conjunto de dados.
- Os dados apresentados no gráfico de linha desta página são fictícios.

O **gráfico de setores**, por sua vez, é mais adequado quando o objetivo é o de comparar os dados com o todo.

Analisando o gráfico, podemos concluir que, do total de consumidores, a maioria está muito satisfeito com o produto **X**.

Satisfação dos consumidores do produto X – 2022



NICOLAS FURTADO/ARQUIVO DA EDITORA

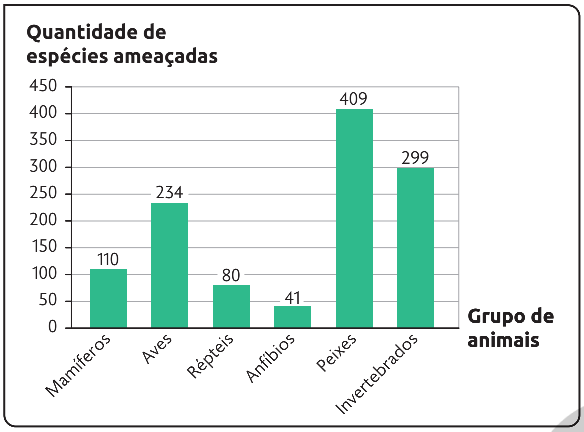
Fonte de pesquisa: fabricante do produto X.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. O gráfico a seguir apresenta a quantidade de espécies ameaçadas de extinção, de acordo com o Ministério do Meio Ambiente.

Animais ameaçados de extinção – 2014



NICOLAS FURTADO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: SUMÁRIO executivo do livro vermelho da fauna brasileira ameaçada de extinção. Brasília, DF: ICMBio, 2016. p. 8. Disponível em: https://www.icmbio.gov.br/ran/images/stories/Noticias/sumario_executivo_livro_vermelho_ed_2016.pdf. Acesso em: 26 maio 2022.

a) Qual dos grupos apresentados tem a maior quantidade de espécies ameaçadas de extinção? E a menor?

b) Em sua opinião, é importante preservar as espécies ameaçadas?

c) Agora, vamos fazer uma pesquisa! Com ela, espera-se que você responda às seguintes questões: quais motivos levam as espécies a serem ameaçadas de extinção? Qual é a importância de preservar essas espécies? Quais atitudes devem ser tomadas para preservar as espécies ameaçadas?

d) Após realizar a pesquisa, você mudou de opinião sobre a importância de preservar os animais ameaçados de extinção?

e) Escolha um animal ameaçado de extinção, **junte-se** a um colega da turma e faça um cartaz ou um vídeo incentivando sua preservação.

1. Respostas: a) Peixes; Anfíbios; b) Resposta pessoal; c) Resposta nas **orientações ao professor**; d) Resposta pessoal; e) Resposta pessoal.

Resposta

1. c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam, após pesquisar, quais animais, dentro dos grupos, estão correndo risco de extinção, e entendam que isso ocorre em razão da destruição dos hábitats naturais, das mudanças climáticas, da poluição e da caça predatória. Além disso, espera-se que reconheçam a importância de preservar os animais em risco pois, assim, o equilíbrio de ecossistemas é mantido. Quanto às atitudes que podem ser tomadas, espera-se que eles compreendam que é possível proteger animais ameaçados respeitando locais de proteção, conscientizando as pessoas sobre a importância da preservação, evitando a poluição e o desmatamento, entre outras ações.

- As informações apresentadas no gráfico de setores desta página são fictícias.
- Na atividade **1**, incentive os estudantes a desenvolver a **leitura inferencial**. Para isso, faça questionamentos relacionados ao tema abordado. Permita que troquem opiniões e exercitem a capacidade de **argumentação**. Se necessário, disponibilize textos sobre o assunto, para que eles possam aprofundar seus conhecimentos e ter mais subsídios para se posicionarem perante os colegas.

Ao trabalhar com o item **c**, se julgar necessário, sugira que os estudantes realizem as pesquisas no *site* do Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis (Ibama). Disponível em: https://www.gov.br/ibama/pt-br. Acesso em: 26 jul. 2022. Nele, é possível obter informações sobre animais ameaçados de extinção, assim como a lista completa com os nomes desses animais. Desse modo, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Educação ambiental**. Aproveite o momento e converse com os estudantes a respeito das *fake news* veiculadas na internet.

Aproveite o fato de que o item **e** é proposto em duplas e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz, abordando, assim, aspectos da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying*** nas orientações gerais deste manual.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Para desenvolver o trabalho com a atividade **1**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Aproveite o contexto abordado na atividade **2** e explore o tema contemporâneo transversal **Educação para o consumo**. Converse com os estudantes sobre a reciclagem de resíduos e proponha uma reflexão acerca de produtos comercializados em embalagens que podem ser recicladas. Para isso, faça a eles algumas perguntas como: “Qual é a importância dessas embalagens para o meio ambiente?”; “Você prefere embalagens que podem ser recicladas ou embalagens que não podem ser recicladas?”. Permita que exponham suas opiniões e, se julgar oportuno, proponha que realizem pesquisas envolvendo essa temática.
- As informações apresentadas na atividade **2** são fictícias.
- Para melhor aproveitamento da atividade **3**, converse com os estudantes sobre investimentos em ações, articulando com o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**. Para isso, faça a eles algumas perguntas como: “Você acha importante poupar dinheiro?”; “É melhor investir o dinheiro ou guardá-lo em casa?”. Essas e outras questões podem enriquecer a conversa.

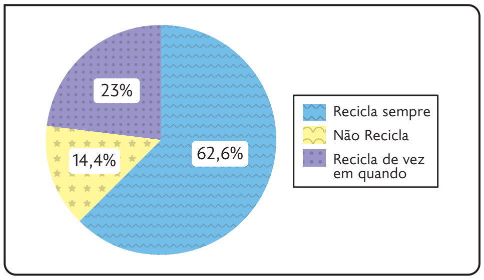
Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **2** e **3**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

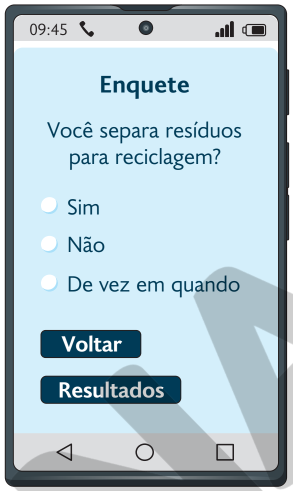
- As informações apresentadas no gráfico da atividade **3** são fictícias.

2. Um *site* que publica informações relacionadas à reciclagem realizou uma enquete com seus leitores. Depois que eles responderam à enquete, o resultado foi organizado em um gráfico de setores.

Porcentagem dos leitores do *site* que reciclam resíduos – novembro de 2023



Fonte de pesquisa: organizadores do *site*.



a) Qual é a porcentagem de entrevistados que reciclam resíduos sempre? E quantos por cento reciclam de vez em quando?

b) Se o *site* recebeu 500 respostas, quantas pessoas:

I. reciclam sempre?

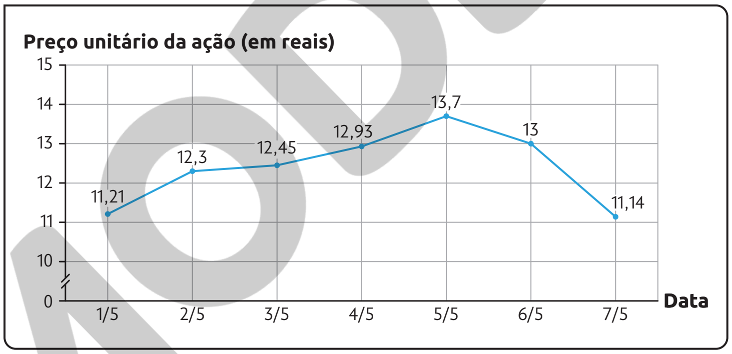
II. não reciclam?

III. reciclam de vez em quando?

2. Respostas:
a) 62,6%; 23%;
b) **I** - 313 pessoas; **II** - 72 pessoas; **III** - 115 pessoas.

3. Armando comprou algumas ações de uma empresa. O gráfico de linhas a seguir apresenta o preço diário de uma dessas ações ao longo de determinada semana.

Preço da ação da empresa A – 1/5/22 a 7/5/22



Fonte de pesquisa: Bolsa de Valores.

Ação: Título que garante partes em uma sociedade aos proprietários ou aos investidores.

a) Em qual desses dias a ação teve o maior preço? E o menor?

b) De 2/5 a 4/5, o preço da ação aumentou ou diminuiu? Em quantos reais?

c) Qual foi a variação de preço da ação entre os dias 4/5 e 7/5?

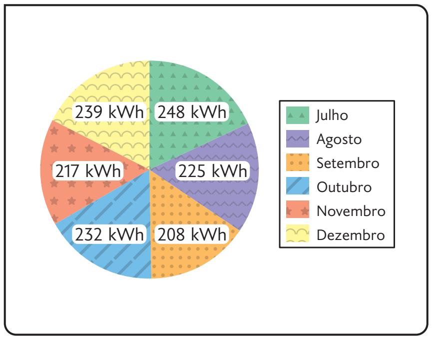
3. Resposta: a) 5/5; 7/5; b) Aumentou; R$ 0,63; c) – R$ 1,79.

134

4. Amanda precisa analisar o consumo de energia elétrica em sua casa nos últimos 6 meses de 2023. Para isso, ela vai utilizar um gráfico.

a) Qual dos gráficos apresentados é o mais adequado para o objetivo de Amanda? Justifique sua resposta.

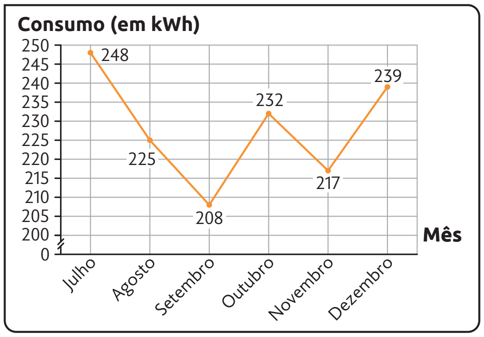
Consumo de energia elétrica na casa de Amanda nos 6 últimos meses de 2023



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: companhia de energia elétrica.

Consumo de energia elétrica na casa de Amanda nos 6 últimos meses de 2023



NICOLAS FURTADO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: companhia de energia elétrica.

b) De acordo com os gráficos do item **a**, responda às questões a seguir.

I. O consumo de energia na casa de Amanda aumentou ou diminuiu de novembro para dezembro de 2023?

II. Em qual desses meses ocorreu o maior consumo de energia elétrica?

4. Resposta: a) Sugestão de resposta: o gráfico de linhas, pois ele apresenta a evolução no consumo no período desejado por Amanda; b) **I**. Aumentou; **II**. Julho.

5. Analise as situações **A**, **B** e **C** apresentadas a seguir.

Situação A

Jairo trabalha em uma empresa de telefonia móvel. Para atender melhor a seus clientes, ele realizou uma pesquisa de satisfação. O quadro a seguir apresenta o resultado da pesquisa.

Nível de satisfação	Muito satisfeito	Satisfeito	Insatisfeito
Quantidade de clientes (%)	30	15	55

Situação B

Ana vende perfumes e registrou, no quadro a seguir, o preço de venda de um de seus produtos durante 4 semanas.

Semana	Preço do produto (R$)
Primeira	125
Segunda	150
Terceira	130
Quarta	150

Situação C

Daniel vende camisetas. Ele registrou a quantidade e o tamanho dos produtos vendidos em 2 dias da semana no quadro ao lado.

Dia	Sexta-feira			Sábado		
Tamanho	P	M	G	P	M	G
Quantidade vendida	15	36	20	21	40	18

Qual é o tipo de gráfico mais adequado para representar cada situação? Justifique sua resposta. 5. Sugestões de resposta: Situação **A**: gráfico de setores, pois permite a comparação dos dados com o todo; Situação **B**: gráfico de linhas, pois possibilita o acompanhamento da evolução do preço do produto; Situação **C**: gráfico de colunas, pois propicia a comparação dos dados entre si.

- Na atividade **4**, verifique se os estudantes compreendem que o gráfico de linhas permite analisar, de maneira mais rápida, a evolução dos dados e que, nesse caso, para o objetivo da personagem, ele é o mais adequado. Caso julgue necessário, retome o trabalho com o tópico **Gráficos**. Além disso, aproveite o contexto trabalhado na atividade para explorar os fatores que influenciam o consumo de energia elétrica, proporcionando uma articulação com o tema contemporâneo transversal **Educação para o consumo**.
- As informações apresentadas nos gráficos da atividade **4** são fictícias.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **4**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **5**, converse com eles sobre possíveis objetivos das personagens das situações. Na situação **A**, por exemplo, uma possibilidade é o desejo da personagem de comparar os dados com o todo. Nesse caso, o gráfico mais adequado é o de setores. Caso surjam outras respostas, aceite-as e peça aos estudantes que as justifiquem. Aproveite esse momento e converse com eles acerca do pluralismo de ideias e da importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema. Incentive-os a expor as próprias opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo. Desse modo, promove-se a **Competência geral 9**.
- As informações apresentadas nos quadros da atividade **5** são fictícias.

- Antes de apresentar o conteúdo desta e da próxima página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à média aritmética, moda, mediana e amplitude. Permita que manifestem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Na questão **1**, verifique se os estudantes compreenderam que, para calcular a média aritmética, é necessário adicionar as medidas de massa dos jogadores do time **B** e dividir a soma pelo total de jogadores. Se julgar conveniente, recomende que os estudantes utilizem uma calculadora ou o aplicativo Calculadora do *smartphone* para efetuar os cálculos.

Medidas de tendência central

No dia a dia, muitas vezes, encontramos informações que apresentam o conceito de **média aritmética**. Analise as situações apresentadas a seguir.

A Estação Meteorológica da cidade em que Afonso mora registrou, em 2022, a média de medida de temperatura de 15,9 °C.

Em 2013, Joana poupou, em média, R$ 250,00 por mês.

O time para o qual Fabiana torce marcou, em média, 3 gols por jogo no último campeonato.

A média aritmética, ou simplesmente **média**, em geral, é utilizada com o objetivo de representar um conjunto de valores.

Para entendermos melhor o conceito de **média**, considere as medidas de massa, em quilogramas, dos jogadores de 2 times de futsal.

Time A

42,8	45,0	49,3	60,3
43,2	45,3	49,3	63,0
43,8	45,8	50,1	
44,3	48,3	52,3	

Time B

42,9	45,1	48,4	60,5
43,1	45,3	49,4	61,4
44,3	46,1	49,4	
44,3	48,3	60,3	

Para calcular a média aritmética (*Ma*) das medidas de massa dos jogadores do time **A**, adicionamos todas as medidas de massa e dividimos a soma pela quantidade de jogadores do time.

$$Ma = \frac{42{,}8 + 43{,}2 + \ldots + 60{,}3 + 63{,}0}{14} = \frac{682{,}8}{14} \simeq 48{,}77$$

Assim, a massa média dos jogadores do time **A** mede, aproximadamente, 48,77 kg.

A **média aritmética** de um conjunto de valores é o quociente entre a soma dos valores e a quantidade de valores do conjunto.

Questão 1. No caderno, calcule quanto mede a massa média dos jogadores do time **B**.
Questão 1. Resposta: 49,2 kg.

Para obter a moda (*Mo*) de cada um desses conjuntos de valores, basta determinarmos os valores que ocorrem com maior frequência. Nesse caso, a moda das medidas de massa dos jogadores do time **A** é 49,3 kg e do time **B**, 44,3 kg e 49,4 kg.

Atenção!
Note que o conjunto de valores referente à medida de massa dos jogadores do time **B** tem duas modas.

A **moda** de um conjunto de valores é o valor que ocorre com maior frequência. Existem conjuntos com mais de uma moda ou nenhuma moda.

Para determinar a **mediana** (*Md*) de um conjunto de valores, devemos organizar os valores dele em ordem crescente ou decrescente (rol) e determinar o valor que ocupa a posição central. Vamos calcular, por exemplo, a mediana das medidas de massa dos jogadores do time **A**. Como a quantidade de valores do conjunto é um número **par**, calculamos a média aritmética dos dois valores centrais, ou seja:

$$Md = \frac{45{,}8 + 48{,}3}{2} = \frac{94{,}1}{2} = 47{,}05$$

Portanto, a mediana é 47,05 kg.

Atenção!

Assim como a média aritmética, a moda e a mediana também são utilizadas para representar um conjunto de valores.

A **mediana** de um conjunto de valores, organizados em ordem crescente ou decrescente, é o valor que ocupa a posição central.

- Para obter a posição da mediana em um conjunto com n valores, em que n é **ímpar**, efetuamos $\frac{n+1}{2}$.
  A mediana é o valor que ocupa essa posição.
- Para obter a mediana em um conjunto com quantidade **par** de valores, calculamos a média aritmética dos dois valores centrais.

Questão 2. Qual é a mediana das medidas de massa dos jogadores do time B?
Questão 2. Resposta: 47,2 kg.

Medidas de dispersão: amplitude

A **amplitude** de um conjunto possibilita analisar a dispersão dos valores do conjunto em torno de um valor central (média, moda e mediana). Para determinar a amplitude de um conjunto de valores, calculamos a diferença entre o maior e o menor valor do conjunto.

Vamos calcular, por exemplo, a amplitude dos conjuntos de valores referentes às medidas de massa dos jogadores dos times **A** e **B** apresentados na página anterior.

- Time **A**: 63,0 − 42,8 = 20,2
- Time **B**: 61,4 − 42,9 = 18,5

Como a amplitude das medidas de massa do time **B** é menor do que a do time **A**, concluímos que as medidas de massa dos jogadores do time **B** apresentam menor dispersão, ou seja, estão mais próximas entre si e das medidas de tendência central do que as medidas de massa dos jogadores do time **A**.

- Ao trabalhar com a questão **2**, verifique se os estudantes percebem que os dados referentes ao time **B** estão dispostos em ordem crescente. Aproveite o momento e chame a atenção deles para o fato de que isso nem sempre ocorre. Em algumas situações, para calcular a mediana, o primeiro passo é organizar os dados em rol.
- Ao trabalhar com a medida de amplitude de um conjunto, certifique-se de que os estudantes perceberam que, quando maior for essa medida, mais afastados os valores estarão uns dos outros e, consequentemente, das medidas de tendência central.

- Ao trabalhar com a atividade **6**, verifique se os estudantes compreendem a necessidade de realizar as conversões entre unidades de medida de tempo nos itens **b** e **c**. Se necessário, realize os cálculos na lousa com eles.
- Ao trabalhar com a atividade **7**, verifique se os estudantes interpretam corretamente as informações expostas no gráfico. Caso julgue conveniente, dê as explicações necessárias. No item **d**, perceba se eles identificam a necessidade de organizar os valores em rol e se quantificam os elementos desse conjunto de valores corretamente. Caso tenham dúvidas, retome o conceito de mediana.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

6. Na internet, muitos *sites* mostram a quantidade de visitas em suas páginas. Considere um *site* que recebeu 1825145 visitas no período de 2922 dias e calcule a média de visitas:

a) por dia no período. **b)** por mês no período. **c)** por ano no período.

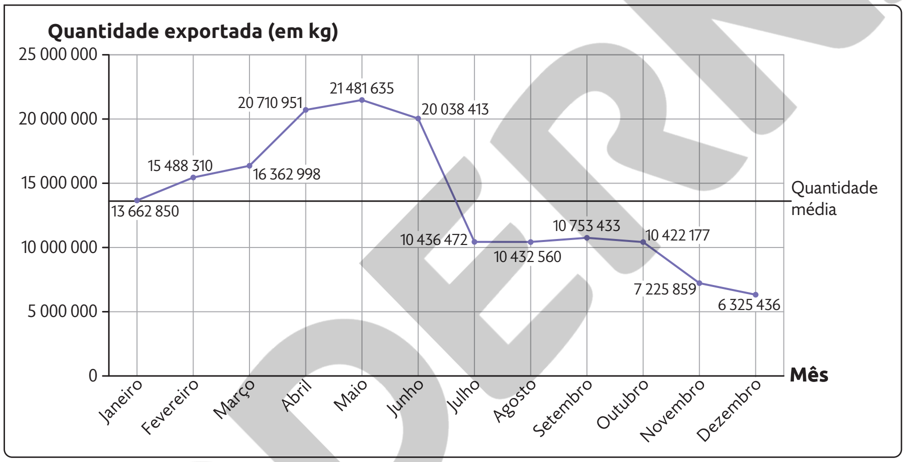
6. Respostas: a) Aproximadamente 625 visitas; b) Aproximadamente 18739 visitas; c) Aproximadamente 227 987 visitas.

Atenção!

Para efetuar os cálculos, considere 1 mês como um período com 30 dias e 1 ano como um período com 365 dias. Depois, arredonde os valores obtidos ao número inteiro mais próximo.

7. No gráfico a seguir, além da quantidade de mel exportada mensalmente, está indicada a quantidade média do produto exportada em 2021.

Exportação de mel no Brasil de janeiro a dezembro de 2021



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: EXPORTAÇÃO e importação geral. *ComexVis*. Disponível em: http://comexstat.mdic.gov.br/pt/geral. Acesso em: 26 maio 2022.

a) Em qual mês foi exportada a maior quantidade de mel? E a menor?

b) No mês de janeiro, a exportação foi maior ou menor do que a de fevereiro? Qual é a diferença, em quilogramas, entre as quantidades exportadas nesses meses?

c) Nesse ano, aproximadamente, quantos quilogramas de mel em média foram exportados no Brasil por mês? Use uma calculadora para realizar o cálculo.

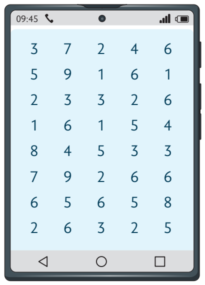
d) Nesse ano, em quais meses a quantidade de mel exportada ficou abaixo da quantidade média exportada?

e) Qual é a mediana dos valores apresentados no gráfico?

f) O que aconteceu com a exportação de mel entre os meses de setembro e dezembro de 2021? E de março a maio?

7. Respostas: a) Maio; Dezembro; b) Menor; 1825460 kg; c) 13611757,83 kg; d) Julho, agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro; e) 12208141,5 kg; f) Diminuiu; Aumentou.

8. Uma pesquisa realizada com moradores de 40 residências de certa avenida revelou a quantidade de pessoas que moram em cada uma delas. O pesquisador anotou os dados conforme a imagem ao lado.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Nessa avenida, há em média quantas pessoas morando em cada residência?

b) Esses valores apresentam uma moda? Caso a resposta seja positiva, escreva em seu caderno esse número e o que ele representa nessa situação.

c) Qual é a mediana desses valores?

9. Os quadros apresentam as notas obtidas pelos estudantes do 9º ano na última prova de **Matemática**. 9. Respostas: a) Aproximadamente 7,1; Aproximadamente 5,6; b) 10; 10; c) O 9º ano **A** apresentou menor dispersão, pois sua amplitude é menor.

- 9º ano **A**

10	9	8	5	4	3	5	9	2
10	5	9	10	5	3	9	10	7
8	3	3	10	10	10	9	8	7

- 9º ano **B**

5	9	10	10	10	10	10	6	3
2	1	4	4	3	1	1	2	3
9	9	10	10	1	5	5	4	3

a) Qual foi a nota média dos estudantes do 9º ano **A**? E do 9º ano **B**?

b) Qual é a moda das notas dos estudantes do 9º ano **A**? E do 9º ano **B**?

c) Qual turma apresentou a menor dispersão entre as notas? Justifique sua resposta.

10. Para determinar a ordem de largada em uma corrida de automóveis, cada competidor deve realizar 4 voltas na pista. Aquele que obtiver a menor média de medida de tempo por volta largará na 1ª posição, o que obtiver a 2ª menor média largará na 2ª posição e assim por diante. A seguir, estão representadas as medidas de tempo dos 5 pilotos que obtiveram as menores médias por volta.

10. b) Resposta: Piloto **A**: 74,75 s; Piloto **B**: 79 s; Piloto **C**: 75,25 s; Piloto **D**: 76,75 s; Piloto **E**: 78,75 s.

Medida do tempo, em segundos, dos 5 pilotos com menores médias

Piloto	Volta			
	1ª	2ª	3ª	4ª
A	65	84	65	85
B	84	79	81	72
C	79	75	75	72
D	70	79	72	86
E	75	76	77	87

Fonte de pesquisa: organização da corrida.

10. d) Resposta: O piloto **C**, pois ele apresentou a menor dispersão.

a) Qual desses pilotos realizou a volta mais rápida? 10. a) Resposta: O piloto **A**.

b) Determine a média de medida de tempo por volta de cada piloto em segundos.

c) Qual piloto largará na 1ª posição? E na 4ª posição? 10. c) Resposta: Piloto **A**; Piloto **E**.

d) Qual dos pilotos apresentou a maior regularidade entre as medidas de tempo de cada volta? Justifique sua resposta.

8. Respostas: a) 4 pessoas; b) Sim. 6 pessoas. Esse número representa a quantidade de pessoas por residência que apresenta maior frequência no conjunto de dados; c) 5 pessoas.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **8**, retome, por meio de exemplos, o trabalho com os conceitos de média, moda e mediana.
- Ao trabalhar com o item **c** da atividade **9**, verifique se os estudantes percebem a necessidade de calcular a amplitude do conjunto de valores. Caso apresentem dificuldades em estabelecer essa relação, retome o trabalho com o tópico **Medidas de dispersão: amplitude**.
- Na atividade **10**, aproveite o contexto e complemente a atividade solicitando aos estudantes que calculem a mediana de cada piloto e a moda do conjunto de valores (de todos os pilotos), para que percebam uma situação multimodal.
- As informações apresentadas na tabela da atividade **10** são fictícias.

- A atividade **11** possibilita o desenvolvimento de aspectos da habilidade **EF09MA22** da BNCC e do tema contemporâneo transversal **Educação em direitos humanos**, uma vez que solicita a escolha e a construção dos gráficos mais adequados para representar determinados conjuntos de dados, além de explorar temas relevantes para a sociedade moderna: os direitos das mulheres e a violência contra a mulher. Após todos concluírem a atividade, peça-lhes que exponham os resultados para a turma.
- Aproveite o fato de a atividade **11** ser proposta em grupos e comente com os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como de não ter preconceitos e compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz, abordando, assim, aspectos da **Competência geral 9** e da **Competência específica de Matemática 8**. Se achar conveniente, converse com eles a respeito do combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying*** nas orientações gerais deste manual.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **11**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

11. Apesar de as mulheres terem conquistado vários direitos que antes lhes eram negados, em muitos países, ainda não há igualdade entre os sexos. No Brasil, por exemplo, a Constituição garante que homens e mulheres são iguais em direitos e obrigações, porém, pesquisas mostram que, em vários tipos de atividade, a renda das mulheres brasileiras ainda é menor do que a dos homens no exercício de uma mesma função.

Outro problema que assombra a sociedade brasileira é a violência contra a mulher, sobretudo a doméstica e familiar.

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: SUPREMO TRIBUNAL DA JUSTIÇA. *Twitter*: @STJnoticias, Brasília, 24 jun. 2020. Disponível em: https://twitter.com/stjnoticias/status/1275745398330703872?lang=zh-Hant. Acesso em: 29 jun. 2022.

Distribuição das pessoas que foram vítimas de agressão física em 2019, de acordo com o local da agressão (em %)

Local da agressão	Sexo	
	Homens	Mulheres
Própria residência	14,5	39,5
Via pública ou outro local público	19,3	9,7
Outros	11,9	5,1

Fonte de pesquisa: TABELA 8066 - Pessoas de 18 anos ou mais de idade que sofreram violência física nos últimos 12 meses, por sexo e local da única ocorrência ou a mais grave. *IBGE*. Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/tabela/8066. Acesso em: 26 maio 2022.

a) De acordo com a tabela apresentada, responda às questões a seguir.

I. Qual é a moda dessa pesquisa para as mulheres?

II. Qual é a moda dessa pesquisa para os homens?

III. Converse com sua família sobre maneiras de combater a violência contra a mulher dentro e fora de casa. Compartilhe suas ideias com a turma e com o professor e anote em seu caderno as conclusões a que chegarem.

b) Reúnam-se em pequenos grupos e resolvam juntos os itens a seguir.

I. Calcule a porcentagem de meninos e de meninas da sua turma em relação ao total de estudantes. Em seguida, organize essas informações em um gráfico, aquele que melhor representar as informações obtidas.

II. Façam um levantamento de qual profissão cada menino e cada menina da turma pretende exercer no futuro. Em seu caderno, construam um gráfico para representar esses dados, separando-os por sexo. Nesse item, utilize o gráfico que julgar ser o mais adequado.

11. Respostas: a) **I** - Própria residência; **II** - Via pública ou outro local público; **III** - Resposta pessoal; b) **I** - Resposta pessoal. **II** - Resposta pessoal.

Atividade a mais

As medidas, em metro, da altura dos funcionários de uma empresa estão indicadas a seguir.

1,75	1,65	1,68	1,83	1,71	1,65	1,77	1,74	1,63	1,63
1,69	1,63	1,79	1,73	1,82	1,71	1,68	1,68	1,68	1,75

Qual é a medida da altura média, em metros, dos funcionários dessa empresa?

Resolução e comentários

Para obter a medida da altura média, adicionamos as medidas das alturas e dividimos pelo total de funcionários, ou seja:

$$\frac{34,2}{20} = 1,71$$

Portanto, a altura média mede 1,71 m.

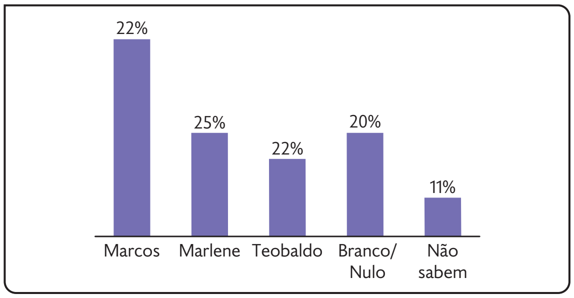
Analisando tabelas e gráficos

As **tabelas** e os **gráficos** são utilizados para organizar e apresentar informações. Portanto, é muito importante saber analisá-los, pois podemos nos deparar com tabelas ou gráficos manipulados.

Muitas vezes, essas manipulações têm o objetivo de enganar o público, levando-os a interpretar as informações apresentadas de maneira errônea. Nesse tópico, verificaremos algumas possíveis manipulações, por meio da análise de algumas situações fictícias.

- Exemplo **1**. O gráfico a seguir foi divulgado em uma rede social do candidato a prefeito Marcos.

Intenção de voto para prefeito da cidade – 2024

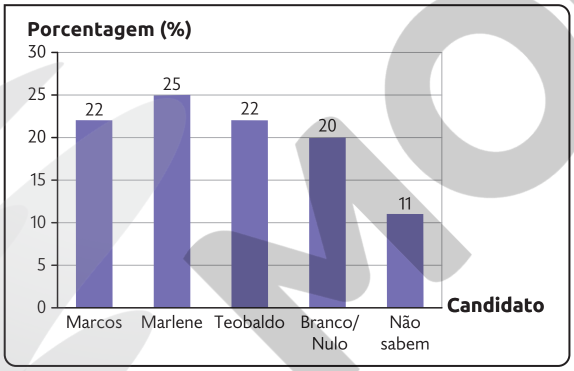


Fonte de pesquisa: instituto de pesquisa da cidade.

Ao analisarmos o gráfico publicado, percebemos que ele não apresenta escala, a medida da altura de algumas barras não está proporcional à porcentagem correspondente e, além disso, a barra correspondente ao candidato Marcos está muito mais alta do que as demais. Essa manipulação tem o objetivo de levar o eleitor a acreditar que ele tem mais intenções de votos do que os outros, o que não é verdade.

A seguir, apresentamos o gráfico correto, ou seja, sem manipulações.

Intenção de voto para prefeito da cidade – 2024



Fonte de pesquisa: instituto de pesquisa da cidade.

ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

- O conteúdo e as atividades deste tópico têm por objetivo permitir que os estudantes analisem e identifiquem, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir a erros de leitura, conforme orienta a habilidade **EF09MA21** da BNCC.
- As informações apresentadas nos gráficos desta página são fictícias.
- Para desenvolver o trabalho com esta página e com a seguinte, questione os estudantes sobre quais aspectos das tabelas e dos gráficos são indispensáveis, a fim de que não haja manipulação e interpretação errôneas. Permita que exponham suas opiniões e, em seguida, apresente as explicações do livro. Com eles, compare os dois gráficos de cada exemplo, destacando as semelhanças e as diferenças presentes.

Algo a mais

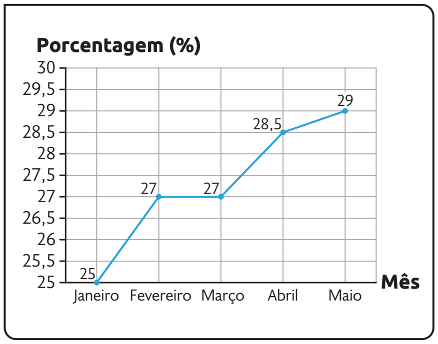
CAVALCANTI, M. R. G.; NATRIELLI, K. R.; GUIMARÃES, G. L. Gráficos na mídia impressa. *Bolema*, Rio Claro, v. 23, n. 36, p. 733-751, ago. 2010. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4038/3275. Acesso em: 26 jul. 2022.

Nesse artigo, são abordados diferentes aspectos sobre análise de gráficos, como o caso em que há ausência de escala nos eixos, mostrando que isso, geralmente, está diretamente vinculado à intenção de quem estrutura o texto, a fim de mascarar ou omitir determinados aspectos da notícia.

- As informações apresentadas nos gráficos desta página são fictícias.
- Ao trabalhar com a questão **3**, incentive os estudantes a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo, conforme solicita a **Competência geral 9**. Aproveite o momento e converse com eles sobre o pluralismo de ideias e a importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema.
- Ao trabalhar com os conteúdos e as atividades propostas neste tópico, converse com os estudantes sobre *fake news*. Para isso, faça a eles algumas perguntas como: "O que são *fake news*?"; "Como identificar *fake news*?"; "Quais são as características de uma *fake news*?"; "Como desmentir uma *fake news*?"; "Qual é o impacto de uma *fake news*?". Esses e outros questionamentos podem nortear um bate-papo relacionado ao tema. Nesse momento, é importante que os estudantes compreendam que, ao ter acesso a informações, é necessário consultar a fonte, o meio em que está publicada e quem a escreveu ou compartilhou; conversar com outras pessoas e profissionais que entendam do assunto; verificar se as notícias são atuais; procurar outras fontes; e analisar se as informações conferem.

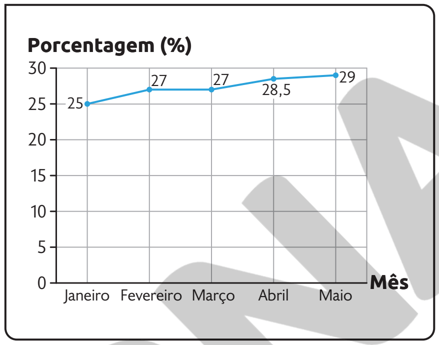
- Exemplo **2**. O gráfico da esquerda foi publicado na rede social de um candidato à presidência de um país. Já o gráfico da direita foi publicado no portal do instituto de pesquisa do país.

Intenção de voto no candidato Alceu nas eleições presidenciais – 2027



Fonte de pesquisa: instituto de pesquisa do país.

Intenção de voto no candidato Alceu nas eleições presidenciais – 2027



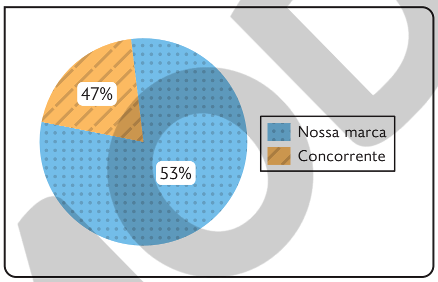
Fonte de pesquisa: instituto de pesquisa do país.

Ao analisar o gráfico da esquerda, percebemos que a escala se inicia em 25% e aumenta proporcionalmente a cada 0,5%. Nesse caso, o gráfico sugere que a intenção de voto no candidato Alceu aumentou rapidamente no período apresentado, o que não é demonstrado no gráfico da direita, em que a proporção de aumento é de 5%.

- Exemplo **3**. O gráfico da esquerda foi publicado no *blog* da marca **A**. Já o da direita foi publicado no portal do instituto de pesquisa do consumidor.

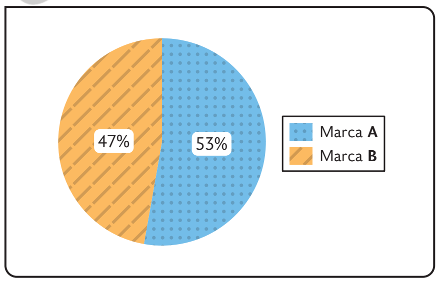
ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Marca preferida pelos consumidores – março de 2023



Fonte de pesquisa: instituto de pesquisa do consumidor.

Marca preferida pelos consumidores – março de 2023



Fonte de pesquisa: instituto de pesquisa do consumidor.

Ao analisar o gráfico da esquerda, percebemos que os setores não estão proporcionais às porcentagens correspondentes.

Questão 3. Em sua opinião, qual foi a intenção da marca ao publicar esse gráfico em seu *blog*?

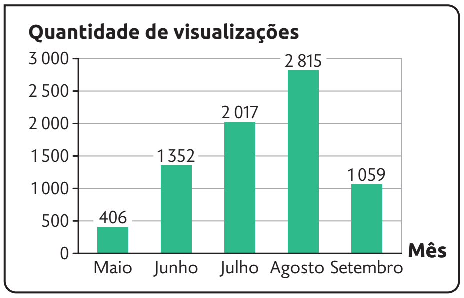
Questão 3. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que a intenção do gráfico é fazer parecer que a marca que publicou o gráfico é muito mais popular entre os consumidores.

Atividades

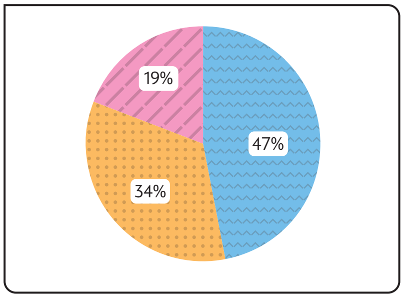
Faça as atividades no caderno.

12. Quando há elementos faltantes em gráficos ou tabelas, a interpretação dos dados fica comprometida. Analise os gráficos e as tabelas apresentadas a seguir e identifique os elementos faltantes. 12. Resposta: A. Fonte de pesquisa; B. Legenda; C. Ano da pesquisa; D. Fonte de pesquisa; E. Data.

A. **Quantidade de visualizações de um vídeo em 5 meses – 2023**

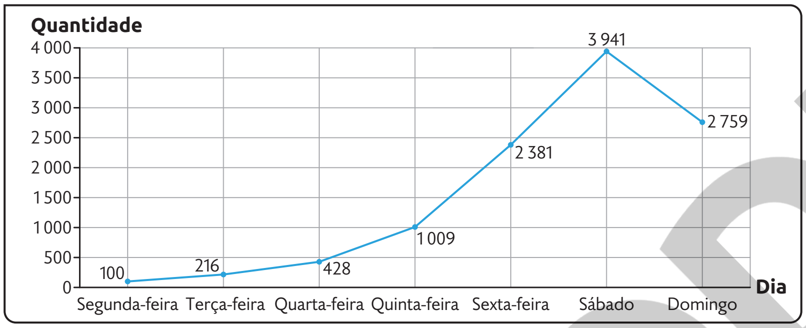


B. **Conteúdo postado por Mariana em suas redes sociais – 2023**



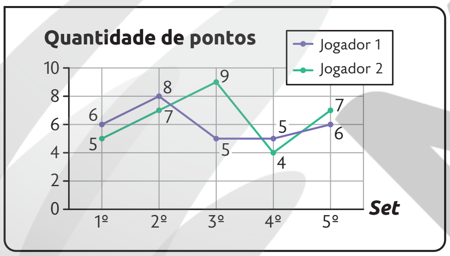
Fonte de pesquisa: assessoria das redes sociais de Mariana.

C. **Quantidade de pessoas de uma cidade que compartilharam *fake news***



Fonte de pesquisa: instituto de pesquisa da cidade.

D. **Quantidade de pontos de dois jogadores em uma partida de voleibol de 5 *sets* – 5 de janeiro de 2024**



E.

Preços dos combustíveis em um posto	
Combustível	**Preço (R$)**
Gasolina comum	4,99
Gasolina aditivada	5,19
Etanol comum	3,99
Diesel	4,02

Fonte de pesquisa: administração do posto de combustível.

ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

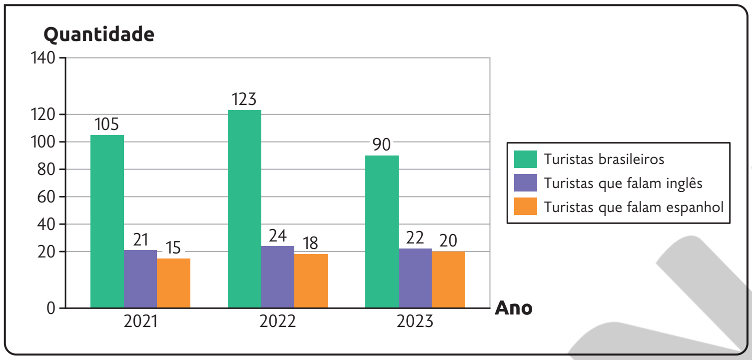
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **12**, resolva-a com eles. Durante a resolução, questione-os sobre a importância do elemento faltante. No gráfico do item **A**, por exemplo, pergunte-lhes qual é a importância da fonte de pesquisa (elemento faltante). Espera-se que eles concluam que, sem esse elemento, não podemos confirmar a veracidade da informação, muito menos quem a publicou. Nesse caso, podemos estar diante de uma *fake news*.
- As informações apresentadas nos gráficos e na tabela da atividade **12** são fictícias.

- Nas atividades **13** e **14**, são apresentados gráficos e tabelas tendenciosos, que podem enganar o público/consumidor. Se julgar necessário, organize-os em grupos para que analisem esses elementos e conversem sobre seus impactos. Durante o desenvolvimento dessas atividades, converse com os estudantes acerca do pluralismo de ideias e da importância de buscar dados científicos para saber mais a respeito de determinado tema. Incentive-os a expor suas opiniões e a respeitar as dos demais, exercitando a empatia e o diálogo, conforme orienta a **Competência geral 9**.
- As informações apresentadas no gráfico da atividade **13** e na tabela da atividade **14** são fictícias.

13. Suponha que uma escola de idiomas tenha divulgado o seguinte gráfico em seu *site*.

13. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico foi manipulado para parecer que a cidade recebe uma quantidade de turistas que falam inglês ou espanhol próxima à quantidade de turistas brasileiros.

Quantidade de turistas brasileiros e turistas que falam apenas inglês ou espanhol que visitaram a cidade nos anos de 2021 a 2023



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: informações do *site* da escola de línguas estrangeiras da cidade.

a) Esse gráfico foi manipulado. Qual alteração foi realizada para manipular a opinião do leitor? 13. a) Resposta: A escala do eixo vertical não está em proporção.

b) Em sua opinião, qual foi a intenção da escola de idiomas ao publicar esse gráfico em seu *site*?

14. O proprietário da loja Precinho Bom divulgou a tabela a seguir sobre a preferência de algumas pessoas entre a sua loja e de seus concorrentes.

Preferência dos clientes entre as lojas em 2023

Loja	Percentual das pessoas que preferem		
	comprar celulares	comprar eletrodomésticos	comprar móveis
Precinho Bom	65	48	53
Concorrente A	15	18	22
Concorrente B	20	34	25

14. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes cheguem à conclusão de que a fonte de pesquisa é importante na análise dos resultados expostos na tabela.

a) O proprietário da loja não divulgou a fonte de pesquisa da tabela. Converse com seus colegas e escreva em seu caderno se a falta desse elemento pode ser uma maneira de manipular a tabela.

b) Em sua opinião, por que o proprietário da loja não divulgou a fonte de pesquisa?
14. b) Resposta pessoal.

c) O proprietário da loja coletou as informações expostas na tabela em um grupo dos seus familiares em um aplicativo de mensagens instantâneas. Sabendo disso, a interpretação de quem lê a tabela pode mudar? Converse com seus colegas e seu professor.
14. c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes concluam que as respostas foram dadas por pessoas que podem ser parciais e, nesse caso, seria necessário coletar informações com um grupo mais diverso.

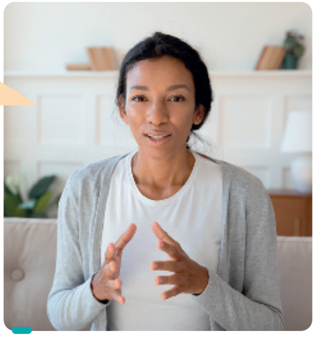
Pesquisas amostrais

Ao realizar uma pesquisa, nem sempre é possível entrevistar todas as pessoas que se pretende estudar (**população**). Nesses casos, realiza-se uma **pesquisa amostral**, na qual recorre-se a uma amostra.

Atenção!

As pesquisas em que todos os elementos da população são entrevistados são chamadas de **pesquisas censitárias**.

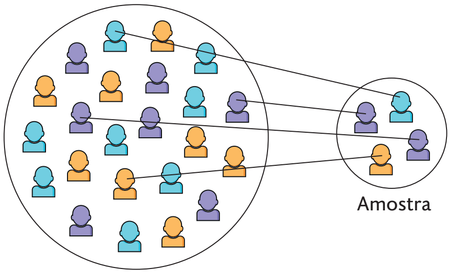
Uma amostra deve ser representativa e imparcial, ou seja, deve conter em proporção todas as características qualitativas e quantitativas da população e todos os elementos devem ter a mesma oportunidade de compor a amostra.



FIZKES/SHUTTERSTOCK

Mulher falando.

TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA



Amostra: parte representativa da população em dimensões reduzidas, porém, com as mesmas características.

Acompanhe o exemplo a seguir.

A direção de uma empresa realizou uma pesquisa com 15 de seus 100 funcionários, a fim de determinar se eles gostavam do cardápio proposto no almoço.

Nessa pesquisa, os 15 funcionários entrevistados foram escolhidos aleatoriamente. Esse método utilizado é conhecido como **amostragem probabilística** (**aleatória**). Nele, todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de serem incluídos na amostra.

Porém, outros métodos de amostragem poderiam ser utilizados nessa pesquisa, como a **amostragem sistemática**. Nesse tipo, a população deve ser ordenada para que os elementos sejam identificados pela posição, e a escolha dos elementos é feita de acordo com um critério ou fator de repetição. Para determinarmos as posições dos elementos da amostra, podemos realizar os passos apresentados a seguir.

1º Calculamos a razão entre o número de elementos da população (N) e o número de elementos da amostra (n). Nessa etapa, consideramos apenas a parte inteira (R) da razão.

2º Sorteamos um número (S) de 1 a R.

3º A amostra será dada pelos elementos que ocupam as seguintes posições:

$$S, S + R, S + 2R, S + 3R, \ldots$$

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à realização de pesquisas amostrais e censitárias. Instigue-os a citar contextos em que seja viável uma pesquisa censitária e em quais devem ser por amostra. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo. Em seguida, explore o conteúdo desta página e converse com eles acerca da seriedade de uma pesquisa. Explique-lhes que a amostra precisa ser representativa, imparcial e permitir generalização, para fins de projeções futuras. Reproduza na lousa, com a participação dos estudantes, o exemplo da amostragem sistemática apresentado nesta página e na próxima, para que possam compreender o processo de planejar e executar pesquisas amostrais, auxiliando-os no desenvolvimento da habilidade **EF09MA23** da BNCC.

• Na atividade **15**, caso os estudantes tenham dúvidas, retome com eles os conceitos de pesquisa amostral e de pesquisa censitária. Se julgar conveniente, peça a eles que indiquem situações em que podem ser feitas pesquisas utilizando cada um dos conceitos.

• Após a atividade **15**, avalie a possibilidade de iniciar a seção **Projeto em ação**, na página **279**, caso não tenha optado por apresentá-la aos estudantes anteriormente.

• A atividade **16** requer dos estudantes a compreensão dos tipos de amostra: probabilística e sistemática. Peça-lhes que deem opiniões e justificativas sobre suas escolhas. Anote alguns argumentos na lousa e realize um debate abordando a importância de todos os elementos de uma população terem a mesma oportunidade de compor a amostra.

• A atividade **17** tem como objetivo levar os estudantes a perceber que, ao compor uma amostra por meio de sorteios, recorre-se ao método de amostragem probabilística. Caso eles tenham dúvidas, compare os dois tipos de amostragem (sistemática e probabilística), utilizando a população desta atividade.

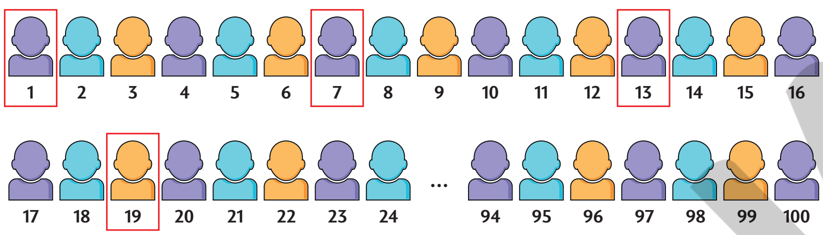
• Na atividade **18**, os estudantes são desafiados a planejar e executar uma pesquisa amostral envolvendo um tema da realidade social, bem como comunicar os resultados por meio de relatório, contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas, conforme orienta a habilidade **EF09MA23**. Caso os estudantes apresentem dificuldades quanto aos métodos de amostragem, retome o trabalho com o tópico **Pesquisas amostrais**.

Além disso, nesta atividade, desenvolve-se a habilidade **EF09MA22**, uma vez que os estudantes devem escolher e construir o gráfico mais adequado para apresentar um determinado conjunto de valores, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

Imagine que a direção da empresa apresentada anteriormente tenha utilizado a amostragem sistemática. Nesse caso, temos:

- $N = 100$
- $n = 15$
- $\frac{N}{n} = \frac{100}{15} = 6{,}6\ldots$
- $R = 6$

Logo, se o número sorteado for 1, a amostra será composta pelos elementos de posição 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61, 67, 73, 79 e 85.



TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

15. Classifique as pesquisas apresentadas em amostral ou censitária.

a) A fim de avaliar o atendimento, um banco entrevistou 1500 de seus 10000 correntistas.

b) Uma escola pediu a todos os estudantes que respondessem a uma pesquisa sobre o material didático.

c) Uma empresa entrevistou 60 de seus 180 funcionários para conhecer as necessidades de melhorias no refeitório.

15. Resposta: a) Pesquisa amostral; b) Pesquisa censitária; c) Pesquisa amostral.

16. Na empresa em que Amanda trabalha, são produzidos diariamente 1000 lotes com 150 peças cada. Com o objetivo de garantir a qualidade da produção, 500 peças são analisadas todos os dias. Em sua opinião, qual método de amostragem a empresa deveria utilizar na formação da amostra: amostragem probabilística ou amostragem sistemática?

16. Resposta pessoal.

17. Uma revista realizou uma pesquisa com seus assinantes para verificar qual é o gênero de publicação preferido por eles. Para isso, sortearam e entrevistaram 2350 pessoas entre seus 18345 assinantes. Qual método de amostragem essa revista utilizou nessa pesquisa?

17. Resposta: Amostragem probabilística.

18. Realize uma pesquisa amostral envolvendo um tema da realidade social. Para isso, **junte-se** a dois colegas e realize as seguintes etapas: escolha do tema; planejamento; coleta de informações; organização; análise; interpretação; divulgação. 18. Resposta pessoal.

Atenção!

Para divulgação, escreva um relatório que contenha gráficos e tabelas. Na construção deles, utilize planilhas eletrônicas. Além disso, destaque as **medidas de tendência central** e a **amplitude** do conjunto de informações coletadas.

Probabilidade

Ao lançar um dado, é possível prever o resultado? A resposta é não, pois o lançamento de um dado é um exemplo de **experimento aleatório**.

Experimentos aleatórios são aqueles que, mesmo repetidos várias vezes sob as mesmas condições produzem resultados imprevisíveis.

Neste tópico, calcularemos a probabilidade de ocorrência de **eventos independentes** e de **eventos dependentes**. Antes disso, lembre-se de que a probabilidade de um evento X ocorrer é dada por:

$$P(X) = \frac{\text{quantidade de resultados favoráveis ao evento}}{\text{quantidade de resultados possíveis}}$$

Atenção!

Denominamos **evento** qualquer subconjunto do espaço amostral.

Eventos independentes

Dois eventos, A e B, de um mesmo espaço amostral são independentes quando a ocorrência de um não influencia a ocorrência do outro. Nesse caso, a probabilidade de eles ocorrerem simultaneamente é dada por:

$$P(A) \cdot P(B)$$

Acompanhe a situação a seguir.

De uma caixa com 3 fichas iguais, identificadas com as letras **O**, **Z** e **I**, serão retiradas aleatoriamente 2 fichas com reposição, ou seja, após cada ficha ser sorteada, ela é devolvida à caixa. Qual é a probabilidade de obter uma vogal no primeiro sorteio e uma consoante no segundo?

Para solucionar esse problema, consideramos o evento A, "retirar a primeira ficha e a letra ser uma vogal"; o evento B, "retirar a segunda ficha e a letra ser uma consoante"; e, por fim, calculamos $P(A) \cdot P(B)$.

Ao retirar a primeira ficha, temos 2 vogais de um total de 3 letras. Nesse caso, a probabilidade de obter uma vogal na primeira retirada é:

$$P(A) = \frac{2}{3}$$

Ao retirar a segunda ficha, temos 1 consoante de um total de 3 letras (lembre-se: a ficha obtida na primeira retirada foi devolvida). Nesse caso, a probabilidade de obter uma consoante na segunda retirada é:

$$P(B) = \frac{1}{3}$$

- Para que os estudantes assimilem os conceitos de espaço amostral e de experimento aleatório, verifique a possibilidade de lhes propor um jogo. Para isso, forme pequenos grupos e entregue-lhes um dado. Em seguida, peça-lhes que escolham dois números – um correspondente ao primeiro lançamento e outro, ao segundo lançamento – e lançar o dado duas vezes. Ganha aquele que, ao lançar o dado, sortear os números escolhidos. Após 15 minutos de jogo, proponha alguns questionamentos, como: "É possível prever com certeza qual número será obtido ao lançar o dado?"; "O resultado obtido no primeiro lançamento tem influência no resultado obtido no segundo lançamento?". Permita que exponham suas opiniões e, em seguida, apresente-lhes o conteúdo do livro.
- Neste tópico, os estudantes são levados a reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes, bem como a calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos, conforme orienta a habilidade **EF09MA20**.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento dos estudantes sobre probabilidade, escreva a atividade a seguir na lousa. Depois, peça-lhes que a copiem e a resolvam no caderno.

- Jair tem 16 cartões numerados de 1 a 16. Ele retira ao acaso um desses cartões. Qual é a probabilidade de o número do cartão retirado ser múltiplo de 4?

Resolução e comentários

Para resolver esta atividade, é preciso identificar que o espaço amostral desse experimento tem 16 elementos, e que o evento "retirar ao acaso um cartão com um número múltiplos de 4" tem 4 resultados favoráveis, são eles: {4, 8, 12, 16}. Em seguida, basta calcular a probabilidade P de esse evento ocorrer, ou seja:

$$P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Portanto, a probabilidade de retirar ao acaso um número múltiplo de 4 é igual a $\frac{1}{4}$.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Logo:

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

Portanto, a probabilidade de obter uma vogal na primeira retirada e uma consoante na segunda é $\frac{2}{9}$.

Eventos dependentes

Dois eventos, X e Y, de um mesmo espaço amostral são dependentes quando não são independentes. Nesse caso, a probabilidade de que eles ocorram simultaneamente é dada por:

$P(X) \cdot P(Y|X)$, em que $P(Y|X)$ indica a probabilidade de Y, dado que X ocorreu.

Acompanhe a situação a seguir.

De uma caixa com 12 bolinhas iguais, identificadas com os números de 1 a 12, serão retiradas aleatoriamente 2 bolinhas sem reposição, ou seja, após cada bolinha ser sorteada, ela não é devolvida na caixa. Qual é a probabilidade de obter um número par no primeiro sorteio e um número ímpar no segundo?

Para solucionar esse problema, consideramos o evento C, "retirar a primeira bolinha e o número ser par"; o evento V, "retirar a segunda bolinha e o número ser ímpar"; e, por fim, calculamos $P(C) \cdot P(V|C)$.

Ao retirar a primeira bolinha, temos 6 números pares de um total de 12. Nesse caso, a probabilidade de obter um número par na primeira retirada é:

$$P(C) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Ao retirar a segunda bolinha, temos 6 números ímpares de um total de 11 (lembre-se: a bolinha obtida na primeira retirada não foi devolvida). Nesse caso, a probabilidade de obter um número ímpar na segunda retirada é:

$$P(V|C) = \frac{6}{11}$$

Desse modo, segue que:

$$P(C) \cdot P(V|C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} = \frac{3}{11}$$

Portanto, a probabilidade de obter um número par na primeira retirada e um número ímpar na segunda é $\frac{3}{11}$.

Atenção!

Note que a ocorrência do evento C altera a quantidade de bolinhas na caixa e, consequentemente, influencia a ocorrência do evento V. Logo, os eventos C e V são dependentes.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

19. Bruno vai lançar uma moeda duas vezes. 19. Respostas: a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{4}$.

a) Qual é a probabilidade de obter cara no primeiro lançamento?

b) No segundo lançamento, qual será a probabilidade de obter coroa?

c) Qual é a probabilidade de obter cara no primeiro lançamento e coroa no segundo?

20. Em uma urna, foram colocadas as seguintes letras. 20. Resposta: $\frac{1}{60}$.

A	G	O	L	O	v

Ao retirar 3 letras aleatoriamente da urna, sem reposição, qual é a probabilidade de formar a palavra **gol** sorteando as letras nessa ordem?

21. A roleta representada a seguir está dividida em partes iguais.

TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Essa roleta é utilizada em um jogo. Em dado momento, um jogador vai girá-la duas vezes. No primeiro giro, ele precisa obter 5 ou 6 pontos e, no segundo, 1 ou 2 pontos. Qual é a probabilidade de ele sortear os números de que precisa? 21. Resposta: $\frac{1}{8}$.

22. Em uma prova, cada questão tem 5 alternativas, em que apenas 1 é correta. Márcia fez essa prova e, quando faltavam 3 questões, ela percebeu que não daria tempo de resolvê-las e que teria de responder-lhes aleatoriamente, sem ler os enunciados. Qual é a probabilidade de ela responder corretamente a essas questões da prova? 22. Resposta: $\frac{1}{125}$.

23. Os naipes de um baralho são paus, copas, espadas e ouro. Em um jogo de baralho com 52 cartas, há 13 cartas de cada naipe. Amanda vai sortear 4 cartas desse baralho com reposição. Qual é a probabilidade dela sortear 4 cartas do mesmo naipe? 23. Resposta: $\frac{28\,651}{7\,311\,616}$.

24. A escola de Cauê está promovendo um jogo de bingo para arrecadar dinheiro para o laboratório de informática. Em cada rodada são sorteadas bolas numeradas de 1 a 75, sem reposição. Cauê comprou a cartela demonstrada a seguir.

B	I	N	G	O
1	17	32	48	63
2	20	33	50	65
8	21		51	66
10	26	42	56	71
14	28	44	57	74

TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Determine a probabilidade dos 4 primeiros números sorteados estarem na cartela de Cauê. 24. Resposta: $\frac{1771}{202\,575}$.

- Caso os estudantes apresentem dificuldade na atividade **19**, oriente-os a, inicialmente, escrever o espaço amostral desse experimento, que, nesse caso, é: $\{$(Cara, Cara), (Cara, Coroa), (Coroa, Cara), (Coroa, Coroa)$\}$. Aproveite o item **c** para verificar se eles compreendem que, nessa situação, a ocorrência de um evento não influencia a ocorrência do outro. Caso necessário, dê as devidas explicações.
- Ao trabalhar com a atividade **20**, converse com os estudantes sobre estratégias para obter a quantidade de resultados possíveis desse experimento. Se julgar necessário, retome o trabalho com o princípio multiplicativo. Além disso, verifique se eles percebem que estão trabalhando com eventos dependentes.
- Nas atividades **21** e **22**, se julgar necessário, com questionamentos, auxilie os estudantes na interpretação dos contextos e na percepção de que os eventos são independentes.
- Na atividade **23**, assim como na atividade **20**, se necessário, retome o trabalho com o princípio multiplicativo. Esse conceito é de suma importância para o desenvolvimento da atividade. Se necessário, determine com os estudantes a quantidade de elementos do espaço amostral em questão.
- Ao trabalhar com a atividade **24**, organize os estudantes em grupos para que classifiquem os eventos em independentes ou dependentes. Se necessário, faça alguns questionamentos, como: "Após ser sorteado, um número pode ser sorteado novamente?" e "Ao sortear uma bolinha, ela é reposta?". Permita que exponham suas opiniões e tirem as próprias conclusões, intervindo, se necessário.

Metodologias ativas

No fim do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

1. Objetivo

• Avaliar se os estudantes leem e interpretam informações em um gráfico de linhas.

Como proceder

• Analise se os estudantes identificam a legenda do gráfico e extraem a quantidade de pagantes por filme em cada semana. Ao constatar dificuldades, faça alguns questionamentos, como: "Qual é a quantidade de pagantes para o filme **1** na semana **3**?"; "Qual filme teve mais pagantes na semana **2**?".

• As informações apresentadas no gráfico da atividade **1** são fictícias.

2. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam corretamente as medidas de tendência central de um conjunto de dados.

Como proceder

• Em caso de dificuldades nos itens **a** e **b**, oriente os estudantes a organizar os dados apresentados em uma tabela. Contudo, se as dificuldades estiverem relacionadas às medidas de tendência central, escreva na lousa a definição de média aritmética, moda e mediana.

3. Objetivo

• Acompanhar o desempenho dos estudantes em atividades que envolvam cálculos de medidas de tendência central e de dispersão de um conjunto de dados.

Como proceder

• Verifique se os estudantes compreendem que, para analisar a dispersão dos dados, é necessário calcular a amplitude dos conjuntos.

4. Objetivo

• Constatar a aprendizagem dos estudantes em atividades envolvendo o cálculo de probabilidades.

Como proceder

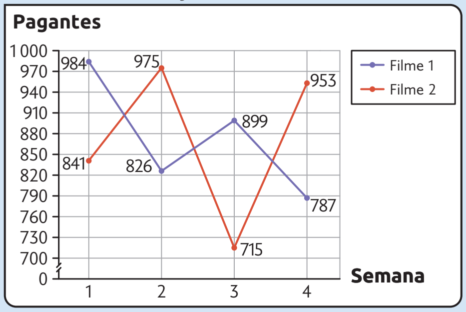
• Confira se os estudantes têm dificuldades para determinar a quantidade de bolinhas de cada cor. Enfatize que a fração $\frac{1}{5}$ indica que, do total de 25 bolinhas, para cada 5, uma é branca. Considerando que já foi retirada uma bolinha branca, a fração $\frac{1}{3}$ indica que, do total de 24 bolinhas, para cada 3, uma é preta. Com essas informações, peça a eles que determinem a quantidade de bolinhas de cada cor. Para responder aos itens **a** e **b**, lembre-os de que não há reposição.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. O dono de um cinema verificou e registrou a quantidade de pagantes durante 4 semanas em dois filmes. Os resultados estão expostos no gráfico a seguir.

Quantidade de pagantes em 4 semanas em dois filmes – julho de 2023



Fonte de pesquisa: administração do cinema.

a) Em qual semana houve mais pagantes? Quantos foram?

b) Qual filme teve mais pagantes?

1. Respostas: a) Semana 1; 1825 pagantes; b) Filme 1.

2. A seguir está apresentada a quantidade de irmãos dos estudantes de uma turma do 9º ano.

2	1	1	0	3	5	1
1	3	3	2	0	0	2
4	1	2	3	1	4	3
2	0	5	2	2	1	1
3	1	2	3	2	2	2

a) Qual é a quantidade de irmãos com maior frequência nessa turma?

b) Quantos estudantes têm menos de 4 irmãos?

c) Calcule a média, a moda e a mediana do conjunto de valores apresentado.

2. Respostas: a) 2; b) 31; c) Moda: 2; Média: 2; Mediana: 2.

3. Respostas: a) Natália: média: aproximadamente 8,34; moda: 8,4; e mediana: 8,25. Bia: média: aproximadamente 7,99; não tem moda; mediana: 7,75; b) Natália.

3. A seguir, estão registradas as notas de Natália e sua irmã Bia nas 8 provas anuais de Matemática.

Notas de Natália

7,8	8,4	8,6	8,4
7,9	9,5	8,1	8,0

Notas de Bia

6,2	7,9	7,4	10,0
8,6	9,2	7,6	7,0

a) Qual é a média, a moda e a mediana das notas de Natália? E de sua irmã?

b) Qual das irmãs apresentou menor dispersão em suas notas de Matemática?

4. Eduardo colocou bolinhas brancas, vermelhas e pretas em uma urna, totalizando 25. Ele vai fazer três sorteios sem reposição. Responda aos itens **a** e **b**, considerando que:

- a probabilidade de tirar uma bolinha branca no 1º sorteio é $\frac{1}{5}$.
- a probabilidade de retirar uma bolinha preta no 2º sorteio, sabendo que no 1º foi retirada uma bolinha branca, é $\frac{1}{3}$.

a) Qual é a probabilidade de retirar uma bolinha vermelha no 3º sorteio, sabendo que no 1º e no 2º foram retiradas uma bolinha branca e uma preta, respectivamente?

b) Ao realizar esses sorteios, qual é a probabilidade de Eduardo obter três bolinhas pretas?

4. Respostas: a) $\frac{12}{23}$; b) $\frac{14}{575}$.

150

UNIDADE

8 Algumas representações no plano cartesiano

BERNI 0004/SHUTTERSTOCK

Aparelho GPS sendo usado em um carro para orientar um trajeto pretendido e calcular a medida da distância dele.

Agora vamos estudar...

- medida da distância entre dois pontos no plano cartesiano;
- ponto médio de um segmento de reta;
- medida do perímetro e da área de figuras planas construídas no plano cartesiano.

- A abertura da unidade apresenta a foto de um aparelho GPS sendo utilizado por um motorista em um carro. A ideia central é abordar o conceito de distância entre pontos. Se achar conveniente, explique aos estudantes que, ao buscar alguma localização, o aparelho GPS troca informações com satélites que orbitam a Terra e, assim, obtém as coordenadas necessárias. Desse modo, permite-se que eles estabeleçam relação com o conteúdo de distância entre dois pontos que, nesta unidade, será abordado no plano cartesiano.

Metodologias ativas

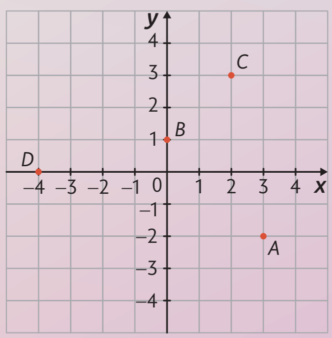
Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, reproduza e distribua uma malha quadriculada e peça a eles que construam nela um plano cartesiano e indiquem os seguintes pontos: $A(3, -2)$, $B(0, 1)$, $C(2, 3)$ e $D(-4, 0)$.

Resolução e comentários

Construindo o plano cartesiano e indicando os pontos A, B, C e D, temos:



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Calcular a medida da distância entre dois pontos no plano cartesiano.
- Calcular a medida de perímetro e de áreas de figuras planas representadas no plano cartesiano.
- Determinar as coordenadas do ponto médio de um segmento de reta.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes construam conhecimentos que serão essenciais no estudo de Geometria Analítica. Nesta unidade, os conteúdos são apresentados de maneira intuitiva. Aproveite para mostrar aos estudantes que muitas questões e problemas em matemática podem ser resolvidos com conhecimentos elementares, e é muito importante que compreendam a lógica envolvida, sem que se preocupem, a princípio, com fórmulas. Esse recurso matemático é usado para desenvolver teorias em muitas áreas das ciências, entre elas a Cartografia, a Astronomia, a Navegação, a Física e as engenharias.

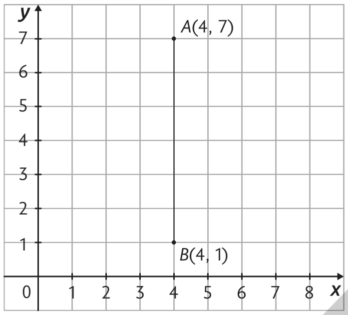
- O trabalho com os conteúdos desta unidade permite o desenvolvimento da habilidade **EF09MA16**, ao levar os estudantes a determinar o ponto médio de um segmento de reta e a medida da distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, bem como a utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e de áreas de figuras planas construídas no plano.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado ao plano cartesiano. Aguarde as explicações deles e permita que conversem entre si com o intuito de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

Medida da distância entre dois pontos no plano cartesiano

Imagine um plano cartesiano construído em uma malha quadriculada na qual estão indicados os pontos A e B, cujas coordenadas são diferentes. Considerando como unidade de medida o comprimento de cada lado dos quadradinhos da malha, traçamos um segmento AB que une os pontos A e B. A medida do comprimento desse segmento é igual à medida da distância entre os pontos A e B.

A seguir, vamos calcular a medida da distância entre dois pontos no plano cartesiano. Para isso, analisaremos inicialmente dois casos.

- Abscissas iguais

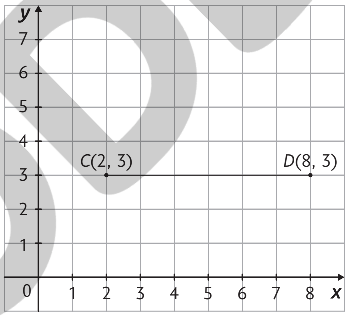


Atenção!

Nos planos cartesianos apresentados, considere como unidade de medida o comprimento de cada lado dos quadradinhos da malha.

Os pontos A e B têm **abscissas iguais**. Nesse caso, a medida da distância entre esses pontos é dada por $AB = |7 - 1| = 6$, ou seja, 6 unidades de comprimento (6 u.c.).

- Ordenadas iguais



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

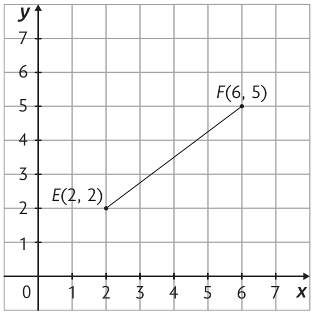
Os pontos C e D têm **ordenadas iguais**. Nesse caso, a medida da distância entre esses pontos é dada por $CD = |8 - 2| = 6$, ou seja, 6 u.c.

E como fazer para determinar a medida da distância entre dois pontos que têm abscissas e ordenadas respectivamente diferentes?

Nesses casos, podemos utilizar o teorema de Pitágoras, assunto que você estudou na unidade **6** deste volume.

Como exemplo, vamos calcular a medida da distância entre os pontos $E(2, 2)$ e $F(6, 5)$ no plano cartesiano. Para isso, vamos construir inicialmente um plano cartesiano na malha quadriculada, indicar esses pontos e traçar o segmento EF, cuja medida do comprimento é igual à medida da distância entre os pontos E e F.

Note que não é possível contar quantas unidades de comprimento há entre E e F, mas podemos determinar quantas unidades têm a projeção de $\overline{EF}$ no eixo x e no eixo y.

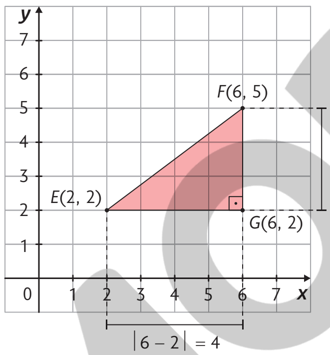


Questão 1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes digam que, nos casos em que as abscissas ou as ordenadas dos pontos são iguais, é possível contar quantas unidades de comprimento há entre os pontos, bastando realizar a projeção nos eixos e efetuar uma subtração. Já no caso em que as abscissas ou as ordenadas dos pontos são respectivamente diferentes, é necessário utilizar o teorema de Pitágoras, pois não é possível contar quantas unidades de comprimento há entre os pontos.

Indicando no plano cartesiano o ponto G, de forma que $\overline{EG}$ seja paralelo ao eixo x e que $\overline{GF}$ seja paralelo ao eixo y, obtemos o triângulo retângulo EFG, cujos catetos medem 4 e 3 unidades de comprimento.

Assim, para determinar a medida da distância entre E e F, calculamos a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo EFG usando o teorema de Pitágoras.

$$(EF)^2 = (EG)^2 + (GF)^2$$
$$(EF)^2 = 4^2 + 3^2$$
$$(EF)^2 = 25$$
$$EF = \sqrt{25}$$
$$EF = 5$$



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, a medida da distância entre os pontos E e F é 5 u.c.

Questão 1. Apresentamos, anteriormente, um caso em que foi necessário utilizar o teorema de Pitágoras para determinar a medida da distância entre dois pontos no plano cartesiano e casos em que o teorema não foi necessário. Explique a um colega por que isso ocorreu.

Complemente a questão **1** apresentando outros cálculos de medida de distância entre pontos que têm abscissas iguais, como $H(1, 5)$ e $I(1, 12)$; entre pontos que têm ordenadas iguais, como $J(2, 7)$ e $K(-2, 7)$; e entre pontos que têm ordenadas e abscissas diferentes, como $L(0, 1)$ e $M(3, 9)$. Propor aos estudantes que expliquem os casos para seus colegas exige que enfrentem situações-problema não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, favorecendo o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 6**.

Atividade a mais

Complemente o trabalho com os conteúdos desta página propondo aos estudantes a atividade a seguir.

- Em uma malha quadriculada, construa um plano cartesiano, marque os pontos $A(6, 1)$ e $B(2, 4)$ e calcule a medida da distância entre eles.

Resolução e comentários

Após representar os pontos A e B no plano cartesiano, os estudantes podem notar que o ponto C, de coordenadas $(2, 1)$, é uma das possibilidades de formar um triângulo retângulo com os outros dois pontos. Assim, utilizando o teorema de Pitágoras, temos:

$$(AB)^2 = (BC)^2 + (CA)^2$$
$$(AB)^2 = 3^2 + 4^2$$
$$(AB)^2 = 9 + 16$$
$$AB = \sqrt{25}$$
$$AB = 5$$

Portanto, a medida da distância entre os pontos A e B é 5 u.c.

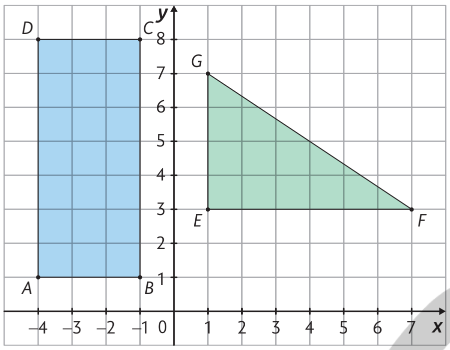
Os estudantes podem usar outros pontos para obter o triângulo retângulo, como o de coordenadas $(6, 4)$.

• Na questão **2**, os estudantes podem obter as medidas do comprimento e da largura do retângulo por meio de contagem. No cálculo da medida da distância entre os pontos, retome com eles adição e subtração com números inteiros, resolvendo alguns exemplos na lousa.

Medida da área e do perímetro de figuras planas construídas no plano cartesiano

De acordo com o que foi estudado até agora, vamos determinar a medida do perímetro e a medida da área de polígonos no plano cartesiano.

A seguir, apresentamos um retângulo e um triângulo retângulo no plano cartesiano.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Note que as coordenadas dos vértices do retângulo são $A(-4, 1)$, $B(-1, 1)$, $C(-1, 8)$ e $A(-4, 8)$ e as coordenadas dos vértices do triângulo são $E(1, 3)$, $F(7, 3)$ e $G(1, 7)$.

Para calcular a medida do perímetro do triângulo, por exemplo, vamos determinar inicialmente a medida do comprimento de todos os lados.

$$EF = |7 - 1| = 6$$

$$EG = |7 - 3| = 4$$

$$(FG)^2 = (EF)^2 + (EG)^2$$
$$(FG)^2 = 6^2 + 4^2$$
$$(FG)^2 = 52$$
$$FG = \sqrt{52}$$
$$FG = 2\sqrt{13}$$

Agora, calculamos a medida do perímetro P.

$$P = 6 + 4 + 2\sqrt{13} = 10 + 2\sqrt{13}$$

Conhecendo a medida do comprimento dos lados EF e EG, podemos calcular a medida da área A do triângulo retângulo da seguinte maneira:

$$A = \frac{EF \cdot EG}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$$

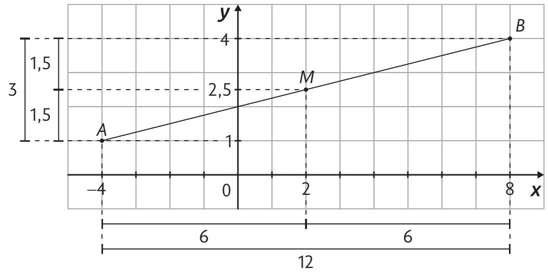
Portanto, a medida do perímetro e a medida da área do triângulo são $\left(10 + 2\sqrt{13}\right)$ u.c. e 12 u.a. (unidades de área), respectivamente.

Questão 2. Utilizando os mesmos procedimentos apresentados, determine em seu caderno a medida da área e a medida do perímetro do retângulo representado no plano cartesiano.
Questão 2. Resposta: 21 unidades de área; 20 unidades de comprimento.

Ponto médio de um segmento de reta

Analise o que Fábio está falando.

No plano cartesiano a seguir, está representado o segmento *AB* e seu ponto médio *M*.



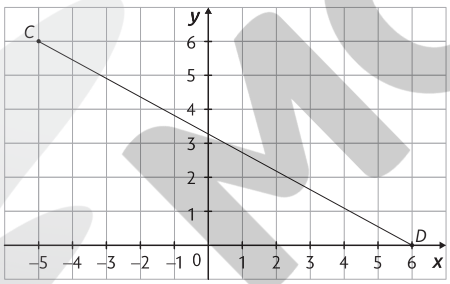
Quais são as coordenadas do ponto médio *M* do segmento *AB*?

Para responder a essa pergunta, vamos considerar as projeções do segmento *AB* nos eixos *x* e *y* e fazer a seguinte análise.

- Em relação ao eixo *x*, o valor 2 divide a projeção de $\overline{AB}$ em dois segmentos congruentes.
- Em relação ao eixo *y*, o valor 2,5 divide a projeção de $\overline{AB}$ em dois segmentos congruentes.

Portanto, as coordenadas do ponto médio do segmento *AB* são *M*(2; 2,5).

Questão 3. No caderno, determine as coordenadas do ponto médio do segmento *CD* indicado no plano cartesiano a seguir. Questão 3. Resposta: (0,5; 3).



- Na questão **3**, os estudantes devem se orientar pelos eixos *x* e *y* para obter as coordenadas do ponto médio. Aproveite a questão escrevendo na lousa, com eles, a expressão que determina o valor numérico da abscissa e da ordenada do ponto médio: $x = \frac{|6 + (-5)|}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ e $y = \frac{|6 + 0|}{2} = \frac{6}{2} = 3$.

- A atividade **1** envolve o reconhecimento das coordenadas de pontos no plano cartesiano e a medida da distância desses pontos até a origem. Para os pontos que não estão sobre o eixo x ou sobre o eixo y, oriente os estudantes a construir triângulos retângulos.
- Tire melhor proveito da atividade **2** pedindo aos estudantes que construam, em um plano cartesiano, outra figura geométrica (como um retângulo, pentágono ou hexágono) e calculem a medida do perímetro dela.
- Na atividade **3**, peça aos estudantes que representem as informações dadas em um plano cartesiano, a fim de auxiliar na resolução da atividade.
- A atividade **4** requer o cálculo de medidas de perímetro e de área de um triângulo e um paralelogramo. Aproveite para relembrar por que a fórmula de cálculo da área do paralelogramo é a mesma da área do retângulo.
- A atividade **5** envolve o cálculo de medida da área de um pentágono irregular, que pode ser decomposto em outras figuras, como: um retângulo e um triângulo. Esta atividade pode colaborar para exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses com base em conhecimentos matemáticos, desenvolvendo aspectos da **Competência geral 2** e da **Competência específica de Matemática 2**.

Metodologias ativas

- Ao trabalhar com a atividade **5** desta página, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***.
- Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**.

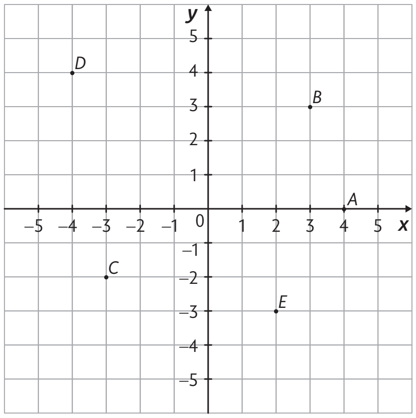
Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Respostas: a) $A(4, 0)$; $B(3, 3)$; $C(-3, -2)$; $D(-4, 4)$; $E(2, -3)$;
b) A: 4 u.c.; B: $3\sqrt{2}$ u.c.; C: $\sqrt{13}$ u.c.; D: $4\sqrt{2}$ u.c.;
E: $\sqrt{13}$ u.c.

1. No plano cartesiano a seguir, foram dispostos alguns pontos.

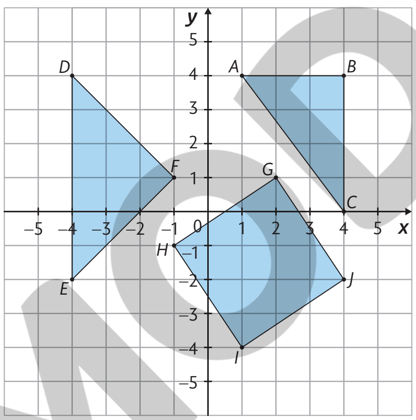


GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Determine as coordenadas desses pontos.

b) Calcule a medida da distância entre a origem e cada um desses pontos.

2. Calcule a medida do perímetro de cada polígono a seguir.

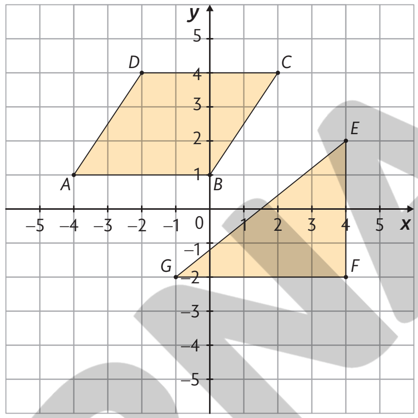


GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

3. Sabendo que $(2, 2)$ são as coordenadas do ponto médio de $\overline{AB}$ e $B(6, 5)$, determine a medida do comprimento do segmento AB. 3. Resposta: 10 u.c.

2. Resposta: $P_{ABC} = 12$ u.c.; $P_{DEF} = \left(6 + 6\sqrt{2}\right)$ u.c.;
$P_{GHIJ} = 4\sqrt{13}$ u.c.

4. A seguir, estão representados dois polígonos no plano cartesiano.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

4. a) Resposta: $P_{ABCD} = \left(8 + 2\sqrt{13}\right)$ u.c.;
$P_{EFG} = \left(9 + \sqrt{41}\right)$ u.c.

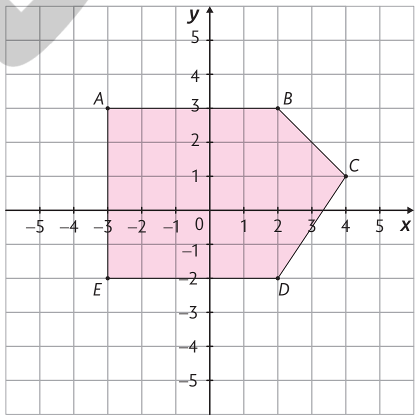
Calcule:

a) a medida do perímetro de cada polígono.

b) a medida da área de cada polígono.

4. b) Resposta: $A_{ABCD} = 12$ u.a.; $A_{EFG} = 10$ u.a.

5. Analise o polígono a seguir.



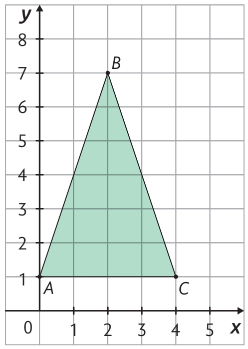
GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, pense em uma estratégia para calcular a medida da área desse polígono e calcule essa medida.

5. Resposta: $A = 30$ u.a.

6. Respostas: a) Sim; b) $D(3, 4)$; $E(2, 1)$; $F(1, 4)$; c) Sim; d) $A_{ABC} = 12$ u.a.; $A_{DEF} = 3$ u.a.; $P_{ABC} = \left(4 + 4\sqrt{10}\right)$ u.c.; $P_{DEF} = \left(2 + 2\sqrt{10}\right)$ u.c.

6. Considere o triângulo ABC ao lado.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

a) O triângulo ABC é isósceles?

b) Determine as coordenadas dos pontos D, E e F sabendo que:

- D é o ponto médio do lado $\overline{BC}$.
- E é o ponto médio do lado $\overline{AC}$.
- F é o ponto médio do lado $\overline{AB}$.

c) O triângulo DEF é isósceles?

d) Calcule a medida da área e do perímetro dos triângulos ABC e DEF.

7. Os pontos $A(-1, -2)$, $B(-3, 2)$ e $C(1, 4)$ são vértices de um triângulo em um plano cartesiano. Sabendo que esse triângulo é retângulo em B, responda às questões.

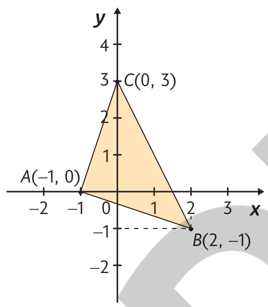
a) Esse triângulo é isósceles? 7. Respostas: a) Sim; b) $P_{ABC} = \left(4\sqrt{5} + 2\sqrt{10}\right)$ u.c.; $A_{ABC} = 10$ u.a.

b) Calcule as medidas do perímetro e da área desse triângulo.

8. Se $\overline{AM}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{BC}$, calcule a medida do comprimento de $\overline{AM}$.

Atenção!

Lembre-se de que a mediana é o segmento de reta em que uma das extremidades é um vértice do triângulo e a outra é o ponto médio do lado oposto a esse vértice. Sendo assim, para resolver esse problema, é necessário determinar inicialmente as coordenadas do ponto médio M do lado $\overline{BC}$ e, depois, calcular a medida da distância entre o vértice A do triângulo e o ponto médio do lado $\overline{BC}$ obtido.

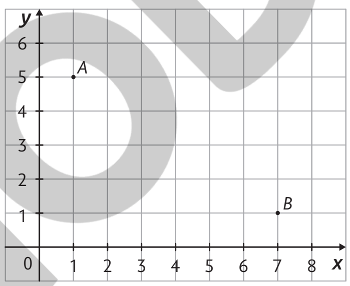


GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

8. Resposta: $\sqrt{5}$ u.c.

9. As localizações das casas de Alice e Bianca foram representadas pelos pontos A e B, respectivamente, no plano cartesiano ao lado.

Se a escola em que elas estudam fica no ponto médio entre suas casas, calcule as coordenadas do ponto que representa a localização da escola nesse plano cartesiano. 9. Resposta: $(4, 3)$



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

10. Construa um plano cartesiano em uma malha quadriculada e **elabore** o enunciado de um problema que envolva o ponto médio de um segmento. Depois, troque com um colega para que ele o resolva. Por último, juntos, verifiquem se as respostas dos problemas estão corretas. 10. Resposta pessoal.

- As atividades **6** e **9** propõe obter as coordenadas do ponto médio de um segmento. Incentive os estudantes a explicar oralmente os procedimentos utilizados e a argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, favorecendo o desenvolvimento da **Competência geral 7**.
- Na atividade **7**, aproveite para explorar a classificação dos triângulos quanto à medida de comprimento de seus lados.
- A atividade **8** retoma com os estudantes o conceito de mediana. Se achar necessário, mostre alguns exemplos na lousa para que eles possam sanar as dúvidas que tiverem.
- A atividade **10** oportuniza que os estudantes exercitem a criatividade na elaboração de um problema envolvendo ponto médio. Essa dinâmica permite exercitar a empatia, o diálogo e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro, com acolhimento e valorização de seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza, abordando aspectos da **Competência geral 9**.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Algo a mais

Se possível, ouça o *podcast* a seguir, que apresenta um breve histórico sobre a Geometria analítica, discorrendo sobre elementos do plano cartesiano. Disponível em: https://podcasts.google.com/feed/aHR0cHM6Ly9hbmNob3IuZm0vcy8yYzMzNDNkMC9wb2RjYXN0L3Jzcw/episode/YWYwMjE3YzktODk0MC00Y2FkLWFiODItN2FkZDQ0YTgwYmI3. Acesso em: 2 ago. 2022.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam a medida da distância entre dois pontos representados no plano cartesiano.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, sugira, no item **a**, que indiquem um ponto D, de modo que $\overline{AD}$ seja paralelo ao eixo y e $\overline{DB}$ seja paralelo ao eixo x. Em seguida, peça a eles que determinem o triângulo DBA e indiquem as medidas dos comprimentos dos seus lados. A medida da distância procurada corresponde à medida do comprimento da hipotenusa desse triângulo. Para responder ao item **b**, peça a eles que repitam esse procedimento considerando os pontos A e C.

2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes obtêm as coordenadas do ponto médio de um segmento de reta.

Como proceder

- A fim de sanar possíveis dúvidas, organize-os em duplas para que compartilhem as estratégias utilizadas. Além disso, analise se eles fazem a projeção do segmento HG no eixo y para obter a sua medida de comprimento.

3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam a medida da área de uma figura representada no plano cartesiano.

Como proceder

- Analise se os estudantes identificam os pontos que determinam as diagonais do paralelogramo. Para calcular a medida da área no item **b**, oriente-os a determinar a medida do comprimento da base e a medida do comprimento da altura.

4 e 5. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam a medida da distância entre dois pontos e se determinam as coordenadas do ponto médio de segmentos de reta.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, desenhe na lousa um plano cartesiano e, com a ajuda dos estudantes, utilize-o para representar os pontos A, B, C e D.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

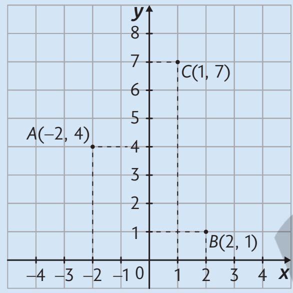
1. Alguns pontos foram marcados no plano cartesiano ao lado.

Calcule a medida da distância entre:

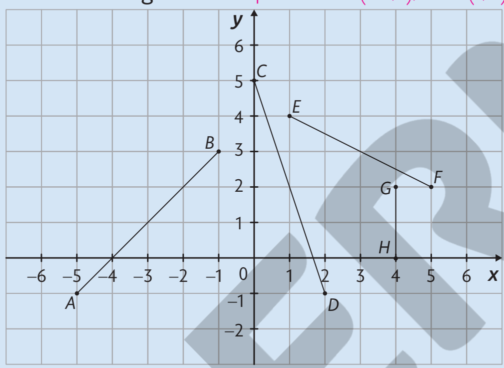
a) os pontos A e B.

b) os pontos A e C.

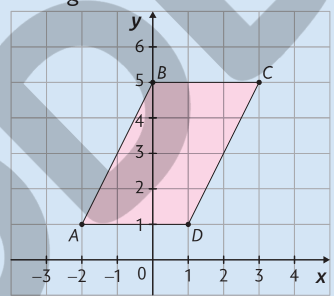
1. Respostas: a) 5 u.c.; b) $3\sqrt{2}$ u.c.



2. Determine as coordenadas do ponto médio de cada segmento de reta representado no plano cartesiano a seguir. 2. Resposta: $\overline{AB}$: (−3, 1); $\overline{CD}$: (1, 2); $\overline{EF}$: (3, 3); $\overline{GH}$: (4, 1).



3. Analise o paralelogramo a seguir.



a) Calcule a medida do comprimento das diagonais desse paralelogramo.

b) Calcule a medida da área desse paralelogramo.

3. Respostas: a) $\overline{AC}$: $\sqrt{41}$ u.c.; $\overline{BD}$: $\sqrt{17}$ u.c.; b) 12 u.a.

4. Determine a medida da distância do ponto $A(3, 3)$ até o ponto:

a) $B(0, 0)$. **b)** $C(0, -1)$. **c)** $D(0, 3)$.

4. Respostas: a) $3\sqrt{2}$ u.c.; b) 5 u.c.; c) 3 u.c.

5. Considerando os pontos A, B, C e D da atividade anterior, determine as coordenadas do ponto médio de $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ e $\overline{CD}$.

5. Resposta: $\overline{AB}$: (1,5; 1,5); $\overline{AC}$: (1,5; 1); $\overline{AD}$: (1,5; 3) e $\overline{CD}$: (0, 1).

UNIDADE

9 Funções

GUSTOIMAGES/SPL/FOTOARENA

Sequência de um salto em distância, executado por um atleta, cuja trajetória lembra a representação gráfica de uma função.

Agora vamos estudar...

- conjuntos;
- funções;
- função afim;
- gráfico de uma função afim;
- função quadrática;
- gráfico de uma função quadrática;
- valor máximo e mínimo de uma função quadrática.

- A abertura da unidade apresenta uma imagem que descreve a trajetória de uma atleta ao realizar um salto em distância.
- O objetivo principal é que os estudantes estabeleçam relação dessa imagem com os conteúdos que serão estudados na unidade, já que a trajetória representada lembra uma parábola (gráfico de uma função quadrática).
- O salto em distância, como esporte, envolve **culturas juvenis**. Desse modo, se achar conveniente, faça questionamentos aos estudantes, como:

a) Você conhece o esporte indicado na imagem?

b) Em sua opinião, é importante praticar esporte?

Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, escreva na lousa o problema a seguir.

- Em uma padaria, o preço do quilograma de pão tipo francês custa 10 reais.

a) Escreva uma fórmula que relacione o preço a ser pago em função da medida da massa de pão, em quilogramas.

b) Qual é o preço a ser pago por 400 gramas de pão?

Resoluções e comentários

a) Sendo p o preço a ser pago e m a medida da massa, então $p = 10m$, com m em quilogramas.

b) Sabendo que $400\,\text{g} = 0{,}4\,\text{kg}$, então $p = 10 \cdot 0{,}4 = 4$. Logo, 400 gramas de pão custam R$ 4,00.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

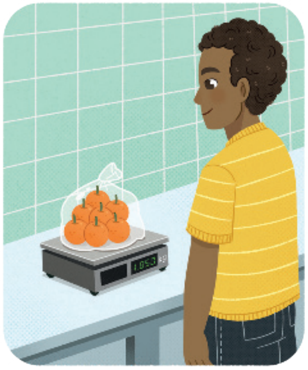
Objetivos da unidade

- Identificar e compreender a relação entre duas grandezas.
- Escrever a lei de formação de uma função.
- Compreender o conceito de função.
- Reconhecer e identificar a variável dependente e a variável independente.
- Resolver situações-problema envolvendo função, função afim e função quadrática.
- Reconhecer uma função afim e uma função quadrática.
- Identificar os coeficientes de uma função afim e de uma função quadrática.
- Interpretar e construir o gráfico de uma função afim e de uma função quadrática.
- Escrever a lei de formação de uma função afim a partir de seu gráfico.
- Identificar se uma função afim é crescente ou decrescente.
- Determinar para qual valor a função afim intersecta o eixo y.
- Determinar para qual valor a função afim intersecta o eixo x (zero da função).
- Determinar se a concavidade do gráfico de uma função quadrática é voltada para cima ou para baixo.
- Determinar para quais valores a função quadrática intersecta o eixo x (zeros da função).
- Determinar a quantidade de raízes de uma função quadrática a partir do valor do discriminante Δ.
- Determinar as coordenadas do vértice da parábola de uma função quadrática.
- Determinar o ponto de máximo ou de mínimo de uma função quadrática.
- Resolver situações-problema a partir da determinação do ponto de máximo ou de mínimo da função quadrática.

A noção de função

Em muitas situações do dia a dia, quando relacionamos grandezas, estamos tratando de um conceito importante na Matemática: o conceito de **função**. Acompanhe alguns exemplos.

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA



A quantia a ser paga pelas laranjas é calculada em **função** da medida da massa das laranjas.

A quantidade de tela para cercar um terreno está em **função** das medidas do comprimento dos lados do terreno.

Agora, considere a seguinte situação.

O consumo de energia elétrica dos eletrodomésticos é dado, em geral, em quilowatts-hora (kWh). O quadro a seguir relaciona duas grandezas: o consumo de um chuveiro (y) e o tempo de uso (x).

Medida do tempo de uso em horas (x)	Consumo em kWh (y)
1	3,5
2	7
3	10,5
4	14

Para cada valor que atribuímos para x, obtemos um único valor correspondente para y, pois cada medida de tempo corresponde a um determinado consumo. Desse modo, a situação apresentada caracteriza um exemplo de **função**.

Dizemos que o consumo de energia elétrica é dado em função da medida do tempo de uso. A correspondência entre as grandezas "tempo" e "consumo de energia elétrica" é expressa pela seguinte sentença matemática.

$$y = 3{,}5x$$

Essa sentença é chamada **lei de formação da função**.

Atenção!

O consumo, que depende da medida do tempo de uso, é a **variável dependente**. A medida do tempo, cuja escolha é livre, é a **variável independente**.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o trabalho com as funções, dando significado a elas e mostrando suas aplicações. Ao longo da unidade, é contemplada a construção de gráficos de funções afins e de funções quadráticas, com o objetivo de apresentar a eles outra forma de representar uma função.

Durante o desenvolvimento da unidade, os estudantes vão aprender que o gráfico de uma função afim é uma reta, enquanto o de uma função quadrática é uma curva, chamada parábola. Além disso, eles são levados a fazer análises em relação à função, verificar se ela é crescente ou decrescente, se o gráfico tem concavidade voltada para cima ou para baixo, se tem ponto de máximo ou ponto de mínimo, entre outras observações.

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem escrever uma fórmula que possibilite calcular o consumo de um chuveiro (y) e a medida do tempo de uso (x). Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

Também podemos representar a lei de formação dessa função substituindo a variável dependente y por $f(x)$, ou seja:

$$f(x) = 3{,}5x \text{ (lemos: } f \text{ de } x \text{ é igual a } 3{,}5x\text{)}$$

Nesse caso, a função chama-se f.

Podemos utilizar qualquer letra para indicar a função e a variável independente nessa notação. A seguir são apresentados alguns exemplos.

- $g(a) = 2a$
- $h(t) = 5{,}2t + 1$
- $w(s) = 5s + 12$

Agora, acompanhe outra situação.

Antônio é vendedor, e seu salário é calculado da seguinte maneira: salário-base de R$ 1800,00 mais uma comissão de R$ 5,00 para cada peça de roupa vendida. O quadro a seguir apresenta o salário de Antônio de acordo com a quantidade de peças de roupa vendidas.

Quantidade de peças de roupa vendidas	Salário (R$)
0	$1800 + 5 \cdot 0 = 1800$
1	$1800 + 5 \cdot 1 = 1805$
2	$1800 + 5 \cdot 2 = 1810$
3	$1800 + 5 \cdot 3 = 1815$
⋮	⋮
12	$1800 + 5 \cdot 12 = 1860$
⋮	⋮
p	$1800 + 5 \cdot p$

O salário de Antônio é dado em função da quantidade de peças de roupa vendidas. A lei de formação dessa função é $f(p) = 1800 + 5 \cdot p$, em que $f(p)$ indica o salário de Antônio e p, a quantidade de peças de roupa vendidas.

Questão 1. Ao longo dos séculos, o conceito de função evoluiu muito, o que permitiu muitas aplicações da Matemática em outras ciências. Realize uma pesquisa acerca do desenvolvimento dos estudos relacionados à função. Depois, registre em seu caderno as informações mais importantes.
Questão 1. Resposta pessoal.

Questão 2. Junte-se a um colega e realizem uma pesquisa com mais informações sobre o uso das funções no cotidiano, anotando aqueles que acharem mais interessantes. Com base nas informações obtidas, escrevam no caderno um texto acerca do assunto.
Questão 2. Resposta pessoal.

Atenção!

As pesquisas propostas nas questões **1** e **2** podem ser feitas em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a situação apresentada sobre o consumo de energia elétrica, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- O contexto sobre consumo de energia elétrica possibilita o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Educação para o consumo**. Questione os estudantes sobre consumo consciente de energia elétrica, bem como sobre outras despesas realmente necessárias e despesas supérfluas que, portanto, podem ser revistas, com o intuito de melhorar a vida financeira familiar. Desse modo, abordam-se aspectos da **Competência geral 10** ao tomar decisões com base em princípios éticos e sustentáveis.
- As questões **1** e **2**, ao solicitar a realização de uma pesquisa acerca do desenvolvimento dos estudos relacionados à função e ao uso das funções no cotidiano, permitem a valorização do conhecimento para entender e explicar a realidade sobre o mundo físico, social, cultural e digital, abordando a **Competência geral 1**. Além disso, graças à comunicação entre os pares, que possibilita produzir informações e conhecimentos de maneira crítica e significativa, bem como trabalhar coletivamente no desenvolvimento de pesquisa para responder a questionamentos de modo a identificar aspectos consensuais ou não relacionados a determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, abordam-se a **Competência geral 5** e a **Competência específica de Matemática 8.**
- Aproveite o fato de a questão **2** ser proposta em dupla e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, além de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Desse modo, aborda-se a **Competência geral 9**. Obtenha informações a respeito desse assunto no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying***, nas orientações gerais deste manual.

• O trabalho com os conteúdos desta unidade leva os estudantes a compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numéricas, algébrica e gráfica, bem como a utilizar esse conceito para analisar várias situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis, desenvolvendo a habilidade **EF09MA06**. Além disso, eles podem desenvolver o **raciocínio lógico-matemático**, que propicia o desenvolvimento do espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, de modo a recorrer aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, abordando aspectos da **Competência específica de Matemática 2**. Por fim, ao compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática, como Álgebra e Geometria, construindo e aplicando conhecimentos matemáticos, bem como desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções, abordam-se aspectos da **Competência específica de Matemática 3.**

• Antes de apresentar a situação considerada nesta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à lei de formação de uma função. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.

• Em seguida, verifique a possibilidade de propor a situação a seguir aos estudantes antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem calcular o valor da função. Para isso, escreva na lousa o enunciado da situação abordada na página. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

• A questão **3** é uma oportunidade de avaliar o entendimento dos estudantes acerca do que foi explicado até o momento. Verifique se todos chegaram à mesma conclusão e, caso algum estudante tenha conclusões diferentes do esperado, ofereça as devidas explicações da resolução a fim de sanar possíveis dúvidas.

O conceito de função

No tópico anterior, estudamos a noção de função. Agora, definiremos esse conceito.

Sejam os conjuntos A e B não vazios. Uma **função** f de A em B é uma regra que diz como associar a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y = f(x) \in B$.

Dada uma função f de A em B, o conjunto A é chamado **domínio** da função e o conjunto B, **contradomínio**.

Para cada elemento $x \in A$, o elemento $y \in B$ é chamado **imagem** de x pela função f.

Considere a seguinte situação. A medida do perímetro y de um triângulo equilátero é dada em função da medida do comprimento do seu lado x. A lei de formação dessa função é $y = 3x$, e seu domínio é o conjunto dos números reais maiores do que zero, pois não existe medida de comprimento nula ou negativa.

Valor de uma função

Armando escreveu um programa em uma planilha eletrônica. Nele, o usuário insere um número e tem como resultado o dobro desse número. No quadro, são apresentados alguns exemplos.

Número inserido	0	5	15	−3	7,6	−3,2
Resultado	0	10	30	−6	15,2	−6,4

A lei de formação da função que relaciona o número inserido com o resultado é:

$$f(x) = 2x$$

Agora, calcularemos o **valor da função** para x igual a 5, por exemplo. Para isso, substituímos x por 5 na lei de formação, ou seja: $f(5) = 2 \cdot 5 = 10$.

Portanto, o valor dessa função para x igual a 5 é 10, ou seja, ao inserir o número 5 nesse programa, o resultado exibido será 10.

Qual é o valor dessa função para x igual a $\sqrt{3}$? Para responder a essa pergunta, basta substituir x por $\sqrt{3}$ na lei de formação da função.

$$f(\sqrt{3}) = 2 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Questão 3. Em seu caderno, calcule qual será o resultado apresentado pelo programa caso o número inserido seja:

a) 1210. **b)** $2\sqrt{2}$. **c)** −7,6. **d)** π.

Questão 3. Respostas: a) 2420; b) $4\sqrt{2}$; c) −15,2; d) 2π.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. No parque de diversões que Renato frequenta, o ingresso para cada brinquedo custa R$ 10,50. O quadro a seguir apresenta a quantia paga de acordo com algumas quantidades de ingressos comprados. 1. Respostas: a) $y = 10,5 \cdot x$; b) I. R$ 73,50; II. R$ 94,50; III. R$ 126,00; IV. R$ 157,50; c) 5 ingressos.

Quantidade de ingressos	1	2	3	4
Quantia paga (R$)	10,50	21	31,5	42

a) Qual das fórmulas expressa o valor a ser pago por Renato (y) em função da quantidade de ingressos comprados (x)?

- $y = 10,50 \cdot 2x$
- $y = 10,5 \cdot x$
- $y = 10,50 + x$

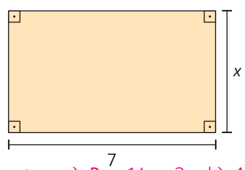
b) Quantos reais Renato vai pagar se comprar:

I. 7 ingressos?
II. 9 ingressos?
III. 12 ingressos?
IV. 15 ingressos?

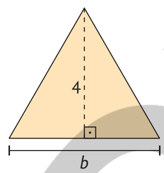
c) Certo dia, Renato pagou R$ 52,50 pelos ingressos. Quantos ingressos ele comprou?

2. Escreva no caderno uma fórmula que represente cada situação a seguir.

a) A medida do perímetro (P) do retângulo em função da medida de sua largura (x).



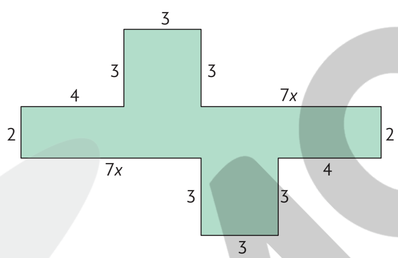
b) A medida da área A do triângulo em função da medida do comprimento de sua base b.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

2. Respostas: a) $P = 14 + 2x$; b) $A = 2b$.

3. Na figura a seguir, as medidas estão indicadas em metros.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva no caderno uma fórmula que expresse a medida do perímetro (P) dessa figura em função do valor desconhecido (x).

b) Utilizando a fórmula que você escreveu, determine o perímetro dessa figura quando:

I. $x = 2$ m.
II. $x = 1,5$ m.
III. $x = 2,8$ m.
IV. $x = 3$ m.

3. Respostas: a) $P = 30 + 14x$; b) I. 58 m; II. 51 m; III. 69,2 m; IV. 72 m.

- Na atividade **1**, leve os estudantes a perceber que a quantia paga sempre depende da quantidade de ingressos (que deve ser indicada por x) multiplicada pelo valor de 1 ingresso (R$ 10,50). Tire melhor proveito questionando-os sobre qual seria a quantia a ser paga por uma pessoa, caso ela tivesse direito a pagar apenas metade do valor do ingresso (como nas meias-entradas cobradas geralmente em cinemas), e analise se eles notam que, nesse caso, teriam de multiplicar o valor do ingresso por $\frac{1}{2}$ ou 0,5.
- Nas atividades **2** e **3**, em que se pede uma fórmula para representar uma situação, a resposta apresentada é apenas um exemplo, pois os estudantes podem escrever qualquer fórmula equivalente. Na situação **a** da atividade **2**, os estudantes podem escrever, por exemplo, a fórmula $P = x + 7 + x + 7$, que também está correta.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

163

- As atividades **4**, **5** e **6** abordam os contextos por meio de informações organizadas em quadros, contribuindo para que os estudantes identifiquem e compreendam que a relação de dependência entre grandezas, isto é, a variação de uma conforme as mudanças sofridas pela outra, é um fenômeno que pode ser verificado e, muitas vezes, traduzido por meio do estabelecimento de uma lei de formação que rege a referida função.
- O contexto da atividade **6** possibilita o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Alimentação e nutrição**. Aproveite a oportunidade e peça aos estudantes que, em duplas, pesquisem essas mesmas informações em outras embalagens e, depois, problematizem o valor nutricional dos alimentos pesquisados, relacionando-o a questões como ganho ou gasto calórico, entre outros que julgar pertinente.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **6**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

4. Em uma prova, os pontos obtidos pelo estudante dependem da quantidade de questões que ele acerta. O quadro apresenta algumas pontuações em função da quantidade de acertos.

Quantidade de acertos	Pontuação
1	5
2	10
3	15
4	20

a) Escreva no caderno a sentença que representa a pontuação obtida (y) em função da quantidade de acertos (x) nessa prova.

b) Tiago acertou 15 questões nessa prova. Quantos pontos ele obteve?

c) Quantos acertos um estudante deve ter para obter 60 pontos nessa prova?

d) Sabendo que a quantidade máxima de pontos dessa prova é 100, qual é a quantidade de questões que ela tem?

5. O quadro a seguir apresenta alguns preços cobrados de acordo com a medida do tempo de permanência de um carro em um estacionamento.

Medida do tempo (em horas)	Preço (R$)
1	4,50
2	6,50
3	8,50
4	10,50
5	12,50

a) Escreva no caderno uma fórmula que represente o preço a pagar (y), em reais, em função da medida do tempo de permanência do carro nesse estacionamento (x), em horas.

4. Respostas: a) $y = 5x$; b) 75 pontos; c) 12 acertos; d) 20 questões.

b) Renata deixou seu carro por 8 horas nesse estacionamento. Quantos reais ela terá de pagar?

c) Com R$ 14,50, é possível deixar um carro nesse estacionamento por, no máximo, quantas horas?

5. Respostas: a) $y = 2{,}5 + 2x$; b) R$ 18,50; c) 6 horas.

6. Os alimentos trazem em sua embalagem uma tabela com informações sobre seus nutrientes, chamada tabela nutricional. Analise a seguir algumas informações acerca da medida da massa, em gramas (g), e o valor calórico, em quilocalorias (kcal), em determinada quantidade de um biscoito.

Quantidade de biscoito (unidade)	Medida da massa (g)	Valor calórico (kcal)
1	15	70
2	30	140
3	45	210
4	60	280
5	75	350
6	90	420

a) Escreva no caderno uma fórmula que represente a medida da massa (m), em gramas, em função da quantidade de biscoitos (b).

b) Escreva no caderno uma fórmula que expresse o valor calórico (c), em quilocalorias, em função da quantidade de biscoitos (b).

c) Quantos gramas há em uma porção de 7 desses biscoitos? E qual é o valor calórico, em quilocalorias, nessa porção?

d) Quantos desses biscoitos há em uma embalagem de 180 g? E qual é o valor calórico, em quilocalorias, nessa embalagem?

6. Respostas: a) $m = 15b$; b) $c = 70b$; c) 105 g; 490 kcal; d) 12 biscoitos; 840 kcal.

Função afim

Josias trabalha em uma loja de informática, e o seu salário é composto de uma remuneração mensal fixa de R$ 1280,00 mais R$ 7,12 por hora extra trabalhada.

Podemos expressar o salário mensal de Josias (x) em função da quantidade de horas extras trabalhadas (y).

$$y = 7{,}12 \cdot x + 1280$$

Essa sentença é um exemplo de lei de formação de uma função afim.

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Uma função de variáveis reais definida por $y = ax + b$, com a e b reais, é chamada **função afim**.

As constantes a e b são os **coeficientes** da função.

A seguir, são apresentados alguns exemplos.

- A função definida por $f(x) = 3x - 2$ é uma função afim. Nesse caso, temos $a = 3$ e $b = -2$.
- A função dada por $g(c) = -7c + 3$ é uma função afim. Nesse caso, temos $a = -7$ e $b = 3$.
- A função definida por $y = x$ é uma função afim. Nesse caso, temos $a = 1$ e $b = 0$.
- A função dada por $h(x) = -x + \frac{1}{5}$ é uma função afim. Nesse caso, temos $a = -1$ e $b = \frac{1}{5}$.

KEITHY MOSTACHI/ARQUIVO DA EDITORA

Questão 4. Quais são os coeficientes da função afim definida por $f(x) = 5x$?

Questão 4. Resposta: $a = 5$ e $b = 0$.

Agora, determinaremos o salário de Josias caso ele tenha feito 20 horas extras em um mês. Para isso, substituímos x por 20 na lei de formação da função, ou seja:

$$y = 7{,}12 \cdot 20 + 1280 = 1422{,}4$$

Portanto, se Josias fizer 20 horas extras em um mês, seu salário será R$ 1422,40.

- Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem escrever uma fórmula que possibilite calcular o salário mensal de Josias em função da quantidade de horas extras trabalhadas. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.
- A questão **4** aborda os coeficientes de uma função afim. Comente com os estudantes que o coeficiente linear que, na função, corresponde ao b, no gráfico, é o ponto de interseção entre a reta da função com o eixo y. Assim, analise se eles percebem que, na função dada como $b = 0$, quando $x = 0$, teremos $y = 0$, o que significa que a função intersecta os eixos na origem, ou seja, no ponto com coordenadas $(0, 0)$.

- Após a resolução da atividade **7**, questione os estudantes sobre o que define uma lei de formação de uma função afim. Verifique se todos chegam à mesma conclusão, de que uma lei de formação de uma função afim é caracterizada por apresentar uma lei de formação do tipo $f(x) = ax + b$, na qual os coeficientes a e b são números reais, além de, necessariamente, a ser diferente de zero ($a \neq 0$).
- Tire melhor proveito da atividade **8** escrevendo na lousa outras funções para que os estudantes identifiquem os coeficientes.
- Na atividade **9**, leve os estudantes a notar que os resultados variam conforme o valor de x é alterado. Caso julgue conveniente, organize-os em duplas e, depois, peça a alguns deles que resolvam os itens na lousa, de modo que todos acompanhem as resoluções.
- Na atividade **10**, se necessário, relembre aos estudantes que a medida do perímetro de um polígono é a soma das medidas do comprimento de seus lados.
- Na atividade **11**, avalie a conveniência de preparar uma aula com o professor do componente curricular de **Ciências**. Para isso, converse antecipadamente com ele e, juntos, preparem informações para serem apresentadas aos estudantes a respeito da escala Fahrenheit, por exemplo, em que países ela é mais utilizada. Também pode ser explorada a escala Kelvin, comentando com eles, entre outras informações, que essa escala não expressa medidas de temperatura por meio de números negativos (ou seja, o zero é a menor medida).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

8. Respostas: a) $a = 1$ e $b = 5$; b) $a = -3$ e $b = 2$; c) $a = \frac{1}{2}$ e $b = -4$; d) $a = 7$ e $b = -2$; e) $a = -5$ e $b = 0$; f) $a = 4$ e $b = 4$.

7. A seguir, são apresentadas as leis de formação de algumas funções. Copie no caderno aquelas que correspondem a uma função afim.

a) $p = 3q$ **c)** $r = \dfrac{s+2}{3}$ **e)** $r = -s$

b) $r = s^3 - 5$ **d)** $y = x^2 + 2$ **f)** $t = -\dfrac{1}{2} + u$

7. Resposta: $p = 3q$; $r = \frac{s+2}{3}$; $r = -s$; $t = -\frac{1}{2} + u$.

8. Escreva no caderno os coeficientes da função definida por:

a) $y = x + 5$. **c)** $y = \dfrac{1}{2}x - 4$. **e)** $y = -5x$.

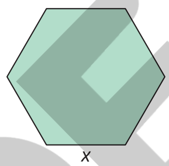
b) $y = -3x + 2$. **d)** $y = 7x - 2$. **f)** $y = 4x + 4$.

9. Considere a função afim definida por $y = 8x + 3$. Determine o valor de x para que y seja igual a: 9. Respostas: a) $\frac{7}{8}$; b) -4; c) $\frac{15}{8}$; d) $-\frac{9}{4}$; e) $\frac{2}{5}$; f) $-\frac{5}{12}$.

a) 10. **c)** 18. **e)** $\dfrac{31}{5}$.

b) -29. **d)** -15. **f)** $-\dfrac{1}{3}$.

10. A medida do perímetro (P) de um hexágono regular é dada em função da medida do comprimento (x) de seu lado.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Em seu caderno, escreva a lei de formação da função que relaciona a medida do perímetro desse hexágono e a medida do comprimento de seu lado. A função cuja lei de formação você escreveu é afim?

b) Qual é a medida do perímetro de um hexágono regular cujo comprimento dos lados mede 8,3 cm?

c) Qual é a medida do comprimento de cada lado de um hexágono regular cujo perímetro mede 45 cm?

10. Respostas: a) $P = 6x$; Sim; b) $P = 49{,}8$ cm; c) $x = 7{,}5$ cm.

11. Você já usou a escala Celsius para medir temperaturas. E a escala Fahrenheit? Ela é usada, geralmente, nos países de língua inglesa e é indicada por °F. Nela, o ponto de fusão da água (0 °C) é 32 °F e o ponto de ebulição da água (100 °C) é 212 °F.

a) A escala Fahrenheit é dada por uma função afim da escala Celsius. Escreva a lei de formação dessa função.

b) Escreva 35 °C em Fahrenheit.

c) Um aumento de 1 grau na escala Fahrenheit equivale a um aumento de quantos graus na escala Celsius?

11. Respostas: a) $F = \frac{9}{5}C + 32$, em que F indica a medida da temperatura em graus Fahrenheit e C, em graus Celsius; b) 95 °F; c) $\frac{5}{9}$ graus.

12. Para fazer uma corrida em um táxi, são cobrados R$ 4,50 pela bandeirada mais R$ 2,75 por quilômetro percorrido.

a) Escreva no caderno a lei de formação de uma função afim que represente o valor cobrado pela corrida em função da quantidade de quilômetros percorridos.

Atenção!

Indique o valor cobrado pela corrida por y e a quantidade de quilômetros percorridos por x.

b) Qual será o valor cobrado por uma corrida ao serem percorridos:

I. 2 km?
II. 9,4 km?
III. 15 km?

c) Quantos quilômetros foram percorridos se o valor cobrado pela corrida foi:

I. R$ 7,80?
II. R$ 18,25?
III. R$ 43,00?

d) Marcelo tem R$ 60,00 para pagar uma corrida de táxi. Ele tem dinheiro suficiente para pagar uma corrida de 20 km? Justifique sua resposta.

JOA SOUZA/SHUTTERSTOCK

Taxímetro, cuja finalidade é calcular o preço de uma corrida de táxi.

Corrida: trajeto feito por passageiro em veículo (por exemplo, o táxi) com o devido pagamento ao motorista.

Bandeirada: quantia fixa que é cobrada em corridas de táxi, independentemente da quantidade de quilômetros percorridos.

12. Respostas: a) $y = 2{,}75x + 4{,}5$; b) I. R$ 10,00; II. R$ 30,35; III. R$ 45,75; c) I. 1,2 km; II. 5 km; III. 14 km; d) Sim, pois para percorrer 20 km de táxi são cobrados R$ 59,50, e R$ 60,00 > R$ 59,50.

13. Cada embalagem de certo produto tem 400 g de medida de massa. Considerando a quantidade de embalagens como x e a medida da massa total, em gramas, como y, escreva a lei de formação de uma função que representa a medida da massa total em função da quantidade de embalagens.

13. Resposta: $y = 400x$.

14. Joice calculou o valor de uma função afim f para $x = 1$ e $x = -2$. O quadro a seguir apresenta os valores obtidos por ela.

x	$f(x)$
1	3
−2	9

Qual é o valor da função f quando $x = 12$? 14. Resposta: −19.

15. Certa papelaria utiliza o seguinte quadro de preços.

Produto	Preço
Impressão (cada folha)	R$ 0,20
Encadernação (até 100 folhas)	R$ 4,00
Encadernação (de 101 a 200 folhas)	R$ 6,00

15. Respostas: a) $y = 4 + 0{,}2x$, $0 < x \leq 100$; $y = 6 + 0{,}2x$, $101 \leq x \leq 200$; b) R$ 20,60; R$ 35,00.

a) Considerando x a quantidade de folhas a serem impressas e y o valor total a ser pago, escreva a lei de formação de uma função que representa o valor total da impressão e encadernação de até 100 folhas. Faça o mesmo para a impressão e encadernação de 101 a 200 folhas.

b) Qual é o preço para imprimir e encadernar 83 folhas? E 145 folhas?

- Verifique, por meio das atividades **12**, **13** e **15**, a compreensão dos estudantes em relação à lei de formação que define cada uma das situações. Se necessário, reforce que uma lei de formação de uma função afim é caracterizada por apresentar uma lei de formação do tipo $f(x) = ax + b$, na qual os coeficientes a e b são números reais, além de, necessariamente, a ser diferente de zero ($a \neq 0$).
- Se os estudantes apresentarem dificuldades na realização da atividade **14**, oriente-os a considerar a função afim $f(x) = ax + b$ para montar um sistema de equações lineares, de maneira a obter o valor dos coeficientes a e b e, com isso, chegar ao valor da função f quando $x = 12$.

Atividade a mais

- Em um restaurante, a refeição custa R$ 39,50 por pessoa.

a) Escreva a lei de formação de uma função, na forma $y = ax + b$, que represente o valor a ser pago, por refeição, em função da quantidade de pessoas.

b) Identifique, na lei de formação que você escreveu, os coeficientes a e b.

c) Qual é o preço pago ao restaurante pela refeição de 3 pessoas? E de 5 pessoas?

Resoluções e comentários

a) A lei de formação de uma função, na forma $y = ax + b$, que representa o valor a ser pago, por refeição, em função da quantidade de pessoas é $y = 39{,}50 \cdot x$.

b) Nessa lei de formação, $a = 39{,}50$ e $b = 0$.

c) Substituindo x por 3, temos:

$$y = 39{,}50 \cdot x$$
$$y = 39{,}50 \cdot 3$$
$$y = 118{,}50$$

Substituindo x por 5, temos:

$$y = 39{,}50 \cdot x$$
$$y = 39{,}50 \cdot 5$$
$$y = 197{,}50$$

Portanto, o preço pago ao restaurante pela refeição de 3 pessoas é de R$ 118,50, e de 5 pessoas, R$ 197,50.

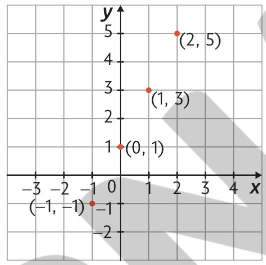
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a gráficos no plano cartesiano. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto e tornar o estudo mais significativo.
- Avalie a conveniência de reproduzir e entregar aos estudantes malhas quadriculadas, pedindo a eles que construam nela o gráfico apresentado nesta página.

Gráfico de uma função afim

Em uma função, ao atribuirmos valores para x, obtemos um único valor correspondente para y. Ao marcarmos os pontos (x, y) obtidos no plano cartesiano, obtemos um conjunto de pontos chamado **gráfico da função**.

Considere, por exemplo, a função afim definida por $y = 2x + 1$. Vamos construir o gráfico dessa função. Para isso, inicialmente, atribuímos valores para x e determinamos o valor correspondente para y. Em seguida, marcamos os pontos (x, y) obtidos no plano cartesiano.

x	$y = 2x + 1$	(x, y)
-1	$y = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$	$(-1, -1)$
0	$y = 2 \cdot (0) + 1 = 1$	$(0, 1)$
1	$y = 2 \cdot (1) + 1 = 3$	$(1, 3)$
2	$y = 2 \cdot (2) + 1 = 5$	$(2, 5)$



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

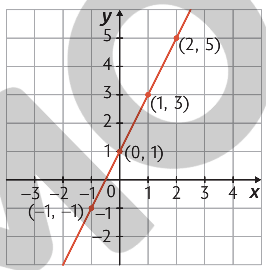
Note que os pontos marcados no plano cartesiano sugerem uma reta.

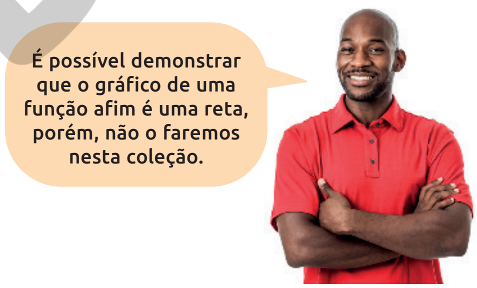
Como x é um número real, podemos atribuir infinitos valores para x, obtendo, para cada um deles, um único valor de y. Assim, há infinitos pontos entre os já marcados no plano cartesiano.

O gráfico da função é o conjunto de todos os pontos (x, y), com x real e $y = 2x + 1$, conforme apresentado a seguir.

O **gráfico** de uma função afim é uma **reta**.

GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA





EURO BANKS/SHUTTERSTOCK

Pessoa falando.

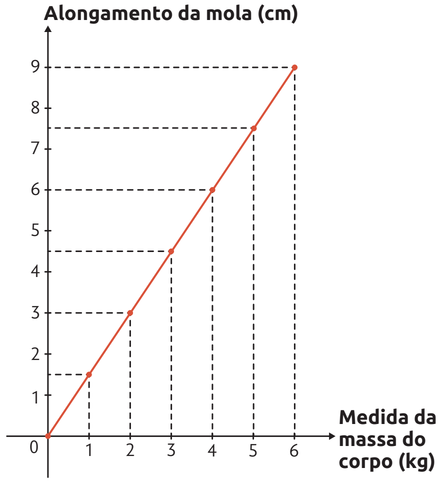
Como o gráfico de uma função afim é uma reta, para construí-lo basta marcar dois de seus pontos em um plano cartesiano e depois traçar a reta que passa por esses pontos.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

16. Jonas tem uma mola que se alonga de acordo com a medida da massa do corpo que é pendurado nela. Com essa mola, ele fez um experimento e pendurou alguns corpos, com diferentes medidas de massa, um de cada vez, e registrou o alongamento da mola.

No gráfico, está representado o alongamento dessa mola, em centímetros, em função da medida da massa do corpo pendurado, em quilogramas.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Após atingir determinada medida de massa, a mola vai ficar deformada de maneira permanente. No entanto, considere que, até a massa medir 6 kg, a mola manterá suas características de elasticidade.

a) Qual foi o alongamento da mola quando Jonas pendurou nela um corpo com massa medindo 2 kg?

b) Qual é a medida da massa do corpo que fez a mola alongar 6 cm?

c) Escreva no caderno a lei de formação de uma função afim que permita calcular o alongamento da mola (y), em centímetros, em função da medida da massa do corpo pendurado (x), em quilogramas.

d) De acordo com a lei de formação que você escreveu, calcule qual será o alongamento da mola se Jonas pendurar nela um corpo de:

- 3 kg.
- 4,5 kg.
- 5,2 kg.

e) Jonas pendurou um corpo nessa mola e o alongamento foi de 8,55 cm. Qual é a medida da massa desse corpo?

16. Respostas: a) 3 cm; b) 4 kg; c) $y = \frac{3}{2}x$ ou $y = 1{,}5x$; d) 4,5 cm, 6,75 cm e 7,8 cm; e) 5,7 kg.

- Após a realização da atividade **16** converse com os estudantes e verifique se eles percebem que, a partir de determinada medida de massa, a mola vai ficar deformada de maneira permanente, ou seja, ela perderá suas características de elasticidade.

Se achar conveniente, complemente a atividade propondo que calculem qual será o alongamento da mola. Para tanto, fornece medidas de massa expressas em gramas e, depois, analise se fazem as transformações necessárias.

• Na atividade **17**, caso os estudantes tenham dificuldades para verificar qual gráfico representa a função apresentada, peça a eles que escolham a coordenada de um dos pontos e substituam na lei de formação da função.

• Na atividade **18**, comente com os estudantes que o plano cartesiano pode ser construído em uma malha quadriculada. Nesse caso, verifique a possibilidade de reproduzir e entregar a eles essa malha.

• Caso os estudantes apresentem dificuldade para escrever a fórmula da função proposta na atividade **19**, peça a eles que construam no caderno um quadro com os valores correspondentes de x e y.

• Na atividade **20**, caso os estudantes apresentem dificuldade em resolver o item **b**, forneça um exemplo, como: "A medida da distância percorrida é de 480 km, em 6 h".

17. Considere as seguintes leis de formação que expressam função afim.

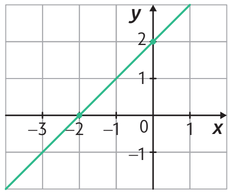
A. $y = 2x + 4$

B. $y = x + 2$

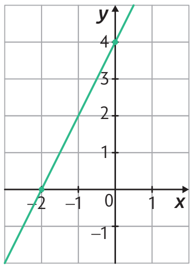
C. $y = -x + 3$

Associe cada uma dessas leis aos gráficos apresentados a seguir. Para isso, escreva a letra e o número correspondentes. 17. Resposta: A-2; B-1; C-3.

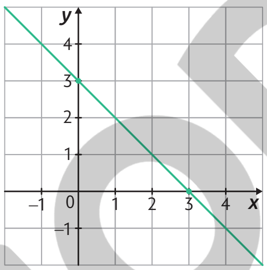
1.



2.



3.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

18. Construa, em um plano cartesiano, os gráficos das funções cujas leis de formação são apresentadas a seguir.

a) $y = x$

b) $y = -x + 7$

c) $y = -5x + 1$

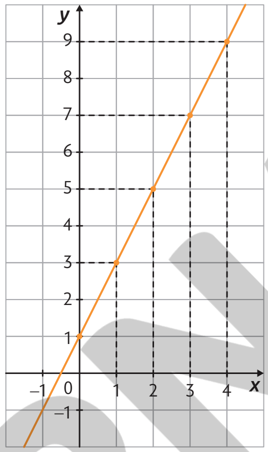
d) $y = -x - 8$

e) $y = -3x + 4$

f) $y = x + \frac{1}{2}$

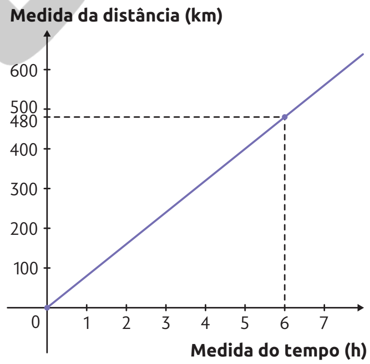
18. Respostas na seção **Resoluções**.

19. Escreva no caderno a lei de formação da função cujo gráfico está apresentado a seguir. 19. Resposta: $y = 2x + 1$.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

20. A seguir, é apresentado o gráfico de uma função afim que relaciona a medida da distância percorrida (y), em quilômetros, e a medida do tempo (x), em horas.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

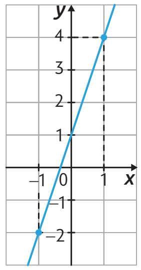
20. Respostas: a) $y = 80x$; b) Resposta pessoal.

a) Escreva no caderno a lei de formação dessa função.

b) Escreva no caderno uma situação que pode ser relacionada a essa função.

Função crescente e função decrescente

Considere o gráfico da função afim definida por $y = 3x + 1$.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Questão 5. Nessa função, conforme aumentamos os valores de x, o que ocorre com os valores correspondentes de y?

Questão 5. Resposta: Eles aumentam.

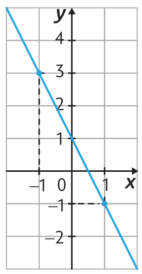
Questão 6. O coeficiente a da função é positivo ou negativo?

Questão 6. Resposta: Positivo.

Quando o coeficiente a de uma função afim é positivo ($a > 0$), a função é **crescente**. Nas funções crescentes, aumentando-se os valores de x, os valores correspondentes de y também aumentam.

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, considere o gráfico da função afim definida por $y = -2x + 1$.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Questão 7. Nessa função, conforme aumentamos os valores de x, o que ocorre com os valores correspondentes de y?

Questão 7. Resposta: Eles diminuem.

Questão 8. O coeficiente a da função é positivo ou negativo?

Questão 8. Resposta: Negativo.

Quando o coeficiente a de uma função afim é negativo ($a < 0$), a função é **decrescente**. Nas funções decrescentes, aumentando-se os valores de x, os valores correspondentes de y diminuem.

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Quando o coeficiente a de uma função afim é zero ($a = 0$), temos um caso particular de função afim, a **função constante**. Nesse caso, o gráfico da função afim é uma reta paralela ao eixo x.

- Verifique a possibilidade de questionar os estudantes a respeito dos gráficos apresentados nesta página antes de abordá-los no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem identificar algumas regularidades envolvendo a lei de formação. Em seguida, considerando as explicações propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações do livro.
- Tire melhor proveito das questões **5**, **6**, **7** e **8** e solicite aos estudantes que construam quadros no caderno para relacionarem os valores de x e y, aumentando o intervalo dado, ou seja, com valores de x menores do que -1 e maiores do que 1.

- Verifique se os estudantes identificam o sinal do coeficiente *a* na atividade **21**, para classificarem se a função é crescente ou decrescente. Caso julgue pertinente, peça a eles que construam no caderno o gráfico da função de cada uma das leis de formação apresentadas nos itens da atividade.
- Na atividade **22**, caso os estudantes apresentem dificuldades para verificar qual gráfico representa a função apresentada, oriente-os a utilizar a coordenada de um dos pontos da função, em cada item, e substituir o valor de x e de y na lei de formação da função.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

21. Respostas: a) Decrescente; b) Crescente; c) Decrescente; d) Decrescente; e) Crescente; f) Crescente.

21. Em cada item, é dada a lei de formação de uma função afim. No caderno, classifique cada função em crescente ou decrescente.

a) $y = -2x + 1$
b) $y = x - 8$
c) $y = 5 - 3x$
d) $y = 15 - 4x$
e) $y = 5x - 12$
f) $y = 8x$

22. Em cada item, estão representados alguns valores de x e y de uma função afim.

A.

x	0	1	2	3	4
y	−2	−3	−4	−5	−6

B.

x	0	1	2	3	4
y	3	4	5	6	7

C.

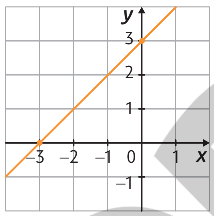
x	0	1	2	3	4
y	−2	−1	0	1	2

D.

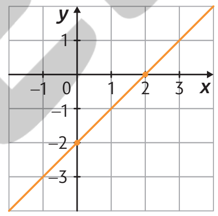
x	0	1	2	3	4
y	−3	$-\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	2	$\frac{11}{3}$

a) No caderno, associe cada gráfico a seguir a uma dessas funções.

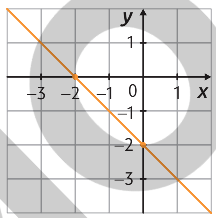
I.



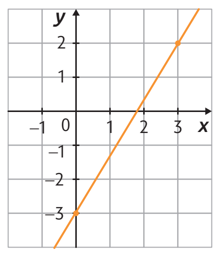
III.



II.



IV.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

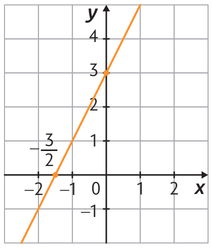
b) Escreva no caderno a lei de formação da função cujos gráficos foram apresentados no item anterior.

c) Classifique cada função cujo gráfico foi apresentado no item **a** em crescente ou decrescente.

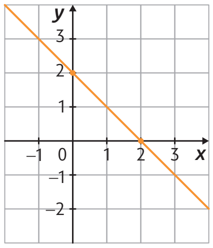
22. Respostas: a) A-II; B-I; C-III; D-IV; b) A. $y = -x - 2$; B. $y = x + 3$; C. $y = x - 2$; D. $y = \frac{5}{3}x - 3$; c) A. Decrescente; B. Crescente; C. Crescente; D. Crescente.

23. Em cada plano cartesiano a seguir está representado o gráfico de uma função afim.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Classifique cada função afim em crescente ou decrescente.

b) Escreva a lei de formação de cada uma das funções cujos gráficos foram apresentados.

23. Respostas: a) A. Crescente; B. Decrescente; b) A. $y = 2x + 3$; B. $y = -x + 2$.

24. Em cada item a seguir, é apresentada a lei de formação de uma função afim de variáveis x e y. Determine os valores de k para os quais cada função afim seja decrescente.

a) $y = (k + 3)x - 9$

b) $y = (5k - 25)x - 7$

c) $y = \left(-3k + \frac{1}{2}\right)x + 5$

d) $y = \left(\frac{4}{2} - 2k\right)x + 2$

e) $y = \frac{7}{3}kx + 2x$

f) $y = \left(-\frac{3}{2} - 8k\right)x + 2$

g) $y = (7 - k)x + 11$

h) $y = \sqrt{2}kx - \frac{1}{2}x + 13$

i) $y = (3 + k)x - 1$

j) $y = \left(\frac{3}{2} + 5k\right)x$

24. Respostas: a) $k < -3$; b) $k < 5$; c) $k > \frac{1}{6}$; d) $k > 1$; e) $k < -\frac{6}{7}$; f) $k > \frac{3}{16}$; g) $k > 7$; h) $k < \frac{\sqrt{2}}{4}$; i) $k < -3$; j) $k < -\frac{3}{10}$.

25. Considerando as funções cujas leis de formação foram dadas na atividade anterior, determine os valores de k em cada uma delas a fim de que seja crescente.

25. Respostas: a) $k > -3$; b) $k > 5$; c) $k < \frac{1}{6}$; d) $k < 1$; e) $k > -\frac{6}{7}$; f) $k < \frac{3}{16}$; g) $k < 7$; h) $k > \frac{\sqrt{2}}{4}$; i) $k > -3$; j) $k > -\frac{3}{10}$.

26. Classifique em crescente ou decrescente a função afim cujo gráfico passa pelos pontos:

a) $(1, 1)$ e $(3, 2)$.

b) $(-3, 4)$ e $(-7, 6)$.

c) $(-2, -1)$ e $(3, 0)$.

d) $(0, 5)$ e $(8, 20)$.

e) $(5, 7)$ e $(1, 0)$.

f) $(15, 3)$ e $(25, 5)$.

g) $(-12, 6)$ e $(2, 18)$.

h) $(5, -2)$ e $(8, -6)$.

i) $(0, 0)$ e $(-1, 1)$.

j) $(-1, 2)$ e $(-2, 1)$.

26. Respostas: a) Crescente; b) Decrescente; c) Crescente; d) Crescente; e) Crescente; f) Crescente; g) Crescente; h) Decrescente; i) Decrescente; j) Decrescente.

27. Escreva no caderno a lei de formação de uma função afim crescente, na forma $y = ax + b$, com $-3 < a < 5$ e $-1 < b < 4$. Depois, construa seu gráfico em um plano cartesiano. 27. Resposta pessoal.

28. O gráfico de uma função afim passa pelos pontos $(m, 2)$ e $(2, n)$. Determine valores distintos para m e n, de modo que essa função seja decrescente. 28. Resposta pessoal.

- Na resolução das atividades **23**, **24**, **25** e **26**, se necessário, relembre os estudantes de que uma função é crescente quando, aumentando-se os valores de x, os valores correspondentes de y também aumentam. E que uma função é decrescente quando, aumentando-se os valores de x, os valores correspondentes de y diminuem.
- Existem várias respostas para a atividade **27**. Com a ajuda dos estudantes, represente algumas na lousa. Além disso, analise a necessidade de reproduzir e entregar aos estudantes uma malha quadriculada, a fim de auxiliá-los a construir o gráfico solicitado.
- Existem várias respostas para a atividade **28**. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas na lousa. Além disso, ao escolherem os valores de m e n, enfatize que a função deve ser decrescente.

• Verifique a possibilidade de questionar os estudantes acerca dos gráficos apresentados nesta página antes de abordá-los no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem identificar algumas regularidades envolvendo a lei de formação das funções. Em seguida, considerando as explicações propostas e desenvolvidas por eles, apresente aquelas encontradas no livro.

Interseção com o eixo *y*

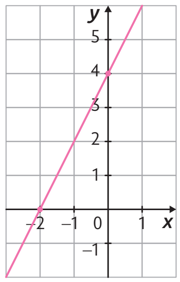
O gráfico de uma função afim definida por $y = ax + b$ intersecta o eixo y quando $x = 0$. Nesse caso, para determinar as coordenadas do ponto de interseção com esse eixo, basta substituir x por 0 na lei de formação da função, ou seja:

$$y = a \cdot 0 + b \Rightarrow y = b$$

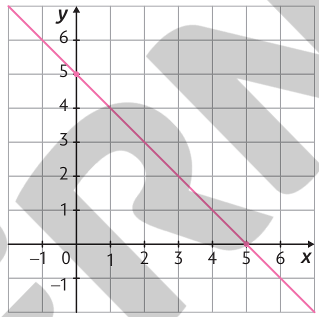
Portanto, o gráfico de uma função afim intersecta o eixo y no ponto $(0, b)$.

Acompanhe alguns exemplos.

O gráfico da função afim definida por $y = 2x + 4$ intersecta o eixo y no ponto $(0, 4)$, pois $b = 4$.



O gráfico da função afim definida por $y = -x + 5$ intersecta o eixo y no ponto $(0, 5)$, pois $b = 5$.



Interseção com o eixo *x* e zero da função afim

O gráfico de uma função afim definida por $y = ax + b$ intersecta o eixo x no ponto em que $y = 0$. Assim:

$$ax + b = 0$$
$$x = -\frac{b}{a}$$

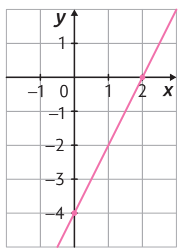
O **zero** de uma função afim é a abscissa do ponto de interseção de seu gráfico com o eixo x.

Portanto, o gráfico de uma função afim intersecta o eixo x no ponto $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$.

Considere, por exemplo, a função definida por $y = 2x - 4$. Seu gráfico intersecta o eixo x no ponto $(2, 0)$, pois:

$$2x - 4 = 0$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

Consequentemente, o zero dessa função é $x = 2$.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

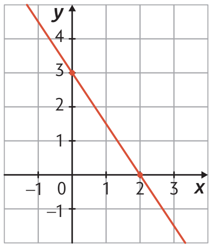
Atividades

Faça as atividades no caderno.

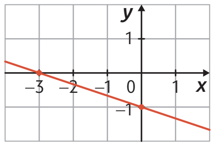
29. Respostas: a) A. $(0, 3)$; B. $(0, -1)$; C. $(0, -3)$; b) A. $x = 2$; B. $x = -3$; C. $x = 4$; c) A. $(2, 0)$; B. $(-3, 0)$; C. $(4, 0)$; d) C.

29. Considere os seguintes gráficos de funções afins.

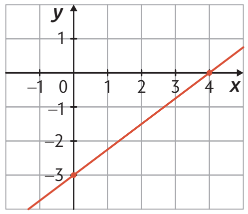
A.



B.



C.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Quais são as coordenadas do ponto no qual cada gráfico intersecta o eixo *y*?

b) Qual é o zero das funções cujos gráficos foram apresentados?

c) Quais são as coordenadas do ponto no qual cada gráfico intersecta o eixo *x*?

d) Qual dos gráficos representa a função afim dada por $y = \frac{3x}{4} - 3$?

30. Em cada item, é apresentada a lei de formação de uma função afim. Escreva no caderno as coordenadas do ponto em que o gráfico dessas funções intersecta o eixo *y*.

a) $y = 5x + 7$ **c)** $y = \frac{x}{3} + \frac{1}{5}$ **e)** $y = 4x - 3$ **g)** $y = \frac{x}{2}$

b) $y = -3x - 11$ **d)** $y = -2x + 1$ **f)** $y = -x + 2$ **h)** $y = -2x$

30. Respostas: a) $(0, 7)$; b) $(0, -11)$; c) $\left(0, \frac{1}{5}\right)$; d) $(0, 1)$; e) $(0, -3)$; f) $(0, 2)$; g) $(0, 0)$; h) $(0, 0)$.

31. Determine o zero da função afim definida por:

a) $y = x - 8$. **c)** $y = -x + 1$. **e)** $y = \frac{2}{3}x + 4$.

b) $y = 3 - 4x$. **d)** $y = 7x + 1$. **f)** $y = \frac{1}{4}x - 3$.

31. Resposta: a) $x = 8$; b) $x = \frac{3}{4}$; c) $x = 1$; d) $x = -\frac{1}{7}$; e) $x = -6$; f) $x = 12$.

32. Considere a função afim definida por $y = -2x + 3$.

a) Construa o gráfico dessa função em um plano cartesiano.

b) Quais das afirmativas a seguir são verdadeiras?

I. Essa função é crescente.

II. O gráfico dessa função intersecta o eixo *y* no ponto $(0, 3)$.

III. O zero dessa função é $-\frac{3}{2}$.

IV. O gráfico dessa função intersecta o eixo *x* no ponto $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$.

c) Reescreva no caderno as afirmativas falsas do item anterior, corrigindo-as.

32.Respostas: a) Resposta na seção **Resoluções**; b) **II** e **IV**; c) Sugestão de resposta: I: Essa função é decrescente; III: O zero dessa função é $\frac{3}{2}$.

33. Faça o que se pede.

a) Escreva no caderno a lei de formação de uma função afim, cujo gráfico intersecta o eixo *y* no ponto $(0, 6)$ e o eixo *x* no ponto $(5, 0)$.

b) Em um plano cartesiano, construa o gráfico dessa função.

33. Respostas: a) Sugestão de resposta: $y = -\frac{6}{5}x + 6$; b) Sugestão de resposta na seção **Resoluções**.

- Nas atividades **29** e **30**, relembre aos estudantes que o ponto onde a função intersecta o eixo *y* pode ser facilmente obtido sabendo que, nesse ponto, *x* é igual a zero.
- Nas atividades **31** e **32**, relembre os estudantes de que o zero de uma função afim é a abscissa do ponto de interseção de seu gráfico com o eixo *x*, ou seja, o ponto em que *y* é igual a zero.
- Existem várias respostas para a atividade **33**. Com a ajuda dos estudantes, escreva algumas na lousa. Além disso, analise a necessidade de reproduzir e entregar aos estudantes uma malha quadriculada, a fim de auxiliá-los a construir o gráfico solicitado.

Sugestão de avaliação

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, peça a eles que construam no caderno o gráfico da função afim definida por $y = 4x - 3$. Em seguida, solicite que respondam aos itens.

a) Utilizando o plano cartesiano, construa o gráfico dessa função.

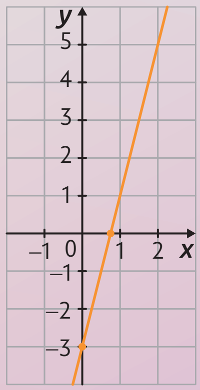
b) Essa função é crescente ou decrescente? Justifique sua resposta.

c) Determine as coordenadas do ponto em que o gráfico dessa função intersecta o eixo *y*.

d) Qual é o zero dessa função?

Resoluções e comentários

a) Construindo o gráfico, temos:



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

b) A função é crescente, pois o coeficiente $a > 0$.

c) As coordenadas do ponto em que o gráfico dessa função intersecta o eixo *y* são $(0, -3)$.

d) Como o zero da função é a abscissa do ponto de interseção de seu gráfico com o eixo *x*, ou seja, quando $y = 0$, temos:

$$4x - 3 = 0$$
$$4x = 3$$
$$x = \frac{3}{4}$$

Portanto, o zero dessa função é $x = \frac{3}{4}$.

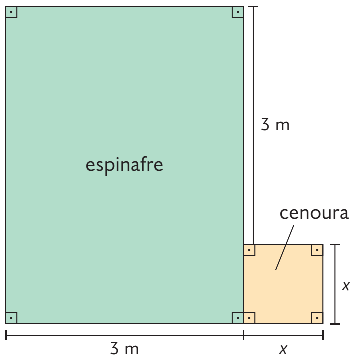
Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles escrevam no caderno a fórmula que permite calcular a medida da área total da horta. Para isso, escreva na lousa o enunciado do problema. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações do livro.

Função quadrática

Pedro quer fazer uma horta para plantar espinafre e cenoura.

O esquema representa parte do terreno que ele reservou para essa horta.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos expressar a medida da área total dessa horta (y) em função de x.

A área destinada para o plantio de cenoura tem o formato de um quadrado cujo comprimento do lado mede x. Calculando a medida da área A_q desse quadrado, temos:

$$A_q = x \cdot x = x^2$$

A área destinada ao plantio de espinafre tem o formato de um retângulo cujas dimensões medem 3 m e (x + 3 m). Calculando a medida da área A_r desse retângulo, temos:

$$A_r = 3 \cdot (x + 3) = 3x + 9$$

Como queremos obter a medida da área total da horta, adicionamos as medidas obtidas.

$$y = x^2 + 3x + 9$$

Essa sentença é um exemplo de lei de formação de uma função quadrática.

Uma função de variáveis reais definida por $y = ax^2 + bx + c$, com a, b e c reais e $a \neq 0$, é chamada **função quadrática**.

As constantes a, b e c são os **coeficientes** da função.

Acompanhe alguns exemplos.

- A função definida por $y = x^2 - x + 3$ é uma função quadrática. Nesse caso, temos $a = 1$, $b = -1$ e $c = 3$.
- A função dada por $y = -2x^2 + 5x$ é uma função quadrática. Nesse caso, temos $a = -2$, $b = 5$ e $c = 0$.
- A função definida por $y = x^2 - 1$ é uma função quadrática. Nesse caso, temos $a = 1$, $b = 0$ e $c = -1$.

Agora, determinaremos a medida da área total da horta para $x = 2$ m, por exemplo. Para isso, substituímos x por 2 na lei de formação obtida.

$$y = 2^2 + 3 \cdot 2 + 9$$
$$y = 4 + 6 + 9$$
$$y = 19$$

Portanto, a área total da horta para $x = 2$ m mede 19 m².

Questão 9. Em seu caderno, determine a medida da área dessa horta para:

a) $x = 5$ m. **b)** $x = 3{,}2$ m. **c)** $x = 5{,}1$ m.

Questão 9. Respostas: a) 49 m²; b) 28,84 m²; c) 50,31 m².

Atividades

Faça as atividades no caderno.

34. Escreva no caderno a lei de formação de uma função quadrática dada por $y = ax^2 + bx + c$, sabendo que:

a) $a = -2$, $b = 5$ e $c = 15$.

b) $a = 8$, $b = \frac{1}{2}$ e $c = -3$.

c) $a = 14$, $b = 5$ e $c = 12$.

d) $a = -\frac{1}{3}$, $b = 9$ e $c = 6$.

e) $a = \frac{5}{3}$, $b = -4$ e $c = 0$.

f) $a = \frac{1}{7}$, $b = 0$ e $c = 7$.

g) $a = -2$, $b = \frac{3}{4}$ e $c = 0$.

h) $a = \frac{3}{5}$, $b = 0$ e $c = -\frac{1}{5}$.

35. Considere a função quadrática de variáveis m e y dada por $y = m^2 + m - 2$. Qual é o valor de y quando: 35. Respostas: a) $y = 108$; b) $y = -2$; c) $y = 340$; d) $y = 54$; e) $y = -\frac{8}{9}$.

a) $m = 10$?

b) $m = 0$?

c) $m = 18$?

d) $m = -8$?

e) $m = \frac{2}{3}$?

36. Determine os valores de x na função quadrática dada por $y = 3x^2 - 6x - 3$, quando $y = -3$. 36. Resposta: 0 e 2.

37. Em cada item, é apresentada a lei de formação de uma função quadrática de variáveis x e y. Para cada uma delas, determine quais valores t não pode assumir.

37. Respostas: a) $t \neq 5$; b) $t \neq 0$; c) $t \neq 1$; d) $t \neq -\frac{1}{6}$; e) $t \neq -\frac{2}{3}$; f) $t \neq -3$ e $t \neq 3$.

a) $y = (t - 5)x^2$

b) $y = 4tx^2 - x$

c) $y = (-t + 1)x^2 - x$

d) $y = \left(\frac{1}{6} + t\right)x^2 - x$

e) $y = (3t + 2)x^2 - 7x + 4$

f) $y = (t^2 - 9)x^2 - 3x$

Atenção!

Para cada fórmula ser de uma função quadrática, o coeficiente de x^2 não pode ser nulo.

34. Respostas: a) $y = -2x^2 + 5x + 15$; b) $y = 8x^2 + \frac{1}{2}x - 3$; c) $y = 14x^2 + 5x + 12$; d) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 9x + 6$; e) $y = \frac{5}{3}x^2 - 4x$; f) $y = \frac{1}{7}x^2 + 7$; g) $y = -2x^2 + \frac{3}{4}x$; h) $y = \frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{5}$.

- A questão **9** tem por objetivo verificar a compreensão dos estudantes sobre o conceito de funções quadráticas e a identificação dos termos associados a elas, a fim de capacitá-los a resolver situações-problema. Antes que os estudantes resolvam os cálculos, questione-os sobre qual, entre os três valores apresentados nos itens, determina a maior medida de área e analise se eles respondem que se trata do item **c**, pois é o que contém a maior medida de comprimento do lado do retângulo que representa o formato da horta.
- A atividade **34** propicia aos estudantes a compreensão do conceito de funções quadráticas e a identificação dos termos associados a elas, além de capacitá-los a escrever leis de formação. Se achar necessário, resolva um ou dois itens na lousa para sanar as dúvidas dos estudantes.
- Na atividade **35**, se achar necessário, explique aos estudantes que podemos utilizar qualquer letra no lugar de x na lei de formação de uma função, o que pode ser constatado nesta atividade.

Complemente a atividade **35** propondo outros valores para m, além dos sugeridos nos itens, que incluam números racionais representados na forma de número decimal.

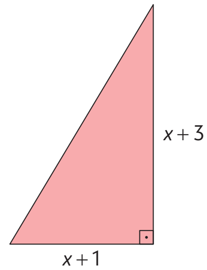
- Caso algum estudante apresente dificuldades na realização da atividade **36**, comente que é possível utilizar a fórmula resolutiva de uma equação do segundo grau, estudada na unidade **5**.
- Após a realização da atividade **37**, avalie a conveniência de distribuir malhas quadriculadas aos estudantes e solicite que construam os gráficos cuja lei de formação é apresentada nos itens (considerando as restrições para os valores de t).

• Comente com os estudantes que, nas resoluções dos itens da atividade **38**, a fim de determinar a fórmula que representa a medida da área de cada figura em função de x, o valor de x deve ser maior do que zero ($x > 0$).

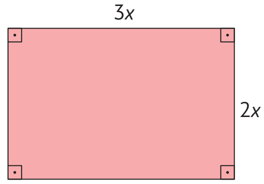
• Na atividade **39**, o objetivo é que os estudantes escrevam uma fórmula que expresse a medida da área do terreno e da quadra, bem como a medida da área total do terreno. Com isso, ao utilizar conhecimentos para compreender e explicar a realidade, eles poderão perceber as relações da Matemática com as situações reais, favorecendo, assim, o desenvolvimento da **Competência geral 1**.

38. Escreva no caderno uma fórmula para representar a medida da área A de cada figura em função de x.

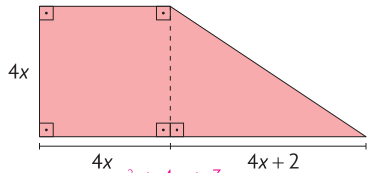
A.



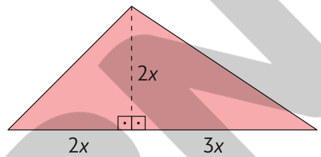
C.



B.



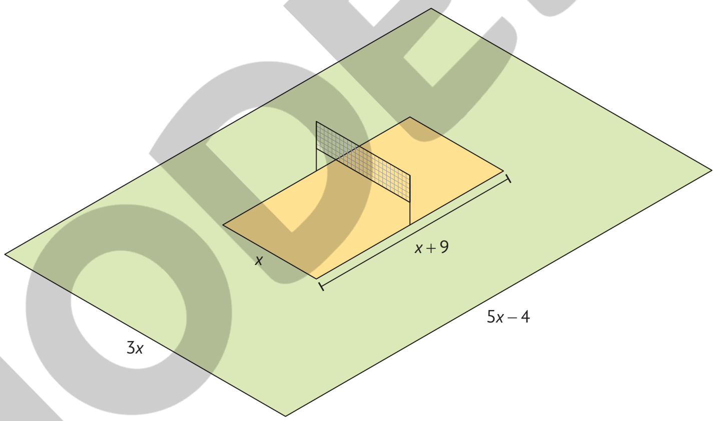
D.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

38. Respostas: A. $A = \frac{x^2 + 4x + 3}{2}$, $x > -1$; B. $A = 24x^2 + 4x$, $x > -\frac{1}{2}$; C. $A = 6x^2$, $x > 0$; D. $A = 5x^2$, $x > 0$.

39. Para a realização de um torneio de voleibol, um terreno retangular foi utilizado para a construção da quadra e das demais instalações.
No esquema a seguir, estão representados esse terreno e a região destinada à quadra.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva no caderno uma fórmula que expresse:
- a medida da área do terreno (y) em função da medida x;
- a medida da área da quadra (z) em função da medida x.

b) Qual é a medida da área total do terreno para $x = 9$ m? E a medida da área da quadra?

39. Respostas: a) $y = 15x^2 - 12x$, $x > 3{,}25$; $z = x^2 + 9x$, $x > 3{,}25$; b) 1107 m²; 162 m².

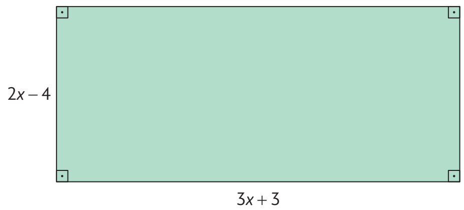
178

40. O custo y, em reais, de produção de um lote de x peças é dado por $y = 200 + 0{,}01x + 0{,}001x^2$. Qual é a diferença entre o custo de produção de um lote de 1000 peças e de um lote de 998 peças? 40. Resposta: Alternativa **e**.

Atenção!
Use uma calculadora para resolver a atividade **40**.

a) R$ 1210,00
b) R$ 4,20
c) R$ 1652,00
d) R$ 444,20
e) R$ 4,02

41. Considere o retângulo a seguir.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

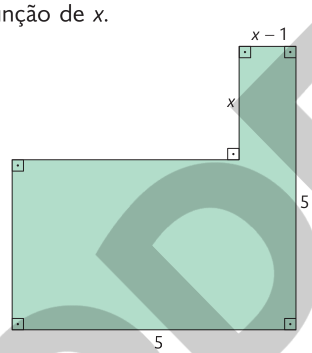
a) Escreva no caderno uma sentença matemática que expresse a medida da área desse retângulo (y) em função de x.

b) Determine o valor de y para $x = 4$.

41. Respostas: a) $y = 6x^2 - 6x - 12$, $x > 2$; b) $y = 60$.

42. A medida da área (y) da figura a seguir é dada em função de x.

Atenção!
As medidas indicadas na imagem estão em metros.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva no caderno a lei de formação dessa função.

b) Determine o valor de y para $x = 2$ m.

42. Respostas: a) $y = x^2 - 6x + 25$, $x > 1$; b) $y = 17$ m².

43. Em um pedaço de papel, Armando escreveu a sequência dos números ímpares positivos em ordem crescente.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

A soma dos n primeiros termos dessa sequência é dada por $y = n^2$. A soma dos 3 primeiros termos, por exemplo, é 9, pois $3^2 = 9$.

a) Qual é a soma dos 15 primeiros termos dessa sequência? E dos 50 primeiros?

b) Armando adicionou certa quantidade de termos a essa sequência e obteve 144 como resultado. Quantos termos ele adicionou? 43. Respostas: a) 225; 2 500; b) 12 termos.

- A atividade **40** apresenta a questão do custo y de produção de um lote de x peças. Com isso, os estudantes poderão perceber as relações do estudo da Matemática e utilizar conhecimentos sobre o mundo físico, buscando compreender e explicar a realidade, bem como continuar aprendendo e colaborando com a sociedade, conforme orienta a **Competência geral 1**.
- Comente com os estudantes que, na resolução do item **a** da atividade **41**, para determinar a sentença matemática que expressa a medida da área do retângulo (y) em função de x, x deve ser maior do que zero $(x > 0)$.
- Se necessário, diga aos estudantes que, na realização da atividade **42**, pode-se decompor a figura em dois retângulos cujas medidas de área são $(x - 1) \cdot x$ e $(5 - x) \cdot 5$ e, depois, adicionar essas duas medidas para obter a medida da área total da figura.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **42**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- A atividade **43** contribui para o desenvolvimento da curiosidade, do espírito de investigação, da capacidade de resolver problemas recorrendo à modelagem matemática, do **raciocínio lógico-matemático** e da dedução de algumas propriedades, bem como para a verificação de conjecturas, tornando o processo de ensino-aprendizagem uma ação prazerosa e formativa. Após os estudantes conjecturarem sobre a regra da sequência, oriente-os a verificar se ela funciona, testando alguns dos termos apresentados.

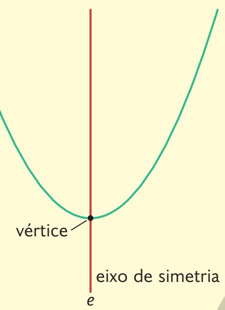
• Complemente o trabalho com os conteúdos apresentados nesta e na próxima página. Para tanto, reproduza e entregue aos estudantes uma malha quadriculada e, depois, peça a eles que façam a construção do gráfico da função quadrática apresentada, seguindo os passos explicados, de modo a sanar as dúvidas que tiverem.

Gráfico de uma função quadrática

Estudamos anteriormente os procedimentos de construção do gráfico de uma função afim, que é uma reta. Agora, vamos construir o gráfico de uma função quadrática e, com base nela, identificar algumas de suas características.

O **gráfico** de uma função quadrática é uma curva chamada **parábola**.

A parábola tem um **eixo de simetria**. O ponto em que esse eixo intersecta a parábola é o **vértice** da parábola.



Parábola.

Atenção!
Indicamos o vértice da parábola por $V(x_V, y_V)$.

Considere a função quadrática definida por $y = x^2 + x$. Para construir seu gráfico, podemos realizar os seguintes passos.

1º. Atribuímos alguns valores para x.

2º. Substituímos os valores de x na lei de formação da função e determinamos os valores correspondentes de y. Determinamos, assim, alguns pares ordenados (x, y).

3º. Para cada par ordenado obtido, representamos um ponto no plano cartesiano.

x	$y = x^2 + x$	(x, y)
-3	$y = (-3)^2 + (-3) = 6$	$(-3, 6)$
-2	$y = (-2)^2 + (-2) = 2$	$(-2, 2)$
-1	$y = (-1)^2 + (-1) = 0$	$(-1, 0)$
0	$y = 0^2 + 0 = 0$	$(0, 0)$
1	$y = 1^2 + 1 = 2$	$(1, 2)$
2	$y = 2^2 + 2 = 6$	$(2, 6)$

Quadro referente aos passos **1** e **2**.

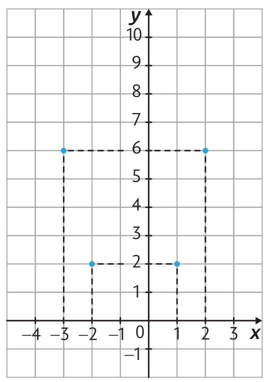
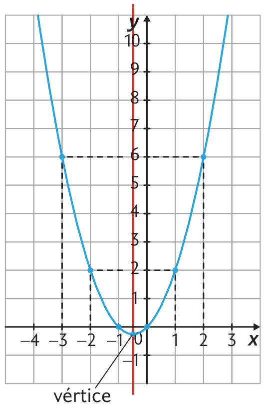


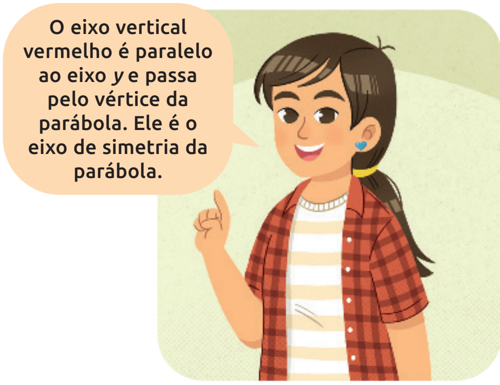
Imagem referente ao passo **3**.

ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

4º. Como x é um número real, podemos atribuir infinitos valores para x, obtendo, para cada um deles, um único valor de y. Assim, há infinitos pontos entre os já marcados no plano cartesiano. O gráfico da função é o conjunto de todos os pontos (x, y), com x real e $y = x^2 + x$, conforme apresentado a seguir.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA



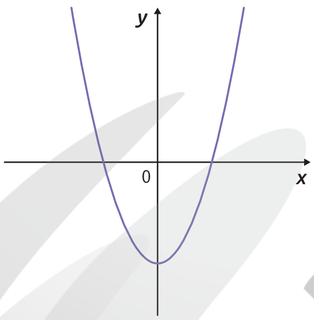
GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Concavidade da parábola

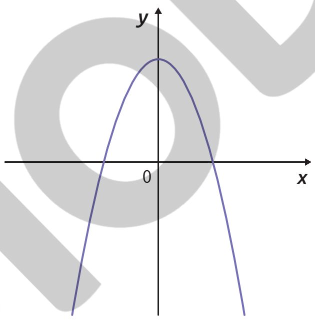
Conhecendo algumas características do gráfico da função quadrática, podemos construí-lo com mais precisão.

O coeficiente a, por exemplo, determina se a parábola tem concavidade voltada para cima ou para baixo.

- Se o coeficiente a é **positivo** ($a > 0$), a parábola tem concavidade voltada **para cima**.



- Se o coeficiente a é **negativo** ($a < 0$), a parábola tem concavidade voltada **para baixo**.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Na próxima página, apresentaremos o gráfico das funções quadráticas definidas por $y = x^2 + 2x$ e $y = -x^2 + 3x$.

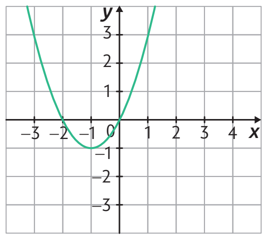
- Verifique a possibilidade de pedir aos estudantes que analisem os gráficos apresentados nesta página antes de abordá-los no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem identificar algumas regularidades. Em seguida, considerando as explicações propostas e desenvolvidas por eles, apresente aquelas encontradas no livro.

Metodologias ativas

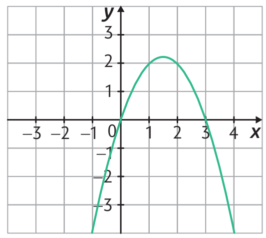
Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- É possível desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares*** utilizando o GeoGebra, um *software* de geometria dinâmica que utiliza conceitos de Geometria e Álgebra. Nesse programa, é possível realizar diversas construções geométricas usando pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando as relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção. Utilizado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site* disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 3 ago. 2022.
- Caso esta seção seja realizada no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estejam com o *software* instalado. Uma alternativa é usar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.
- Se necessário, na atividade **44**, reforce para os estudantes que, para verificar se os gráficos das funções têm a concavidade voltada para cima ou para baixo, basta analisar o sinal do coeficiente a nas leis de formação.

- $y = x^2 + 2x$



- $y = -x^2 + 3x$



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ ARQUIVO DA EDITORA

Note que o gráfico da função definida por:

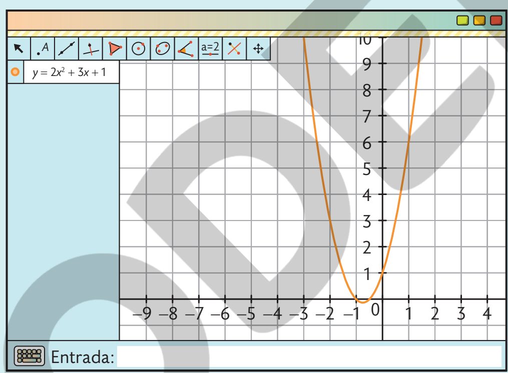
- $y = x^2 + 2x$ tem concavidade voltada para cima, pois o coeficiente a é positivo ($a > 0$);
- $y = -x^2 + 3x$ tem concavidade voltada para baixo, pois o coeficiente a é negativo ($a < 0$).

Instrumentos e *softwares*

Gráfico de funções no GeoGebra

Com o GeoGebra, podemos construir o gráfico de funções.

Vamos construir, por exemplo, o gráfico da função quadrática definida por $y = 2x^2 + 3x + 1$. Para isso, no campo **Entrada...**, digite a lei de formação da função e, em seguida, tecle **Enter**. O gráfico da função será exibido na **Janela de Visualização**.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!
Para digitar x^2, escreva x^2.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

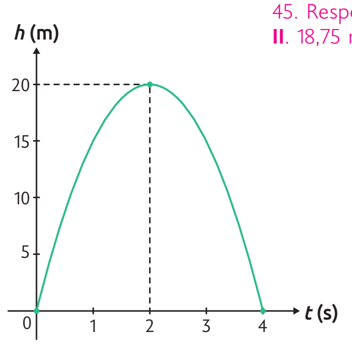
44. Escreva no caderno se o gráfico das funções cujas leis de formação são apresentadas a seguir têm concavidade voltada para cima ou para baixo.

a) $y = x^2 + 14x - 62$
b) $y = -x^2 + 4x + 9$
c) $y = -x^2 + 7x$
d) $y = 5x^2 + 15$
e) $y = 4x^2 - x + 3$
f) $y = -12x^2$

44. Respostas: a) Para cima; b) Para baixo; c) Para baixo; d) Para cima; e) Para cima; f) Para baixo.

45. Em uma partida de futebol, Gabriel fez um lançamento no qual a trajetória da bola descreveu uma parábola. Essa trajetória tem a medida de sua altura *h* (em metros) dada em função da medida do tempo *t* (em segundos) decorrido após o chute.

45. Respostas: a) 20 m; b) 4 s; c) **I**. 15 m; **II**. 18,75 m; **III**. 18,75 m; d) 2 s.



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Analise a trajetória da bola e responda às questões.

a) Qual foi a medida da altura máxima atingida pela bola?

b) Quantos segundos depois do lançamento a bola tocou o solo novamente?

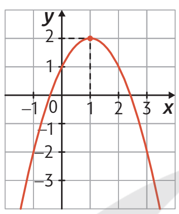
c) Sabendo que a trajetória da bola pode ser descrita por $h = -5t^2 + 20t$, determine a medida da altura atingida pela bola, após o lançamento, depois de:

I. 1 s. **II.** 2,5 s. **III.** 1,5 s.

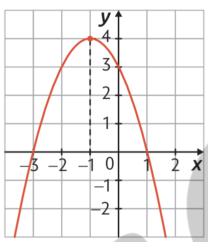
d) Em quantos segundos após o lançamento a bola atingiu a altura máxima?

46. Considere os gráficos a seguir.

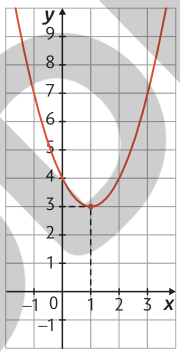
I.



II.



III.



ILUSTRAÇÕES: GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, relacione os gráficos à lei de formação da função que eles representam. Para isso, escreva o algarismo romano e a letra correspondentes. 46. Resposta: **III-A**; **I-B**; **II-C**.

A. $y = x^2 - 2x + 4$ **B.** $y = -x^2 + 2x + 1$ **C.** $y = -x^2 - 2x + 3$

47. Considere as funções quadráticas dadas por $y = x^2 + 1$ e $y = -x^2 - 1$.

a) No GeoGebra, construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos dessas funções.

b) A parábola de qual dessas funções tem concavidade voltada para baixo?

47. Respostas: a) Resposta na seção **Resoluções**; b) Resposta: A parábola de $y = -x^2 - 1$ tem a concavidade voltada para baixo, pois $-1 > 0$.

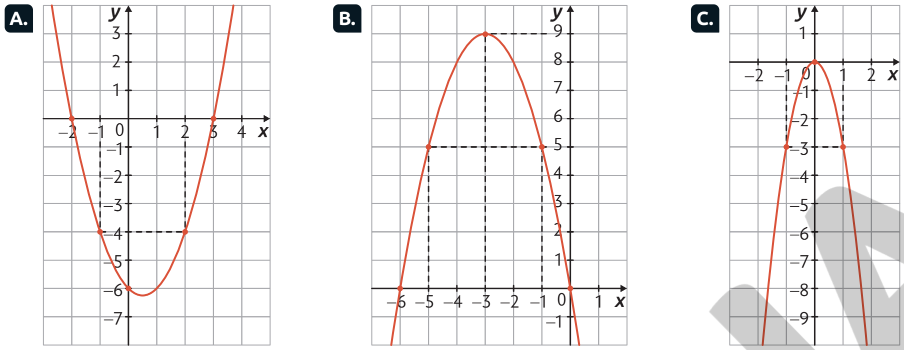
• Na atividade **45**, os estudantes podem estabelecer relação do conteúdo estudado com uma situação do cotidiano, reconhecendo e analisando suas características, bem como percebendo as relações da Matemática com o mundo físico, o que favorece o desenvolvimento da **Competência geral 1**.

• Se achar conveniente, oriente os estudantes a resolver a atividade **46** analisando pontos pertencentes ao gráfico e a verificar se suas coordenadas satisfazem a lei de formação da função.

• Se necessário, organize os estudantes em duplas para realizar a atividade **47**. Caso não haja laboratório de informática na escola, disponibilize malhas quadriculadas para a construção dos gráficos das funções.

- Nas atividades **48** e **49**, se necessário, relembre os estudantes que, se o coeficiente a é positivo $(a > 0)$, a parábola tem concavidade voltada para cima e, se o coeficiente a é negativo $(a < 0)$, a parábola tem concavidade voltada para baixo.
- Se necessário, disponibilize malhas quadriculadas para a realização da atividade **50**. Além disso, analise a conveniência de construir na lousa os gráficos de um ou dois itens, a fim de que os estudantes possam acompanhar os passos e sanar as dúvidas.
- Se necessário, organize os estudantes em duplas para realizar a atividade **51**. Caso não haja laboratório de informática na escola, disponibilize malhas quadriculadas para as construções dos gráficos das funções.

48. Em cada item está representado o gráfico de uma função quadrática. Qual é o sinal do coeficiente a dessas funções? 48. Respostas: A. $a > 0$; B: $a < 0$; C. $a < 0$.



49. Considere as funções quadráticas, de variáveis x e y, cujas leis de formação estão apresentadas.

a) $y = (t - 4)x^2 - 5x - 2$

b) $y = (7t + 42)x^2 + 2x - 1$

c) $y = \left(2t - \frac{1}{2}\right)x^2 - x + 23$

d) $y = (35 - 5t)x^2 - 2$

e) $y = (-2t - 8)x^2 + 3x$

f) $y = (9 + 3t)x^2 - 2x - 8$

g) $y = 4 + 2x - (t - 4)x^2$

Para quais valores de t o gráfico de cada uma dessas funções tem concavidade voltada para cima? E para baixo? 49. Respostas: a) $t > 4$, $t < 4$; b) $t > -6$, $t < -6$; c) $t > \frac{1}{4}$, $t < \frac{1}{4}$; d) $t < 7$, $t > 7$; e) $t < -4$, $t > -4$; f) $t > -3$; $t < -3$; g) $t < 4$; $t > 4$.

50. Construa o gráfico da função quadrática definida por:

a) $y = x^2 + 1$.

b) $y = x^2 - 2x$.

c) $y = 2x^2 + 5x$.

d) $y = -x^2 + 3x + 4$.

e) $y = -2x^2 + 2x$.

f) $-5x^2$.

g) $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$.

h) $y = 4x^2$.

i) $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}$.

j) $y = -5x^2 - 10x$.

k) $y = -x^2 + 2x$.

l) $y = x^2 + 2x - 2$.

50. Respostas na seção **Resoluções**.

51. Com o GeoGebra, construa o gráfico da função quadrática definida por:

a) $y = -3x^2 + 1$.

b) $y = 2x^2 + 3x + 5$.

c) $y = -x^2 - 4x + 1$.

d) $y = 4x^2 + 8x$.

e) $y = 5x^2 - 11$.

f) $y = \frac{1}{2}x^2$.

g) $y = -3x^2 - 7x + 4$.

h) $y = \frac{1}{3}x^2 - 3x - 3$.

i) $y = 2x^2 - 8x + 10$.

j) $y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 10$.

k) $y = 7x^2 + 7x$.

l) $y = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{16}x - \frac{11}{7}$.

51. Respostas na seção **Resoluções**.

Interseção com o eixo *y*

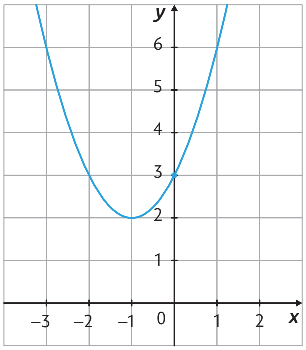
O gráfico de uma função quadrática definida por $y = ax^2 + bx + c$ intersecta o eixo *y* quando $x = 0$. Nesse caso, para determinar as coordenadas do ponto de interseção com esse eixo, basta substituir *x* por 0 na lei de formação da função, ou seja:

$$y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$$

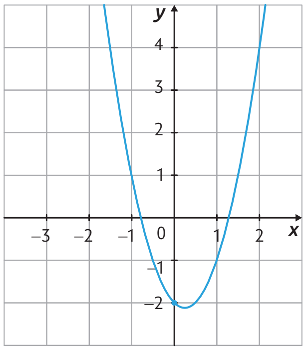
Portanto, o gráfico de uma função quadrática intersecta o eixo *y* no ponto $(0, c)$.

Acompanhe alguns exemplos.

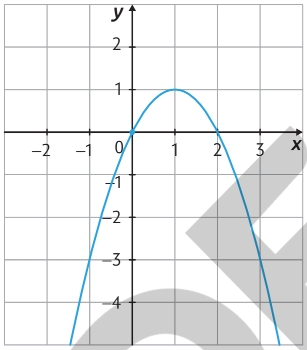
O gráfico da função quadrática definida por $y = x^2 + 2x + 3$ intersecta o eixo *y* no ponto $(0, 3)$, pois $c = 3$.



O gráfico da função quadrática definida por $y = 2x^2 - x - 2$ intersecta o eixo *y* no ponto $(0, -2)$, pois $c = -2$.



O gráfico da função quadrática definida por $y = -x^2 + 2x$ intersecta o eixo *y* no ponto $(0, 0)$, pois $c = 0$.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

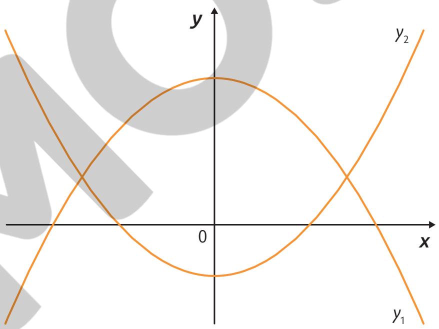
52. Analise os gráficos das funções quadráticas dadas por $y_1 = a_1x^2 + b_1x + c_1$ e $y_2 = a_2x^2 + b_2x + c_2$.

Qual dos itens apresenta informações verdadeiras? 52. Resposta: Alternativa **b**.

a) $a_1 \cdot a_2 > 0$ e $c_1 \cdot c_2 < 0$

b) $a_1 \cdot c_2 > 0$ e $a_2 \cdot c_1 > 0$

c) $a_1 \cdot a_2 > 0$ e $c_1 \cdot c_2 > 0$



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

- Verifique a possibilidade de pedir aos estudantes que analisem os gráficos apresentados nesta página antes de abordá-los no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem identificar algumas regularidades. Em seguida, considerando as explicações propostas e desenvolvidas por eles, apresente aquelas encontradas no livro.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na realização da atividade **52**, peça a eles que analisem os gráficos das funções e, por meio deles, determinem o sinal dos coeficientes a_1 e a_2. Solicite que verifiquem também o ponto $(0, c)$, que intersecta o eixo *y*, para analisar o sinal de c_1 e c_2.

185

• Nas atividades **53** e **54**, se necessário, reforce aos estudantes que o gráfico de uma função quadrática definida por $y = ax^2 + bx + c$ intersecta o eixo y quando $x = 0$. Portanto, o gráfico de uma função quadrática intersecta o eixo y no ponto $(0, c)$.

53. Considere as funções quadráticas definidas pelas leis de formação a seguir.

A. $y = x^2 - 3x + 3$

B. $y = x^2 + 2x + 4$

C. $y = -x^2 + x - 2$

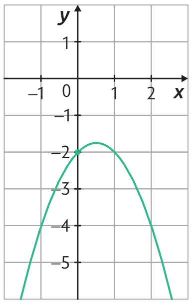
D. $y = -2x^2 + 3x + 1$

a) Quais dessas funções têm o gráfico com a concavidade voltada para cima?

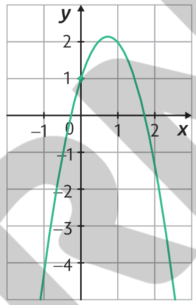
b) Quais são as coordenadas do ponto em que o gráfico de cada uma dessas funções intersecta o eixo y?

c) Relacione no caderno cada função a um dos gráficos a seguir.

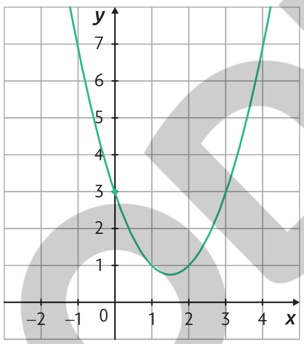
I.



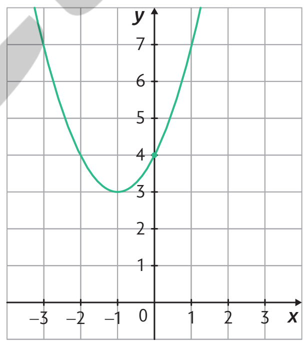
III.



II.



IV.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

53. Respostas: a) **A** e **B**; b) A. $(0, 3)$; B. $(0, 4)$; C. $(0, -2)$; D. $(0, 1)$; c) **A-II**; **B-IV**; **C-I**; **D-III**.

54. Qual é o ponto de interseção entre o eixo y e o gráfico da função quadrática definida por:

a) $y = \frac{5}{2}x^2 + 8x - 3$?

b) $y = -5x^2 - 2x + 4$?

c) $y = 36x^2 + 12x + 1$?

d) $y = \frac{x^2}{4} - 8x + 64$?

e) $y = \frac{x^2}{9} - \frac{1}{4}$?

f) $y = \frac{x^2}{6} - \frac{3}{10}x$?

54. Respostas: a) $(0, -3)$; b) $(0, 4)$; c) $(0, 1)$; d) $(0, 64)$; e) $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$; f) $(0, 0)$.

Interseção com o eixo *x* e zeros da função quadrática

O gráfico de uma função quadrática, na forma $y = ax^2 + bx + c$, intersecta o eixo x nos pontos em que $y = 0$, ou seja, quando:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

A equação $ax^2 + bx + c = 0$ é uma equação do 2º grau com incógnita x e coeficientes reais a, b e c, tal que $a \neq 0$. As raízes reais dessa equação são:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

com $\Delta = b^2 - 4ac$.

Desse modo, o gráfico da função quadrática definida por $y = ax^2 + bx + c$ intersecta o eixo x nos pontos $\left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right)$ e $\left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right)$.

Os **zeros** de uma função quadrática são as abscissas dos pontos de interseção de seu gráfico com o eixo x.

Considere, por exemplo, a função quadrática definida por $y = x^2 + x - 2$. Determinaremos as coordenadas dos pontos em que o gráfico dessa função intersecta o eixo x. Para isso, resolvemos a equação $x^2 + x - 2 = 0$.

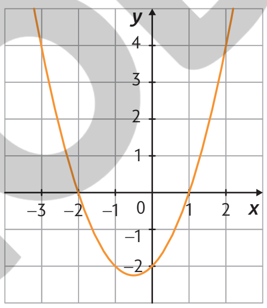
$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$
$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)$$
$$\Delta = 1 + 8$$
$$\Delta = 9$$

Atenção!

Note que $a = 1$, $b = 1$ e $c = -2$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(+1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad x_2 = \frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o gráfico dessa função intersecta o eixo x nos pontos $(-2, 0)$ e $(1, 0)$. Então, -2 e 1 são os zeros dessa função.

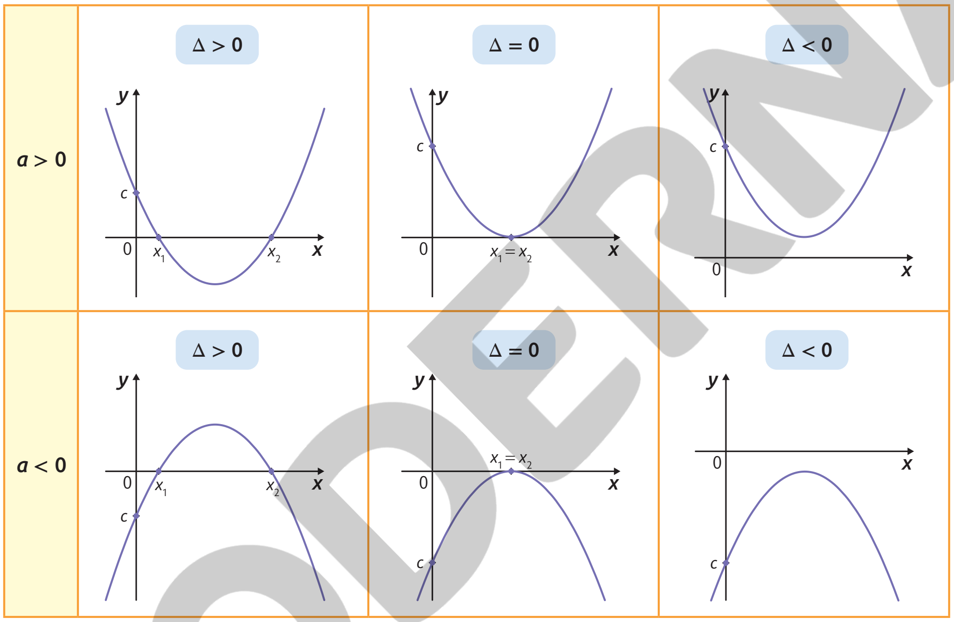
- Verifique a possibilidade de questionar os estudantes em relação ao gráfico apresentado nesta página antes de abordá-lo no livro e depois das explicações dadas em relação aos zeros de uma função quadrática, a fim de que, em duplas, eles tentem determinar as coordenadas dos pontos em que o gráfico dessa função intersecta o eixo x. Para isso, se faz necessário resolver a equação. Em seguida, considerando as explicações propostas e desenvolvidas por eles, apresente aquelas encontradas no livro.

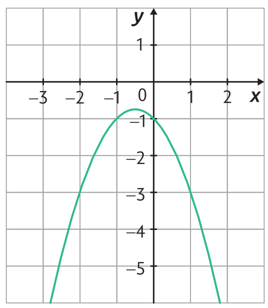
• Antes de apresentar o exemplo **1** desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado aos zeros de uma função quadrática que são as raízes de uma equação do 2º grau, de modo que estabeleçam relação com a fórmula resolutiva, estudada na unidade **5**. Além disso, analise se eles verificam, nesse exemplo, que a parábola não intersecta o eixo x e que, portanto, não tem zeros reais.

Na unidade **5** deste livro, você viu que uma equação do 2º grau pode ter duas raízes reais diferentes, ter duas raízes reais iguais ou não ter raízes reais, dependendo do valor de seu discriminante. Assim, como os zeros de uma função quadrática são as raízes de uma equação do 2º grau, essa função também pode ter dois zeros reais diferentes, ter dois zeros reais iguais ou não ter zeros reais.

- Se Δ é um número positivo, ou seja, $\Delta > 0$, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos distintos e a função tem dois zeros reais diferentes.
- Se Δ é igual a zero, ou seja, $\Delta = 0$, a parábola intersecta o eixo x em um único ponto e a função tem dois zeros reais iguais.
- Se Δ é um número negativo, ou seja, $\Delta < 0$, a parábola não intersecta o eixo x e a função não tem zeros reais.

De acordo com essas características, podemos organizar o seguinte quadro.





Acompanhe mais dois exemplos de funções quadráticas: a primeira não tem zeros reais e a segunda tem dois zeros reais iguais.

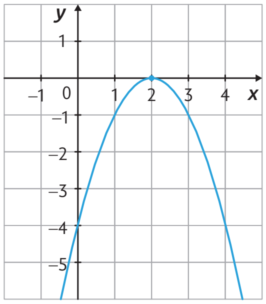
Exemplo 1. Função quadrática definida por $y = -x^2 - x - 1$. Nesse caso, temos:

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)$$
$$\Delta = 1 - 4$$
$$\Delta = -3$$

Portanto, a parábola não intersecta o eixo x.

Exemplo **2**. Função quadrática definida por $y = -x^2 + 4x - 4$. Nesse caso, temos:

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4)$$
$$\Delta = 16 - 16$$
$$\Delta = 0$$



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, a parábola intersecta o eixo x em um único ponto.

Conhecendo algumas informações do gráfico de uma função quadrática, podemos determinar sua lei de formação. Analise, por exemplo, as informações a seguir.

> O gráfico da função quadrática intersecta o eixo y no ponto $(0, 3)$ e o eixo x nos pontos $(1, 0)$ e $(3, 0)$.

Analisando essas informações, concluímos que:

- $c = 3$, pois a interseção entre o gráfico e o eixo y ocorre em $(0, 3)$;
- $x = 1$ e $x = 3$ são os zeros da função, pois a interseção entre o gráfico e o eixo x ocorre em $(1, 0)$ e $(3, 0)$.

I. Substituindo x por 1 e c por 3 na equação $ax^2 + bx + c = 0$, obtemos:

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 3 = 0$$
$$a + b + 3 = 0$$

II. Agora, substituindo x por 3 e c por 3 na mesma equação, obtemos:

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + 3 = 0$$
$$9a + 3b + 3 = 0$$

Com as equações obtidas em I e II, escrevemos e resolvemos o seguinte sistema de equações, obtendo, assim, os valores de a e b.

$$\begin{cases} a + b + 3 = 0 \cdot (-3) \\ 9a + 3b + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a - \cancel{3b} - 9 = 0 \\ \underline{9a + \cancel{3b} + 3 = 0} \end{cases}$$
$$6a - 6 = 0 \Rightarrow 6a = 6 \Rightarrow a = 1$$

Substituindo a por 1 em $a + b + 3 = 0$, obtemos o valor de b.

$$a + b + 3 = 0 \Rightarrow 1 + b + 3 = 0 \Rightarrow b = -4$$

Logo, $a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$. Portanto, a lei de formação dessa função é $y = x^2 - 4x + 3$.

- Analise se os estudantes verificam no exemplo **2** que a parábola intersecta o eixo x em apenas um ponto e que, portanto, tem dois zeros reais e iguais a 2.
- Se achar conveniente, peça a eles que construam, usando uma malha quadriculada, o gráfico da função quadrática que intersecta o eixo y no ponto $(0, 3)$ e o eixo x nos pontos $(1, 0)$ e $(3, 0)$, para que possam acompanhar de modo significativo as explicações dadas a fim de determinar a lei de formação da função.

- Proponha a realização das atividades **55**, **56**, **57** e **58** em duplas, a fim de que possam conversar e compartilhar as estratégias utilizadas. Além disso, promove-se a interação entre os pares, a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos, favorecendo, assim, o desenvolvimento da **Competência geral 9**.
- Avalie a conveniência de distribuir malhas quadriculadas aos estudantes e de solicitar que construam os gráficos cujas leis de formação são dadas pelos itens das atividades **55** e **57**.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

57. Resposta: a) Dois zeros reais distintos; b) Dois zeros reais iguais; c) Não tem zeros reais; d) Dois zeros reais iguais; e) Dois zeros reais distintos; f) Não tem zeros reais.

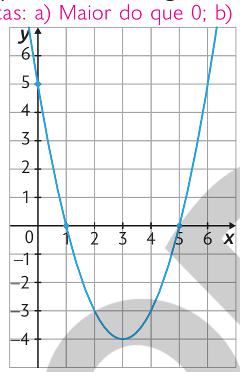
55. Determine, se existirem, os zeros da função quadrática definida por:

a) $y = x^2 - 6x + 9$.
b) $y = -4x^2 + 2x + 2$.
c) $y = -6x^2 + 2x + 4$.
d) $y = -x^2 + x + 2$.
e) $y = -x^2 + 2x - 2$.
f) $y = x^2 + x - 2$.
g) $y = -2x^2 - 2x + 4$.
h) $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$.
i) $y = x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}$.
j) $y = x^2 - 3x - 10$.
k) $y = x^2 + 2x - 3$.

55. Respostas: a) Duas raízes iguais a 3; b) $-\frac{1}{2}$ e 1; c) $-\frac{2}{3}$ e 1; d) −1 e 2; e) Não tem raízes reais; f) 1 e −2; g) 1 e −2; h) −1 e 2; i) $\frac{1}{2}$ e 3; j) −2 e 5; k) 1 e −3.

56. Considere o gráfico da função quadrática apresentado a seguir.

56. Respostas: a) Maior do que 0; b) 5; c) 1 e 5; d) (1, 0) e (5, 0); e) (0, 5).



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

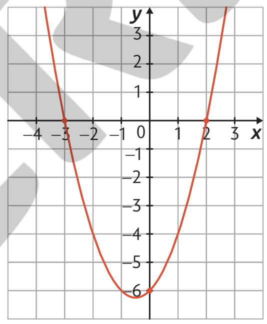
a) O coeficiente *a* dessa função é maior ou menor do que 0?
b) Qual é o coeficiente *c* dessa função?
c) Quais são os zeros dessa função?
d) Quais são as coordenadas dos pontos em que a parábola intersecta o eixo *x*?
e) Quais são as coordenadas dos pontos em que a parábola intersecta o eixo *y*?

57. Escreva no caderno se cada função cujas leis de formação são apresentadas a seguir tem dois zeros reais distintos, dois zeros reais iguais ou não tem zeros reais.

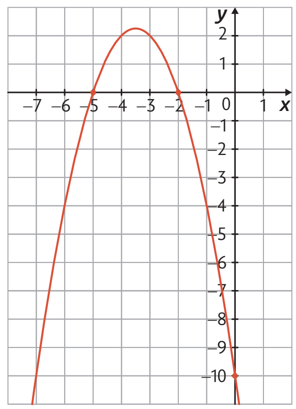
a) $y = -x^2 - 5x + 24$
b) $y = -x^2 + 6x - 9$
c) $y = -x^2 - 4x - 5$
d) $y = 2x^2 + 4x + 2$
e) $y = x^2 - 6x + 8$
f) $y = x^2 + 4x + 6$

58. Analise o gráfico da função quadrática apresentado em cada um dos itens. Em seguida, escreva no caderno a lei de formação dessas funções.

A.



B.



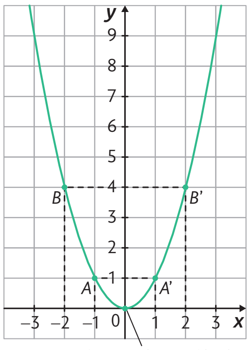
ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

58. Respostas: A. $y = x^2 + x - 6$; B. $y = -x^2 - 7x - 10$.

Coordenadas do vértice da parábola

Como estudamos anteriormente, a parábola tem um eixo de simetria e seu vértice $V(x_V, y_V)$ é o ponto em que esse eixo intersecta a parábola.

No gráfico da função definida por $y = x^2$, estão destacados alguns pontos. Note que $A(-1, 1)$ e $A'(1, 1)$ são pontos do gráfico da função que têm ordenadas iguais. Quando isso ocorre, dizemos que os pontos são simétricos em relação ao eixo de simetria da parábola.



vértice da parábola

Questão 10. Os pontos B e B' são simétricos em relação ao eixo de simetria da parábola? Justifique sua resposta.

Questão 10. Resposta: Sim, pois pertencem ao gráfico da função quadrática e têm ordenadas iguais.

Como o vértice da parábola pertence ao eixo de simetria, sua abscissa pode ser calculada pela média aritmética das abscissas de quaisquer dois pontos simétricos da parábola em relação ao eixo de simetria. No caso de A e A', temos:

$$\frac{-1 + 1}{2} = 0$$

Para obter a ordenada do vértice da parábola, substituímos x por 0 na lei de formação da função. Assim:

$$y_V = 0^2 = 0$$

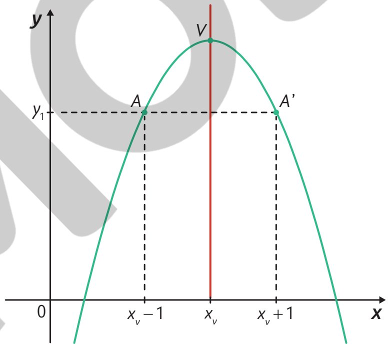
Portanto, o vértice da parábola é $V(0, 0)$.

Considerando uma função quadrática definida por $y = ax^2 + bx + c$, podemos determinar algebricamente a abscissa x_V do vértice da parábola com base em seus coeficientes. Para isso, consideraremos os pontos $A(x_V - 1, y_1)$ e $A'(x_V + 1, y_1)$ pertencentes à parábola.

Atenção!

Note que os pontos A e A' são simétricos em relação ao eixo de simetria da parábola.

eixo de simetria



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

- Como a questão **10** é oral, verifique se todos chegaram à conclusão de que os pontos B e B' são simétricos por terem ordenadas iguais.

- Antes de apresentar a função quadrática da página **191**, definida por $y = ax^2 + bx + c$, peça aos estudantes que analisem a abscissa x_V do vértice da parábola com base em seus coeficientes. Permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de tornar o estudo mais significativo. Depois, apresente as explicações que se encontram nesta página.
- Ao trabalhar com os estudantes como obter a ordenada y_V do vértice, analise se eles compreenderam que $\frac{-b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}$, pois: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Substituindo x por $x_V - 1$ e por $x_V + 1$ na lei de formação da função, temos:

$$y_1 = a(x_V - 1)^2 + b(x_V - 1) + c$$
$$y_1 = a(x_V + 1)^2 + b(x_V + 1) + c$$

Assim:

$$\underbrace{a(x_V - 1)^2 + b(x_V - 1) + c}_{y_1} = \underbrace{a(x_V + 1)^2 + b(x_V + 1) + c}_{y_1}$$

Desenvolvendo a equação, obtemos:

$$a(x_V^2 - 2x_V + 1) + b(x_V - 1) + c = a(x_V^2 + 2x_V + 1) + b(x_V + 1) + c$$
$$\cancel{ax_V^2} - 2ax_V + \cancel{a} + \cancel{bx_V} - b + \cancel{c} = \cancel{ax_V^2} + 2ax_V + \cancel{a} + \cancel{bx_V} + b + \cancel{c}$$
$$-2ax_V - b = 2ax_V + b$$
$$-4ax_V = 2b$$
$$x_V = -\frac{b}{2a}$$

Para obter a ordenada y_V do vértice, substituímos x por $-\frac{b}{2a}$ na lei de formação da função. Assim:

$$y_V = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c$$
$$y_V = a \cdot \frac{b^2}{4a^2} - b \cdot \frac{b}{2a} + c$$
$$y_V = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$
$$y_V = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$
$$y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

O vértice da parábola que representa a função quadrática definida por $y = ax^2 + bx + c$ é:

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right), \text{ em que } \Delta = b^2 - 4ac.$$

Agora, determinaremos o vértice da parábola correspondente à função quadrática definida por $y = 3x^2 - 6x + 7$. Para isso, fazemos:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-6)}{2 \cdot 3} = \frac{6}{6} = 1$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7}{4 \cdot 3} = -\frac{36 - 84}{12} = 4$$

Atenção!

Note que $a = 3$, $b = -6$ e $c = 7$.

Portanto, o vértice dessa parábola é $V(1, 4)$.

Algo a mais

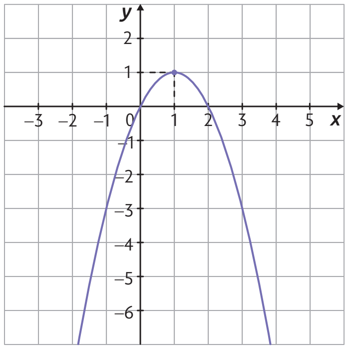
- Caso considere relevante, complemente o estudo sobre funções com informações disponíveis no livro a seguir, que discorre sobre a história da Matemática desde a Antiguidade até os tempos modernos, com recursos pedagógicos, exercícios e um panorama cultural.

> EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

Valor máximo e valor mínimo da função quadrática

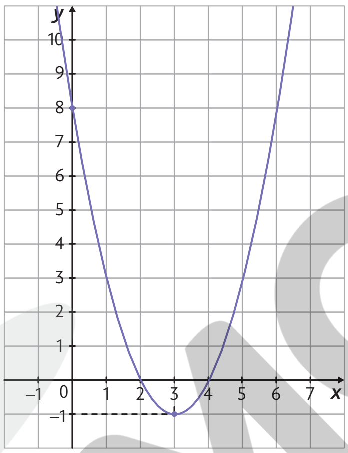
Toda função quadrática assume um valor máximo ou um valor mínimo, dependendo do coeficiente a de sua lei de formação.

Considere o gráfico da função quadrática definida por $y = -x^2 + 2x$.



Como a é negativo, o vértice da parábola é **ponto de máximo**, ou seja, é o ponto em que essa função assume **valor máximo**. Nesse exemplo, o coeficiente a é -1 e o vértice da parábola é $V(1, 1)$. Então, $V(1, 1)$ é o ponto de máximo do gráfico da função e $y_V = 1$ é o valor máximo da função.

Agora, considere o gráfico da função quadrática definida por $y = x^2 - 6x + 8$.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Como a é positivo, o vértice da parábola é **ponto de mínimo**, ou seja, é o ponto em que essa função assume **valor mínimo**. Nesse exemplo, o coeficiente a é 1 e o vértice da parábola é $V(3, -1)$. Então, $V(3, -1)$ é ponto de mínimo do gráfico da função e $y_V = -1$ é o valor mínimo da função.

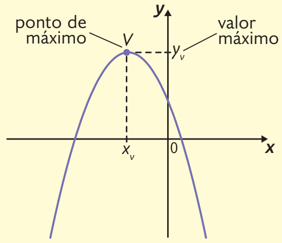
• Antes de trabalhar com os conteúdos desta página, mostre aos estudantes os dois gráficos e incentive-os a elencar diferenças entre eles. Permita que eles conversem entre si, tendo a oportunidade de tornar o estudo mais significativo. Depois, apresente as explicações do livro e ressalte o fato de que, se $a < 0$, a coordenada do vértice é ponto de máximo e, se $a > 0$, a coordenada do vértice é ponto de mínimo.

• Depois de resolver os itens da atividade **59**, avalie a possibilidade de entregar aos estudantes uma malha quadriculada para que eles construam os gráficos das funções por meio das leis de formação e, em seguida, verifiquem as coordenadas do vértice de cada uma das funções.

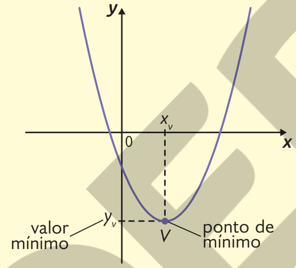
• Na atividade **60**, verifique se os estudantes determinam se o gráfico dessas funções tem ponto de máximo ou ponto de mínimo analisando o coeficiente *a*. Além disso, complemente a atividade solicitando que determinem se essas funções têm dois zeros reais diferentes, dois zeros reais iguais ou não têm zeros reais.

Considere a função quadrática definida por $y = ax^2 + bx + c$.

Quando *a* é negativo ($a < 0$), a parábola que representa a função tem concavidade voltada para baixo. Nesse caso, $V(x_V, y_V)$ é **ponto de máximo** do gráfico e $y_V = -\dfrac{\Delta}{4a}$ é o valor máximo da função.



Quando *a* é positivo ($a > 0$), a parábola que representa a função tem concavidade voltada para cima. Nesse caso, $V(x_V, y_V)$ é **ponto de mínimo** do gráfico e $y_V = -\dfrac{\Delta}{4a}$ é o valor mínimo da função.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

59. Respostas: a) $V(-2, 0)$; b) $V(0, 9)$; c) $V\left(\frac{3}{2}, -\frac{29}{4}\right)$; d) $V(-2, -8)$; e) $V(0, 0)$; f) $V(6, 6)$; g) $V(1, 1)$; h) $V(2, -2)$.

59. Determine as coordenadas do vértice da parábola correspondente à função quadrática definida por:

a) $y = x^2 + 4x + 4$.

b) $y = -x^2 + 9$.

c) $y = x^2 - 3x - 5$.

d) $y = 2x^2 + 8x$.

e) $y = 4x^2$.

f) $y = \dfrac{x^2}{4} - 3x + 15$.

g) $y = -3x^2 + 6x - 2$.

h) $y = \dfrac{1}{2}x^2 - 2x$.

60. Considere as funções quadráticas cujas leis de formação são apresentadas a seguir.

a) $y = x^2 + 5x + 40$

b) $y = -5x^2 + 20x - 40$

c) $y = -x^2 + 3x$

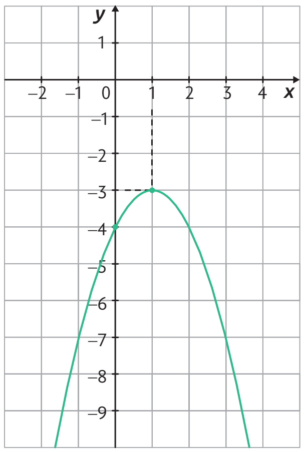
d) $y = x^2 - 25$

e) $y = -4x^2$

f) $y = 3x^2 + 1$

Em seu caderno, escreva se o gráfico dessas funções tem ponto de máximo ou ponto de mínimo. 60. Respostas: a) Ponto de mínimo; b) Ponto de máximo; c) Ponto de máximo; d) Ponto de mínimo; e) Ponto de máximo; f) Ponto de mínimo.

61. Analise o gráfico da função quadrática dada por $y = ax^2 + bx + c$.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é o sinal do coeficiente a da fórmula dessa função? Justifique sua resposta.

b) Quais são as coordenadas do ponto em que o gráfico dessa função intersecta o eixo y?

c) O gráfico dessa função intersecta o eixo x?

d) Quais são as coordenadas do vértice da parábola?

e) O vértice dessa parábola é o ponto de máximo ou de mínimo?

f) Qual é a lei de formação dessa função?

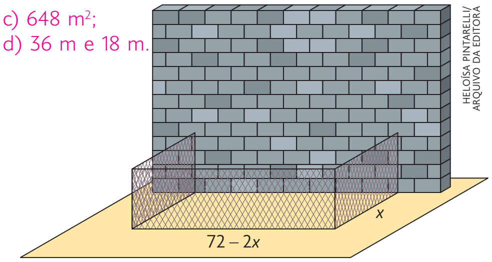
62. O gráfico da função quadrática cuja lei de formação está apresentada a seguir, de variáveis x e y, tem ponto de máximo $(4, 10)$. 62. Respostas: a) $n = 6$; b) Resposta na seção **Resoluções**.

$$y = -x^2 + 8x - n$$

a) Qual é o valor de n?

b) Construa no caderno o gráfico dessa função.

63. Mário tem 72 m de tela e quer cercar um terreno de formato retangular usando toda a tela. Para cercar esse terreno, ele vai aproveitar um muro que já está construído, conforme apresentado a seguir. 63. Respostas: a) $y = -2x^2 + 72x$, $0 < x < 36$; b) Resposta na seção **Resoluções**; c) 648 m²; d) 36 m e 18 m.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva no caderno a lei de formação da função que expressa a medida da área do terreno cercado (y) em função de x.

b) Construa no caderno o gráfico da função cuja lei de formação você escreveu no item anterior.

c) Qual é a medida da área máxima que Mário pode cercar com essa tela?

d) Quais são as medidas do comprimento dos lados do terreno que tem essa medida de área máxima?

64. Pedro lançou um avião de papel, feito com dobradura, cuja trajetória pode ser expressa por $h = -t^2 + 2t$, $t \geq 0$, em que h é a medida da altura (em metros) e t é a medida do tempo (em segundos). 64. Respostas: a) 1 m; b) 2 s; c) 1 s.

a) Qual foi a medida da altura máxima atingida pelo avião de papel nesse lançamento?

b) Quantos segundos após o lançamento o avião de papel atingiu o chão?

c) Após quantos segundos do lançamento o avião de papel atingiu a altura de medida máxima?

61. Respostas: a) Negativo, pois o gráfico representado tem concavidade voltada para baixo; b) $(0, -4)$; c) Não; d) $(1, -3)$; e) Ponto de máximo; f) $y = -x^2 + 2x - 4$.

- Na atividade **61**, peça aos estudantes que construam o gráfico no caderno ou em uma malha quadriculada e, analisando-o, comentem se determinaram a lei de formação correta no item **f**.
- Na atividade **62**, verifique se todos os estudantes compreendem que, para encontrar o valor de n, é necessário utilizar o ponto de máximo da função.
- Ressalte aos estudantes que, na atividade **63**, a medida x e a medida da área y do terreno não podem ser números negativos. Assim, x deve ser maior do que zero e menor do que 36, ou seja, $0 < x < 36$.
- Na atividade **64**, ressalte aos estudantes o fato de t ter de ser maior ou igual a zero. Pergunte a eles o que aconteceria caso não houvesse essa restrição e verifique se todos chegam à conclusão de que a medida de tempo tem de ser positiva.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

1 e 2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes escrevem a lei de formação de uma função afim e calculam valores dessa função.

Como proceder

- Ao constatar dificuldade no item **a** da atividade **1**, pergunte-lhes qual é o consumo de energia elétrica por hora de uso. No item **b** desta atividade, peça a eles que determinem inicialmente a quantidade de horas de uso nos 30 dias.
- Na atividade **2**, enfatize que a caixa-d'água já contém certa quantidade de água. No item **c** desta atividade, analise se compreenderam que devem obter o valor de x quando $y = 1000$.

3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes identificam características de uma função quadrática a partir de seu gráfico.

Como proceder

- Em caso de dificuldades, no item **a**, retome que o vértice de uma função quadrática é seu ponto de máximo ou de mínimo. No item **b**, lembre-os de que o zero dessa função corresponde aos pontos em que o gráfico intersecta o eixo x. Se necessário, no item **c**, escreva na lousa um exemplo de uma função quadrática e mostre que $y = c$, quando $x = 0$.

4. Objetivo

- Constatar se os estudantes determinam a ordenada do ponto de máximo de uma função quadrática.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, peça aos estudantes que desenhem o retângulo no caderno, atribuam alguns valores para x e calculem a medida de sua área. Verifique se percebem que a medida da área será dada por uma função quadrática obtida pelo produto de $x \cdot (-2x + 28)$. Para obter a ordenada do ponto que resulta na medida da área máxima, se necessário, oriente-os a calcular a abscissa do ponto do vértice da função.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. O quadro apresenta o consumo de energia elétrica de um computador de acordo com a quantidade de horas de uso.

Medida do tempo (em horas)	Consumo (em kWh)
1	0,3
2	0,6
3	0,9
4	1,2
5	1,5

a) Em uma folha de papel avulsa, escreva uma fórmula que represente o consumo (C), em quilowatt-hora, em função da quantidade de horas de uso (t).

b) Se uma pessoa utilizar esse computador, em média, 8 h por dia, durante 30 dias, quantos quilowatts-hora serão consumidos?

1. Respostas: a) $C = 0{,}3t$; b) 72 kWh.

2. Uma caixa-d'água cuja capacidade mede 1000 L está com 300 L de água. Em certo momento, passa-se a despejar 30 L de água por minuto nela.

a) Escreva no caderno uma fórmula que relacione a quantidade de água na caixa-d'água, em litros, em função da medida do tempo, em minutos, do momento em que a água passou a ser despejada em diante.

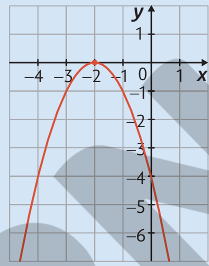
Indique a quantidade de água por y e a medida do tempo por x.

b) Após quantos minutos a caixa-d'água estará com 380 L de água? E com 450 L?

2. Respostas: a) $y = 30x + 300$;
b) Aproximadamente 2 min 36 s; 5 min;
c) Aproximadamente 23 min 18 s.

c) Do momento em que a água passou a ser despejada em diante, qual é a medida de tempo necessária para que a caixa-d'água fique com 1000 L?

3. Considere o gráfico da função quadrática apresentado a seguir.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quais são as coordenadas do vértice desse gráfico?

b) Quais são os zeros da função representada por esse gráfico?

c) Qual é o coeficiente c da função representada por esse gráfico?

3. Respostas: a) $V(-2, 0)$; b) $x = -2$; c) -4.

4. As medidas das dimensões de um retângulo, em centímetros, são dadas por x e $-2x + 28$.

a) Determine o valor de x de modo que a medida da área do retângulo seja máxima.

b) De acordo com o valor de x obtido no item **a**, determine as medidas das dimensões do retângulo.

4. Respostas: a) 7 cm; b) 7 cm e 14 cm.

5. Determine para quais valores de m o gráfico da função dada por $y = (2m - 3)x^2 + mx + 1$ intersecta o eixo x em:

a) dois pontos distintos;

b) um único ponto;

c) nenhum ponto.

5. Respostas: a) $m < 2$ e $m > 6$;
b) $m = 2$ ou $m = 6$; c) $2 < m < 6$.

196

5. Objetivo

- Conferir se os estudantes relacionam o valor do discriminante à quantidade de zeros de uma função quadrática.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, comente que a quantidade de pontos em que o gráfico da função quadrática intersecta o eixo x está relacionada ao valor do discriminante. Se necessário, escreva essa relação na lousa. Oriente-os a calcular o valor do discriminante em função de m e, em seguida, analisar cada caso indicado nos itens **a**, **b** e **c**, obtendo, assim, os possíveis valores de m.

UNIDADE

10 Circunferência, vistas e perspectiva

ZIG KOCH/PULSAR IMAGENS

Torre de telecomunicação com antenas cujo formato do contorno lembra uma circunferência, na cidade de Curitiba (PR), em 2022.

Agora vamos estudar...

- circunferência;
- medida do comprimento da circunferência;
- ângulos em uma circunferência;
- polígonos inscritos em uma circunferência e circunscritos a ela;
- vistas ortogonais;
- representação em perspectiva.

- Aproveite a foto apresentada na página de abertura e promova uma roda de conversa sobre objetos do cotidiano com formato circular. Para isso, faça a eles algumas perguntas como: “Quais objetos que você conhece tem formato circular?”; “Próximo à escola, há construções em que é possível identificar formas circulares?”; “Na sala de aula há objetos com formatos circulares?”. Esses e outros questionamentos podem nortear a conversa proposta. Durante essa dinâmica, explique aos estudantes que o formato de circunferência é utilizado em diversos contextos, como na agricultura, para facilitar a irrigação, e na construção civil, com certos modelos de reservatórios de água. Apresente aos estudantes os demais conteúdos que serão trabalhados ao longo da unidade e peça a eles que indiquem os que já conhecem.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, peça-lhes que indiquem oralmente objetos do cotidiano que lembrem uma circunferência. Durante a realização dessa dinâmica, registre as respostas na lousa.

Resolução e comentários

É possível que os estudantes indiquem objetos como: moedas, CDs, pneus, rodas de bicicleta, tampas, bambolê, entre outros. Aproveite as respostas deles para distinguir circunferência, círculo e cilindro. Se possível, providencie um objeto cilíndrico e mostre aos estudantes que as bases desse objeto lembram um círculo e que o contorno desse círculo é uma circunferência.

Informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Identificar o raio, o diâmetro e as cordas de uma circunferência.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo circunferência.
- Determinar a posição relativa entre retas e circunferências e entre duas circunferências.
- Determinar a medida do ângulo central e dos ângulos inscritos em uma circunferência.
- Calcular a medida do comprimento da circunferência.
- Calcular a medida do arco de uma circunferência determinado por um ângulo central.
- Compreender que qualquer polígono regular pode ser inscrito e circunscrito em uma circunferência.
- Construir polígonos regulares.
- Identificar vistas ortogonais de um objeto.
- Compreender as técnicas de perspectiva isométrica, cavaleira e cônica.
- Desenhar figura geométrica espacial em perspectiva.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes, pois aprofundam o trabalho com assuntos relacionados à circunferência, cujo formato está presente em diversas situações do dia a dia, bem como apresentam o estudo de vistas ortogonais e representação em perspectiva.

Além disso, aqui, desenvolve-se o pensamento geométrico dos estudantes, uma vez que eles são levados a estabelecer relações entre figuras planas e espaciais para representar objetos em perspectiva.

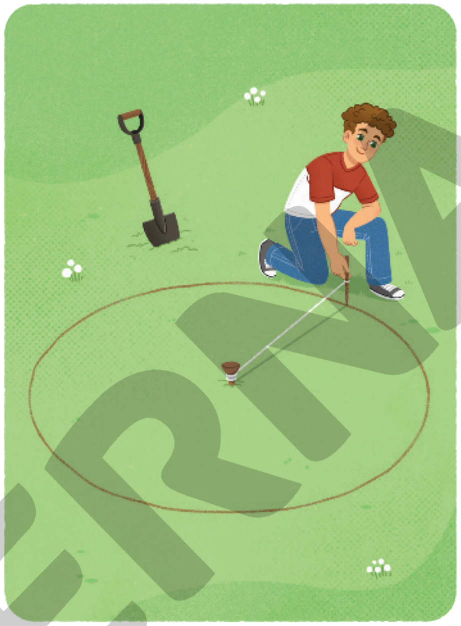
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à circunferência. Permita-lhes que expliquem e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo.

Estudando a circunferência

Em anos anteriores, você provavelmente já estudou assuntos relacionados à circunferência. Neste capítulo, vamos retomá-los e aprofundar alguns deles. Analise a seguinte situação.

Mateus construiu um poço circular cujo raio mede 1 m. Antes de iniciar a escavação, ele desenhou uma **circunferência** no terreno para demarcar o espaço a ser escavado. Para isso, ele:

- fixou uma estaca no centro do local onde o poço seria construído;
- amarrou uma das pontas de um pedaço de barbante em uma vareta reta e a outra ponta na estaca, de modo que, quando o barbante estivesse esticado, a distância entre a estaca e a vareta medisse 1 m;
- mantendo a vareta perpendicular ao solo e o barbante esticado, girou a vareta ao redor da estaca traçando a circunferência.



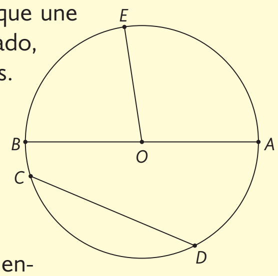
GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Nessa situação, Mateus desenhou uma circunferência. A estaca fixa é o **centro** e a medida do comprimento do barbante (desconsiderando as partes amarradas na estaca e na vareta) corresponde à medida do comprimento do **raio** dessa circunferência.

Circunferência é a figura geométrica plana formada por todos os pontos de um plano que estão a uma mesma medida de distância de um ponto fixo. Esse ponto fixo é o **centro** da circunferência.

- Um **raio** da circunferência é qualquer segmento de reta que une o centro a um de seus pontos. Na figura geométrica ao lado, por exemplo, os segmentos de reta AO, OB e OE são raios.
- Uma **corda** da circunferência é qualquer segmento de reta que une dois pontos distintos dela. Os segmentos de reta AB e CD, na figura geométrica apresentada, são exemplos de corda.
- Um **diâmetro** da circunferência é qualquer corda que passa pelo centro. Na figura geométrica ao lado, o segmento de reta AB é um exemplo de diâmetro.

  Note que a medida do comprimento do diâmetro é igual ao dobro da medida do comprimento do raio.

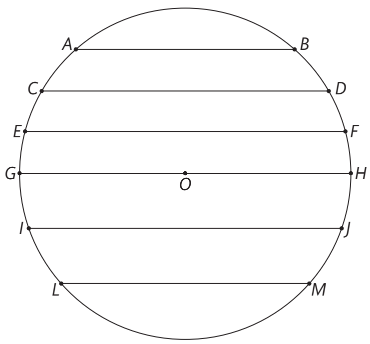


JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Na circunferência de centro O a seguir estão traçadas algumas de suas cordas.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

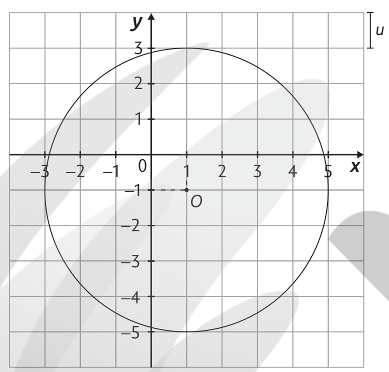
a) Qual dessas cordas tem a maior medida de comprimento?

b) Se traçarmos uma corda $\overline{NP}$ que passe pelo centro O, ela terá a mesma medida de comprimento de qual das cordas?

c) Imagine o segmento de reta OB traçado nessa circunferência. Ele é uma corda, um diâmetro ou um raio dessa circunferência?

1. Respostas: a) $\overline{GH}$; b) $\overline{GH}$; c) Raio.

2. A circunferência de centro O a seguir está representada em um plano cartesiano.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quais são as coordenadas do centro dessa circunferência?

b) Determine a medida do comprimento do raio (r) e a medida do comprimento do diâmetro (d) da circunferência. Para isso, considere como unidade (u) a medida de comprimento do lado de cada quadrado da malha.

c) Qual é a medida da distância entre os pontos (1, 3) e (1, −5)?

2. Respostas: a) (1, −1); b) $r = 4u$ e $d = 8u$; c) 8 u.

3. Com um compasso, desenhe no caderno uma circunferência de:

a) centro B e raio com o comprimento medindo 2 cm;

b) centro O e diâmetro com o comprimento medindo 5 cm;

c) centro A cuja maior corda possível tenha comprimento medindo 3 cm.

3. Respostas na seção **Resoluções**.

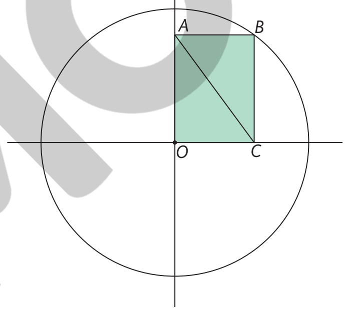
4. Determine a medida do comprimento do raio da circunferência a seguir, considerando que:

- $ABCO$ é um retângulo;
- o comprimento do segmento de reta AC mede 3,2 m.

4. Resposta: 3,2 m.

Atenção!

O segmento de reta AC é uma das diagonais do retângulo $ABCO$.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Metodologias ativas

- Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Ao trabalhar com as atividades **1** e **3**, verifique se os estudantes compreenderam a diferença entre raio, corda e diâmetro de uma circunferência. Se julgar necessário, retome o trabalho com esses conceitos.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **2**, retome os conceitos relacionados ao plano cartesiano, como localização de pontos e distância entre dois pontos. Se julgar conveniente, proponha que resolvam a atividade em duplas.
- Na atividade **3**, disponibilize régua e compasso para que os estudantes realizem as construções propostas. Nesta atividade, por envolver o uso do compasso, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Ressalte a importância de terem cuidado ao manusear instrumentos dessa natureza.
- Antes de propor a atividade **4**, em uma perspectiva exploratória, questione os estudantes a respeito da relação entre as diagonais do retângulo. Permita que exponham suas conjecturas e desafie-os a demonstrá-las. Nesse momento, espera-se que, utilizando congruência de triângulos, eles demonstrem que as diagonais do retângulo são congruentes.

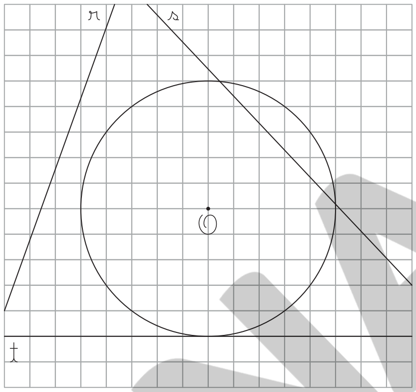
• Antes de apresentar o conteúdo, verifique o conhecimento dos estudantes sobre a posição relativa entre retas e circunferências. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo.

Posições relativas entre retas e circunferência

Com régua e compasso, Rosana construiu uma circunferência de centro *O* e representou três retas em uma malha quadriculada, conforme imagem ao lado.

No desenho, cada reta está posicionada de maneira diferente em relação à circunferência:

- a reta *t* tem apenas um ponto comum com a circunferência;
- a reta *s* tem dois pontos comuns com a circunferência;
- a reta *r* não tem ponto comum com a circunferência.



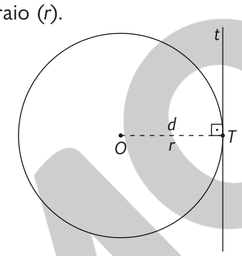
SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Quando traçamos uma reta e uma circunferência em um mesmo plano, podem ocorrer três casos.

Caso 1

A reta e a circunferência têm apenas um ponto comum. Nesse caso, dizemos que a reta é **tangente** à circunferência e o ponto comum a elas é o **ponto de tangência**.

A medida da distância (*d*) entre a reta tangente e o centro da circunferência *O* é igual à medida do comprimento do raio (*r*).

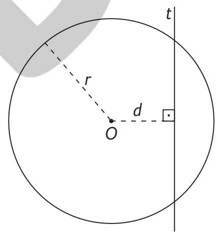


$d = r$

Caso 2

A reta e a circunferência têm dois pontos comuns. Nesse caso, dizemos que a reta é **secante** à circunferência.

A medida da distância (*d*) entre a reta secante e o centro da circunferência *O* é menor do que a medida do comprimento do raio (*r*).

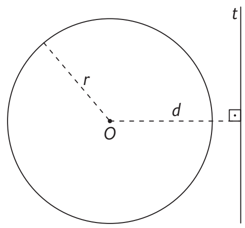


$d < r$

Caso 3

A reta e a circunferência não têm ponto comum. Nesse caso, dizemos que a reta é **externa** à circunferência.

A medida da distância (*d*) entre a reta externa e o centro da circunferência *O* é maior do que a medida do comprimento do raio (*r*).



$d > r$

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

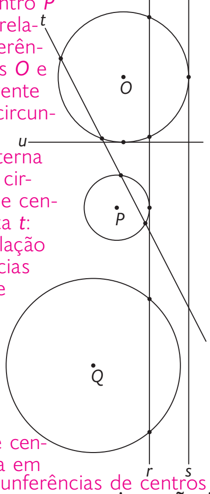
Toda reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

5. Nas imagens estão indicados os pontos de interseção entre as retas *r*, *s*, *t* e *u* e as circunferências de centro *O*, *P* e *Q*. Determine as posições relativas entre essas retas e as circunferências.

5. Resposta: Reta *r*: tangente em relação à circunferência de centro *P* e secante em relação às circunferências de centros *O* e *Q*; reta *s*: tangente em relação à circunferência de centro *O* e externa em relação às circunferências de centros *P* e *Q*; reta *t*: secante em relação às circunferências de centros *O* e *P* e externa à circunferência de centro *Q*; reta *u*: tangente em relação à circunferência de centro *O* e externa em relação às circunferências de centros *P* e *Q*.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

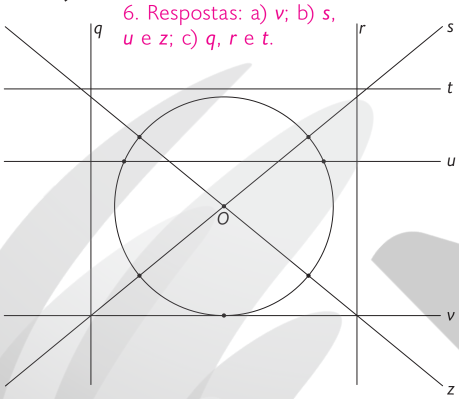
6. Na imagem a seguir, estão indicados os pontos de interseção entre as retas e a circunferência de centro *O*. Identifique e escreva em seu caderno as retas:

a) tangentes a essa circunferência;

b) secantes a essa circunferência;

c) externas a essa circunferência.

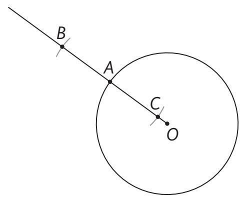
6. Respostas: a) *v*; b) *s*, *u* e *z*; c) *q*, *r* e *t*.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

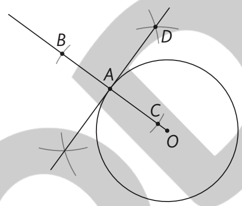
7. Analise os passos que Elza realizou para traçar uma reta tangente a uma circunferência.

1º Elza desenhou uma circunferência de centro *O*, marcou um ponto *A* sobre ela e prolongou o raio $\overline{OA}$. Depois, com a ponta seca do compasso em *A* e com abertura menor do que a medida do comprimento do raio $\overline{OA}$, ela determinou os pontos *B* e *C*.



2º Determinou a mediatriz do segmento $\overline{BC}$ e obteve o ponto *D*. Por fim, traçou a reta que passa pelos pontos *A* e *D*, que é tangente à circunferência de centro *O* no ponto *A*.

7. a) Resposta pessoal; b) Resposta pessoal.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Assim como Elza, desenhe em seu caderno uma circunferência de centro *O* e trace uma reta *t* tangente a ela. Em seguida, desenhe uma reta *r* externa e uma reta *s* secante a essa circunferência.

b) Compare o desenho que você fez com o de um colega. Verifiquem o que eles têm em comum e suas diferenças.

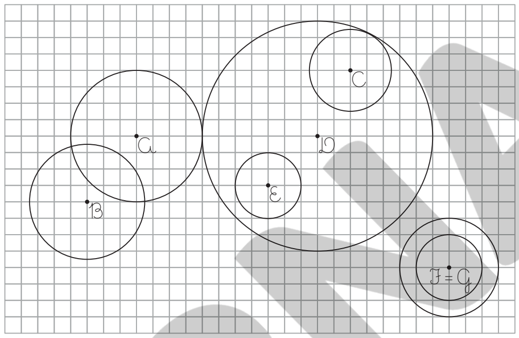
- Caso os estudantes apresentem dificuldades nas atividades **5** e **6**, com a ajuda deles, desenhe na lousa uma circunferência de centro *O* e, em seguida, represente retas tangentes, secantes e externas a essa circunferência. Durante essas representações, destaque as definições utilizadas.
- Na atividade **7**, acompanhe a construção dos estudantes, orientando-os a reproduzir cada passo de Elza. Depois, promova um momento para que comparem seus desenhos e argumentem sobre semelhanças e diferenças, propiciando um ambiente de cooperação, empatia, respeito e resolução de conflitos, desenvolvendo, assim, a **Competência geral 9**. Nesta atividade, por envolver o uso do compasso, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Ressalte a importância de terem cuidado ao manusear instrumentos dessa natureza.
- Avalie a conveniência de resolver as atividades desta página utilizando **Resolução de problemas**. Obtenha informações sobre esse assunto no tópico **A resolução de problemas**, nas orientações gerais deste manual.

• Caso os estudantes tenham dificuldades nas relações abordadas nesta e na próxima página, escreva-as na lousa de acordo com uma análise feita das imagens do livro.

Posições relativas entre duas circunferências

No tópico anterior, Rosana desenhou em uma malha quadriculada uma circunferência e representou três retas, cada uma posicionada de maneira diferente em relação a ela, ou seja, uma reta tangente, uma secante e uma externa à circunferência.

Agora, utilizando o compasso, ela traçou em uma malha quadriculada algumas circunferências, conforme a imagem apresentada.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Nesse desenho, algumas circunferências têm pontos comuns.

- As circunferências de centros *A* e *B* têm dois pontos comuns.
- As circunferências de centros *A* e *D* e de centros *D* e *C* têm apenas um ponto comum.

Além disso, nesta construção, alguns pares de circunferências não têm ponto comum.

- A circunferência de centro *E* é interna à de centro *D*, e ambas não têm ponto comum.
- As circunferências de centros *D* e *B* não têm ponto comum, e uma é externa à outra.
- As circunferências de centros *F* e *G*, cujos centros são coincidentes, são internas e não têm ponto comum.

Quando traçamos duas circunferências em um mesmo plano, elas podem ou não ter pontos comuns.

Caso 1

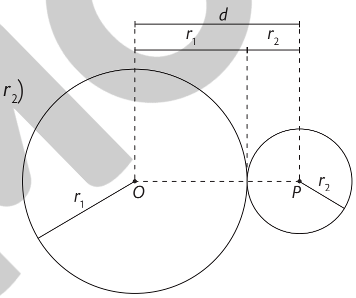
Quando as circunferências têm um único ponto comum, dizemos que elas são **tangentes**.
Nas circunferências tangentes, os dois centros e o ponto de tangência são **colineares**, ou seja, pertencem a uma mesma reta.

As circunferências podem se tangenciar externa ou internamente.

Tangentes externas

Nas circunferências tangentes externas, temos a relação a seguir.

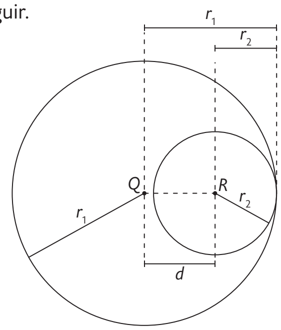
$d = (r_1 + r_2)$



Tangentes internas

Nas circunferências tangentes internas, temos a relação a seguir.

$d = (r_1 - r_2)$



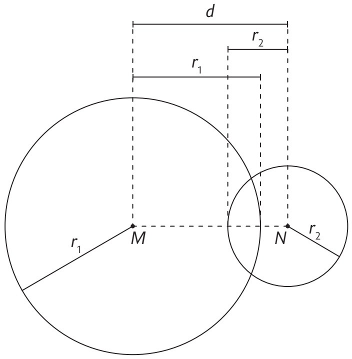
ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Caso 2

Quando as circunferências têm dois pontos comuns, dizemos que elas são **secantes**.

Nas circunferências secantes, temos a relação a seguir.

$$(r_1 - r_2) < d < (r_1 + r_2)$$



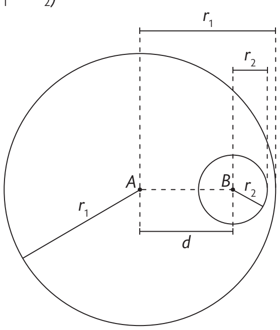
Caso 3

Quando as circunferências não têm ponto comum, elas podem ser internas ou externas uma da outra.

Internas

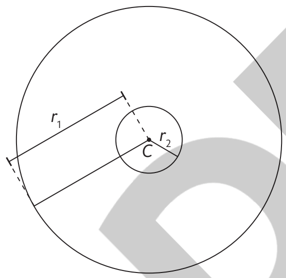
Nas circunferências internas, temos a relação a seguir.

$d < (r_1 - r_2)$



Quando duas circunferências internas têm centros coincidentes, dizemos que elas são **concêntricas**. Nesse caso, a medida da distância (d) entre os centros das circunferências é igual a zero.

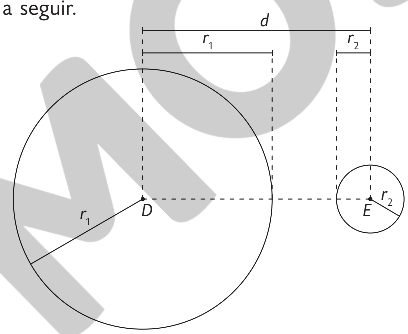
$d = 0$



Externas

Nas circunferências externas, temos a relação a seguir.

$d > (r_1 + r_2)$



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento dos estudantes sobre posição relativa entre circunferências, proponha a eles o seguinte problema: sejam as circunferências de centros *A* e *B* tangentes externas. Sabendo que o comprimento do raio dessas circunferências mede, respectivamente, 10 m e 7 m, determine a medida da distância entre os pontos *A* e *B*.

Resolução e comentários

Como as circunferências são tangentes externas, então $d = r_A + r_B$, em que d, r_A e r_B indicam, respectivamente, a medida da distância entre *A* e *B*, a medida do comprimento do raio da circunferência de centro *A* e a medida do comprimento do raio da circunferência de centro *B*. Assim:

$$d = 10 + 7 = 17$$

Portanto, a distância entre os pontos *A* e *B* mede 17 m.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

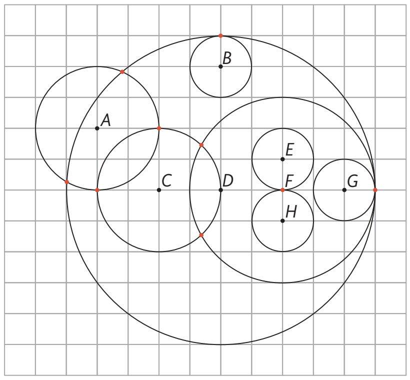
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **8**, com a ajuda deles, desenhe na lousa circunferências tangentes externas, tangentes internas, secantes, internas, concêntricas e externas. De acordo com o que foi representado, reforce as definições. Depois, permita que resolvam a atividade.
- Ao trabalhar com a atividade **9**, verifique se os estudantes utilizam corretamente a relação entre circunferências tangentes externas. Além disso, se necessário, retome o conceito de perímetro de um polígono.
- Na atividade **10**, verifique se os estudantes utilizam corretamente a relação entre circunferências tangentes internas. Se necessário, retome essa relação com exemplos.
- Para a resolução da atividade **11**, forme pequenos grupos de estudantes e instigue-os a elaborar a representação das circunferências. Se apresentarem dificuldades, peça a ajuda deles para representar a situação do item **a** na lousa e determinar a posição relativa entre as circunferências. Depois, sorteie um grupo para expor a resolução do item **b** para a turma.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **12**, com questionamentos, leve-os a perceber que $x = r - r'$.
- Durante o desenvolvimento da atividade **13**, selecione alguns estudantes para apresentar e justificar suas respostas na lousa. Se necessário, retome o conceito de pontos colineares.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

8. Respostas: a) Secantes; b) Tangentes internas; c) Internas; d) Tangentes internas; e) Tangentes internas; f) Tangentes externas; g) Externas; h) Secantes; i) Externas.

8. Na imagem a seguir, estão representadas várias circunferências em uma malha quadriculada, cujos centros estão indicados com as letras de *A* a *H*.



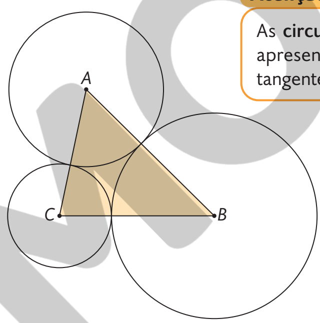
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que os pontos em laranja indicam os pontos de interseção entre elas, determine a posição relativa entre as circunferências de centros:

a) *A* e *D*. **d)** *F* e *G*. **g)** *B* e *F*.
b) *B* e *D*. **e)** *G* e *D*. **h)** *F* e *C*.
c) *C* e *D*. **f)** *E* e *H*. **i)** *A* e *E*.

9. Na figura geométrica a seguir, o comprimento do diâmetro da circunferência de centro *A* mede 6 m, de centro *B*, 8 m, e de centro *C*, 4 m.

Atenção!
As **circunferências** apresentadas são tangentes externas.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Calcule a medida do perímetro do $\triangle ABC$.
9. Resposta: 18 m.

10. A distância entre os centros de duas circunferências tangentes internas mede 3 cm e o comprimento do raio da maior mede 8 cm. Qual é a medida do comprimento do raio da circunferência menor? 10. Resposta: 5 cm.

11. De acordo com as medidas indicadas em cada item, determine a posição relativa entre as circunferências de centro *A* e *A'*, cujos comprimentos dos raios medem, respectivamente, *r* e *r'*, sabendo que a distância entre os centros delas mede *d*.

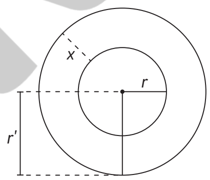
a) $r = 5$ cm; $r' = 4$ cm; $d = 2$ cm.
b) $r = 4$ cm; $r' = 1$ cm; $d = 3$ cm.

11. Respostas: a) Secantes; b) Tangentes internas.

12. Determine o valor de *x* na figura geométrica a seguir, sabendo que as circunferências são concêntricas.

- $r = 8$ cm
- $r' = 15$ cm

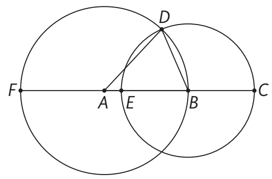
12. Resposta: $x = 7$ cm.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

13. Na imagem, o comprimento do raio da circunferência de centro *A* mede 5 cm e o comprimento do raio da circunferência de centro *B* mede 4 cm. Sabendo que os pontos *F*, *A*, *E*, *B* e *C* são colineares, calcule **mentalmente** a medida do comprimento de cada segmento de reta indicado a seguir.

a) $\overline{AB}$ **c)** $\overline{BF}$ **e)** $\overline{AD}$ **g)** $\overline{BE}$
b) $\overline{AF}$ **d)** $\overline{CF}$ **f)** $\overline{BD}$ **h)** $\overline{AE}$



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

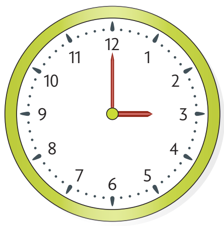
13. Respostas: a) 5 cm; b) 5 cm; c) 10 cm; d) 14 cm; e) 5 cm; f) 4 cm; g) 4 cm; h) 1 cm.

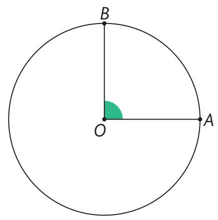
Ângulos em uma circunferência

Ângulo central

O relógio com ponteiros a seguir está marcando 3 horas. Vamos representar o menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio em uma circunferência de centro *O*, obtendo os pontos *A* e *B* sobre a circunferência.

GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA





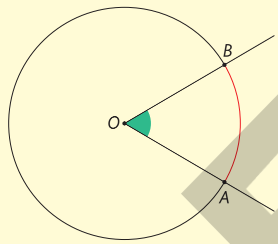
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

O ângulo $A\hat{O}B$ é um **ângulo central** da circunferência e, nesse caso, sua medida é 90°.

Ângulo central é aquele cujo vértice é o centro da circunferência. Na figura geométrica ao lado, $A\hat{O}B$ é um ângulo central e $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são os seus lados.

O ângulo central divide a circunferência em duas partes. Cada uma delas é chamada **arco da circunferência**. Os pontos *A* e *B* são as **extremidades do arco**.

O arco menor dessa circunferência pode ser indicado por $\overset{\frown}{AB}$.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

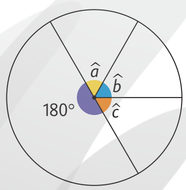
A **medida de um arco**, em graus, é igual à medida do respectivo ângulo central. Assim, na figura geométrica anterior, $\text{med}(\overset{\frown}{AB}) = \text{med}(A\hat{O}B)$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. Determine, em graus, as medidas $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$ dos ângulos centrais indicados na circunferência a seguir, sabendo que elas são iguais.

JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA



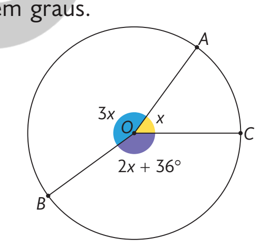
14. Resposta: $\hat{a} = \hat{b} = \hat{c} = 60°$.

15. Na circunferência de centro *O* a seguir estão indicadas as medidas de três ângulos centrais. Calcule a medida de cada um deles em graus.

a) $A\hat{O}B$

b) $A\hat{O}C$

c) $B\hat{O}C$



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

15. Respostas: a) 162°; b) 54°; c) 144°.

- Nas atividades **14** e **15**, verifique se os estudantes percebem que a soma das medidas dos ângulos centrais indicados em cada uma das circunferências é igual a 360°. Caso apresentem dificuldades, resolva a atividade **14** com eles.
- A atividade **15** utiliza conceitos de Álgebra para resolver um problema geométrico, propiciando a compreensão das relações entre os diferentes campos da Matemática, associando, assim, a **Competência específica de Matemática 3**.

- No tópico **Ângulo inscrito**, os estudantes são desafiados a resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica, desenvolvendo, assim, a habilidade **EF09MA11**.
- Desenvolva a seção **Instrumentos e *softwares*** usando o GeoGebra, um *software* de geometria dinâmica que utiliza conceitos de Geometria e Álgebra. Nesse programa, é possível realizar diversas construções geométricas utilizando pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção. Usado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site* disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 16 ago. 2022.
- Caso o trabalho com essa seção seja realizado no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estão com o *software* instalado. Uma alternativa é utilizar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.

Metodologias ativas

- Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Ângulo inscrito

Com o GeoGebra, Marcelo construiu uma circunferência de centro *A* e um ângulo central $B\hat{A}B'$ medindo 60°. Em seguida, ele construiu o ângulo $B\hat{C}B'$, cujo vértice *C* ficou sobre a circunferência. O ângulo $B\hat{C}B'$ é chamado **ângulo inscrito**.

Que tal realizar essa construção? Na seção a seguir, são apresentados os passos executados por Marcelo.

Instrumentos e *softwares*

Ângulos na circunferência com o GeoGebra

Para obter a construção feita por Marcelo, siga as orientações do professor e os passos apresentados.

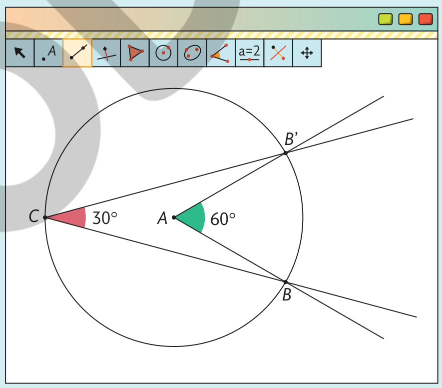
1º Com a ferramenta **Círculo dados Centro e Um de seus Pontos**, construa a circunferência de centro *A* que passa por *B*. Para isso, selecione o centro (ponto *A*) e, depois, o ponto *B*.

2º Selecione a ferramenta **Ângulo com Amplitude Fixa**, clique sobre os pontos *B* e *A*, nessa ordem, e na janela **Ângulo com Amplitude Fixa** digite a medida do ângulo, que nesse caso é 60°. Desse modo, obtém-se o ângulo central $B\hat{A}B'$.

3º Com a ferramenta **Ponto**, marque o ponto *C* sobre a circunferência de centro *A*, conforme indicado na imagem.

4º Com a ferramenta **Ângulo**, construa o ângulo $B\hat{C}B'$ (ângulo inscrito, cujo respectivo ângulo central é $B\hat{A}B'$). Para isso, clique sobre os pontos *B*, *C* e *B'*, nessa ordem.

5º Por fim, trace as semirretas *AB*, *AB'*, *CB* e *CB'*.

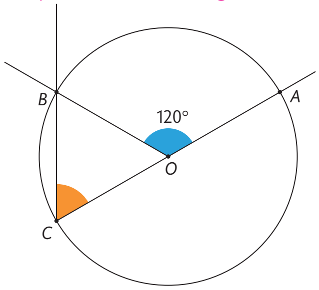


SERGIO LIMA E GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Questão 1. Qual é a medida do ângulo $B\hat{A}B'$? E do ângulo $B\hat{C}B'$? Questão 1. Respostas: 60°; 30°.

Questão 2. Com a ferramenta **Mover**, mova o ponto C sobre a circunferência construída na seção da página anterior. A medida do ângulo variou de acordo com a posição do ponto C?
Questão 2. Resposta: Espera-se que os estudantes concluam que a medida do ângulo é fixa.

Questão 3. Considere a construção apresentada ao lado. Sabendo que $O(1, 1)$, $A(3, 2)$ e $C(-1, 0)$, determine a medida do ângulo $A\hat{C}B$.
Questão 3. Resposta: 60°.



Atenção!

Utilize o GeoGebra para determinar a medida do ângulo $A\hat{C}B$.

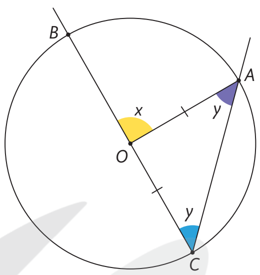
Questão 4. Em sua opinião, qual é a relação entre a medida do ângulo inscrito e a medida do respectivo ângulo central? Questão 4. Resposta pessoal.

Na questão **4**, caso você tenha respondido que a **medida do ângulo inscrito é metade da medida do respectivo ângulo central**, você está correto! Essa propriedade é válida para todos os respectivos ângulos inscrito e central em uma circunferência.

Para demonstrar essa propriedade, vamos considerar três casos.

Caso 1

Um dos lados do ângulo inscrito contém um diâmetro da circunferência. Analise a figura geométrica a seguir.



Atenção!

A medida do ângulo externo de um triângulo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

- O $\triangle AOC$ é isósceles, pois $\overline{OA} \cong \overline{OC}$.
- Como $A\hat{O}B$ é um ângulo externo do $\triangle AOC$, temos:

$$x = y + y \Rightarrow x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2}$$

Assim, $\text{med}\left(A\hat{C}B\right) = \dfrac{\text{med}\left(A\hat{O}B\right)}{2}$.

- Na questão **1**, oriente os estudantes a analisar a imagem obtida na construção apresentada na seção **Instrumentos e *softwares***.
- Ao trabalhar com a questão **2**, forneça as devidas explicações para que os estudantes consigam mover o ponto sobre a circunferência.
- Na questão **3**, caso os estudantes tenham dificuldade em marcar os pontos necessários, oriente-os. Explique-lhes, por exemplo, que para marcar o ponto $O(1, 1)$ basta digitar $(1, 1)$ no campo **Entrada...**.
- Possibilite aos estudantes que realizem a questão **4** em grupos, a fim de que troquem experiência e conhecimentos. Se necessário, oriente-os a analisar as conclusões obtidas nas questões anteriores e a construir outras circunferências no GeoGebra, indicando ângulos centrais e inscritos. Durante o desenvolvimento dessa questão, comente com eles que conjecturas devem ser demonstradas para que possam ser tomadas como verdadeiras.

Algo a mais

PORTELLA, Hiago Portella de; LEIVAS, José Carlos Pinto. Uso do *software* GeoGebra para desenvolver conhecimentos acerca de algumas propriedades da circunferência. *Revemat*, Florianópolis, v. 12, n. 2, 2017. p. 133-147. Disponível em: https://pdfs.semanticscholar.org/b027/459952dee3f384970f79b7fabfe449a90f09.pdf. Acesso em: 29 jul. 2022.

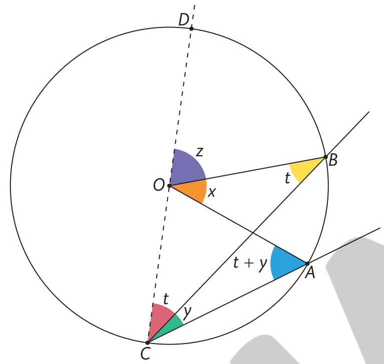
Nesse artigo, é possível acompanhar um fragmento de uma pesquisa realizada em uma escola da rede municipal, em Júlio de Castilho (RS), na qual foi usada a tecnologia para constatar propriedades de circunferência.

Caso 2

O centro da circunferência não pertence à região angular do ângulo inscrito.

Traçamos o diâmetro $\overline{CD}$, como indicado na figura geométrica ao lado.

- O $\triangle BOC$ é isósceles, pois $\overline{OB} \cong \overline{OC}$. Então, pelo 1º caso, temos $z = 2t$.
- O $\triangle AOC$ também é isósceles, pois $\overline{OA} \cong \overline{OC}$. Sendo assim, analogamente, temos $x + z = = 2(t + y)$.



- Substituindo z por $2t$, obtemos:

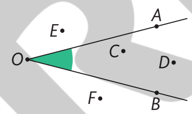
$$x + 2t = 2y + 2t \Rightarrow x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2}$$

Assim, $\text{med}\left(A\widehat{C}B\right) = \dfrac{\text{med}\left(A\widehat{O}B\right)}{2}$.

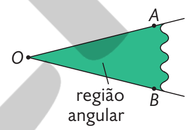
Atenção!

O ângulo $A\widehat{O}B$ ao lado determina no plano três conjuntos de pontos compostos por:

- pontos interiores ao ângulo (C, D, ...);
- pontos pertencentes ao ângulo (O, A, B, ...);
- pontos exteriores ao ângulo (E, F, ...).



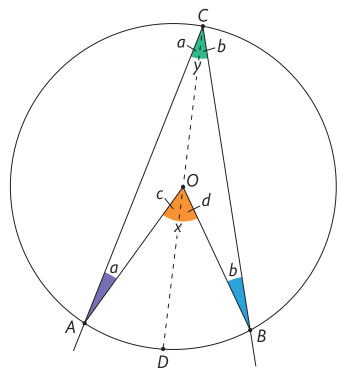
A **região angular** desse ângulo é a região determinada pela união do conjunto de pontos pertencentes ao ângulo com o conjunto de pontos interiores a ele.



Caso 3

O centro da circunferência pertence à região angular do ângulo inscrito nela.

- Traçamos o diâmetro $\overline{CD}$, de modo que $y = a + b$ e $x = c + d$.
- Do 1º caso, temos $c = 2a$ e $d = 2b$.
- Como $\text{med}\left(A\widehat{O}B\right) = c + d$, então, $c + d = 2a + 2b$, ou seja, $c + d = 2 \cdot (a + b)$.



Pela construção do ângulo, temos $y = a + b$ e $x = c + d$. Então, substituindo-os na equação anterior, obtemos:

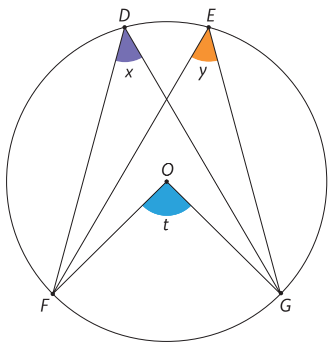
$$x = 2y \text{ ou } y = \frac{x}{2}$$

Assim, $\text{med}\left(A\widehat{C}B\right) = \dfrac{\text{med}\left(A\widehat{O}B\right)}{2}$.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Quando dois ângulos inscritos em uma circunferência têm o mesmo arco correspondente, as medidas desses ângulos inscritos são iguais.
Considere a figura apresentada a seguir.

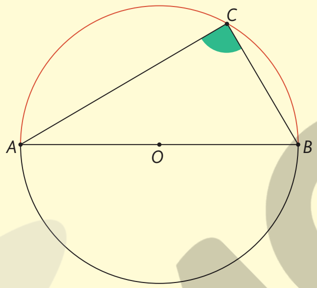


Nela, $F\hat{D}G$ e $F\hat{E}G$ são ângulos inscritos e $F\hat{O}G$ é o respectivo ângulo central correspondente aos dois ângulos inscritos. Assim:

- $\text{med}\left(F\hat{D}G\right) = \dfrac{\text{med}\left(F\hat{O}G\right)}{2} \Rightarrow x = \dfrac{t}{2}$
- $\text{med}\left(F\hat{E}G\right) = \dfrac{\text{med}\left(F\hat{O}G\right)}{2} \Rightarrow y = \dfrac{t}{2}$

Portanto, $x = y$, isto é, $\text{med}\left(F\hat{D}G\right) = \text{med}\left(F\hat{E}G\right)$.

Na figura geométrica a seguir, o arco $\overset{\frown}{AB}$, indicado em vermelho, mede 180° e é chamado **semicircunferência**.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

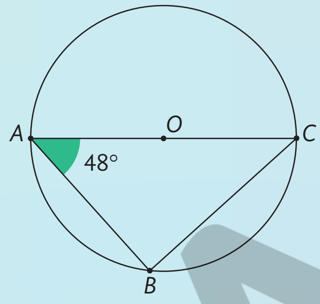
Qualquer ângulo inscrito em uma semicircunferência é um ângulo reto, ou seja, mede 90°.

Nessa figura geométrica, por exemplo, o ângulo $A\hat{C}B$ é um ângulo inscrito na semicircunferência, e $A\hat{O}B$ é o ângulo central correspondente. Assim:

$$\text{med}\left(A\hat{C}B\right) = \frac{\text{med}\left(A\hat{O}B\right)}{2} = \frac{180°}{2} = 90°$$

Atividade a mais

Considere a circunferência de centro O e o triângulo ABC cujos vértices pertencem à circunferência.



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida dos ângulos internos desse triângulo?

Resolução e comentários

Como qualquer ângulo inscrito em uma semicircunferência é um ângulo reto, temos $\hat{B} = 90°$. Além disso, como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos:

$$48° + 90° + \hat{C} = 180° \Rightarrow \hat{C} = 42°$$

Portanto, $\hat{A} = 48°$, $\hat{B} = 90°$ e $\hat{C} = 42°$.

- Oriente os estudantes a construir a figura apresentada nesta **Atividade a mais** no GeoGebra.

• Se achar necessário, diga aos estudantes que, para solucionar as atividades **16** e **17**, basta aplicar a relação estudada na página **208**. Caso apresentem dificuldades, forneça as devidas explicações.

• Ao trabalhar com as atividades **18** e **19**, verifique se os estudantes percebem que, em cada uma delas, os ângulos inscritos determinam um mesmo arco. Aproveite o momento e proponha aos estudantes que construam uma figura semelhante à apresentada na atividade **18**, usando o GeoGebra. Em seguida, peça-lhes que verifiquem a medida dos ângulos inscritos obtidos.

• Ao trabalhar com a atividade **20**, se julgar necessário, retome a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo.

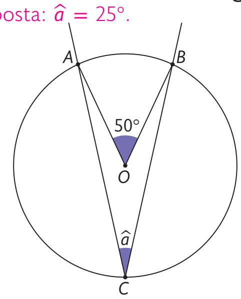
Atividades

Faça as atividades no caderno.

16. Determine a medida $\hat{a}$ indicada na circunferência de centro O a seguir.

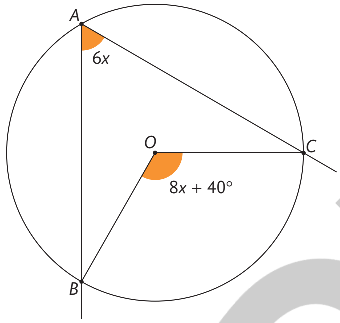
16. Resposta: $\hat{a} = 25°$.

JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA



17. Calcule o valor de x e as medidas dos ângulos $B\hat{A}C$ e $B\hat{O}C$ na circunferência de centro O a seguir.

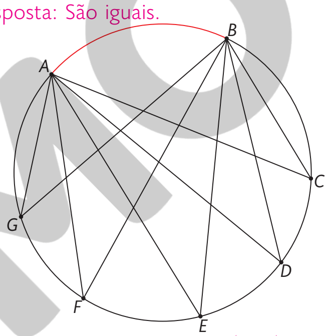
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA



18. Os ângulos inscritos $A\hat{C}B$, $A\hat{D}B$, $A\hat{E}B$, $A\hat{F}B$ e $A\hat{G}B$ na figura geométrica a seguir determinam o mesmo arco na circunferência. O que você pode concluir a respeito das medidas deles?

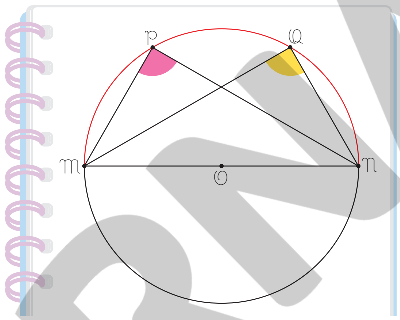
18. Resposta: São iguais.

JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA



17. Resposta: $x = 10°$; $med(B\hat{A}C) = 60°$; $med(B\hat{O}C) = 120°$.

19. Rita desenhou uma circunferência e traçou um dos diâmetros, ao qual denominou $\overline{MN}$. Em seguida, ela determinou o ângulo central $M\hat{O}N$ e o arco $\overset{\frown}{MN}$. Depois, construiu os ângulos inscritos $M\hat{P}N$ e $M\hat{Q}N$, conforme a figura a seguir.

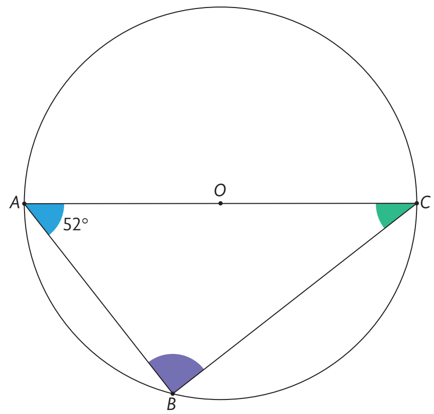


JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Quais são as medidas dos ângulos inscritos construídos por Rita?

19. Resposta: Ambos medem 90°.

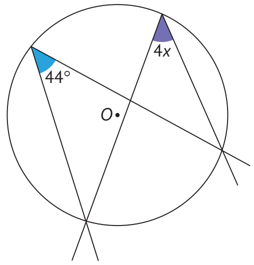
20. Considere a circunferência de centro O e o triângulo ABC cujos vértices pertencem a circunferência. Reproduza essa figura no *software* GeoGebra. Qual é a medida de cada ângulo inscrito na circunferência?



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

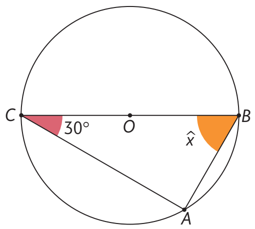
20. Resposta: $med(A\hat{B}C) = 90°$; $med(B\hat{A}C) = 52°$; $med(A\hat{C}B) = 38°$.

21. Determine o valor de x na circunferência de centro O a seguir.
21. Resposta: $x = 11°$.



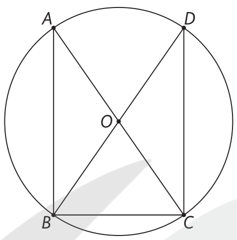
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

22. Determine a medida $\hat{x}$ na figura geométrica a seguir, sabendo que O é o centro da circunferência.
22. Resposta: $\hat{x} = 60°$.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

23. Considere a circunferência de centro O e alguns segmentos de reta traçados a seguir.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quais desses segmentos de reta são diâmetros da circunferência? E quais são raios?

b) O $\triangle AOB$ é isósceles? Por quê?

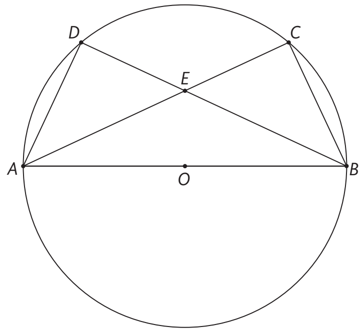
c) Identifique os triângulos retângulos.

d) O $\triangle AOB$ e o $\triangle DOC$ são congruentes? Justifique sua resposta.

23. Respostas: a) São diâmetros da circunferência: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$; São raios da circunferência: $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ e $\overline{OA}$; b) Sim, pois dois de seus lados são raios da circunferência, ou seja, têm medidas iguais; c) $\triangle ABC$ e $\triangle BCD$; d) Sim, pois seus respectivos lados são congruentes e seus respectivos ângulos internos também o são.

24. Considere as seguintes informações sobre a figura geométrica representada.

- O comprimento do raio da circunferência de centro O mede 2,5 m.
- $\text{med}(A\hat{B}C) = 65°$.
- $\text{med}(\overline{DA}) = 2{,}11$ m.
- Os triângulos ABD e BAC são congruentes. 24. Respostas: a) Isósceles; b) $\text{med}(A\hat{E}B) = 130°$.

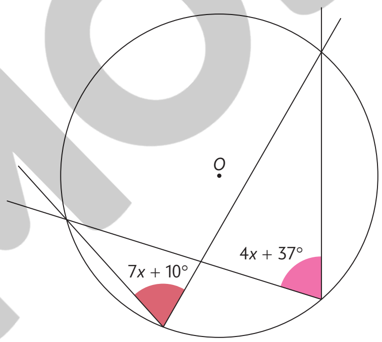


JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) O $\triangle ABE$ é equilátero, isósceles ou escaleno?

b) Qual é a medida do ângulo $A\hat{E}B$?

25. Em seu caderno, **elabore** um problema utilizando como referência a figura geométrica a seguir. Dê o problema para um colega resolver e, em seguida, verifique se a resposta que ele obteve está correta. 25. Resposta pessoal.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

211

- Na atividade **21**, é esperado que os estudantes verifiquem que os ângulos inscritos determinam um mesmo arco e, consequentemente, são congruentes.
- Ao trabalhar com a atividade **22**, espera-se que os estudantes compreendam que qualquer ângulo inscrito em uma semicircunferência é um ângulo reto. Caso apresentem dificuldades, forneça as devidas explicações.
- Durante o desenvolvimento da atividade **23**, verifique se os estudantes reconhecem os conceitos de raio e diâmetro de uma circunferência. Além disso, se julgar conveniente, retome os casos de congruência de triângulos.
- Na atividade **24**, verifique se os estudantes reconhecem o que são triângulos congruentes. Caso apresentem dificuldades, ofereça as devidas explicações. Além disso, se julgar necessário, retome o conceito de perímetro de um polígono.
- A atividade **25** tem por objetivo que os estudantes elaborem um problema e proponham a um colega que o resolva. Essa ação – de elaborar problemas – permite ao estudante expressar ideias, usar criatividade, além de exercitar a empatia e o respeito ao desenvolver um trabalho entre os pares, abordando, assim, as **Competências gerais 2** e **9**.

• Antes de apresentar o conteúdo, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à medida do comprimento de uma circunferência (perímetro) e ao número irracional π. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo.

Algo a mais

Para que os estudantes conheçam um pouco mais sobre a história do número π e sua relação com a circunferência, convide-os a assistir ao vídeo *História do número PI*. Disponível em: http://www.ime.unicamp.br/~apmat/numero-pi/. Acesso em: 30 jul. 2022.

Medida do comprimento do arco de uma circunferência

Para calcular a medida do comprimento C de uma circunferência, conhecida a medida do comprimento de seu raio r ou do diâmetro d, podemos utilizar a fórmula a seguir.

$$C = \underbrace{2 \cdot r}_{d} \cdot \pi \text{ ou } C = d\pi$$

Atenção!

O número irracional π é dado por $\pi = 3{,}141592654\ldots$ No entanto, vamos usar uma aproximação de π com duas casas decimais, isto é, $\pi = 3{,}14$.

Considere, por exemplo, a circunferência **A**, cujo comprimento do diâmetro mede 5 cm, e a circunferência **B**, cujo comprimento do raio mede 3,5 cm. Tomando $\pi = 3{,}14$, vamos calcular a medida do comprimento dessas circunferências.

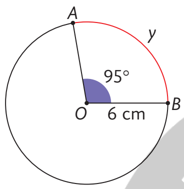
$$C = d\pi = 5 \cdot 3{,}14 = 15{,}7 \qquad C = 2\pi r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5 = 21{,}98$$

Portanto, o comprimento da circunferência **A** mede aproximadamente 15,7 cm, e o da circunferência **B**, aproximadamente 21,98 cm.

Também podemos determinar a medida do comprimento de apenas uma parte da circunferência, ou seja, de um arco de circunferência.

No exemplo a seguir, vamos calcular a medida do comprimento de um arco de circunferência determinado por um ângulo central.

JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA



Nessa circunferência:

- O é centro;
- 6 cm é a medida de comprimento do raio;
- 95° é a medida do ângulo central;
- y é a medida do comprimento do arco.

Antes de calcular a medida do comprimento y, calculamos inicialmente a medida do comprimento da circunferência.

$$C = 2\pi r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6 = 37{,}68$$

Em seguida, com o auxílio de uma regra de três simples, calculamos a medida do comprimento do arco da circunferência. Como a medida do comprimento de um arco e a medida do ângulo central que determinam esse arco são grandezas diretamente proporcionais, temos:

Medida do ângulo central (em graus)	Medida do comprimento do arco (cm)
360	37,68
95	y

$$\frac{360}{95} = \frac{37{,}68}{y}$$
$$360 \cdot y = 95 \cdot 37{,}68$$
$$360y = 3\,579{,}68$$
$$y \simeq 9{,}94$$

Portanto, a medida aproximada do comprimento do arco é 9,94 cm.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

26. Respostas: a) Aproximadamente 207,24 cm; b) Aproximadamente 241 voltas.

26. O diâmetro da roda da bicicleta de Cássia mede 66 cm.

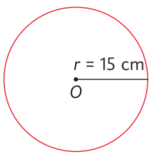
a) Calcule a medida da distância aproximada que a bicicleta de Cássia percorre quando a roda dá uma volta completa.

b) Aproximadamente, quantas voltas completas a roda da bicicleta de Cássia dá quando percorre 500 m?

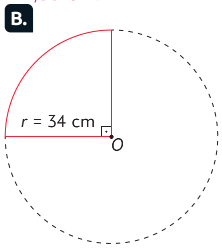
27. Em cada figura geométrica a seguir está representada uma circunferência de centro *O*. Calcule a medida do comprimento aproximado de cada linha vermelha.

27. Respostas: A. Aproximadamente 94,2 cm; B. Aproximadamente 121,38 cm.

A.



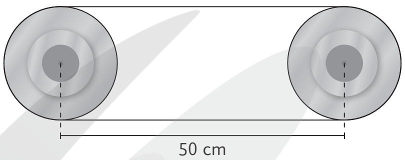
B.



28. A distância entre os eixos de duas polias mede 50 cm.

Atenção!

A correia fica em contato com metade do comprimento de cada polia.



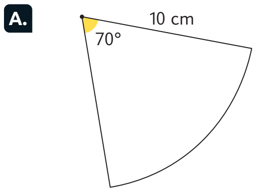
Polia: roda presa a um eixo, o qual recebe uma correia e transmite movimento.

Sabendo que o diâmetro de cada polia mede 20 cm, determine o comprimento aproximado da correia que passa por elas. 28. Resposta: Aproximadamente 162,8 cm.

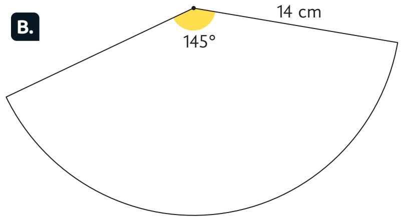
29. Respostas: A. Aproximadamente 12,21 cm; B. Aproximadamente 35,41 cm.

29. Calcule a medida do comprimento aproximado de cada arco apresentado a seguir.

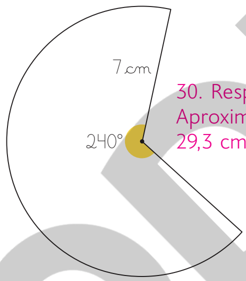
A.



B.



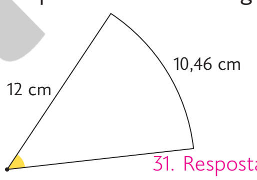
30. Marcos cortou um disco de papel até o seu centro sobre dois raios. A maior parte obtida por ele está representada a seguir.



30. Resposta: Aproximadamente 29,3 cm.

De acordo com as medidas indicadas na imagem, calcule a medida do comprimento do arco formado.

31. Calcule a medida aproximada do ângulo que corresponde ao arco a seguir.



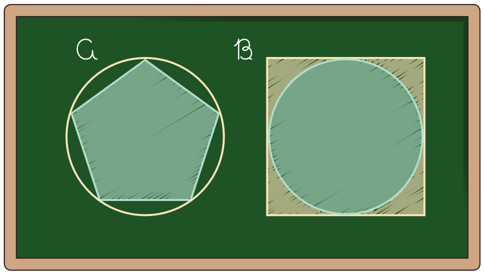
31. Resposta: Aproximadamente 50°.

- Na atividade **26**, verifique se os estudantes compreenderam a diferença entre raio e diâmetro. Se julgar necessário, forneça as devidas explicações. Além disso, se for pertinente, retome a relação entre metro e centímetro.
- Ao trabalhar com a atividade **27**, certifique-se de que, ao obter a medida do comprimento da linha vermelha na figura da direita, os estudantes não se esqueçam de adicionar a medida do comprimento de dois raios à medida do comprimento do arco correspondente ao ângulo central reto. Após todos concluírem a atividade, peça a alguns deles que exponham suas resoluções e estratégias para a turma.
- Antes de propor aos estudantes que resolvam a atividade **28**, realize uma leitura conjunta, registrando os dados importantes na lousa. Em seguida, promova um bate-papo sobre estratégias de resolução desta atividade. Permita que exponham suas opiniões, intervindo se necessário. Por fim, incentive a resolução da atividade.
- Verifique a conveniência de propor aos estudantes que resolvam as atividades **29**, **30** e **31** em grupos. Aproveite essa possibilidade e desafie-os a verificar, com o GeoGebra, se as respostas obtidas estão corretas. Para verificar as respostas obtidas na atividade **29**, por exemplo, uma possibilidade é utilizar as seguintes ferramentas desse *software*: **Segmento com Amplitude Fixa**, **Ângulo com Amplitude Fixa** e **Arco Circular**. Após todos realizarem suas construções, promova uma roda de conversa, a fim de que exponham as estratégias utilizadas.

- Antes de apresentar o conteúdo, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a polígonos, bem como polígonos inscritos e circunscritos a uma circunferência. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, a fim de tornar o estudo mais significativo. Sistematize com os estudantes que qualquer polígono regular pode ser inscrito e circunscrito em uma circunferência.
- Ao trabalhar com este tópico, os estudantes são levados a descrever, por meio de escrita e de um fluxograma, com régua, compasso e também *software*, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do comprimento do lado é conhecida, conforme descreve a habilidade **EF09MA15**.

Polígonos inscritos em uma circunferência e circunscritos a ela

Um professor de Matemática do 9º ano desenhou na lousa as seguintes figuras geométricas.



NICOLAS FURTADO/ARQUIVO DA EDITORA

Na figura **A**, os vértices do pentágono pertencem à circunferência. Nesse caso, temos um **polígono inscrito** na circunferência.

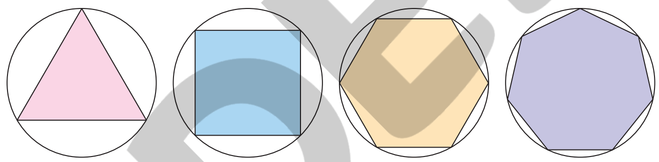
Já na figura **B**, os lados do quadrado são tangentes à circunferência. Portanto, temos um **polígono circunscrito** à circunferência.

Analise a seguir outros exemplos de polígonos inscritos e circunscritos às circunferências.

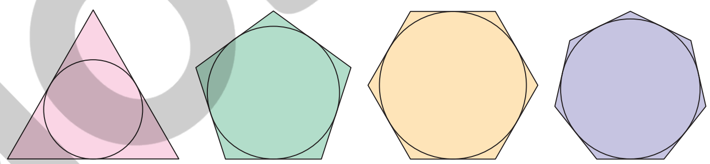
Atenção!

Qualquer polígono regular pode ser:
- inscrito em uma circunferência;
- circunscrito a uma circunferência.

Polígonos inscritos



Polígonos circunscritos



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!

Em um polígono regular, podemos destacar o **centro do polígono**, que é o centro comum da circunferência inscrita e da circunferência circunscrita ao polígono. Além disso, podemos destacar o **ângulo central**, que é o ângulo cujo vértice é o centro do polígono e cujos lados contêm vértices consecutivos do polígono.

214

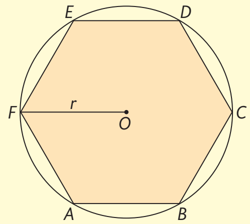
Hexágono regular inscrito em uma circunferência

Considere a propriedade a seguir.

Propriedade: A medida do comprimento de cada lado de um hexágono regular inscrito em uma circunferência é igual à medida do comprimento do raio r dela.

Na figura apresentada, por exemplo, temos:

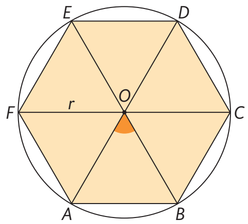
$$AB = OF = r$$



Podemos verificar essa propriedade da seguinte maneira.

Traçando os segmentos de reta AD, BE e CF, obtemos seis triângulos, como mostra a figura geométrica abaixo.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA



Atenção!

Se todos os ângulos internos de um triângulo são congruentes, então, esse triângulo é equilátero.

- O triângulo AOB é isósceles, pois $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ são raios da circunferência e, consequentemente, $OA = OB$. Assim, $\text{med}(O\hat{A}B) = \text{med}(O\hat{B}A)$.
- $\text{med}(A\hat{O}B) = 60°$, pois $360°: 6 = 60°$.

Assim:

$$\text{med}(A\hat{O}B) + \text{med}(O\hat{A}B) + \text{med}(O\hat{B}A) = 180°$$

$$60° + \text{med}(O\hat{A}B) + \text{med}(O\hat{B}A) = 180°$$

$$\left.\begin{array}{r}\text{med}(O\hat{A}B) + \text{med}(O\hat{B}A) = 120° \\ \text{med}(O\hat{A}B) + \text{med}(O\hat{A}B) = 120°\end{array}\right] \text{med}(O\hat{A}B) = \text{med}(O\hat{B}A)$$

$$2 \cdot \text{med}(O\hat{A}B) = 120°$$

$$\text{med}(O\hat{A}B) = 60°$$

Então, $\text{med}(O\hat{A}B) = 60°$, $\text{med}(O\hat{B}A) = 60°$ e $\text{med}(A\hat{O}B) = 60°$. Portanto, o triângulo AOB é equilátero.

Como $AO = AB = BO$, temos $AB = r$.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique a possibilidade de os estudantes se reunirem em grupos e desenvolverem estratégias para mostrar que a propriedade apresentada é verdadeira. Essa dinâmica possibilita o desenvolvimento do **raciocínio lógico-matemático**. A fim de auxiliar os estudantes a chegar a um tipo de **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia), faça questionamentos com o objetivo de aguçar a capacidade de abstração e **argumentação** deles. Nesse caso, é esperado que os estudantes tenham uma melhor compreensão das abstrações exigidas e apresentem argumentações claras e coerentes, as quais são necessárias para resolver o problema.

- Para o trabalho com esta página, realize a construção da figura na lousa. Leia os passos com os estudantes enquanto realiza a construção. Depois, peça-lhes que construam a figura no caderno. Nessa dinâmica, por envolver o uso do compasso, alerte os estudantes para os eventuais riscos, de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos. Ressalte a importância de terem cuidado ao manusear instrumentos dessa natureza.
- Ao trabalhar com a questão **5**, verifique se os estudantes calcularam corretamente a medida do ângulo central do polígono. Se necessário, forneça as devidas explicações.

Construindo polígonos regulares

A seguir apresentamos, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo que possibilita construir um eneágono regular, dada a medida do comprimento do lado *a*.

Algoritmo

Início

1. Desenhe um segmento AB cujo comprimento mede a.

2. Calcule a medida do ângulo central:
$$\text{med}(A\hat{O}B) = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$$

3. Calcule as medidas dos dois outros ângulos do triângulo AOB:
$$\text{med}(\hat{A}) = \text{med}(\hat{B}) = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

4. No sentido anti-horário, construa o ângulo $B\hat{A}X$ cuja medida é 70°. No sentido horário, construa o ângulo $A\hat{B}Y$ cuja medida é 70°.

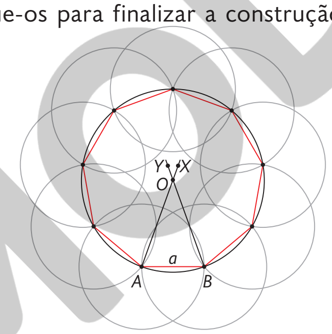
5. Na interseção das semirretas AX e AY, marque o ponto O.

6. Trace a circunferência de centro O e raio $\overline{OA}$.

7. Desenhe as circunferências de raio $\overline{AB}$ com centros em A e B e com centros nos novos pontos obtidos sobre a circunferência de centro O.

8. Os pontos marcados sobre a circunferência de centro O são os vértices do polígono. Ligue-os para finalizar a construção.

Fim



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Fluxograma

Início

↓

Desenhe um segmento AB cujo comprimento mede a.

↓

Calcule a medida do ângulo central: $\text{med}(A\hat{O}B) = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$.

↓

Calcule as medidas dos dois outros ângulos do triângulo AOB: $\text{med}(\hat{A}) = \text{med}(\hat{B}) = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$.

↓

No sentido anti-horário, construa o ângulo $B\hat{A}X$ cuja medida é 70°. No sentido horário, construa o ângulo $A\hat{B}Y$, cuja medida é 70°.

↓

Na interseção das semirretas AX e AY, marque o ponto O.

↓

Trace a circunferência de centro O e raio $\overline{OA}$.

↓

Desenhe as circunferências de raio $\overline{AB}$ com centros em A e B e com centros nos novos pontos obtidos sobre a circunferência de centro O.

↓

Os pontos marcados sobre a circunferência de centro O são os vértices do polígono. Ligue-os para finalizar a construção.

↓

Fim

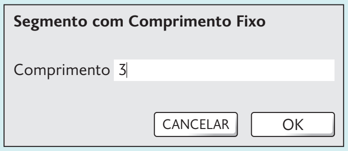
Questão 5. Em seu caderno, escreva um algoritmo que permite construir um pentágono regular, dada a medida do comprimento do lado a. Depois, faça um fluxograma que represente o algoritmo que você escreveu. Questão 5. Resposta na seção **Resoluções**.

Instrumentos e *softwares*

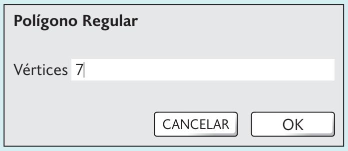
Polígono regular no GeoGebra

Com o auxílio do GeoGebra, é possível construir um polígono regular usando os procedimentos apresentados no algoritmo ou no fluxograma da página anterior. Além disso, é possível construir um polígono regular com esse *software* de outra maneira, conforme apresentamos nas etapas a seguir.

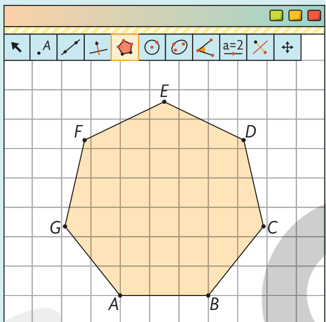
1º Com a ferramenta **Segmento com Comprimento Fixo**, clique em um ponto da malha e digite a medida do comprimento. No exemplo, foi digitado 3.



2º Com a ferramenta **Polígono Regular**, clique nos pontos *A* e *B* e digite a quantidade de vértices do polígono. No exemplo, foi digitado o 7.



3º O polígono construído tem a medida do comprimento do lado e a quantidade de vértices digitados.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

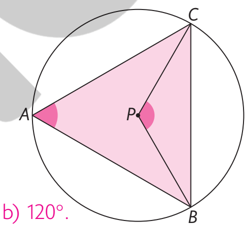
Atividades

Faça as atividades no caderno.

32. A figura ao lado mostra um triângulo equilátero *ABC* inscrito em uma circunferência de centro *P*. Determine a medida dos ângulos:

a) $B\hat{A}C$.

b) $B\hat{P}C$. 32. Respostas: a) 60°; b) 120°.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

- Desenvolva a seção **Instrumentos e *softwares*** usando o GeoGebra, um *software* de geometria dinâmica que utiliza conceitos de Geometria e Álgebra. Nesse programa, podem ser realizadas diversas construções geométricas fazendo uso de pontos, retas, circunferências e outras curvas, bem como considerando as relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção. Utilizado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site* disponível em: https://www.geogebra.org. Acesso em: 16 ago. 2022.
- Caso o trabalho com essa seção seja realizado no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estejam com o *software* instalado. Uma alternativa é utilizar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.
- Oriente os estudantes a ativar a malha principal para esta atividade. Para isso, diga-lhes para clicarem com o botão direito sobre a **Janela de Visualização**, desmascarem a opção **Exibir Eixos** e, na aba **Exibir Malha**, escolherem a opção **Malha principal**.
- Se julgar conveniente, peça aos estudantes que construam outros polígonos regulares, tanto com a ferramenta **Polígono Regular** quanto utilizando procedimentos semelhantes aos apresentados na página anterior.

Metodologias ativas

- Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

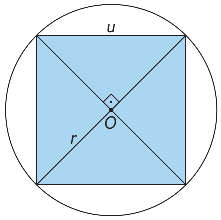
- Ao trabalhar com a atividade **32**, é esperado que os estudantes saibam que os ângulos internos de um triângulo equilátero medem 60°. Além disso, verifique se eles percebem que $B\hat{P}C$ mede o dobro de $B\hat{A}C$, pois $B\hat{A}C$ é um ângulo inscrito na circunferência e $B\hat{P}C$ é o respectivo ângulo central.

- Ao trabalhar com a atividade **33**, se necessário, chame a atenção para o boxe **Atenção**, ou seja, ressalte a possibilidade de utilizar o teorema de Pitágoras. Caso não se recordem desse teorema, retome-o com alguns exemplos. Essa atividade possibilita que se estabeleçam relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática, conforme orienta a **Competência específica de Matemática 3**.
- Antes de propor aos estudantes que resolvam a atividade **34**, corrija a atividade **33** na lousa. Desse modo, eles poderão utilizar a relação correta.
- Na atividade **35**, oriente os estudantes a descobrir qual polígono regular tem o ângulo central medindo 45°. Se julgar necessário, comente que a medida do ângulo central de um polígono regular é dada por $\frac{360°}{n}$, em que *n* indica a quantidade de lados do polígono.
- Durante o desenvolvimento da atividade **36**, verifique as estratégias usadas pelos estudantes. Acompanhe, por exemplo, como eles calculam a medida do comprimento do lado do hexágono *ABCDEF*. Se necessário, explique a eles que uma maneira é usar a congruência de triângulos.
- Ao trabalhar com a atividade **37**, se julgar conveniente, oriente os estudantes a construir o polígono no GeoGebra utilizando procedimentos semelhantes aos apresentados na página **217**. Após todos concluírem a construção, solicite a alguns deles que expliquem para a turma os procedimentos executados.

33. Na imagem, está representado um quadrado cujo comprimento do lado mede *u*, inscrito em uma circunferência de centro *O* e comprimento do raio medindo *r*.

JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!
Utilize o teorema de Pitágoras.



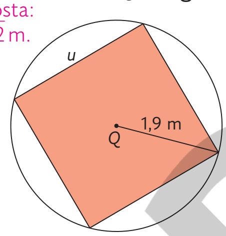
Sabendo que as diagonais do quadrado são perpendiculares entre si, determine a medida do comprimento do lado desse quadrado em função da medida do comprimento do raio da circunferência.

33. Resposta: $u = r\sqrt{2}$.

34. Utilizando a resposta que você obteve na atividade anterior, calcule a medida *u* indicada no quadrado inscrito na circunferência de centro *Q* a seguir.

34. Resposta: $u = 1{,}9\sqrt{2}$ m.

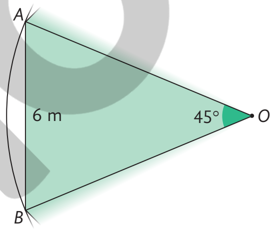
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA



35. A figura geométrica a seguir mostra parte de um polígono regular inscrito em uma circunferência de centro *O*.

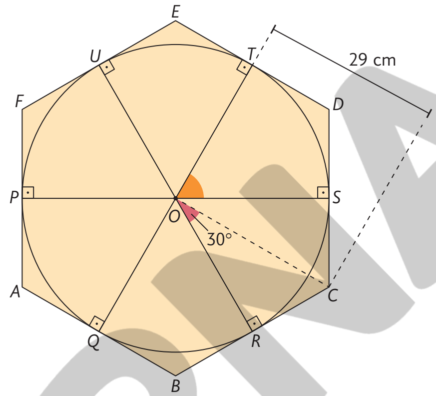
JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção!
O segmento de reta *AB* é um dos lados desse polígono.



Qual é a medida do perímetro desse polígono? 35. Resposta: 48 m.

36. O hexágono regular *ABCDEF*, apresentado a seguir, está circunscrito à circunferência de centro *O*. Os pontos de tangência do hexágono com a circunferência são os pontos médios de seus lados.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Calcule a medida:
- do ângulo $S\hat{O}T$;
- do comprimento do lado e a medida do perímetro do hexágono;
- aproximada do comprimento do diâmetro e do comprimento da circunferência.

b) Se traçarmos os segmentos de reta *PQ*, *QR*, *RS*, *ST*, *TU* e *UP*, obteremos um hexágono regular inscrito à circunferência. Calcule a medida aproximada do comprimento do lado e da medida do perímetro do hexágono *PQRSTU*.

37. Resposta na seção **Resoluções**.

37. Por meio de procedimentos semelhantes ao algoritmo da página **216**, construa um hexágono regular cujo comprimento do lado meça 3 cm. Em seguida, utilizando os mesmos procedimentos apresentados na seção **Instrumentos e *softwares*** da página **217**, construa esse mesmo polígono.

36. Respostas: a) 60°; lado: 29 cm; perímetro: 174 cm; diâmetro: aproximadamente 50,22 cm; comprimento: aproximadamente 157,7 cm; b) Lado: aproximadamente 25,11 cm; perímetro: aproximadamente 150,66 cm.

Estudando vistas

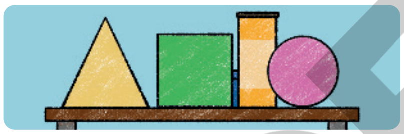
A professora Alice pediu aos estudantes que levassem para a sala de aula alguns objetos e embalagens, utilizados no dia a dia, que lembrassem figuras geométricas espaciais.

Depois, ela colocou-os sobre uma mesa e pediu a quatro estudantes que desenhassem as **vistas** desses objetos. Cada estudante se posicionou conforme a imagem a seguir.

Analise a seguir os desenhos feitos pelos estudantes.

A.

Aline

C.

Adriana

B.

Otávio

D.

Marcos

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Note que os desenhos mostram representações diferentes dos objetos, pois eles foram produzidos partindo de diferentes posições do observador. Dessa maneira, tomando um ponto de referência, definimos diferentes **vistas ortogonais** de objetos ou de figuras geométricas espaciais.

Em relação a Marcos, dizemos que o desenho dele representa a **vista frontal** dos objetos; o desenho de Aline, a **vista lateral direita**; e o de Otávio, a **vista lateral esquerda**. No caso do desenho de Adriana, ele representa a **vista posterior**, isto é, os objetos vistos pela parte de trás em relação a Marcos.

Questão 6. Considerando que o desenho de Aline representa a vista frontal, os desenhos dos demais estudantes representam qual tipo de vista?

Questão 6. Resposta: Marcos: vista lateral esquerda; Adriana: vista lateral direita; Otávio: vista posterior.

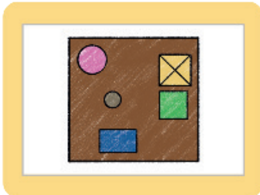
- Se achar conveniente, faça com os estudantes uma atividade de vistas de objetos como a apresentada nesta página. Para isso, reúna-os em grupos com 4 estudantes e organize-os ao redor de uma mesa, de maneira semelhante à que aparece na imagem que representa essa situação. Depois, disponha alguns objetos sobre a mesa de cada grupo e entregue a cada estudante uma folha de papel avulsa. Por fim, peça-lhes que representem as vistas correspondentes.
- Ao trabalhar com a questão **6**, verifique se os estudantes compreenderam que as vistas dependem da posição considerada do observador. Se for necessário, retome o trabalho com o conteúdo apresentado na página.
- Neste tópico os estudantes são levados a reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais, desenvolvendo, assim, aspectos da habilidade **EF09MA17**.

- Se julgar conveniente, possibilite aos estudantes que resolvam a questão **7** em grupos. Desse modo, eles terão a oportunidade de conversar sobre os desenhos e, em conjunto, realizar as análises necessárias. Se julgar conveniente, oriente-os a analisar com cautela a posição dos objetos sobre a mesa.
- Ao trabalhar com a atividade **38**, verifique se os estudantes consideraram a posição de Fábio apresentada na imagem. Se necessário, chame a atenção deles para essa necessidade.

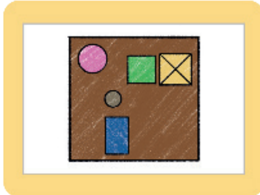
Também podemos representar os objetos da página anterior analisando-os de cima. Nesse caso, denominamos **vista superior**.

Questão 7. Qual das imagens a seguir representa uma possível vista superior dos objetos apresentados na página anterior? Questão 7. Resposta: Imagem 3.

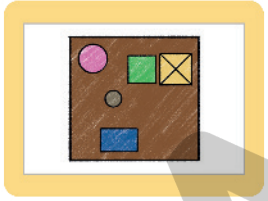
1.



2.



3.

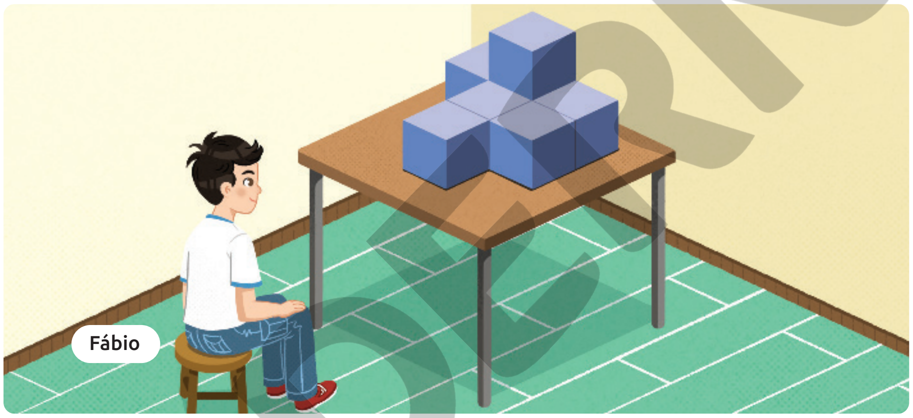


ILUSTRAÇÕES: GUILHERME RODRIGUES/ ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

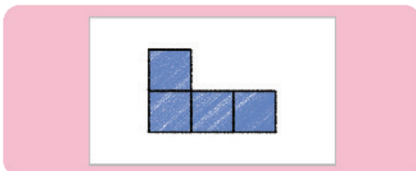
38. Em relação à posição indicada na imagem, Fábio desenhou as vistas frontal, superior, lateral esquerda e lateral direita do empilhamento de cubos.



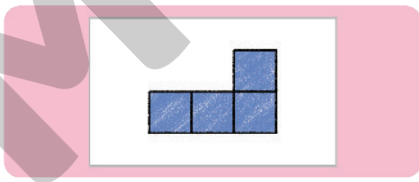
Analise os desenhos feitos por ele e determine a que vista cada um deles corresponde.

A.

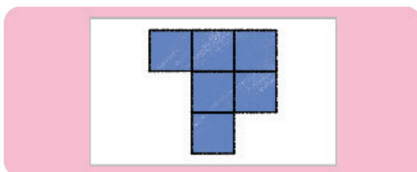
C.



B.



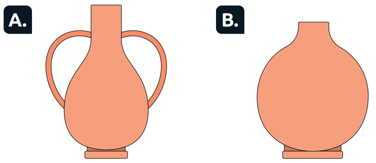
D.



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

38. Respostas: A. Vista frontal; B. Vista lateral direita; C. Vista lateral esquerda; D. Vista superior.

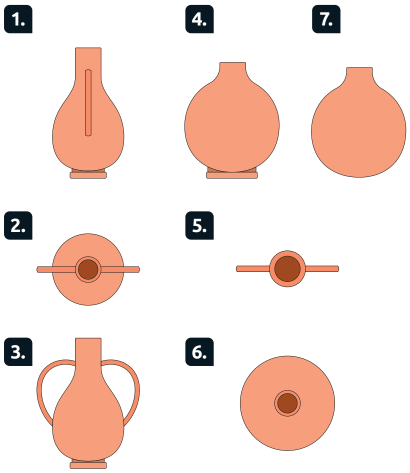
39. Analise a vista frontal dos vasos **A** e **B** a seguir.



ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

39. Respostas: a) Vista **2**; vista **6**; b) Vista **1**; vista **4**.

Agora, verifique as imagens abaixo, que podem ou não representar vistas desses vasos.

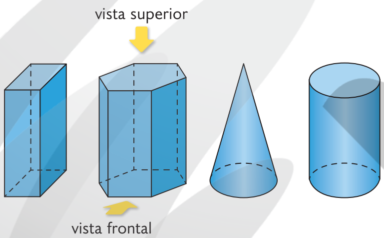


ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual dessas imagens pode representar a vista superior do vaso **A**? E a vista superior do vaso **B**?

b) Qual delas pode representar a vista lateral esquerda do vaso **A**? E a vista lateral direita do vaso **B**?

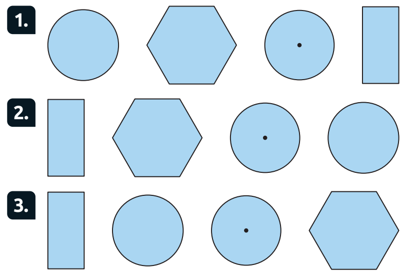
40. Considere as figuras geométricas espaciais a seguir.



JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

40. Respostas: a) **2**; b) Resposta na seção **Resoluções**.

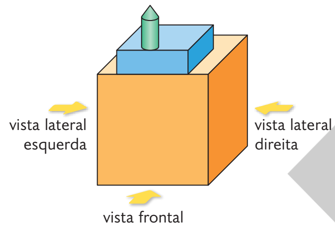
a) Qual das sequências de figuras a seguir representa a vista superior dessas figuras geométricas nessa mesma disposição?



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Desenhe em seu caderno a sequência de figuras que representa a vista frontal das figuras geométricas espaciais apresentadas.

41. Analise o objeto a seguir.



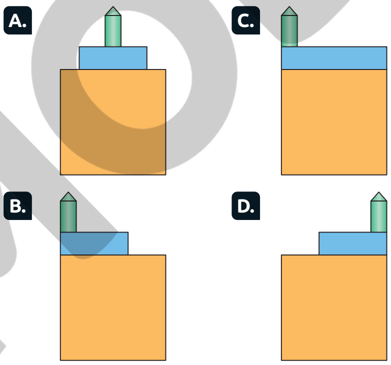
JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Entre as figuras geométricas a seguir, qual corresponde à:

a) vista lateral direita desse objeto?

b) vista frontal do objeto?

c) vista lateral esquerda desse objeto?



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

41. Respostas: a) Vista **B**; b) Vista **A**; c) Vista **D**.

- Ao trabalhar com a atividade **39**, se necessário, peça aos estudantes que analisem os detalhes nas representações dos vasos. Considerando esses detalhes, é fácil obter as respostas corretas.
- Para o desenvolvimento da atividade **40**, se possível, leve para a sala de aula representações das figuras geométricas espaciais apresentadas, feitas de papel. Desse modo, os estudantes terão a oportunidade de manipulá-las e formular as próprias ideias.
- Na atividade **41**, chame a atenção dos estudantes para a necessidade de analisar com cautela a posição das figuras que formam o objeto. Se possível, construa uma representação física desse objeto para que os estudantes o analisem.

- Neste tópico, os estudantes são levados a utilizar o conceito de vistas ortogonais para desenhar objetos em perspectiva, conforme orienta a habilidade **EF09MA17**.
- Aproveite a questão **8** e, se possível, apresente outras imagens para que os estudantes possam compará-las e identificar aquelas que fazem uso de perspectiva. Aproveite o momento e verifique a possibilidade de propor um trabalho interdisciplinar com o componente curricular de **Arte**. Para isso, faça a eles algumas perguntas como: "Quando se iniciou o uso de perspectiva em obras de arte?"; "Quais são os principais artistas?". Esses e outros questionamentos podem nortear esse trabalho.

Perspectivas

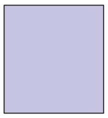
Na página **219**, os desenhos que os estudantes fizeram representam vistas bidimensionais dos objetos, pois nelas identificamos duas dimensões (largura e altura). No entanto, os objetos colocados na mesa são tridimensionais, pois podemos identificar três dimensões (largura, altura e profundidade).

Contudo, é possível representar as três dimensões de um objeto em uma folha de papel, de modo que sua **profundidade** seja perceptível?

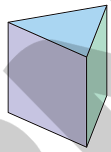
A resposta para essa pergunta é sim. Para isso, podemos usar técnicas de desenho em **perspectiva**, em que, por meio de conceitos geométricos, é possível representar objetos no plano de maneira que aparentem ter largura, altura e profundidade, ou seja, três dimensões.

Analise a seguir diferentes representações de uma mesma figura geométrica espacial.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA



Essa representação não faz uso de técnicas de perspectiva. Nela, não identificamos a profundidade do objeto.



Nessa outra representação, é usada uma técnica de perspectiva, na qual identificamos a ideia de profundidade.

Atenção!

Com base na **técnica de perspectiva**, podemos representar os elementos de determinada cena com profundidades diferentes.

Analise as obras de arte a seguir.

A.

COLEÇÃO PARTICULAR

Architectural Capriccio with Jephthah and His Daughter, de Dirk van Delen. Óleo sobre painel, 128 cm × 196 cm, 1633.

B.

MUSEU INSEL HOMBROICH, NEUSS, ALEMANHA

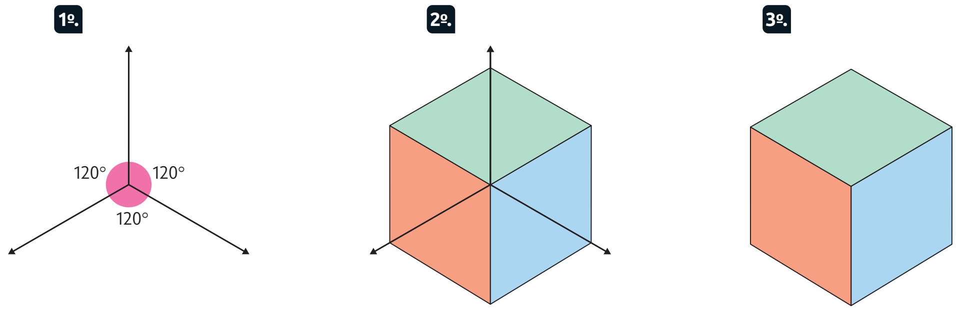
Landscape with Bridge Land, de Henri Rousseau. Óleo sobre tela, 27 cm × 35 cm. 1875-1877.

Questão 8. Em qual dessas obras se faz o uso de perspectiva? Questão 8. Resposta: Obra A.

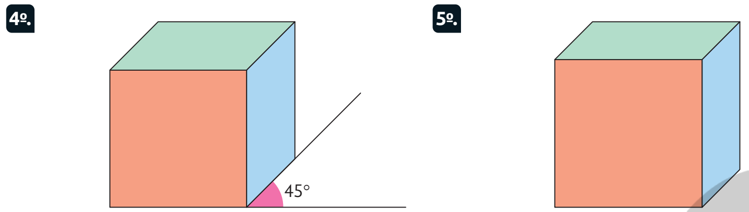
Entre as diferentes técnicas de perspectiva, podemos citar a **isométrica**, a **cavaleira** e a **cônica**.

Analise a mesma figura geométrica representada por essas três técnicas de perspectiva.

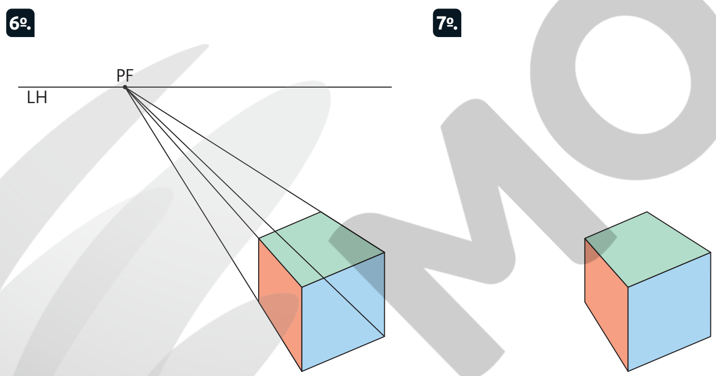
- **Perspectiva isométrica**: nessa representação, o objeto parece estar posicionado em três eixos que formam entre si um ângulo com medida de 120°.



- **Perspectiva cavaleira**: nessa representação, uma das vistas do objeto não sofre distorções, mas as demais, que estão visíveis, sim. É mantida nela uma relação entre o ângulo de inclinação na qual o objeto é verificado e a proporção entre as demais medidas de comprimento.



- **Perspectiva cônica**: essa é a representação que mais se aproxima de como vemos um objeto ou de uma foto. Nesse tipo de perspectiva são usadas retas e um **ponto de fuga** (PF) sobre uma delas, chamada **linha do horizonte** (LH).



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

- Durante o trabalho com esta página, mostre aos estudantes alguns objetos representados por meio do uso das diferentes técnicas de perspectivas citadas no texto. Se julgar interessante, apresente-lhes as imagens e solicite que identifiquem a técnica utilizada.

223

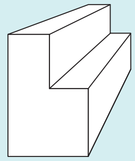
- Oriente os estudantes a fazer no caderno a construção proposta. Caso julgue necessário, faça a construção com eles, expondo na lousa os passos executados.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na questão **9**, faça com eles outras construções usando perspectiva cônica com um ponto de fuga.

Metodologias ativas

- Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

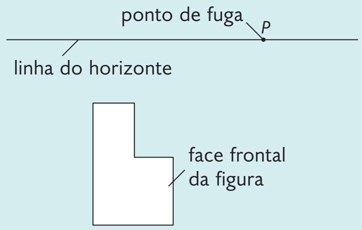
Instrumentos e *softwares*

Perspectiva cônica com um ponto de fuga

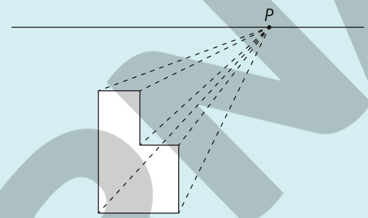


Siga as orientações do professor e os passos a seguir para desenhar, partindo da vista frontal, a figura geométrica espacial representada ao lado utilizando a perspectiva cônica com um ponto de fuga.

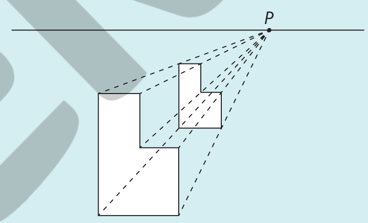
1º. Desenhe a linha do horizonte e, sobre ela, indique o ponto de fuga *P*. Desenhe também a face frontal da figura.



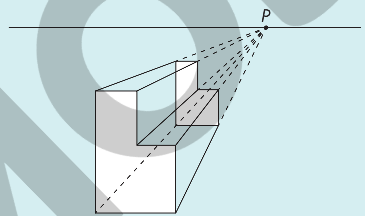
2º. Ligue os vértices da figura até o ponto de fuga.



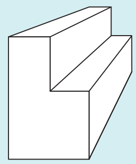
3º. De acordo com as linhas traçadas no passo anterior, desenhe o fundo da figura de maneira que os vértices correspondentes estejam sobre a mesma linha e as arestas correspondentes sejam paralelas.



4º. Ligue os vértices correspondentes.



5º. Por último, apague os demais elementos que não fazem parte da figura geométrica espacial.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

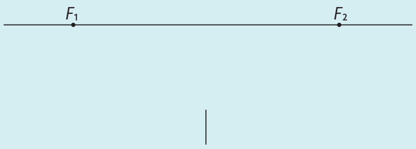
Questão 9. Em seu caderno, desenhe a face frontal de uma figura geométrica espacial. Seguindo os passos descritos anteriormente, desenhe essa figura na perspectiva cônica com um ponto de fuga. Questão 9. Resposta na seção **Resoluções**.

Instrumentos e *softwares*

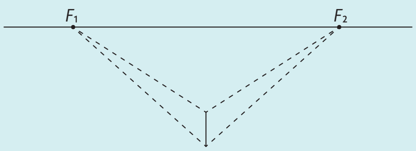
Perspectiva central com dois pontos de fuga

Na página anterior, verificamos como construir uma figura geométrica espacial usando perspectiva cônica com um ponto de fuga a partir de uma face frontal. Agora, vamos aprender a desenhar usando outra técnica, a **perspectiva central** com dois pontos de fuga. Siga as orientações do professor e os passos a seguir para desenhar um paralelepípedo usando essa técnica.

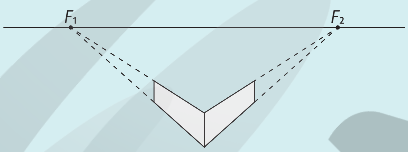
1º Desenhe a linha do horizonte e represente os pontos de fuga F_1 e F_2 sobre ela. Desenhe também a aresta frontal do paralelepípedo.



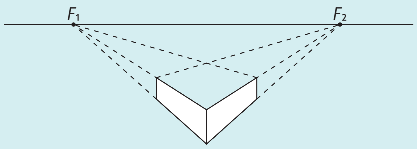
2º Ligue as extremidades da aresta aos dois pontos de fuga.



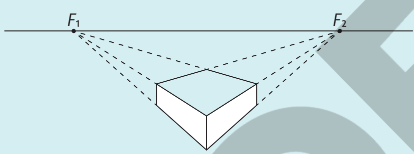
3º Desenhe dois segmentos paralelos à aresta frontal com extremidades nas linhas traçadas no passo anterior. Em seguida, ligue as extremidades desses segmentos, conforme a imagem.



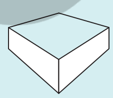
4º Ligue cada uma das extremidades dos segmentos traçados no passo anterior até os pontos de fuga, conforme a imagem a seguir.



5º Trace os segmentos que representam as arestas do paralelepípedo.



6º Por fim, apague os demais elementos que não fazem parte da figura.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Questão 10. Em seu caderno, desenhe um paralelepípedo usando a técnica de perspectiva central com dois pontos de fuga, mas, dessa vez, posicione a linha do horizonte e os pontos de fuga abaixo do paralelepípedo. Questão 10. Resposta na seção **Resoluções**.

- Disponibilize folha de papel avulsa para que os estudantes façam a construção exposta nesta página. Além disso, se julgar conveniente, organize-os em grupos para que troquem ideias.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na questão **10**, faça com eles outras construções usando perspectiva central com dois pontos de fuga.

225

• Ao trabalhar com a atividade **42**, se necessário, oriente os estudantes a comparar as figuras com as técnicas apresentadas no tópico **Perspectivas**. Caso julgue oportuno, retome o trabalho com o tópico expondo outros exemplos.

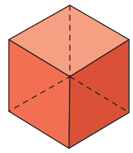
• Nas atividades **43** e **44**, verifique se os estudantes compreenderam que, na perspectiva isométrica, o objeto parece estar posicionado em três eixos que formam entre si um ângulo com medida de 120°; na perspectiva cavaleira, uma das vistas do objeto não sofre distorções, mas as demais, que estão visíveis, sim; já a perspectiva cônica é a que mais se aproxima de como vemos um objeto.

Atividades

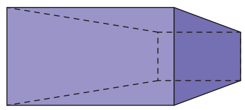
Faça as atividades no caderno.

42. Em quais das figuras geométricas a seguir foi aplicada uma das técnicas de perspectiva?
42. Resposta: Figuras **A**, **C**, **D** e **E**.

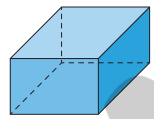
A.



C.

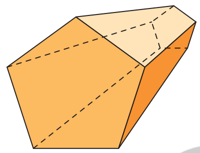


E.

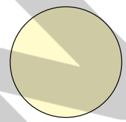


B.

D.

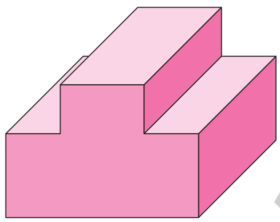


F.

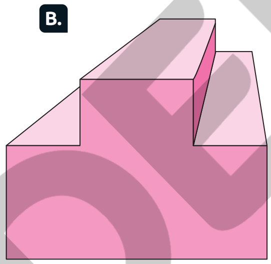


43. Relacione as figuras a seguir ao nome da respectiva perspectiva na qual ela foi construída. Para isso, escreva a letra e o número correspondentes. 43. Resposta: **A**-**3**; **B**-**1**; **C**-**2**.

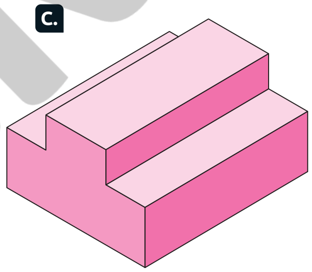
A.



B.



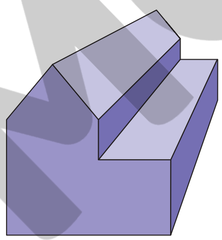
C.



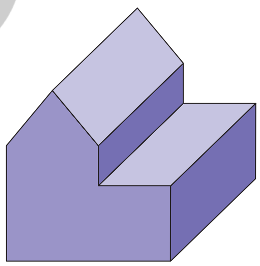
1. Cônica. **2.** Isométrica. **3.** Cavaleira.

44. Qual das figuras a seguir foi construída com a perspectiva cavaleira? 44. Resposta: Alternativa **B**.

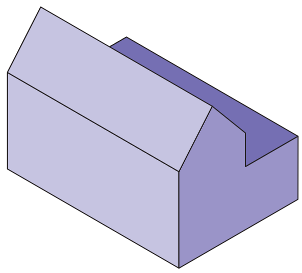
A.



B.

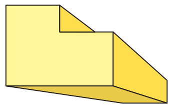


C.

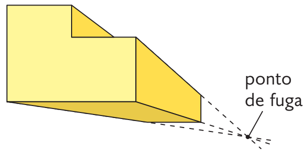


45. Para determinar o ponto de fuga de um polígono representado em perspectiva cônica, Gustavo prolongou algumas das arestas laterais, conforme a imagem a seguir.

1º.



2º.

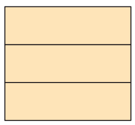


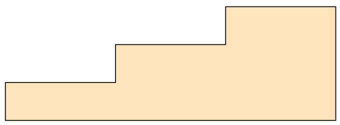
ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

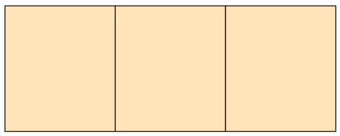
Em seu caderno, construa uma figura geométrica espacial usando perspectiva cônica e um ponto de fuga. Depois, apague os elementos usados durante a construção que não fazem parte da figura. Em seguida, mostre o desenho que você fez para um colega, a fim de que ele possa determinar o ponto de fuga. Ao final, verifique se as respostas estão corretas.

45. Resposta pessoal.

46. Daniel desenhou em seu caderno as vistas frontal, lateral esquerda e superior de uma figura geométrica espacial. Analise a seguir os desenhos que ele fez.

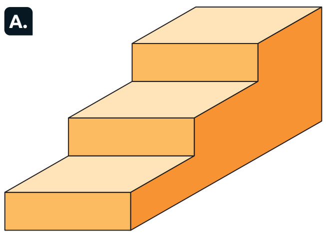

Vista frontal.


Vista lateral esquerda.

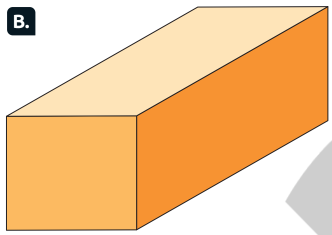

Vista superior.

Qual das figuras geométricas espaciais a seguir representa a que Daniel usou para fazer os desenhos? 46. Resposta: O poliedro A.

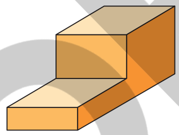
A.



B.

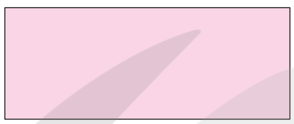


C.

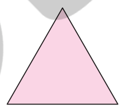


ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

47. Considere as vistas a seguir.


Vista frontal.


Vista lateral direita.


Vista superior.

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Em seu caderno, desenhe um poliedro que pode ser representado por essas vistas utilizando uma das perspectivas apresentadas.

b) Qual perspectiva você utilizou?

47. Respostas: a) Resposta pessoal; b) Resposta pessoal.

48. Para cada item, desenhe em seu caderno uma figura geométrica espacial em perspectiva:

a) cônica usando um ponto de fuga. **b)** central usando dois pontos de fuga.

48. Respostas: a) Resposta pessoal; b) Resposta pessoal.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades na atividade **45**, retome o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares*: Perspectiva cônica com um ponto de fuga**. O trabalho com esta atividade permite aos estudantes expressar as próprias ideias e usar a criatividade, além de exercitar a empatia e o respeito ao desenvolver um trabalho em pares, abordando, assim, as **Competências gerais 2** e **9**.
- No caso de dificuldades ao trabalhar com a atividade **46**, retome os conteúdos abordados no tópico **Estudando vistas**. Além disso, explique-lhes que, nesta atividade, não é apresentada a posição do objeto observado. Portanto, as figuras devem ser analisadas considerando todas as possibilidades.
- Ao trabalhar com as atividades **47** e **48**, se julgar necessário, retome todas as técnicas de perspectiva apresentadas. Aproveite essa retomada para fazer algumas construções utilizando essas técnicas.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

227

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes compreenderam a relação entre o lado de um quadrado e o raio da circunferência inscrita nele.

Como proceder

- Analise se os estudantes percebem que o formato da menor tampa possível é um quadrado, cuja medida de comprimento do lado é igual à medida de comprimento do diâmetro da base da lata. Se necessário, peça a eles que esbocem no caderno o desenho da base da lata inscrita na tampa da caixa.

2. Objetivo

- Constatar se os estudantes calculam medidas de comprimento de arcos de circunferência.

Como proceder

- Em caso de dificuldades, relembre aos estudantes que a medida de comprimento de um arco de circunferência corresponde a uma fração da medida de comprimento dela. Assim, eles podem utilizar a regra de três para determinar a medida de comprimento de arcos dados.

3. Objetivo

- Avaliar a aprendizagem dos estudantes diante de uma situação-problema envolvendo comprimento de arcos de circunferência.

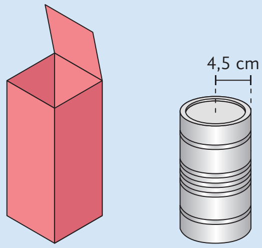
Como proceder

- Acompanhe as estratégias dos estudantes. Ao constatar dificuldade, peça a eles que reproduzam a figura no caderno, destacando os arcos e seus ângulos centrais. Verifique se eles percebem que esses arcos compõem duas circunferências, cuja medida de comprimento do raio corresponde à metade da medida de comprimento do lado do quadrado.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Uma lata com o formato cilíndrico será colocada dentro de uma embalagem que tem a forma de um paralelepípedo reto retângulo, conforme as figuras a seguir. 1. Resposta: 81 cm².

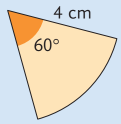


ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida da área mínima que a tampa dessa caixa deve ter?

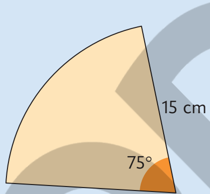
2. Em cada item, determine a medida do comprimento do arco.

A.



2. Respostas:
A. aproximadamente 4,19 cm;
B. aproximadamente 19,63 cm.

B.

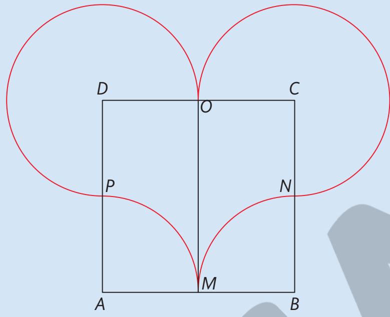


ILUSTRAÇÕES: NICOLAS FURTADO/ARQUIVO DA EDITORA

3. Calcule a medida do comprimento aproximado da linha vermelha na figura a seguir, sabendo que:

- *ABCD* é um quadrado com o comprimento do lado medindo 7 m;
- os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são centros de circunferências;
- *M*, *N*, *O* e *P* são pontos médios dos lados do quadrado *ABCD*.

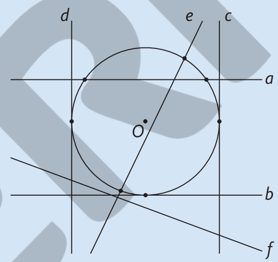
3. Resposta: Aproximadamente 43,96 m.



NICOLAS FURTADO/ARQUIVO DA EDITORA

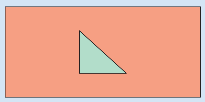
4. Nas imagens estão indicados os pontos de interseção entre as retas e a circunferências de centro *O*. Determine a posição relativa entre cada reta e essa circunferência.

4. Resposta: Reta *a*: secante; reta *b*: tangente; reta *c*: tangente; reta *d*: tangente; reta *e*: secante; reta *f*: externa.



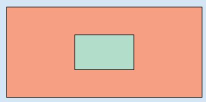
NICOLAS FURTADO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Partindo das vistas a seguir, desenhe em seu caderno a figura geométrica espacial correspondente utilizando a técnica de perspectiva que julgar adequada. 5. Resposta pessoal.



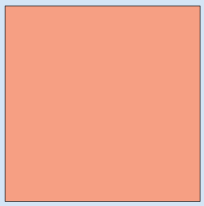
NICOLAS FURTADO/ ARQUIVO DA EDITORA

Vista lateral direita.



NICOLAS FURTADO/ ARQUIVO DA EDITORA

Vista lateral esquerda.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Vista superior.

4. Objetivo

- Constatar se os estudantes identificam posições relativas entre retas e circunferências.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, represente na lousa uma reta secante, uma reta tangente e uma reta externa a uma circunferência, classificando-as. Em seguida, peça aos estudantes que indiquem a quantidade de pontos em comum entre as retas e a circunferência dadas.

5. Objetivo

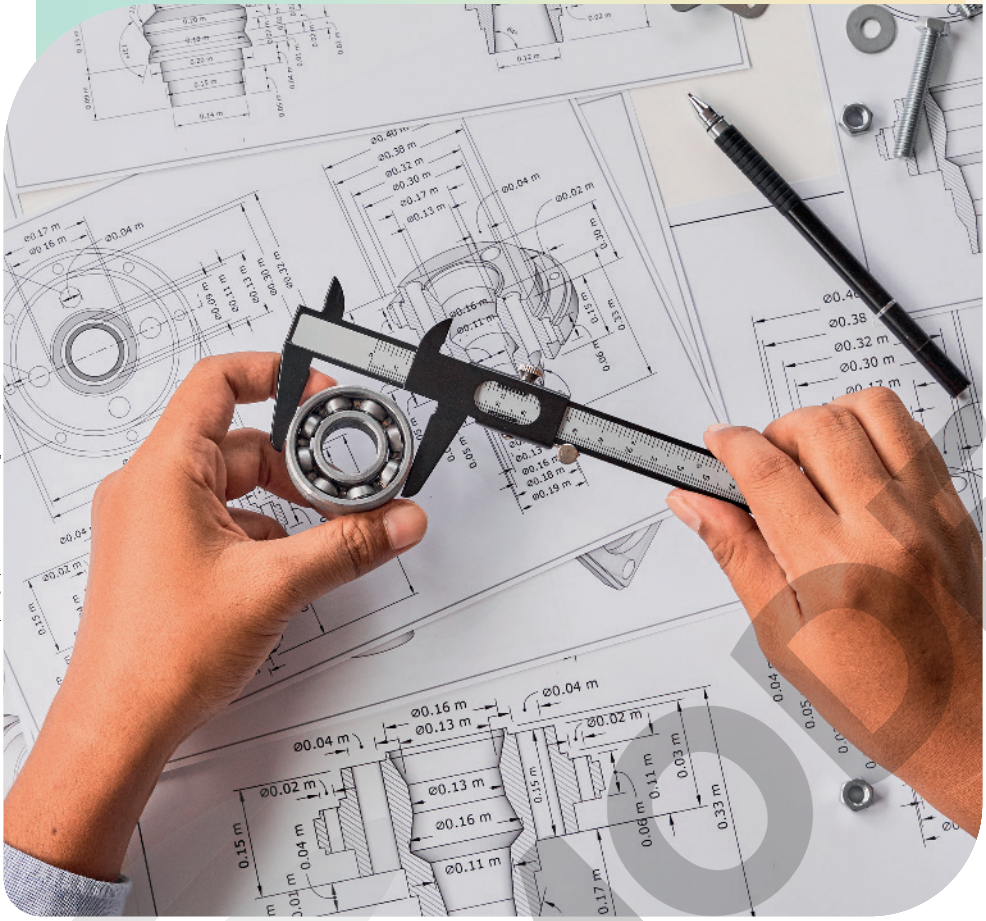
- Avaliar se os estudantes desenham uma figura espacial utilizando técnicas de perspectiva, com base em suas vistas ortogonais.

Como proceder

- Caso os estudantes apresentem dificuldades, retome todas as técnicas de perspectiva apresentadas. Além disso, se julgar conveniente, sugira que utilizem alguma das técnicas apresentadas nas seções **Instrumentos e *softwares*** dessa unidade.

UNIDADE

11 Grandezas e medidas



CHAOSAMRAN_STUDIO/SHUTTERSTOCK

Profissional conferindo as medidas de uma pequena peça com um paquímetro.

Agora vamos estudar...

- medidas de comprimento;
- medidas em informática;
- medidas de volume;
- relação entre volume e capacidade.

- A abertura da unidade apresenta a imagem de um paquímetro, instrumento de medida utilizado para medir comprimentos de objetos pequenos.
- O objetivo é apresentar a ideia de medidas de grandezas, assunto que será abordado ao longo da unidade. Considerando essa imagem, explique aos estudantes que esse instrumento é muito utilizado no cotidiano das pessoas, especialmente em atividades de profissionais como carpinteiros, engenheiros e até esteticistas (que usam o paquímetro para medir as proporções do rosto, por exemplo, se as duas sobrancelhas têm a mesma medida de comprimento). Se possível, providencie um paquímetro, leve-o para a sala de aula e mostre aos estudantes como realizar algumas medidas.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, escreva na lousa o nome dos seguintes instrumentos de medida: balança digital, trena, termômetro, fita métrica, recipiente e metro articulado. Em seguida, peça aos estudantes que relacionem esses instrumentos às grandezas correspondentes.

Resolução e comentários

Balança digital: massa; trena, fita métrica e metro articulado: comprimento; termômetro: temperatura; recipiente: volume ou capacidade. Ao final, peça aos estudantes que indiquem outros instrumentos que conhecem e os associem a essas grandezas.

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Utilizar unidades de medida de comprimento para expressar medidas de comprimento muito grandes e muito pequenas.
- Escrever medidas de comprimento em notação científica.
- Resolver e elaborar situações-problemas envolvendo medidas de comprimento muito grandes e muito pequenas.
- Calcular medidas de capacidade de armazenamento e de taxa de transferência de dados.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo medidas de capacidade de armazenamento e de taxa de transferência de dados.
- Calcular medidas de volumes de paralelepípedos retos retângulos, de prismas e de cilindros retos.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo medidas de volume de paralelepípedos retos retângulos, de prismas e de cilindros retos.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para que os estudantes aprofundem o trabalho com grandezas e medidas, como comprimento, volume e capacidade, assim como medidas de informática, como capacidade de armazenamento e taxa de transferência de dados.

O trabalho com grandezas e medidas visa ampliar e aprofundar os conhecimentos que os estudantes já detêm, além de abordar o volume de prismas e de cilindros retos, ancorando-se, para isso, na ideia intuitiva do Princípio de Cavalieri. Ao final da unidade, espera-se que os estudantes reconheçam as unidades de medidas mais usuais das grandezas trabalhadas ao longo da unidade, assim como sejam capazes de reconhecê-las e utilizá-las em situações-problema, inclusive do cotidiano.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a medidas de comprimento. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo.

Medidas de comprimento

Medindo grandes comprimentos

Neste tópico, estudaremos algumas das unidades de medida de comprimento utilizadas para expressar medidas muito grandes, como a medida da distância média entre o Sol e alguns planetas do nosso Sistema Solar.

Questão 1. Você sabe quais são os planetas do nosso Sistema Solar? Escreva o nome de cada um deles em seu caderno. Questão 1. Resposta: Espera-se que os estudantes conheçam os planetas do nosso Sistema Solar; Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno.

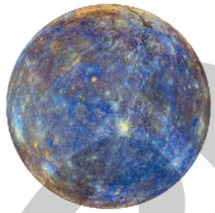
A seguir, é apresentada a medida da distância média aproximada entre alguns planetas e o Sol.

Representação com elementos não proporcionais entre si. Cores-fantasia.

NOAA/NASA

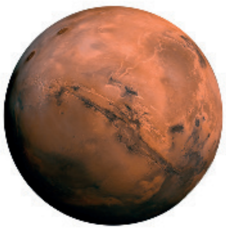
Terra
149 600 000 km

JOHNS HOPKINS UNIVERSITY APPLIED PHYSICS LABORATORY/ CARNEGIE INSTITUTION OF WASHINGTON/NASA



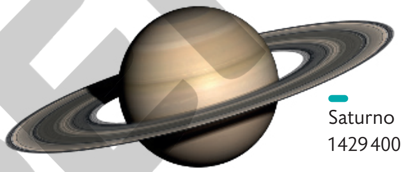
Mercúrio
57 910 000 km

NASA IMAGES/SHUTTERSTOCK



Marte
227 940 000 km

MARCEL CLEMENS/ SHUTTERSTOCK



Saturno
1 429 400 000 km

Fonte de pesquisa: PLANETÁRIO UFSC. *O Sistema Solar*. Disponível em: https://planetario.ufsc.br/o-sistema-solar/. Acesso em: 19 jul. 2022.

Essas medidas também podem ser expressas em notação científica. Acompanhe dois exemplos.

- Terra: 149 600 000 km $= 1{,}496 \cdot 10^8$ km
- Marte: 227 940 000 km $\simeq 2{,}279 \cdot 10^8$ km

Atenção!

Lembre-se de que os números escritos em notação científica devem ter a forma $a \cdot 10^n$. Sendo:
- a: um número maior ou igual a 1 e menor do que 10.
- n: um número inteiro.

Questão 2. Usando notação científica, escreva no caderno as medidas das distâncias médias aproximadas entre: Mercúrio e o Sol; Saturno e o Sol.
Questão 2. Resposta: Mercúrio: $5{,}791 \cdot 10^7$ km; Saturno: $1{,}4294 \cdot 10^9$ km.

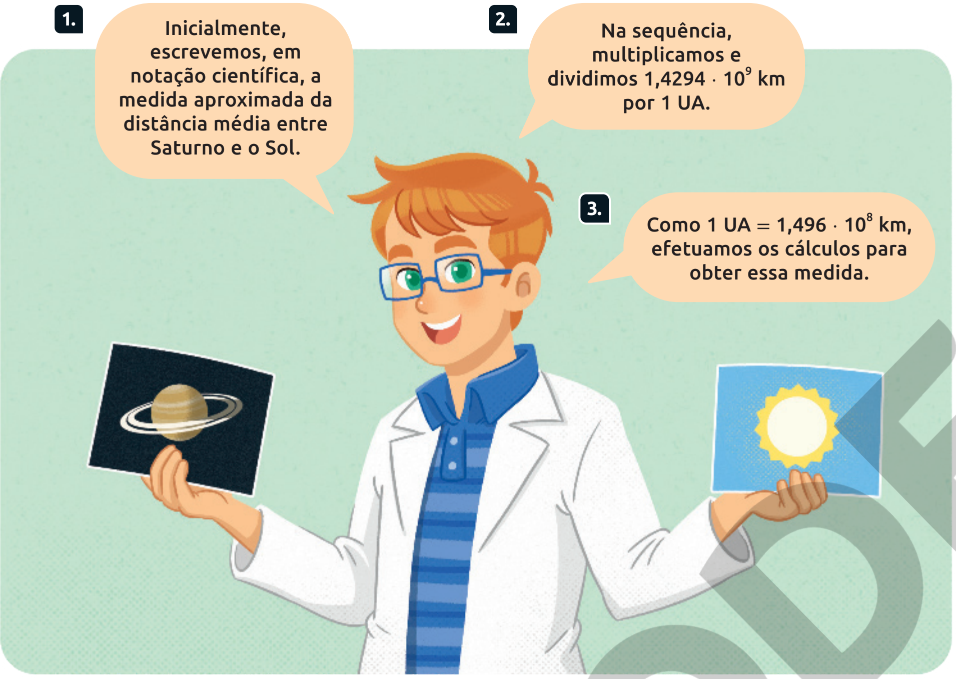
Questão 3. Realize uma pesquisa e registre no caderno a medida, em quilômetros, da distância média aproximada entre o Sol e Vênus, Júpiter, Urano e Netuno.
Questão 3. Resposta: Vênus: $1{,}082 \cdot 10^8$ km; Júpiter: $7{,}7833 \cdot 10^8$ km; Urano: $2{,}87099 \cdot 10^9$ km; Netuno: $4{,}5043 \cdot 10^9$ km.

- O trabalho com os conteúdos deste tópico desenvolvem a habilidade **EF09MA18** ao levar os estudantes a reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, como a medida de distância entre o Sol e os planetas do Sistema Solar e as medidas de dimensões de uma bactéria.
- A questão **1** permite uma articulação com o componente curricular de **Ciências**. Para isso, prepare uma aula com o professor desse componente curricular em que se explore informações e curiosidades sobre os planetas do Sistema Solar, de modo a despertar o interesse dos estudantes pelo assunto.
- Nas questões **2** e **3**, se necessário, escreva na lousa um exemplo de um número grande e retome com os estudantes como escrevê-lo em notação científica.

Para medir grandes distâncias no Sistema Solar, também é usada pelos cientistas a chamada **unidade astronômica**, indicada por UA, que é a medida da distância média aproximada entre a Terra e o Sol, ou seja:

$$\boxed{1\ \text{UA} = 149\,600\,000\ \text{km} = 1{,}496 \cdot 10^8\ \text{km}}$$

Acompanhe os procedimentos utilizados pelo professor Saulo para converter a medida aproximada da distância média entre Saturno e o Sol, expressa em quilômetros, em unidades astronômicas.



GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

1. $1\,429\,400\,000\ \text{km} = 1{,}4294 \cdot 10^9\ \text{km}$

2. $\dfrac{1{,}4294 \cdot 10^9\ \text{km}}{1\ \text{UA}} \cdot 1\ \text{UA}$

3. $\dfrac{1{,}4294 \cdot 10^9\ \text{km}}{1\ \text{UA}} \cdot 1\ \text{UA} = \dfrac{1{,}4294 \cdot 10^9\ \text{km}}{1{,}496 \cdot 10^8\ \text{km}} \cdot 1\ \text{UA} = \dfrac{1{,}4294}{1{,}496} \cdot 10^{9-8} \cdot 1\ \text{UA} \simeq 9{,}6\ \text{UA}$

Portanto, a medida da distância média aproximada entre Saturno e o Sol é 9,6 UA.

Questão 4. Em seu caderno, escreva em unidade astronômica a medida da distância média aproximada, com duas casas decimais, entre Mercúrio e o Sol. Questão 4. Resposta: 0,39 UA.

- Explique aos estudantes que a unidade astronômica (UA) não é usual no dia a dia, pois ela costuma ser utilizada para expressar medidas muito grandes, como a distância entre astros. Assim, é frequentemente utilizada em determinadas áreas, como na Astronomia.
- A questão **4** aborda a conversão de unidade de medida de quilômetros para unidade astronômica. Explique aos estudantes que é mais conveniente escrever essa medida em unidade astronômica, em vez de quilômetros, pois se trata de uma grande medida de distância.
- Durante o trabalho com os conteúdos que envolvem as medidas de distâncias entre os planetas do Sistema Solar e o Sol, avalie a possibilidade de propor aos estudantes uma visita ao observatório astronômico da própria cidade ou de uma cidade da região, se houver. Para isso, providencie antecipadamente a autorização dos responsáveis pelos estudantes e verifique junto à direção da escola se há um veículo, como ônibus ou van, que possa ser usado para transportá-los.

Outra possibilidade é levar os estudantes ao laboratório de informática e explorar o *site* do MAST (Museu de Astronomia e Ciências afins) para realizar uma experiência de realidade virtual em que as pessoas podem interagir como se estivessem na superfície da Lua, e também acessar informações divulgadas em textos, vídeos e fotos. Disponível em: https://web.superviz.com/projects/207c9489-ae3a-4ac0-bdae-06ac73a43d6d. Acesso em: 6 ago. 2022.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- A questão **5** trabalha a conversão de unidade de medida de ano-luz para quilômetro. Compare as medidas de distância entre a Terra e a estrela Alpha Centauri, expressas por meio dessas duas unidades de medida, e mostre aos estudantes que é mais conveniente utilizar anos-luz, por se tratar de uma grande medida de distância.
- Na atividade **1**, verifique se os estudantes compreenderam que um número em notação científica é escrito na forma $a \cdot 10^n$, em que $1 \leq a < 10$ e n é um número inteiro. Se necessário, resolva um exemplo na lousa e relembre essas condições.
- A atividade **2** explora conversões entre as unidades de medida ano-luz, quilômetro e unidades astronômicas. Para tirar melhor proveito e sanar possíveis dúvidas, resolva na lousa um exemplo de multiplicação e outro de divisão entre duas potências de base 10.

Outra unidade usada para medir a distância entre o Sol e as estrelas ou entre o Sol e as galáxias e a Terra é o **ano-luz**, indicada por AL, que é a medida da distância percorrida pela luz, no vácuo, em um ano, ou seja:

$$\boxed{1 \text{ AL} \simeq 9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km}}$$

Analise o quadro a seguir, o qual apresenta a medida da distância aproximada entre a Terra e algumas estrelas em anos-luz.

Estrela	Proxima Centauri	Alpha Centauri
Medida da distância da Terra (em AL)	4,25	4,35

Fonte de pesquisa: NASA. *Imagine the Universe*. Disponível em: https://imagine.gsfc.nasa.gov/features/cosmic/nearest_star_info.html. Acesso em: 19 jul. 2022.

Atenção!

Com exceção do Sol, a estrela mais próxima da Terra visível a olho nu é a Proxima Centauri.

Agora, vamos escrever a medida 4,25 AL (medida da distância aproximada entre a Terra e a Proxima Centauri) em quilômetros. Para isso, fazemos:

$$4{,}25 \text{ AL} \simeq 4{,}25 \cdot \underbrace{9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km}}_{\text{aproximadamente 1 AL}} \simeq 4{,}021 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

Questão 5. Em seu caderno, escreva, em quilômetros, a medida da distância aproximada entre a Terra e a Alpha Centauri. Questão 5. Resposta: Aproximadamente $4{,}115 \cdot 10^{13}$ km.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Escreva no caderno as medidas a seguir em notação científica.

a) Medida aproximada da velocidade da luz: 300 000 000 m/s.

b) Medida aproximada da distância média do planeta-anão Éris ao Sol: 10 149 000 000 km.

c) Medida aproximada do diâmetro equatorial do planeta Júpiter: 142 984 000 m.

d) Medida aproximada do diâmetro equatorial do Sol: 1 390 000 km.

1. Respostas: a) $3 \cdot 10^8$ m/s; b) $1{,}0149 \cdot 10^{10}$ km; c) $1{,}42984 \cdot 10^8$ m; d) $1{,}39 \cdot 10^6$ km.

2. Copie as sentenças a seguir no caderno substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) $3{,}6725 \cdot 10^8$ km = ■ UA.

b) $1{,}7628 \cdot 10^9$ km = ■ UA.

c) 3,6 UA = ■ km.

d) 10 UA = ■ km.

e) $3{,}311 \cdot 10^{13}$ km = ■ AL.

f) $7{,}568 \cdot 10^{13}$ km = ■ AL.

g) 4 AL = ■ km.

h) ■ km = 6,5 AL.

2. Respostas: a) $3{,}6725 \cdot 10^8$ km $\simeq$ 2,5 UA; b) $1{,}7628 \cdot 10^9$ km $\simeq$ 11,8 UA; c) 3,6 UA = $5{,}3856 \cdot 10^8$ km; d) 10 UA = $1{,}496 \cdot 10^9$ km; e) $3{,}311 \cdot 10^{13}$ km = 3,5 AL; f) $7{,}568 \cdot 10^{13}$ km = 8 AL; g) 4 AL = $3{,}784 \cdot 10^{13}$ km; h) $6{,}149 \cdot 10^{13}$ km = 6,5 AL.

3. A galáxia do Bode, ou M81, recebeu esse nome em referência ao astrônomo Johann Elert Bode, por tê-la descoberto em 1774. Assim como a Via Láctea, essa é uma galáxia espiral, pois sua estrutura tem o formato da curva espiral. Seu diâmetro mede aproximadamente 36 000 anos-luz e a medida da sua distância até a Terra é cerca de 12 milhões de anos-luz.

a) Qual é a medida aproximada, em quilômetros, do diâmetro da galáxia do Bode? E em unidades astronômicas? Escreva essas medidas em notação científica.

b) Qual é a medida aproximada, em unidades astronômicas, da distância entre a galáxia do Bode e a Terra? Escreva essa medida em notação científica.

3. Respostas: a) $3{,}4056 \cdot 10^{17}$ km; $2{,}3 \cdot 10^{9}$ UA; b) $7{,}6 \cdot 10^{11}$ UA.

4. Plutão compõe o grupo dos planetas anões, que inclui Ceres, Haumea, Makemake e Éris. Eles são assim definidos por não serem os astros dominantes em suas órbitas. Plutão já foi considerado um planeta, mas em 2006 foi rebaixado a essa categoria, pois em sua órbita há outros objetos de tamanhos semelhantes ao dele. Sabendo que sua distância média até o Sol mede aproximadamente 40 UA, e seu diâmetro equatorial mede aproximadamente 2 320 km, faça o que se pede.

a) Calcule no caderno a medida da distância aproximada, em quilômetros, de Plutão até o Sol.

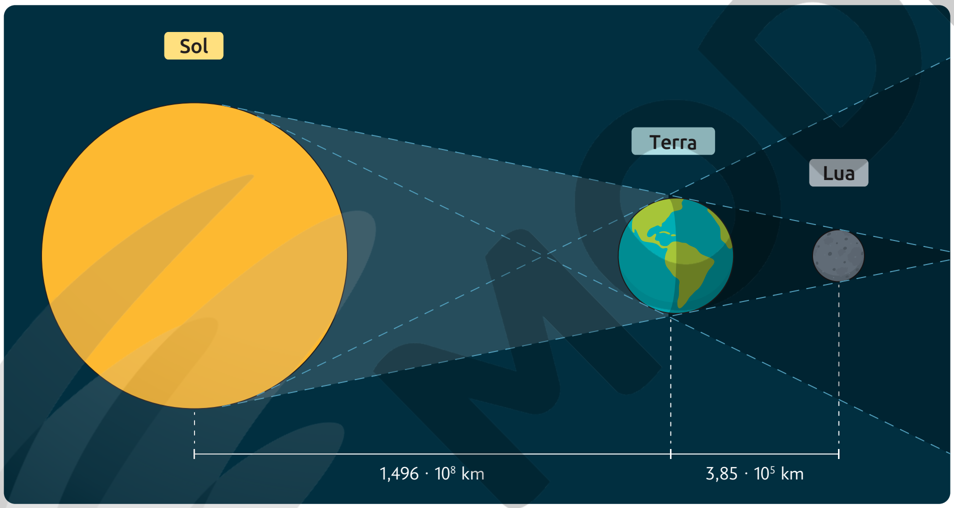
b) Escreva a medida do diâmetro equatorial de Plutão em metros.

c) Escreva no caderno as medidas obtidas nos itens **a** e **b** em notação científica.

4. Respostas: a) 5 984 000 000 km; b) 2 320 000 m; c) $5{,}984 \cdot 10^{9}$ km; $2{,}32 \cdot 10^{6}$ m.

5. Eclipse lunar é um fenômeno que bloqueia, total ou parcialmente, a chegada da luz solar até a superfície lunar. Ele acontece quando a Terra fica entre o Sol e a Lua, estando os três alinhados. Analisando a imagem a seguir, **elabore** um problema envolvendo notação científica, unidades astronômicas e anos-luz. Depois, dê para um colega responder. Por fim, verifique se ele respondeu corretamente. 5. Resposta pessoal.

Representação com elementos não proporcionais entre si. Cores-fantasia.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **3**, explore a relação com o componente curricular de **Ciências**, explicando que um ano-luz corresponde à medida da distância percorrida pela luz no vácuo durante 1 ano. A fim de sanar possíveis dúvidas, resolva na lousa alguns exemplos envolvendo multiplicação de números decimais e de potências de base 10. No item **b**, peça aos estudantes que escrevam, inicialmente, a medida da distância entre a Terra e a galáxia do Bode, em quilômetros.
- Para tirar melhor proveito da atividade **4**, avalie a possibilidade de desenvolver um trabalho com o professor do componente curricular de **Ciências**, explorando as características dos planetas anões. No item **b**, relembre aos estudantes que 1 km corresponde a 1 000 m. Enfatize que, por se tratar de grandes medidas de distâncias, é conveniente escrevê-las em notação científica, inclusive para facilitar o cálculo entre elas.
- Antes de abordar a atividade **5**, explore o conceito de eclipse solar e avalie a possibilidade de mostrar algumas imagens desse fenômeno aos estudantes, relacionando-o com o componente curricular de **Ciências**. Por envolver a elaboração e a resolução de uma situação-problema em interação com os colegas, essa atividade aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**. Também aborda as **Competências gerais 1**, **2** e **4**, ao recorrer à abordagem própria das ciências e utilizar conhecimentos historicamente construídos para entender e explicar a realidade.

Além disso, aproveite o fato de esta atividade envolver o trabalho entre pares e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Assim, é favorecido o desenvolvimento da **Competência geral 9**.

• Ao abordar o assunto deste subtópico, explique aos estudantes que, assim como há medidas de comprimento muito grandes, há também medidas de comprimento muito pequenas, utilizadas para dimensionar elementos impossíveis de serem vistos a olho nu, como a medida do comprimento de uma célula. Diga a eles que há, nesses casos, uma unidade que melhor se adequa à escrita dessas medidas, a qual será abordada na página seguinte.

• Na questão **6**, para tirar melhor proveito, solicite uma pesquisa sobre a bactéria *Escherichia coli*, relacionando-a com o componente curricular de **Ciências**. Se achar conveniente, reúna-se com o professor desse componente curricular e conversem sobre outros organismos, que tenham medidas de comprimentos microscópicas, para serem apresentados aos estudantes.

Ao escrever essa medida em notação científica, verifique se os estudantes percebem que o expoente da potência de base 10 é um número inteiro negativo.

Medindo pequenos comprimentos

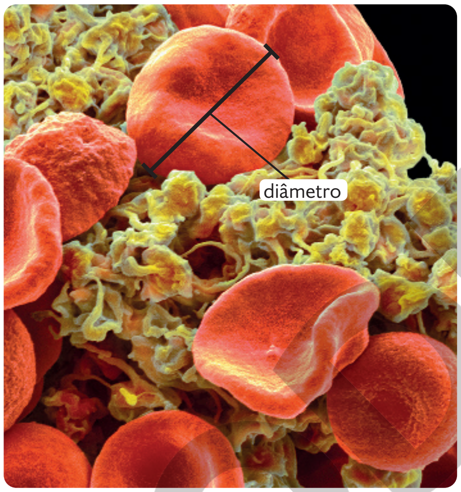
No tópico anterior, estudamos algumas situações envolvendo medidas de comprimento muito grandes. Agora, vamos estudar situações envolvendo medidas de comprimento muito pequenas, como a medida do diâmetro de células, vírus, bactérias, protozoários, entre outros seres microscópicos, que são visíveis somente com a utilização de equipamentos que ampliem sua imagem, como os microscópios.

A função dos microscópios atuais não é só ampliar a imagem, mas também aumentar o poder de resolução do olho humano, permitindo observar estruturas muito menores do que as células.

Analise as seguintes informações.

Representação com elementos não proporcionais entre si. Cores-fantasia.

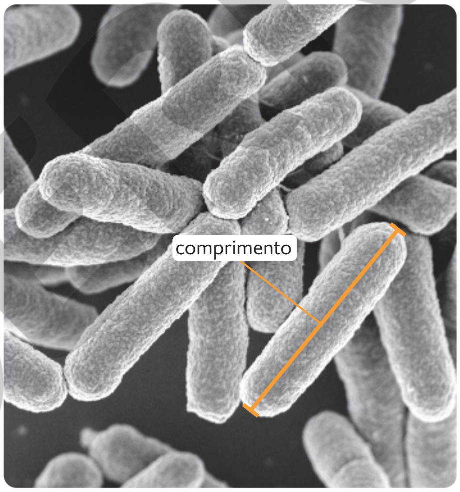
O diâmetro de uma célula eritrócito mede 0,0000075 m.



STEVE GSCHMEISSNER/SPL/FOTOARENA

Célula eritrócito. Imagem obtida por microscópio e ampliada aproximadamente 3228 vezes.

O comprimento de uma bactéria *Escherichia coli* mede 0,000002 m.



NANO CREATIVE/SCIENCE SOURCE/FOTOARENA

Bactéria *Escherichia coli*. Imagem obtida por microscópio e ampliada aproximadamente 9374 vezes.

Essas medidas também podem ser expressas usando a notação científica. Acompanhe o exemplo a seguir.

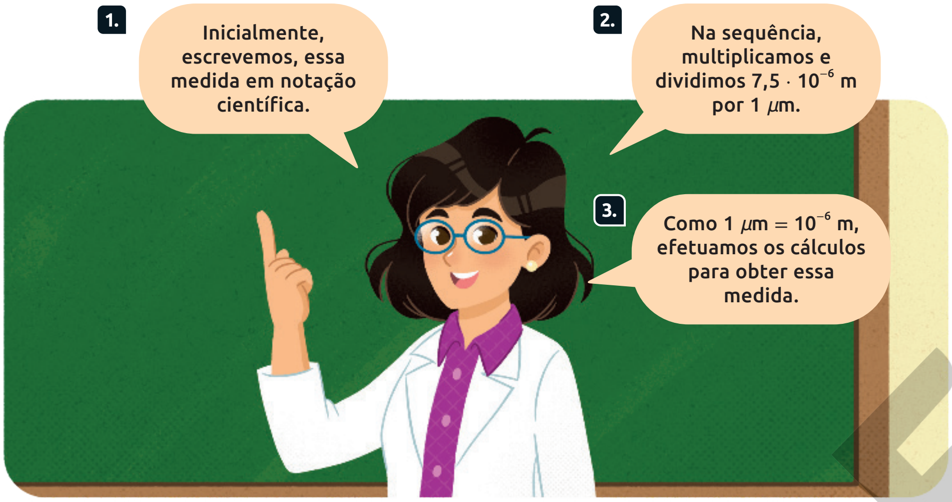
Célula eritrócito: 0,0000075 m $= 7{,}5 \cdot 10^{-6}$ m.

Questão 6. Usando notação científica, escreva no caderno a medida do comprimento da bactéria *Escherichia coli*. Questão 6. Resposta: $2 \cdot 10^{-6}$ m.

Também podemos expressar essas medidas utilizando uma unidade de medida chamada **micrômetro** (μm), que é um submúltiplo do metro. Na indicação μm, o símbolo μ, que lemos "mi", é uma letra minúscula do alfabeto grego.

$$\boxed{1\ \mu m = 0{,}000001\ m = 10^{-6}\ m}$$

Acompanhe os procedimentos utilizados pela professora Jussara para converter a medida do diâmetro da célula eritrócito, expressa em metros, em micrômetros.



GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

1. $0{,}0000075\ m = 7{,}5 \cdot 10^{-6}\ m$

2. $\dfrac{7{,}5 \cdot 10^{-6}\ m}{1\ \mu m} \cdot 1\ \mu m$

3. $\dfrac{7{,}5 \cdot 10^{-6}\ m}{1\ \mu m} \cdot 1\ \mu m = \dfrac{7{,}5 \cdot 10^{-6}\ m}{10^{-6}\ m} \cdot 1\ \mu m = 7{,}5\ \mu m$

Portanto, o diâmetro da célula eritrócito mede 7,5 μm.

Questão 7. Em seu caderno, escreva, em micrômetros, a medida do comprimento da bactéria *Escherichia coli*. Questão 7. Resposta: 2 μm.

- Explique aos estudantes que a unidade de medida micrômetro não é muito usual no dia a dia, como o centímetro, o metro e o quilômetro, pois é utilizada para expressar medidas de comprimentos muito pequenas, a exemplo das microscópicas. Diga que essa unidade é muito utilizada no contexto científico, especialmente no componente curricular de **Ciências**, ao se trabalhar com medidas de microrganismos.
- A questão **7**, por envolver transformação de unidade de medida, pode ser resolvida utilizando regra de três.

- Na atividade **6**, observe se os estudantes escrevem a medida dada em cada item em notação científica. Por envolver transformação de unidade de medida, ela pode ser resolvida utilizando regra de três. Se achar necessário, resolva na lousa um exemplo.
- Na atividade **7**, resolva o item **a** na lousa e mostre aos estudantes como efetuar uma divisão entre potências de mesma base e como multiplicar um número decimal por uma potência de base 10, com expoentes positivo e negativo.
- Para tirar melhor proveito da atividade **8**, pergunte aos estudantes se já observaram algum objeto com microscópio e peça a eles que realizem uma pesquisa sobre os tipos desse equipamento. Complemente a pergunta do item **a** solicitando que escrevam a medida obtida em notação científica, que será $1{,}3 \cdot 10^{-2}$.
- Na atividade **9**, avalie a possibilidade de convidar o professor do componente curricular de **Ciências** ou um profissional de saúde para conversar com os estudantes sobre os problemas que essa bactéria pode causar na saúde física das pessoas, bem como maneiras de evitá-la.

Ao envolver o enfrentamento de uma situação-problema e promover a interação entre os estudantes, esta atividade aborda as **Competências específicas de Matemática 6** e **8**. Também aborda as **Competências gerais 1**, **2** e **4**, ao recorrer à abordagem própria das ciências e utilizar conhecimentos historicamente construídos para entender e explicar fenômenos da realidade. Além disso, aproveite o fato de envolver o trabalho entre pares e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros. Assim, é favorecido o desenvolvimento da **Competência geral 9**.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

6. Escreva no caderno as medidas a seguir em notação científica.

a) 0,0000099 m.

b) 0,000000008 m.

c) 0,000000000208 m.

d) 0,00000011 m.

6. Respostas: a) $9{,}9 \cdot 10^{-6}$ m; b) $8 \cdot 10^{-9}$ m; c) $2{,}08 \cdot 10^{-10}$ m; d) $1{,}1 \cdot 10^{-7}$ m.

7. Copie as sentenças no caderno substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) $1{,}22 \cdot 10^{-5}$ m = ■ μm.

b) $5 \cdot 10^{-6}$ m = ■ μm.

c) $2{,}75 \cdot 10^{-8}$ m = ■ μm.

d) 4 μm = ■ m.

e) 275 μm = ■ m.

f) 0,21 μm = ■ m.

8. Respostas: a) $1{,}3 \cdot 10^{-2}$ m; b) $6 \cdot 10^{-5}$ μm.

8. Microscópios permitem ampliar a imagem de objetos muito pequenos, como o diâmetro de uma célula, que na maioria dos casos é impossível de ser vista a olho nu. Em geral, existem basicamente dois tipos de microscópios: o óptico e o eletrônico. O primeiro é capaz de ampliar a imagem de um objeto em até 1000 vezes, enquanto o segundo, em até 500 000 vezes.

Entre as células que não podem ser vistas a olho nu, encontram-se os basófilos, os quais estão relacionados à defesa do organismo. O diâmetro dessas células mede entre 12 μm e 15 μm. Já as plaquetas são fragmentos de certas células, cujo diâmetro mede entre 0,000001 m e 0,000002 m. Considere que o diâmetro de uma célula basófilo mede 13 μm e o de uma plaqueta mede 0,0000012 m.

a) Qual é a medida, em metros, do diâmetro da imagem dessa célula quando observada com um telescópio óptico, se a ampliação for a máxima possível?

b) Qual é a medida do diâmetro, em micrômetros, dessa plaqueta, quando observada com um telescópio eletrônico, se a ampliação for a máxima possível?

9. A bactéria *Helicobacter pylori*, conhecida como *H. pylori*, é a principal causadora da gastrite, doença que provoca inflamação no revestimento do estômago. Essa bactéria tem forma curva ou espiralar, cujo diâmetro mede de 0,5 μm a 1 μm e cujo comprimento mede de 2,5 μm a 5 μm. Ela tem ainda de 4 a 6 flagelos, cujo comprimento de cada um mede aproximadamente 30 μm, os quais facilitam sua mobilidade e penetração na mucosa do estômago, assegurando sua sobrevivência no corpo humano.

Cores-fantasia.

BIOMEDICAL IMAGING UNIT, SOUTHAMPTON GENERAL HOSPITAL/SPL/FOTOARENA

Bactéria *Helicobacter pylori*. Imagem obtida por microscópio e ampliada aproximadamente 14 900 vezes.

9. Resposta pessoal.

Com base nessas informações, **elabore** um problema e entregue-o para um colega resolver. Depois, verifique se ele respondeu corretamente.

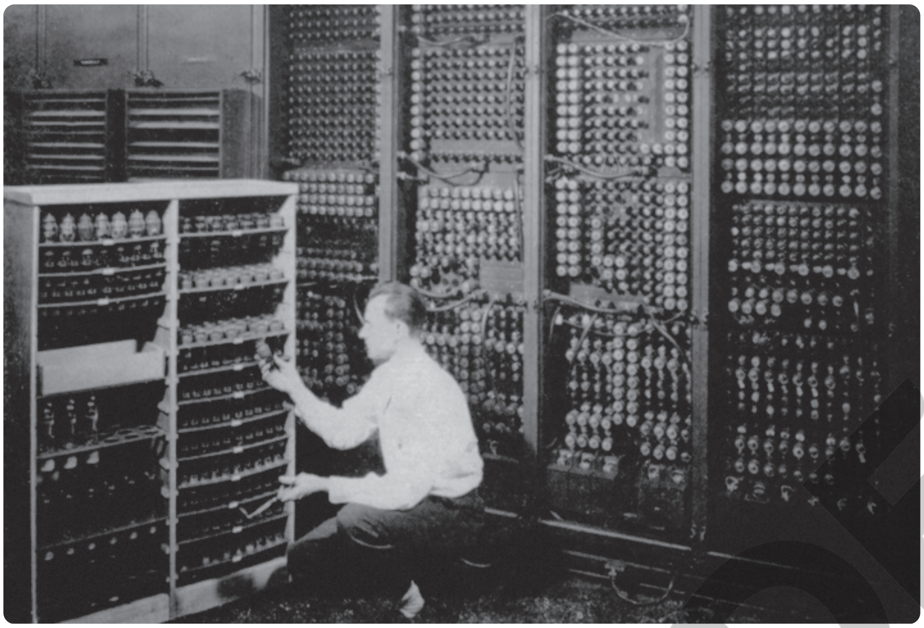
7. Respostas: a) $1{,}22 \cdot 10^{-5}$ m = 12,2 μm; b) $5 \cdot 10^{-6}$ m = 5 μm; c) $2{,}75 \cdot 10^{-8}$ m = 0,0275 μm ou $2{,}75 \cdot 10^{-8}$ m = $2{,}75 \cdot 10^{-2}$ μm; d) 4 μm = $4 \cdot 10^{-6}$ m; e) 275 μm = $2{,}75 \cdot 10^{-4}$ m; f) 0,21 μm = $2{,}1 \cdot 10^{-7}$ m.

Medidas de informática

Armazenamento de dados

Os primeiros computadores surgiram na década de 1940 e eram muito grandes.

Com a evolução da tecnologia, eles foram ficando cada vez menores e mais eficientes, até chegar aos que conhecemos atualmente.



U.S. ARMY/SCIENCE SOURCE/FOTOARENA

Homem operando o computador Eniac, construído na Universidade da Pensilvânia, nos Estados Unidos. A massa desse equipamento media cerca de 30 t, a altura, 1,5 m e o comprimento, mais de 20 m.

Ao utilizarmos um computador, é importante saber, por exemplo, a medida de sua capacidade de armazenamento de dados, que é uma tecnologia que possibilita guardar arquivos e informações com o auxílio de um dispositivo, como um HD de computador, um cartão de memória e o *pen drive*. Para medir essa capacidade, são utilizadas as unidades de medida de informática.

Entre essas unidades, estão os **bites** e os **baites** (B). Um bite é a menor unidade de informação que um computador consegue entender. Ele pode ser um **0** (zero) ou um **1**. Esse sistema de numeração com dois algarismos é chamado **sistema binário**.

Para um computador armazenar os dados em sistema binário, os bites são agrupados em conjuntos de 8 bites, formando assim 1 baite.

HD: iniciais de *hard disk*, termo em inglês para disco rígido. Consiste em um equipamento de computador que armazena diferentes arquivos e programas.

- O trabalho com os conteúdos deste tópico desenvolvem a habilidade **EF09MA18** ao levar os estudantes a reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, como medidas de capacidade de armazenamento.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a medidas de informática. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo.
- Por se tratar de um assunto atual, o tópico **Medidas de informática** possívelmente despertará o interesse dos estudantes pela temática. Elabore algumas questões investigativas para que, em grupos, exercitem a prática de pesquisa, o que leva à abordagem de aspectos da **Competência específica de Matemática 5** e do tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia**. Algumas questões que podem ser propostas são: "Qual foi a finalidade dos primeiros computadores?"; "Quem os inventou?"; "Onde foram criados?"; "Quais foram os avanços?".

Converse com os estudantes sobre a importância de compreender a grandeza armazenamento de dados, muito utilizada no cotidiano. Destaque alguns avanços tecnológicos desse tema, como o desenvolvimento de drones, utilizados para realizar entregas e monitorar grandes áreas, e o uso de robôs na medicina. Se achar conveniente, peça aos estudantes que pesquisem mais sobre essas duas tecnologias. Desse modo, contempla-se a **Competência específica de Matemática 5**, ao evidenciar tecnologias digitais disponíveis, utilizadas para resolver problemas sociais.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com o tópico **Medidas de informática**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Na apresentação do quadro desta página, os estudantes perceberão que os múltiplos e submúltiplos entre as unidades de medida de armazenamento de dados podem ser escritos por meio de uma potência de 2.

• Na questão **8**, após os estudantes responderem, escreva na lousa algumas medidas de capacidade de armazenamento de dados, em megabaite, e peça a eles que utilizem o algoritmo para escrever essas medidas em quilobaite.

Assim, 1 baite é um conjunto de 8 bites que forma um único caractere guardado na memória do computador. A letra **a**, por exemplo, ocupa o espaço de 1 baite no computador. Quando o computador nos mostra a letra **a** como a conhecemos, em sua memória essa letra ficará arquivada como um conjunto de 8 bites (no caso, 01000001 bites).

Outros exemplos de unidades de medida de informática são o **quilobaite**, o **megabaite**, o **gigabaite** e o **terabaite**.

caractere: qualquer letra, algarismo, sinal gráfico ou matemático, espaço em branco etc. que pode ser digitado ou introduzido em um computador por outro dispositivo.

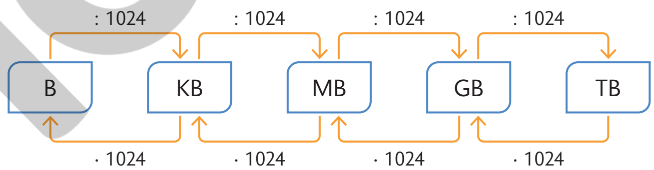
Unidade de medida	Quantidade de caracteres (em baite)	Medida do espaço ocupado na memória do computador
1 baite (B)	1	8 bites
1 quilobaite (KB)	1024	1024 B
1 megabaite (MB)	$1024^2 = 1048576$	1024 KB
1 gigabaite (GB)	$1024^3 = 1073741824$	1024 MB
1 terabaite (TB)	$1024^4 = 1099511627776$	1024 GB


ESB PROFESSIONAL/SHUTTERSTOCK

No quadro anterior as palavras bite, baite, quilobaite, megabaite, gigabaite e terabaite são termos aportuguesados das palavras de origem inglesa *bit*, *byte*, *kilobyte*, *megabyte*, *gigabyte* e *terabyte*, respectivamente. Embora existam as palavras aportuguesadas, em algumas situações, é necessário usar os termos originais.

Ao analisar o quadro, percebemos que 1 quilobaite equivale a 1024 baites e, portanto, tem capacidade de armazenar 1024 caracteres. Analogamente, 1 megabaite equivale a 1024 quilobaites, que equivalem a 1048576 baites, e assim por diante.

Podemos fazer conversões entre essas unidades de medida utilizando o seguinte esquema.



Questão 8. Em seu caderno, escreva um algoritmo que possibilite converter megabaite em quilobaite. Questão 8. Resposta na seção **Resoluções**.

238

Instrumentos e *softwares*

Convertendo medidas em megabaite para medidas em baite, quilobaite, gigabaite e terabaite no Calc

Com uma calculadora comum ou com o aplicativo calculadora do *smartphone*, podemos realizar conversões entre unidades de medida de informática. Porém, essas conversões também podem ser realizadas utilizando a planilha eletrônica Calc. Nesta seção, vamos escrever fórmulas que permitam converter medidas de megabaite em baite, quilobaite, gigabaite e terabaite. Para isso, siga as orientações do professor e os passos apresentados.

1º Nas células **A1**, **B1**, **C1**, **D1** e **E1**, escreva "Medida em B", "Medida em KB", "Medida em MB", "Medida em GB" e "Medida em TB", respectivamente.

2º Na célula:

- **A2** digite **=C2*1024^2**, para converter a medida expressa em megabaites em baites;
- **B2** digite **=C2*1024**, para converter a medida expressa em megabaites em quilobaites;
- **D2** digite **=C2/1024**, para converter a medida expressa em megabaites em gigabaites;
- **E2** digite **=C2/1024^2**, para converter a medida expressa em megabaites em terabaites.

fx =C2*1024^2

	A	B	C	D	E
1	Medida em B	Medida em KB	Medida em MB	Medida em GB	Medida em TB
2	0	0	0	0	0
3					

Atenção!

No Calc, os símbolos *, ^ e / indicam, respectivamente, multiplicação, "elevado a" e divisão.

Ao digitarmos em **C2** a medida em megabaites, será exibida nas células **A2**, **B2**, **D2** e **E2** essa medida em baites, quilobaites, gigabaites e terabaites, respectivamente.

Para exemplificar, usaremos a medida 10 240 MB. Ao digitarmos 10 240 na célula **C2**, obtemos:

fx 10240

	A	B	C	D	E
1	Medida em B	Medida em KB	Medida em MB	Medida em GB	Medida em TB
2	10737418240	10485760	10240	10	0,009765625
3					

ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto 10 240 MB = 10 737 418 240 B = 10 485 760 KB = 10 GB = 0,009765625 TB.

- É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o programa Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha eletrônica, editores de textos, apresentações, desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalar o programa, é necessário acessar o *site*. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/. Acesso em: 21 jun. 2022.

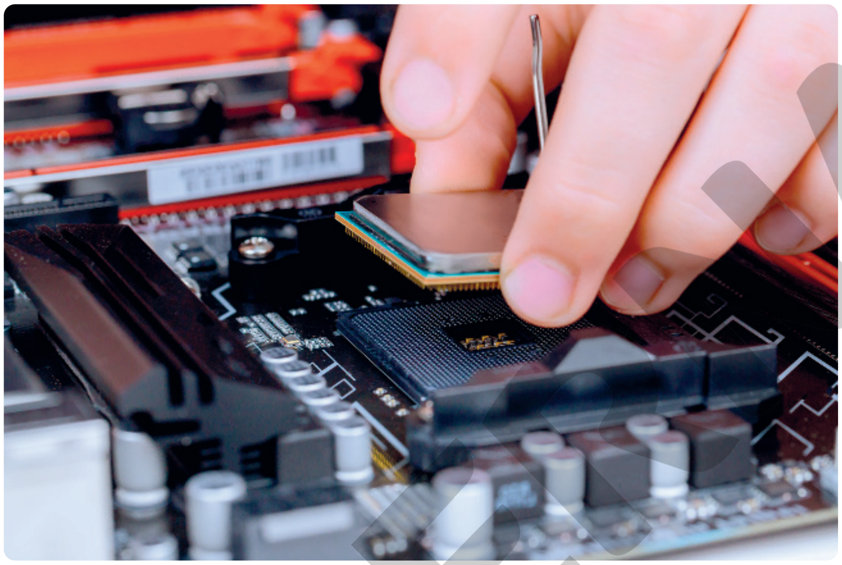
Metodologias ativas

Ao desenvolver a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à capacidade de processamento de dados. Permita que conversem entre si, oportunizando o conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo.
- É possível que a maioria dos estudantes tenha um *smartphone*. Se julgar interessante, peça a eles que realizem uma pesquisa para identificar a capacidade de processamento de dados de seu aparelho.

Capacidade de processamento de dados

Uma das características que diferencia os vários modelos de produtos tecnológicos presentes no dia a dia é sua *Central Processing Unit* (CPU – “Unidade Central de Processamento”, em português), também conhecida como processador. Quanto maior a capacidade de processamento da CPU, mais rapidamente as instruções serão executadas.



UNGVAR/SHUTTERSTOCK

Técnico em informática instalando a CPU à placa-mãe de um dispositivo eletrônico.

A capacidade de processamento da CPU é geralmente medida em mega-hertz (MHz) ou em giga-hertz (GHz), que são múltiplos do hertz (Hz). Essas unidades indicam a quantidade de ciclos por segundo que o componente eletrônico consegue processar.

Analise, no quadro a seguir, a quantidade de ciclos correspondente a cada uma dessas unidades de medida.

Medida	Ciclos por segundo
1 hertz (Hz)	1
1 mega-hertz (MHz)	1000000
1 giga-hertz (GHz)	1000000000

Atenção!

Na maioria das CPUs da atualidade, a frequência é medida em giga-hertz.

De acordo com as correspondências apresentadas no quadro, podemos escrever as seguintes equivalências.

1 GHz = 1000 MHz

1 GHz = 1000000000 Hz

1 MHz = 1000000 Hz

Atividades

Faça as atividades no caderno.

10\. Respostas: a) 2 MB = 2 097 152 baites; b) 256 GB = 0,25 TB; c) 3 072 MB = 3 GB; d) 3,5 MB = 3 584 KB.

10. Copie as sentenças a seguir no caderno substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) 2 MB = ■ baites.

b) 256 GB = ■ TB.

c) 3 072 MB = ■ GB.

d) 3,5 MB = ■ KB.

11\. Respostas: a) 25; b) 1 500 000; c) 250 000 000; d) 75.

11. Calcule em seu caderno a quantidade de ciclos por segundo que uma CPU consegue processar, sabendo que ela tem uma capacidade de:

a) 25 Hz.

b) 1,5 MHz.

c) 0,25 GHz.

d) 75 Hz.

12. Leia as informações referentes ao computador representado e responda às questões a seguir.

DEN ROZHNOVSKY/SHUTTERSTOCK

Computador de mesa, também conhecido como *desktop*.

RAM: iniciais de *random access memory*, termo em inglês para memória de acesso aleatório. É uma memória temporária que permite a leitura e a gravação das informações quando requeridas.

a) Qual é a medida de capacidade de processamento desse *desktop*? Expresse essa medida em hertz.

b) Qual é a medida da capacidade de armazenamento de dados do HD?

c) Qual é a medida da capacidade de armazenamento da memória RAM?

12\. Respostas: a) 2,4 GHz; 2 400 000 000 Hz; b) 1 TB; c) 8 GB.

13. Em cada item, indique a unidade de medida mais adequada (KB, MB, GB ou TB) para representar a medida:

a) da capacidade de armazenamento do HD de um computador de mesa.

b) do arquivo de uma foto.

c) da memória interna de um *tablet*.

d) do arquivo de um vídeo curto.

13\. Respostas: a) TB; b) KB; c) GB; d) MB.

14. Cada informação a seguir corresponde à configuração básica de um computador.

A. CPU de 3,4 GHz – Monitor LED 18,5" – 4 GB de memória RAM – HD de 500 GB.

B. CPU de 3,9 GHz – Monitor LED 18,5" – 6 GB de memória RAM – HD de 1 TB.

C. CPU de 3,1 GHz – Monitor LED 17" – 3 GB de memória RAM – HD de 2 TB.

a) Qual desses computadores tem maior medida de capacidade de armazenamento de dados no HD? E na memória RAM? 14. a) Respostas: C; B.

b) O HD do computador **A** tem quantos gigabaites de medida de capacidade a menos do que o do computador **B**? 14. b) Resposta: 524 GB.

c) O computador **B** tem quantos gigabaites de memória RAM a mais do que o computador **C**? 14. c) Resposta: 3 GB.

d) Se você fosse adquirir um computador, quais seriam as características mais importantes, na sua opinião, no momento da compra? Por quê?

14\. d) Resposta pessoal.

- No item **d** da atividade **10**, peça aos estudantes que utilizem o algoritmo descrito na questão **8** da página **238**. Por envolver divisões e multiplicações com números grandes, observe se os estudantes efetuam os cálculos corretamente. Se necessário, resolva alguns na lousa com a ajuda deles.
- Para melhor aproveitar a atividade de **11**, peça aos estudantes que pesquisem a origem do nome Hertz e, em seguida, compartilhem os resultados com a turma. Verifique se eles percebem que o mega-hertz e o giga-hertz são múltiplos do hertz, em potências de 10^6 e 10^9, respectivamente.
- Na atividade **12**, explique aos estudantes que a medida da capacidade do HD e da memória RAM estão expressas em unidades de medida diferentes. Peça a eles que escrevam as duas medidas em uma mesma unidade, a fim de que possam compará-las.
- Na atividade **13**, explique aos estudantes que é importante conhecer essas medidas, pois só assim eles saberão se o aparelho (*desktop*, *notebook*, TV, *smartphone*, entre outros) atende às necessidades deles. Além disso, essas medidas também são importantes para comparar preços de venda desses produtos.
- A atividade **14** apresenta três configurações de um computador, com o objetivo de comparar as medidas de mesma natureza. Aproveite esta atividade para explicar aos estudantes que a memória RAM é um dispositivo de armazenamento de dados temporário, ao contrário do HD, que guarda os dados mesmo após o desligamento do aparelho. No item **a**, verifique se os estudantes percebem que as medidas de armazenamento de dados do HD não estão na mesma unidade. No item **d**, explique que a configuração depende do perfil do usuário. Por exemplo, um *gamer* pode ter preferência por uma tela maior e uma memória RAM com maior capacidade de armazenamento.

• A atividade **15** aborda o tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia**. Explique aos estudantes que o armazenamento de dados em nuvem é interessante, pois além de não ocupar espaço no dispositivo, é possível acessá-los a partir de qualquer máquina, de qualquer lugar. Outro benefício é que os dados estarão seguros, em caso de dano ou de perda do aparelho. No item **a**, em caso de dificuldade, sugira aos estudantes que calculem a medida da capacidade de armazenamento de dados necessária para essa empresa ao longo de um ano e peça a eles que escrevam essa medida em terabaites. No item **b**, complemente as respostas dos estudantes, se necessário, explicando que essas tecnologias são importantes pois as pessoas estão gerando cada vez mais dados, como fotos e vídeos, o que exigiria dispositivos com mais capacidade de armazenamento.

Explore o fato de que a Matemática contribuiu para o desenvolvimento da tecnologia de armazenamento de dados, a qual possibilita resolver problemas do cotidiano. Dessa maneira, trabalham-se as **Competências específicas de Matemática 1** e **5**. Ao mesmo tempo, nessa atividade, explore com os estudantes o conhecimento historicamente construído sobre o mundo digital, o uso da linguagem digital, assim como o uso dessas tecnologias de maneira significativa. Com isso, promovem-se as **Competências gerais 1**, **4** e **5**.

• Os dados apresentados na atividade **15** são fictícios.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **15**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

15. O armazenamento em nuvem é uma tecnologia que permite armazenar e acessar dados em servidores, por meio da internet. Há várias empresas que oferecem esse serviço, com diferentes medidas de capacidade de armazenamento.

Marina pretende aderir a um plano de armazenamento em nuvem para sua empresa. Para isso, ela realizou uma pesquisa nas principais empresas e obteve os seguintes pacotes de serviços.

EMPRESA	PLANO GRATUITO	R$ 125,00 por mês	R$ 200,00 por mês
A	15 GB	1 TB	3 TB
B	15 GB	2 TB	5 TB
C	50 GB	3 TB	7 TB

TATIANE GALHEIRO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Considerando que, na empresa de Marina, há 50 funcionários, que geram 2 GB de dados mensalmente cada um, e que esses dados devem ficar armazenados durante 1 ano, qual dos planos é o mais vantajoso para ela?
15. a) Resposta: Plano de 2 TB da empresa **B**.

b) Você acha importante o desenvolvimento de tecnologias para armazenamento de dados? Justifique sua resposta. 15. b) Resposta pessoal.

c) Faça uma pesquisa sobre a importância das tecnologias de armazenamento e os benefícios do armazenamento em nuvem. Em seguida, converse com seus colegas e professor expondo as informações obtidas. 15. c) Resposta pessoal.

Atenção!

A pesquisa proposta no item **c** da atividade **15** pode ser feita em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

d) Após sua pesquisa, você mudou de ideia sobre a importância das tecnologias de armazenamento? Justifique sua resposta. 15. d) Resposta pessoal.

16. As câmeras fotográficas digitais têm um dispositivo eletrônico que armazena as fotos no cartão de memória. A câmera fotográfica digital de Márcia tem um cartão de memória com medida de capacidade igual a 2 GB. Ela tirou algumas fotos que ocuparam 809,6 MB da memória. Sabendo que cada foto tirada por ela tem, em média, 3,2 MB, quantas fotos ela tirou? E quantas fotos como essas ela ainda pode tirar?
16. Resposta: 253 fotos; 387 fotos.

• Para tirar maior proveito da atividade **16**, informe aos estudantes que as câmeras fotográficas digitais caíram em desuso pelas pessoas, devido ao aprimoramento das câmeras de *smartphones* e ao aprimoramento de sua capacidade de armazenamento de dados, o que permite salvar muitas fotos, áudios e vídeos. Ainda assim, as câmeras fotográficas profissionais são muito utilizadas por fotógrafos profissionais. Analise as respostas dos estudantes e observe se eles convertem 2 GB em megabaites.

17. Com auxílio do Calc, escreva:

a) 3,5 MB em baites.

b) 2 150,4 MB em gigabaites.

c) 629 145,6 MB em gigabaites.

d) 7,5 MB em quilobaites.

e) 0,25 MB em baites.

f) 8 074 035,2 MB em terabaites.

17. Respostas: a) 3 670 016 B; b) 2,1 GB; c) 614,4 GB; d) 7 680 KB; e) 262 144 B; f) 7,7 TB.

18. Os dados apresentados na forma de textos, imagens, sons e vídeos em um computador também podem ser armazenados em CDs, DVDs, cartões de memória etc. Embora os dois primeiros sejam tecnologias mais antigas, não deixaram de ser utilizados.

A seguir, estão apresentados alguns dispositivos físicos de armazenamento de dados.

Imagens não proporcionais entre si.

ALBERT STEPHEN JULIUS/ SHUTTERSTOCK

DVD
Medida da capacidade: 4,7 GB.

ALBERT STEPHEN JULIUS/ SHUTTERSTOCK

CD
Medida da capacidade: 700 MB.

TOP IMAGES/SHUTTERSTOCK

Cartão de memória Micro SD
Medida da capacidade: 64 GB.

VETKIT/ SHUTTERSTOCK

HD portátil
Medida da capacidade: 1 TB.

a) Entre os dispositivos apresentados, qual tem a maior medida de capacidade de armazenamento de dados?

b) Quantos megabaites de informação é possível armazenar em 15 CDs? Esse valor é equivalente a quantos gigabaites?

c) Quantos CDs são necessários para armazenar a mesma quantidade de informações que é possível armazenar em um DVD?

d) É possível armazenar no máximo quantos megabaites no cartão de memória apresentado? E no DVD?

18. Respostas: a) HD portátil; b) 10 500 MB; aproximadamente 10,25 GB; c) 7 CDs; d) 65 536 MB; 4 812,8 MB.

19. Giovana quer fazer o *backup* das informações que estão em seu computador para um sistema de armazenamento em nuvem, isto é, copiar seus arquivos com a finalidade de poder recuperá-los posteriormente, caso ocorra algum problema com o arquivo original. Sabendo que ela tem 123 456 450 KB de dados e que no sistema de nuvem que ela vai utilizar não há arquivos, ou seja, ela terá toda a capacidade disponível, responda às questões.

a) O sistema de armazenamento que Giovana utiliza oferece 50 GB grátis. Para realizar esse *backup*, ela precisará fazer um *upgrade* em seu plano? Justifique sua resposta.

b) Para que seu irmão também armazene arquivos na nuvem, Giovana fez um *upgrade* de seu plano. Agora, a operadora lhe oferece 200 GB. Após realizar o *backup* de suas informações, quantos gigabaites sobrarão para o irmão de Giovana usar?

19. Respostas: a) Será necessário realizar um *upgrade* no plano, pois 123 456 450 KB é maior do que 50 GB; b) Aproximadamente 82,26 GB.

- Na atividade **17**, avalie a possibilidade de levar os estudantes para o laboratório de informática da escola. Em caso de computadores insuficientes, reúna-os em dupla. Caso encontrem dificuldades na resolução da atividade, retome com eles as explicações da página **239**, a fim de que relembrem como construir as fórmulas no Calc.
- Na atividade **18**, pergunte aos estudantes se já utilizaram os dispositivos mostrados. Peça a eles que indiquem outros dispositivos físicos que conheçam para armazenar dados. Antes de efetuarem os cálculos, sugira que escrevam a medida de capacidade de armazenamento de dados desses dispositivos na mesma unidade, a fim de que possam compará-las.
- Na atividade **19**, mostre aos estudantes que é mais conveniente utilizar a unidade gigabaite do que a quilobaite para indicar a medida dos dados de Giovana, por se tratar de uma medida muito grande. Explique que é fundamental realizar *backup* de arquivos importantes para evitar que eles se percam.

Sugestão de avaliação

Para avaliar como os estudantes estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, escreva na lousa a atividade a seguir.

- Complete as frases substituindo o ■ com o número adequado.

a) Para armazenar 10,4 GB de informações são necessários, no mínimo, ■ CDs com capacidade de armazenamento de dados de 700 MB cada um.

b) Usando, no mínimo, ■ *pen drives* com capacidade de 8 GB cada, é possível armazenar as informações contidas em 20 CDs de 700 MB.

Resoluções e comentários

a) Transformando 10,4 GB em megabaites, temos:

$$10{,}4\ \text{GB} = 10{,}4 \cdot (1024\ \text{MB}) = 10\,649{,}6\ \text{MB}$$

Para calcular a quantidade de CDs, fazemos:

$$\frac{10\,649{,}6\ \text{MB}}{700\ \text{MB}} \simeq 15{,}21$$

Portanto, são necessários, no mínimo, 16 CDs.

b) Calculando a medida da capacidade, em megabaites, de 20 CDs, temos: $20 \cdot 700\ \text{MB} = 14\,000\ \text{MB}$.

Calculando a medida da capacidade de um *pendrive*, em megabaites, temos:

$$8\ \text{GB} \cdot 8 \cdot (1024\ \text{MB}) = 8\,192\ \text{MB}$$

Para determinar a quantidade de *pendrives*, fazemos:

$$\frac{14\,000\ \text{MB}}{8\,192\ \text{MB}} \simeq 1{,}7$$

Logo, serão necessários, no mínimo, 2 *pendrives*.

Obtenha informações sobre avaliações no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

• Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à velocidade de transferência de dados. Permita que conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo.

• Os dados apresentados no cartaz desta página são fictícios.

• Complemente a questão **9** selecionando alguns anúncios de planos de internet e leve-os para a sala de aula, para que os estudantes possam analisar as informações deles. Ao propor a análise crítica e reflexiva de uma situação envolvendo linguagem própria da tecnologia digital, essa questão aborda as **Competências gerais 4** e **5**. Além disso, contempla a **Competência específica de Matemática 5**, ao utilizar ferramentas matemáticas para compreender situações do cotidiano.

Taxa de transferência de dados

A seguir é apresentado o cartaz de uma propaganda de certa operadora que oferece planos de internet.

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Nesse cartaz, as informações "10 mega", "50 mega" e "75 mega" são maneiras de indicar a taxa de transferência de dados dos planos de internet. O plano "50 mega", por exemplo, indica que, em condições favoráveis, são transmitidos no máximo 50 megabites por segundo nessa conexão.

Atenção!

A expressão "50 megabites por segundo" também pode ser indicada por 50 Mbps ou 50 Mb/s.

A medida da taxa de transferência de dados apresentada nas propagandas geralmente é em relação à taxa de transferência máxima de *download*, isto é, o processo de receber ou baixar arquivos e armazená-los no dispositivo. No caso em que é necessário fazer um *upload*, isto é, enviar ou subir um arquivo do dispositivo para a internet, a taxa de transferência geralmente é menor do que a de *download*.

GUILHERME RODRIGUES/ARQUIVO DA EDITORA

Ao contratar um plano de internet de 50 Mb/s, por exemplo, é incorreto imaginar que um arquivo de 50 MB será baixado em apenas 1 segundo. Esse tipo de pensamento ocorre por ser mais comum o uso da unidade megabaite (MB) no dia a dia.

Questão 9. O cartaz de propaganda apresenta todas as informações necessárias sobre o serviço? Em sua opinião, qual é a importância de conhecer a taxa de transferência de dados ao se deparar com o anúncio de uma propaganda semelhante à apresentada?

Questão 9. Resposta: Não. Espera-se que os estudantes percebam que a medida indicada no anúncio não corresponde a uma taxa de transferência de dados, assim como não contribui para distinguir megabites de megabaite.

Afinal, quantos megabaites ou quilobaites podem ser transferidos, no máximo, em uma conexão de 50 Mb/s?

Como 1 baite equivale a um conjunto de 8 bites, segue que 1 megabaite equivale a 8 megabites. Assim, para determinar quantos megabaites ou quilobaites podem ser transferidos por segundo, nessa conexão, fazemos:

$$50 \text{ Mb} = \underbrace{6{,}25}_{50\,:\,8} \text{ MB} \qquad 6{,}25 \text{ MB} = \underbrace{6\,400}_{6{,}25\,\cdot\,1024} \text{ KB}$$

Portanto, em uma conexão de 50 Mb/s, é possível transferir, no máximo, 6,25 MB por segundo (6,25 MBps ou 6,25 MB/s) ou 6400 KB por segundo (6400 KBps ou 6400 KB/s).

Agora, vamos determinar qual é a medida do tempo mínimo necessário para fazer o *download* de um arquivo de 2 GB em uma conexão de 50 Mb/s, por exemplo. Para isso, procedemos da seguinte maneira:

1º Convertemos gigabaites em megabaites. Como 1 GB = 1024 MB, temos:

$$2 \text{ GB} = \underbrace{2\,048}_{2\,\cdot\,1024} \text{ MB}$$

2º Como 50 Mb/s equivale a 6,25 MB/s, temos:

$$\frac{2\,048 \cancel{\text{MB}}}{6{,}25 \cancel{\text{MB}}/\text{s}} = 327{,}68 \text{ s}$$

3º Como 1 min = 60 s, temos:

$$\frac{327{,}68}{60} \simeq 5{,}46$$

Portanto, são necessários, no mínimo, aproximadamente 5,46 min para transferir um arquivo de 2 GB em uma conexão de 50 Mb/s.

Também podemos calcular quantos megabaites podem ser transferidos em 10 min nessa mesma conexão. Para isso, procedemos da seguinte maneira:

1º Convertemos minutos em segundos. Como 1 min = 60 s, temos:

$$10 \text{ min} = \underbrace{600}_{10\,\cdot\,60} \text{ s}$$

2º Como 50 Mb/s equivale a 6,25 MB/s, temos:

$$6{,}25 \text{ MB}/\cancel{\text{s}} \cdot 600 \cancel{\text{s}} = 3\,750 \text{ MB}$$

Portanto, em 10 min, é possível transferir, no máximo, 3750 MB em uma conexão de 50 Mb/s.

- Avalie a necessidade de realizar os cálculos desta página na lousa para que os estudantes possam acompanhar e sanar possíveis dúvidas durante os procedimentos necessários.

Algo a mais

O *site* Educação Matemática e Tecnologia Informática (Edumatec) contém diversos *softwares* que podem ser baixados e utilizados em sala de aula, além de atividades e artigos que discorrem sobre o uso da informática no ensino de Matemática. Disponível em: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/index.php. Acesso em: 6 ago. 2022.

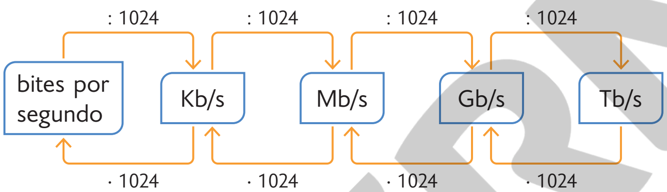
• Complemente a atividade **20**, solicitando aos estudantes que avaliem a taxa de transferência dada, ou seja, se eles julgam ser lenta ou rápida. É possível que muitos deles tenham internet em casa. Assim, peça a eles que comparem a medida dessa taxa de transferência de dados com a da casa deles. No item **a**, se necessário, sugira que escrevam 15 GB em megabaites e verifique se eles utilizam 50% ou 50 Mb/s para calcular a medida do tempo de *upload*. No item **b**, verifique se os estudantes lembram como calcular porcentagem. Em caso de dificuldade, resolva alguns exemplos na lousa.

• Para tirar melhor proveito da atividade **21**, evidencie que a medida da taxa de *upload* geralmente é menor do que a de *download*. Isso acontece porque recebemos mais informações do que enviamos, ou seja, fazemos mais *download* do que *upload* de dados.

Além do megabite por segundo, existem outras unidades de medida de taxa de transferência de dados, e as mais usadas são quilobites por segundo (Kbps ou Kb/s), gigabites por segundo (Gbps ou Gb/s) e terabites por segundo (Tbps ou Tb/s). Analise no quadro a seguir a equivalência entre algumas dessas unidades de medida.

Unidade de medida	Taxa de transferência equivalente
1 Kb/s	1024 bites por segundo
1 Mb/s	1024 Kb/s
1 Gb/s	1024 Mb/s
1 Tb/s	1024 Gb/s

Podemos fazer conversões entre essas unidades de medida utilizando o seguinte esquema.



Acompanhe alguns exemplos.

• $5120 \text{ Kb/s} = \dfrac{5120}{1024} \text{ Mb/s} = 5 \text{ Mb/s}$

• $3 \text{ Gb/s} = 3 \cdot 1024 \cdot 1024 \text{ Kb/s} = 3 \cdot 1024^2 \text{ Kb/s} = 3\,145\,728 \text{ Kb/s}$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

20. Em um plano de internet de 100 Mb/s, o provedor promete uma taxa de *upload* de até 50% da taxa de transferência máxima. Nessas condições, faça os cálculos no caderno e determine:

a) a medida do tempo mínimo, em minutos, necessária para fazer o *upload* de um arquivo de 15 GB.

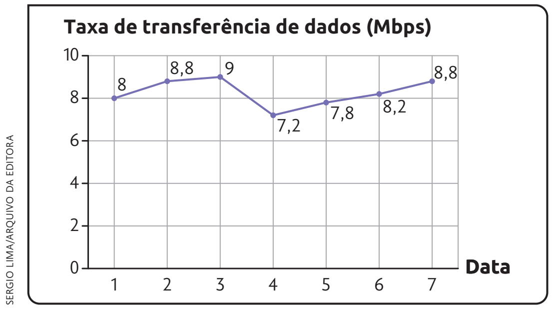
b) o percentual máximo baixado de um arquivo de 10 GB, 3 minutos após o início do *download*.

20. Respostas: a) Aproximadamente 41 minutos; b) aproximadamente 9,1%.

21. Para facilitar o acesso a seus arquivos, que juntos somam 6 GB, Lucas fez o *upload* deles em um serviço de armazenamento em nuvem, a uma taxa de transferência de 1,2 Mbps. Dias depois, ele precisou acessar uma parte desses arquivos, que tinha 3 GB, e fez seu *download* a uma taxa de transferência medindo 4,8 Mbps. Calcule no caderno as medidas do tempo, em horas, minutos e segundos, que Lucas levou para fazer esse *upload* e esse *download*. 21. Respostas: 11 h 22 min 40 s; 1 h 25 min 20 s.

22. O gráfico a seguir apresenta a taxa média diária de *download* fornecida pela rede móvel contratada por Juliana nos sete primeiros dias do mês de agosto de 2023.

Taxa média de *download* da rede móvel de Juliana nos sete primeiros dias do mês de agosto de 2023



Fonte de pesquisa: registro do celular de Juliana.

a) No dia 2 desse mês, Juliana baixou um vídeo de 44 MB e, no dia 4, ela baixou outro vídeo, de 38 MB. Em qual desses dias foi necessária uma medida de tempo menor para concluir o *download*?

b) Sabendo que Juliana fez o *download* de um vídeo de 720 MB no dia 3, qual foi, em minutos e segundos, a medida de tempo mínima necessária para concluí-lo?

22. Respostas: a) Dia 2; b) 10 min 40 s.

23. A tabela a seguir apresenta a taxa média de *download* e de *upload* disponibilizada por três empresas de telefonia móvel no primeiro semestre de 2023 na velocidade 4G.

Taxa média de transferência de dados de três empresas de telefonia móvel – primeiro semestre de 2023

Empresa	Taxa de transferência de dados	
	Download (Mbps)	*Upload* (Mbps)
A	13	2,34
B	24	4,8
C	14	3,5

Fonte de pesquisa: empresas **A**, **B** e **C**.

Qual das alternativas apresentadas a seguir é verdadeira?

a) Na empresa **A**, a taxa máxima de *upload* corresponde a 72% da taxa máxima de *download*.

b) A empresa **B** é a que apresenta a melhor taxa máxima de *upload* relativa à taxa máxima de *download*.

c) Na empresa **C**, a taxa máxima de *upload* é menor do que 25% da taxa máxima de *upload*.

d) A taxa máxima de *upload* da empresa **B** é igual a 20% da taxa máxima de *download*.

e) A taxa máxima de *download* na empresa **C** é igual a 350% da taxa máxima de *download*.

23. Resposta: Alternativa **d**.

• As atividades desta página envolvem o enfrentamento de situações-problema em múltiplos contextos, levando os estudantes a expressar suas respostas e sintetizar conclusões, promovendo, dessa maneira, a **Competência específica de Matemática 6**.

• Para tirar melhor proveito da atividade **22**, leve os estudantes ao laboratório de informática e peça a eles que meçam a taxa de transferência da rede acessando o *site* indicado a seguir. Disponível em: https://fast.com/pt/. Acesso em: 6 ago. 2022.

• A atividade **23** aborda cálculo com porcentagem. Se necessário, resolva na lousa alguns exemplos semelhantes ao trabalhado na atividade.

• Os dados do gráfico da atividade **22** e da tabela da atividade **23** desta página são fictícios.

- O trabalho com os conteúdos deste tópico desenvolve a habilidade **EF09MA19**, ao levar os estudantes a resolver e elaborar problemas que envolvem medidas de volume de prismas e de cilindros retos, em situações cotidianas.
- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a volume. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo.
- Peça aos estudantes que deem outros exemplos relacionados a medidas de volume. Complemente as respostas deles, informando que esse conteúdo está presente em muitas situações cotidianas, como na embalagem de certos produtos (suco em caixa, leite em caixa, óleo de cozinha, entre outros), para medir índices pluviométricos e no consumo mensal de água de uma residência.
- Ao apresentar a questão **10**, pergunte aos estudantes se eles conhecem as Cataratas do Iguaçu e, em seguida, sugira que façam uma pesquisa sobre esse ponto turístico.

Medidas de volume

Você já deve ter estudado assuntos relacionados a volume e capacidade. Também deve ter aprendido a calcular a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo e do cubo. Neste tópico, vamos retomar esses assuntos e aprofundar o estudo com o cálculo da medida do volume de prismas e de cilindros.

ANDRE DE LIMA VIEIRA/SHUTTERSTOCK

Parte das Cataratas do Iguaçu localiza-se no Brasil, a outra parte, na Argentina. Foto aérea de 2021.

Acompanhe a seguir algumas informações sobre as Cataratas do Iguaçu, localizadas em Foz do Iguaçu (PR).

HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Essa vazão de 1500 m^3 por segundo significa que, a cada segundo, flui um **volume** de água cuja medida é 1500 m^3.

Questão 10. Você acha que essa é uma grande quantidade de água? Questão 10. Resposta pessoal.

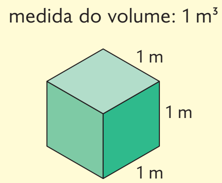
Atenção!

Para responder a essa pergunta, imagine uma caixa cúbica cuja medida do volume é 1500 m^3. A medida do comprimento da aresta dessa caixa seria de aproximadamente 11,44 m.

No caso relacionado às Cataratas do Iguaçu, constatamos uma situação envolvendo volume. Assim como podemos medir a massa de uma fruta, o comprimento de um fio e a área de um campo de futebol, também é possível medir o volume de um objeto tridimensional.

A unidade de medida de volume do Sistema Internacional (SI) é o **metro cúbico** (m^3).

> Um metro cúbico é igual à medida do volume de um cubo cujo comprimento das arestas mede 1 m.



SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

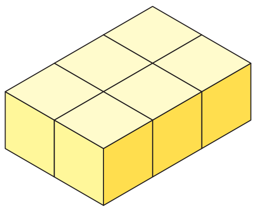
Além do metro cúbico, as outras unidades de medida de volume mais utilizadas são o **centímetro cúbico** (cm^3) e o **decímetro cúbico** (dm^3).

> Um centímetro cúbico é igual à medida do volume de um cubo cujo comprimento das arestas mede 1 cm.

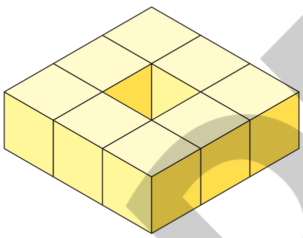
> Um decímetro cúbico é igual à medida do volume de um cubo cujo comprimento das arestas mede 1 dm.

Analise as pilhas construídas por André, com cubos cujo comprimento das arestas mede 1 cm.

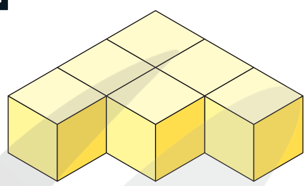
A.



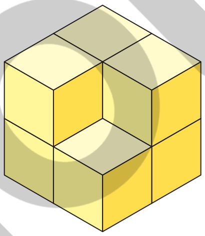
C.



B.



D.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

A pilha **A**, por exemplo, é formada por 6 cubos cujo comprimento das arestas mede 1 cm, ou seja, por 6 cubos cujo volume mede 1 cm^3. Desse modo, o volume dessa pilha mede 6 cm^3.

Questão 11. Qual é a medida do volume, em centímetros cúbicos, da:

a) pilha **B**. **b)** pilha **C**. **c)** pilha **D**.

Questão 11. Respostas: a) 6 cm^3; b) 8 cm^3; c) 7 cm^3.

- A fim de estabelecer equivalência entre o centímetro cúbico e o decímetro cúbico, pergunte aos estudantes: “Quantos cubinhos com aresta medindo 1 cm de comprimento cabem em uma caixa cúbica, cujo comprimento da aresta mede 1 dm?”. Se possível, use o cubo grande do material dourado para mostrar que caberiam 1000 cubinhos nessa caixa, ou seja, $1\,dm^3 = 1000\,cm^3$.
- A questão **11** trabalha o cálculo da medida de volume de pilhas formadas por cubos. Para melhor aproveitar desta questão, providencie e leve para a sala de aula cubinhos do material dourado. Com eles, monte algumas pilhas e peça aos estudantes que indiquem a medida do volume de cada uma, considerando um cubinho como unidade de medida de volume.

- Ao requerer a determinação de medida de volume de empilhamentos de cubos, as atividades **24** e **25** contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para melhor aproveitamento destas atividades, reúna os estudantes em duplas e avalie a possibilidade de disponibilizar cubinhos do material dourado em quantidade suficiente, para que possam construir alguns desses empilhamentos. Assim, eles poderão verificar a quantidade de cubinhos não visíveis em cada item.
- Complemente a atividade **25**, questionando-os sobre a quantidade mínima de cubinhos que deve ser acrescentada ao empilhamento do item **B** para obtermos um cubo cujas dimensões são formadas por 3 cubos cada uma. Espera-se que percebam que esse cubo terá 27 cubinhos e que, portanto, devem ser adicionados 15 cubinhos.

Atividades

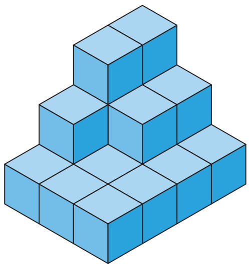
Faça as atividades no caderno.

Atenção!

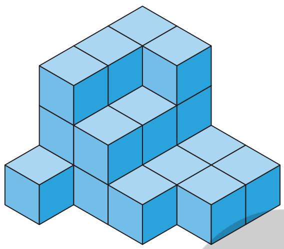
Não há cubos escondidos atrás dos empilhamentos das atividades **24** e **25**.

24. Determine a medida do volume de cada empilhamento a seguir, sabendo que eles são formados por cubos cuja medida do comprimento da aresta é 1 cm.

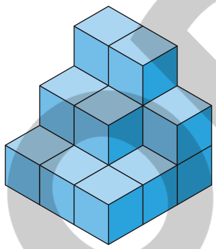
A.



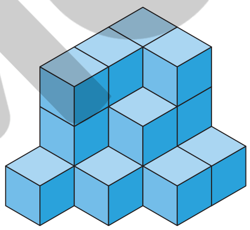
B.



C.



D.

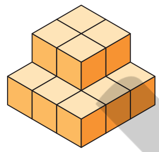


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

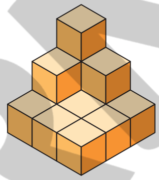
24. Respostas: A. 19 cm³; B. 22 cm³; C. 16 cm³; D. 18 cm³.

25. As figuras **A**, **B**, **C** e **D** representam empilhamentos de cubos cujo comprimento de aresta mede 1 dm.

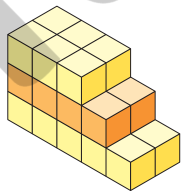
A.



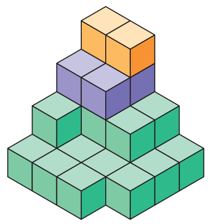
B.



C.



D.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual desses empilhamentos tem o volume medindo 24 dm³?

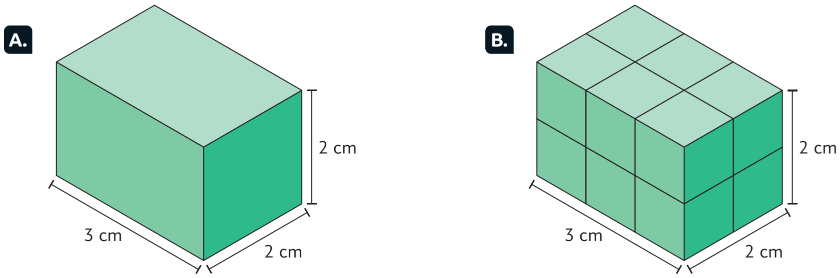
25. a) Resposta: C.

b) Quantos cubos iguais aos utilizados precisam ser retirados ou acrescentados nos outros empilhamentos para que eles fiquem com volume medindo 24 dm³?

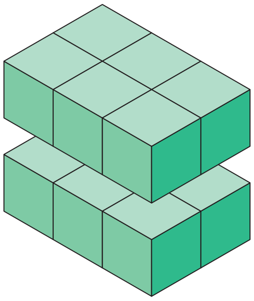
25. b) Resposta: **A**: acrescentar 11 cubos; **B**: acrescentar 11 cubos; **D**: retirar 4 cubos.

Medida do volume do paralelepípedo reto retângulo e do cubo

Analise o paralelepípedo reto retângulo (imagem **A**) e sua decomposição em cubos (imagem **B**), em que o volume de cada um deles mede 1 cm³.



Podemos determinar a medida do volume desse paralelepípedo multiplicando a quantidade de cubos em cada camada pela quantidade de camadas.



$$V = \underbrace{3 \cdot 2}_{\text{quantidade de cubos em cada camada}} \cdot \overbrace{2}^{\text{quantidade de camadas}}$$

$$V = 12$$

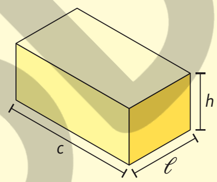
Atenção!

Esse resultado equivale à medida do volume de 12 cubos, com 1 cm³ cada um.

Portanto, a medida do volume desse paralelepípedo reto retângulo é 12 cm³.

Considere um paralelepípedo reto retângulo cujas dimensões medem c, ℓ e h. A medida do volume V desse paralelepípedo é igual à medida da área da base multiplicada pela medida da altura.

$$V = \underbrace{c \cdot \ell}_{\text{medida da área da base}} \cdot \overbrace{h}^{\text{medida da altura}}$$



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

No caso apresentado, mostramos que a fórmula do volume do paralelepípedo reto retângulo é verdadeira quando a, b e c são números inteiros. Entretanto, essa fórmula também é válida quando as medidas não são números inteiros.

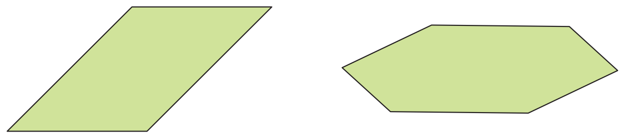
O cubo também é um paralelepípedo reto retângulo, cujas medidas das dimensões são iguais. Assim, a medida do volume V de um cubo em que o comprimento da aresta mede a é $V = a^3$.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado à medida do volume do paralelepípedo reto retângulo e do cubo. Permita que eles conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo.
- Avalie a possibilidade de utilizar cubinhos do material dourado para mostrar aos estudantes a decomposição do paralelepípedo apresentada no livro.

• Se possível, reproduza em sala de aula a ideia do Princípio de Cavalieri apresentada nesta página. Para isso, confeccione cartões iguais com formato retangular e, em mesma quantidade, cartões iguais com formato de hexágono, de modo que ambos, retangulares e hexagonais, tenham medidas de áreas aproximadamente iguais. Com uma régua, meça a medida da largura e do comprimento de um cartão retangular e a medida da altura da pilha desses cartões. Com essas informações, diga aos estudantes que é possível obter a medida do volume da pilha de cartões com formato hexagonal.

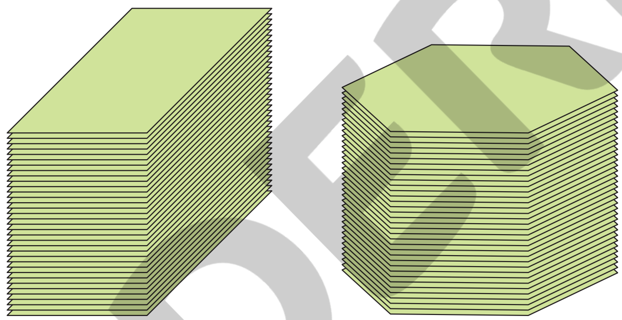
Medida do volume de um prisma

Na imagem a seguir estão representadas duas folhas de papel de espessura de mesma medida, como se estivessem apoiadas sobre uma superfície plana. Uma delas tem o formato de um retângulo, e a outra, de um hexágono, ambas com a mesma medida de área.



Ao empilharmos certa quantidade das folhas de papel do formato retangular e empilharmos essa mesma quantidade de folhas de formato hexagonal, obteremos duas pilhas de papéis com formatos que lembram figuras geométricas espaciais, sendo um paralelepípedo reto retângulo e um prisma de base hexagonal. Logo, essas figuras geométricas espaciais têm a mesma medida de volume. Como ambas as folhas têm a mesma medida de espessura e a mesma medida de área, as pilhas têm a mesma medida de altura e bases com áreas de mesma medida.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA



Como esses empilhamentos têm a mesma medida de volume, podemos obter a medida do volume do prisma de base hexagonal da mesma maneira que a medida do volume de um paralelepípedo reto retângulo, isto é, multiplicando a medida da área da base pela medida da altura.

Considere um prisma cuja medida da área da base é A_b e da altura é h. A medida do volume V desse prisma é:

$$V = A_b \cdot h$$

Essa relação é baseada no chamado **princípio de Cavalieri**, em homenagem ao matemático Bonaventura Cavalieri (1598-1647). O princípio de Cavalieri pode ser enunciado conforme apresentado na página seguinte.

Princípio de Cavalieri: Sejam F_1 e F_2 figuras geométricas espaciais. Se qualquer plano horizontal secciona F_1 e F_2 segundo figuras planas com mesma medida de área, então a medida do volume de F_1 é igual à medida de volume de F_2.

Questão 12. **Junte-se a um colega e realizem uma pesquisa sobre a vida de Bonaventura Cavalieri. Depois, compartilhem com a turma os resultados que vocês obtiveram.**
Questão 12. Resposta nas **orientações ao professor**.

Atenção!

A pesquisa proposta na questão **12** pode ser feita em livros, revistas e *sites*. Mas cuidado! Devemos nos certificar de que as informações sejam pesquisadas em fontes atuais e confiáveis. Para encerrar, uma dica: confira as informações obtidas comparando-as com outras fontes.

Agora, acompanhe como podemos calcular a medida do volume do prisma a seguir.

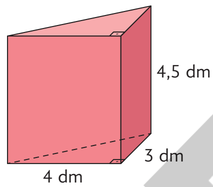
Inicialmente, calculamos a medida da área da base (A_b) do prisma, que é um triângulo retângulo.

$$A_b = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

Em seguida, calculamos a medida do volume.

$$V = A_b \cdot h = 6 \cdot 4{,}5 = 27$$

Portanto, o volume desse prisma mede 27 dm³.



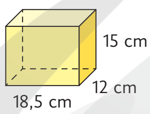
SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

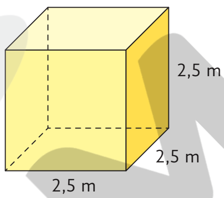
Faça as atividades no caderno.

26. Calcule no caderno a medida do volume do prisma indicado em cada item.

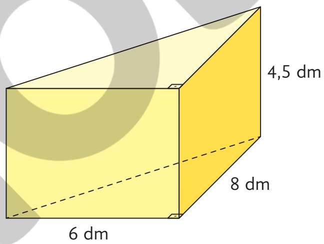
a) Paralelepípedo reto retângulo.



b) Cubo.



c) Prisma de base triangular.



ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

26. Respostas: a) 3 330 cm³; b) 15,625 m³; c) 108 dm³.

27. Utilizando uma calculadora, determine a medida do comprimento da aresta de um cubo cujo volume mede: 27. Respostas: a) 5 cm; b) 7 m; c) 9 dm; d) 3,5 cm.

a) 125 cm³. **b)** 343 m³. **c)** 729 dm³. **d)** 42,875 cm³.

253

Resposta

Questão 12. Espera-se que os estudantes descubram que Bonaventura Cavalieri nasceu em Milão na Itália, tendo Galileu Galilei como seu mestre, e atuou como professor de Matemática na Universidade de Bolonha de 1629 até sua morte. Espera-se ainda que, em suas pesquisas, concluam que Cavalieri deixou uma obra vasta abrangendo Matemática, Óptica e Astronomia.

• A questão **12** tem por objetivo levar os estudantes a trabalhar colaborativamente, compartilhando informações e fazendo uso de ferramentas de pesquisa, com o propósito de evidenciar aspectos da vida do matemático Bonaventura Cavalieri. Também pretende levá-los a perceber que a Matemática é uma construção humana, que reúne contribuições de diferentes culturas em diferentes épocas. Dessa maneira, essa questão contribui para o desenvolvimento das **Competências específicas de Matemática 1**, **5** e **8** e das **Competências gerais 4**, **5** e **9**.

Aproveite o fato de esta questão ser proposta em dupla e oriente os estudantes sobre a importância da empatia, do respeito e da boa convivência social, bem como de não ter preconceitos e de compreender e aceitar as necessidades e limitações dos outros, de modo a promover a saúde mental e a cultura de paz. Se achar conveniente, converse com eles sobre o combate aos diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*. Obtenha informações no tópico **Cultura de paz e combate ao *bullying*** nas orientações gerais deste manual.

• Por envolver medidas decimais, verifique se os estudantes têm dificuldade em efetuar as multiplicações da atividade **26**. Se achar necessário, escreva alguns números decimais na lousa e mostre como efetuar multiplicações entre eles. No item **c**, uma possível solução é compor um paralelepípedo, calcular a medida do seu volume e dividi-la por 2. Explore essa solução na lousa.

• Na atividade **27**, verifique se os estudantes sabem como calcular raízes cúbicas. As calculadoras comuns não têm a função raiz cúbica. Assim, sugira que utilizem calculadora científica, que inclusive é presente na maioria dos *smartphones*. Se necessário, escreva na lousa $\sqrt[3]{125} = 125^{\frac{1}{3}}$ e mostre como calcular a potência com expoente racional na calculadora científica. Outra possibilidade é fatorar a medida dos volumes dados e escrevê-la como uma potência de expoente 3.

• Na atividade **28**, se necessário, reforce aos estudantes que não há cubos escondidos atrás do empilhamento. No item **b**, se necessário, peça a eles que, no caderno, façam um esboço do paralelepípedo.

• Para tirar melhor proveito da atividade **29**, sugira aos estudantes que, no caderno, façam um esboço do paralelepípedo reto retângulo formado pelo encaixe de duas peças e tentem determinar quantos desses paralelepípedos cabem na caixa. Outra possibilidade é calcular a medida do volume da caixa e de cada peça, dividindo, em seguida, a primeira medida pela segunda.

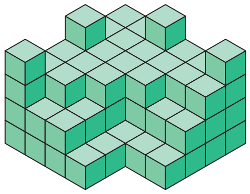
• Na atividade **30**, diga aos estudantes que há diferentes maneiras de fazer a decomposição da figura em paralelepípedos retos retângulos. Com a ajuda deles, explore algumas delas na lousa.

• Na atividade **31**, deixe os estudantes livres para utilizar a estratégia que preferirem. No item **a**, verifique se eles percebem que essa figura pode ser decomposta em um paralelepípedo reto retângulo e em um prisma de base triangular.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **29**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

28. O empilhamento a seguir é formado por cubos cujo comprimento da aresta mede 1 dm.



SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

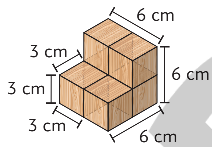
Sabendo que não há cubos escondidos atrás do empilhamento, responda às questões.

a) Qual é a medida do volume desse empilhamento?

b) Quantos decímetros cúbicos faltam para que esse empilhamento tenha a mesma medida de volume de um paralelepípedo cujas dimensões medem 6 dm, 6 dm e 4 dm?

28. Respostas: a) 85 cubos ou 85 dm³; b) 59 dm³.

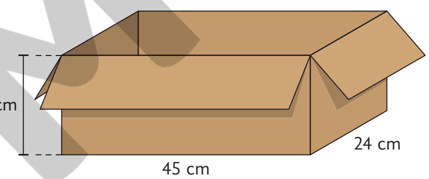
29. Na figura está representado um objeto feito de madeira que pode ser dividido em 6 cubos em que o volume de cada um deles mede 27 cm³.



Qual é a quantidade máxima de objetos iguais a esse que podem ser colocados dentro de uma caixa como a representada a seguir? 29. Resposta: 120 objetos.

Atenção!

Dois desses objeto podem se encaixar formando um paralelepípedo reto retângulo.

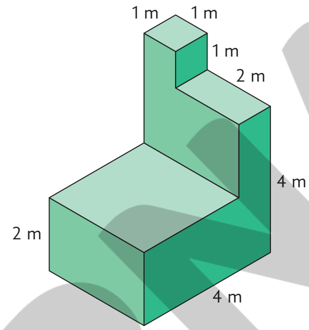


ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

30. Efetue os cálculos no caderno e determine a medida do volume do objeto a seguir. 30. Resposta: 31 m³.

Atenção!

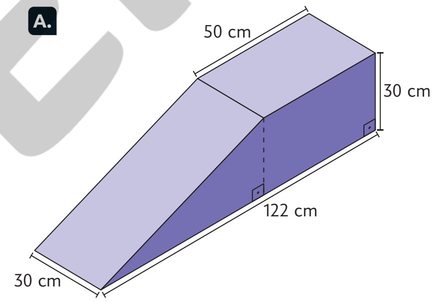
Este objeto pode ser decomposto em paralelepípedos retos retângulos e cubos.



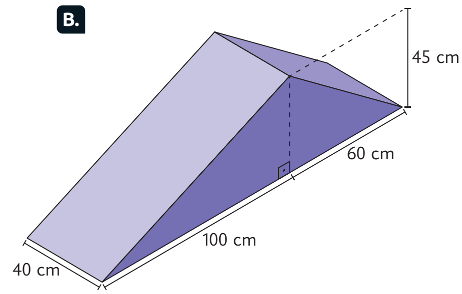
SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

31. De acordo com as medidas indicadas nas figuras geométricas espaciais a seguir, determine a medida do volume de cada uma delas.

A.



B.

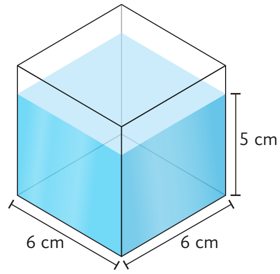


ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

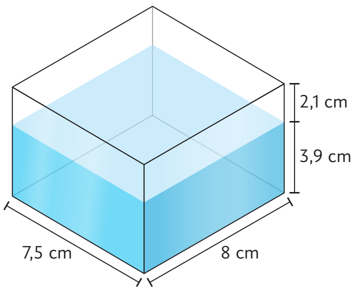
31. Respostas: A. 77 400 cm³; B. 144 000 cm³.

32. Os recipientes **A** e **B** estão com certa quantidade de água.

A.



B.

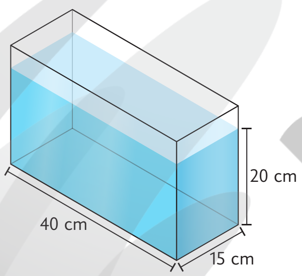


ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Desconsiderando a medida da espessura do vidro e sabendo que 1 cm^3 equivale a 1 mL, quantos mililitros de água há em cada recipiente?

b) Para um experimento, despejou-se a água do recipiente **A** no recipiente **B** até enchê-lo. Qual é a medida do volume de água que sobrou no recipiente **A**? Qual é a medida da altura atingida pela água que sobrou no recipiente **A**? 32. Respostas: a) **A**: 180 mL; **B**: 234 mL; b) 54 cm^3; 1,5 cm.

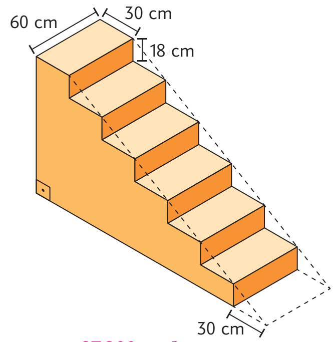
33. Elabore um problema envolvendo o recipiente representado a seguir.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.
33. Resposta pessoal.

34. Qual é a medida do volume mínimo de concreto necessário para transformar a escada representada em uma rampa, como mostra a figura?



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

34. Resposta: 97 200 cm^3.

35. (Enem-2015) Uma fábrica de sorvetes utiliza embalagens plásticas no formato de paralelepípedo retangular reto. Internamente, a embalagem tem 10 cm de altura e base de 20 cm por 10 cm. No processo de confecção do sorvete, uma mistura é colocada na embalagem no estado líquido e, quando levada ao congelador, tem seu volume aumentado em 25%, ficando com consistência cremosa.

Inicialmente é colocada na embalagem uma mistura sabor chocolate com volume de 1000 cm^3, e, após essa mistura ficar cremosa, será adicionada uma mistura sabor morango, de modo que, ao final do processo de congelamento, a embalagem fique completamente preenchida com sorvete, sem transbordar.

O volume máximo, em cm^3, da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é

a) 450. **c)** 600. **e)** 1000.
b) 500. **d)** 750.

35. Resposta: Alternativa **c**.

- Aproveite o contexto da atividade **32** para explicar aos estudantes que a capacidade de um recipiente é o mesmo que seu volume interno. Por envolver medidas decimais, é possível que os estudantes apresentem dificuldades nas multiplicações. Se necessário, resolva algumas multiplicações com números decimais na lousa. No item **b**, observe se eles percebem que a quantidade de água derramada do recipiente **A** corresponde à medida do volume do recipiente **B** ainda não preenchido.
- Na atividade **33**, pelo fato de os estudantes elaborarem e resolverem situações-problema, interagindo com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, é favorecido o desenvolvimento das **Competências específicas de Matemática 6** e **8**, e das **Competências gerais 2** e **4**.
- Para tirar melhor proveito da atividade **34**, pergunte aos estudantes quantos e qual tipo de figura geométrica deverá ser construída em cada degrau, para fazer a transformação desejada. Outra possibilidade é pedir que façam no caderno um esboço da rampa que será construída, a fim de que percebam se tratar de um prisma reto de base triangular.
- Na atividade **35**, peça aos estudantes que esbocem no caderno a figura que representa a embalagem de sorvete. Por envolver porcentagem, se achar necessário, demonstre na lousa como efetuar esses cálculos.

Diga aos estudantes que, por se tratar de uma atividade de prova oficial, não inserimos a palavra medida na atividade **35**. Nesse caso, oriente-os a considerar que o termo **volume** indica a medida do volume e que o termo **altura** indica a medida da altura.

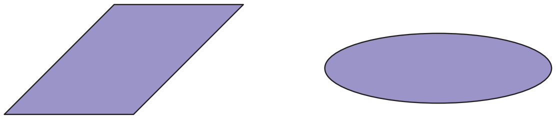
Metodologias ativas

- Para desenvolver o trabalho com as atividades **34** e **35**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design*.** Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

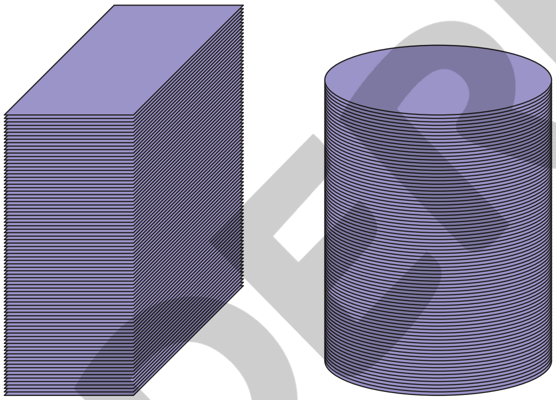
• Se possível, reproduza em sala de aula a ideia do Princípio de Cavalieri apresentada nesta página. Para isso, confeccione cartões iguais com formato retangular e, em mesma quantidade, cartões iguais com formato de círculo, de modo que ambos, retangulares e circulares, tenham medidas de áreas aproximadamente iguais. Antes de apresentar o tópico do livro, com uma régua, meça a medida da largura e do comprimento de um cartão retangular e a medida da altura da pilha desses cartões. Com essas informações, diga aos estudantes que é possível obter a medida do volume da pilha de cartões com formato circular.

Medida do volume do cilindro

Partindo da mesma ideia do princípio de Cavalieri, assunto estudado anteriormente, vamos calcular a medida do volume de um cilindro. Para isso, considere duas folhas de papel do mesmo tipo e de espessura de mesma medida, como se estivessem apoiadas sobre uma superfície plana, uma com o formato de retângulo e a outra com o formato de círculo, ambas com a mesma medida de área.



Ao empilharmos a mesma quantidade dessas folhas de papel em formato de retângulos e de círculos, obtemos duas pilhas com a mesma medida de volume, cujos formatos lembram figuras geométricas espaciais, sendo um paralelepípedo reto retângulo e um cilindro.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Como esses empilhamentos têm a mesma medida de volume, podemos obter a medida do volume do cilindro da mesma maneira que a medida do volume do paralelepípedo reto retângulo, isto é, multiplicando a medida da área da base pela medida da altura.

Considere um cilindro cuja medida da área da base é A_b e da altura é h. A medida do volume V desse cilindro é dada por:

$$V = A_b \cdot h$$

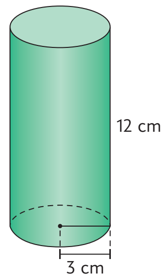
Como a base do cilindro é um círculo, a medida da área da base é dada por $A_b = \pi r^2$, em que r é a medida do comprimento do raio da base do cilindro. Portanto, a medida do volume do cilindro é dada por:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

Acompanhe, por exemplo, como calcular a medida do volume do cilindro ao lado utilizando essa fórmula e considerando $\pi = 3{,}14$.

$$V = \pi r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 12 = 339{,}12$$

Portanto, o volume desse cilindro mede aproximadamente 339,12 cm^3.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

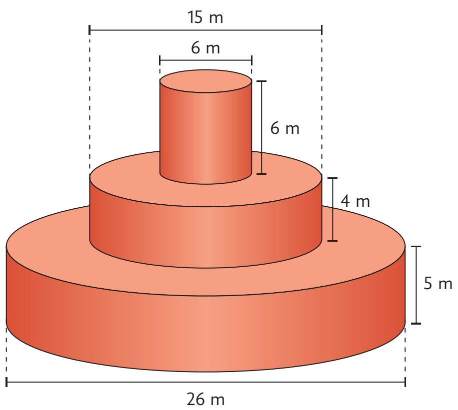
Atividades

Faça as atividades no caderno.

Atenção!

Durante a realização das atividades desse tópico, considere $\pi = 3{,}14$.

36. O empilhamento a seguir é formado por três cilindros.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Efetue os cálculos no caderno e determine a medida do volume desse empilhamento.

36. Resposta: Aproximadamente 3 529,36 m^3.

37. As medidas de capacidade são usadas, em geral, para indicar a quantidade de líquido ou gás que pode ser colocado em um recipiente, isto é, a capacidade de um recipiente é igual a seu volume interno. Uma unidade de medida de capacidade muito utilizada o **litro** (L), o qual não faz parte das unidades do SI, porém é aceito e usado no cotidiano. Um submúltiplo do litro, que também é muito utilizado no cotidiano, é o **mililitro** (mL).

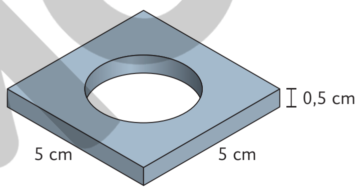
$$\boxed{1\text{ L} = 1000\text{ mL}}$$

Podemos relacionar as unidades de medida de volume e de capacidade. Por exemplo, um recipiente cujo volume interno mede 1 dm^3 tem medida de capacidade igual a 1 L, isto é, 1 dm^3 = 1 L.

Qual é a medida da capacidade aproximada de um recipiente de forma cilíndrica, em litros, cujo raio interno da base mede 7 dm e a altura, 12,8 dm?

37. Resposta: Aproximadamente 1969,4 L.

38. Uma fábrica produz peças de ferro. Na figura está representada uma peça na forma de paralelepípedo reto retângulo produzida por essa fábrica. No centro da peça há uma abertura de forma cilíndrica, cujo diâmetro mede 2 cm.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida do volume aproximado dessa peça, em centímetros cúbicos?

38. Resposta: Aproximadamente 10,93 cm^3.

257

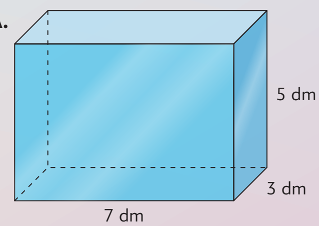
- Na atividade **36**, verifique se os estudantes decompõem a pilha em três cilindros, reconhecendo que foram dadas as medidas da altura e do diâmetro de cada um.
- Para melhor aproveitar a atividade **37**, peça aos estudantes que indiquem situações em que usamos medida de capacidade. Explique que, embora o botijão de gás de cozinha de uso doméstico contenha gás, ele costuma ser medido em quilogramas. Assim, sugira que realizem uma pesquisa para compreender por que isso acontece e qual é a medida do volume, em litros, desse botijão. Sugira que pesquisem também sobre o tipo de gás de cozinha, que é diferente do gás utilizado em automóveis.
- Na atividade **38**, questione os estudantes sobre a figura geométrica que foi retirada do centro da peça. Por envolver medidas decimais, é possível que os estudantes apresentem dificuldades. Se necessário, resolva na lousa algumas multiplicações com números decimais.

Atividade a mais

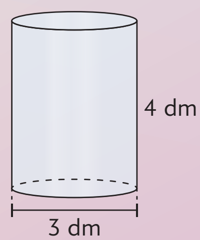
Proponha aos estudantes a atividade a seguir, reproduzindo-a na lousa.

- Analise os seguintes recipientes.

A.



B.



ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Calcule no caderno a medida da capacidade, em litros, de cada recipiente.

b) Despejando o líquido do recipiente **A** no recipiente **B**, sobrará líquido no recipiente **A**. Quantas garrafas de 2,5 L de medida de capacidade, será possível encher completamente com o conteúdo líquido que sobrará no recipiente **A**?

Resoluções e comentários

a) Sabendo que $1\,dm^3 = 1\,L$ e calculando a medida do volume de cada recipiente, temos:

$V_A = 7\,dm \cdot 3\,dm \cdot 5\,dm = 105\,dm^3 = 105\,L$

$V_B = 3{,}14 \cdot (1{,}5\,dm)^2 \cdot 4\,dm = 28{,}26\,dm^3 = 28{,}26\,L$

b) Após despejar o líquido do recipiente **A** no recipiente **B**, restarão em **A**, aproximadamente, $105\,L - 28{,}26\,L = 76{,}4 L$. Para determinar a quantidade de garrafas com 2,5 L de medida de capacidade que podem ser preenchidas com essa quantidade de líquido, efetuamos: $\frac{76{,}4\,L}{2{,}5\,L} \simeq 30{,}69$ ou aproximadamente 31 garrafas.

• Na atividade **39**, se necessário, diga aos estudantes que não foi absorvida água pelo objeto e que a medida do volume desse objeto é igual à medida do volume de água deslocada. Por envolver medidas decimais, é possível que os estudantes apresentem dificuldades. Se necessário, resolva na lousa algumas multiplicações com números decimais.

• Na atividade **40**, pelo fato de o estudante elaborar e resolver situações-problema, interagindo com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, é favorecido o desenvolvimento das **Competências específicas de Matemática 6** e **8**, e das **Competências gerais 2** e **4**.

• Na atividade **41**, sugira aos estudantes que inicialmente calculem, em metros cúbicos, a medida do volume da caixa após a retirada dos 120 L de água.

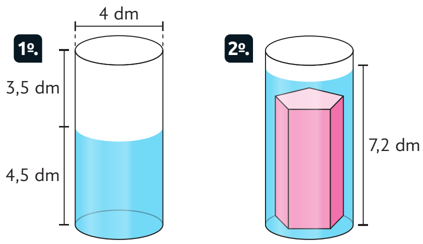
• Na atividade **42**, relembre os estudantes de que 1 cm³ = 1 mL.

• Na atividade **43**, para calcular a medida da altura interna, os estudantes resolverão uma equação do 1º grau. Se necessário, escreva na lousa dois exemplos desse tipo de equação e resolva com a ajuda deles, de modo a retomar esses conteúdos e sanar possíveis dúvidas. Lembre-os de que nessas atividades, adotamos $\pi = 3{,}14$.

Metodologias ativas

Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

39. Um objeto foi colocado em um recipiente cilíndrico, conforme apresentado a seguir. Na imagem, estão indicadas medidas internas do recipiente.



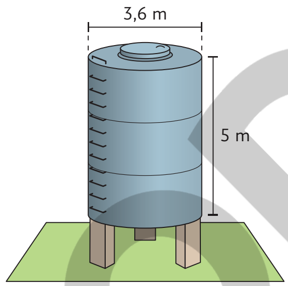
ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a medida da capacidade aproximada do recipiente, em litros?

b) Aproximadamente quantos litros de água há no recipiente?

c) Qual é a medida do volume do objeto que foi colocado no recipiente, em decímetros cúbicos?

40. **Elabore** um problema envolvendo o reservatório representado a seguir, cujo formato é cilíndrico.



HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

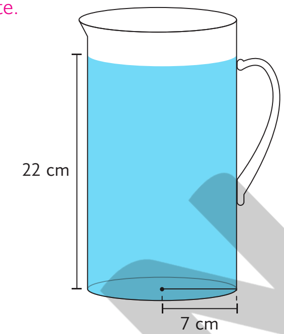
40. Resposta pessoal.

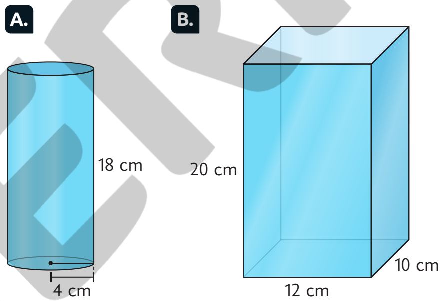
41. Uma caixa-d'água de formato cúbico, cujo comprimento das arestas mede 1 m, estava completamente cheia. Sabendo que foram retirados 120 L de água dessa caixa, quantos centímetros o nível da água baixou? 41. Resposta: 12 cm.

39. Respostas: a) Aproximadamente 100,48 L; b) Aproximadamente 56,52 L; c) Aproximadamente 33,912 dm³.

42. Lucas tem a jarra a seguir, de formato cilíndrico. Ele vai despejar o líquido dela nos 2 recipientes **A** e **B**, que têm formato de um cilindro e de um paralelepípedo reto retângulo.

42. Respostas: Recipiente **A**: aproximadamente 904,32 mL; recipiente **B**: 2 400 mL; o líquido será suficiente.





ILUSTRAÇÕES: JACQUELINE AMADIO E SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que as medidas indicadas são internas, calcule no caderno a medida da capacidade de cada recipiente, em mililitros, e verifique se o líquido da jarra será suficiente para encher todos eles. Se não for, calcule quantos mililitros vão faltar.

43. Em um recipiente com formato cilíndrico, podem ser colocados, no máximo, 900 mL de água. Sabendo que o diâmetro interno da base desse recipiente mede 11 cm, calcule no caderno a medida da altura interna aproximada desse recipiente. 43. Resposta: Aproximadamente 52,11 cm.

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Respostas: Aproximadamente $5{,}65708 \cdot 10^{13}$ km; Aproximadamente $3{,}78 \cdot 10^{5}$ UA.

1. A estrela de Barnard está entre as mais próximas da Terra, com medida de distância média de aproximadamente 5,98 anos-luz, ou seja, a luz emitida por essa estrela viaja 5,98 anos até ser vista por um observador na superfície da Terra. Em uma folha de papel avulsa, escreva, em quilômetros e em unidades astronômicas, a medida da distância média entre a estrela de Barnard e a superfície terrestre.

2. A estrela Sirius é a mais brilhante do céu noturno visível a olho nu e pode ser vista de qualquer ponto da superfície terrestre. É a principal estrela da constelação Cão Maior e tem como vizinha mais próxima a estrela Prócion. A medida de distância média aproximada entre elas é 337 443 UA. Escreva em uma folha de papel avulsa essa medida em anos-luz.

2. Resposta: Aproximadamente 5,34 AL.

3. A medida da espessura de cada flagelo da bactéria *H. pylori* mede aproximadamente 0,0000000025 m. Em uma folha de papel avulsa, escreva essa medida em:

- micrômetro.
- centímetro.

3. Respostas: $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ µm; $2{,}5 \cdot 10^{-7}$ cm.

4. O HD-DVD é um disco semelhante a um DVD com capacidade de armazenamento maior e que permite a gravação de conteúdo de alta definição.

a) Quantos DVDs de 4,7 GB são necessários para armazenar a mesma quantidade de informações que é possível armazenar em um HD-DVD de 15 GB?

b) Quantos CDs de 700 MB são necessários para armazenar a mesma quantidade de informações que o HD-DVD de 15 GB?

4. Respostas: a) 4 DVDs; b) 22 CDs.

5. A diferença entre as frequências de processamento de dados entre dois *smartphones* é 400 MHz. Sabendo que o processador de um deles é 1,8 GHz, determine a medida do processador do outro *smartphone*.

5. Resposta: 2,2 GHz ou 1,4 GHz.

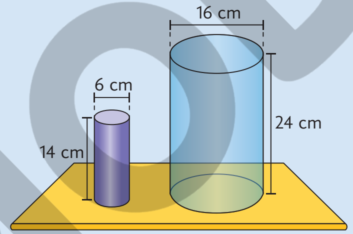
6. Rogério levou 2 minutos e meio para baixar um arquivo em seu computador. Sabendo que a taxa de transferência de dados da sua rede é 60 Mbps, determine a quantidade máxima de dados desse arquivo em MB.

6. Resposta: 1125 MB.

7. Qual é a medida de tempo mínima necessária, em minutos, para transferir um arquivo de 105 MB em uma conexão de 56 kb/s?

7. Resposta: 256 minutos.

8. A peça roxa de formato cilíndrico foi colocada no interior do recipiente transparente, também de formato cilíndrico, representado a seguir. Depois, o recipiente foi cheio completamente com água.



JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que no recipiente estão indicadas suas medidas internas, determine quantos centímetros cúbicos de água foram colocados nele.

8. Resposta: Aproximadamente 4 427,4 cm³.

1 e 2. Objetivo

- Constatar se os estudantes convertem medidas de distâncias envolvendo as unidades anos-luz, quilômetros e unidade astronômica.

Como proceder

- Caso apresentem dificuldade, escreva na lousa a relação entre unidade astronômica e quilômetros e entre ano-luz e quilômetro.

3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes convertem medidas de comprimento envolvendo as unidades de medida micrômetro, milímetro e centímetro.

Como proceder

- Ao constatar dificuldades, escreva na lousa a relação entre metro e micrômetro. Se necessário, relembre-os de que um número em notação científica é da forma $a \cdot 10^{n}$, em que a é um número entre 0 e 10 e n, um número inteiro.

4. Objetivo

- Avaliar se os estudantes convertem medidas de capacidade de armazenamento.

Como proceder

- Verifique, no item **a**, se os estudantes percebem que 3 DVDs são insuficientes, pois juntos armazenam no máximo 14,1 GB.

5. Objetivo

- Constatar se os estudantes convertem unidades de medida envolvendo capacidade de processamento de dados.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, verifique se compreenderam que 1 GHz equivale a 1000 MHz.

6 e 7. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam medidas de grandezas envolvendo taxa de transferência de dados.

Como proceder

- Ao constatar dificuldade, relembre-os de que 1 baite corresponde a um conjunto de 8 bits.

8. Objetivo

- Conferir se os estudantes calculam a medida do volume ou capacidade de um recipiente cilíndrico.

Como proceder

- Ao constatar dificuldade, sugira aos estudantes que calculem a medida de capacidade ou do volume interno do cilindro maior e a do cilindro menor. Verifique se eles percebem que foram dadas as medidas dos comprimentos dos diâmetros das bases dos cilindros.

9. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam a medida do volume do prisma e do cilindro.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, sugira aos estudantes que decomponham a peça em duas figuras geométricas espaciais. Para calcular a medida da área da base do prisma, peça a eles que desenhem o hexágono no caderno e, se necessário, escreva na lousa a fórmula do cálculo da medida da área de um triângulo equilátero.

10. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam a medida do volume do prisma e do cilindro.

Como proceder

- Acompanhe as estratégias dos estudantes e verifique se eles percebem que a medida do volume da peça obtida corresponde à medida do volume do paralelepípedo menos a medida do volume do cilindro.

11. Objetivo

- Constatar se os estudantes convertem unidades de capacidade de processamento de dados.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, sugira que consultem o quadro da página **240**.

12. Objetivo

- Acompanhar a aprendizagem dos estudantes no cálculo da medida do volume de um prisma.

Como proceder

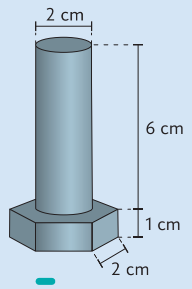
- Verifique se eles percebem que a medida do volume desse prisma corresponde à metade da medida do volume de um paralelepípedo. Outra possibilidade é utilizar a fórmula do cálculo da medida do volume de um prisma.

9. A peça a seguir é composta por um prisma cuja base é um hexágono regular e um cilindro. Partindo dessa peça, será construído um parafuso sextavado. Calcule em uma folha de papel avulsa a medida do volume dela. 9. Resposta: 29,04 cm³.

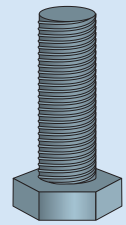
Atenção!

Um hexágono regular pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros congruentes. Utilize $\sqrt{3} = 1{,}7$.

ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA



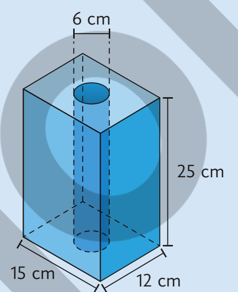
Peça.



Parafuso sextavado.

10. Em certo paralelepípedo reto retângulo, foi feito um furo com formato cilíndrico, como mostra a imagem.

JACQUELINE AMADIO/ARQUIVO DA EDITORA

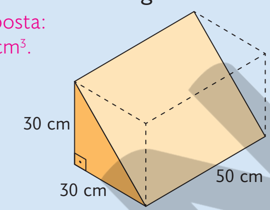


De acordo com as medidas indicadas, determine a medida do volume da peça obtida.
10. Resposta: Aproximadamente 3 793,5 cm³.

11. Calcule em uma folha de papel avulsa a medida da capacidade de processamento, em ciclos por segundo, dos processadores dos *smartphones* indicados na atividade **5** da página anterior.

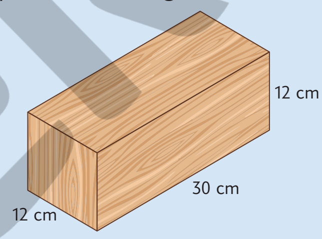
12. Calcule em uma folha de papel avulsa a medida do volume da figura geométrica a seguir.

12. Resposta: 22 500 cm³.



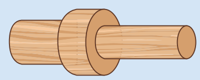
JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

13. Na fabricação de certa peça, uma marcenaria utiliza paralelepípedos retos retângulos de madeira como o representado a seguir.



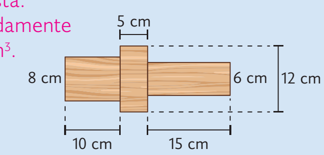
JACQUELINE AMADIO/ ARQUIVO DA EDITORA

Após torneá-la e dar acabamento, a peça obtida fica com a seguinte forma:



Peça.

13. Resposta: Aproximadamente 2 828,5 cm³.



Vista lateral da peça.

ILUSTRAÇÕES: HELOÍSA PINTARELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Quantos centímetros cúbicos de madeira foram retirados do paralelepípedo até obter essa peça?

11. Resposta: Processador de 1,8 GHz – 1 800 000 000 por segundo; processador de 2,2 GHz – 2 200 000 000 por segundo; ou processador de 1,8 GHz – 1 800 000 000 por segundo; processador de 1,4 GHz – 1 400 000 000 por segundo.

13. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam a medida do volume do paralelepípedo e do cilindro.

Como proceder

- Acompanhe a resolução dos estudantes. Ao identificar dificuldade, oriente-os a calcular a medida do volume de madeira retirada, efetuando a diferença entre as medidas dos volumes das peças antes e após a confecção. Se necessário, sugira que decomponham a peça formada em três cilindros.

UNIDADE

12 Acréscimo, desconto e juro


ANDRE CRISPIM/SHUTTERSTOCK

Modelo de conjunto residencial popular cuja aquisição individual está prevista mediante financiamentos à taxa baixa de juro.

Agora vamos estudar...

- matemática financeira;
- acréscimo e desconto;
- juro simples e juro composto.

- A abertura da unidade apresenta imagem de um conjunto residencial, em que a aquisição de uma unidade habitacional normalmente se dá por meio de financiamento.
- O objetivo é que os estudantes estabeleçam relação com os conteúdos que serão estudados na unidade, pois a taxa de juro de um financiamento imobiliário envolve diversos fatores, como valor do imóvel, quantidade de parcelas do financiamento, renda dos adquirentes etc. Assim, explora-se o uso da Matemática financeira no cotidiano, particularmente o conceito de juro.
- Apresente aos estudantes outros contextos que envolvam taxa de juro, como o atraso no pagamento da fatura de cartão de crédito, compras parceladas e rendimento da caderneta de poupança.
- Se achar necessário, faça questionamentos aos estudantes como os dos exemplos a seguir.

a) Você sabe o que é um financiamento bancário?

b) Você sabe o que é taxa de juro?

c) Em sua opinião, por que as pessoas optam por um financiamento bancário?

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com esta página de abertura, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conteúdos que serão trabalhados na unidade, escreva na lousa o problema a seguir.

- Certo produto custa R$ 120,00. Se for comprado à vista, seu valor cai para R$ 108,00. Qual é o valor do desconto, em percentual, se o pagamento desse produto for à vista?

Resolução e comentários

Inicialmente, calculamos o valor do desconto:

$$120 - 108 = 12$$

Em seguida, calculamos a que percentual R$ 108,00 corresponde:

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
120	100
108	x

$$120x = 100 \cdot 108$$

$$x = \frac{10\,800}{120} = 90$$

Assim, como o valor do produto pago à vista corresponde a 90% do preço total, o desconto corresponde a 10% (100 − 90 = 10).

Informações sobre avaliações podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, nas orientações gerais deste manual.

Objetivos da unidade

- Reconhecer e identificar operações financeiras no dia a dia.
- Calcular acréscimos, descontos e juro.
- Calcular porcentagens em situações do dia a dia.
- Calcular acréscimos e descontos sucessivos em diferentes situações.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo acréscimos sucessivos e taxas percentuais.
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo juro simples e juro composto.
- Calcular a taxa de juro simples e de juro composto.

Justificativas

Os conteúdos abordados nesta unidade são relevantes para contribuir na formação dos estudantes referente à Matemática financeira, destacando situações que envolvem acréscimo, desconto, juro simples e composto.

Compreender Matemática financeira é importante para que, desde jovens, os estudantes adquiram hábitos de consumo adequado, responsável e consciente, além de saber escolher a melhor forma de pagamento na compra de um produto e calcular a taxa de juro em um empréstimo. Assim, espera-se capacitá-los para interpretar operações financeiras do cotidiano e compreendê-las com um olhar cada vez mais crítico.

- Na situação **A**, avalie a conveniência de pedir aos estudantes que analisem os cálculos utilizando a **Calculadora do Cidadão** e confiram se o valor das parcelas está condizente ao que está no anúncio. Para isso, devem acessar o *site* do Banco Central do Brasil e clicar na opção **Financiamento com prestações fixas**. Nesse caso, a simulação consiste em inserir o número de meses (12), a taxa de juros (0,82) e o valor financiado (1250). Feito isso, é só clicar em **Calcular** para obter o valor das prestações. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/calculadoradocidadao. Acesso em: 4 ago. 2022.

Matemática financeira

Um dos objetivos da Matemática financeira é estudar as variações do dinheiro em operações financeiras, como compras, vendas, aplicações, pagamentos e empréstimos. Operações como essas estão presentes e são muito utilizadas no dia a dia.

Nesta unidade, vamos estudar alguns assuntos da Matemática financeira, como descontos, acréscimos e juro. Analise as seguintes situações.

Imagens não proporcionais entre si.

A.

PROXIMA STUDIO/SHUTTERSTOCK

Televisor de 32".

Promoção
À vista: R$ 1250,00 ou em 12 vezes de R$ 109,80, sem entrada, com taxa de 0,82% a.m.

Fernanda comprou o televisor ao lado em 12 prestações iguais. Ela pagou um acréscimo por ter realizado a compra em prestações. Esse acréscimo é chamado **juro** e, nesse caso, foi calculado usando uma taxa de 0,82% a.m. (ao mês).

Atenção!
Nesse caso, dizemos que a taxa percentual de acréscimo é 0,82% ao mês.

B.

LUMINE IMAGES/SHUTTERSTOCK

Anderson fez uma aplicação de R$ 900,00 em um banco. Após 1 mês, essa aplicação rendeu 0,7%. Assim, o valor aplicado por Anderson teve rendimento de R$ 6,30, que corresponde ao juro sobre o dinheiro que ele aplicou. Nesse caso, a taxa de juro foi de 0,7% ao mês.

Pessoa usando o caixa eletrônico de um banco.

C.

FIZKES/SHUTTERSTOCK

Pessoas fazendo cálculos referentes a um empréstimo.

Marcos fez um empréstimo de R$ 500,00 a uma taxa de juro de 5% ao mês. Após 1 mês, a dívida dele teve um acréscimo de R$ 25,00. Nesse caso, Marcos pagou um "aluguel" de R$ 25,00 pela medida do tempo que ficou com o dinheiro emprestado, ou seja, ele pagou um valor que corresponde aos 5% da taxa de juro.

Nas instituições financeiras, as taxas, por exemplo, são calculadas com o auxílio de cálculos estatísticos, Matemática financeira e porcentagem.

- O trabalho com os conteúdos desta unidade desenvolve a habilidade **EF09MA05**, ao levar os estudantes a resolver problemas que envolvem porcentagens e a elaborá-los, sempre com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e determinação das taxas percentuais, com e sem o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.
- Os dados apresentados nesta página sobre o televisor são fictícios.

Acréscimo e desconto

Vamos estudar duas situações: uma envolvendo **acréscimo** e outra, **desconto**. Para isso, utilizaremos alguns conceitos relacionados à **porcentagem**, assunto que você provavelmente já estudou em anos anteriores.

Acompanhe a seguinte situação envolvendo **acréscimos sucessivos**.

O salário de Adriana sofreu dois reajustes durante dois meses consecutivos. No mês de abril, o salário dela era R$ 1500,00 e sofreu um acréscimo de 8,5%. No mês de maio do mesmo ano, o salário teve outro acréscimo, cuja taxa percentual foi de 4,8%. Qual passou a ser o salário de Adriana após os dois acréscimos?

DIOGO PPR/SHUTTERSTOCK

Carteira de Trabalho e Previdência Social.

Atenção!

A Carteira de Trabalho e Previdência Social é um documento que registra a carreira profissional do trabalhador. Alterações salariais, bem como outras informações do trabalhador, são registradas nesse importante documento.

Para responder a essa pergunta, inicialmente, calculamos de quantos reais foi o primeiro acréscimo. Para isso, calculamos 8,5% de 1500.

$$0{,}085 \cdot 1500 = 127{,}5$$

Em seguida, adicionamos esse valor ao salário de abril, ou seja:

$$1500 + 127{,}5 = 1627{,}5$$

Atenção!

Podemos calcular 8,5% de 1500 efetuando $0{,}085 \cdot 1500$, pois:

$$\frac{8{,}5}{100} = 0{,}085$$

Por fim, calculamos o segundo aumento, ou seja, 4,8% de 1627,5, e adicionamos o valor obtido ao salário após o primeiro acréscimo.

$$0{,}048 \cdot 1627{,}5 = 78{,}12 \qquad 1627{,}5 + 78{,}12 = 1705{,}62$$

Portanto, após os dois acréscimos, o salário de Adriana passou a ser R$ 1705,62.

Os dois acréscimos no salário de Adriana equivalem a um único acréscimo de quantos por cento?

Para responder a essa pergunta, podemos usar regra de três.

Quantia (R$)	Porcentagem (%)
1500	100
$\underbrace{205{,}62}_{1705{,}62\ -\ 1500}$	x

$$1500x = 100 \cdot 205{,}62$$

$$x = \frac{20\,562}{1500} = 13{,}708$$

Portanto, dois acréscimos sucessivos de 8,5% e 4,8%, respectivamente, equivalem a um único acréscimo de 13,708%. Nesse caso, a porcentagem resultante é diferente da adição de 8,5% e 4,8%.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, proponha aos estudantes que, em duplas, tentem calcular qual passou a ser o salário de Adriana após os dois acréscimos. Para isso, escreva a situação-problema na lousa ou leia-a para eles. Permita que eles deem suas explicações e conversem entre si, oportunizando o resgate do conhecimento prévio sobre o assunto, tornando, assim, o estudo mais significativo. Depois, apresente as explicações do livro.

- Nas fórmulas indicadas no topo desta página, explique aos estudantes que $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ indicam os valores de cada acréscimo.
- As questões **1** e **2** abordam acréscimos sucessivos. Se necessário, diga aos estudantes que acréscimos sucessivos ocorrem quando cada acréscimo acontece em um momento diferente. Além disso, deixa de ocorrer sobre o valor inicial e passa a ocorrer sobre o valor anterior.
- Na questão **3**, caso julgue necessário, ressalte aos estudantes a importância de programar para fazer a aquisição de algo, realizando o pagamento à vista e reduzindo o risco de endividamento. Desse modo, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a questão **3**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na questão **4**, chame a atenção dos estudantes para o fato de a resposta não ser 19% e verifique se todos chegam à mesma conclusão: que os 19% de desconto não acontece pelo fato de os descontos serem sucessivos, ou seja, aplicar dois descontos sucessivos de 14% e 5% equivale a multiplicar por $(1 - 0{,}14)(1 - 0{,}05) = 0{,}817$, isto é, um desconto de 18,3% (100 − 81,7).

Indicando por P_0 o valor inicial e por $i_1, i_2, i_3, \ldots, i_n$ as taxas de acréscimos sucessivos na forma decimal, os valores obtidos após cada acréscimo, indicados por $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$, respectivamente, são dados por:

1º acréscimo	2º acréscimo	3º acréscimo	...	enésimo acréscimo
$A_1 = P_0 \cdot i_1$	$A_2 = P_1 \cdot i_2$	$A_3 = P_2 \cdot i_3$	...	$A_n = P_{n-1} \cdot i_n$
$P_1 = P_0 + A_1$	$P_2 = P_1 + A_2$	$P_3 = P_2 + A_3$		$P_n = P_{n-1} + A_n$

Questão 3. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: O cliente que paga à vista pode receber possíveis descontos, e essa opção de pagamento facilita o planejamento financeiro e reduz o risco de endividamento. A desvantagem de realizar um pagamento à vista é a possibilidade de parcelar o valor à vista e investir o dinheiro das parcelas.

Atenção!

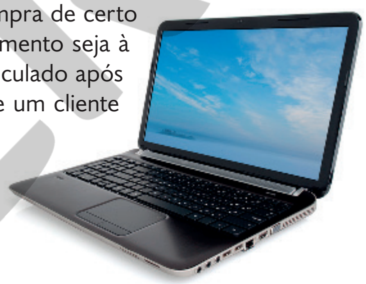
A indicação **enésimo** significa que ocupa a posição do número *n*; também pode ser escrito como ***n*-ésimo**.

Questão 1. Calcule no caderno qual seria o valor do salário de Adriana após os acréscimos, caso sofresse dois acréscimos sucessivos de 8% cada. Questão 1. Resposta: R$ 1989,44.

Questão 2. Responda no caderno: dois acréscimos sucessivos de 8% cada um equivalem a um único acréscimo de quantos por cento? Questão 2. Resposta: 16,64%.

Agora, analise a seguinte situação envolvendo **descontos sucessivos**.

Uma loja está oferecendo um desconto de 14% na compra de certo modelo de *notebook* que custa R$ 2850,00. Caso o pagamento seja à vista, a loja ainda concede um desconto de 5%, que é calculado após o desconto de 14%. Qual será o preço desse *notebook* se um cliente pagar à vista?


JULIA NIKITINA/SHUTTERSTOCK

Notebook.

Para responder a essa pergunta, inicialmente, determinamos o preço do *notebook* com o desconto de 14%. Para isso, calculamos 14% de 2850 e, em seguida, subtraímos a quantia obtida do preço inicial do produto.

$$0{,}14 \cdot 2850 = 399$$
$$2850 - 399 = 2451$$

Na sequência, calculamos o preço do *notebook* caso o cliente pague à vista. Para isso, calculamos 5% de 2451 e, depois, subtraímos esse valor do preço do *notebook* após o primeiro desconto.

$$0{,}05 \cdot 2451 = 122{,}55$$
$$2451 - 122{,}55 = 2328{,}45$$

Portanto, o preço à vista desse *notebook* é R$ 2328,45.

Questão 3. Em sua opinião, quais são as vantagens e desvantagens de realizar um pagamento à vista? Por quê?

Questão 4. Responda no caderno: dois descontos sucessivos de 14% e 5%, respectivamente, equivalem a um único desconto de quantos por cento? Questão 4. Resposta: 18,3%.

Indicando por P_0 o valor inicial e por $i_1, i_2, i_3, \ldots, i_n$ as taxas de descontos sucessivos na forma decimal, os valores obtidos após cada desconto, indicados por $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$, respectivamente, são dados por:

1º desconto	2º desconto	3º desconto	...	enésimo desconto
$D_1 = P_0 \cdot i_1$	$D_2 = P_1 \cdot i_2$	$D_3 = P_2 \cdot i_3$	...	$D_n = P_{n-1} \cdot i_n$
$P_1 = P_0 - D_1$	$P_2 = P_1 - D_2$	$P_3 = P_2 - D_3$		$P_n = P_{n-1} - D_n$

Questão 5. O que vai custar menos a um cliente na compra de um produto: dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 8%, respectivamente, ou um único desconto de 25%? Justifique sua resposta. Questão 5. Resposta: Um único desconto de 25%.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. O aluguel de um imóvel residencial é R$ 1240,00 ao mês. Para pagamento em atraso, após 1 mês, esse valor sofre um acréscimo de 8%. Qual é o valor desse aluguel ao ser pago com 1 mês de atraso? 1. Resposta: R$ 1339,20.

2. Em certo cinema, o ingresso custa R$ 15,00. Às segundas-feiras e quartas-feiras, é feita uma promoção, na qual os ingressos são vendidos a R$ 8,10. Qual é o desconto percentual aplicado sobre o preço do ingresso nesses dias? 2. Resposta: 46%.

3. Uma das atividades de grande importância para uma localidade é o turismo, pois contribui para a economia e gera empregos. Na alta temporada, uma agência de viagens vendeu pacotes turísticos para a praia de Porto de Galinhas, em Pernambuco, por R$ 2230,00 cada um. Já na baixa temporada, a agência concedeu desconto de 25% sobre o preço da alta temporada. Quanto um cliente vai pagar nesse pacote turístico na baixa temporada? 3. Resposta: R$ 1672,50.

4. Uma camiseta que custava R$ 40,00 foi comprada por R$ 34,00. De quanto foi o desconto percentual? 4. Resposta: 15%.

5. O salário de Clóvis era R$ 1800,00 e, após um reajuste, ele passou a receber R$ 2070,00. De quanto foi o aumento percentual? 5. Resposta: 15%.

6. Em abril, certa loja aumentou o preço de venda de um de seus produtos em 6%, passando a vendê-lo por R$ 44,52. Com esse acréscimo, as vendas diminuíram. Por isso, em setembro do mesmo ano, o gerente da loja resolveu comercializar o produto pelo antigo preço, ou seja, antes do aumento de 6%.

a) Determine o preço do produto antes do aumento.

b) De quantos por cento foi o desconto aplicado sobre o preço do produto em setembro?

7. O preço de um produto sofreu aumentos mensais constantes durante 2 meses. Sabendo que, antes desses aumentos, o produto custava R$ 100,00 e que, após os 2 aumentos, ele passou a custar R$ 121,00, determine de quantos por cento foi cada um desses aumentos. 7. Resposta: 10%.

6. Respostas: a) R$ 42,00; b) Aproximadamente 5,66%.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades nas resoluções das atividades **5** e **6**, sugira que utilizem a regra de três.

Se achar necessário, explore a resolução do item **b** da atividade **6** na lousa, de modo que os estudantes percebam que a porcentagem do desconto não é a mesma porcentagem do aumento, e que isso acontece porque são diferentes os valores sobre os quais se calculam as porcentagens.

- Na atividade **7**, para sanar possíveis dúvidas, explique aos estudantes que podemos denominar o percentual procurado por x e utilizar a expressão $100 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) = 121$ para obtê-lo. Nessa expressão, 100 e 121 correspondem aos valores inicial e final do produto, respectivamente, e $1 + \frac{x}{100}$ corresponde ao percentual de cada aumento.

- Na questão **5**, promova uma conversa em sala de aula e peça aos estudantes que expressem suas opiniões. Se achar necessário, explore os cálculos, resolvendo-os na lousa.

Metodologias ativas

Ao trabalhar com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensar-conversar-compartilhar**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- O trabalho com os conteúdos desta unidade favorecem o desenvolvimento da **Competência geral 6**, por promover autonomia e capacitar os estudantes a fazer escolhas alinhadas à cidadania, contribuindo para que se tornem consumidores responsáveis, agindo com criticidade.
- Na atividade **1**, diga aos estudantes que é possível calcular 8% de 1240 efetuando $0{,}08 \cdot 1240$, pois $\frac{8}{100} = 0{,}08$.
- A atividade **2** se relaciona com as **culturas juvenis** ao explorar o tema **cinema**. Aproveite esse momento e promova um diálogo perguntando aos estudantes se eles têm o hábito de ir ao cinema e de que gênero de filme gostam mais. Obtenha informações sobre **culturas juvenis** nas orientações gerais deste manual.
- As atividades **3** e **4** abordam descontos sobre o preço de um produto. Converse com os estudantes perguntando se, ao comprar determinado produto, eles têm o hábito de procurar estabelecimentos que oferecem descontos. Diga que o acesso à internet permite pesquisas de preços de forma rápida, principalmente em lojas *on-line*, o que contribui para a economia de dinheiro.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **7**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Pensamento do *design***. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Caso não haja calculadora para todos os estudantes, reúna-os em duplas para resolverem a atividade **8**. Desse modo, eles podem conversar entre si e compartilhar as estratégias.

• A atividade **9** é uma ótima oportunidade para verificar se todos os estudantes compreenderam como calcular aumentos sucessivos. Caso algum deles não obtenha a resposta 56%, forneça as explicações necessárias na lousa.

• As atividades **10** e **11** possibilitam o desenvolvimento dos temas contemporâneos transversais **Educação para o consumo** e **Educação financeira**. Converse com os estudantes sobre a importância de fazer pesquisas de preços ao comprar um produto, com o intuito de economizar dinheiro, e leve-os a pensar sobre despesas que são realmente necessárias, pois, muitas vezes, podemos comprar coisas supérfluas e portanto, o gasto com elas pode ser revisto. Desse modo, abordam-se aspectos da **Competência geral 10** ao tomar decisões com base em princípios éticos e sustentáveis.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **10** e **11**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

• Na atividade **12**, diga aos estudantes que o cartão fidelidade, oferecido por alguns estabelecimentos, trata-se de um programa criado pelas empresas para recompensar os clientes que adquirem produtos ou serviços com determinada frequência.

• Na atividade **13**, pelo fato de o estudante elaborar e resolver situações-problema, interagindo com pares de modo cooperativo, trabalhando coletivamente, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, é favorecido o desenvolvimento das **Competências específicas de Matemática 6** e **8** e das **Competências gerais 2** e **4**.

8. Resolva os itens no caderno com o auxílio de uma calculadora.

a) Dois descontos sucessivos de 12% cada um equivalem a um único desconto de quantos por cento?

b) Dois acréscimos sucessivos de 5% e 7,2%, respectivamente, equivalem a um único acréscimo de quantos por cento?

c) Três descontos sucessivos de 2% cada um equivalem a um único desconto de quantos por cento?

d) Três acréscimos sucessivos de 3% cada um equivalem a um único acréscimo de quantos por cento?

e) Doze acréscimos sucessivos de 5% cada um equivalem a um único acréscimo de quantos por cento? 8. Respostas: a) 22,56%; b) 12,56%; c) 5,88%; d) 9,2727%; e) 79,59%.

9. O preço de uma mercadoria sofreu dois aumentos sucessivos em uma loja: um de 20% em janeiro e outro de 30% em fevereiro. Determine o aumento percentual do preço dessa mercadoria nesse bimestre. 9. Resposta: 56%.

10. Na loja de Rafael, certo jogo de *videogame* custa R$ 273,50. O mesmo jogo, na loja de Francisco, custa R$ 255,00. Em uma semana, Rafael ofereceu 20% de desconto no jogo e, na semana seguinte, outro desconto de 5%. Francisco ofereceu um único desconto de 18%. Após os reajustes nos preços, em qual loja é mais vantajoso comprar o jogo?
10. Resposta: Na loja de Rafael.

11. Na promoção "Queima de estoque", uma loja ofereceu desconto de 25% na compra de um *smartphone*. Caso o pagamento fosse à vista, ainda era concedido um desconto de 4%, calculado após o desconto de 25%. Nessa promoção, qual é o preço à vista de um *smartphone* que, sem os descontos, custa R$ 2349,00? 11. Resposta: R$ 1691,28.

12. (Enem-2013) Para aumentar as vendas do início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. 12. Resposta: Alternativa **e**.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

a) 15,00 **c)** 10,00 **e)** 4,00
b) 14,00 **d)** 5,00

13. Em uma papelaria, um caderno custava R$ 21,00. O preço desse produto teve dois acréscimos. De acordo com essas informações, **elabore** dois problemas: um envolvendo acréscimos sucessivos e outro sobre a determinação de taxas percentuais. Depois, dê para um colega resolver. Por fim, verifique se ele resolveu corretamente.
13. Resposta pessoal.

Juro

Joana fez um empréstimo no banco. Após certo período, ela deve pagar, além da quantia emprestada, um valor a mais, correspondente ao **juro**, ou seja, um tipo de “aluguel” pelo período em que o dinheiro ficou emprestado.

Em outro momento, Joana fez uma aplicação de certa quantia em um investimento oferecido no banco. Nesse caso, ela recebe juro de acordo com o período em que essa quantia ficou aplicada.

Outra circunstância envolvendo juro ocorre quando uma pessoa realiza o pagamento de uma fatura com atraso, pois, além do valor da fatura, é acrescentado o juro correspondente à medida do tempo de atraso.

GOKHAN DOGAN/ALAMY/FOTOARENA – MUSEUS ARQUEOLÓGICOS DE ISTAMBUL, TURQUIA

Assuntos relacionados a juro, faturas, recibos, escrituras de venda etc. já eram encontrados em tábulas de argila dos sumérios. Essa civilização viveu na Mesopotâmia por volta de 2100 a.C.

Tábula de argila dos sumérios.

Conheça alguns termos importantes e muito utilizados na Matemática financeira.

- **Capital** (c): quantia disponível em determinada data para ser investida ou emprestada.
- **Juro** (j): rendimento ou acréscimo recebido pelo investimento de uma quantia, ou, por outro lado, acréscimo ou “aluguel” pago pelo empréstimo de uma quantia.
- **Taxa de juro** (i): porcentagem por um período (dia, mês etc.) que se recebe ou se paga sobre o capital.
- **Medida do tempo** (t): período em que certa quantia é investida ou emprestada, podendo ser indicada em dias, meses, bimestres, anos etc.
- **Montante** (M): soma do capital com o juro obtido por uma aplicação ou pago por um empréstimo. Ele pode ser expresso por: $M = c + j$.

O juro pode ser **simples** ou **composto**. Nas próximas páginas, vamos estudar algumas diferenças entre eles.

- Antes de apresentar o conteúdo desta página, verifique o conhecimento dos estudantes relacionado a juro. Deixe que eles deem suas explicações e conversem entre si, tendo a oportunidade de resgatar o conhecimento prévio sobre o assunto, a fim de tornar o estudo mais significativo.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles determinem o montante ao final de 3 meses. Para isso, escreva a situação-problema na lousa ou leia-a para eles. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas que eles desenvolveram, apresente as explicações encontradas no livro.

• As atividades **14** e **15** apresentam contextos de aplicações de certo capital. Aproveite estas atividades e converse com eles sobre a importância de economizar dinheiro para atingir o objetivo de comprar algo, ou ainda para alguma eventual emergência e, nesse sentido, ter autocontrole e realizar planejamentos a longo prazo. Assim, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **14** e **15**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Algo a mais

No livro indicado a seguir, a autora utiliza linguagem simples e exemplos para explorar o uso da calculadora em situações que envolvem conceitos da Matemática financeira. VERAS, Lilia Ladeira. *Matemática financeira*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

Atividade a mais

• A seguir estão apresentadas informações de uma loja sobre o preço de uma máquina de lavar roupas.

R$ 1699,00 à vista, ou entrada de R$ 800,00 e mais R$ 1042,84 ao final de 2 meses

Nessa loja, qual é a taxa de juro simples cobrada pela compra a prazo da máquina de lavar roupas?

Resoluções e comentários

Inicialmente, determinamos o valor do juro cobrado.

$800 + 1042{,}84 = 1842{,}84$

$1842{,}84 - 1699 = 143{,}84$

Assim, temos o valor do juro cobrado ($j = 143{,}84$), o valor do capital ($c = 899$) e o tempo de 2 meses ($t = 2$). Substituindo esses valores na fórmula, temos:

$$j = c \cdot i \cdot t$$
$$143{,}84 = 899 \cdot i \cdot 2$$
$$143{,}84 = 1798i$$
$$i = 0{,}08 = \frac{8}{100}$$

Portanto, o valor da taxa é de 8% ao mês.

Juro simples

Elisângela aplicou R$ 1500,00 em um investimento e recebeu 2% de juro ao mês.

Se Elisângela aplicou essa quantia à taxa de **juro simples**, então, qual será o montante recebido ao final de um período de 3 meses?

Acompanhe a seguir como podemos calcular esse montante.

- **Capital** (quantia aplicada): R$ 1500,00
- **Taxa de juro**: 2% ao mês
- **Medida do tempo**: 3 meses

Inicialmente calculamos o juro simples de 1 mês de aplicação, isto é, calculamos 2% de 1500.

$$0{,}02 \cdot 1500 = 30$$

Como a quantia ficou aplicada durante 3 meses, multiplicamos o juro de 1 mês por 3.

$3 \cdot 30 = 90$, ou seja, R$ 90,00 de juro nos 3 meses

Para determinar esse valor (juro), multiplicamos o capital aplicado pela taxa de juro e pela medida do tempo de aplicação.

$$j = c \cdot i \cdot t$$
$$j = 1500 \cdot 0{,}02 \cdot 3 = 90$$

Agora, calculamos o montante após os 3 meses de aplicação.

$$M = c + j$$
$$M = 1500 + 90 = 1590$$

Portanto, ao final dos 3 meses, à taxa de juro simples, Elisângela terá o montante de R$ 1590,00.

O **juro simples** (j) é calculado sempre sobre o capital inicial (c), à determinada taxa de juro (i), em um período de tempo (t). Para calcular o juro simples, podemos utilizar a fórmula:

$$j = c \cdot i \cdot t$$

Ao substituir a taxa de juro na fórmula, devemos escrevê-la na forma decimal.

Atenção!

Para determinar o valor do juro utilizando a fórmula $j = c \cdot i \cdot t$, tanto a taxa de juro (i) quanto a medida do tempo (t) devem estar na mesma unidade de medida de tempo. Se isso não ocorrer, é preciso converter uma delas para que fiquem na mesma unidade de medida.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. Um investidor aplicou R$ 3250,00 durante 6 meses, a uma taxa de juro simples de 3% ao mês. Qual foi o juro obtido por ele ao final da aplicação?
14. Resposta: R$ 585,00.

15. Solange aplicou um capital de R$ 1800,00 durante 1 ano e 6 meses, a uma taxa de juro simples de 2% ao mês. Qual foi o montante obtido ao final da aplicação? 15. Resposta: R$ 2448,00.

Atenção!
Transforme 1 ano e 6 meses em meses.

Juro composto

No dia a dia, a maioria das operações financeiras faz uso do regime de juro composto, e, nesse caso, o juro é calculado sobre o montante do período anterior. Neste tópico, vimos anteriormente que Elisângela fez uma aplicação à taxa de juro simples. E se ela aplicar a mesma quantia à taxa de **juro composto**, qual será o montante ao final de 3 meses?

Acompanhe, a seguir, como podemos calcular esse montante.

- **Capital** (quantia aplicada): R$ 1500,00
- **Montante ao final do 1º mês**:

$$j_1 = c \cdot i \cdot t = 1500 \cdot 0{,}02 \cdot 1 = 30$$
$$M_1 = c + j_1 = 1500 + 30 = 1530$$

- **Montante ao final do 2º mês**:

$$j_2 = M_1 \cdot 0{,}02 \cdot 1 = 1530 \cdot 0{,}02 \cdot 1 = 30{,}6$$
$$M_2 = M_1 + j_2 = 1530 + 30{,}6 = 1560{,}6$$

- **Montante ao final do 3º mês**:

$$j_3 = M_2 \cdot 0{,}02 \cdot 1 = 1560{,}6 \cdot 0{,}02 \cdot 1 = 31{,}21$$
$$M_3 = M_2 + j_3 = 1560{,}6 + 31{,}21 = 1591{,}81$$

Atenção!

Em cada mês, o juro composto é calculado sobre o montante obtido ao final do mês anterior.

Portanto, ao final dos 3 meses, à taxa de juro composto, Elisângela terá o montante de R$ 1591,81.

Ao utilizar o **juro composto**, apenas no 1º período o juro é calculado sobre o capital inicial. Nos períodos seguintes, o juro é calculado sobre o montante obtido no período anterior.

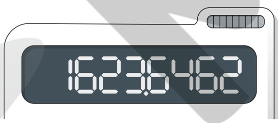
Se Elisângela deixasse o dinheiro aplicado por mais 3 meses à taxa de juro composto, qual seria o montante obtido ao final do 6º mês?

Para responder a essa pergunta, vamos utilizar uma calculadora.

1º. Para determinar o montante ao final do 4º mês, multiplicamos 1591,81 por 1,02 $\left(\underbrace{100\%}_{1} + \underbrace{2\%}_{0{,}02}\right)$, que corresponde ao montante ao final do 3º mês acrescido de 2%.

Para isso, digitamos em uma calculadora a seguinte sequência de teclas:

1 5 9 1 . 8 × 1 . 0 2 =



4º mês.

• Verifique a possibilidade de propor aos estudantes a situação apresentada nesta página antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, determinem o montante ao final de 3 meses. Para isso, escreva a situação-problema na lousa ou leia-a para eles. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas, apresente as explicações do livro.

269

- É possível desenvolver o trabalho com esta seção utilizando o programa Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha eletrônica, editores de textos, apresentações, desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalar o programa, basta acessar o *site*. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/. Acesso em: 4 ago. 2022.
- O trabalho com esta seção permite compreender e utilizar tecnologias digitais de informação e comunicação de maneira crítica na resolução de problemas cotidianos, favorecendo o desenvolvimento da **Competência geral 5** e da **Competência específica de Matemática 5**.

Metodologias ativas

Ao desenvolver o trabalho com a seção **Instrumentos e *softwares***, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Tiras de classificação**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

2º. Para determinar o montante ao final do 5º mês, multiplicamos o montante obtido ao final do 4º mês por 1,02. E, para obter o montante ao final do 6º mês, multiplicamos o montante obtido ao final do 5º mês por 1,02.

5º mês.

6º mês.

ILUSTRAÇÕES: SERGIO LIMA/ ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, ao final do 6º mês, Elisângela terá o montante de R$ 1689,24.

Instrumentos e *softwares*

Juro simples e juro composto no Calc

Com o Calc, podemos resolver problemas envolvendo juro simples e juro composto. Nesta seção, apresentaremos os procedimentos necessários para solucionar dois problemas: um envolvendo juro simples e outro, juro composto.

Acompanhe a situação a seguir.

Amanda aplicou R$ 100,00 a uma taxa de juro simples de 5% ao mês. Qual será o montante obtido por ela ao final de 10 meses?

Nesse caso, o capital aplicado é R$ 100,00 – o capital equivale ao montante correspondente à medida de tempo 0 –; a medida do tempo é 10 meses; e a taxa de juro é 5% ao mês. Sabendo disso, podemos executar os seguintes passos no Calc para solucionar o problema proposto.

1º. Nas células **A1**, **B1**, **C1**, **A2**, **A3** e **C2**, digite *t*, *j*, *M*, 0, 1 e 100 respectivamente.

2º. Selecione as células **A2** e **A3**, clique na **Alça de Preenchimento Automático** e arraste até a célula **A12**.

3º. Na célula **B3**, digite **=0,05*C$2** e pressione **Enter**. Em seguida, clique na **Alça de Preenchimento Automático** e arraste até a célula **B12**. Note que 0,05 corresponde à taxa de juro de 5% escrito na forma decimal.

Atenção!

No 3º passo, para que o valor da célula **C2** seja mantido nos cálculos das células abaixo, com o uso da **Alça de Preenchimento Automático**, usamos o símbolo $ (cifrão) em **=0,05*C$2**.

4º. Na célula **C3**, digite **=C2+B3** e pressione **Enter**. Por fim, clique na **Alça de Preenchimento Automático** da célula **C3** e arraste até a célula **C12**.

	A	B	C
1	t	j	M
2	0		100
3	1	5	105
4	2	5	110
5	3	5	115
6	4	5	120
7	5	5	125
8	6	5	130
9	7	5	135
10	8	5	140
11	9	5	145
12	10	5	150

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, ao final de 10 meses, Amanda obterá R$ 150,00.

Agora, acompanhe outra situação.

Joice aplicou R$ 100,00 a uma taxa de juro composto de 5% ao mês. Qual será o montante obtido por ela ao final de 10 meses?

Nessa situação, na qual a aplicação é sob juro composto, o capital inicial é R$ 100,00 – o capital equivale ao montante correspondente à medida de tempo 0 –; a medida do tempo é 10 meses; e a taxa de juro é 5% ao mês. Sabendo disso, podemos executar os seguintes passos no Calc para solucionar o problema proposto.

1º Nas células **A1**, **B1**, **C1**, **D1**, **A2**, **A3**, **C2** e **D2**, digite *t*, *j*, *M*, *i*, 0, 1, 100 e 0,05 respectivamente.

2º Selecione as células **A2** e **A3**, clique na **Alça de Preenchimento Automático** e arraste até a célula **A12**.

3º Na célula **B3**, digite **=C2*D$2** e pressione **Enter**. Em seguida, clique na **Alça de Preenchimento Automático** e arraste até a célula **B12**.

4º Na célula **C3**, digite **=C2+B3** e pressione **Enter**. Em seguida, clique na **Alça de Preenchimento Automático** e arraste até a célula **C12**.

	A	B	C	D
1	t	j	M	i
2	0		100,00	0,05
3	1	5,00	105,00	
4	2	5,25	110,25	
5	3	5,51	115,76	
6	4	5,79	121,55	
7	5	6,08	127,63	
8	6	6,38	134,01	
9	7	6,70	140,71	
10	8	7,04	147,75	
11	9	7,39	155,13	
12	10	7,76	162,89	

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, ao final de 10 meses, Joice obterá R$ 162,89.

- Após finalizar o **4º** passo do cálculo do juro composto, para deixar os números com duas casas decimais, oriente os estudantes a selecionar as células das colunas **B** e **C**, que contêm as taxas de juro e os valores de montagem, clicar na ferramenta **Formatar Células**, selecionar a categoria **Moeda**, indicar no campo **Casas decimais** o número 2 e, por fim, clicar em **Ok**.
- Para complementar o trabalho com esta seção, peça aos estudantes que, utilizando o Calc, simulem outros investimentos com juro simples e juro composto.

Um texto a mais

[...]

Leia o trecho do texto a seguir sobre a história do dinheiro como conhecemos hoje.

[...] A moeda e o dinheiro, como hoje conhecemos e calculamos, são o resultado de uma longa evolução. No início não havia moeda. Praticava-se o escambo, uma simples troca de mercadoria por mercadoria, praticamente sem a equivalência de valor. Algumas mercadorias, pela sua utilidade, passaram a serem mais requeridas do que outras. Demandadas por todos, assumiram a finalidade de moeda, circulando como elemento trocado com diversos produtos e servindo para avaliar-lhes o valor. Quando a civilização descobriu o uso do metal, logo passou a utilizá-lo para fabricação dos seus utensílios e armas, anteriormente feitos com pedra. Surgem, então, no século VII a.C., as primeiras moedas com características das atuais: são pequenas peças de metal com peso e valor definidos e com a impressão do cunho oficial, isto é, a marca de quem as emitiu e garante o seu valor. Durante muitos séculos os países cunharam em ouro suas moedas de maior valor, reservando a prata e o cobre para os valores menores. Estes sistemas monetários se mantiveram até o final do século passado, quando o cuproníquel e, posteriormente, outras ligas metálicas passaram a serem grandemente empregadas, passando a moeda a circular pelo seu valor extrínseco, isto é, pelo valor gravado em sua face, não dependente do metal nela contido.

[...]

ROSETTI JÚNIOR, Hélio; SCHIMIGUEL, Juliano. História do dinheiro, matemática financeira e a educação matemática. *Revista Gestão Universitária*, 256 ed. Disponível em: http://www.udemo.org.br/2011/Leituras11_0010_Historiadodinheiro.html. Acesso em: 4 ago. 2022.

• As atividades **16** e **17** apresentam contextos de aplicações de certo capital a uma taxa de juro simples e composto. Aproveite estas atividades e crie um ambiente para que os estudantes possam conversar sobre o uso do dinheiro de forma consciente, contribuindo para que se tornem adultos que saibam controlar os próprios gastos. Desse modo, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.

Caso não tenha calculadora para todos, reúna-os em duplas para resolverem a atividade **17**.

• Na atividade **18**, aborda-se a questão do empréstimo virtual. Converse com os estudantes comentando que, quando imprevistos financeiros acontecem e a situação aperta, a primeira opção que vem à mente de muitas pessoas é a contratação de um empréstimo. Alerte-os dizendo que, para fazer um empréstimo, devemos ficar atentos para o fato de que ele não ultrapasse 30% do orçamento mensal, conforme alertam os especialistas da área.

• As atividades **19** e **20** apresentam contextos envolvendo compra de produtos. Aproveite estas atividades e converse com os estudantes sobre o consumo responsável e a importância de realizar pesquisas de preços, antes de efetuar uma compra. Além disso, a atividade **19** permite as reflexões sobre as vantagens de aplicar o dinheiro até que tenha o montante necessário para efetuar a compra à vista, abordando o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com as atividades **16**, **17**, **19** e **20**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

16. Um capital de R$ 2 200,00 foi aplicado durante 2 anos à taxa de juro de 8% ao ano.

a) Calcule o rendimento dessa aplicação no regime de juro:

• simples. • composto.

b) Qual é a diferença, em reais, entre os rendimentos dessas duas aplicações?

16. Respostas: a) Simples: R$ 352,00; composto: R$ 366,08; b) 14,08.

17. Fernanda aplicou R$ 920,00 a uma taxa de juro composto de 13% ao ano. Utilizando uma calculadora, determine o montante obtido por Fernanda ao final de 4 anos.

17. Resposta: R$ 1500,04.

18. Daniele realizou a simulação virtual de um empréstimo em um banco, à taxa de juro composto. Analise os dados que ela obteve.

Resultado da simulação	
Valor do empréstimo	R$ 1000,00
Medida do tempo do empréstimo	3 meses
Taxa de juro ao mês	5,60%
Valor a ser pago ao final do 3º mês	■

Caso Daniele faça esse empréstimo, ao final do contrato, qual terá sido o montante pago ao banco? 18. Resposta: R$ 1177,58.

19. Jaime pretende comprar uma motocicleta cujo preço à vista é R$ 16 500,00. Para isso, deixará aplicado R$ 14 300,00 a uma taxa de juro composto de 2,5% ao mês, até que tenha o montante necessário para comprar a motocicleta à vista.

Considerando que o preço dessa motocicleta não será reajustado nos próximos meses, para pagá-la à vista, Jaime deve deixar a quantia aplicada por:

a) cinco meses, e terá a quantia exata.

b) cinco meses, e sobrarão menos de R$ 100,00.

c) seis meses, e terá a quantia exata.

d) seis meses, e sobrarão menos de R$ 100,00.

e) sete meses, e ainda sobrarão R$ 83,62.

19. Resposta: Alternativa **d**.

20. Em uma loja, o preço à vista de um *notebook* é R$ 2 299,00.

Mariana comprou esse *notebook* sem entrada e vai realizar o pagamento total ao final do 12º mês, a uma taxa de juro composto de 1% ao mês. Com o Calc, determine quantos reais Mariana vai pagar por esse produto. 20. Resposta: R$ 2 590,57.

Atenção!

Uma compra sem entrada acontece quando um objeto ou serviço é adquirido e não ocorre o pagamento de certa quantia no momento da compra.

21. Armando pretende investir certa quantia. Ele está em dúvida entre os investimentos apresentados a seguir.

- **A**: Investimento a uma taxa de juro composto de 2% ao mês.
- **B**: Investimento a uma taxa de juro composto de 3% ao trimestre.
- **C**: Investimento a uma taxa de juro composto de 13% ao ano.

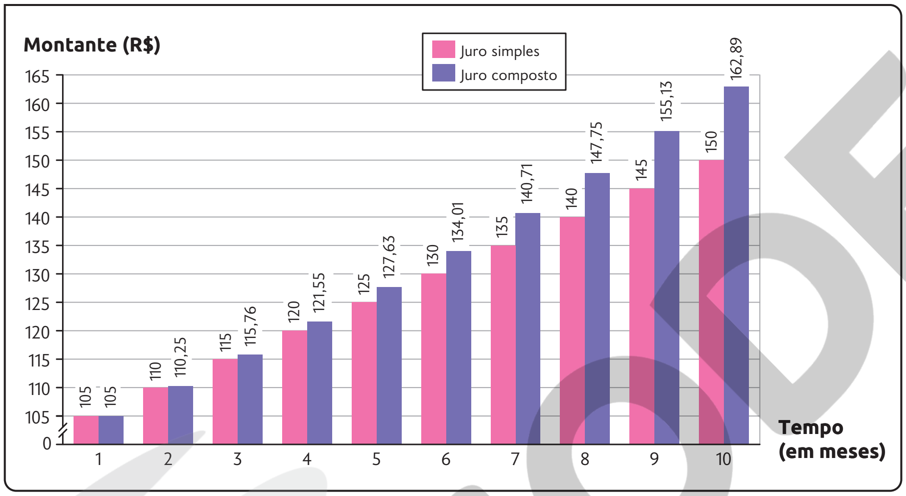
Considerando que Armando vai fazer uma única aplicação e deixará a quantia rendendo durante 60 meses, qual dos investimentos é o mais vantajoso para ele? Para resolver essa atividade, utilize o Calc. 21. Resposta: Investimento **A**.

22. Ronaldo vai comprar um televisor cujo valor à vista é R$ 1299,00. A loja oferece a seguinte opção para pagamento a prazo: entrada de R$ 200,00 e o restante em uma parcela única após 2 meses, com taxa de juro composto de 3,5% ao mês.

Qual é a diferença entre o valor à vista e o valor total pago a prazo?
22. Resposta: R$ 78,27.

23. A fim de comparar o rendimento de um mesmo capital, sob uma mesma taxa de juro, no regime de juro simples e no regime de juro composto, Maurício construiu o seguinte gráfico.

Montantes obtidos mês a mês – 2023



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: simulador de investimentos.

a) Sabendo que o capital considerado por Maurício foi R$ 100,00, determine qual é a taxa de juro dessas aplicações. 23. a) Resposta: 5% a.m.

b) Qual é a diferença entre esses montantes no 10º mês? 23. b) Resposta: R$ 12,89.

c) **Elabore** uma questão envolvendo as informações do gráfico e as duas formas de investimento. Depois, dê para um colega resolver e, por fim, verifique se a resposta está correta. 23. c) Resposta pessoal.

- Na atividade **21**, verifique se todos os estudantes chegaram à mesma conclusão fazendo análise com a utilização do Calc.
- Na atividade **22**, converse com os estudantes sobre o consumo responsável e a importância de pesquisar preços antes de efetuar uma compra. Assim, permite-se a promoção de reflexões sobre as vantagens de fazer compras à vista ou a prazo e de analisar condições de pagamentos, abordando o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.

Metodologias ativas

Para desenvolver o trabalho com a atividade **22**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**. Obtenha informações sobre essa metodologia no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

- Na atividade **23**, pelo fato de os estudantes elaborarem situações-problema e resolvê-las, interagindo com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, abordam-se as **Competências específicas de Matemática 6** e **8** e as **Competências gerais 2** e **4**.
- Os dados apresentados no gráfico da atividade **23** são fictícios.

- Os dados apresentados no gráfico da atividade **24** são fictícios.
- Se achar conveniente, organize os estudantes em duplas para a realização das atividades **24** e **25**, de modo que possam conversar e compartilhar estratégias.
- Na atividade **25** analise se os estudantes notam que precisam calcular a taxa de juro apenas sobre a parcela que será paga um mês depois.
- As atividades **26**, **27** e **28** apresentam contextos envolvendo a aplicação de certo capital. Aproveite estas atividades e converse com os estudantes sobre a importância de economizar dinheiro para atingir o objetivo de comprar algo, ou ainda para alguma eventual emergência e, nesse sentido, ter autocontrole e realizar planejamentos a longo prazo. Assim, aborda-se o tema contemporâneo transversal **Educação financeira**.

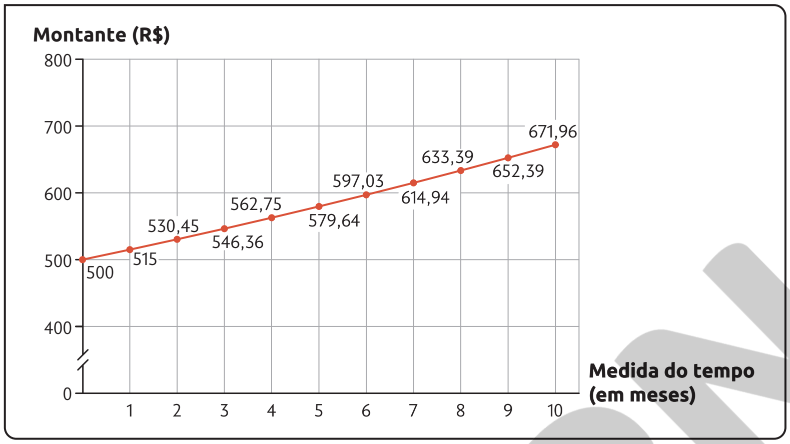
Metodologias ativas

- Para desenvolver o trabalho com as atividades **26**, **27** e **28**, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Caminhada na galeria**.
- Ao final do trabalho com as atividades desta unidade, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Escrita rápida**.

Obtenha informações sobre essas metodologias no tópico **Metodologias e estratégias ativas**, nas orientações gerais deste manual.

24. André representou no gráfico a seguir o montante obtido em uma aplicação ao final de cada mês.

Montante obtido em certa aplicação financeira – 2023



GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte de pesquisa: registros de André.

a) Qual foi o capital aplicado?

b) Qual é a taxa de juro dessa aplicação?

c) Qual é o montante dessa aplicação ao final do 8º mês?

d) Qual será o montante dessa aplicação ao final do 11º mês?

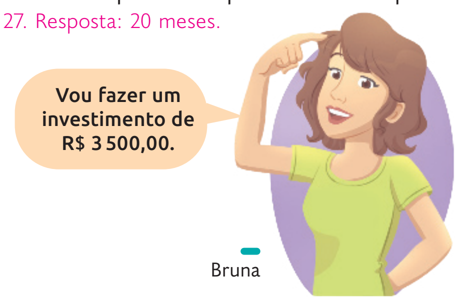
24. Respostas: a) R$ 500,00; b) 3% ao mês; c) R$ 633,39; d) R$ 692,12.

25. Uma calça *jeans* que custa R$ 170,00 pode ser adquirida em duas parcelas de R$ 90,00, uma no ato da compra e outra um mês depois. Qual é a taxa de juro mensal que a loja está cobrando? 25. Resposta: 12,5%.

26. Victor aplicou R$ 1000,00 em um investimento a juro composto de taxa constante ao mês. Ao final de 2 meses seu montante era R$ 1092,00. Qual era a taxa de juro mensal desse investimento? Utilize uma calculadora para resolver esse problema.
26. Resposta: 4,5%.

27. Um capital de R$ 1530,00 foi aplicado a uma taxa de juro composto de 3,2% ao mês. Utilizando o Calc, determine a quantidade de meses que esse capital deve ficar aplicado para que o juro recebido seja R$ 1342,67. 27. Resposta: 20 meses.

28. Leia o que Bruna está dizendo.
Durante quantos anos esse capital deve ficar aplicado à taxa de juro composto de 2% ao mês, para que o juro total obtido nesse período seja R$ 2129,53? Utilize o Calc para resolver esse problema. 28. Resposta: 2 anos.



FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

O que eu estudei?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Respostas: Acréscimo; aproximadamente 8,7%.

1. Certa loja de eletrodomésticos calcula o preço a prazo de seus produtos dividindo o preço à vista por 0,92. O preço a prazo dos produtos dessa loja apresenta um acréscimo ou um desconto em relação ao preço à vista? De quantos por cento?

2. Adalberto, que é cozinheiro em um restaurante, comprou 15 kg de determinado tipo de carne por R$ 40,00 o quilograma. No mês seguinte, o preço do quilograma da carne aumentou 20%. Adalberto, com a mesma quantia gasta na primeira vez, pôde comprar: 2. Resposta: Alternativa **e**.

a) 13,8 kg da carne.
b) 12,2 kg da carne.
c) 14,2 kg da carne.
d) 12,8 kg da carne.
e) 12,5 kg da carne.

3. Depois de um acréscimo de 12%, o valor de um livro passou a ser R$ 50,40. Qual era o valor cobrado pelo livro antes do acréscimo?
3. Resposta: R$ 45,00.

Atenção!

O valor do livro com acréscimo corresponde a 100% + 12% = 112%.

4. Giovana pretende fazer um curso por quatro anos. As mensalidades em um mesmo ano são todas iguais, porém, a cada ano, sofrem um acréscimo de 20% relativo ao anterior. Sabendo que a primeira mensalidade foi R$ 250,00 e que Giovana pagou sempre em dia, a quantia total paga pelo curso foi: 4. Resposta: Alternativa **d**.

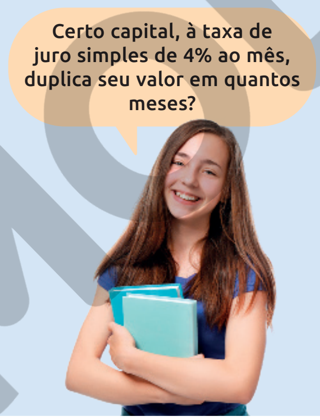
a) R$ 15 023,00.
b) R$ 15 875,50.
c) R$ 16 027,10.
d) R$ 16 104,00.
e) R$ 16 412,00.

5. Em uma loja, houve um aumento de 15% em um tênis cujo preço inicial era R$ 180,00. Percebendo que as vendas desse produto diminuíram, foi decidido realizar uma promoção oferecendo 22% de desconto para pagamentos à vista. Nessa promoção, qual é o preço à vista desse tênis?
5. Resposta: R$ 161,46.

6. A matrícula em uma escola de idiomas custa R$ 124,00. Dos estudantes que já estudam outros idiomas na escola, essa taxa é cobrada uma única vez com 20% de desconto. Para completar as turmas de estudantes rapidamente, foi ofertado um desconto adicional de 5% em um período de promoção. Qual é o valor pago, no período da promoção, por um estudante dessa escola que vai fazer aulas de um outro idioma?
6. Resposta: R$ 94,24.

7. Elisa pretende aplicar R$ 550,00 a uma taxa de juro composto de 2,5% ao mês. Qual será o montante obtido por ela ao final do 6º mês? Utilize uma calculadora para resolver esse problema. 7. Resposta: R$ 637,83.

8. Responda à pergunta que Juliana está fazendo.



AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK

8. Resposta: 25 meses ou 2 anos e 1 mês.

275

1, 2 e 3. Objetivo

• Avaliar se os estudantes identificam e resolvem situações-problema envolvendo acréscimo de preço e porcentagens.

Como proceder

• Em caso de dificuldade na atividade **1**, proponha a divisão do preço de um produto que custa R$ 100,00 por 0,92.

• Ao constatar dificuldade na atividade **2**, sugira que os estudantes calculem o valor total pago por Adalberto e, em seguida, determinem o novo preço do quilograma de carne.

• Verifique se os estudantes usam a informação do boxe **Atenção!** da atividade **3**. Para calcular o preço antes do aumento, eles podem aplicar a regra de três, considerando que o preço anterior corresponde a 100% e o preço após o aumento, a 112%.

4. Objetivo

• Analisar se os estudantes resolvem uma situação-problema envolvendo acréscimos sucessivos.

Como proceder

• Se necessário, enfatize que o acréscimo de 20% é feito sobre o valor da mensalidade do ano anterior. Depois, oriente os estudantes a calcular o custo anual com as mensalidades em cada ano.

5. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam o preço de um produto após um aumento e um desconto, respectivamente.

Como proceder

• Verifique se os estudantes percebem que um aumento de 15% corresponde a 100% + 15% = 115% ou 1,15 do preço inicial. Analogamente, um desconto de 22% sobre o preço de um produto corresponde a 100% − 22% = 78% ou 0,78 desse preço.

6. Objetivo

• Acompanhar o desempenho dos estudantes em situações-problema envolvendo percentual de descontos.

Como proceder

• Analise a estratégia dos estudantes e, se necessário, enfatize que se trata de descontos sucessivos, de 20% e 5%, respectivamente. Assim, o desconto de 5% será sobre o preço após a incidência do desconto de 20%.

7 e 8. Objetivo

• Avaliar se os estudantes calculam um montante sob o regime de juro simples e juro composto.

Como proceder

• Em cada uma das atividades, analise se os estudantes identificam corretamente o capital aplicado, o prazo e a taxa de juro. Se necessário, retome as explicações das páginas **268** e **269**.

9. Objetivo

- Analisar a aprendizagem dos estudantes em atividades envolvendo juro simples.

Como proceder

- Se necessário, peça aos estudantes que identifiquem as informações do problema e utilizem a fórmula $M = C + J$, em que J é obtido pela fórmula de juro simples.

10. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem uma situação-problema envolvendo taxa de juro em uma compra parcelada.

Como proceder

- Verifique se eles percebem que o valor da segunda parcela, após um mês, será maior do que o da primeira parcela paga no ato da compra. Assim, sugira que calculem o percentual de acréscimo na segunda parcela, em relação à primeira.

11. Objetivo

- Conferir se os estudantes calculam o percentual de aumento de uma compra parcelada em relação ao seu preço à vista.

Como proceder

- Ao constatar dificuldade, sugira aos estudantes que calculem o preço final do televisor na compra parcelada e determinem o valor pago a mais em relação ao preço à vista. Depois, peça a eles que calculem esse acréscimo em percentual.

12. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam o rendimento de um capital aplicado no regime de juro composto.

Como proceder

- Verifique se eles percebem que 1 ano corresponde a 12 meses e que o rendimento é igual ao montante menos o capital aplicado.

9. Olívia aplicou um capital de R$ 5300,00, a uma taxa de juro simples de 2,5% ao mês. Ao final do período em que deixou o dinheiro aplicado, ela retirou o montante acumulado e verificou que era R$ 6227,50. Após quantos meses Olívia retirou esse montante? 9. Resposta: 7 meses.

10. Uma geladeira está sendo vendida à vista por R$ 1865,50 ou a prazo com 50% desse valor de entrada e mais R$ 993,38 após um mês. Qual é a taxa de juro mensal cobrada na compra a prazo? 10. Resposta: Aproximadamente 6,5%.

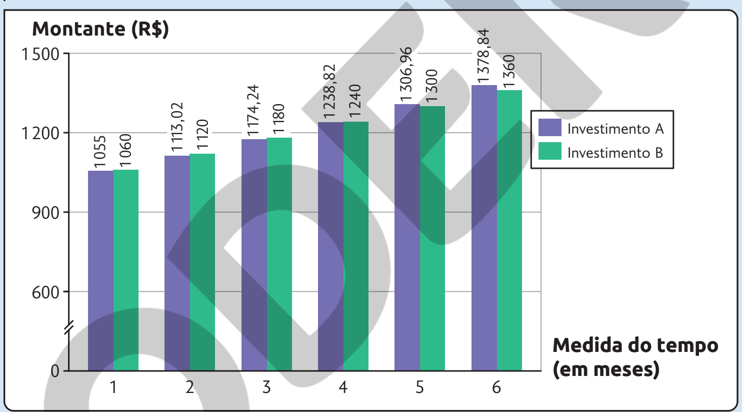
11. Um televisor, cujo preço à vista é R$ 1199,00, está sendo vendido em 10 parcelas mensais de R$ 155,87.

Qual é o aumento percentual no preço a prazo, quando comparado ao preço à vista? 11. Resposta: 30%.

12. Determine o rendimento de um capital de R$ 500,00 aplicado, durante um ano, a uma taxa de juro composto de 1% ao mês. 12. Resposta: R$ 63,41.

13. Danilo pretende fazer um investimento de R$ 1000,00 e está em dúvida entre duas opções. O investimento **A** é realizado a juro composto, e o investimento **B**, a juro simples. O gráfico a seguir mostra os montantes mensais nas duas opções, durante 6 meses.

Montantes mensais dos investimentos A e B – 2023



Fonte de pesquisa: registros do banco.

GUSTAVO CONTI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a taxa de juro no investimento **A**? E no investimento **B**?

b) Se Danilo pretende investir durante 2 meses, então qual dos investimentos é mais rentável? E se fossem 6 meses?

c) A partir de quantos meses decorridos o investimento **A** torna-se mais rentável do que o investimento **B**?

d) Qual é a diferença, em reais, entre os montantes nos investimentos **A** e **B** no 5º mês?

13. Respostas: a) investimento **A**: 5,5% ao mês; investimento **B**: 6% ao mês; b) investimento **B**; investimento **A**; c) 5 meses; d) R$ 6,96.

276

13. Objetivo

- Constatar se os estudantes comparam o crescimento de um capital no regime de juro simples e composto.

Como proceder

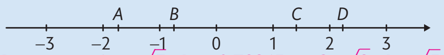
- Para calcular a taxa de juro no item **a**, peça a eles que analisem o rendimento em cada investimento após o primeiro mês. Nos demais itens, peça aos estudantes que analisem o gráfico de cada tipo de investimento. Enfatize que, a médio e longo prazo, o investimento no regime de juro composto é sempre mais vantajoso.
- Os dados apresentados no gráfico desta atividade são fictícios.

O que eu aprendi?

Faça as atividades em uma folha de papel avulsa.

1. Quais dos números do quadro correspondem às letras apresentadas na reta numérica?

$\sqrt{5}$	0,4121...	$\sqrt{2}$	-1
1	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{5}$	$-0{,}78245...$



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

1. Resposta: A: $-\sqrt{3}$; B: $-0{,}78245...$; C: $\sqrt{2}$; D: $\sqrt{5}$.

2. Sabendo que a velocidade da luz mede aproximadamente $3 \cdot 10^5$ km/s e que a distância média entre o Sol e a Terra mede aproximadamente $1{,}5 \cdot 10^8$ km, determine quantos minutos a luz do Sol demora para chegar até a Terra.

2. Resposta: Aproximadamente 8,3 minutos.

3. A distância real em linha reta entre duas cidades mede 304 km. Ao analisar um mapa, Armando verificou que a distância em linha reta entre essas duas cidades mede 8 cm. Nesse caso, a escala do mapa que Armando está analisando é:

a) 1 : 340.

b) 1 : 38 000.

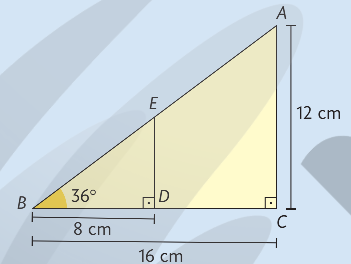
c) 1 : 30 400.

d) 1 : 3 000 400.

e) 1 : 3 800 000.

3. Resposta: Alternativa **e**.

4. Qual é a medida do perímetro do quadrilátero $ACDE$? 4. Resposta: 36 cm.



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

5. Ao simplificar a expressão $\dfrac{(3x+9)(3x-9)}{x^2-9}$, obtém-se:

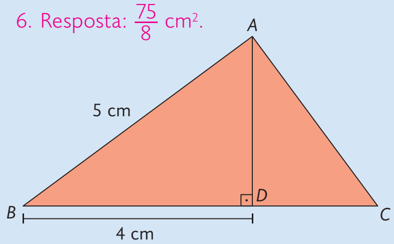
a) 1. **c)** 6. **e)** 12.

b) 3. **d)** 9.

5. Resposta: Alternativa **d**.

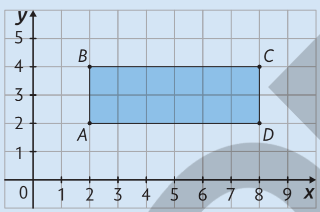
6. Determine a medida da área do triângulo ABC, retângulo em $\hat{A}$.

6. Resposta: $\dfrac{75}{8}$ cm².



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

7. Considere o retângulo representado no plano cartesiano.



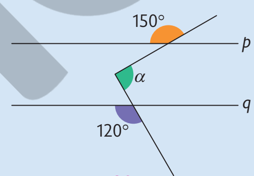
CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

Determine:

a) as coordenadas dos vértices desse retângulo.

b) a medida do comprimento da diagonal desse retângulo.

8. Sabendo que as retas p e q são paralelas, determine o valor de α.



CARLOS BORIN/ARQUIVO DA EDITORA

8. Resposta: $\alpha = 90°$.

7. Respostas: a) $A(2,2)$, $B(2,4)$, $C(8,4)$, $D(8,2)$; b) $2\sqrt{10}$ unidades de comprimento.

1. Objetivo

- Avaliar se os estudantes localizam números na reta numérica.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, sugira que utilizem um valor aproximado para os números irracionais.

2. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem um problema com números escritos em notação científica.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, escreva na lousa a fórmula do cálculo da velocidade média.

3. Objetivo

- Avaliar se os estudantes usam o conceito de razão para determinar escalas.

Como proceder

- Se necessário, oriente-os a converter 304 km em centímetros.

4. Objetivo

- Constatar se os estudantes identificam triângulos semelhantes.

Como proceder

- Analise se os estudantes percebem que os triângulos BDE e BCA são semelhantes pelo critério AAA. Se necessário, oriente-os a determinar a razão de semelhança utilizando as medidas dos comprimentos dos lados $\overline{BD}$ e $\overline{BC}$.

5. Objetivo

- Avaliar se os estudantes simplificam uma expressão algébrica.

Como proceder

- Em caso de dificuldade, peça aos estudantes que escrevam o numerador da fração como uma diferença de dois quadrados.

6. Objetivo

- Diagnosticar a compreensão das relações métricas no triângulo retângulo.

Como proceder

- Confira se os estudantes percebem que $\overline{AD}$ é o segmento que representa a altura do triângulo. Para determinar sua medida, eles devem aplicar o teorema de Pitágoras no triângulo DBA e, depois, utilizar outra relação métrica para calcular a medida de comprimento de $\overline{DC}$.

7. Objetivo

- Avaliar se os estudantes resolvem um problema envolvendo um retângulo representado no plano cartesiano.

Como proceder

- Em caso de dificuldade no item **b**, oriente-os a determinar a medida dos comprimentos dos lados do retângulo e aplicar o teorema de Pitágoras.

8. Objetivo

- Avaliar a aprendizagem dos estudantes em uma atividade envolvendo ângulo definido por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Como proceder

- Ao constatar dificuldade, sugira a eles que tracem uma reta paralela às retas p e q passando pelo vértice do ângulo α.

9. Objetivo

- Avaliar o conhecimento dos estudantes a respeito do cálculo de probabilidade.

Como proceder

- No item **a**, confira se os estudantes compreenderam que há 50 casos possíveis. No item **b**, o número de casos possíveis exclui os 4 números já sorteados e o de casos favoráveis é 1, pois somente o número 2 é primo e par.

10. Objetivo

- Avaliar se os estudantes reconhecem o gráfico mais adequado para uma dada situação.

Como proceder

- Peça aos estudantes que compartilhem suas ideias com os colegas. Confira se eles percebem que o gráfico de linhas é mais adequado quando se deseja analisar a variação de uma grandeza no tempo.
- Os dados apresentados no gráfico e na tabela desta atividade são fictícios.

11. Objetivo

- Avaliar se os estudantes calculam o zero de uma função afim.

Como proceder

- Caso tenham dificuldade, escreva na lousa um exemplo de função afim e mostre-lhes como calcular o zero dessa função.

9. Na festa junina da escola, os estudantes têm a oportunidade de sortear um número de 1 a 50 de uma urna e, com isso, receber um cupom de desconto para realizar compras na festa. Após um número ser sorteado, ele não é reposto na urna.
No quadro está indicado o desconto de acordo com o número sorteado.

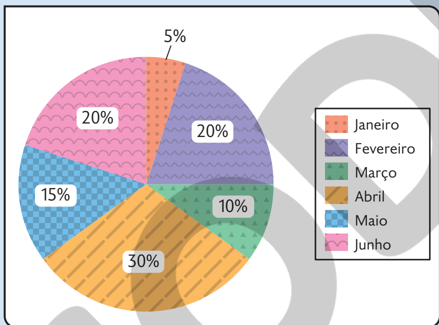
Característica	Desconto
Ímpar menor ou igual a 40	5%
Par maior ou igual a 30	10%
Primo	15%
Primo maior do que 40	20%
Primo par	50%

a) Qual é a probabilidade de o primeiro estudante a participar desse sorteio obter 5% de desconto? Caso ele consiga os 5% de desconto, quanto ele pagará em uma compra de R$ 23,00?

b) Qual é a probabilidade de o quinto estudante a participar desse sorteio obter 50% de desconto, sabendo que nos quatro primeiros sorteios saíram os números 5, 7, 12 e 25? Caso ele consiga os 50% de desconto, quanto ele pagará em uma compra de R$ 37,50? 9. Respostas: a) $\frac{20}{50} = \frac{2}{5} = 40\%$; R$ 21,85; b) $\frac{1}{46} \simeq 0{,}0217 = 2{,}17\%$; R$ 18,75.

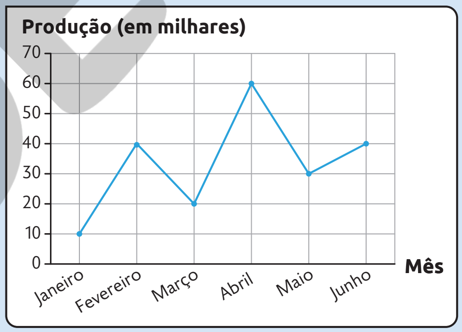
10. Analise os gráficos a seguir, que representam a mesma produção de certa mercadoria nos 6 primeiros meses de 2023.

Resumo da produção de certa mercadoria de janeiro a junho de 2023



Fonte de pesquisa: registros da empresa.

Resumo da produção de certa mercadoria de janeiro a junho de 2023



Fonte de pesquisa: registros da empresa.

Em sua opinião, em qual dos gráficos apresentados podemos verificar, de maneira mais clara, a variação da produção dessa mercadoria de um mês para o outro? Justifique sua resposta.

11. Determine o zero da função afim definida por: 11. Respostas: a) $x = 2$; b) $x = 2$; c) $x = -3$.

a) $y = 7x - 14$. **b)** $y = -4x + 8$. **c)** $y = 5x + 15$.

10. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: No gráfico de linhas, podemos ter uma noção mais clara da variação dos dados ao verificar a continuidade das linhas e sua tendência de crescimento ou decrescimento, enquanto no gráfico de setores não temos a noção de continuidade, apenas a proporção entre os dados.

Projeto em ação

Como está a infraestrutura do seu bairro?

A infraestrutura consiste no conjunto de serviços básicos que contribui para o desenvolvimento das atividades socioeconômicas de um país. Devido à sua importância, atualmente ainda se trata de um enfrentamento global.

No Brasil, a infraestrutura apresenta déficits expressivos. Para a mudança desse cenário, é necessário haver uma expansão de serviços básicos nos bairros, como a distribuição de água, rede de esgoto, energia elétrica, pavimentação, transporte, telecomunicação, entre outros, indispensáveis ao bem-estar e à qualidade de vida da população.

Bate-papo inicial Bate-papo inicial: Resposta nas **orientações ao professor**.

- Além dos serviços básicos citados no texto, que outros você considera essenciais para a qualidade de vida dos moradores de um bairro?
- Você já notou algum problema de infraestrutura no bairro onde mora? Em caso afirmativo, cite alguns deles.
- Converse com os colegas e o professor a respeito de atitudes que podem contribuir para melhorar a infraestrutura dos bairros de sua cidade.

A tirinha a seguir mostra alguns estudantes conversando a respeito do bairro onde moram.

© MICHELE IACOCCA

IACOCCA, Michele. *O meu, o seu, o nosso*: refletindo sobre atitudes e espaços de convivência. São Paulo: Ática, 2010. p. 16.

Objetivos

- Propiciar o reconhecimento e a valorização do bairro onde moram e do bairro escolar.
- Reconhecer a importância da infraestrutura de qualidade para o desenvolvimento socioeconômico do nosso país.
- Conhecer e usar as ferramentas Google Maps (*GMaps*) e Google Earth (*GEarth*).
- Utilizar o recurso **Street View** do Google Maps para visualizar as ruas do bairro escolar e identificar irregularidades provindas da falta de infraestrutura.
- Conhecer os objetivos e as características de uma foto-denúncia.
- Produzir uma foto-denúncia.

- **Tempo estimado**: entre 4 e 6 semanas.
- **Momentos para começar**: página **43** – Tópico **Densidade demográfica**; página **49** – Atividade **11** sobre o asfaltamento de rodovias; página **50** – Atividade **21** que envolve a companhia de saneamento responsável por resolver vazamentos de água.
- Os conteúdos e noções tratados nesta seção favorecem a articulação com os componentes curriculares de **Língua Portuguesa** e **Geografia**. Durante o andamento do projeto, sempre que julgar conveniente e necessário, convide os professores desses componentes para realizar trabalhos em conjunto.
- As questões do **Bate-papo inicial** objetivam o levantamento de hipóteses, a exploração do conhecimento prévio e a verificação da opinião dos estudantes a respeito do tema tratado.
- Antes de iniciar o trabalho com esta seção, apresente aos estudantes o tema e os objetivos do projeto. Explique a eles que vão desenvolver uma atividade em grupo a fim de conhecer melhor a infraestrutura do bairro escolar e do bairro onde moram. Comente ainda que nessa jornada utilizarão recursos disponíveis na *web* para coletar as informações e por fim produzirão fotos-denúncias e cartazes.
- Solicite aos estudantes que anotem as respostas para, depois, comparar seus conhecimentos e suas opiniões iniciais com o que aprenderam ao final desse trabalho.
- Durante todo o desenvolvimento do trabalho, promova momentos de reflexão, revisão e correção do que já foi realizado, de modo a proporcionar um processo de avaliação contínuo. Além disso, alerte os estudantes quanto aos riscos envolvidos, como no manuseio das ferramentas necessárias para a produção dos cartazes. Desse modo, explique a importância dos cuidados que devem ser tomados de modo a garantir a integridade física de todos os envolvidos.

Respostas **Bate-papo inicial**

Primeira, segunda e terceira questões: Respostas pessoais.

• Prossiga da mesma maneira com a leitura e interpretação da tirinha apresentada. As questões propostas podem ser respondidas oralmente ou por escrito.

• Após responderem às questões, os estudantes poderão refletir sobre a falta de infraestrutura do bairro onde moram ou de outros bairros da cidade. Caso julgue necessário, acrescente outros questionamentos.

Respostas **Questões relacionadas à tirinha**

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. O meu bairro alaga inteiro toda vez que chove. Resposta pessoal.

• Antes de iniciar o **Mão na massa**, analise a possibilidade de usar o laboratório de informática da escola, se houver. O Google Maps (*GMaps*) pode ser acessado por meio do *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.google.com.br/maps/. Acesso em: 3 ago. 2022. O *download* do Google Earth pode ser feito por meio do *site* indicado a seguir. Disponível em: https://www.google.com/intl/pt-BR/earth/about/versions/. Acesso em: 3 ago. 2022.

Caso não seja possível fazer o *download* do Google Earth (*GEarth*), use a versão *on-line* dessa ferramenta, disponível no mesmo *site*.

• Avalie a conveniência de propor algumas atividades para implementar o trabalho e aprimorar o uso dessas ferramentas. Uma sugestão é solicitar que realizem medições de distâncias entre pontos específicos. O Google Maps tem uma função específica para isso.

• Outros questionamentos podem ser feitos para os estudantes responderem utilizando recursos do Google Maps, como: "Quantos metros e por quanto tempo é preciso caminhar de sua casa até o ponto de ônibus mais próximo?"; "Qual é a medida da distância e de tempo no melhor trajeto de sua casa até a escola?". Para isso, oriente-os a usar o recurso **Rotas**.

• O trabalho com esta seção desenvolve as **Competências gerais 8** e **10** ao levar os estudantes a se conhecerem, a cuidar de sua saúde física e a agir pessoalmente e coletivamente com autonomia, responsabilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos e democráticos. Além disso, aborda a **Competência específica de Matemática 7**, visto que desenvolve um projeto de modo cooperativo, por meio de questões sociais.

Respostas das questões **1** a **3** nas **orientações ao professor**.

1. Conforme a tirinha mostra, cada bairro é de um jeito. Como é o bairro onde você mora? Quais são os serviços básicos dele?
2. Do que você mais gosta em seu bairro? O que mudaria?
3. Copie da tirinha a fala da personagem que evidencia um problema de infraestrutura no bairro relacionado à falta de bueiros. O seu bairro apresenta esse problema?

Mão na massa

Conforme foi apresentado, a infraestrutura serve de base para o desenvolvimento de um local em todos os aspectos. Alguns serviços básicos são fundamentais para prevenir doenças e aumentar a qualidade de vida e o bem-estar da população.

Pensando nisso, a proposta é investigar e identificar possíveis problemas de infraestrutura na região da escola a fim de buscar ações que possam amenizá-los ou solucioná-los.

Portanto, com base no que for identificado, vocês vão confeccionar fotos-denúncia acompanhadas de um relatório. Esse material deverá ser entregue à direção da escola para que ela encaminhe a alguma autoridade superior do município, solicitando as respectivas melhorias dessa região. Além disso, haverá cartazes expostos na escola para destacar os problemas do bairro.

Para identificar os locais com problemas no bairro, vocês devem utilizar o *Street View*, um dos recursos do **Google Maps** (GMaps) e do **Google Earth** (GEarth), disponíveis gratuitamente na *web*. Com esse instrumento vocês podem explorar o bairro escolar sem sair da sala de aula!

1º passo Planejamento

Organização dos grupos e conhecimento das ferramentas

Primeiramente, vocês vão formar os grupos para desenvolver o projeto. Em seguida, vão pesquisar as funcionalidades do ***Street View***. Se desejarem, acessem também uma série de tutoriais *on-line* com dicas de como utilizar esse recurso. A seguir, é apresentada uma breve descrição dessas ferramentas.

O **Google Earth** apresenta um modelo tridimensional da Terra, no qual é possível estudar todo o mapa-múndi. O **Google Maps** apresenta trajetos e mapas interativos de cidades do mundo inteiro. Com essas ferramentas, é possível ler mapas, latitude e longitude, mensurar distâncias, perímetro, áreas e até mesmo entender o trânsito e o transporte público. Quanto ao *Street View*, trata-se de uma ferramenta com um aplicativo próprio que permite explorar, por meio de fotos, quase todos os lugares do planeta, pois ele disponibiliza a vista panorâmica de 360° na horizontal e 290° na vertical. Assim, podemos visualizar algumas regiões do mundo virtualmente, como se estivéssemos transitando no próprio local. Esse recurso chamado *tour* virtual consiste em uma maneira inovadora de passear por diversos locais sem estar fisicamente neles. O *tour* ocorre graças à junção de várias fotos registradas em 360°, posteriormente interligadas, o que possibilita visualizar o local em todos os ângulos com a sensação de que o espaço é fisicamente real.

Fazendo um *tour* virtual e presencial pelo bairro escolar

Vocês podem acessar as ferramentas no próprio navegador do seu computador ou baixar os aplicativos no *smartphone*.

Para isso, façam previamente um levantamento dos nomes das ruas do bairro escolar e das suas proximidades. Depois, iniciem o *tour* virtual por essas ruas com o objetivo de identificar problemas relacionados à falta de infraestrutura ou a outras irregularidades.

De acordo com a quantidade de grupos que vocês formaram, definam se cada equipe deve ficar responsável pelo *tour* virtual de um ou de mais endereços.

Durante a investigação, fiquem atentos aos possíveis problemas que podem ser encontrados, como falta de sinalização de trânsito, falta de limpeza de vias públicas, descarte irregular de lixo em terrenos baldios, bueiros entupidos, buracos nas ruas, ausência de rampas de acesso, entre outros, além de verificar se há serviços públicos essenciais à população do bairro.

Lembrem-se de fazer a captura da tela com as devidas imagens que denunciam as irregularidades. Em seguida, faça a impressão delas.

Além disso, ao caminhar pelo bairro onde a escola está situada, é possível confirmar os problemas identificados no *tour* virtual e identificar ainda outros problemas de infraestrutura que não foram exibidos no *Street View*.

2º passo Execução

Produção da foto-denúncia

Nesse momento vocês vão produzir as fotos-denúncia.

Para isso, é importante saber que esse tipo de foto está baseada em uma imagem que denuncia determinada situação. Trata-se de uma prova visual geralmente acompanhada de um breve texto que expõe um problema social. Sendo assim, ela retrata a realidade e provoca a reflexão com o intuito de mobilizar a sociedade.

Vocês vão escolher as imagens que mais se adequam a esses pontos e fazer algumas anotações a respeito delas. Na sequência, vão compor uma legenda, contemplando os aspectos mais importantes da denúncia. Nesse caso, as informações e sugestões dos moradores do bairro podem contribuir para elaborar o texto.

Acompanhe na imagem um exemplo de referência.

JOA SOUZA/SHUTTERSTOCK

Lixo espalhado em Salvador, BA, em 2021.

- Ao fazer o *tour* virtual pelo bairro, comente com os estudantes que o recurso **Street View** do Google Maps foi lançado em 2007 e permite explorar ruas e avenidas como se eles estivessem, de fato, no local. Oriente-os no uso do recurso, se for necessário.
- Verifique se cada grupo está responsável por uma ou mais ruas e se não há grupos fazendo o *tour* virtual por ruas repetidas.
- Caso as imagens virtuais do Google Maps sejam antigas, pois a data em que as fotos foram tiradas divergem dependendo do lugar (de centros urbanos, por exemplo, costumam ser mais atuais), avalie a possibilidade de organizar uma caminhada pelo bairro da escola com os estudantes. Para isso, solicite antecipadamente tanto a autorização dos responsáveis quanto a ajuda de monitores para acompanhá-los, a fim de zelar pela integridade física dos estudantes.
- Acompanhe os estudantes durante toda a atividade e faça intervenções quando julgar pertinente.
- Decida com antecedência como será feita a impressão das fotos e, assim que os grupos concluírem a busca, se houver capturas de tela, providencie a impressão das imagens.
- Lembre-se de que será necessária a impressão de uma cópia para a produção da foto-denúncia e outra, com dimensões de medidas maiores, para a confecção do cartaz.
- Na produção da foto-denúncia e dos cartazes, distribua as imagens impressas aos grupos e solicite que produzam os textos que devem compor as legendas, para a produção das fotos-denúncia.
- Acompanhe todo o processo de produção dando suporte e orientações.

• Com as fotos-denúncia concluídas, se julgar oportuno, solicite aos estudantes que troquem entre os grupos os trabalhos para corrigirem possíveis erros. Prossiga da mesma maneira para a confecção dos cartazes.

• Na divulgação, os estudantes vão reunir as fotos-denúncia e compor o relatório que será entregue às autoridades do município, além de expor os cartazes com o intuito de apresentar os problemas encontrados de infraestrutura do bairro e incentivar as pessoas a cuidar e preservar o local onde vivem.

• Dê algumas orientações para a apresentação do trabalho. Instrua os estudantes a serem claros e objetivos. Antecipadamente, faça algumas simulações com eles para que se sintam mais seguros e confiantes no momento da apresentação.

• Os estudantes vão expor o trabalho à comunidade com o intuito de contribuir com a identificação e a solução de problemas de infraestrutura. Assim, desenvolve-se o tema contemporâneo transversal **Vida familiar e social**.

• É relevante que no momento da **Avaliação** os estudantes possam refletir sobre a atividade como um todo. Incentive-os a identificar o que foi significativo durante todo o trabalho, bem como a receptividade e o quanto eles e a comunidade foram afetados.

Respostas

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.
4. Resposta pessoal.

Após a conclusão do trabalho, vocês vão reunir todas as fotos-denúncia produzidas e revisar tanto as imagens quanto os textos. As imagens devem compor o relatório a ser entregue à direção escolar, pois esse material será encaminhado a alguma autoridade superior do município.

Produção dos cartazes

As mesmas fotos-denúncia devem ser reproduzidas em cartazes que serão divulgados a toda comunidade escolar. Cada cartaz pode conter mais de uma foto.

Não se esqueçam de que esse tipo de cartaz apresenta características específicas. As imagens e as letras devem ser grandes a fim de ficarem legíveis a certa distância e chamar a atenção das pessoas.

3º passo Divulgação

Definam, com o professor e com a direção da escola, a melhor data e a maneira de divulgar esses cartazes. Os convites podem ser formalmente enviados ou ser divulgados pelas mídias sociais da escola.

No dia agendado, informem ao público o objetivo do trabalho desenvolvido e como ele foi planejado e executado. Apresente à comunidade escolar o relatório que será encaminhado à direção da escola, de modo que todos acompanhem e reivindiquem, caso as melhorias não sejam feitas. Aproveitem esse momento para incentivar as pessoas a cuidar do seu bairro por meio de atitudes simples, como manter os terrenos limpos e fazer o descarte de lixos em locais adequado. Procure convencer as pessoas explicando que as ações mais simples podem proporcionar bem-estar e qualidade de vida a toda comunidade.

Avaliação

Conversem sobre o que acharam das práticas desenvolvidas ao longo do projeto, desde a apresentação e o planejamento até a divulgação dos cartazes. Discutam os pontos de que mais gostaram e indiquem o que fariam de modo diferente. Algumas questões a seguir podem orientar essa conversa.

Respostas das questões 1 a 4 nas **orientações ao professor**.

1. Como foi seu desempenho no trabalho desenvolvido? Você participou efetivamente das atividades propostas?

2. Durante o trabalho em grupo, você respeitou seus colegas? Ajudou quando alguém precisou de auxílio?

3. Ao usar o *Street View*, você percebeu algum ponto positivo ou negativo que ainda não havia notado no bairro da escola?

4. Converse com o professor e os colegas sobre a importância do que aprendeu com esse projeto e sobre como isso repercutiu na comunidade.

Sugestões complementares

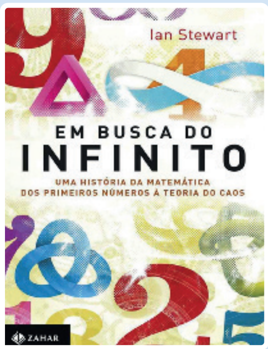
Livros

Guia mangá de estatística

Esse livro é um guia em quadrinhos que poderá te ajudar a aprender estatística em pouco tempo. Contém também atividades e respostas que dão oportunidade de praticar o que aprendeu. Nessa história, o professor Yamamoto ensina Luy a calcular a média, a mediana e o desvio padrão de pontuações de um jogo de boliche; representar os preços de diversos tipos de *lámen* em um histograma; e determinar a probabilidade de tirar a nota máxima em um teste de Matemática. Estes e outros exemplos da vida real facilitam o seu aprendizado em estatística.

REPRODUÇÃO/EDITORA NOVATEC

Guia mangá de estatística, de Shin Takahashi. São Paulo: Novatec, 2010.



REPRODUÇÃO/EDITORA ZAHAR

Em busca do infinito: uma história da matemática dos primeiros números à teoria do caos

Esse livro conta uma história da Matemática esclarecedora e extremamente simples de ler. Contém muitas ilustrações, entre elas diagramas, fotos e pinturas, o que torna sua narrativa mais simples de ser compreendida.

Em busca do infinito: uma história da matemática dos primeiros números à teoria do caos, de Ian Stewart. São Paulo: Zahar/Companhia das Letras, 2014.

Juro que é simples!

Nesse livro, são abordados inúmeros temas sobre Matemática financeira, vários de modo inédito, e alguns desses assuntos indo muito além da literatura da área. É destinado a iniciantes ou especialistas, analistas financeiros, estudantes ou professores, entre muitos outros cargos.

REPRODUÇÃO/EDITORA CLUBE DOS AUTORES

Juro que é simples!, de Alceu André Hübbe Pacheco. Santa Catarina: Clube dos Autores, 2020.

- Nesta seção, são apresentadas sugestões de livros, filmes, *sites*, vídeos e *podcasts*, de modo a incentivar nos estudantes a apreciação pela leitura e a busca por informações em outras fontes que não sejam apenas o livro didático.
- Verifique antecipadamente se a biblioteca da escola dispõe dos livros apresentados e, se possível, oriente os estudantes a emprestá-los para fazer a leitura. Além disso, leve-os ao laboratório de informática, caso haja, e permita que acessem os *sites* e os vídeos, além de incentivá-los a ouvir os *podcasts*. Essas práticas contribuem para o enriquecimento cultural e social deles.

283

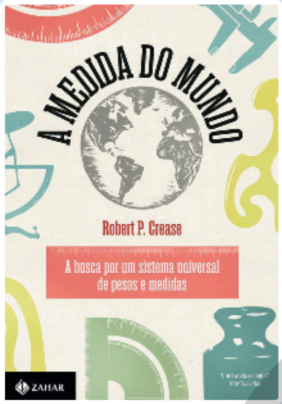
Encontros de primeiro grau

Esse livro conta a história de um químico, que precisa resolver dois problemas no Brasil. Para isso, ele conta com a ajuda de um balonista e da Matemática. Durante as aventuras, o balonista aprende a resolver uma série de problemas, transformando-os em equações do 1º grau.

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

Encontros de primeiro grau, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática, 2019.

A medida do mundo: a busca por um sistema universal de pesos e medidas



REPRODUÇÃO/EDITORA ZAHAR

O livro conta a história da invenção de um sistema universal de pesos e medidas, do qual milhões de atividades e transações diárias dependem hoje em dia. Começando desde os tempos antigos, o autor mostra como os seres humanos vêm improvisando meios de medição desde o nascimento da civilização e de que modo passamos a ter o Sistema Internacional de Unidades (SI), adotado por quase todos os países do mundo.

A medida do mundo: a busca por um sistema universal de pesos e medidas, de Robert P. Crease. São Paulo: Zahar, 2013.

Micrômegas: uma história filosófica

Nesse livro, o personagem principal é um gigante, habitante de um planeta que gira em volta da estrela Sirius, que decide se aventurar pelo Universo. Em sua jornada, faz amigos e tem várias e interessantes conversas com outros seres. É considerado um dos primeiros textos de ficção científica e também que imaginou a possibilidade de sermos visitados por habitantes de outros planetas.

REPRODUÇÃO/EDITORA AUTÊNTICA

Micrômegas: uma história filosófica, de Voltaire. Minas Gerais: Grupo Autêntica, 2012.

284

O skatista e a ribeirinha: encontro da cidade com a Floresta Amazônica

Esse livro conta a história de um garoto skatista que vivia na cidade de São Paulo e que se mudou para o Amazonas. Lá, ele conhece uma ribeirinha que ama os rios e os peixes. Eles descobrem juntos as suas diferenças no jeito de falar, nos alimentos de que mais gostam e nas brincadeiras. O livro mostra como ambos podem enfrentar esses desafios, ao mesmo tempo que fazem novas amizades e respeitam suas diferenças.

REPRODUÇÃO/EDITORA MODERNA

O skatista e a ribeirinha: encontro da cidade com a Floresta Amazônica, de Ricardo Dreguer. São Paulo: Moderna, 2020.

Filmes

REPRODUÇÃO/MIRAMAX

A prova

Nessa ficção, conhecemos a história de Catherine, jovem filha de um gênio matemático que sofre de esclerose no fim da vida. Enquanto cuida de seu pai, tem medo da possibilidade de herdar a facilidade para a Matemática, mas também os problemas mentais, e por conta disso se afasta de todos, isolando-se em casa. Contudo, sua vida se complica quando um dos ex-alunos de seu pai cisma em procurar provas de um teorema nos papéis deixados por ele.

A prova. Direção de John Madden. Estados Unidos: Miramax Films, 2005 (96 min).

O menino que descobriu o vento

Esse filme conta a história real de um jovem que aos 14 anos desenvolve um moinho de vento, beneficiando seu vilarejo, que sofria com a falta de água. Em sua vida, ele sempre se esforçou para adquirir conhecimentos cada vez mais diversificados, pois sua família não tinha como pagar os estudos. Frequentando escondido uma biblioteca, é nesse espaço que o menino desenvolve seus primeiros experimentos com energia eólica.

REPRODUÇÃO/BBC FILMS

O menino que descobriu o vento. Direção de Chiwetel Ejiofor. Reino Unido: BBC Films, 2019 (113 min).

285

Sites

- *Fundação Oscar Niemeyer*. Disponível em: https://www.oscarniemeyer.org.br/. Acesso em: 5 maio 2022.

A Fundação Oscar Niemeyer, criada em 1988, é uma instituição privada sem fins lucrativos com a missão principal de preservar, divulgar e gerenciar a obra desse arquiteto. A princípio, é um centro de estudos voltados para a reflexão e a divulgação da cultura brasileira. Nessa fundação, há um centro de pesquisa e documentação que guarda o maior acervo bibliográfico sobre Niemeyer.

- *Tabela Brasileira de Composição de Alimentos*. Disponível em: http://www.tbca.net.br/. Acesso em: 5 maio 2022.

As informações do banco de dados da Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TBCA) são coletadas, desde 2013, tanto por meio de análise direta de alimentos em laboratório quanto pela síntese de informações retiradas de dados analíticos sobre alimentos brasileiros, por meio de estudos divulgados. A TBCA tem duas bases de dados separadas, uma para análise inicial relacionada aos alimentos da biodiversidade brasileira e alimentos da região e outra para informações sobre as concentrações desses nutrientes e a composição dos alimentos mais consumidos no Brasil, a fim de permitir a avaliação da ingestão de nutrientes e facilitar o planejamento das refeições.

- *Matemática Multimídia*. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/. Acesso em: 5 maio 2022.

No *site* da coleção Matemática Multimídia, está disponível um conjunto com mais de 300 recursos educacionais de Matemática para o Ensino Fundamental e o Médio, entre eles experimentos diversos, vídeos com tutoriais ou curiosidades, *softwares* com muitas funcionalidades diferentes e áudios com inúmeros temas.

- *Instituto Bardi*. Disponível em: https://portal.institutobardi.org/. Acesso em: 5 maio 2022.

O Instituto Bardi é uma organização da sociedade civil sem fins lucrativos, sediada na cidade de São Paulo e fundada em 1990. É especializado em produção intelectual nas áreas de arquitetura, urbanismo, *design* e arte. Seu objetivo é preservar e divulgar o patrimônio artístico de Lina e Pietro Bardi, bem como garantir a preservação de seu acervo. O Instituto também se compromete a fazer de sua sede um espaço de intercâmbio de conhecimentos, em um diálogo construtivo com a sociedade e em defesa da liberdade de pensamento, da criatividade e do debate.

Podcasts

- Estudão.mp3: sua aula em formato de *podcast*. *Estadão/Focas*. Disponível em: https://infograficos.estadao.com.br/focas/por-minha-conta/materia/estudao-seu-podcast-de-revisao-para-se-dar-bem-no-enem. Acesso em: 5 maio 2022.

Nesse *podcast*, professores de cursinhos simplificam, em uma série de seis episódios, conteúdos sobre Matemática financeira e economia que podem cair nas provas do vestibular ou no Enem, explicando de maneira prática como relacionar os conteúdos de Matemática ao universo financeiro.

286

Respostas

O que eu já sei?

1. b

2. 3 colegas.

3. $\hat{x} = 30°$ e $\hat{y} = 60°$

4. a) 3 cm b) 5 cm

5. a) R$ 1545,00
b) Não.

6. 21 m

7. 40 funcionários.

8. 9 moedas de 25 centavos.

9. a) A média é 74,5, a moda é 35 e a mediana é 79.

10. Transformação de rotação de 90° no sentido anti-horário em relação ao ponto *P*.

11. 1080 possibilidades.

12. a) Praça **1**: $8y$; Praça **2**: $6x + 6y$.
b) Praça **1**: 56 m; Praça **2**: 72 m.

13. a) Sugestão de resposta: $a_n = 4n - 6$, com $n > 0$.
b) 74

14. a) $y = 1300 + 2{,}5x$

15. A. 15 cm²; B. 9 cm²; C. 14 cm²; D. 7,5 cm²

16. a) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 50\%$
b) $\frac{8}{12} = \frac{2}{3} \simeq 66\%$
c) $\frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 70\%$

17. Verdadeiras: **a** e **c**; falsas: **b** e **d**.
Sugestão de correção: b) 1000 dm³ equivale a 1000 L; d) 100 000 L equivale a 100 m³.

Unidade 1 Os números reais

Atividades

2. $\sqrt{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{5}}{3}$ e π

4. $\frac{7}{3}$

5. $A = 1{,}3$, $B = \sqrt{2}$, $C = -\frac{\pi}{5}$, $D = -\sqrt{3}$ e $E = \sqrt{7}$

O que eu estudei?

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\sqrt{21}$

2. a) Falsa. Uma sugestão de correção é: O número $2{,}\overline{21}$ adicionado ao número 5 resulta em um número racional.
b) Verdadeira.
c) Falsa. Uma sugestão de correção é: Um número irracional é um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica.
d) Falsa: Uma sugestão de correção é: A representação decimal do número irracional $\sqrt{7}$ é 2,6457...
e) Verdadeira.

3. a) $\sqrt{2} < \sqrt{4}$
b) $1{,}3\overline{2} < 1{,}32419\ldots$
c) $-\pi < -2\sqrt{2}$
d) $3\sqrt{2} > \frac{\sqrt{7}}{2}$
e) $-\sqrt{81} > -10{,}\overline{5}$
f) $3\sqrt{3} > \frac{12}{5}$
g) $0{,}1010010001\ldots < 0{,}\overline{15}$
h) $\frac{\pi}{3} > 1$

4. a) $A = \frac{17}{2}$, $B = \sqrt{47}$, $C = \sqrt{112}$ e $D = 12{,}\overline{3}$
b) $I = -4{,}3$, $J = -0{,}8$, $K = -2{,}892$ e
$L = \frac{-6{,}4231921\ldots}{2}$

Unidade 2 Potenciação e radiciação

Atividades

1. a) 1 b) 151 c) 1 d) 0 e) 169 f) $\frac{1}{343}$ g) −64 h) $\frac{25}{4}$ i) $\frac{32}{243}$ j) 1

2. c e d

3. a) $2^8 = 256$
b) $(-8)^3 = -512$
c) $\left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$
d) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$
e) $10^{-5} = 0{,}00001$
f) $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$
g) $4^6 = 4\,096$
h) $2^{-12} = \frac{1}{4\,096}$

• Nesta seção, são apresentas as respostas do livro do estudante. Porém, em alguns casos específicos, em atividades abertas ou nas que não cabem na seção, como as que contêm imagens, quadros, tabelas ou esquemas, elas aparecem apenas nas orientações ao professor ou na seção **Resoluções**, a qual encontra-se disponível nas orientações gerais deste manual.

4. a) $-19\,683$
b) Aproximadamente 0,00075.
c) 15,625
d) 62,5
e) 10 000
f) 256

5. a) 25
b) 1
c) $-\frac{1}{64}$
d) $\frac{369}{32}$
e) $\frac{3\,564}{625}$

6. a) $x = 5$
b) $x = 0$
c) $x = 1$
d) $x = -3$

7. a) 100
b) 100 000
c) 100 000 000
d) 10 000 000
e) 1000
f) 1

8. 1728 ovos.

9. 4^{20}, pois $4^{20} > 4^{1} \cdot 4^{18}$.

10. a) $1{,}32 \cdot 10^{9}$
b) $1{,}496 \cdot 10^{8}$
c) $1 \cdot 10^{-6}$
d) $7 \cdot 10^{-3}$

11. a) $5{,}793 \cdot 10^{6}$
b) $3{,}9408 \cdot 10^{-5}$

12. a) 64 cm
b) 76 cm
c) 84 cm
d) 96 cm

13. a) 8 cm
b) 11 cm
c) 15 cm
d) 17 cm

14. a) 3 375
b) 1225
c) 1681
d) 5 832
e) 4 096
f) 13 824

15. a) 2
b) 3
c) 5
d) 7
e) 7
f) 4

16. **A**, **C**, **D**, **E** e **H**.

17. a) $\sqrt[4]{27}$
b) $\sqrt[5]{1600}$
c) $\sqrt[3]{\frac{49}{36}}$
d) $18^{\frac{1}{2}}$
e) $6^{\frac{5}{3}}$
f) $9^{\frac{2}{5}}$

18. **b**, **c** e **d**.

19. a) $\frac{3}{2}$
b) $\frac{5}{10}$
c) $\frac{8}{12}$
d) $-\frac{11}{16}$
e) $-\frac{1}{2}$
f) $\frac{1}{3}$

20. a) $\sqrt[6]{2}$
b) $\sqrt[12]{5}$
c) $\sqrt[10]{8}$
d) $\sqrt[18]{13}$
e) $\sqrt[42]{9}$
f) $\sqrt[24]{16}$

21. A. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{7 \cdot 21}$
C. $\sqrt[7]{\frac{19}{4}} = \frac{\sqrt[7]{19}}{\sqrt[7]{4}}$

22. **A**, **C** e **F**.

23. A. $\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$
B. $\sqrt[9]{\frac{4}{15}}$
C. $\sqrt[5]{\frac{112}{45}}$

24. a) $\sqrt[5]{13^4}$
b) $\sqrt[4]{15^3}$
c) $\sqrt[5]{3^2}$
d) $\sqrt[7]{7^6}$
e) $\sqrt[3]{11^2}$
f) $\sqrt[9]{5^7}$

25. A. $10^{\frac{5}{6}}$ m² ou $\sqrt[6]{10^5}$ m².
B. $60^{\frac{1}{3}}$ m² ou $\sqrt[3]{60}$ m².

26. a) $3\sqrt{6}$
b) $5\sqrt[3]{4}$
c) $18\sqrt[5]{216}$
d) $196\sqrt[4]{49}$
e) $450\sqrt{10}$
f) $20\sqrt[6]{9\,720}$

27. a) 4
b) $2\sqrt[4]{27}$
c) $4\sqrt[3]{14}$
d) $3\sqrt[5]{9}$
e) $30\sqrt{10}$
f) $16\sqrt[3]{4}$

28. A. 7,75 m
B. 10,93 m
C. 9,48 m
D. 13,44 m

29. a) $\sqrt{108}$
b) $\sqrt[3]{750}$
c) $\sqrt{640}$
d) $\sqrt[5]{200\,000}$

30. a) $x = 6$
b) $x = 56$
c) $x = 2$
d) $x = 284$
e) $x = 2\,048$
f) $x = 20$

31. $a = 11$

32. $2\sqrt[12]{2}$

33. **a–g**; **b–h**; **c–e**; **d–f**.

34. a) $2\sqrt{3} + \sqrt{5}$
b) $9\sqrt{3}$
c) $7\sqrt{2} - 4\sqrt{11}$

35. a) $9\sqrt{5}$
b) $4\sqrt{6}$
c) $12\sqrt{3}$

288

36. a) $2\sqrt{n} + 3\sqrt[3]{5}$
b) $3b\sqrt{a} - 2\sqrt[3]{5}$
c) $3m\sqrt{p} - p\sqrt{m} + 8\sqrt[3]{2}$

37. a) 8 c) 15 e) $3 - 4\sqrt{5}$
b) 4 d) $16 + \sqrt{2}$

38. A. 24 m B. $24\sqrt{2}$ m

39. a) 7 b) 1 c) 8

40. $16\sqrt{5} + 24$

41. a) -13 d) 36,4
b) 34,6 e) -30
c) 16

42. a) $3\sqrt{17}$ d) $8\sqrt{3}$
b) $3\sqrt{5}$ e) $14\sqrt{5}$
c) $\sqrt{2}$ f) $-2\sqrt{7}$

43. a) $\sqrt{161}$ c) $6\sqrt{21}$ e) $6\sqrt[3]{4}$
b) $6\sqrt{15}$ d) $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ f) $40\sqrt{3}$

45. a) $\frac{a}{b^2}$ c) $zy\sqrt[7]{y}$
b) xy d) $\frac{7a^2}{9b^2}$

46. e

47. a) $5\sqrt{2} - 2$
b) $4\sqrt{2}$
c) $2 + 5\sqrt{2}$
d) 1

48. a) $\sqrt[30]{1458}$
b) $\sqrt[24]{320}$
c) $\sqrt[40]{125}$
d) $\sqrt[84]{2^{41}}$

49. A. 6,5 m²; B. 48 m²

50. A. $24\sqrt{3}$ m³; B. $48\sqrt[3]{3}$ m³

51. a) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ d) $\frac{3\sqrt{10}}{2}$ g) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
b) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ h) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
c) $2\sqrt{6}$ f) $\frac{\sqrt{21}}{3}$

52. A. $x = 2\sqrt{2}$ m; B. $y = 3\sqrt{5}$ m

53. a) $\frac{5\sqrt{3}}{12}$ d) $\frac{\sqrt{15}}{50}$ g) $\frac{3}{4}$
b) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ e) $\frac{\sqrt{14}}{21}$ h) $\frac{16\sqrt{15}}{15}$
c) $\frac{\sqrt{30}}{3}$ f) $\frac{\sqrt{15}}{5}$

54. a) $\frac{5\sqrt[6]{2^2}}{2}$ c) $\frac{2\sqrt[10]{7^4}}{7}$ e) $\frac{7\sqrt[4]{3}}{3}$
b) $\frac{4\sqrt[7]{3^5}}{3}$ d) $\frac{3\sqrt[9]{5^7}}{5}$ f) $\sqrt[10]{10^3}$

55. a) $2\sqrt{y}$ d) $\frac{\sqrt{xz}}{z}$
b) $\sqrt{a}$ e) $a\sqrt{b}$
c) $\frac{\sqrt{dc}}{d}$ f) $\sqrt{d}$

56. a) $\sqrt{5} - 1$
b) $-\frac{2\sqrt{6} + \sqrt{42}}{3}$
c) $5\sqrt{2} - 7$
d) $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{6} + 6}{2}$
e) $24 - 16\sqrt{2}$
f) $\frac{\sqrt{35} + 5\sqrt{5} - \sqrt{7} - 5}{18}$

57. a) $\frac{\sqrt{6}}{8}$ d) $\frac{\sqrt[3]{2}}{3}$
b) $\frac{15\sqrt[3]{2^2}}{2}$ e) $6\sqrt[3]{5^2}$
c) $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ f) $12\sqrt{5}$

O que eu estudei?

1. a) $(12)^2$ c) $(6)^2$
b) $2 \cdot 6^2$ d) $(10)^3$

2. a) 4 096 d) $\frac{1}{25}$ g) $\frac{1}{729}$
b) $\frac{3}{2}$ e) 49 h) 4 096
c) -125 f) $-100\,000$

3. $A = 9^{-2}$; $B = 9^0$; $C = 9^4$; $D = 9^1$; $E = 9^6$

4. a) 19
b) 2 048
c) $\frac{1}{9}$

5. a) $7,3 \cdot 10^9$ c) $1,64 \cdot 10^{-8}$
b) $8,65 \cdot 10^7$ d) $4,4 \cdot 10^{-12}$

6. a) 2 280
b) 0,235
c) 5

7. a) 729
b) 81
c) 27

289

8. A. $x = 7$; B. $x = 10,5$

9. a–j; b–l; c–g; d–h; e–i; f–k.

10. a) $x = 12$
b) $x = 16$
c) $x = 3$
d) $x = 3$
e) $x = 3$
f) $x = 27$

11. a) 22,05 b) 6,92 c) 40,32

12. a) 9,76
b) 29,27
c) 126,9
d) 20,76

13. a

14. A. $10\sqrt{3}$; B. $24\sqrt{5}$; C. $\frac{100\sqrt{7}}{7}$

Unidade 3 Razão e proporção

Atividades

1. a) $\frac{15}{26}$ c) $\frac{15}{41}$ d) $\frac{26}{41}$

2. 50 figurinhas.

4. 54 km/h

5. Aproximadamente 78,8 hab./km^2

6. 0,92 g/cm^3

7. a) 120 km; 99 km
b) Aproximadamente 22 km.

9. a) Não.
b) Sim.
c) Não.
d) Não.
e) Sim.
f) Sim.
g) Não.
h) Sim.
i) Não.

10. 2 xícaras (chá).

11. 285 dias.

12. 21 min 36 s

13. 24 gotas.

14. 36 minutos.

15. 180 camisetas.

16. 5 min

17. 7,5 h ou 7 h 30 min

18. 18 dias.

20. a) 1 300 g
b) 640 kcal
c) 12 g
d) 512 kcal

21. 9 450 litros.

23. 75 g

25. 8 máquinas.

28. $150 = 60 + 90$

29. $120 = 72 + 48$

30. c

31. Marcos: R$ 2 540,00; Antônio: R$ 3 048,00; Camila: R$ 3 810,00.

33. $220 = 120 + 60 + 40$

34. Anderson: R$ 2 173,13; Márcia: R$ 1 629,84; Gustavo: R$ 1 992,03.

35. Marlene: R$ 34 285,50;
Marcos: R$ 39 428,33; Marta: R$ 29 206,17.

36. A. 11°; B. 38°; C. 7°; D. 42,5°

37. A. $x = 25°$; $y = 150°$; B. $x = 30°$; $y = 7°$

39. $MN = 21$ m

40. a) $\frac{7}{13}$
b) Não, pois $\frac{7}{13} \neq \frac{5}{11}$.

41. a) 10,5 cm
b) 4 cm
c) 3,2 cm

42. a) $x = 6$
b) $x = 1$
c) $x = 11$
d) $x = -1$

43. 103 m

44. a) $\frac{MN}{NO} = \frac{QR}{RS}$
b) $\frac{MP}{MO} = \frac{QT}{QS}$
c) $\frac{MN}{MO} = \frac{QR}{QS}$
d) $\frac{NO}{OP} = \frac{RS}{ST}$
e) $\frac{NP}{NO} = \frac{RT}{RS}$
f) $\frac{NO}{MP} = \frac{RS}{QT}$

290

45. A. Paralelas; B. Não paralelas.

46. As retas *r*, *s* e *t* não são paralelas, pois $\frac{AB}{BC} \neq \frac{DE}{EF}$.

47. $MN = 3$ m; $NO = 7{,}5$ m

48. Valquíria: aproximadamente 40,8 m;
Marcos: aproximadamente 29,2 m.

49. 51,25 m

50. $a = 13{,}5$ m; $b = 22{,}5$ m; $c = 20$ m; $d = 25$ m

52. A. 75 m; B. 35,5 cm; C. 40,4 cm

53. 20 m

54. $OP = 10$ m; $PM = 15$ m

55. 4,7 m

56. a) 24 m b) 52 m

57. a) 11 m b) 44 m

58. $a = 60$ m; $b = 52$ m; $c = 40$ m

59. 2 m

O que eu estudei?

1. a) 13,5 cm
b) 9 cm × 4,05 cm

2. Há 16 meninos e 20 meninas.

3. 64 km/h

4. $180 = 100 + 80$

5. Ana: R$ 2160,00; Rebeca: R$ 3240,00.

6. $x = 49$ m

7. **A** = 90 m; **B** = 67,5 m; **C** = 45 m

Unidade 4 Semelhança de figuras

Atividades

1. a) Figura **2**.
b) Figuras **2**, **3** e **4**.
c) Figuras **1**, **2** e **4**.
d) Sim, pois elas têm o mesmo formato, além do fato de dois segmentos correspondentes quaisquer serem proporcionais.

2. a) **B** b) **A** c) **C**

3. a) **1**
b) **4**
c) **1** e **4**, visto que elas têm o mesmo formato da figura original, além do fato de dois segmentos correspondentes quaisquer serem proporcionais.
d) **2** e **3**, visto que elas não têm o mesmo formato da figura original.

5. A. Semelhantes; razão: 1,5; B. Semelhantes; razão: 2; C. Não semelhantes.

6. Semelhantes: **A** e **C**; Não semelhantes: **B**.

7. a) Não.
b) Sim. Dois triângulos equiláteros são sempre semelhantes, visto que seus ângulos internos são congruentes.

8. a) 4 retângulos.
b) Um retângulo de 18 cm × 10 cm,
um retângulo de 9 cm × 10 cm e
dois retângulos de 9 cm × 5 cm.
c) Não.
d) Os retângulos de 18 cm × 10 cm e os de 9 cm × 5 cm.

9. Triângulo *ABC*: 8 m; triângulo *DEF*: 4 m.

10. Os losangos não são semelhantes.

12. a) 2 m; 3,5 m
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{14}{4}$ ou $\frac{7}{2}$

15. A. 2; B. 2,5; C. Aproximadamente 1,5.

16. Os triângulos são semelhantes com razão de semelhança $\frac{5}{3{,}75} = \frac{4}{3}$.

17. a) Sim. b) $\frac{4{,}1}{2{,}7} = \frac{41}{27}$

18. a) Sim. b) $\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$; *AAA*.

19. **A** e **D** pelo caso *AAA*; **B** e **E** pelo caso *LLL*; **C** e **F** pelo caso *LAL*.

20. A. 4 m; B. 3,9 m; C. 6,9 m

21. A. $x = 4$ m e $y = 4{,}8$ m
b) $x = 2{,}45$ m e $y \simeq 4{,}3$ m

22. 2,5 cm

23. **d**

291

O que eu estudei?

1. A. **1** = 26,6 cm; **2** = 13,3 cm; B. **1** = 15,6 cm; **2** = 7,8 cm.

2. a) Sim.
b) $\frac{6,5}{5,2} = 1,25$
c) $\frac{39}{31,2} = 1,25$
d) São iguais; Sim.

4. A. Não são semelhantes;
B. São semelhantes;
C. São semelhantes.

Unidade 5 Produtos notáveis, fatoração de polinômios e equações do 2º grau

Atividades

1. a) $4a^2 + 4ab + b^2$
b) $a^2 + 14ab + 49b^2$
c) $25a^2 + 30ab + 9b^2$

2. A. $a^2 + 12ab + 36b^2$; B. $4a^2 + 4ab + b^2$.

4. a) 25
b) $8x$
c) $9x^2$
d) x^2
e) $20x$
f) $4x^2$

5. a) $x^2 + 2x + 1$
b) $81x^2 + 72x + 16$
c) $x^2 + 4x + 4$
d) $9x^2 + 42x + 49$
e) $36x^2 + 9x + \frac{9}{16}$

6. a) $(2a - b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$
b) $(a - 3b)^2 = a^2 - 6ab + 9b^2$
c) $(3a - b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$

7. a) $a^2 - 10ab + 25b^2$
b) $16a^2 - 40ab + 25b^2$
c) $9a^2 - 24ab + 16b^2$
d) $49a^2 - 14ab + b^2$

8. a) $5a^2 - 2ab + 10b^2$
b) $12x - 76xy + 27xy^2 + 16x^2 + 25y^2$

9. a) $y^2 - 4xy + 4x^2$; sim.
b) 24 cm²; 16 cm²; 36 cm².

10. a) $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$
b) $(2a + b)(2a - b) = 4a^2 - b^2$
c) $(3x - 4y)(3x + 4y) = 9x^2 - 16y^2$

11. a) $a^2 - 16b^2$
b) $25a^4 - b^2$
c) $a^2 - 4b^6$

12. a) $a^2 - b^2$
b) $-x^2 - 9y^4 + 8x$

13. a) $a^2 - b^2$
b) 16 cm²

14. A-3; B-1; C-4; D-2.

15. a) $5(x - 2)$
b) $2b(b - 2)$
c) $4a(4a + 3)$
d) $8(3y^2 - 5)$

16. a) $6a^4 - 3b = 3(2a^4 - b)$
b) $18m^3 + 16n^3 = 2(9m^3 + 8n^3)$
c) $-20p^2 + 32q = 4(-5p^2 + 8q)$

17. a) $(-4 + n)(m + y)$
b) $(a - 7)(m + 8)$
c) $(10 - v)(c + 2)$

18. a) $(2a + b)^2$
b) $(c + 5d)^2$
c) $(x + 3y)^2$
d) $(7a - 3b)^2$

19. a) $(4 + x)(4 - x)$
b) $(2x + 8)(2x - 8)$
c) $(3x + 2)(3x - 2)$
d) $(7 + 5x)(7 - 5x)$

20. a) Não.
b) $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

21. a) $8xy$
b) a^2
c) $225x^2$; 1.
d) $14ab$; $7a$; b.
e) $3a$; b; $3a$; b.

292

22. $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$;
$9x^2 + 6xy + y^2 = (3x + y)^2$;
$x^2 + 6xy + 9y^2 = (x + 3y)^2$.

23. a) $3(x + 3)(x - 3)$
b) $2(3x + 4y)(3x - 4y)$
c) $5(x - 2y)^2$
d) $3x(x + 1)^2$

24. Equações do 1º grau: $3x - 4 = 0$; $-5x - 10,4 = 0$; $2x - 9 = 0$; $-5x + 18 = 0$.
Equações do 2º grau: $x^2 + 12 = 0$; $5x^2 - 7x + 8 = 0$; $x^2 + 3x + 5 = 0$; $-2x^2 + \frac{x}{2} = 0$.

25. A. $x = 8$ m; B. $x = 6$ m.

28. A. $x^2 - 3x + 7 = 0$; B. $-25x^2 + 3x = 0$.

29. a) $2x^2 - 6 = 0$
b) Incompleta.

30. a) $a = -1$; $b = -1$; $c = 1$.
b) $a = 2$; $b = 0$; $c = -3$.
c) $a = 5$; $b = -3$; $c = -2$.
d) $a = 3$; $b = -3$; $c = 0$.
e) $a = -2$; $b = 5$; $c = -2$.
f) $a = 1$; $b = 0$; $c = 0$.

31. a) $x^2 + 6x - 16 = 0$.
b) Completa; $a = 1$; $b = 6$; $c = -16$.

32. a) $x^2 + 3x - 10 = 0$
b) $2x^2 + \frac{x}{5} - 12 = 0$
c) $3x^2 - 5x - 6 = 0$
d) $x^2 + 2x - 51 = 0$

33. $5x^2 + x + 7 = 0$

34. a) $\blacksquare \neq -\frac{1}{3}$
b) $\blacksquare \neq -8$
c) $\blacksquare = -7$

35. a) -5 e 5;
b) -4 e 4;
c) -8 e 8;
d) -12 e 12;
e) -6 e 6;
f) $\sqrt{5}$ e $-\sqrt{5}$.

36. a) -2 ou 2;
b) -7 ou 7;
c) -9 ou 9.

37. a) $x^2 = 121$; 11 ou -11.
b) $x^2 - 45 = 396$; R$ 21,00.

38. Medida do comprimento: 9 m; medida da largura: 6 m.

40. Equações **A**, **D** e **E**.

42. 3 m

43. 80 m

44. a) 0 e 3;
b) 0 e -4;
c) 0 e -20;
d) 0 e $-\frac{5}{2}$;
e) 0 e 20;
f) 0 e $-2,1$;
g) 0 e 17;
h) 0 e $\frac{3}{5}$.

46. b

47. a) Cubo: 1,5 cm; paralelepípedo: 4,5 cm; 1,5 cm e 0,5 cm.
b) A medida do volume de ambas as figuras é 3,375 cm³.

48. A. $x = \frac{1}{2}$; B. $x = 1$.

50. a) $(x + 3)^2 = 4$; -5 e -1;
b) $(x + 9)^2 = 36$; -15 e -3;
c) $(x + 7)^2 = 16$; -11 e -3;
d) $(x - 12)^2 = 25$; 17 e 7;
e) $(x - 6)^2 = 0$; 6.

51. a) -6 e -2;
b) 2 e -8;
c) 2 e -14;
d) -3 e -7;
e) 3 e -5;
f) -11 e -9.

52. $y^2 + 6y = 40$; -10 e 4.

53. a) 1 e 6;
b) -6 e 3;
c) -2 e 5;
d) $-\frac{1}{2}$ e $-\frac{3}{2}$;
e) 0 e 3;
f) $1 + \sqrt{10}$ e $1 - \sqrt{10}$.

293

54. Paula: 15 anos; Henrique: 11 anos.

55. a) $x^2 + 7x + 10 = 0$; -5 e -2;
b) $-x^2 + 10x - 16 = 0$; 2 e 8;
c) $3x^2 - 15x + 12 = 0$; 1 e 4;
d) $-3x^2 + 108 = 0$; -6 e 6.

56. A. $x = 3$; 20 m; B. $x = 2$; 12 m.

57. a) $10x - 30 = 0$
b) $3x^2 + 21x - 90 = 0$
c) A equação obtida no item **b**.
d) 9 cm, 12 cm e 15 cm.

58. c

59. 7 e 8 ou -7 e -8.

60. $x = 12$

61. 7 lados.

62. 168 cm^3

63. a) $x^2 = 8 - 2x$; -4 e 2;
b) $x^2 + 2x = x + 2$; -2 e 1.

64. 12 m

65. a) 8 lados;
b) 10 lados;
c) 13 lados;
d) 15 lados.

66. 19 e 20 ou -20 e -19.

67. a) $4p$ e $-p$;
b) $-\frac{p}{3}$ e p;
c) $-\frac{5}{3}$ e 1;
d) $\frac{2}{p}$ e $-\frac{1}{3p}$, com $p \neq 0$;
e) 0 e $2p$;
f) -2 e 2.

68. a) -9 e -1.
b) Não tem raízes reais.
c) 10
d) 1 e 6.
e) Não tem raízes reais.
f) 0 e 3.
g) Não tem raízes reais.

69. A. $x = -8$; B. $x = 7$.

70. $-\frac{1}{2}$ ou 4.

71. a) $x = 7$; 4 pessoas.
b) 21 panfletos.

72. a) $\Delta > 0$. Duas raízes reais diferentes. -2 e 4;
b) $\Delta < 0$. Não tem raízes reais;
c) $\Delta > 0$. Duas raízes reais diferentes. -8 e 2;
d) $\Delta = 0$. Duas raízes reais iguais a 4.

73. a) $S = -2$; $P = -8$;
b) $S = -5$; $P = -\frac{3}{5}$;
c) $S = 0$; $P = 8$;
d) $S = 0$; $P = -\sqrt{7}$.

74. a) $n = \frac{1}{10}$
b) $n > \frac{1}{10}$

75. a) 3 e 5;
b) 1 e 2;
c) 4 e 7.

76. a) $x^2 - 9x + 20 = 0$
b) $x^2 - x - 2 = 0$
c) $x^2 - 3 = 0$
d) $x^2 - 15x = 0$

77. 5

79. a) $x_2 = -2$
b) $x_2 = \frac{1}{3}$
c) $x_2 = -1$

O que eu estudei?

1. $4x^2 - 4xy + y^2$

2. **A**-**3**; **B**-**2**; **C**-**1**.

3. a) $(x + 7) \cdot (x - 7) = x^2 - 49$
b) $(2y + 3) \cdot (2y - 3) = 4y^2 - 9$ ou
$(2y - 3) \cdot (2y + 3) = 4y^2 - 9$.
c) $9x + (2x + 2y) \cdot (-2x + 2y) = -4x^2 + 4y^2 + 9x$
ou
$9x + (-2x + 2y) \cdot (2x + 2y) = -4x^2 + 4y^2 + 9x$.

4. $2x^2 - 8x - 280 = 0$

5. a) $5x^2 - 11x = 0$
b) Incompleta; $a = 5$; $b = -11$; $c = 0$.

6. $6x^2 = 1176$; $x = 14$ cm.

7. R$ 14,00

294

8. a

9. a) $x^2 + 8x - 240 = 0$
b) Medida do comprimento: 20 m; medida da largura: 12 m.

10. $x = 3$ m; 8 m.

11. 3 cm

12. d

13. b

14. a) $\frac{x}{2} = \frac{-32}{x - 16}$, com $x \neq 16$.
b) 8

15. 16 táxis.

16. c

Unidade 6 Triângulo retângulo

Atividades

1. a) $\triangle AEC$, $\triangle AEB$; $\triangle ADE$; $\triangle EDB$;
b) $\triangle EDB$: $\hat{B} = 65°$; $\hat{E} = 25°$; $\hat{D} = 90°$; $\triangle ADE$: $\hat{A} = 15°$; $\hat{D} = 90°$; $\hat{E} = 75°$;
c) $\triangle AEC \sim \triangle AEB \sim \triangle ADE \sim \triangle EDB$.

2. A. $b = 12$ cm e $h \simeq 8,94$ cm;
B. $a = 34$ cm e $h = 15$ cm; C. $h = 2,88$ cm;
D. $m = 3,52$ cm e $h = 2,64$ cm.

3. $x = 4\sqrt{2}$ cm

4. A. 1,5 m²; B. 9,375 m²;
C. Aproximadamente 11,76 m²;
D. Aproximadamente 10,14 m²;
E. Aproximadamente 9,23 m².

5. A. $x = 20\sqrt{5}$ cm; B. $x = 32$ cm; C. $x = 16,5$ cm;
D. $x = \sqrt{5}$ cm; E. $x = 30\sqrt{2}$ cm.

6. a, b e e.

7. A. $5\sqrt{2}$ cm; B. $3\sqrt{2}$ cm; C. 17,5 cm.

8. A. $m \simeq 4,95$ cm;
B. $h \simeq 3$ cm e $b \simeq 5,42$ cm;
C. $n \simeq 1,66$ cm e $m \simeq 3,77$ cm;
D. $h \simeq 2,41$ cm e $b \simeq 3,67$ cm.

9. 1350 m²

10. 4,33 cm

11. 252 m

12. 72 cm

13. 3 375 cm³

14. A. $(20 + 12\sqrt{5})$m; B. 96 m.

15. a) 5 m
b) 20 m
c) 12,5 m

16. a) 35 m
b) 13 cm
c) $\sqrt{10}$ cm
d) $3\sqrt{3}$ cm

17. A. Medida do perímetro: 120 m; Medida da área: 600 m²; Medida do comprimento da altura: 24 m;
B. Medida do perímetro: 390 m; Medida da área: 5 070 m²; Medida do comprimento da altura: 60 m.

18. a) 5,98 m; b) 3,57 m.

19. 50 m

21. 66 m

22. 12 cm

23. c

24. c

O que eu estudei?

1. A. $x = 20$ cm;
B. $a = 20$ m, $b = 8\sqrt{5}$ m e $c = 4\sqrt{5}$ m;
C. $x = \frac{60}{13}$ m e $y = \frac{144}{13}$ m;
D. $b = 3\sqrt{5}$ m e $c = 6$ m.

2. 15 m

4. 30 cm²

Unidade 7 Estatística e probabilidade

Atividades

1. a) Peixes; anfíbios.

2. a) 62,6%; 23%;
b) **I** - 313 pessoas; **II** - 72 pessoas; **III** - 115 pessoas.

295

3. a) 5/5; 7/5.
b) Aumentou; R$ 0,63.
c) – R$ 1,79

4. a) Sugestão de resposta: Gráfico de linhas;
b) **I** - Aumentou; **II** - Julho.

6. a) Aproximadamente 625 visitas;
b) Aproximadamente 18 739 visitas;
c) Aproximadamente 227987 visitas.

7. a) Maio; Dezembro.
b) Menor; 1 825 460 kg.
c) 13 611 757,83 kg
d) Julho, agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro.
e) 12 208 141,5 kg
f) Diminuiu; Aumentou.

8. a) 4 pessoas;
b) Sim. 6 pessoas. Esse número representa a quantidade de pessoas por residência que apresenta maior frequência no conjunto de dados;
c) 5 pessoas.

9. a) Aproximadamente 7,1; Aproximadamente 5,6;
b) 10; 10;
c) O 9º ano **A** apresentou menor dispersão.

10. a) O piloto **A**;
b) Piloto **A**: 74,75 s; Piloto **B**: 79 s;
Piloto **C**: 75,25 s; Piloto **D**: 76,75 s;
Piloto **E**: 78,75 s;
c) Piloto **A**; Piloto **E**;
d) O piloto **C**.

11. a) **I** - Própria residência;
II - Via pública ou outro local público.

12. A. Fonte de pesquisa;
B. Legenda;
C. Ano da pesquisa;
D. Fonte de pesquisa;
E. Data.

13. a) A escala do eixo vertical não está em proporção.

15. a) Pesquisa amostral;
b) Pesquisa censitária;
c) Pesquisa amostral.

17. Amostragem probabilística.

19. a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{1}{4}$

20. $\frac{1}{60}$

21. $\frac{1}{8}$

22. $\frac{1}{125}$

23. $\frac{28\,651}{7\,311\,616}$

24. $\frac{1771}{202\,575}$

O que eu estudei?

1. a) Semana **1**; 1825 pagantes.
b) Filme **1**.

2. a) 2
b) 31
c) Moda: 2; Média: 2; Mediana: 2.

3. a) Natália: média: aproximadamente 8,34; moda: 8,4; mediana: 8,25.
Bia: média: aproximadamente 7,99; não tem moda; mediana: 7,75;
b) Natália.

4. a) $\frac{12}{23}$
b) $\frac{14}{575}$

Unidade 8 Algumas representações no plano cartesiano

Atividades

1. a) $A(4, 0)$; $B(3, 3)$; $C(-3, -2)$; $D(-4, 4)$; $E(2, -3)$;
b) A: 4 u.c.; B: $3\sqrt{2}$ u.c.; C: $\sqrt{13}$ u.c.;
D: $4\sqrt{2}$ u.c.; E: $\sqrt{13}$ u.c.

2. $P_{ABC} = 12$ u.c.; $P_{DEF} = \left(6 + 6\sqrt{2}\right)$ u.c.;
$P_{GHIJ} = 4\sqrt{13}$ u.c.

3. 10 u.c.

4. a) $P_{ABCD} = \left(8 + 2\sqrt{13}\right)$ u.c.; $P_{EFG} = \left(9 + \sqrt{41}\right)$ u.c.
b) $A_{ABCD} = 12$ u.a.; $A_{EFG} = 10$ u.a.

5. $A_{ABC} = 30$ u.a.

6. a) Sim;
b) $D(3, 4)$, $E(2, 1)$, $F(1, 4)$;
c) Sim;
d) $A_{ABC} = 12$ u.a.; $A_{DEF} = 3$ u.a.;
$P_{ABC} = \left(4 + 4\sqrt{10}\right)$ u.c.;
$P_{DEF} = \left(2 + 2\sqrt{10}\right)$ u.c.

7. a) Sim;
b) $P_{ABC} = \left(4\sqrt{5} + 2\sqrt{10}\right)$ u.c.; $A_{ABC} = 10$ u.a.

8. $\sqrt{5}$ u.c.

9. $(4, 3)$

O que eu estudei?

1. a) 5 u.c.
b) $3\sqrt{2}$ u.c.

2. $\overline{AB}$: $(-3, 1)$; $\overline{CD}$: $(1, 2)$; $\overline{EF}$: $(3, 3)$; $\overline{GH}$: $(4, 1)$.

3. a) $\overline{AC}$: $\sqrt{41}$ u.c.; $\overline{BD}$: $\sqrt{17}$ u.c.
b) 12 u.a.

4. a) $3\sqrt{2}$ u.c.
b) 5 u.c.
c) 3 u.c.

5. $\overline{AB}$: (1,5; 1,5); $\overline{AC}$: (1,5; 1); $\overline{AD}$: (1,5; 3); $\overline{CD}$: (0; 1).

Unidade 9 Funções

Atividades

1. a) $y = 10{,}5 \cdot x$
b) **I**. R\$ 73,50; **II**. R\$ 94,50; **III**. R\$ 126,00; **IV**. R\$ 157,50;
c) 5 ingressos.

2. a) $P = 14 + 2x$
b) $A = 2b$

3. a) $P = 30 + 14x$
b) **I**. 58 m; **II**. 51 m; **III**. 69,2 m; **IV**. 72 m.

4. a) $y = 5x$
b) 75 pontos.
c) 12 acertos.
d) 20 questões.

5. a) $y = 2{,}5 + 2x$
b) R\$ 18,50
c) 6 horas.

6. a) $m = 15b$
b) $c = 70b$
c) 105 g; 490 kcal;
d) 12 biscoitos; 840 kcal.

7. $p = 3q$; $r = \frac{s + 2}{3}$; $r = -s$; $t = -\frac{1}{2} + u$.

8. a) $a = 1$ e $b = 5$;
b) $a = -3$ e $b = 2$;
c) $a = \frac{1}{2}$ e $b = -4$;
d) $a = 7$ e $b = -2$;
e) $a = -5$ e $b = 0$;
f) $a = 4$ e $b = 4$.

9. a) $\frac{7}{8}$
b) -4
c) $\frac{15}{8}$
d) $-\frac{9}{4}$
e) $\frac{2}{5}$
f) $-\frac{5}{12}$

10. a) $P = 6x$; Sim;
b) $P = 49{,}8$ cm;
c) $x = 7{,}5$ cm.

11. a) $F = \frac{9}{5}C + 32$, em que F indica a medida da temperatura em graus Fahrenheit e C, em graus Celsius.
b) 95 °F
c) $\frac{5}{9}$ graus.

12. a) $y = 2{,}75x + 4{,}5$
b) **I**. R\$ 10,00; **II**. R\$ 30,35; **III**. R\$ 45,75;
c) **I**. 1,2 km; **II**. 5 km; **III**. 14 km;
d) Sim.

13. $y = 400x$

14. -19

15. a) $y = 4 + 0{,}2x$; $0 < x \leq 100$
$y = 6 + 0{,}2x$; $101 \leq x \leq 200$
b) R\$ 20,60; R\$ 35,00.

16. a) 3 cm
b) 4 kg
c) $y = \frac{3}{2}x$ ou $y = 1{,}5x$.
d) 4,5 cm, 6,75 cm e 7,8 cm.
e) 5,7 kg

297

17. **A-2**; **B-1**; **C-3**.

19. $y = 2x + 1$

20. a) $y = 80x$

21. a) Decrescente;
b) Crescente;
c) Decrescente;
d) Decrescente;
e) Crescente;
f) Crescente.

22. a) **A-II**; **B-I**; **C-III**; **D-IV**
b) A. $y = -x - 2$; B. $y = x + 3$; C. $y = x - 2$; D. $y = \frac{5}{3}x - 3$
c) A. Decrescente; B. Crescente; C. Crescente; D. Crescente.

23. a) A. Crescente; B. Decrescente.
b) A. $y = 2x + 3$; B. $y = -x + 2$.

24. a) $k < -3$
b) $k < 5$
c) $k > \frac{1}{6}$
d) $k > 1$
e) $k < -\frac{6}{7}$
f) $k > \frac{3}{16}$
g) $k > 7$
h) $k < \frac{\sqrt{2}}{4}$
i) $k < -3$
j) $k < -\frac{3}{10}$

25. a) $k > -3$
b) $k > 5$
c) $k < \frac{1}{6}$
d) $k < 1$
e) $k > -\frac{6}{7}$
f) $k < \frac{3}{16}$
g) $k < 7$
h) $k > \frac{\sqrt{2}}{4}$
i) $k > -3$
j) $k > -\frac{3}{10}$

26. a) Crescente;
b) Decrescente;
c) Crescente;
d) Crescente;
e) Crescente;
f) Crescente;
g) Crescente;
h) Decrescente;
i) Decrescente;
j) Decrescente.

29. a) A: $(0, 3)$; B: $(0, -1)$; C: $(0, -3)$.
b) A: $x = 2$; B: $x = -3$; C: $x = 4$.
c) A: $(2, 0)$; B: $(-3, 0)$; C: $(4, 0)$.
d) **C**

30. a) $(0, 7)$
b) $(0, -11)$
c) $\left(0, \frac{1}{5}\right)$
d) $(0, 1)$
e) $(0, -3)$
f) $(0, 2)$
g) $(0, 0)$
h) $(0, 0)$

31. a) $x = 8$
b) $x = \frac{3}{4}$
c) $x = 1$
d) $x = -\frac{1}{7}$
e) $x = -6$
f) $x = 12$

32. b) **II** e **IV**.

33. a) Sugestão de resposta: $y = -\frac{6}{5}x + 6$.

34. a) $y = -2x^2 + 5x + 15$
b) $y = 8x^2 + \frac{1}{2}x - 3$
c) $y = 14x^2 + 5x + 12$
d) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 9x + 6$
e) $y = \frac{5}{3}x^2 - 4x$
f) $y = \frac{1}{7}x^2 + 7$
g) $y = -2x^2 + \frac{3}{4}x$
h) $y = \frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{5}$

35. a) $y = 108$
b) $y = -2$
c) $y = 340$
d) $y = 54$
e) $y = -\frac{8}{9}$

36. 0 e 2

37. a) $t \neq 5$
b) $t \neq 0$
c) $t \neq 1$
d) $t \neq -\frac{1}{6}$
e) $t \neq -\frac{2}{3}$
f) $t \neq -3$ e $t \neq 3$

38. A. $A = \frac{x^2 + 4x + 3}{2}$; $x > -1$
B. $A = 24x^2 + 4x$; $x > -\frac{1}{2}$
C. $6x^2$; $x > 0$
D. $5x^2$; $x > 0$

39. a) $y = 15x^2 - 12x$; $x > 3{,}25$
$z = x^2 + 9x$; $x > 3{,}25$
b) 1107 m²; 162 m².

298

40. e

41. a) $y = 6x^2 - 6x - 12$; $x > 2$
b) $y = 60$

42. a) $y = x^2 - 6x + 25$, $x > 1$
b) $y = 17\ m^2$

43. a) 225; 2 500.
b) 12 termos.

44. a) Para cima.
b) Para baixo.
c) Para baixo.
d) Para cima.
e) Para cima.
f) Para baixo.

45. a) 20 m
b) 4 s
c) **I**. 15 m; **II**. 18,75 m; **III**. 18,75 m.
d) 2 s

46. **III-A**; **I-B**; **II-C**.

47. b) A parábola de $y = -x^2 - 1$ tem a concavidade voltada para baixo, pois $-1 < 0$.

48. A. $a > 0$; B: $a < 0$; C. $a < 0$.

49. a) $t > 4$, $t < 4$;
b) $t < -6$, $t > -6$;
c) $t > \frac{1}{4}$, $t < \frac{1}{4}$;
d) $t < 7$, $t > 7$;
e) $t < -4$, $t > -4$;
f) $t > -3$; $t < -3$;
g) $t < 4$; $t > 4$.

52. b

53. a) **A** e **B**;
b) A: $(0, 3)$; B: $(0, 4)$; C: $(0, -2)$; D: $(0, 1)$;
c) **A-II**; **B-IV**; **C-I**; **D-III**.

54. a) $(0, -3)$
b) $(0, 4)$
c) $(0, 1)$
d) $(0, 64)$
e) $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$
f) $(0, 0)$

55. a) Duas raízes iguais a 3.
b) $-\frac{1}{2}$ e 1
c) $-\frac{2}{3}$ e 1
d) -1 e 2
e) Não tem raízes reais.
f) 1 e -2
g) 1 e -2
h) -1 e 2
i) $\frac{1}{2}$ e 3
j) -2 e 5
k) 1 e -3

56. a) Maior do que 0.
b) 5
c) 1 e 5
d) $(1, 0)$ e $(5, 0)$
e) $(0, 5)$

57. a) Dois zeros reais distintos;
b) Dois zeros reais iguais;
c) Não tem zeros reais;
d) Dois zeros reais iguais;
e) Dois zeros reais distintos;
f) Não tem zeros reais.

58. A. $y = x^2 + x - 6$; B. $y = -x^2 - 7x - 10$.

59. a) $V(-2, 0)$
b) $V(0, 9)$
c) $V\left(\frac{3}{2}, -\frac{29}{4}\right)$
d) $V(-2, -8)$
e) $V(0, 0)$
f) $V(6, 6)$
g) $V(1, 1)$
h) $V(2, -2)$

60. a) Ponto de mínimo.
b) Ponto de máximo.
c) Ponto de máximo.
d) Ponto de mínimo.
e) Ponto de máximo.
f) Ponto de mínimo.

61. a) Negativo.
b) $(0, -4)$
c) Não.
d) $(1, -3)$
e) Ponto de máximo.
f) $y = -x^2 + 2x - 4$

299

62. a) $n = 6$

63. a) $y = -2x^2 + 72x$; $0 < x < 36$
c) 648 m^2
d) 36 m e 18 m.

64. a) 1 m
b) 2 s
c) 1 s

O que eu estudei?

1. a) $C = 0{,}3t$ b) 72 kWh

2. a) $y = 30x + 300$
b) Aproximadamente 2 min 36 s; 5 min.
c) Aproximadamente 23 min 18 s.

3. a) $V(-2, 0)$
b) $x = -2$
c) -4

4. a) 7 cm
b) 7 cm e 14 cm.

5. a) $m < 2$ e $m > 6$
b) $m = 2$ ou $m = 6$
c) $2 < m < 6$

Unidade 10 Circunferência, vistas e perspectiva

Atividades

1. a) $\overline{GH}$ b) $\overline{GH}$ c) Raio.

2. a) $(1, -1)$
b) $r = 4u$; $d = 8u$
c) 8 u

4. 3,2 m

5. Reta r: tangente em relação à circunferência de centro P e secante em relação às circunferências de centros O e Q; reta s: tangente em relação à circunferência de centro O e externa em relação às circunferências de centros P e Q; reta t: secante em relação às circunferências de centros O e P e externa à circunferência de centro Q; reta u: tangente em relação à circunferência de centro O e externa em relação às circunferências de centros P e Q.

6. a) v
b) s, u e z.
c) q, r e t.

8. a) Secantes;
b) Tangentes internas;
c) Internas;
d) Tangentes internas;
e) Tangentes internas;
f) Tangentes externas;
g) Externas;
h) Secantes;
i) Externas.

9. 18 m

10. 5 cm

11. a) Secantes;
b) Tangentes internas.

12. $x = 7$ cm

13. a) 5 cm
b) 5 cm
c) 10 cm
d) 14 cm
e) 5 cm
f) 4 cm
g) 4 cm
h) 1 cm

14. $\hat{a} = \hat{b} = \hat{c} = 60°$

15. a) 162° b) 54° c) 144°

16. $\hat{a} = 25°$

17. $x = 10°$; $\text{med}(B\hat{A}C) = 60°$; $\text{med}(B\hat{O}C) = 120°$.

18. São iguais.

19. Ambos medem 90°.

20. $\text{med}(A\hat{B}C) = 90°$; $\text{med}(B\hat{A}C) = 52°$; $\text{med}(A\hat{C}B) = 38°$.

21. $x = 11°$

22. $\hat{x} = 60°$

23. a) $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$; $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ e $\overline{OA}$.
b) Sim.
c) $\triangle ABC$ e $\triangle BCD$.
d) Sim.

24. a) Isósceles.
b) $\text{med}(A\hat{E}B) = 130°$

26. a) Aproximadamente 207,24 cm.
b) Aproximadamente 241 voltas.

27. A. Aproximadamente 94,2 cm.
B. Aproximadamente 121,38 cm.

28. Aproximadamente 162,8 cm.

29. A. Aproximadamente 12,21 cm.
B. Aproximadamente 35,41 cm.

30. Aproximadamente 29,3 cm.

31. Aproximadamente 50°.

32. a) 60°
b) 120°

33. $u = r\sqrt{2}$

34. $u = 1{,}9\sqrt{2}$ m

35. 48 m

36. a) 60°; lado: 29 cm; perímetro: 174 cm; diâmetro: aproximadamente 50,22 cm; comprimento: aproximadamente 157,7 cm.
b) Lado: aproximadamente 25,11 cm; perímetro: aproximadamente 150,6 cm.

38. A. Vista frontal; B. Vista lateral direita; C. Vista lateral esquerda; D. Vista superior.

39. a) Vista **2**; vista **6**.
b) Vista **1**; vista **4**.

40. a) **2**

41. a) Vista **B**; b) Vista **A**; c) Vista **D**.

42. **A**, **C**, **D** e **E**.

43. **A**-3; **B**-1; **C**-2.

44. **B**

46. O poliedro **A**.

O que eu estudei?

1. 81 cm²

2. A. Aproximadamente 4,19 cm.
B. Aproximadamente 19,63 cm.

3. Aproximadamente 43,96 m.

4. Reta *a*: secante; reta *b*: tangente; reta *c*: tangente; reta *d*: tangente; reta *e*: secante; reta *f*: externa.

Unidade 11 Grandezas e medidas

Atividades

1. a) $3 \cdot 10^{8}$ m/s
b) $1{,}0149 \cdot 10^{10}$ km
c) $1{,}42984 \cdot 10^{8}$ m
d) $1{,}39 \cdot 10^{6}$ km

2. a) $3{,}6725 \cdot 10^{8}$ km $\simeq$ 2,5 UA
b) $1{,}7628 \cdot 10^{9}$ km $\simeq$ 11,8 UA
c) 3,6 UA $= 5{,}3856 \cdot 10^{8}$ km
d) 10 UA $= 1{,}496 \cdot 10^{9}$ km
e) $3{,}311 \cdot 10^{13}$ km = 3,5 AL
f) $7{,}568 \cdot 10^{13}$ km = 8 AL
g) 4 AL $= 3{,}784 \cdot 10^{13}$ km
h) $6{,}149 \cdot 10^{13}$ km = 6,5 AL

3. a) $3{,}4056 \cdot 10^{17}$ km; $2{,}3 \cdot 10^{9}$ UA
b) $7{,}6 \cdot 10^{11}$ UA

4. a) 5 984 000 000 km
b) 2 320 000 m
c) $5{,}984 \cdot 10^{9}$ km; $2{,}32 \cdot 10^{6}$ m

6. a) $9{,}9 \cdot 10^{-6}$ m
b) $8 \cdot 10^{-9}$ m
c) $2{,}08 \cdot 10^{-10}$ m
d) $1{,}1 \cdot 10^{-7}$ m

7. a) $1{,}22 \cdot 10^{-5}$ m = 12,2 μm
b) $5 \cdot 10^{-6}$ m = 5 μm
c) $2{,}75 \cdot 10^{-8}$ m = 0,0275 μm ou
$2{,}75 \cdot 10^{-8}$ m $= 2{,}75 \cdot 10^{-2}$ μm
d) 4 μm $= 4 \cdot 10^{-6}$ m
e) 275 μm $= 2{,}75 \cdot 10^{-4}$ m
f) 0,21 μm $= 2{,}1 \cdot 10^{-7}$ m

8. a) $1{,}3 \cdot 10^{-2}$ m
b) $6 \cdot 10^{-5}$ μm

10. a) 2 MB = 2 097 152 baites
b) 256 GB = 0,25 TB
c) 3 072 MB = 3 GB
d) 3,5 MB = 3 584 KB

11. a) 25
b) 1 500 000
c) 250 000 000
d) 75

301

12. a) 2,4 GHz; 2 400 000 000 Hz
b) 1 TB
c) 8 GB

13. a) TB b) KB c) GB d) MB

14. a) **C**; **B** b) 524 GB c) 3 GB

15. a) Plano de 2 TB da empresa **B**.

16. 253 fotos; 387 fotos.

17. a) 3 670 016 B d) 7 680 KB
b) 2,1 GB e) 262 144 B
c) 614,4 GB f) 7,7 TB

18. a) HD portátil
b) 10 500 MB; aproximadamente 10,25 GB.
c) 7 CDs
d) 65 536 MB; 4 812,8 MB

19. a) Será necessário realizar um *upgrade* no plano.
b) Aproximadamente 82,26 GB.

20. a) Aproximadamente 41 minutos.
b) Aproximadamente 9,1%.

21. 11 h 22 min 40 s; 1 h 25 min 20 s

22. a) Dia 2. b) 10 min 40 s

23. **d**

24. A. 19 cm^3; B. 22 cm^3; C. 16 cm^3; D. 18 cm^3.

25. a) **C**
b) **A**: acrescentar 11 cubos.
B: acrescentar 11 cubos.
D: retirar 4 cubos.

26. a) 3 330 cm^3 b) 15,625 m^3 c) 108 dm^3

27. a) 5 cm c) 9 dm
b) 7 m d) 3,5 cm

28. a) 85 cubos ou 85 dm^3
b) 59 dm^3

29. 120 objetos.

30. 31 m^3

31. A. 77 400 cm^3; B. 144 000 cm^3

32. a) **A**: 180 mL; **B**: 234 mL
b) 54 cm^3; 1,5 cm

34. Aproximadamente 97 200 cm^3.

35. **c**

36. Aproximadamente 3 529,36 m^3.

37. Aproximadamente 1969,4 L.

38. Aproximadamente 10,93 cm^3.

39. a) Aproximadamente 100,48 L.
b) Aproximadamente 56,52 L.
c) Aproximadamente 33,912 dm^3.

41. 12 cm

42. Recipiente **A**: aproximadamente 904,32 mL; recipiente **B**: 2 400 mL; o líquido será suficiente.

43. Aproximadamente 52,11 cm.

O que eu estudei?

1. Aproximadamente $5,65708 \cdot 10^{13}$ km; aproximadamente $3,78 \cdot 10^{5}$ UA.

2. Aproximadamente 5,34 AL.

3. $2,5 \cdot 10^{-3}$ μm; $2,5 \cdot 10^{-7}$ cm

4. a) 4 DVDs b) 22 CDs

5. 2,2 GHz ou 1,4 GHz.

6. 1125 MB.

7. 256 min.

8. Aproximadamente 4 427,4 cm^3.

9. 29,04 cm^3

10. Aproximadamente 3 793,5 cm^3.

11. Processador de 1,8 GHz - 1 800 000 000 por segundo; processador de 2,2 GHz - 2 200 000 000 por segundo; ou processador de 1,8 GHz - 1 800 000 000 por segundo; processador de 1,4 GHz - 1 400 000 000 por segundo.

12. 22 500 cm^3

13. Aproximadamente 2 828,5 cm^3.

Unidade 12 Acréscimos, descontos e juro

Atividades

1. R$ 1339,20

2. 46%

302

3. R$ 1672,50

4. 15%

5. 15%

6. a) R$ 42,00
   b) 5,66%

7. 10%

8. a) 22,56%
   b) 12,56%
   c) 5,88%
   d) 9,2727%
   e) 79,59%

9. 56%

10. Na loja de Rafael.

11. R$ 1691,28

12. e

14. R$ 585,00

15. R$ 2448,00

16. a) simples: R$ 352,00; composto: R$ 366,08.
    b) 14,08

17. R$ 1500,04

18. R$ 1177,58

19. d

20. R$ 2590,57

21. Investimento **A**.

22. R$ 78,27

23. a) 5% a.m.
    b) R$ 12,89

24. a) R$ 500,00
    b) 3% ao mês.
    c) R$ 633,39
    d) R$ 692,12

25. 12,5%

26. 4,5%

27. 20 meses.

28. 2 anos.

O que eu estudei?

1. Acréscimo; aproximadamente 8,7%.

2. e

3. R$ 45,00

4. d

5. R$ 161,46

6. R$ 94,24

7. R$ 637,83

8. 25 meses ou 2 anos e 1 mês.

9. 7 meses.

10. aproximadamente 6,5% a.m.

11. 30%

12. R$ 63,41

13. a) Investimento **A**: 5,5% ao mês; investimento **B**: 6% ao mês.
    b) Investimento **B**; investimento **A**.
    c) 5 meses.
    d) R$ 6,96 a unidade.

O que eu aprendi?

1. A: $-\sqrt{3}$; B: $-0{,}78245...$; C: $\sqrt{2}$; D: $\sqrt{5}$.

2. Aproximadamente 8,3 minutos.

3. e

4. 36 cm

5. d

6. $\frac{75}{8}$ cm²

7. a) $A(2, 2)$, $B(2, 4)$, $C(8, 4)$, $D(8, 2)$;
   b) $2\sqrt{10}$ unidades de comprimento.

8. $\alpha = 90°$

9. a) $\frac{20}{50} = \frac{2}{5} = 40\%$; R$ 21,85;
   b) $\frac{1}{46} \simeq 0{,}0217 = 2{,}17\%$; R$ 18,75

11. a) $x = 2$
    b) $x = 2$
    c) $x = -3$

• Explique aos estudantes que esta seção apresenta referências bibliográficas que foram usadas na elaboração do livro e um breve comentário referente a cada uma delas.

Referências bibliográficas comentadas

- BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
  O autor apresenta, nesse livro, momentos históricos e pensadores que contribuíram para a construção da Matemática como a conhecemos atualmente. Além disso, denota a utilização de diferentes sistemas de numeração ao longo da História e problemas cotidianos que influenciaram o desenvolvimento da Matemática.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC). Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 2 fev. 2022.
  Esse é um documento norteador dos currículos nacionais, que indica competências e habilidades comuns a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada uma das etapas da Educação Básica.
- CARDOSO, Virgínia Cardia. *Materiais didáticos para as quatro operações*. 3. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1996. v. 2.
  A autora trabalha diferentes maneiras para o professor conduzir o processo de ensino e de aprendizagem das quatro operações básicas da Matemática, por meio da utilização de recursos didáticos diferenciados e materiais manipuláveis.
- DIAS, Marisa da Silva; MORETTI, Vanessa Dias. *Números e operações*: elementos lógico-históricos para atividade de ensino. Curitiba: Ibpex, 2011. (Matemática em sala de aula).
  As autoras apresentam, nessa obra, uma retomada histórica a respeito do desenvolvimento de operações matemáticas e dos sistemas de numeração.
- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar, 9*: geometria plana: exercícios resolvidos, exercícios propostos com resposta, testes de vestibular com resposta. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.
  Essa obra aborda conceitos teóricos de Geometria Plana e contém exercícios de aplicação e aprofundamento teórico, selecionados de acordo com níveis diferenciados de dificuldade, indicando também sugestões para a condução das aulas de Matemática que abordam esses conceitos.
- DU SAUTOY, Marcus. *A música dos números primos*: a história de um problema não resolvido na matemática. Tradução: Diego Alfaro. Rio de Janeiro: Zahar, 2007.
  O autor aborda o conceito do que é considerado um dos maiores mistérios da matemática: os números primos. Relacionando esses números com música, o autor parte da hipótese de que é possível haver harmonia entre os números primos, de modo semelhante à harmonia musical.
- DU SAUTOY, Marcus. *Os mistérios dos números*: uma viagem pelos grandes enigmas da matemática (que até hoje ninguém foi capaz de resolver). Tradução: George Schlesinger. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.
  Mistérios numéricos são abordados nesse livro, que explora como a Matemática auxilia na tomada de decisões em análise de fenômenos naturais.
- EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004.
  O livro trata de conceitos históricos das principais áreas da matemática, abordando a contribuição de diferentes civilizações, a história de grandes matemáticos e filósofos que colaboraram para o desenvolvimento matemático.
- IFRAH, Georges. *História universal dos algarismos, volume 1*: a inteligência dos homens contada pelos números e pelos cálculos. Tradução: Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.
  O autor aborda o desenvolvimento dos algarismos e a importância da contribuição de diferentes civilizações para que hoje o nosso sistema de numeração fosse tão desenvolvido como é, evidenciando que esse processo foi longo e que foi mudando de acordo com as diferentes percepções históricas.
- LIMA, Elon Lages. *Meu professor de matemática e outras histórias*. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. (Coleção do Professor de Matemática).
  O autor apresenta, nessa obra, reflexões e questionamentos a respeito de conceitos de Matemática elementar, incentivando o desenvolvimento do pensamento crítico do professor que trabalha na Educação Básica, bem como propondo a História da Matemática como um caminho para o processo eficaz de ensino e de aprendizagem dos conceitos abordados.

Siglas

- Enem: Exame Nacional do Ensino Médio
- IFSP: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
- OBM: Olimpíada Brasileira de Matemática
- Obmep: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
- Saresp: Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
- UFMG: Universidade Federal de Minas Gerais
- UFRGS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul

ISBN 978-85-16-13640-6

MODERNA